



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

CAROLINE DALL' AGNOL

**PROPAGAÇÃO DE SÓLITONS EM FIBRAS ÓTICAS
DISSIPATIVAS**

Londrina
2014

CAROLINE DALL' AGNOL

**PROPAGAÇÃO DE SÓLITONS EM FIBRAS ÓTICAS
DISSIPATIVAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada e Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Laerte Natti

Londrina
2014

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca
Central da Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

D144p

Dall' Agnol, Caroline.

Propagação de sólitons em _bras óticas dissipativas /
Caroline Dall' Agnol. _ Londrina, 2014.
71f. : il.

Orientador: Paulo Laerte Natti.

Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional)
Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de
Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional, 2014.

Inclui Bibliografia.

1. Física Matemática _ Teses. 2. Sólitons _ Teses. 3. Comunicação por
fibra ótica _ Teses. 4. Dissipação de Energia _ Teses. I. Natti, Paulo Laerte.
II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa
de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional. III. Título.

CDU 53:51

CAROLINE DALL' AGNOL

PROPAGAÇÃO DE SÓLITONS EM FIBRAS ÓTICAS DISSIPATIVAS

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do Título de mestre em Matemática Aplicada e Computacional.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Laerte Natti
UEL – Londrina – PR

Prof. Dr. Leandro Hayato Ymai
UNIPAMPA – Bage – RS

Profa. Dra. Neyva Maria Lopes Romeiro
UEL – Londrina – PR

Londrina, 13 de fevereiro de 2014.

*Aos meus pais,
Flavio e Lilia.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Flavio e Lilia, e irmãos, Ramon e Renan, pelo amor, apoio e compreensão.

Agradeço ao meu namorado, Lucas, pelo carinho e suporte.

Agradeço aos meus colegas e amigos, Rodrigo, Junior, Giuliana, Cláudia, Rodrigo da Costa, Rafael, Adriano, Aline, Válter, Gizeli, Alessandra, Altair, Pedro, Maurício, Luiz, Eduardo, Erasmo e Luciana por todas as horas de estudo, conversa, café e parceria nessa jornada.

Agradeço aos amigos, Guilherme e Lays, pelos ouvidos e tererês.

Agradeço aos amigos de Gumbo, pelas risadas sem fim.

Agradeço ao meu orientador, Paulo, pela paciência, sabedoria, calma e dedicação, sem as quais este trabalho não seria possível.

Agradeço ao professor Eliandro por ceder o código numérico e ajudar a compreendê-lo.

Agradeço à professora Neyva pelas relevantes contribuições para a melhoria das partes numérica e gráfica deste trabalho.

Agradeço à professora Luci por me ensinar a ser persistente.

Agradeço a todos os demais professores do PGMAC que contribuíram para meu crescimento nos estudos.

E por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

DALL' AGNOL, Caroline. Propagação de Sólitons em Fibras Óticas Dissipativas. 2014. 71f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

RESUMO

Neste trabalho estuda-se a propagação de sólitons em fibras óticas dissipativas. Toda a propagação apresenta algum tipo de perda e, por menor que seja esta perda, gerará a atenuação do sinal ótico. O principal objetivo deste trabalho é estudar a perda de energia da onda sóliton durante a propagação e avaliar o impacto desta dissipação na transmissão do sinal sóliton. Neste contexto, adaptou-se um procedimento numérico para um sistema de equações diferenciais parciais que descrevem a propagação de sólitons em fibras óticas dissipativas, quando estes sólitons são submetidos a uma amplificação não-linear com o objetivo de compensar as perdas. O procedimento numérico utilizado é baseado no método das diferenças finitas e no método de Gauss-Seidel.

Palavras-chave: Sólitons. Comunicação ótica. Dissipação. Compensação Não-Linear.

DALL' AGNOL, Caroline. Soliton Propagation in Lossy Optical Fibers. 2014. 71f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

ABSTRACT

In this work we study the solitons propagation in lossy optical fibers. All propagation there is some amount of loss, and this loss, however small, generates the attenuation of the optical pulse. The main objective of this work is to study the energy loss of the soliton wave during propagation and evaluate the impact of dissipation in the transmission of the soliton signal. In this context, we have adapted a numerical procedure for a system of differential partial equations that describe the soliton propagation in lossy optical fibers, when the solitons are subjected to nonlinear amplification with the goal to compensate the losses. The numerical procedure is based on the finite-difference method and the Gauss-Seidel method.

Keywords: Solitons. Optical Communication. Dissipation. Nonlinear Compensation.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Sistema de comunicação ótico. Fonte: adaptado de [9].	19
2.2	Estrutura de uma fibra ótica multimodo. Fonte: adaptado de [9].	20
2.3	Em (a), o ângulo de incidência θ é menor que o ângulo crítico $\theta_{crítico}$ e o feixe é refratado. Em (b), $\theta = \theta_{crítico}$ e o feixe é refletido com um ângulo de 90° em relação à normal. Em (c), $\theta > \theta_{crítico}$ e o feixe é refletido totalmente. Fonte: adaptado de [4].	20
2.4	Propagação de sinais óticos em uma fibra multimodo em (a) e em uma fibra monomodo em (b). Fonte: adaptado de [41].	21
2.5	Medida da atenuação em relação ao comprimento de onda em uma fibra monomodo. Fonte: adaptado de [9].	23
2.6	Efeito Rayleigh de espalhamento da onda luminosa. Fonte: [24].	24
2.7	Curva macroscópica em (a) e curva microscópica em (b). Fonte: adaptado de [41].	25
2.8	Feixe de luz policromático sendo decomposto em componentes espectrais. Fonte: adaptado de [4].	25
2.9	Componentes espectrais λ_1 , λ_2 e λ_3 se propagando em velocidades diferentes e causando o alargamento (dispersão) do pulso ótico. Fonte: elaborado pela autora.	26
2.10	Dispersão dos modos de polarização de um pulso ótico que se propaga numa fibra com birrefringência. Fonte: [35].	28
2.11	Auto Modulação de Fase. Fonte: adaptado de [35]	29
2.12	Mistura de quatro ondas.	30
3.1	Condições sobre os parâmetros dielétricos α , β , δ da solução sóliton, quando $r = 1$. Fonte: [19].	39
3.2	Condições sobre os parâmetros dielétricos α , β , δ da solução sóliton, quando $r = -1$. Fonte: [19].	39
3.3	(a) Amplitudes normalizadas de $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ para $\beta = -0,2$ e (b) $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ para $\beta = -1,0$	41
3.4	(a) Amplitudes normalizadas de $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ para $\alpha = -0,2$ e (b) $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ para $\alpha = 2,0$	41
3.5	Vista superior das ondas sóliton para $\delta = -0,25$	42
3.6	Vista superior das ondas sóliton para $\delta = +0,25$	42
3.7	Onda sóliton para $\delta = 0$	43
4.1	Domínio computacional para a propagação da onda sóliton.	44

4.2	Propagação dos modos $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ da onda sóliton ideal ($\mu = \kappa = 0$). . .	50
4.3	Perfil dos modos $ a_1(\xi, s) $ e $ a_2(\xi, s) $ da onda sóliton ideal ($\mu = \kappa = 0$).	50
4.4	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -1$. . .	51
4.5	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -1$	51
4.6	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu =$ -1 em $\xi = 0$, $\xi = 1$ e $\xi = 3$	52
4.7	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,05$. .	52
4.8	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,05$	53
4.9	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu =$ $-0,05$ em $\xi = 0$, $\xi = 5$ e $\xi = 18$	53
4.10	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$.	54
4.11	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$	54
4.12	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$ em $\xi = 0$, $\xi = 15$ e $\xi = 30$	55
4.13	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$.	55
4.14	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$. . .	56
4.15	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$ em $\xi = 0$, $\xi = 30$ e $\xi = 60$	56
4.16	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$. .	57
4.17	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$	57
4.18	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu =$ $-0,01$ em $\xi = 0$, $\xi = 40$ e $\xi = 55$	58
4.19	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$	59
4.20	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$	59
4.21	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu =$ $-0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$ em $\xi = 0$, $\xi = 40$ e $\xi = 55$	60
4.22	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$	60
4.23	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$	61
4.24	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu =$ $-0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$ em $\xi = 0$, $\xi = 45$ e $\xi = 65$	61
4.25	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$	62
4.26	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$	62

4.27	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$ em $\xi = 0$ e $\xi = 60$	63
4.28	Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$	63
4.29	Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$	64
4.30	Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$ em $\xi = 0$, $\xi = 45$ e $\xi = 65$	64

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PSK	Phase Shift Keying
ASK	Amplitude Shift Keying
FSK	Frequency Shift Keying
WDM	Wavelength Division Multiplexing
EDFA	Erbium Doped Fiber Amplifier
NLSE	Non-Linear Schrödinger Equation
GVD	Group Velocity Dispersion
DCF	Dispersion Compensating Fiber
PMD	Polarisation Mode Dispersion
SPM	Self Phase Modulation
CPM	Cross Phase Modulation
FWM	Four Wave Mixing
SBS	Stimulated Brillouin Scattering
SRS	Stimulated Raman Scattering
DWDM	Dense Wavelength Division Multiplexing
NLSE	Non Linear Schrödinger Equation

LISTA DE SÍMBOLOS E NOTAÇÕES¹

$\chi^{(2)}$	Meio dielétrico com não-linearidades quadráticas.
n_i	Índice de refração de um material.
θ	Ângulo de incidência do feixe luminoso no núcleo da fibra.
$ a_i(\xi, s) $	Amplitudes normalizadas das ondas.
ξ	Variável independente de caráter temporal.
s	Variável independente de caráter espacial.
r	Função sinal que define o regime de dispersão.
δ	Diferença entre as velocidades de grupo das ondas.
α	Medida da dispersão relativa entre as ondas.
β	Medida do balanço de energia entre as ondas.
μ	Medida de perda efetiva durante a propagação do sinal sóliton.
κ	Medida de perda e/ou ganho efetivos durante a propagação do sinal sóliton.
\vec{E}	Campo elétrico.
\vec{D}	Vetor deslocamento elétrico.
$A_i(z, t)$	Amplitudes dos campos elétricos das ondas.
ω_0	Frequência da onda fundamental.
k_i	Relações de dispersão das ondas.
$\Delta\xi$	Tamanho do passo/avanço temporal.
Δs	Tamanho do passo/avanço espacial.

¹As notações e símbolos usuais não são listados.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	PROPRIEDADES DA PROPAGAÇÃO DO SINAL EM FIBRAS ÓTICAS	19
2.1	PERSPECTIVA HISTÓRICA.....	19
2.2	FATORES LIMITANTES DA TRANSMISSÃO	22
2.2.1	Propriedades Lineares.....	23
2.2.1.1	Atenuação	23
2.2.1.2	Dispersão cromática	25
2.2.1.3	Dispersão dos modos de polarização – birrefringência	27
2.2.2	Propriedades Não-Lineares.....	28
2.2.2.1	Auto modulação de fase	28
2.2.2.2	Modulação de fase cruzada.....	29
2.2.2.3	Mistura de quatro ondas	29
2.2.2.4	Espalhamento estimulado de Brillouin e de Raman.....	30
3	SÓLITONS ÓTICOS EM GUIAS DIELÉTRICOS	32
3.1	PERSPECTIVA HISTÓRICA.....	32
3.2	MODELO MATEMÁTICO	34
3.2.1	Dinâmica Longitudinal de Campos Acoplados em Dielétricos do Tipo $x^{(2)}$	34
3.2.2	Equação Não-Linear de Schrödinger.....	36
3.2.3	Solução Analítica.....	37
3.2.4	Condições de Existência da Onda Sóliton	38
3.3	PROPRIEDADES FÍSICAS DO GUIA DE ONDAS DO TIPO $x^{(2)}$	40
4	MODELO NUMÉRICO	44
4.1	PROCESSO DE DISCRETIZAÇÃO PARA O SÓLITON IDEAL	44
4.2	MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL E CÓDIGO NUMÉRICO	46
4.3	SÓLITONS COM DISSIPAÇÃO E GANHO	48
4.3.1	Processo de Discretização para o Sóliton com Dissipação e Ganho	48
4.3.2	Simulações Numéricas para Sólitons com Dissipação	49
4.3.3	Simulações Numéricas para Sólitons com Dissipação e Ganho.....	56

5	CONCLUSÃO.....	66
	REFERÊNCIAS	68

1 INTRODUÇÃO

Uma das atividades mais essenciais da condição humana é a comunicação. Trocar informações, expressar ideias e emoções, registrar fatos e estabelecer contatos são fatores que contribuíram para o aprimoramento da capacidade do homem de se comunicar. Atualmente, vivemos a chamada "era da informação" e a comunicação tornou-se de suma importância tanto para a vida pessoal quanto para a vida profissional.

Para que uma comunicação seja eficiente alguns elementos são indispensáveis: uma mensagem, um emissor, um receptor e um canal (meio) por onde a mensagem possa viajar partindo do emissor para o receptor.

O crescente número de serviços de telecomunicação disponíveis e a sua massificação vêm mudando a forma do ser humano se comunicar. Por outro lado, o fácil acesso a esses serviços através de celulares, notebooks e tablets tem exercido, nas últimas décadas, uma enorme pressão no sentido de aumentar a capacidade e a largura de banda das redes de telecomunicações, garantindo eficiência e rapidez, sem perdas significativas e com baixos custos.

Os sistemas de comunicação óticos têm, neste contexto, desempenhado um papel essencial, constituindo o núcleo central das redes dos grandes operadores mundiais de telecomunicações. Quando se fala em telecomunicações e fluxo de dados, esta troca de informações pode ocorrer de forma analógica ou digital através de diversos meios, tais como: cabos coaxiais, microondas, rádio frequências, infravermelho, fibras óticas, entre outros. Dentre esses meios, a fibra ótica destaca-se como um dos mais adequados, pois atende às necessidades de largura de banda e capacidade apresentadas pelos sistemas óticos atuais. O emprego da fibra ótica como meio de propagação de sinais óticos surgiu logo após a invenção do laser de ruby, que ocorreu em 1960 [30]. Estas descobertas impulsionaram as pesquisas científicas no campo da ótica. O laser surgiu como uma fonte de luz adequada para o uso em sistemas de comunicações, devido às suas características de radiação, coerência e intensidade elevada. Desde então foram classificadas cinco gerações de sistemas de comunicação óticos que descreveremos brevemente a seguir.

A primeira geração de sistemas utilizou-se de emissores de luz do tipo diodos. Estes produziam aproximadamente 1 mW de radiação eletromagnética, com largura espectral de alguns nanômetros, na janela dos 800 nm, e taxa de transmissão da ordem de milhões de bits por segundo. A transmissão era feita através de fibras multimodo, com núcleos espessos e capazes de transmitir simultaneamente vários modos ou feixes de luz com comprimentos de onda diferentes. Estas fibras possuíam perdas da ordem de 2,5 dB/km e capacidade normalizada da ordem de 10 Mbit/s.km, com distância entre os regeneradores de sinal de 10 km [2]. Com melhorias na qualidade das fibras, esses sistemas chegaram a transmitir 500 Mbit/s.km a uma distância de 20 km, superando os

sistemas baseados em cabos coaxiais. A sua principal desvantagem era a alta dispersão intermodal, diferença entre as velocidades de grupo dos diferentes modos que se propagam no núcleo, que pode causar o alargamento dos pulsos e interferência entre os modos.

No final da década de 70, com o surgimento de lasers semicondutores e fotodetectores na janela dos 1300 nm, desenvolveu-se a segunda geração de sistemas de comunicação ótica. Nesses sistemas, a taxa de transmissão estava inicialmente limitada aos 100 Mbit/s, ainda devido à dispersão intermodal. Porém, no início da década de 80, essa limitação foi resolvida com o desenvolvimento das fibras monomodo, que, diferentemente das fibras multimodo, apresentam um núcleo estreito que permite a propagação de apenas um único modo. Estas fibras apresentavam perdas da ordem de 0,6 dB/km. Ao final da década de 80 já estavam disponíveis para comercialização sistemas capazes de operar a 1,7 Gbit/s, com espaçamentos de 50 km entre os repetidores. A capacidade normalizada destes sistemas estava limitada a 100 Gbit/s.km devido à dispersão do sinal ótico.

Experiências desenvolvidas na época mostraram que as perdas de energia eram mínimas para as fibras na janela dos 1550 nm, sendo de cerca de 0,2 dB/km. Entretanto, nesta janela as fibras apresentam maior dispersão. O surgimento dos lasers monomodo, fato que marcou a terceira geração de sistemas óticos, resolveu o problema da dispersão. Assim, em 1985, foi possível realizar experiências laboratoriais com taxa de transmissão de 2,5 Gbit/s, e cinco anos depois tais sistemas estavam disponíveis para comercialização.

O uso de sistemas óticos com o objetivo de minimizar a atenuação da fibra ótica marcou a quarta geração de sistemas óticos. Técnicas como a modulação digital por chaveamento de fase (PSK - *Phase Shift Keying*), de amplitude (ASK - *Amplitude Shift Keying*) e de frequência (FSK - *Frequency Shift Keying*) são utilizadas neste tipo de sistema [42]. Foram realizados ensaios laboratoriais no final da década de 80, com sistemas coerentes operando a 10 Gbit/s, com espaçamento de 100 km entre amplificadores, elevando a capacidade normalizada dos sistemas para os 1000 Gbit/s.km. Entretanto, a elevada pureza espectral dos lasers necessária para viabilizar a sincronização de fase tornou esta tecnologia demasiadamente cara.

Até ao final dos anos 80, a regeneração elétrica era a única forma de aumentar a distância dos enlaces óticos. Neste tipo de regeneração, o sinal ótico era detectado e convertido em um sinal elétrico, amplificado e regenerado eletricamente e posteriormente convertido para o domínio ótico. Este processo tornava os sistemas complexos e onerosos.

Uma alternativa à regeneração elétrica surgiu com o desenvolvimento dos amplificadores óticos, mais precisamente, dos amplificadores de fibra dopada de érbio (EDFA - *Erbium Doped Fiber Amplifier*), o que permitiu amplificar o sinal ótico sem a necessidade da conversão do sinal ótico-elétrico-ótico. Assim, surgiram os sistemas de

longa distância totalmente óticos, desde o emissor ao receptor, o que foi um grande avanço, pois um regenerador elétrico funciona como um funil, já que a sua largura de banda é muitas ordens de grandeza inferior à largura de banda das fibras óticas.

A quinta geração de sistemas óticos empregou amplificação ótica (EDFA) e multiplexagem por divisão do comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Nesse processo, diferentes comprimentos de onda são transmitidos pela mesma fibra ótica, cada um transportando muitos canais de informação. A construção destes sistemas aumentou significativamente a capacidade dos sistemas óticos, o que tornou possível duplicar a capacidade de transmissão dos sistemas de comunicação óticos a cada seis meses [43]. Em 2001, os sistemas de comunicação óticos já operavam a 1 Tbit/s. Neste momento, a dispersão e os efeitos não-lineares da propagação dos sinais óticos tornaram-se os maiores obstáculos ao aumento da capacidade dos sistemas.

Nas últimas décadas foram realizadas várias experiências no sentido de compensar a dispersão e as não-linearidades em sistemas de comunicação ótica em grandes distâncias, a fim de aumentar a sua capacidade de transmissão de dados [42]. Uma solução capaz de superar essas dificuldades foi proposta por Hasegawa e Tappert em 1973 [23] e baseia-se na utilização de pulsos óticos, cuja envoltória do campo elétrico tem a forma de secante hiperbólica e na compensação da dispersão pelas não-linearidades da fibra ótica. Estes pulsos, chamados sólitons, são capazes de se propagarem num meio dispersivo e não-linear, como é o caso da fibra ótica, mantendo inalterada a sua forma [2].

Assim, acredita-se que o uso de sólitons associados a sistemas WDM possa constituir uma possível sexta geração de sistemas óticos. Estima-se que esta nova geração possa atingir ritmos de transmissão da ordem dos terabits por segundo [42].

Considerando o potencial que os sistemas óticos baseados em sólitons possuem, faremos estudos numéricos de sistemas de equações diferenciais que descrevem a propagação de sólitons em fibras óticas, dando ênfase ao estudo da perda de potência da onda sóliton durante a sua propagação e à avaliação do impacto dessa dissipação na transmissão do sinal sóliton.

A dissertação está organizada da maneira descrita a seguir. No capítulo 2 revisamos as características da propagação de sinais em fibras óticas e os principais fatores lineares e não-lineares que limitam essa propagação.

No capítulo 3 revisamos o conceito de sóliton ótico, obtido como uma solução particular de um sistema de equações obtido a partir das equações de Maxwell. Revisaremos as condições de existência da onda sóliton em função de algumas propriedades dielétricas de um guia de ondas do tipo χ^2 .

No capítulo 4, com o objetivo de desenvolver um modelo numérico capaz de resolver o sistema de equações modelado no capítulo 3, utilizamos um procedimento numérico conhecido [12]. Em seguida, acrescentamos ao sistema de EDPs termos de dissipação e/ou ganho e adaptamos o procedimento numérico citado ao novo problema a

fim de simulá-lo numericamente. Por fim, através da amplificação ótica representada pelo termo associado ao ganho, compensamos a atenuação do sinal ótico e obtivemos a taxa de ganho necessária para triplicar a distância de propagação das ondas sóliton, sem a perda do sinal.

2 PROPRIEDADES DA PROPAGAÇÃO DO SINAL EM FIBRAS ÓTICAS

Neste capítulo discutimos alguns aspectos relacionados à propagação de pulsos na fibra ótica, como características da fibra e fatores que podem limitar a propagação, diferenciando-os em lineares e não-lineares.

2.1 PERSPECTIVA HISTÓRICA

A fibra ótica é o elemento central do canal de comunicação dos sistemas óticos. Este canal é composto por um conjunto de secções de fibra, intercalados por amplificadores e filtros, capazes de amplificarem e condicionarem o sinal ótico, figura 2.1.

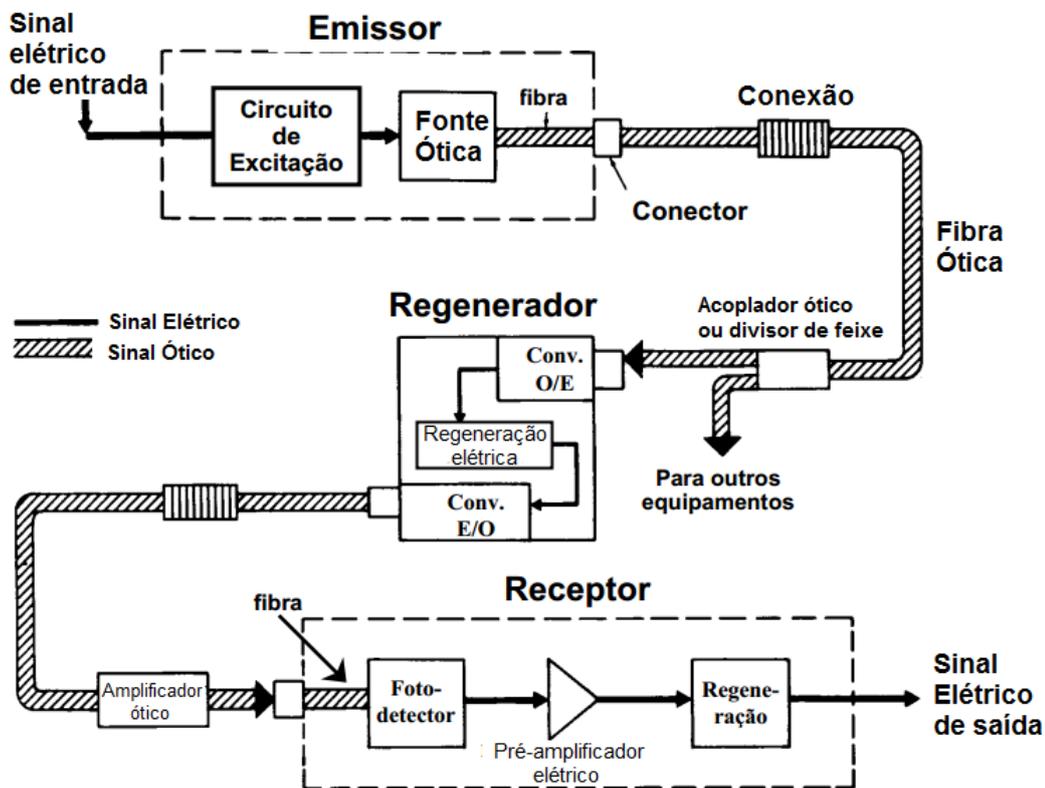


Figura 2.1: Sistema de comunicação ótica. Fonte: adaptado de [9].

Em sistemas baseados em sólitons a fibra assume um papel essencial, pois a manutenção dos sólitons está diretamente relacionada ao equilíbrio entre os efeitos lineares e não-lineares que atuam sobre os pulsos durante a propagação.

As fibras óticas são compostas de um núcleo, produzido com material de alto índice de refração n_1 , envolvido por um material isolante de índice de refração n_2 , tal que $n_1 > n_2$, chamado de bainha, que por sua vez é recoberto por outro revestimento de proteção. A figura 2.2 representa a estrutura de uma fibra ótica multimodo.

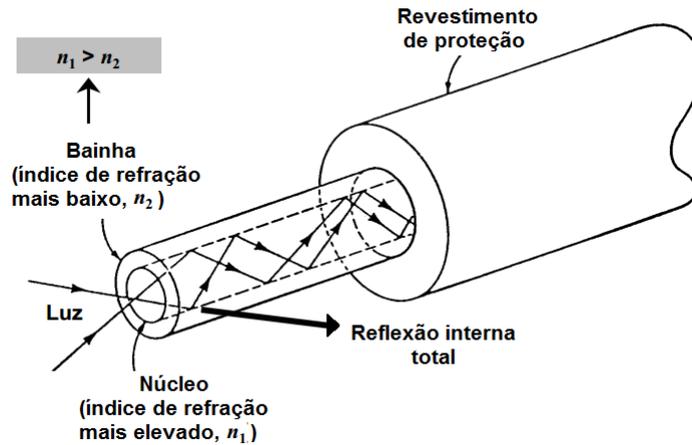


Figura 2.2: Estrutura de uma fibra ótica multimodo. Fonte: adaptado de [9].

O princípio básico de reflexão interna total, responsável por guiar a luz no interior de uma fibra ótica, é conhecido desde o século XIX. Esse princípio estabelece que quando uma onda incide na fronteira de separação do núcleo com a bainha com um certo ângulo θ , parte da onda pode regressar ao núcleo, formando uma onda refletida e outra parte pode ser transferida para a bainha, constituindo-se como uma onda refratada, figura 2.3 (a). Como o núcleo possui um índice de refração de valor superior ao da bainha, existe um ângulo de incidência, em relação à normal da interface entre os materiais, a partir do qual a onda (energia) se reflete na totalidade para o núcleo, figura 2.3 (c). Esse ângulo é conhecido como ângulo crítico ou $\theta_{crítico}$.

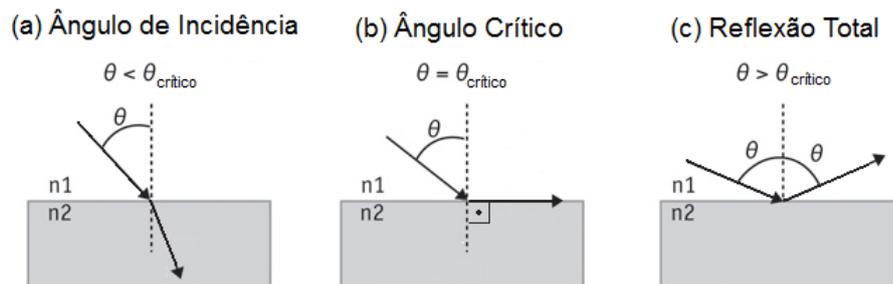


Figura 2.3: Em (a), o ângulo de incidência θ é menor que o ângulo crítico $\theta_{crítico}$ e o feixe é refratado. Em (b), $\theta = \theta_{crítico}$ e o feixe é refletido com um ângulo de 90° em relação à normal. Em (c), $\theta > \theta_{crítico}$ e o feixe é refletido totalmente. Fonte: adaptado de [4].

Assim, ao fazer um feixe de luz incidir no núcleo de uma fibra ótica, deve-se garantir que o ângulo de incidência em relação à normal da interface entre o núcleo e a bainha seja sempre maior que o ângulo crítico. Em fibras monomodo, com núcleo aproximadamente cinco vezes mais estreito que as fibras multimodo, o feixe de luz propaga-se quase que paralelamente à interface entre os materiais, isso faz com que as perdas de energia sejam muito menores que as observadas em fibras multimodo.

Conseqüentemente, a distância de propagação sem regeneração do sinal nessas fibras é muito maior. Observe na figura 2.4 a representação da propagação de sinais óticos em fibras multi e monomodo:



Figura 2.4: Propagação de sinais óticos em uma fibra multimodo em (a) e em uma fibra monomodo em (b). Fonte: adaptado de [41].

As fibras vêm sendo produzidas desde a década de 20, porém, somente na década de 50 ocorreu uma sensível melhora das suas características causada pela produção de fibras com várias camadas concêntricas [2]. Desde então, a tecnologia da produção das fibras óticas desenvolveu-se rapidamente, passando a ser utilizada em sistemas de comunicação de longa distância.

Inicialmente, as fibras apresentavam perdas óticas da ordem dos 1000 dB/km, o que restringia fortemente a sua aplicação em comunicação ótica. Entretanto, a situação mudou radicalmente na década de 70, com o aparecimento de fibras de sílica com perdas da ordem dos 20 dB/km. O desenvolvimento na área foi tão intenso que atualmente são produzidas fibras com perdas da ordem dos 0,35 dB/km e 0,2 dB/km na região, respectivamente, dos 1300 nm e 1550 nm [42].

O surgimento de fibras com perdas tão baixas em conjunto com o surgimento das fibras monomodo, que eliminaram o problema da dispersão intermodal, revolucionaram o campo das comunicações.

Em 1973 foi sugerido que as fibras óticas poderiam suportar pulsos do tipo sóliton como consequência do balanço entre os efeitos lineares e não-lineares [23]. Esta hipótese foi verificada experimentalmente, no início da década de 80, e deu início ao estudo e desenvolvimento de sistemas de comunicação óticos baseados em sólitons [38].

Os avanços realizados na produção das fibras e na amplificação dos sinais óticos, como o desenvolvimento do EDFA, reduziram a importância da atenuação no desempenho dos sistemas. Dessa forma, a dispersão e os efeitos não-lineares tornaram-se os dois principais fatores limitantes do aumento da capacidade dos sistemas. Nesse contexto, com o objetivo de condicionar a dispersão e os efeitos não-lineares, várias configurações têm sido tentadas na produção das fibras óticas, como por exemplo a inclusão de pedaços de fibras com dispersão negativa (DCF - *Dispersion Compensation Fiber*) no enlace [8]. No entanto, estas soluções estão limitadas devido à enorme quantidade de fibras comuns já instaladas, que certamente não poderá ser inteiramente substituída, devido ao alto custo envolvido.

As vantagens da transmissão de dados através da fibra ótica são inúmeras, tais como: o baixo fator de atenuação; largura de banda; pequenas perdas de potência por quilômetro; baixos custos de produção e de armazenamento, devido ao seu formato leve, flexível e pouco volumoso; elevada resistência elétrica, o que as torna um meio altamente isolante, impedindo interferências eletromagnéticas externas e garantindo melhor qualidade de transmissão, com segurança e sigilo, entre muitas outras vantagens. Além de todas essas qualidades, devemos lembrar que a fibra ótica é produzida a partir da sílica (SiO_2), extraída do quartzo cristalino, que possui grandes reservas, sendo que uma das mais importantes está localizada no Brasil [43].

Outro fato que merece atenção é o desenvolvimento das fibras óticas de plástico. Desde a década de 90 estas fibras já encontram-se à disposição para comercialização e constituem uma alternativa bastante barata às fibras de sílica. Essas fibras, que possuem núcleo de diâmetro cerca de cem vezes maior que as fibras de sílica, são de fácil instalação e alta imunidade às interferências eletromagnéticas, e estão sendo utilizadas, a princípio, para enlaces de curtas distâncias (até 100 metros), em redes domésticas, industriais e em automóveis, podendo chegar a transmissões da ordem dos Gbit/s [13].

2.2 FATORES LIMITANTES DA TRANSMISSÃO

Todas as fibras são dissipativas e atualmente a dissipação média é da ordem de 0,2 dB/km, um número consideravelmente pequeno. Diminuir ainda mais este valor tem sido um desafio. Até o presente momento, o melhor resultado foi obtido em 2002 com fibras de núcleo de pura sílica em que a dissipação observada foi de 0,1484 db/km [39]. Porém, a utilização de fibras com características especiais, tais como as de pura sílica, está limitada por dois fatores: o primeiro é o custo elevado desses materiais e o segundo, e já citado, é a existência de milhares de quilômetros de fibra normal já instalada, sobre as quais as operadoras de telecomunicações podem operar as suas redes, não sendo economicamente viável substituir as fibras óticas existentes [42].

Desse modo, vários estudos têm sido realizados a fim de melhorar o sinal ótico nas fibras já existentes. Para isso é necessário minimizar os vários efeitos físicos responsáveis pela degradação desses sinais. Nesta parte do trabalho elencamos os efeitos (fenômenos) que limitam a propagação de pulsos em fibras óticas, separando-os em efeitos lineares, como a atenuação, a dispersão e a dispersão dos modos de polarização (birrefringência), e em efeitos não-lineares, como auto modulação de fase, modulação de fase cruzada, mistura de quatro ondas e espalhamento estimulado de Raman e de Brillouin.

2.2.1 Propriedades Lineares

2.2.1.1 Atenuação

A atenuação representa a perda de energia do sinal ótico durante a propagação. Se P_0 é a potência de entrada de um sinal ótico em uma fibra de comprimento L , a potência de saída P_T deste sinal será dada por:

$$P_T = P_0 \exp(-\mu L), \quad (2.1)$$

onde μ é a constante de atenuação, dada em dB/km [2].

A atenuação depende fortemente do comprimento de onda do sinal ótico. A figura 2.5 mostra a atenuação em uma fibra monomodo em função do comprimento de onda. Observe que a perda é mínima em torno dos $1,55 \mu\text{m}$, o que torna esta janela uma das mais atrativas para as comunicações óticas.

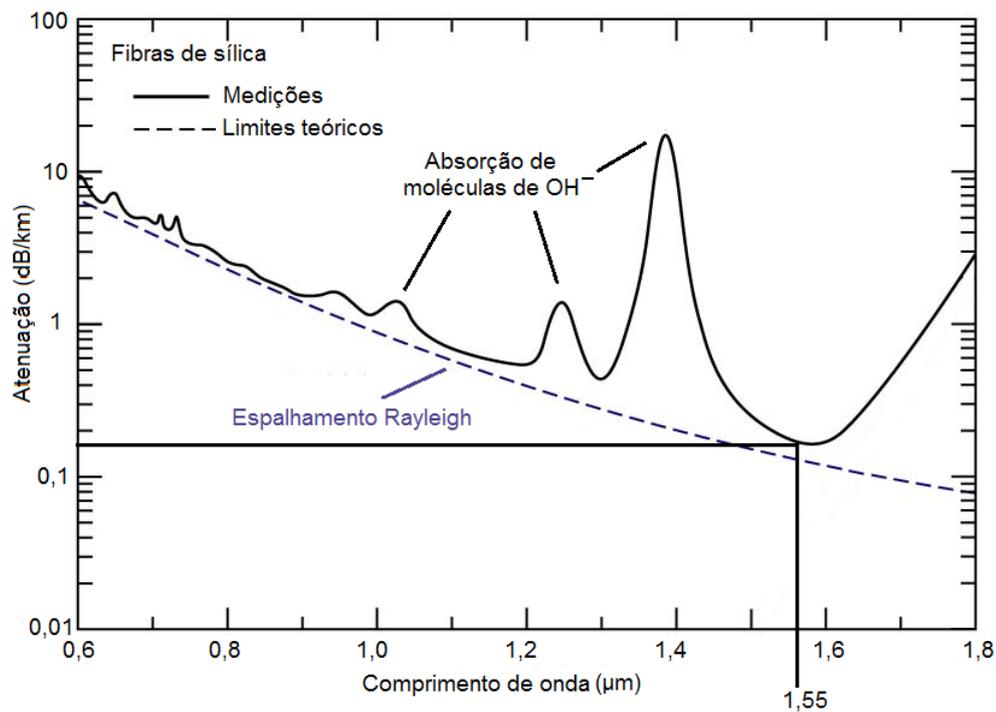


Figura 2.5: Medida da atenuação em relação ao comprimento de onda em uma fibra monomodo. Fonte: adaptado de [9].

A atenuação pode ser causada por diversos mecanismos, sendo constituída principalmente pela absorção material, pelo espalhamento Rayleigh e por deformações na fibra ótica.

Como nenhum material é perfeitamente transparente, sempre ocorre a absorção parcial de luz quando esta atravessa o material. No caso da fibra ótica, diversas impurezas podem fazer com que parte do sinal que está se propagando seja absorvido.

A principal destas impurezas são os íons de OH^- , moléculas incorporadas ao núcleo da fibra através de uma reação química durante o processo de fabricação. Essas moléculas são aquecidas pelas microondas fazendo com que parte da energia se dissipe em forma de calor. Na figura 2.5 pode-se observar os picos de atenuação causados pela absorção das moléculas de OH^- .

As perdas por espalhamento Rayleigh são devidas às variações microscópicas da densidade e da composição do material causadas por não homogeneidades oriundas do processo de fabricação. Estas variações originam flutuações locais no índice de refração da fibra. Quando a onda luminosa se propaga por este meio ocorrem colisões elásticas entre a onda e as moléculas de sílica resultando no espalhamento da luz. A figura 2.6 ilustra esse fenômeno.

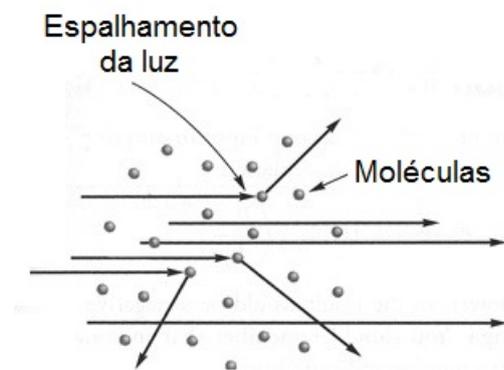


Figura 2.6: Efeito Rayleigh de espalhamento da onda luminosa. Fonte: [24].

O aperfeiçoamento dos processos de produção da fibra tem controlado as irregularidades decorrentes da composição do material, porém, as variações da densidade do material são intrínsecas e não podem ser evitadas. Portanto, mesmo que fosse fabricada uma fibra ótica de material altamente puro a perda por espalhamento continuaria ocorrendo. Assim, as perdas por espalhamento Rayleigh representam o limite teórico mínimo para a atenuação na fibra ótica [43]. Este limite está representado na figura 2.5 como uma linha pontilhada.

Uma fibra ótica real instalada possui algumas deformações como curvaturas e variações no diâmetro do núcleo, essas deformações podem ocasionar perdas na energia do sinal. Quando a onda luminosa na fibra ótica encontra curvas, sejam macroscópicas ou microscópicas, como vemos na figura 2.7, alguns raios de luz podem formar um ângulo inferior ao ângulo crítico e saírem da fibra, causando perda de potência.

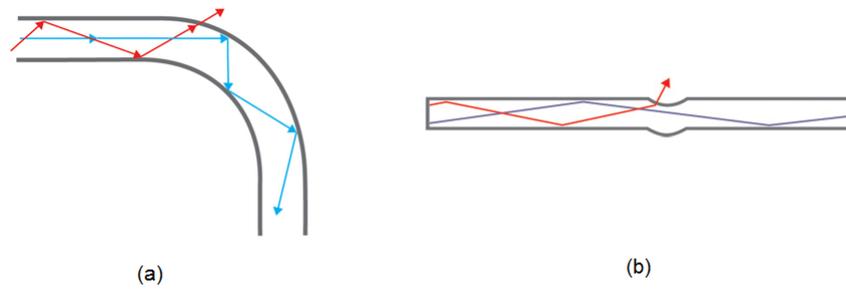


Figura 2.7: Curva macroscópica em (a) e curva microscópica em (b). Fonte: adaptado de [41].

Essas perdas de potência, designadas como perdas de cabo, são geralmente quantificadas conjuntamente com as perdas devidas ao uso de conectores e ligações na fibra (da ordem de 1 dB), e são fortemente dependentes da instalação e configuração do cabeamento do sistema de comunicação [42].

2.2.1.2 Dispersão Cromática

O fenômeno de dispersão da luz causa a separação de um feixe luminoso em várias componentes espectrais com diferentes frequências (e diferentes comprimentos de onda). Quando a luz se propaga através de meios cujo índice de refração é diferente, as ondas de diferentes frequências tomam diferentes ângulos de refração e adquirem diferentes velocidades de propagação, o que faz com que o feixe se decomponha em suas várias frequências. Esse fenômeno pode ser observado com o auxílio de um prisma de vidro, como na figura 2.8, em que um feixe de luz branca está sendo decomposto em componentes espectrais com diferentes comprimentos de onda, variando do vermelho (maior comprimento de onda) ao violeta (menor comprimento de onda).

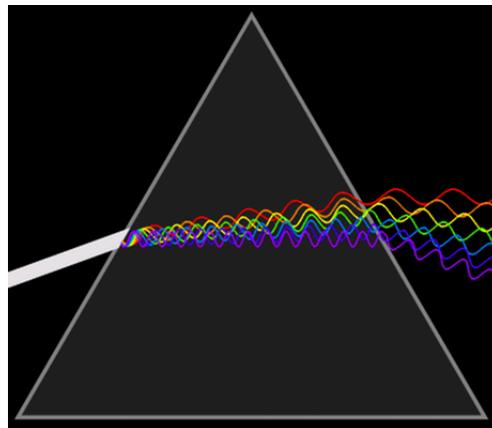


Figura 2.8: Feixe de luz policromático sendo decomposto em componentes espectrais. Fonte: adaptado de [4].

No caso das fibras monomodo, a dispersão se deve à dispersão intramodal, fenômeno também conhecido como dispersão da velocidade de grupo (GVD – *Group Velocity Dispersion*), que ocorre devido à largura espectral (intervalo de variação dos comprimentos de onda que compõem o espectro) da fonte ótica. Dessa forma, o efeito da distorção do sinal aumenta com a largura espectral da fonte. Assim, um determinado pulso ótico, sujeito a uma dispersão positiva, verá os seus comprimentos de onda mais longos viajarem mais lentamente que os comprimentos de onda mais curtos, como representado na figura 2.8, o que causa o alargamento do sinal. Por outro lado, um pulso sujeito à dispersão negativa verá a situação contrária [35].

No caso da dispersão positiva, quando as componentes espectrais são detectadas pelo receptor há uma diferença entre o tempo em que o componente espectral mais rápido e o mais lento são detectados. Isso faz com que o pulso recebido tenha uma duração maior do que o transmitido. Observe no esquema da figura 2.9 que a largura do pulso final é maior do que a largura do pulso inicial. Se o alargamento desse pulso for excessivo, pode ocorrer interferência intersimbólica no receptor. Esse efeito tem como consequência a detecção errônea de bits, por exemplo, um "0" pode ser interpretado como um "1".

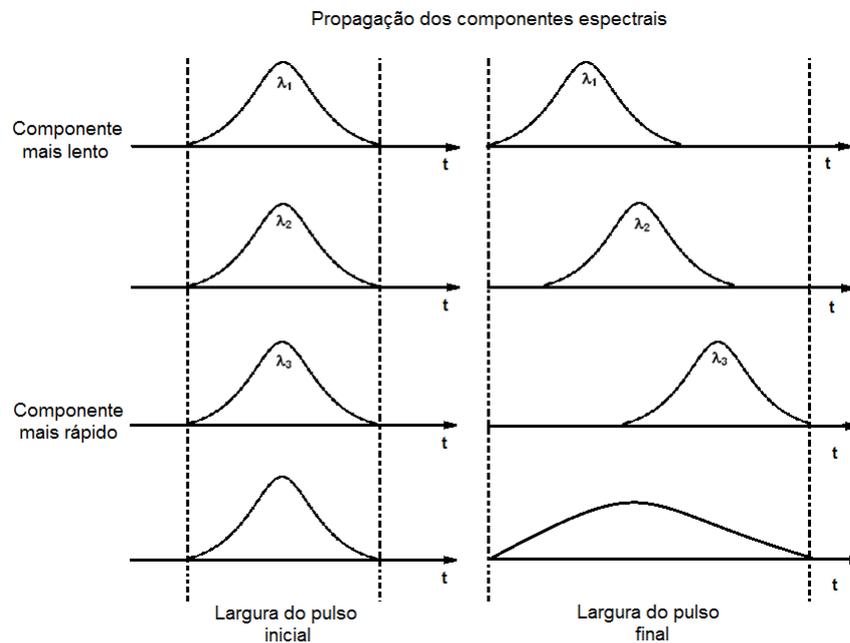


Figura 2.9: Componentes espectrais λ_1 , λ_2 e λ_3 se propagando em velocidades diferentes e causando o alargamento (dispersão) do pulso ótico. Fonte: elaborado pela autora.

Com o objetivo de compensar os efeitos da dispersão surgiram várias técnicas que podem ser divididas em: compensação no emissor, compensação no receptor ou compensação no meio de transmissão.

As técnicas de compensação no emissor baseiam-se na manipulação da largura espectral da fonte, de forma que as componentes espectrais de maior comprimento

de onda, que são mais lentas, sejam transmitidas antes das componentes de menor comprimento de onda, mais rápidas. Esta técnica é chamada de *pré-chirping*. Com ela é possível aumentar em até três vezes a distância máxima de propagação do sinal sem regeneração [35].

Já as técnicas de compensação no receptor utilizam filtros equalizadores que operam no domínio elétrico após a detecção do sinal.

Enfim, as técnicas de compensação da dispersão no meio de transmissão baseiam-se na instalação de fibras compensadoras de dispersão ao longo do enlace. A DCF é uma fibra especial com um parâmetro de dispersão negativo elevado na janela dos $1,55 \mu\text{m}$. Estas fibras podem ser adicionadas no fim da ligação, de modo a compensar toda a dispersão acumulada, ou podem ser colocadas entre seções de amplificação para compensar a dispersão de cada seção [8].

Embora o sinal ótico seja perdido na dispersão limite, distância máxima que é possível atingir sem regeneração, a presença de um certo nível de dispersão é importante para compensar os efeitos não-lineares.

2.2.1.3 Dispersão dos Modos de Polarização - Birrefringência

Considere dois eixos ortogonais por onde propaga-se um sinal ótico linearmente polarizado, constituído de dois modos, como representado na figura 2.10. Em condições ideais, esses modos propagariam-se de forma igual, mantendo a polarização ao longo da fibra ótica. Porém, em fibras monomodo reais a luz não mantém a polarização, o que se deve às imperfeições internas da fibra, como irregularidades na geometria do núcleo e pequenos desvios à sua simetria cilíndrica, ou de características externas à fibra, como tensões aplicadas na fibra ao longo do seu comprimento, torções e curvaturas. Essas características provocam variações no índice de refração do meio. Estas variações causam o efeito da birrefringência [42].

A birrefringência faz com que cada modo de polarização se propague com velocidades diferentes. A diferença entre os tempos de propagação dos dois modos, representada na figura por $\Delta\tau$, resultará no alargamento do impulso. Este fenômeno é chamado de PMD (*Polarisation Mode Dispersion*) [35]. A PMD, assim como a dispersão cromática, pode causar a interpretação errônea de bits alargados.

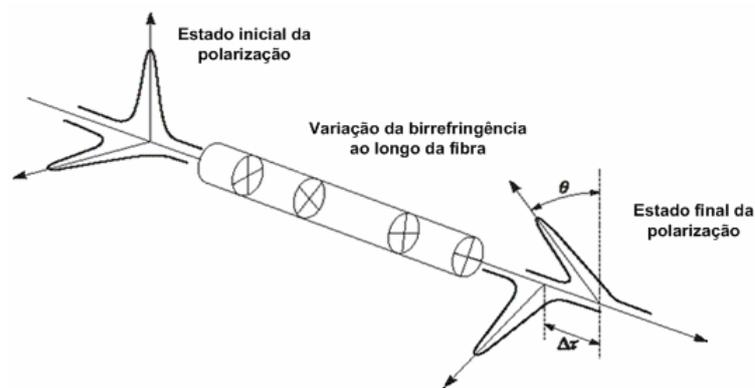


Figura 2.10: Dispersão dos modos de polarização de um pulso óptico que se propaga numa fibra com birrefringência. Fonte: [35].

Um estudo a respeito da propagação de sólitons em meios birrefringentes pode ser vista em [25].

2.2.2 Propriedades Não-Lineares

2.2.2.1 Auto Modulação de Fase

O campo eletromagnético estabelecido pela propagação de um sinal óptico em uma fibra faz com que esta sofra pequenas alterações no seu índice de refração. Este fenômeno, chamado de efeito Kerr, ocorre em função da interação entre o campo eletromagnético do pulso e as moléculas que constituem a fibra. Estas variações dependem da intensidade do pulso injetado na fibra, logo, o índice de refração sofre diferentes variações nos diferentes pontos do pulso, o que faz com que o campo elétrico propagado adquira um desvio de fase não-linear que pode contribuir tanto para a compensação da dispersão quanto para a degradação do sinal [35]. Este fenômeno, que está representado na figura 2.11, é chamado SPM (*Self Phase Modulation*) e produz uma variação da frequência instantânea (*chirp*) ao longo dos pulsos.

Como as flutuações da fase dependem da intensidade (potência) do sinal, diferentes partes do pulso serão sujeitas a diferentes desvios de fase, o que faz com que, no regime de dispersão normal, a parte da frente do pulso se propague mais rapidamente que a parte de trás, causando o alargamento dos pulsos.

Já no regime de dispersão anômalo é a parte de trás do pulso que se propaga mais rapidamente, originando uma compressão do pulso óptico. Como veremos, nesse regime é possível atingir uma situação de equilíbrio, em que o pulso propaga-se mantendo inalterada a sua forma. Esta situação é atingida com pulsos da forma secante hiperbólica, para um dado nível de potência de pico. A estes pulsos dá-se o nome de sólitons [42].

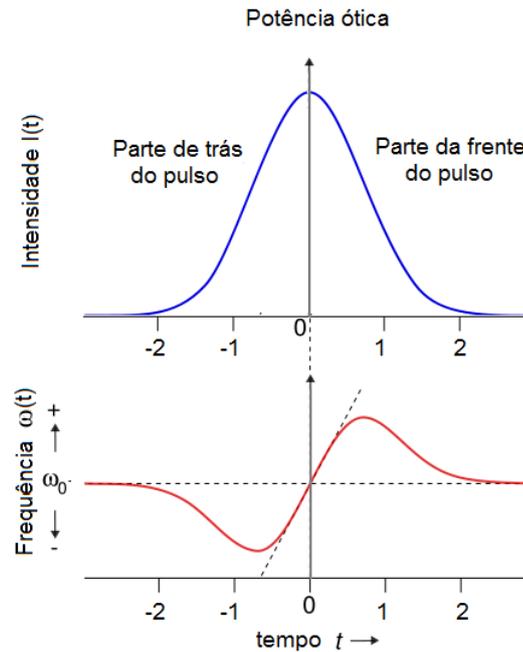


Figura 2.11: Auto Modulação de Fase. Fonte: adaptado de [35]

2.2.2.2 Modulação de Fase Cruzada

A modulação de fase cruzada é uma variação de fase não-linear, sofrida por um dado campo ótico, provocada pela presença de outros campos que se propagam na mesma fibra, em diferentes comprimentos de onda ou polarizados ortogonalmente. Ela ocorre porque o índice de refração efetivo depende não só da intensidade do próprio campo, mas também da intensidade dos demais campos que estão se propagando no mesmo meio.

Esse fenômeno, chamado de CPM (*Cross Phase Modulation*), provoca o alargamento do espectro e pode ocorrer entre canais com diferentes comprimentos de onda ou entre canais ortogonalmente polarizados. É mais evidente em sistemas de comunicação óticos muito longos, como é o caso dos intercontinentais e submarinos [42].

2.2.2.3 Mistura de Quatro Ondas

A mistura de quatro ondas ou FWM (*Four Wave Mixing*) ocorre quando se transmitem, numa mesma fibra, canais óticos espacialmente próximos da região do comprimento de onda de dispersão nula. A troca de energia entre três frequências (ν_i, ν_j, ν_k) possibilita a geração de novas frequências dadas por $\nu_{ijk} = \nu_i + \nu_j - \nu_k$, com $i, j \neq k$, considerando-se todas as diferentes combinações de frequências. Esta situação está esquematizada na figura 2.12:

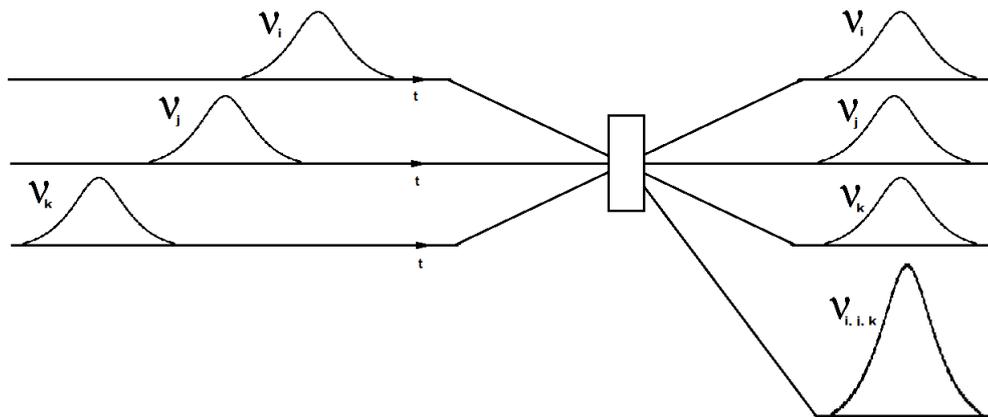


Figura 2.12: Mistura de quatro ondas.

Quando a nova frequência gerada ν_{ijk} ocorre dentro da janela de transmissão das frequências originais pode provocar o fenômeno da diafonia ou *crosstalk*, uma degradação da transmissão causada pela interferência indesejada entre canais.

Muitos estudos a respeito da mistura de quatro ondas têm sido realizados pois este processo é muito eficiente para gerar novas frequências, mas também, em consequência disso, constitui-se como uma séria condicionante na implementação de sistemas WDM, já que algumas destas novas frequências podem se sobrepor aos sinais já existentes, originando perdas de desempenho em alguns dos canais óticos. [2]

2.2.2.4 Espalhamento Estimulado de Brillouin e de Raman

Os efeitos não-lineares vistos até agora são chamados de elásticos, pois não há transferência de energia para o meio dielétrico. Nesta seção veremos outra categoria de efeitos não-lineares, os inelásticos, aqueles em que o campo ótico transfere parte da sua energia para o meio dielétrico. Essa transferência de energia ocorre na fibra ótica através da excitação dos meios vibracionais da sílica.

O espalhamento estimulado de Brillouin (SBS - *Stimulated Brillouin Scattering*) e o espalhamento estimulado de Raman (SRS - *Stimulated Raman Scattering*) são os principais exemplos de efeitos não-lineares inelásticos. Esses fenômenos, por exigirem um alto valor da intensidade ótica, só ocorrem quando a potência injetada no núcleo da fibra ultrapassa um certo limite e são observados quase que exclusivamente em enlaces de fibras monomodo de grandes comprimentos [43].

Em ambos os casos, um fóton do campo incidente é absorvido para dar origem a outro fóton, com menor energia (menor frequência), chamada de frequência de Stokes, e um fônon de modo a assegurar a conservação de energia e do momento. No caso da SBS, o campo eletromagnético origina flutuações na densidade do material dielétrico, através da criação de um campo acústico. Este processo se dá através da absorção de um

fóton ótico pelo meio com a criação de um fônon acústico e de outro fóton, que se propaga na direção oposta ao campo incidente.

A SBS limita a máxima potência que é possível transmitir através de uma fibra ótica, pois, quando esta ocorre, uma parte significativa da potência transmitida é convertida na radiação de Stokes e passa a se propagar no sentido oposto, gerando um sinal no receptor com potência inferior a que existiria na ausência da SBS. O campo de Stokes constitui uma realimentação externa para o laser emissor, o que pode perturbar o seu funcionamento [42].

A SRS ocorre de forma semelhante à SBS, porém, a função do fônon acústico é desempenhada por um fônon ótico. Assim como o SBS, o processo de SRS tem origem na interação entre o campo incidente e vibrações ao nível molecular da sílica. O campo incidente sofre um processo de espalhamento e é parcialmente desviado para uma frequência inferior. Porém, neste caso, o efeito pode ocorrer tanto no sentido da propagação do sinal quanto no sentido oposto.

O efeito acumulado da SRS pode provocar uma transferência de energia dentro do pulso dos menores comprimentos de onda para os maiores. Assim, em sistemas WDM, é possível que os canais de maior comprimento de onda sejam amplificados às custas dos de menor comprimento de onda, degradando o desempenho do sistema.

3 SÓLITONS ÓTICOS EM GUIAS DIELÉTRICOS

Neste capítulo revisamos a trajetória das pesquisas sobre sólitons desde a sua primeira observação até os dias de hoje. Em seguida, revisamos a modelagem de um sistema de equações diferenciais parciais complexas não-lineares que descreve a propagação de sólitons em fibras dielétricas do tipo $\chi^{(2)}$. Finalmente, analisamos as condições de existência da onda sóliton e as propriedades físicas da fibra ótica para que estes pulsos se propaguem.

3.1 PERSPECTIVA HISTÓRICA

Os sólitons são pulsos óticos cuja envoltória do campo elétrico tem a forma de secante hiperbólica com alguns miliwatts de potência de pico, capazes de se propagarem num meio não-linear e dispersivo, como uma fibra ótica, mantendo inalterada a sua forma. O princípio da propagação dos sólitons em fibras óticas fundamenta-se no perfeito equilíbrio entre a GVD e o efeito Kerr.

Historicamente, a primeira observação documentada de um sóliton foi feita pelo engenheiro escocês John Scott Russel, em 1834. Ele observava um barco sendo puxado por dois cavalos em um canal quando o barco parou repentinamente e deslocou uma massa de água formando uma grande onda solitária de forma arredondada bem definida que, conforme Russel pôde constatar ao seguir a onda à cavalo, se propagou até o fim do canal com velocidade praticamente constante sem alteração significativa na sua forma.

Após esta observação, Russel realizou vários experimentos em laboratório que possibilitaram a determinação de algumas propriedades das ondas solitárias tais como: o aspecto de um sino (gaussiano), com forma e velocidade permanentes; e a sua velocidade v de propagação que é dada por:

$$v^2 = g(h + a), \quad (3.1)$$

onde a é a amplitude da onda, h é a profundidade do canal não-perturbado e g a aceleração da gravidade.

Alguns anos depois, esta equação foi obtida teoricamente por Joseph Boussinesq em 1871, John William Strutt (Lord Rayleigh) em 1876 e Diederik Johannes Korteweg e Gustav de Vries em 1895 [28]. Korteweg e de Vries mostraram que, considerando uma onda propagando-se num canal cujo meio é um fluido incompressível e sem viscosidade, a forma da envoltória dessa onda é dada por

$$z(x, t) = a \operatorname{sech}^2[\beta(x - vt)]. \quad (3.2)$$

Outra propriedade interessante observada em laboratório por Russel é a capacidade de, após uma colisão, as ondas solitárias preservarem suas formas, apenas sofrendo um deslocamento de fase, o que sugere a ação de efeitos não-lineares. Com os trabalhos de Enrico Fermi, John Pasta e Stanislaw Ulam sobre a propagação de fônons em uma rede não-linear, em 1955, esta questão foi melhor compreendida [16].

Em 1965, Norman Zabusky e Martin David Kruskal, observando a persistência destas ondas em recuperarem suas formas iniciais, o que é uma característica do tipo partícula destas ondas, capazes de guardarem sua identidade em uma colisão, sugeriram o nome de sólitons para as ondas solitárias [48]. Desde então, a teoria de sólitons tem sido utilizada em várias áreas como física de plasma, física do estado sólido, física das partículas elementares, tecnologia de comunicação e em meteorologia [2].

Na década de 80 foram realizados os primeiros estudos experimentais sobre a propagação de sólitons em sistemas óticos. Em 1984, Hasegawa propôs a utilização de sólitons em comunicações de longa distância, sistemas transoceânicos, por exemplo, sem a necessidade de estações repetidoras [21].

Porém, foi somente em 1988 que ocorreram resultados significativos sobre a transmissão de sólitons em fibras óticas. Neste ano, Linn Mollenauer realizou a transmissão de informação por cerca de 4 mil quilômetros, usando o efeito Raman para compensar possíveis perdas de energia na fibra [38].

Na década seguinte ocorreram grandes desenvolvimentos tecnológicos para a propagação de sólitons em fibras óticas. Em 1996, um grupo de cientistas liderados por Smith mostrou que um sóliton podia se propagar numa fibra com variação periódica de dispersão, mesmo que a dispersão média fosse praticamente nula, desse modo, surgiu uma nova ideia para sistemas com sólitons: os sistemas com dispersão gerida [44]. Outras experiências foram realizadas em sistemas mono-canal e WDM [18], visando alcançar a capacidade de transmissão de 1 Tb/s [32]. Já em 2000, a Algety Telecom, instalada em Lannion, na França, começou a desenvolver equipamentos de telecomunicações submarinos baseados na transmissão de sólitons óticos.

No contexto da comunicação ótica via sólitons, os experimentos realizados no final dos anos noventa geraram resultados extremamente animadores. Entretanto, esses resultados promissores não foram traduzidos para implantações de sistemas solitônicos comerciais reais, terrestres ou submarinos, principalmente devido ao efeito *jitter* Gordon-Haus (GH *jitter*) [40]. O GH *jitter* requer uma solução compensatória sofisticada e cara que torna a transmissão sóliton através de sistemas DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*) pouco atraente. Conseqüentemente, na última década, a transmissão sóliton à longa distância manteve-se como um objeto de pesquisa de laboratório. Por outro lado, várias soluções têm sido propostas para reduzir o efeito de oscilação, tais como amplificadores de fibra Raman [15], filtros de frequência deslizante [17], *tapering dispersion fiber spans* [20], *in-line synchronous modulation* [33], entre outras.

Como uma revisão de física básica da dinâmica de sólitons e aplicações futuristas desses em comunicação ótica citamos [7].

Dentre as soluções experimentais propostas para superar os problemas citados, destacamos duas alternativas. Uma delas foi desenvolvida em 2005 pelos cientistas alemães Martin Stratmann, Pagel, Fedor Mitschke do Instituto de Física da Universidade de Rostock, localizada no estado de Mecklemburgo-Pomerânia Ocidental, na Alemanha. Eles criaram moléculas de luz a partir dos sólitons que poderão permitir a criação de comunicação digital ternária, utilizando três estados, ao invés dos dois bits da comunicação binária. A molécula de luz é formada por três sólitons, um no estado escuro (*dark soliton*) e dois no estado brilhante (*bright soliton*). Isto dá à molécula a fórmula H-D-H, onde H representa sólitons brilhantes e D representa sólitons escuros. Os cientistas afirmam que a utilização das moléculas de sólitons poderá fazer com que a tecnologia das telecomunicações chegue a uma nova geração sem a necessidade de se fazer atualizações na infraestrutura já instalada [45]. Outra alternativa são os sólitons vetoriais obtidos teoricamente por Curtis Menyuk em 1987 [37]. Segundo Menyuk, esses sólitons podem ser espaciais ou temporais e são formados por dois componentes polarizados ortogonalmente em um único campo ótico. Em razão da interação não-linear entre as polarizações esses sólitons são capazes de ajustar a sua velocidade de grupo e de se propagarem juntos, até mesmo em meios birrefringentes [11]. Os sólitons vetoriais possuem uma ampla gama de aplicações, principalmente na geração de pulsos ultra-rápidos e tecnologia de controle de luz.

Nos últimos anos, observou-se um aumento no número de trabalhos publicados sobre as comunicações sólitons que visam superar os muitos problemas conhecidos e melhorar os métodos já propostos. Tais estudos teóricos e experimentais abordam temas relacionados com os novos processos de geração [34, 29], propagação [31, 46], e estabilização de sólitons em fibras óticas [5, 14, 10].

3.2 MODELO MATEMÁTICO

3.2.1 Dinâmica longitudinal de campos acoplados em dielétricos do tipo $\chi^{(2)}$

Consideramos as componentes longitudinais dos campos elétricos das ondas fundamental e segundo harmônico ondas planas, ou seja,

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= A_1(z, t) \exp[ik_1z - iw_0t] \\ E_2(z, t) &= A_2(z, t) \exp[ik_2z - 2iw_0t] \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que $A_1(z, t)$ e $A_2(z, t)$ são as amplitudes dos respectivos campos, w_0 é a frequência da onda fundamental e, $k_1 = k_1(w_0)$ e $k_2 = k_2(2w_0)$ são as relações de dispersão das ondas.

O campo elétrico longitudinal total no guia de ondas é dado por:

$$\vec{E}(z, t) = E_1(z, t)\hat{e}_1 + E_1^*(z, t)\hat{e}_1^* + E_2(z, t)\hat{e}_2 + E_2^*(z, t)\hat{e}_2^*, \quad (3.4)$$

em que \hat{e}_1 e \hat{e}_2 são as possíveis polarizações transversais dos modos fundamental e segundo harmônico, respectivamente.

Queremos estudar a propagação do campo elétrico dado na equação (3.3) em meios quadraticamente não-lineares. Em tais meios chamados dielétricos $\chi^{(2)}$, o vetor deslocamento elétrico $\vec{D}(z, t)$ contém contribuições lineares e quadráticas em $E(z, t)$, as quais, no caso geral, são não-locais no tempo, ou seja,

$$\begin{aligned} \vec{D}(z, t) &= \vec{E}(z, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t dt' \chi^{(1)}(t - t') \cdot \vec{E}(z, t) \\ &+ 4\pi \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^t dt'' \chi^{(2)}(t - t', t - t'') : \vec{E}(z, t) \vec{E}(z, t''). \end{aligned} \quad (3.5)$$

O primeiro termo do lado direito em (3.5) é a contribuição do vácuo, pois no vácuo temos que $\vec{D}(z, t) = \vec{E}(z, t)$. O segundo termo do lado direito é a contribuição da polarização linear do meio para o vetor deslocamento elétrico, $\vec{D}(z, t) = \vec{E}(z, t) + 4\pi \vec{P}(z, t)$, em que a quantidade $\chi^{(1)}$ é um tensor de segunda ordem e o símbolo \cdot representa um produto tensorial (escalar), a qual somamos sobre um índice repetido, ou seja,

$$\sum_{j=1}^2 [\chi_{i,j}^{(1)}(t - t') E_j(z, t')], \quad (3.6)$$

em que o índice $j = 1, 2$ são as possíveis polarizações dadas em (3.4). O terceiro termo do lado direito é a contribuição não-linear do material, e a quantidade $\chi^{(2)}$ é um tensor de terceira ordem e o símbolo $:$ também representa um produto tensorial, que agora devemos somar sobre dois índices repetidos

$$\sum_{j,k=1}^2 [\chi_{i,j,k}^{(2)}(t - t', t - t'') E_j(z, t') E_k(z, t'')]. \quad (3.7)$$

Das equações de Maxwell,

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.8)$$

que descrevem a propagação de feixes óticos em guias de onda, obtemos o sistema acoplado de EDPs não-lineares e complexas que descrevem a evolução longitudinal de duas ondas eletromagnéticas acopladas em um guia dielétrico, com não-linearidades quadráticas,

chamado de dielétrico do tipo $\chi^{(2)}$ [47]:

$$i \frac{\partial a_1}{\partial \xi} - \frac{r}{2} \frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2} + a_1^* a_2 \exp(-i\beta\xi) = 0 \quad (3.9)$$

$$i \frac{\partial a_2}{\partial \xi} - i\delta \frac{\partial a_2}{\partial s} - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 a_2}{\partial s^2} + a_1^2 \exp(i\beta\xi) = 0 .$$

Nessas equações $i = \sqrt{-1}$ representa a unidade imaginária, $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ são funções complexas que representam as amplitudes normalizadas dos campos elétricos das ondas fundamental e segundo harmônico, respectivamente, e $a_1^*(\xi, s)$ é o conjugado complexo. A variável independente s tem caráter de dimensão espacial, enquanto que a variável independente ξ tem caráter temporal. Os parâmetros reais α , β , δ e r estão relacionados com as propriedades dielétricas da fibra ótica e devem ser ajustados para que a existência destas soluções seja possível no guia dielétrico [19].

As equações (3.9) foram escritas na forma normalizada após as seguintes mudanças de variáveis:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{|k_1''|}{\tau^2} z & s &= \frac{t}{\tau} - \frac{k_1'}{\tau} z & \delta &= \frac{(k_1' - k_2')\tau}{|k_1''|} & \alpha &= \frac{k_2''}{|k_1''|} \\ \beta &= \frac{\Delta k \tau^2}{|k_1''|} & a_1 &= \frac{|K_1 K_2|^{1/2} \tau^2 A_1}{|k_1''|} & a_2 &= \frac{K_1 \tau^2 A_2}{|k_1''|} & r &= \text{sgn}(k_1'') \end{aligned} \quad (3.10)$$

em que $k_1'' \neq 0$ e τ é uma escala de tempo arbitrária, normalmente escolhida igual à duração sob a qual a amplitude do pacote de ondas varia e Δk , K_1 , K_2 , são definidos, respectivamente, como:

$$\Delta k = 2k_1(\omega_0) - k_2(\omega_0) \quad K_1 = \frac{\omega_0^2}{k_1(\omega_0)c^2} \hat{\epsilon}_1^{(2)} \quad K_2 = \frac{2\omega_0^2}{k_2(2\omega_0)c^2} \hat{\epsilon}_2^{(2)} \quad (3.11)$$

com $\hat{\epsilon}_1^{(2)} = 4\pi\hat{\chi}_1^{(2)}(2\omega_0, -\omega_0)$ e $\hat{\epsilon}_2^{(2)} = 4\pi\hat{\chi}_2^{(2)}(\omega_0, \omega_0)$.

Podemos inferir de (3.10) que as quantidades ξ , s , α , β , δ e r são adimensionais.

3.2.2 Equação Não-Linear de Schrödinger

A fim de resolver o sistema de equações (3.9), foram definidas novas variáveis $\hat{a}_1 = a_1/|\beta|^{1/2}$ e $\hat{a}_2 = a_2 \exp(-i\beta\xi)$ e verificou-se que o sistema de equações

(3.9) se reduz às equações:

$$i\frac{\partial\hat{a}_1}{\partial\xi} - \beta\frac{r}{2}\frac{\partial^2\hat{a}_1}{\partial s^2} + \hat{a}_1^*\hat{a}_2 = 0 \quad (3.12)$$

$$i\frac{\partial\hat{a}_2}{\partial\xi} - \beta\hat{a}_2 - i\delta\frac{\partial\hat{a}_2}{\partial s} - \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2\hat{a}_2}{\partial s^2} + \beta\hat{a}_1^2 = 0 .$$

Verifica-se que no limite $|\beta| \rightarrow \infty$, o sistema de EDPs (3.12) desacopla-se transformando-se na equação de Schrödinger Não-Linear (NLSE - *Non Linear Schrödinger Equation*) [19], ou seja,

$$\frac{r}{2}\frac{\partial^2\hat{a}_1}{\partial s^2} - b|\hat{a}_1|^2\hat{a}_1 = i\frac{\partial\hat{a}_1}{\partial\xi}, \quad (3.13)$$

onde $b = \text{sgn}(\beta) = \beta/|\beta|$.

Como o acoplamento das equações (3.12) é realizado pelos termos não-lineares, conclui-se que a intensidade da não-linearidade é inversamente proporcional à $|\beta|$, logo (3.12) pode ser vista como uma deformação da NLSE, onde $1/|\beta|$ mede esta deformação.

A NLSE possui soluções do tipo sóliton, o que sugere que tais soluções também possam resolver o sistema (3.9). Este é o objeto de estudo da próxima subsecção.

3.2.3 Solução Analítica

Vimos na subsecção anterior que as equações (3.12), em um certo limite, desacoplam-se na NLSE. Como a NLSE possui soluções do tipo sóliton, espera-se que estas soluções também satisfaçam o sistema de equações (3.12). Considerando o *ansatz* abaixo do tipo sóliton [47]

$$\hat{a}_1 = \Lambda_1 \text{sech}^2(\lambda s - \nu\xi) \exp(ik\xi + i\nu s) \quad (3.14)$$

$$\hat{a}_2 = \Lambda_2 \text{sech}^2(\lambda s - \nu\xi) \exp(2ik\xi + 2i\nu s) \quad (3.15)$$

onde Λ_1 , Λ_2 , ν , k e ν são parâmetros a serem ajustados a fim de que (3.14) seja solução do sistema (3.12). Substituindo-o no sistema (3.12), e voltando às variáveis a_1 e a_2 , obtemos:

$$\begin{aligned} a_1(\xi, s) = & \pm \frac{3}{2(\alpha - 2r)} \sqrt{\alpha r} \left(\frac{\delta^2}{2\alpha - r} + \beta \right) \\ & \times \text{sech}^2 \left[\pm \sqrt{\frac{1}{2(2r - \alpha)} \left(\frac{\delta^2}{2\alpha - r} + \beta \right)} \left(s - \frac{r\delta}{2\alpha - r} \xi \right) \right] \\ & \times \exp \left\{ i \left[\frac{r\delta^2(4r - 5\alpha)}{2(2\alpha - r)^2(2r - \alpha)} - \frac{r\beta}{2r - \alpha} \right] \xi - \frac{i\delta}{2\alpha - r} s \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}
a_2(\xi, s) = & \pm \frac{3r}{2(\alpha - 2r)} \left(\frac{\delta^2}{2\alpha - r} + \beta \right) \\
& \times \operatorname{sech}^2 \left[\pm \sqrt{\frac{1}{2(2r - \alpha)} \left(\frac{\delta^2}{2\alpha - r} + \beta \right)} \left(s - \frac{r\delta}{2\alpha - r} \xi \right) \right] \\
& \times \exp \left\{ 2i \left[\frac{r\delta^2(4r - 5\alpha)}{2(2\alpha - r)^2(2r - \alpha)} - \frac{r\beta}{2r - \alpha} + \frac{\beta}{2} \right] \xi - \frac{2i\delta}{2\alpha - r} s \right\}, \quad (3.17)
\end{aligned}$$

que são soluções particulares do tipo sóliton para o sistema de equações diferenciais (3.9).

Imediatamente observa-se que, comparando as soluções sóliton (3.16) e (3.17) com a solução de uma onda solitária genérica [19], ou seja,

$$\phi(z, t) = A \operatorname{sech}^2[c(z - vt - z_0)],$$

pode-se identificar o termo

$$\frac{r\delta}{2\alpha - r}$$

como a velocidade de propagação das ondas sólitons. Portanto, em (3.16) e (3.17), a variável s possui caráter espacial e a variável ξ caráter temporal.

Por outro lado, a existência das soluções (3.16) e (3.17) está condicionada ao fato do argumento da função secante hiperbólica ser real e à não-existência de singularidades. Esta análise será feita na próxima seção.

3.2.4 Condições de Existência da Onda Sóliton

Um estudo analítico sobre a estabilidade das ondas sólitons em guias do tipo $\chi^{(2)}$, em função dos valores dos parâmetros dielétricos α , β , δ e r , é realizado em [47]. Nas figuras 3.1 e 3.2 estão contidos os requisitos necessários para que a propagação das soluções sólitons dadas em (3.16) e (3.17) sejam possíveis no guia dielétrico. Em nosso estudo consideramos α , β e δ reais, de maneira que, a fim de evitar os pontos singulares da solução, imporemos condições sobre β e δ para os valores possíveis de α . Observe essas condições nas figuras 3.1 e 3.2 a seguir:

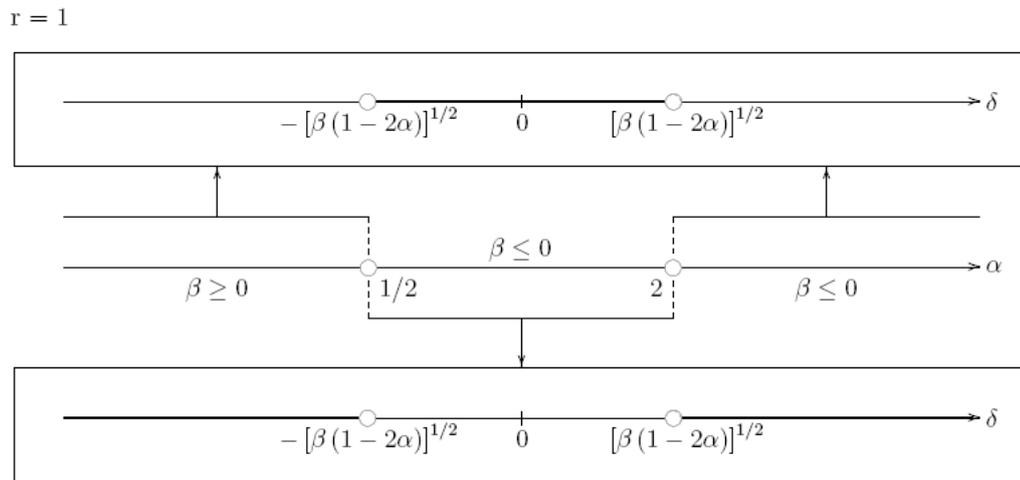


Figura 3.1: Condições sobre os parâmetros dielétricos α , β , δ da solução sóliton, quando $r = 1$. Fonte: [19].

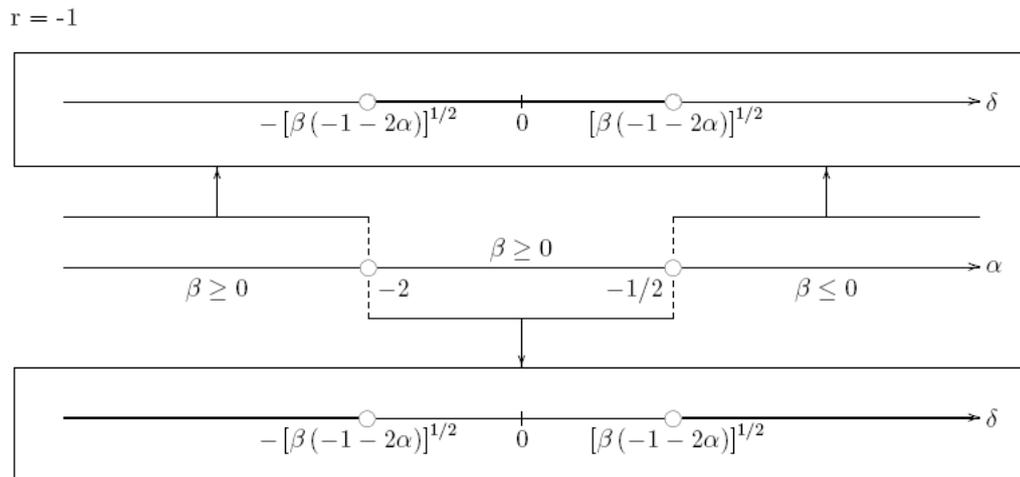


Figura 3.2: Condições sobre os parâmetros dielétricos α , β , δ da solução sóliton, quando $r = -1$. Fonte: [19].

O esquema representado nas figuras 3.1 e 3.2 fornece o conjunto de valores possíveis dos parâmetros r , α , β e δ a fim de que a solução sóliton exista. Neste trabalho consideramos apenas o regime anômalo de dispersão, portanto quando o parâmetro r assume o valor -1 . Observando a segunda linha da figura 3.2 podemos notar que, neste caso, o parâmetro α pode estar em três intervalos diferentes: $\alpha < -2$, $-2 < \alpha < -1/2$ e $\alpha > -1/2$. Cada um desses intervalos impõe condições sobre β , que pode ser positivo se $\alpha < -2$ ou $-2 < \alpha < -1/2$, ou negativo se $\alpha > -1/2$. Se $\alpha < -2$ ou $\alpha > -1/2$, δ deverá pertencer ao intervalo indicado em negrito na primeira linha da figura 3.2. Se $-2 < \alpha < -1/2$, δ deverá pertencer ao intervalo indicado em negrito na terceira linha da figura 3.2.

Assim, é possível escolher as características da onda a ser propagada na fibra ótica, selecionando materiais com as propriedades dielétricas α , β , δ e r apropriadas, desde que essas obedeçam as condições de existência da onda sólton.

3.3 PROPRIEDADES FÍSICAS DO GUIA DE ONDAS DO TIPO $\chi^{(2)}$

Nesta seção analisamos as características das ondas fundamental e segundo harmônico, dadas em (3.9), em função dos parâmetros dielétricos α , β , δ e r , respeitando as condições de existência da onda sólton.

O primeiro parâmetro a ser analisado é r . Esse parâmetro descreve o regime de dispersão. Como visto nas equações (3.10), r é uma função sinal, quando $r = 1$, as componentes do pacote de ondas que possuem frequência maior propagam-se com velocidade maior do que as componentes que possuem frequência menor, este regime de dispersão é chamado de normal. Quando $r = -1$ ocorre o contrário, e temos o regime de dispersão anômalo [19]. Neste trabalho, consideraremos apenas o regime de dispersão anômalo, $r = -1$, pois somente neste regime as fibras óticas podem suportar pulsos do tipo soliton através do equilíbrio entre a dispersão e os efeitos não-lineares [2].

O segundo parâmetro a ser estudado será β . Definido em (3.10), esse parâmetro é também responsável pelo acoplamento entre as duas ondas sólitons $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ que se propagam na fibra ótica. Como a não-linearidade é responsável pela geração do segundo harmônico, então β mede o balanço de energia entre as ondas fundamental e segundo harmônico. Vimos também na seção 3.2.2 que β é uma medida do inverso da intensidade da não-linearidade do material. Nas figuras 3.3 (a) e (b), fixando $\xi = 0$ e para os parâmetros dielétricos $r = -1, 0$, $\alpha = -0,25$ e $\delta = -0,25$, observamos o efeito da variação de β no primeiro e segundo harmônicos em função de s . Tomamos $\beta = -0,2$ na figura 3.3 (a) e $\beta = -1,0$ na figura 3.3 (b).

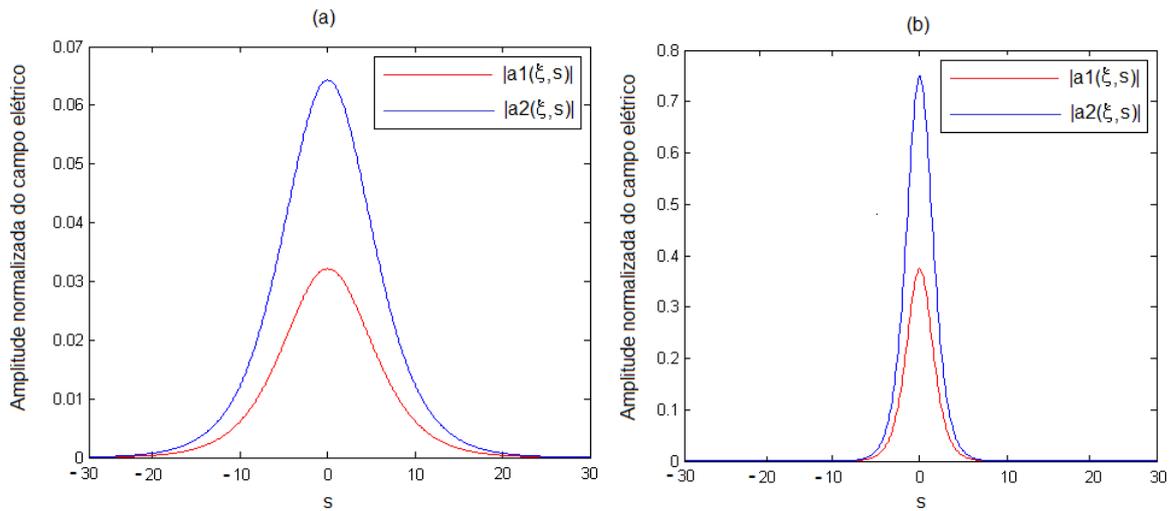


Figura 3.3: (a) Amplitudes normalizadas de $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ para $\beta = -0, 2$ e (b) $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ para $\beta = -1, 0$.

Note que quanto maior o valor absoluto de β , maior é a compressão (menor é a largura) das ondas fundamental e segundo harmônico e maiores são as intensidades (amplitudes) destas ondas. Por outro lado, observa-se que a razão entre as amplitudes das ondas fundamental e segundo harmônico independe da variação de β .

O próximo parâmetro a ser observado é α . Conforme (3.10), α é a medida da dispersão relativa entre as ondas fundamental e segundo harmônico [19]. Quando $\alpha > 1$, a onda do segundo harmônico possui dispersão maior que a onda fundamental e quando $\alpha < 1$ é a onda fundamental que tem dispersão maior. Nas figuras 3.4 (a) e (b), fixando $\xi = 0$ e para os parâmetros dielétricos $r = -1$, $\beta = -0, 5$ e $\delta = -0, 25$, observamos o efeito da variação de α no primeiro e segundo harmônicos em função de s . Tomamos $\alpha = -0, 2$ na figura 3.4 (a) e $\alpha = 2, 0$ na figura 3.4 (b).

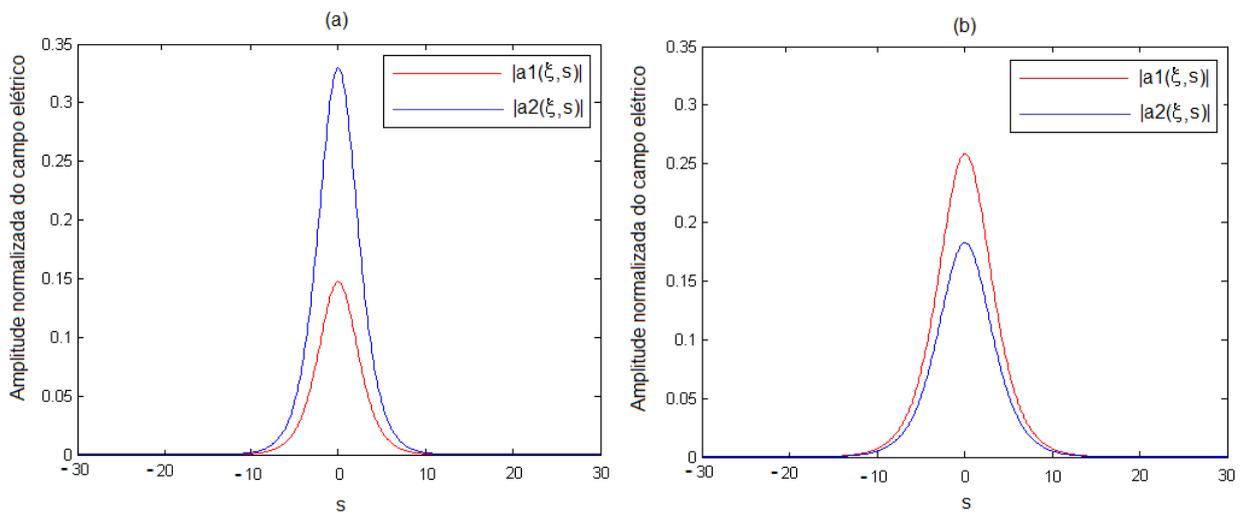


Figura 3.4: (a) Amplitudes normalizadas de $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ para $\alpha = -0, 2$ e (b) $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ para $\alpha = 2, 0$.

Ao contrário do parâmetro β , a variação do parâmetro α afeta a razão entre as amplitudes das ondas fundamental e segundo harmônico. Observa-se que quanto maior o valor de α , maior é a razão entre as amplitudes das ondas fundamental e segundo harmônico.

O último parâmetro a ser analisado será δ . Como foi definido em (3.10), este parâmetro mede a diferença das velocidades de grupo dos modos fundamental e segundo harmônico. Quando $\delta > 0$, a velocidade de grupo do primeiro harmônico é maior que a velocidade de grupo do segundo harmônico e para $\delta < 0$ ocorre o contrário. Nas figuras abaixo fixando para os parâmetros dielétricos $r = -1$, $\alpha = -0,25$ e $\beta = -0,5$, observamos o efeito da variação de δ no primeiro e segundo harmônicos em função de ξ e s . Tomamos $\delta = -0,25$ na figura 3.5 e $\delta = +0,25$ na figura 3.6.

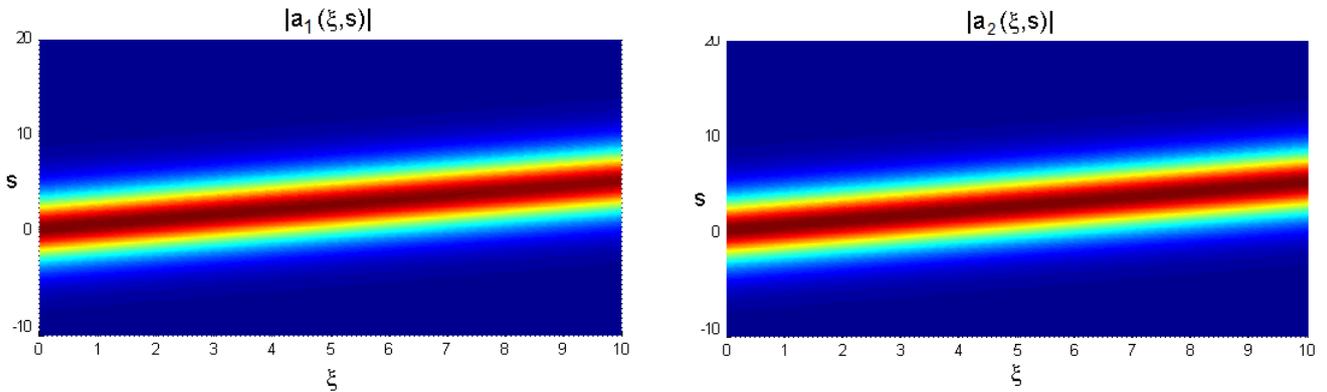


Figura 3.5: Vista superior das ondas sóliton para $\delta = -0,25$.

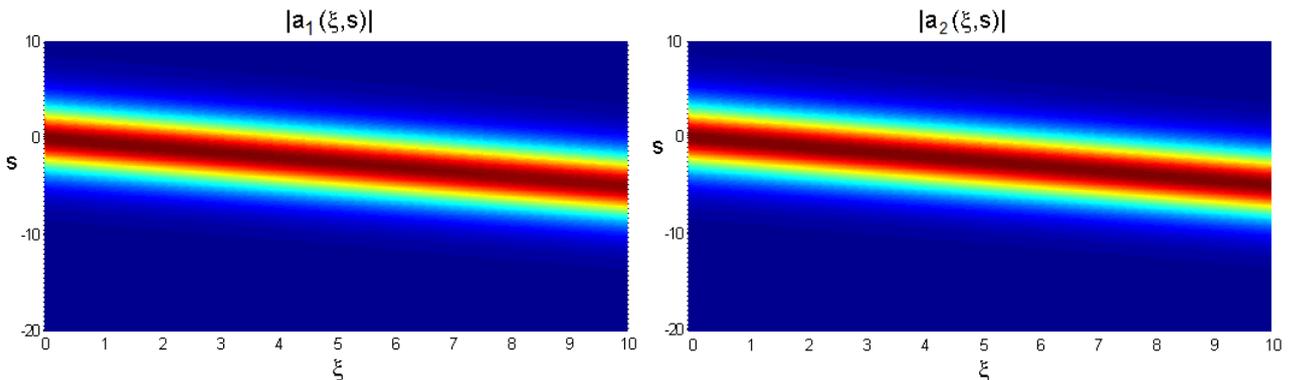


Figura 3.6: Vista superior das ondas sóliton para $\delta = +0,25$.

Para valores de δ negativos, os sólitons se propagam no sentido positivo de s , observe a figura 3.5, enquanto que para valores de δ positivos ocorre o contrário, como observamos na figura 3.6.

Quando $\delta = 0$ os sólitons não se propagam em s como pode ser observado na figura 3.7. Esta situação corresponde à configuração das ondas fundamental e segundo

harmônico propagando-se com a mesma velocidade de grupo, conforme definido em (3.10).

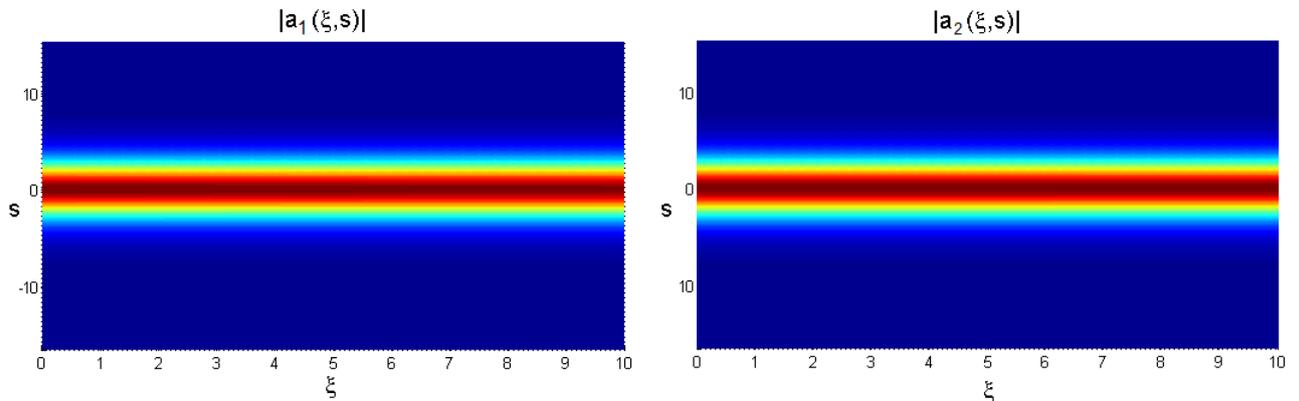


Figura 3.7: Onda sóliton para $\delta = 0$.

Percebemos que, escolhendo propriedades dielétricas adequadas, é possível também determinar características da onda sóliton que se propagará na fibra ótica, tais como velocidade, largura, amplitude, estabilidade, entre outras.

Uma descrição mais detalhada correlacionando α , β , δ e r com as propriedades físicas dielétricas da fibra ótica e com as propriedades dispersivas das ondas, pode ser obtida em [19].

4 MODELO NUMÉRICO

Neste capítulo, visando construir um modelo numérico capaz de resolver o sistema de equações (3.9) utilizamos um procedimento numérico desenvolvido por [12] que utiliza o método de diferenças finitas associado ao método de Gauss-Seidel. Em seguida, acrescentamos ao sistema de EDPs termos de dissipação e/ou ganho e adaptamos o procedimento numérico citado ao novo problema a fim de simulá-lo numericamente. Finalmente, através da amplificação óptica representada pelo termo associado ao ganho, foi possível compensar a atenuação do sinal ótico e obter a taxa de ganho necessária para triplicar a distância de propagação das ondas sóliton, sem a perda do sinal.

4.1 PROCESSO DE DISCRETIZAÇÃO PARA O SÓLITON IDEAL

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento da onda sóliton quando sujeita à dissipações e ganhos. Para isso, será necessária a inclusão de novos termos no sistema de equações (3.9), como consequência, o novo sistema de equações não possui solução analítica conhecida. As soluções numéricas obtidas para esse novo sistema de equações são conhecidas na literatura como quase-sólitons [22].

Visando descrever a propagação de ondas quase-sólitons em fibras óticas reais vamos utilizar um procedimento numérico desenvolvido em [12]. Neste contexto, o modelo de ondas tipo sóliton (3.9) é resolvido numericamente no domínio $\xi \times s = [0, T] \times [-L, L]$, onde $T, L \in \mathbb{R}$. Considerando as variáveis discretizadas na forma $a_1(\xi, s) \equiv a_{1,k+1,j}$ e $a_2(\xi, s) \equiv a_{2,k+1,j}$ para $k = 0, 1, \dots, k_{max}$ e $j = 1, 2, \dots, ni$, onde k_{max} é denominado o último avanço em ξ e ni o número máximo de pontos em s , o domínio fica definido por uma malha computacional discreta de $(k_{max} + 1) \times ni$ pontos, conforme a figura 4.1.

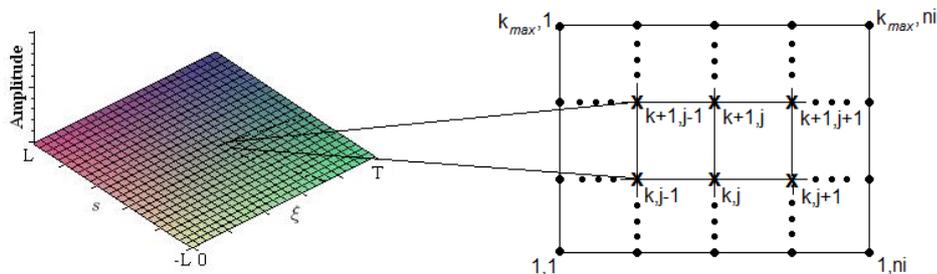


Figura 4.1: Domínio computacional para a propagação da onda sóliton.

Na malha apresentada na figura 4.1, aproximamos as derivadas temporais por diferenças finitas progressivas e as derivadas espaciais por diferenças finitas centrais

no ponto $(k + 1, j)$ da malha, ou seja,

$$\frac{\partial a_1}{\partial \xi}(\xi, s) \cong \frac{a_{1_{k+1,j}} - a_{1_{k,j}}}{\Delta \xi} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial \xi}(\xi, s) \cong \frac{a_{2_{k+1,j}} - a_{2_{k,j}}}{\Delta \xi} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial s}(\xi, s) \cong \frac{a_{2_{k+1,j+1}} - a_{2_{k+1,j-1}}}{2\Delta s} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2}(\xi, s) \cong \frac{a_{1_{k+1,j+1}} - 2a_{1_{k+1,j}} + a_{1_{k+1,j-1}}}{(\Delta s)^2} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial^2 a_2}{\partial s^2}(\xi, s) \cong \frac{a_{2_{k+1,j+1}} - 2a_{2_{k+1,j}} + a_{2_{k+1,j-1}}}{(\Delta s)^2}. \quad (4.5)$$

Nessas aproximações, $k + 1$ é o tempo atual, k é o tempo anterior, Δs é a quantidade discreta espacial e $\Delta \xi$ é a quantidade discreta temporal, de modo que $t_k = k\Delta \xi$. Substituindo as aproximações (4.1) - (4.5) no sistema de EDPs (3.9), obtemos as seguintes equações:

$$i \left[\frac{a_{1_{k+1,j}} - a_{1_{k,j}}}{\Delta \xi} \right] - \frac{r}{2} \left[\frac{a_{1_{k+1,j+1}} - 2a_{1_{k+1,j}} + a_{1_{k+1,j-1}}}{(\Delta s)^2} \right] + a_{1_{k+1,j}}^* a_{2_{k+1,j}} \exp(-i\beta t_k) = 0 \quad (4.6)$$

$$i \left[\frac{a_{2_{k+1,j}} - a_{2_{k,j}}}{\Delta \xi} \right] - \frac{\alpha}{2} \left[\frac{a_{2_{k+1,j+1}} - 2a_{2_{k+1,j}} + a_{2_{k+1,j-1}}}{(\Delta s)^2} \right] - i\delta \left[\frac{a_{2_{k+1,j+1}} - a_{2_{k+1,j-1}}}{2\Delta s} \right] + a_{1_{k+1,j}}^2 \exp(i\beta t_k) = 0 \quad (4.7)$$

Enfim, podemos reescrever (4.6) e (4.7) como

$$a_{1_{k+1,j}} = \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,j-1}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,j+1}} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k,j}} - a_{1_{k+1,j}}^* a_{2_{k+1,j}} \exp(-i\beta t_k)] \quad (4.8)$$

$$a_{2_{k+1,j}} = \left(\frac{1}{{}^2A_p} \right) [{}^2A_w a_{2_{k+1,j-1}} + {}^2A_e a_{2_{k+1,j+1}} + {}^2A_{p_0} a_{2_{k,j}} - a_{1_{k+1,j}}^2 \exp(i\beta t_k)] \quad (4.9)$$

onde

$$\begin{aligned}
{}^1A_p &= \frac{i}{\Delta\xi} + \frac{r}{(\Delta s)^2} & {}^1A_e &= {}^1A_w & {}^1A_w &= \frac{r}{2(\Delta s)^2} & {}^1A_{p_0} &= \frac{i}{\Delta\xi} \\
{}^2A_p &= \frac{i}{\Delta\xi} + \frac{\alpha}{(\Delta s)^2} & {}^2A_e &= \frac{\alpha}{2(\Delta s)^2} + \frac{i\delta}{2\Delta s} & {}^2A_w &= \frac{\alpha}{2(\Delta s)^2} - \frac{i\delta}{2\Delta s} & {}^2A_{p_0} &= \frac{i}{\Delta\xi}
\end{aligned}$$

são coeficientes complexos conhecidos, dados $\Delta\xi$, Δs , r , α e δ .

4.2 MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL E CÓDIGO NUMÉRICO

Para resolver os sistemas lineares (4.8) e (4.9) devemos fornecer condições iniciais e de contorno. Como condição inicial impomos que primeiramente é injetado na fibra ótica um pulso sóliton. Para isso, tomamos as soluções analíticas (3.16) e (3.17) em $k = 0$.

Para as condições de contorno, impomos que a onda anula-se para L suficientemente grande, que corresponde a tomar $a_{1_{k+1,1}} = 0$ e $a_{1_{k+1,ni}} = 0$.

Os sistemas (4.8) e (4.9) são resolvidos numericamente até a convergência através do método de Gauss-Seidel [6]. Considere o sistema linear fornecido por (4.8):

$$\begin{aligned}
a_{1_{k+1,2}} &= \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,1}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,3}} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k,2}} \\
&\quad - a_{1_{k+1,2}}^* a_{2_{k+1,2}} \exp(-i\beta t_k)] \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{1_{k+1,3}} &= \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,2}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,4}} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k,3}} \\
&\quad - a_{1_{k+1,3}}^* a_{2_{k+1,3}} \exp(-i\beta t_k)] \tag{4.11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{1_{k+1,4}} &= \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,3}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,5}} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k,4}} \\
&\quad - a_{1_{k+1,4}}^* a_{2_{k+1,4}} \exp(-i\beta t_k)] \tag{4.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{1_{k+1,5}} &= \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,4}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,6}} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k,5}} \\
&\quad - a_{1_{k+1,5}}^* a_{2_{k+1,5}} \exp(-i\beta t_k)] \tag{4.13}
\end{aligned}$$

...

$$a_{1_{k+1},ni-1} = \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1},ni-2} + {}^1A_e a_{1_{k+1},ni} + {}^1A_{p_0} a_{1_{k},ni-1} - a_{1_{k+1},ni-1}^* a_{2_{k+1},ni-1} \exp(-i\beta t_k)] \quad (4.14)$$

que pode ser reduzido à forma

$$a_{1_{k+1},j} = \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1B_j + {}^1A_w a_{1_{k+1},j-1} + {}^1A_e a_{1_{k+1},j+1}] \quad (4.15)$$

onde

$${}^1B_j = {}^1A_{p_0} a_{1_{k,j}} - a_{1_{k+1},j}^* a_{2_{k+1},j} \exp(-i\beta t_k) \quad (4.16)$$

para $j = 2, \dots, ni - 1$.

Esse sistema é resolvido iterativamente através de

$$a_{1_{k+1},j}^{(l)} = \frac{{}^1B_j + {}^1A_w a_{1_{k+1},j-1}^{(l)} + {}^1A_e a_{1_{k+1},j+1}^{(l-1)}}{{}^1A_p} \quad (4.17)$$

onde $l = 1, 2, 3, \dots$ é o nível iterativo e ${}^1B_j = {}^1A_{p_0} a_{1_{k,j}}^{(l)} - a_{1_{k,j}}^{*(l)} a_{2_{k,j}}^{(l)} \exp(-i\beta t_k)$, até que o módulo da diferença entre duas iterações (atual e anterior) seja menor que 10^{-6} , ou seja, o seguinte critério de parada seja satisfeito:

$$\max_{2 \leq j \leq ni-1} |a_{1_{k+1},j}^{(l)} - a_{1_{k+1},j}^{(l-1)}| < 10^{-6}. \quad (4.18)$$

No código numérico escrito na linguagem Fortran [12], a solução $a_{1_{k+1},j}$ convergida é substituída no sistema (4.9). Esse sistema, por sua vez, também é resolvido pelo método de Gauss-Seidel até a convergência, deste obtemos a solução $a_{2_{k+1},j}$.

Para que seja obtida a solução correta, os sistemas (4.8) e (4.9) são novamente resolvidos num novo passo iterativo para que ocorram atualizações em $a_{1_{k+1},j}^*$. Este procedimento é repetido até a convergência, ou seja, até que estejam disponíveis os valores $a_{1_{k+1},j}$ e $a_{2_{k+1},j}$, convergidos através do método de Gauss-Seidel, e $a_{1_{k+1},j}^*$, convergido através das sucessivas atualizações.

Uma das vantagens desse método é não exigir o armazenamento simultâneo dos dois vetores $a_{1_{k+1},j+1}^{(n)}$ e $a_{1_{k+1},j-1}^{(n+1)}$ em cada passo.

Na referência [12] é realizado um estudo sobre a consistência deste modelo numérico. Os resultados foram considerados satisfatórios e, do ponto de vista matemático-computacional, adequados para a obtenção de soluções sólitons numéricas em fibras óticas ideais.

4.3 SÓLITONS COM DISSIPACÃO E GANHO

Como apresentado no capítulo 2, a propagação das ondas sóliton em fibras óticas reais está sujeita às várias perturbações que podem ser ocasionadas por efeitos lineares ou não-lineares. Por outro lado, existem vários mecanismos que podem ser utilizados para compensar a atenuação do sinal, esses mecanismos estão divididos em duas categorias diferentes, a amplificação localizada e a amplificação distribuída. A amplificação localizada consiste em intercalar fibras óticas normais e fibras óticas amplificadoras, como as fibras dopadas com érbio, por exemplo. Já na amplificação distribuída, os pulsos são amplificados ao longo da mesma fibra utilizada para a transmissão do sinal, para isso, pode-se utilizar, por exemplo, amplificação Raman [31].

Porém, todo processo de amplificação está sujeito à emissão de ruído. A presença de ruído se torna mais evidente após várias amplificações e pode causar flutuações de frequência no pulso, principal causa do *jitter temporal* ou *jitter Gordon-Hauss*. A fim de superar essa limitação foram propostas várias técnicas, como a filtragem ótica por filtros fixos [36] e por filtros de frequência deslizante [17]. No caso dos filtros fixos, podem ser utilizados dispositivos de Fabry-Perot ou filtros de Butterworth cuja largura de banda é escolhida de modo que cubra a largura espectral dos sólitons mas bloqueie o ruído de emissão espontânea [31]. Já o controle do *jitter* através de filtros de frequência deslizante ocorre através de variações da frequência central ao longo da linha de transmissão. Somente os sólitons acompanham esse desvio de frequência dos filtros, e assim observa-se a atenuação das ondas lineares. Porém, esta técnica é de difícil implementação pois as variações de frequência podem fazer com que a forma dos pulsos se distancie da secante hiperbólica.

Em 1992, Kodama e Hasegawa [26] propuseram uma alternativa ao uso de filtros de frequência deslizante. Eles sugeriram o uso de amplificação não-linear (ganho dependente da amplitude) dos pulsos. Através desse método é possível suprimir as ondas lineares de pequena amplitude e amplificar o sóliton.

Nesta seção fazemos algumas simulações numéricas a fim de observar os efeitos da inclusão de termos dissipativos (lineares e não-lineares) e de ganho (não-linear) nas equações (3.9).

4.3.1 Processo de Discretização para o Sóliton com Dissipação e Ganho

Com o objetivo de descrever as perdas ou ganhos de energia na propagação de ondas sóliton em fibras óticas acrescentamos dois termos perturbativos ao sistema

de equações (3.9):

$$i \frac{\partial a_1}{\partial \xi} - \frac{r}{2} \frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2} + a_1^* a_2 \exp(-i\beta\xi) = i\mu a_1 + i\kappa |a_1|^2 a_1 \quad (4.19)$$

$$i \frac{\partial a_2}{\partial \xi} - i\delta \frac{\partial a_2}{\partial s} - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 a_2}{\partial s^2} + a_1^2 \exp(i\beta\xi) = i\mu a_2 + i\kappa |a_2|^2 a_2 ,$$

onde os termos $i\mu a_1$ e $i\mu a_2$ são termos efetivos de dissipação linear e $i\kappa |a_1|^2 a_1$ e $i\kappa |a_2|^2 a_2$ são termos efetivos de dissipação ou ganho não-linear.

O processo de discretização ocorrerá como na seção anterior, aproximando as derivadas temporais por diferenças finitas progressivas e as derivadas espaciais por diferenças finitas centrais como descrito nas equações (4.1) - (4.5).

Substituindo as aproximações (4.1) - (4.5) em (4.19) teremos

$$a_{1_{k+1,j}} = \left(\frac{1}{{}^1A_p} \right) [{}^1A_w a_{1_{k+1,j-1}} + {}^1A_e a_{1_{k+1,j+1}} + {}^1A_{p0} a_{1_{k,j}} - a_{1_{k,j}}^* a_{2_{k,j}} \exp(-i\beta t_k)] \quad (4.20)$$

$$a_{2_{k+1,j}} = \left(\frac{1}{{}^2A_p} \right) [{}^2A_w a_{2_{k+1,j-1}} + {}^2A_e a_{2_{k+1,j+1}} + {}^2A_{p0} a_{2_{k,j}} - a_{1_{k+1,j}}^2 \exp(i\beta t_k)] \quad (4.21)$$

sendo

$$\begin{aligned} {}^1A_p &= i \left(\frac{1}{\Delta\xi} - \mu - \kappa |a_{1_{k+1,j}}|^2 \right) + \frac{r}{(\Delta s)^2} & {}^1A_e &= {}^1A_w \\ {}^1A_w &= \frac{r}{2(\Delta s)^2} & {}^1A_{p0} &= \frac{i}{\Delta\xi} \\ {}^2A_p &= i \left(\frac{1}{\Delta\xi} - \mu - \kappa |a_{2_{k+1,j}}|^2 \right) + \frac{\alpha}{(\Delta s)^2} & {}^2A_e &= \frac{\alpha}{2(\Delta s)^2} + \frac{i\delta}{2\Delta s} \\ {}^2A_w &= \frac{\alpha}{2(\Delta s)^2} - \frac{i\delta}{2\Delta s} & {}^2A_{p0} &= \frac{i}{\Delta\xi}. \end{aligned}$$

Analogamente ao capítulo de 3, aplicamos o método de Gauss-Seidel para resolver os sistemas (4.20) e (4.9) resultantes. Uma adaptação do código numérico desenvolvido em [12] será utilizado para resolver estas equações.

4.3.2 Simulações Numéricas para Sólitos com Dissipação

Em todas as simulações desta seção assumimos para os parâmetros dielétricos os seguintes valores: $r = -1$, $\beta = -0,5$, $\alpha = -0,25$ e $\delta = -0,1$. Tais valores são compatíveis com as fibras óticas reais estudadas em experimentos conduzidos em laboratórios científicos [3]. Quanto à discretização, fixamos $\Delta s = 1,0 \times 10^{-1}$ e

$\Delta\xi = 1,0 \times 10^{-3}$ para as variáveis s e ξ , respectivamente. Os intervalos de variação de s e ξ foram adaptados à cada caso, de modo que os gráficos dos sólitons propagados permanecessem no domínio computacional, representado na figura 4.1. As figuras 4.2 e 4.3 mostram a propagação dos modos $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ do pacote de ondas sóliton em condições ideais, sem termos dissipativos ou de ganho, ou seja, com $\mu = \kappa = 0$.

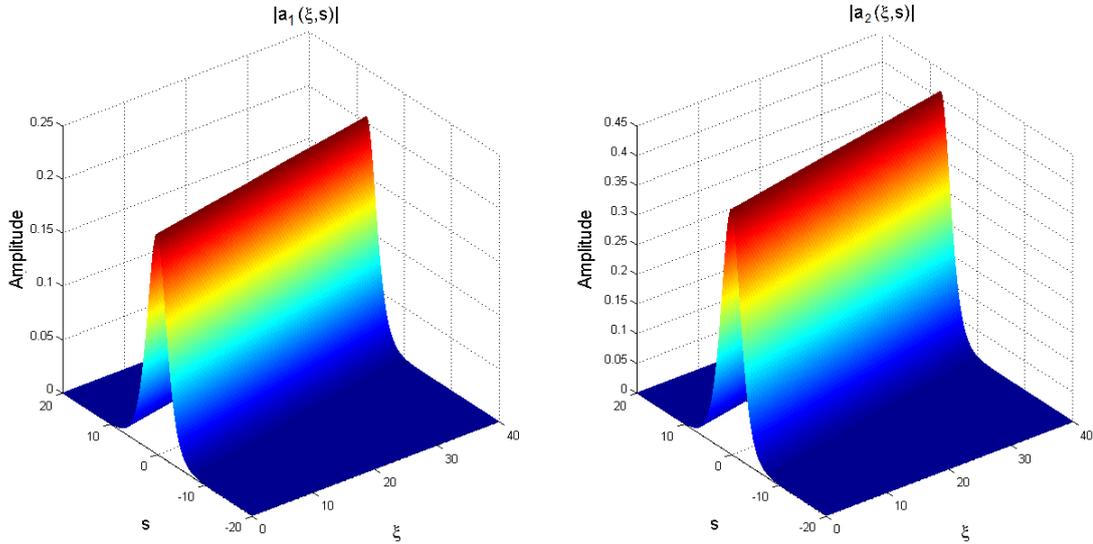


Figura 4.2: Propagação dos modos $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ da onda sóliton ideal ($\mu = \kappa = 0$).

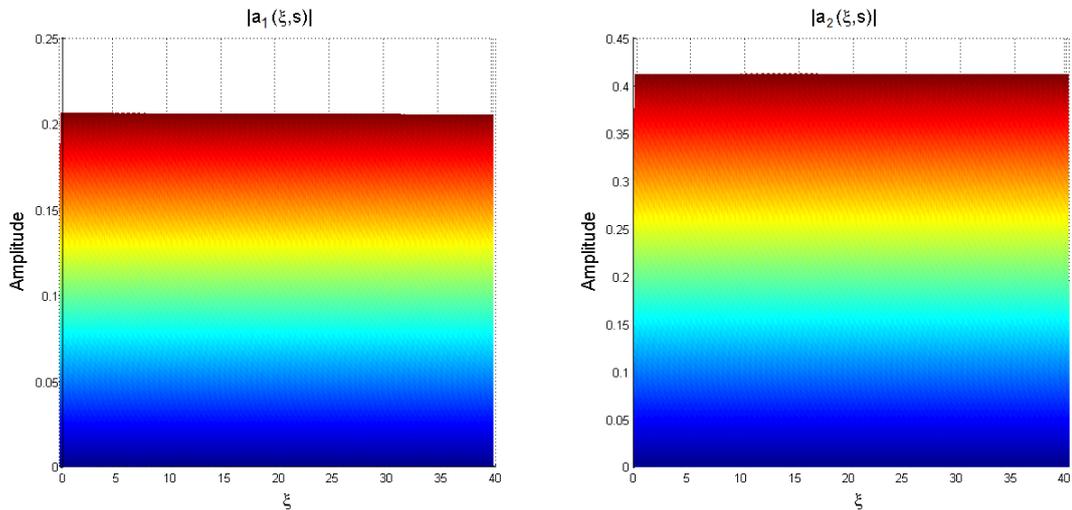


Figura 4.3: Perfil dos modos $|a_1(\xi, s)|$ e $|a_2(\xi, s)|$ da onda sóliton ideal ($\mu = \kappa = 0$).

Note que a propagação ocorre sem que haja variações nas amplitudes das ondas, o que pode ser melhor observado na figura 4.3, onde visualiza-se a evolução das amplitudes em função da variável temporal ξ .

Na simulação seguinte acrescentamos o termo dissipativo linear $i\mu a_n$, com $n = 1, 2$, como apresentado no sistema de equações (4.19). Nas figuras 4.4 - 4.6 tomamos

$\mu = -1$. Observe que nestas figuras a propagação apresenta atenuação na amplitude das ondas.

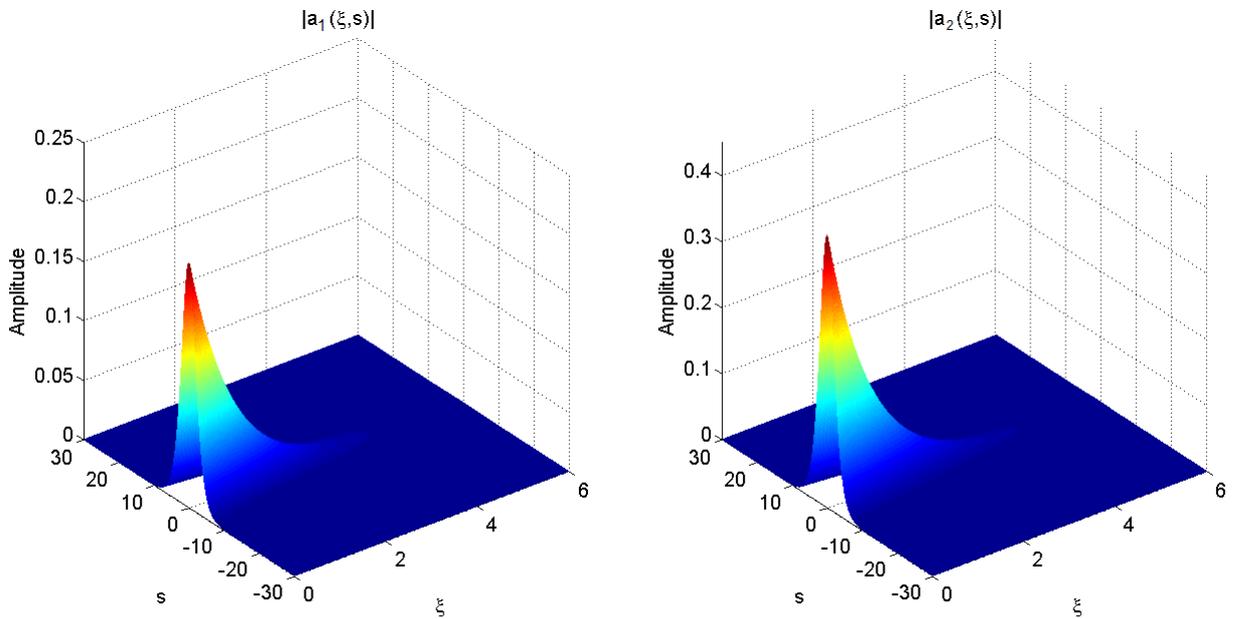


Figura 4.4: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -1$.

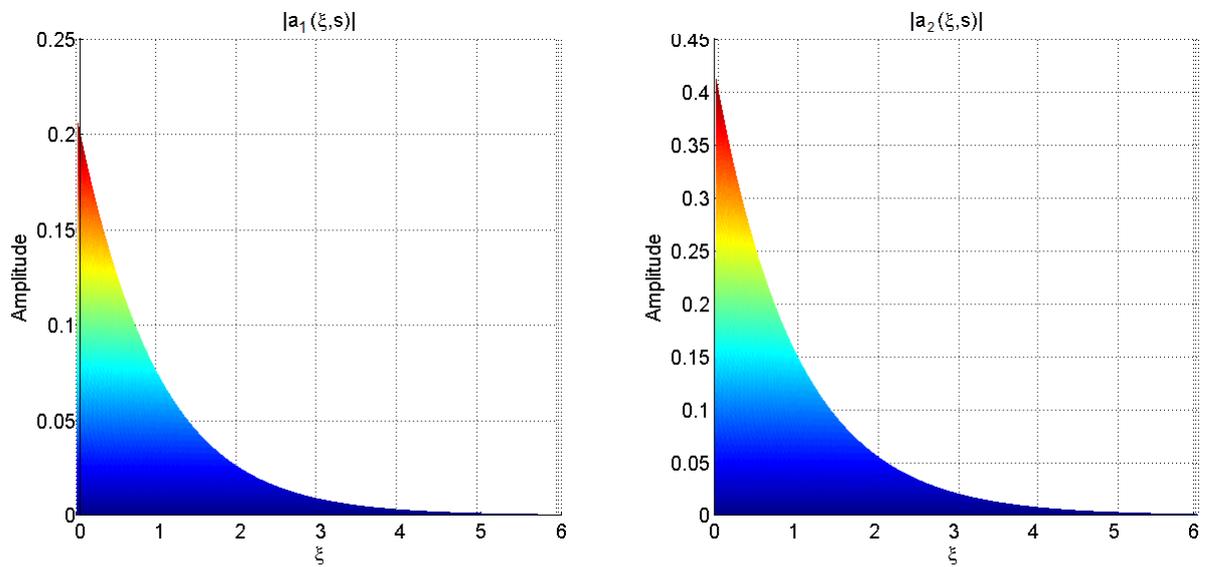


Figura 4.5: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -1$.

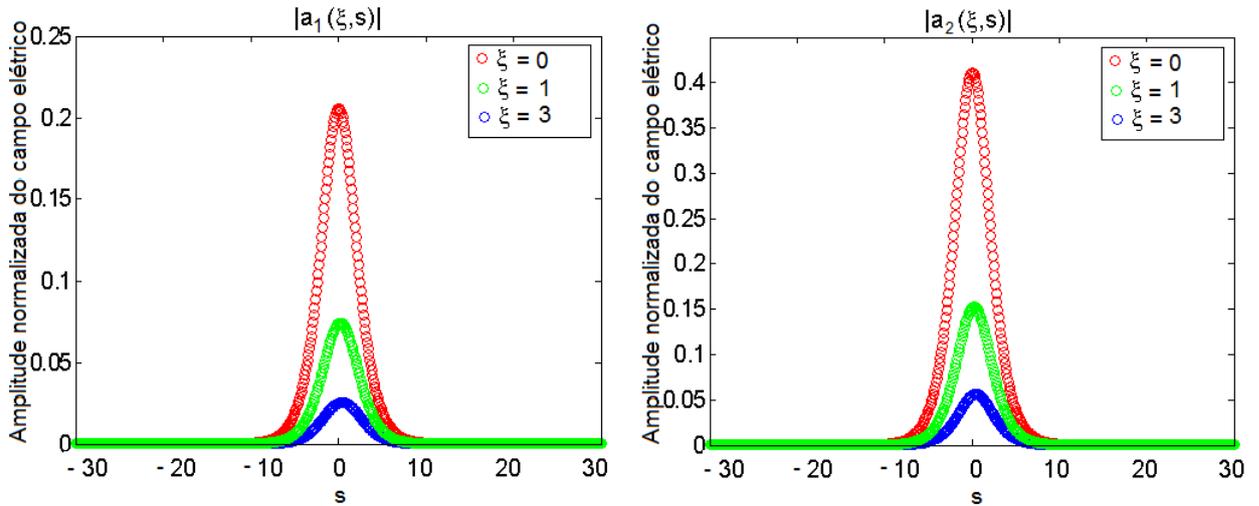


Figura 4.6: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -1$ em $\xi = 0$, $\xi = 1$ e $\xi = 3$.

Nas figuras 4.7 - 4.9 tomamos $\mu = -0,05$. Observe novamente que nessas figuras a propagação apresenta atenuação na amplitude das ondas e que ocorrem oscilações. Essas oscilações são explicadas pela transferência (acoplamento) de energia entre as ondas fundamental e segundo harmônico em (3.9), devido ao parâmetro β . Tais oscilações não são observadas nas figuras 4.4 - 4.6 quando $\mu = -1$, devido ao intenso fator de atenuação que encobre tal efeito. Enfim, verifica-se na figura 4.9 que as ondas sóliton, na presença de um termo dissipativo linear, sofrem dispersão (alargamento do pulso).

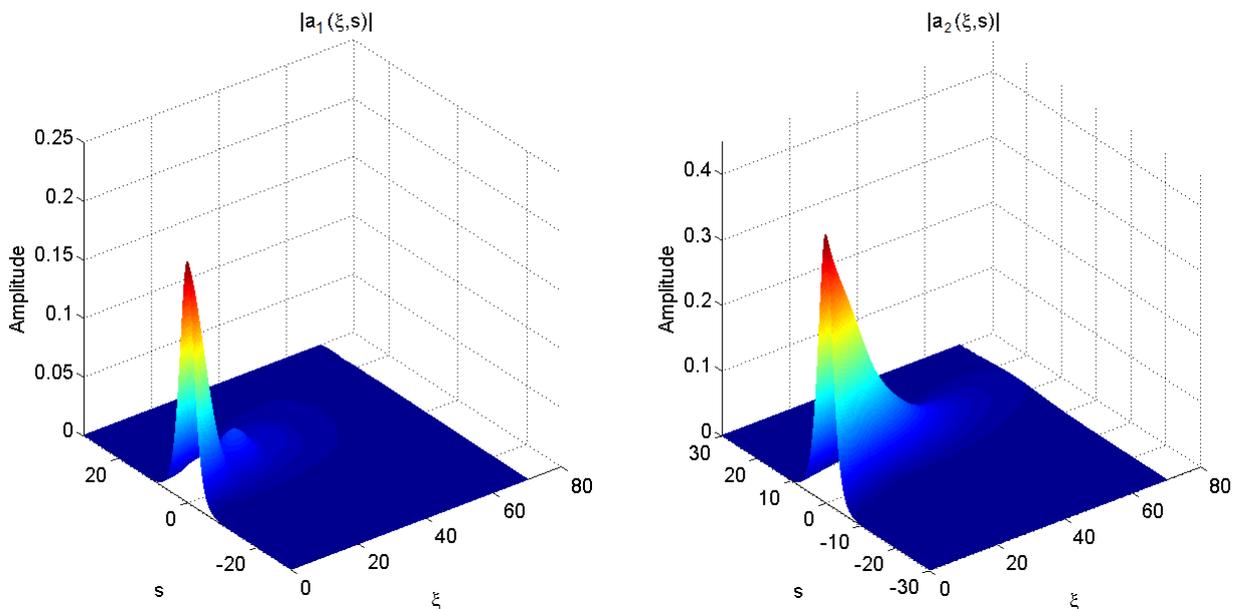


Figura 4.7: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,05$.

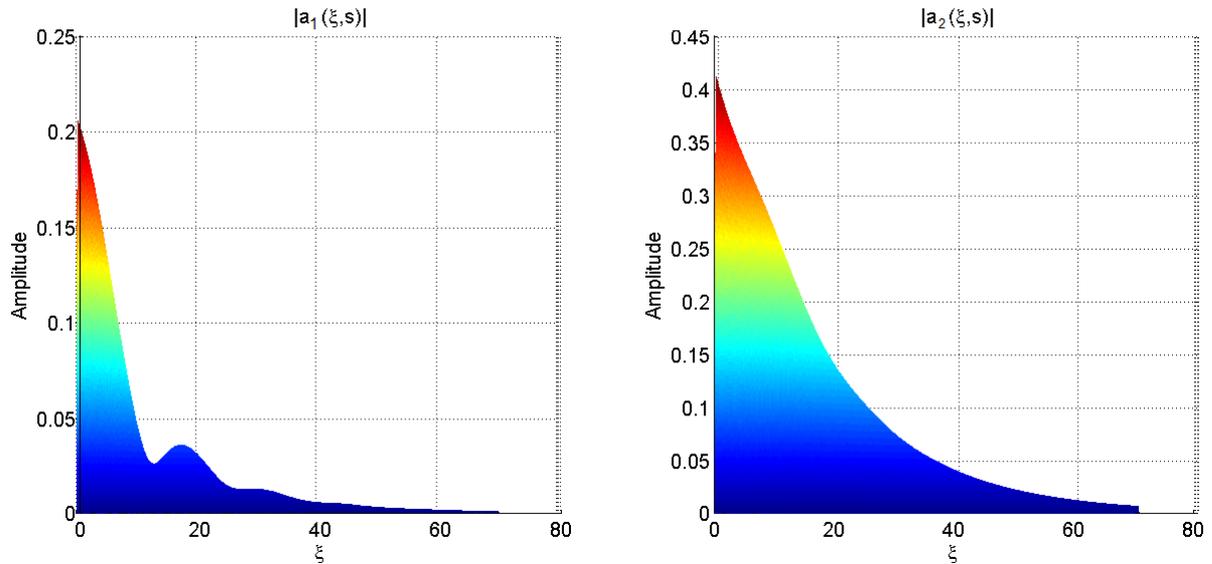


Figura 4.8: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,05$.

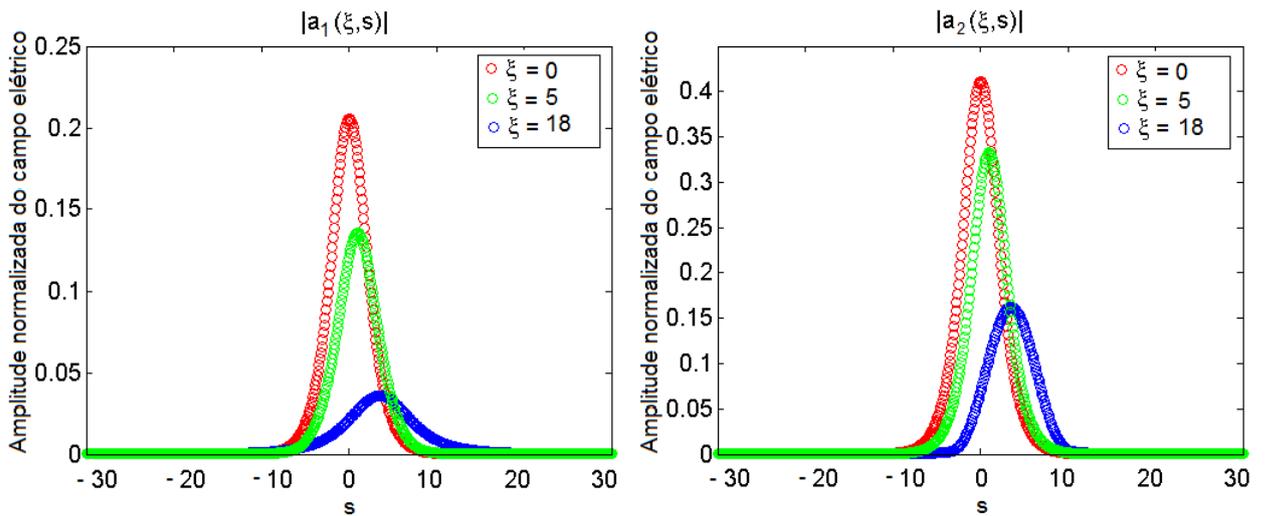


Figura 4.9: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,05$ em $\xi = 0$, $\xi = 5$ e $\xi = 18$.

Nas próximas simulações estudaremos o termo de dissipação não-linear $i\kappa|a_n|^2a_n$, com $n = 1, 2$. Nas figuras 4.10 - 4.12 fixamos o valor $\kappa = -1$ (com $\mu = 0$). Verifica-se que taxa de decaimento do pacote de ondas nessas condições, com não-linearidades, é menos intenso que a taxa de decaimento devido à dissipação linear ($\mu \neq 0$). Verifica-se novamente nas figuras 4.10 e 4.11 que surgem oscilações nas amplitudes de $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$. Finalmente, observa-se na figura 4.12 que o termo de dissipação não-linear também gera dispersão (alargamento) no pulso.

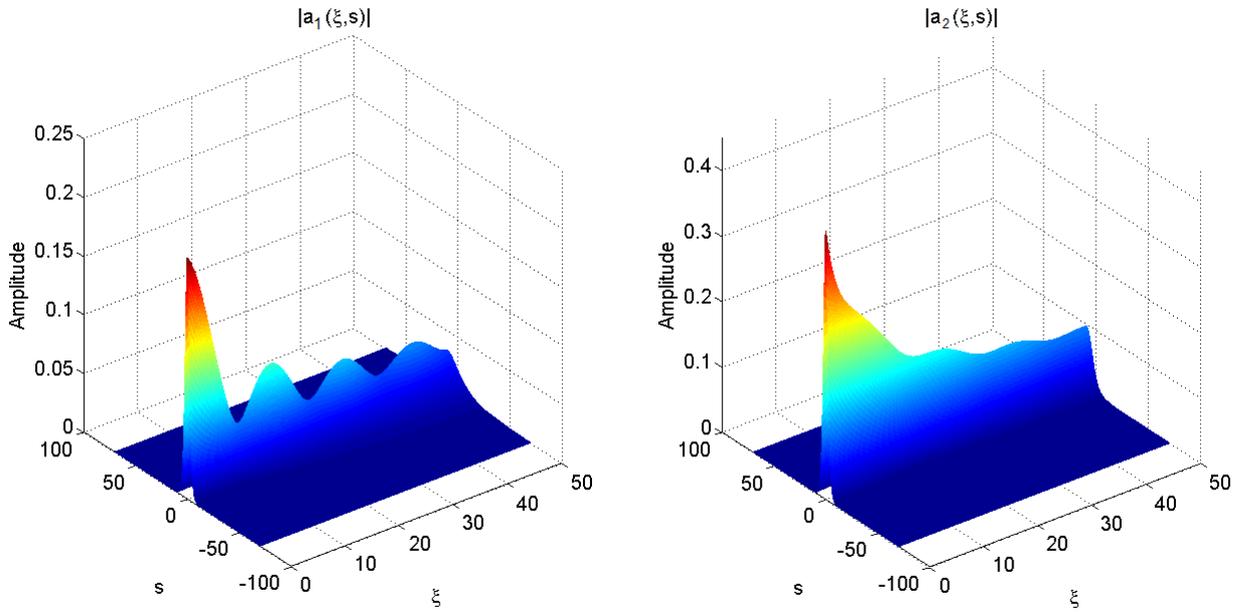


Figura 4.10: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$.

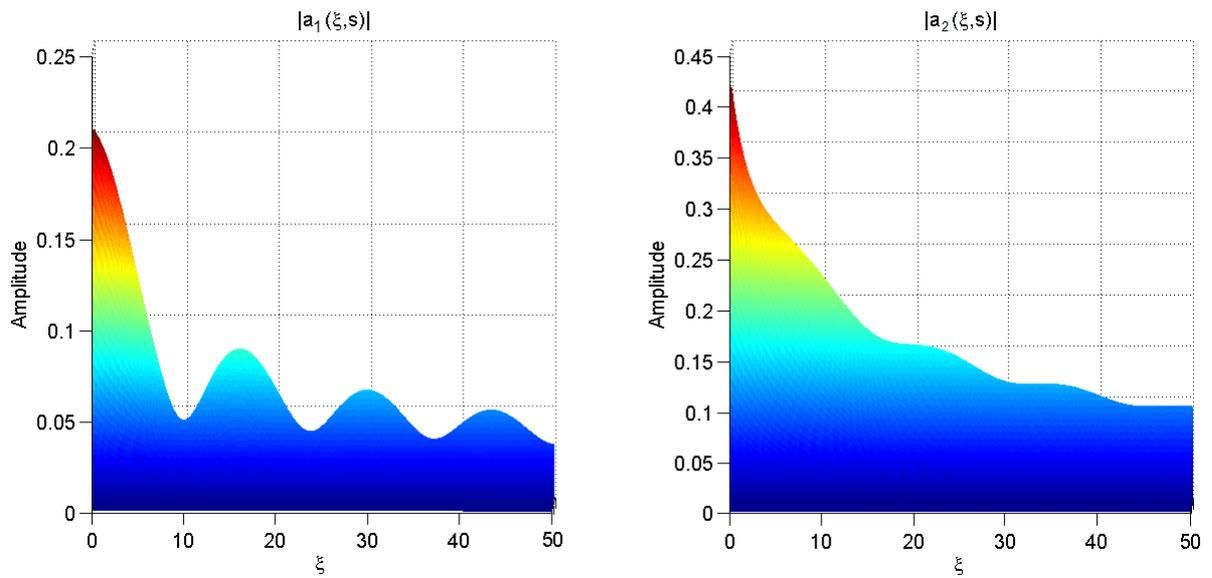


Figura 4.11: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$.

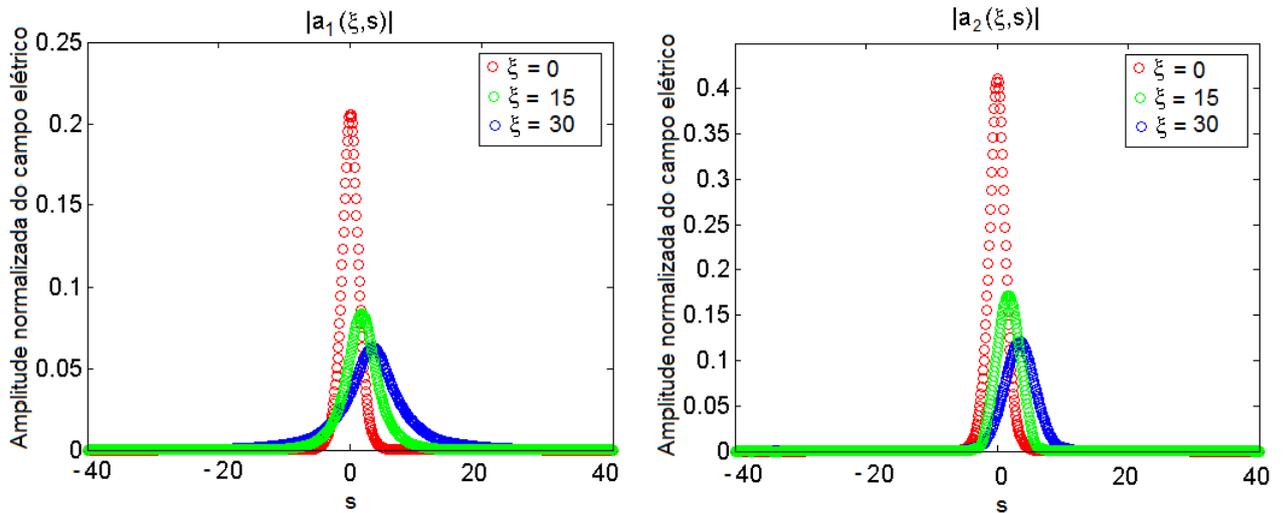


Figura 4.12: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -1$ em $\xi = 0$, $\xi = 15$ e $\xi = 30$.

Nas figuras 4.13 - 4.15 tomamos $\kappa = -0,05$. Comparando com o caso anterior ($\kappa = -1$), é possível observar que a atenuação mantém-se presente, porém menos intensa, o número de oscilações é menor e o alargamento dos pulsos (dispersão) é maior nesta situação.

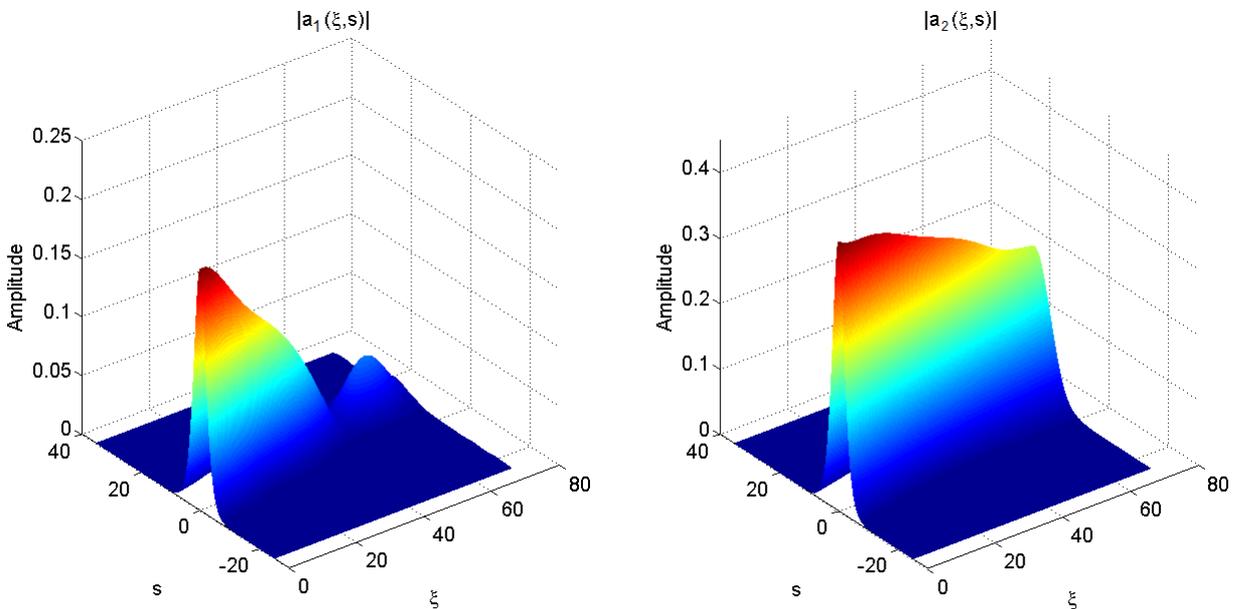


Figura 4.13: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$.

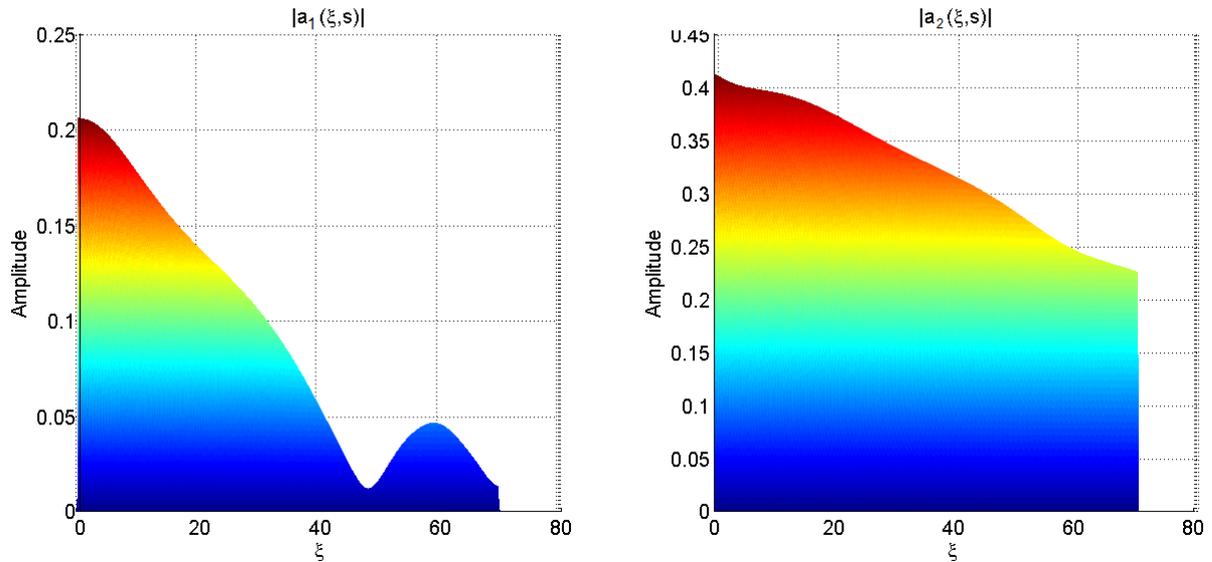


Figura 4.14: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$.

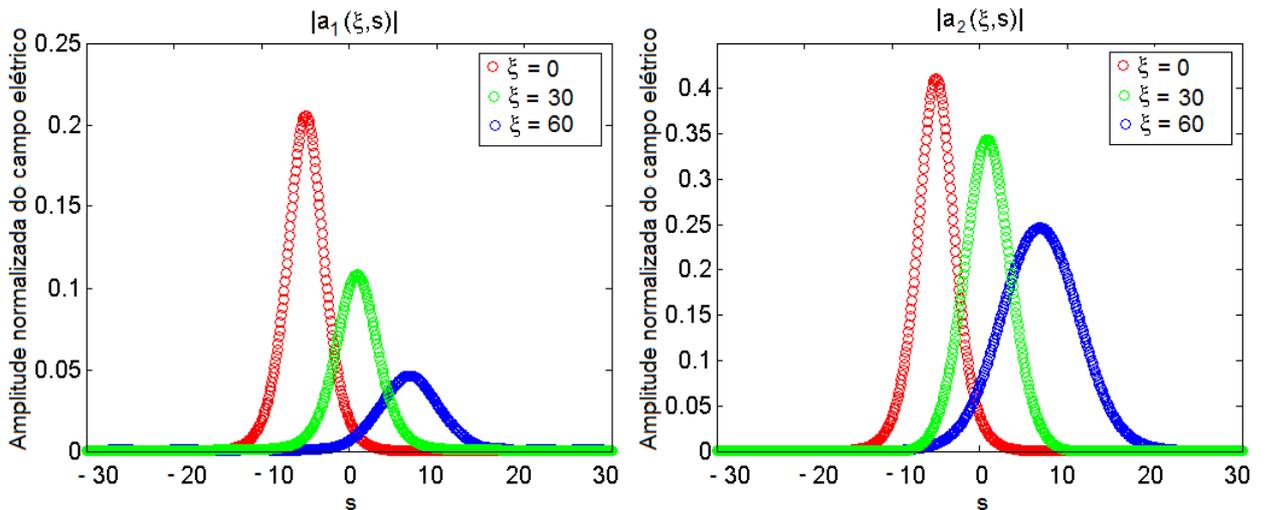


Figura 4.15: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação não-linear $\kappa = -0,05$ em $\xi = 0$, $\xi = 30$ e $\xi = 60$.

4.3.3 Simulações Numéricas para Sólitons com Dissipação e Ganho

Nesta subseção considera-se uma fibra ótica com perdas lineares de 1%, ou seja, $\mu = -0,01$ na equação (4.19). Considera-se também que no enlace há regeneração ótica do sinal sóliton através de amplificadores óticos, por exemplo, amplificadores de fibra dopada de érbio (EDFA), o que permite amplificar o sinal ótico sem a necessidade da conversão do sinal ótico-elétrico-ótico [1, 34, 3].

Simularemos as propriedades não-lineares que uma fibra ótica deve apresentar, de modo que o ganho, devido à propriedade representada por κ , permita que a onda sóliton triplique a sua distância de propagação, com relação à situação em que há

somente dissipação $\mu = -0,01$, considerando que o limiar de detecção no receptor seja de 10% da amplitude inicial devido ao ruído.

Na primeira simulação, representada nas figuras 4.16 - 4.18, consideramos a onda sóliton somente com dissipação linear de $\mu = -0,01$ (com $\kappa = 0$). Consistentemente com os resultados anteriores, observamos a atenuação, oscilação e dispersão dos modos fundamental e segundo harmônico.

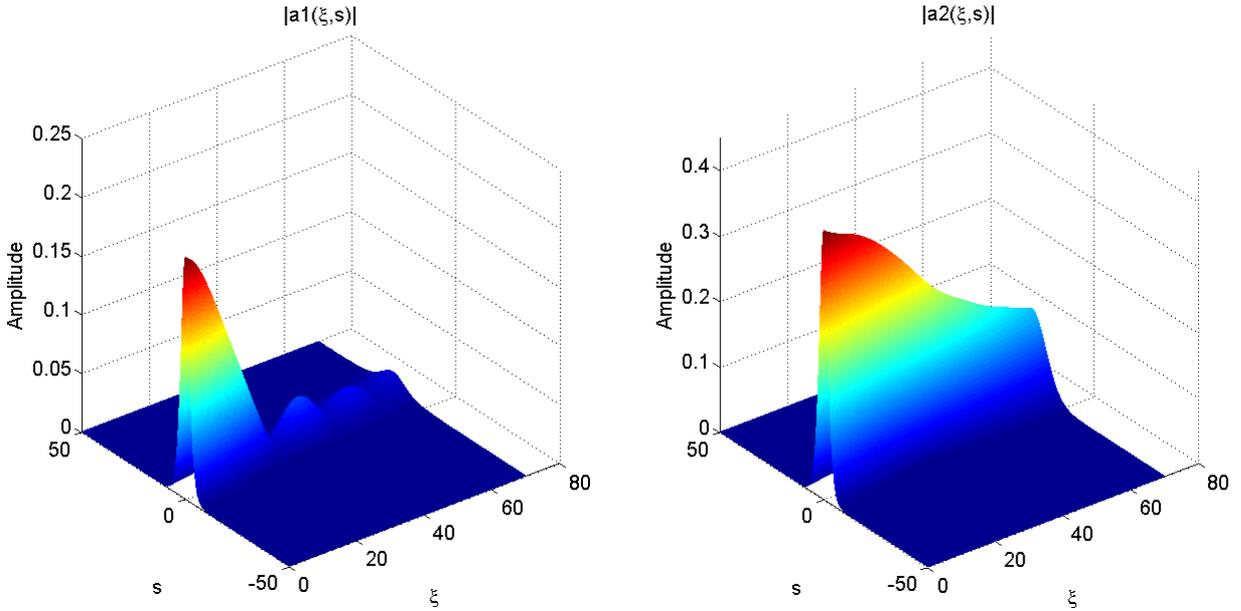


Figura 4.16: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$.

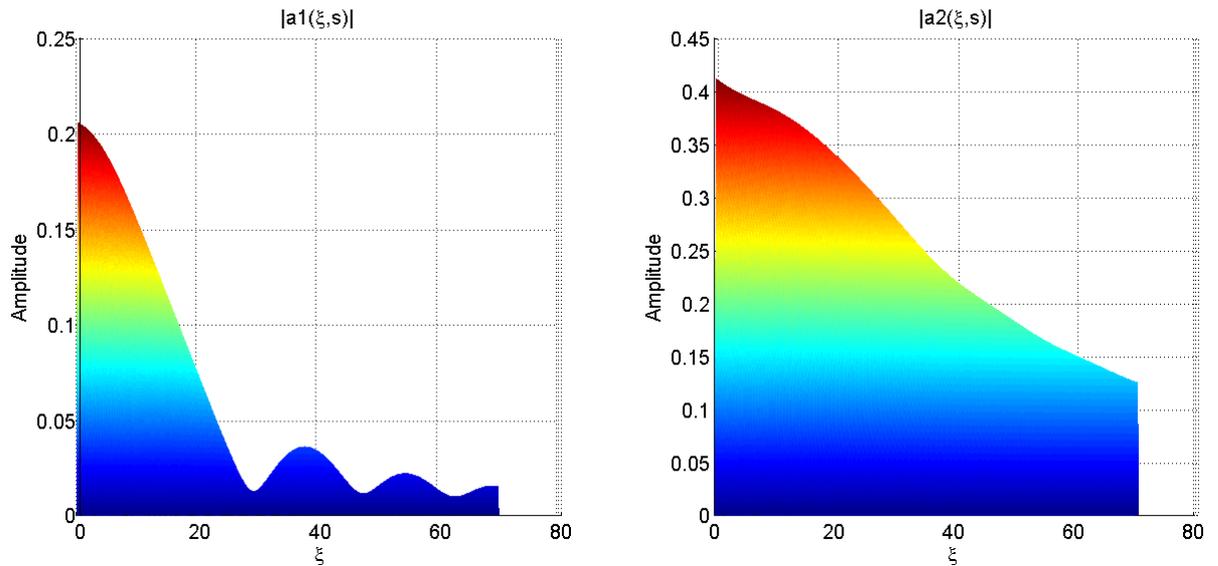


Figura 4.17: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$.

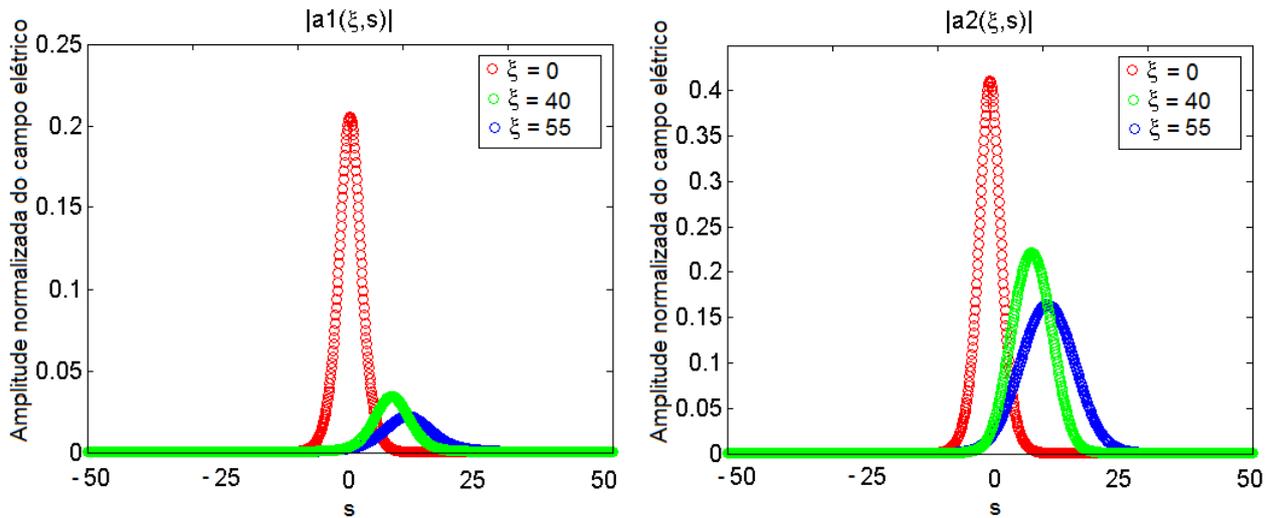


Figura 4.18: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ em $\xi = 0$, $\xi = 40$ e $\xi = 55$.

Note que, na figura 4.17, em torno de $\xi = 28$, a amplitude da onda fundamental é inferior a 10% da amplitude inicial, podendo não ser lida pelo detector, ocasionando uma falha na transmissão. Neste contexto, visamos simular valores para o ganho κ a fim de aumentar a distância propagada da onda fundamental antes que esta falha ocorra.

Ao considerarmos na fibra ótica um ganho de 1%, ou seja, $\kappa = 0,01$ (com $\mu = -0,01$), observa-se nas figuras 4.19 - 4.21 um pequeno aumento da distância propagada da onda fundamental antes que ocorra o primeiro mínimo, em aproximadamente $\xi = 33$. Comparando as figuras 4.16 - 4.18 com 4.19 - 4.21 nenhuma outra mudança significativa é observada.

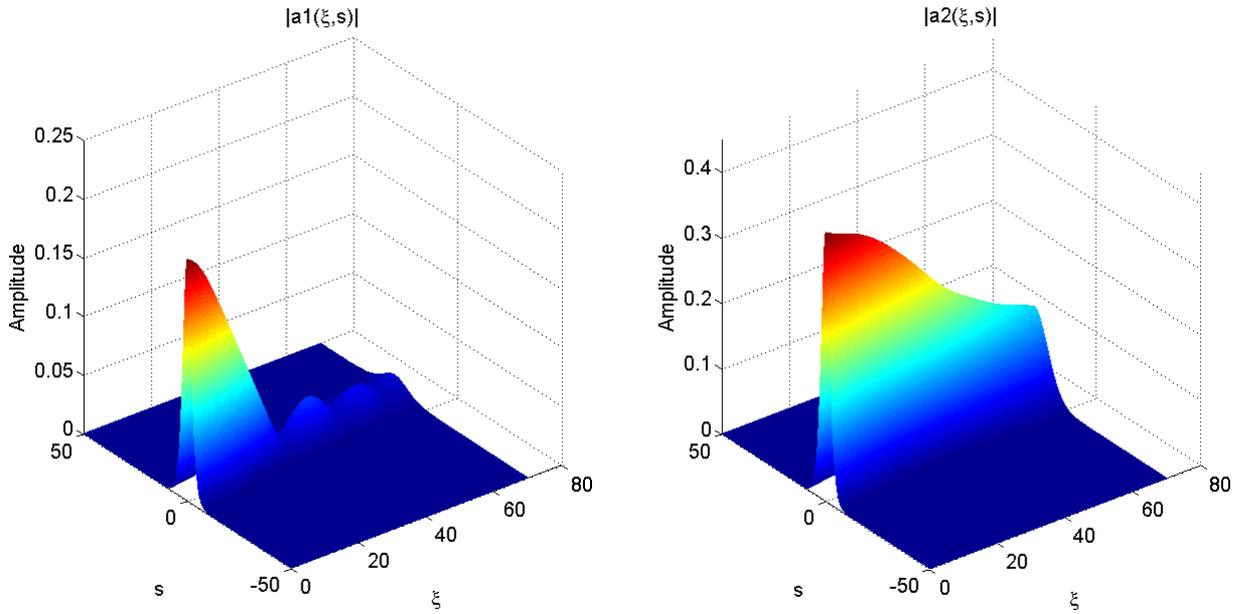


Figura 4.19: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$.

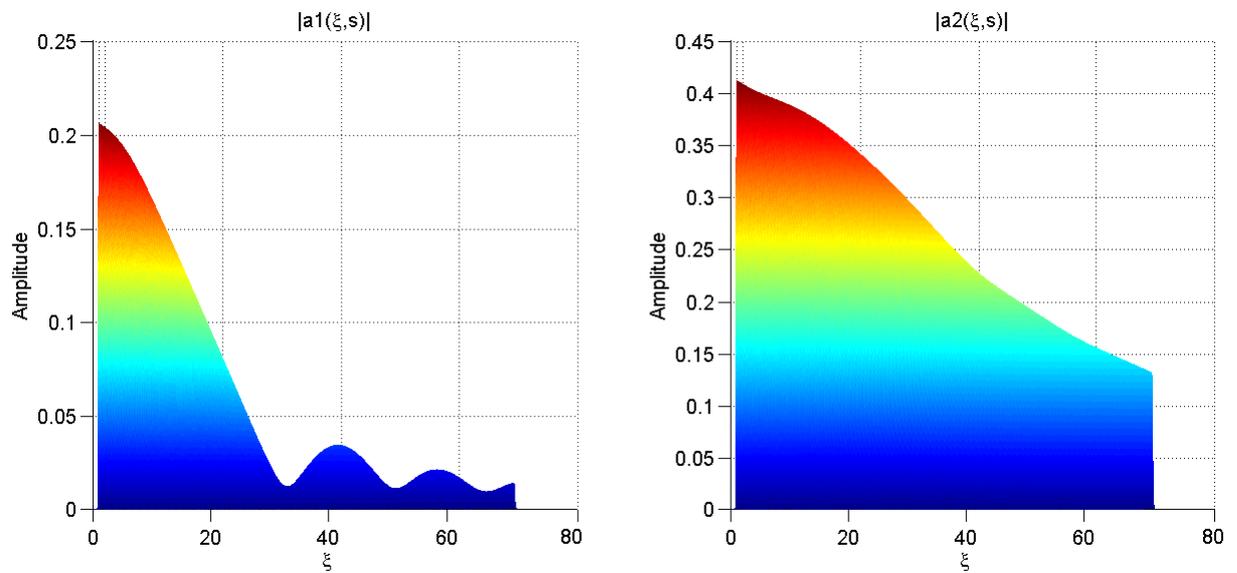


Figura 4.20: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$.

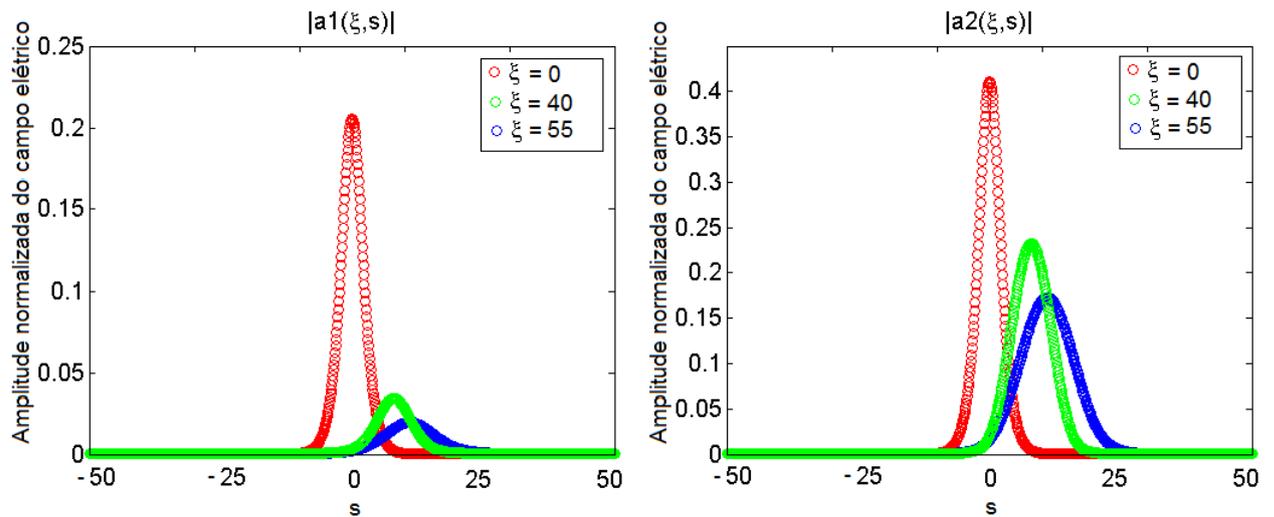


Figura 4.21: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,01$ em $\xi = 0$, $\xi = 40$ e $\xi = 55$.

As figuras 4.22 - 4.27 ilustram um ganho de $\kappa = 0,03$ e $\kappa = 0,06$ (com $\mu = -0,01$).

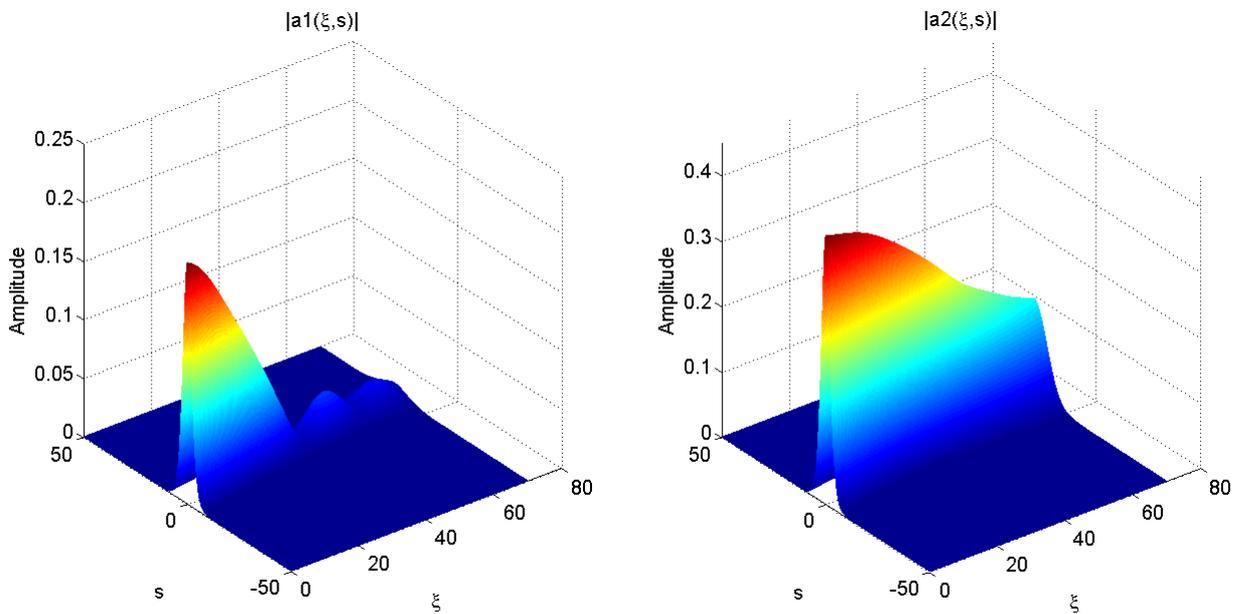


Figura 4.22: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$.

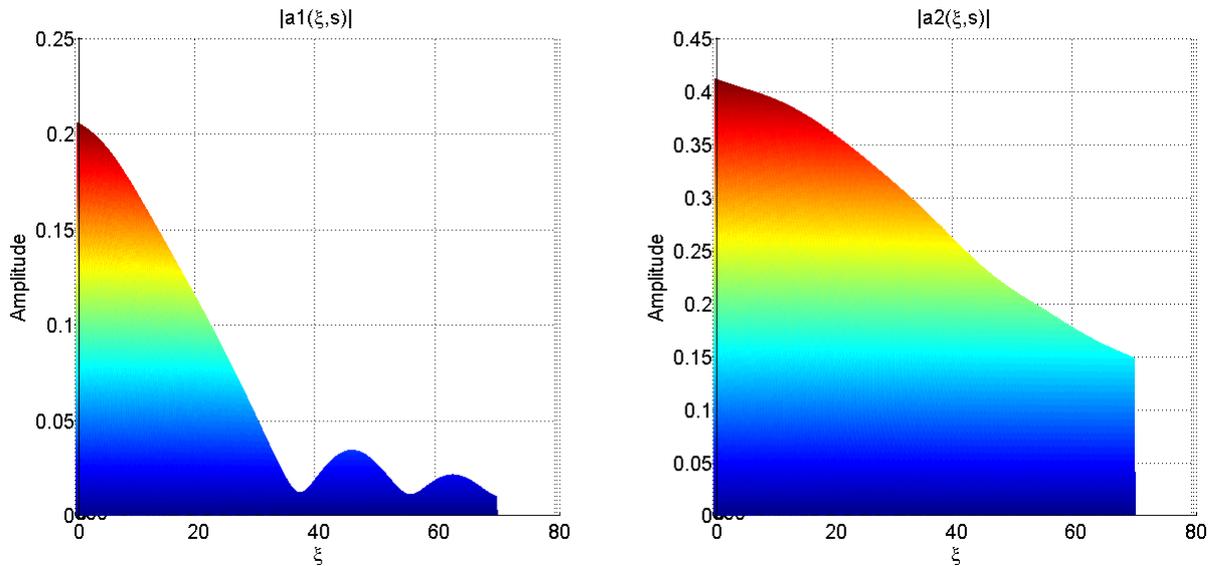


Figura 4.23: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$.

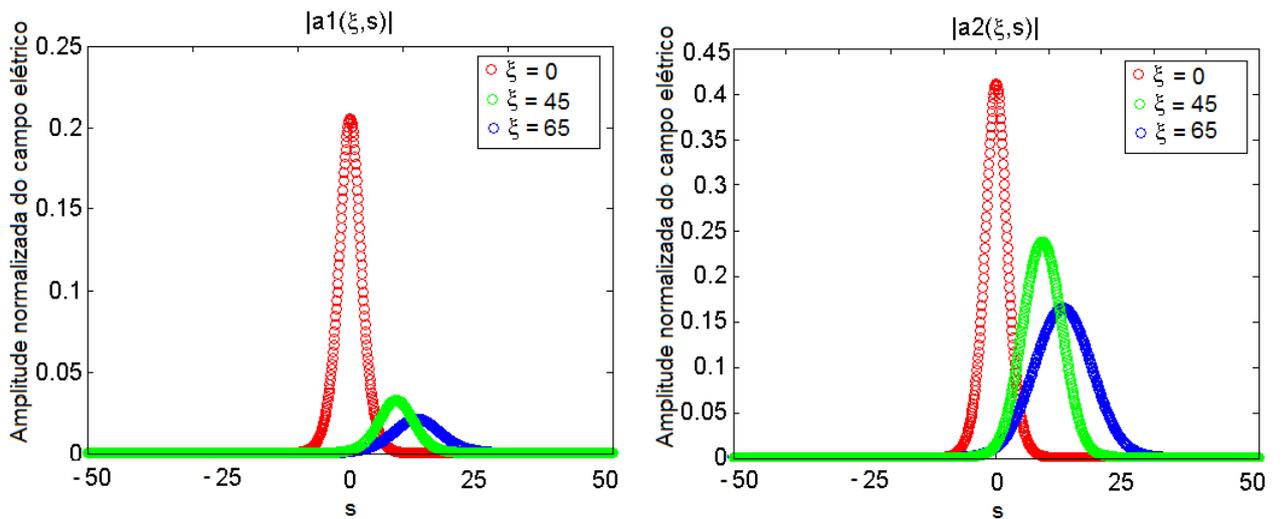


Figura 4.24: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,03$ em $\xi = 0$, $\xi = 45$ e $\xi = 65$.

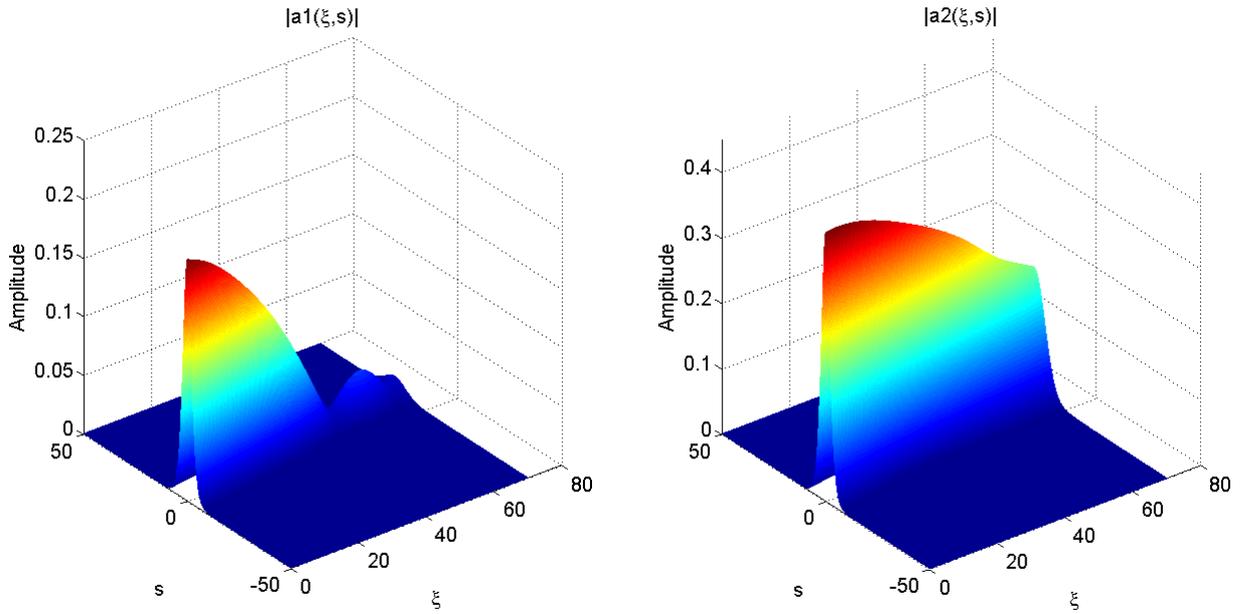


Figura 4.25: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$.

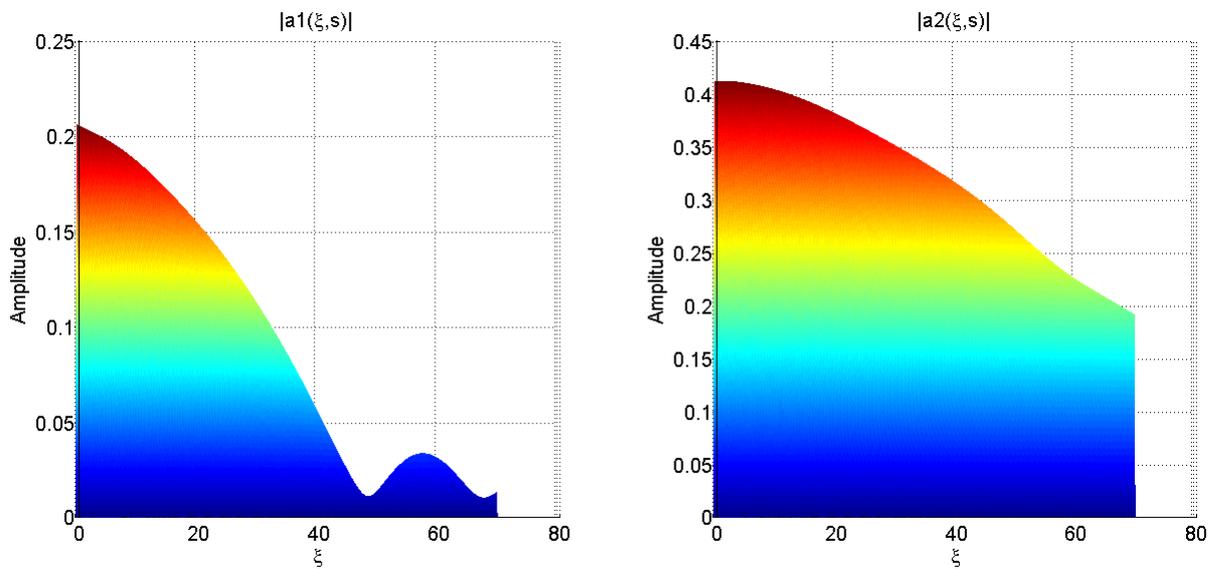


Figura 4.26: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$.

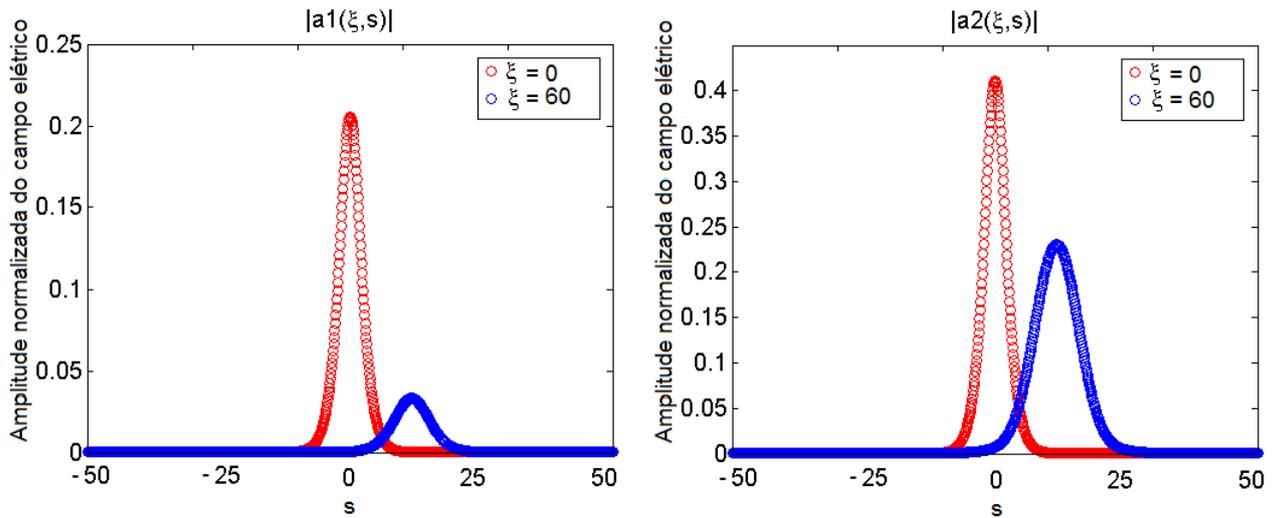


Figura 4.27: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,06$ em $\xi = 0$ e $\xi = 60$.

Nota-se nas figuras 4.23 e 4.26 um aumento significativo da distância de propagação da onda fundamental antes que ocorra o primeiro mínimo. Observe que as menores amplitudes localizam-se em $\xi = 37$ e $\xi = 48$, respectivamente.

As figuras a seguir ilustram um ganho de $\kappa = 0,09$.

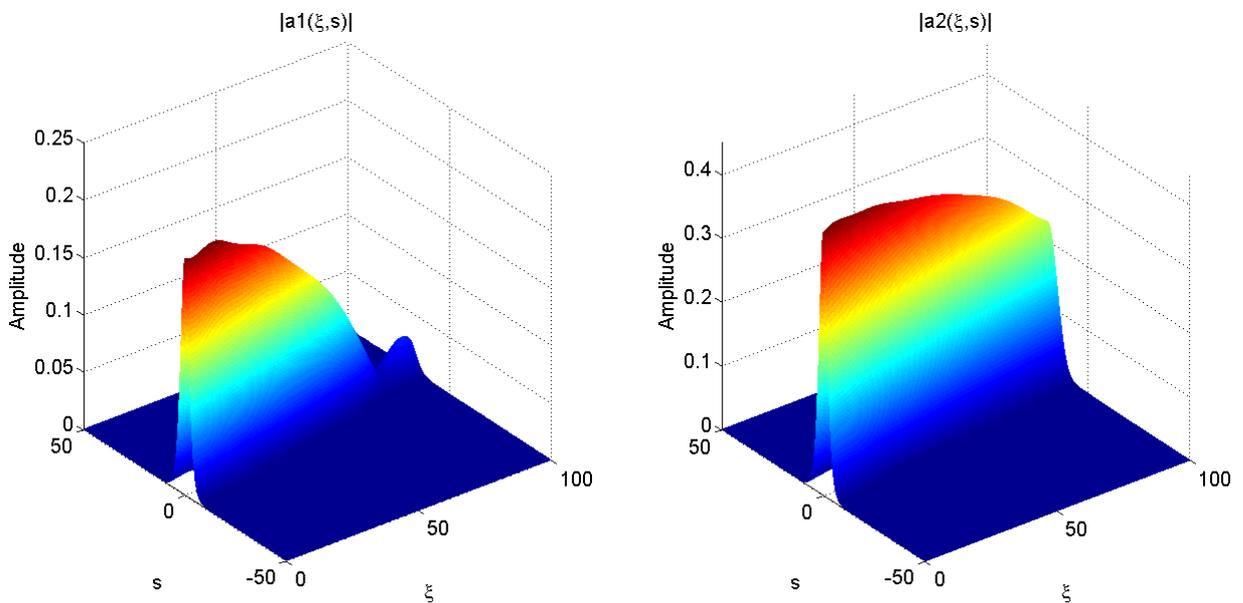


Figura 4.28: Propagação dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$.

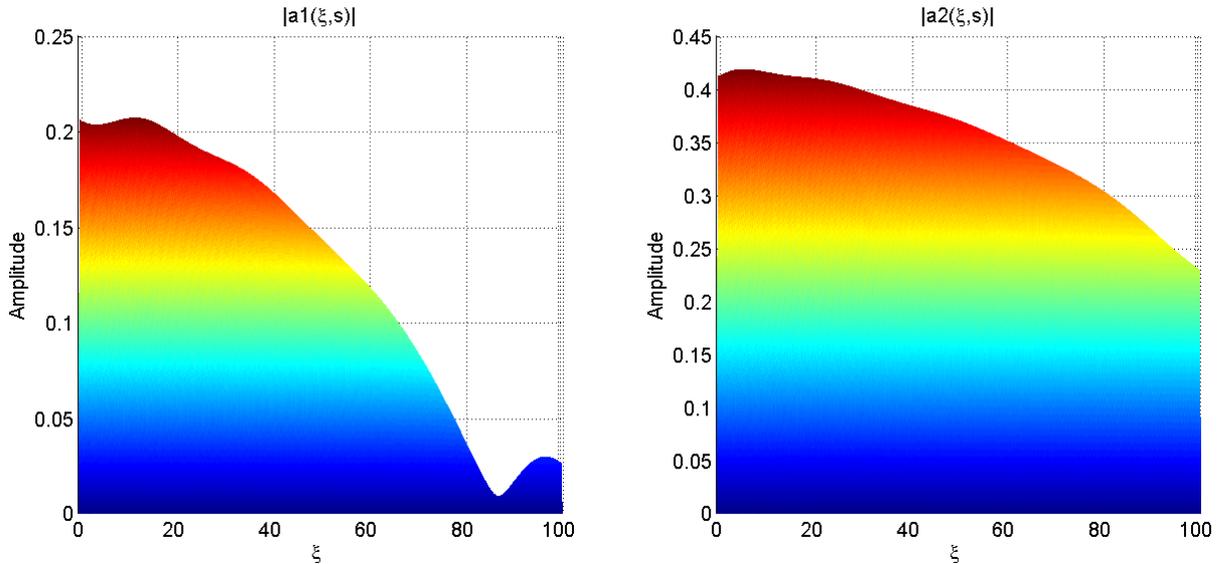


Figura 4.29: Perfil dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$.

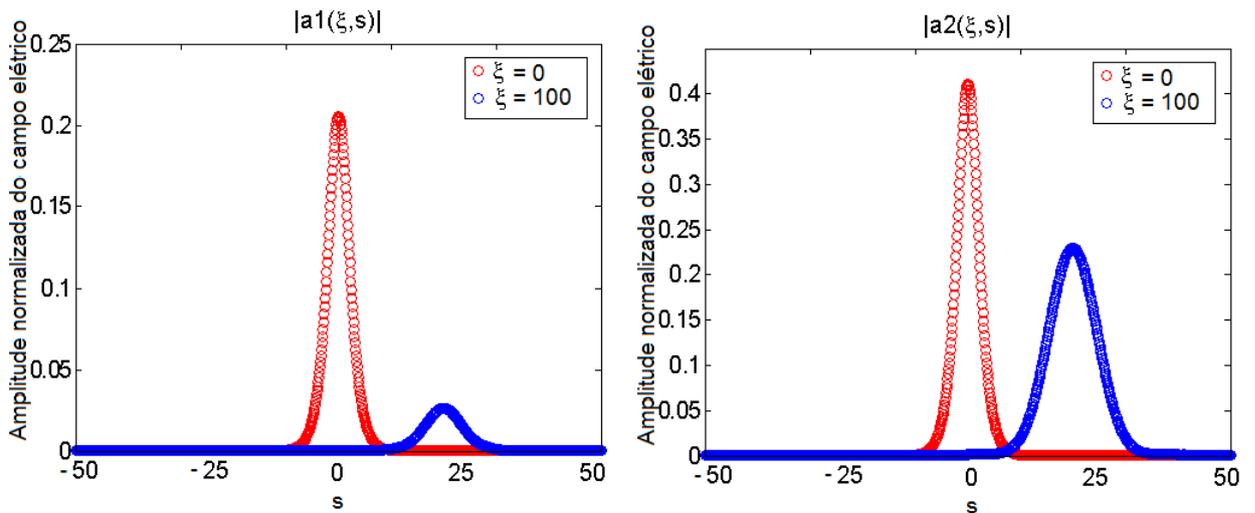


Figura 4.30: Cortes transversais dos modos $a_1(\xi, s)$ e $a_2(\xi, s)$ sujeitos à dissipação linear $\mu = -0,01$ e ganho não-linear $\kappa = 0,09$ em $\xi = 0$, $\xi = 45$ e $\xi = 65$.

Observa-se que, neste caso, a menor amplitude da onda fundamental localiza-se aproximadamente em $\xi = 88$. Concluímos que, com um ganho de 9%, é possível praticamente triplicar a distância de propagação da onda sóliton fundamental, quando sujeita à dissipação linear de 1%, antes que ocorra o primeiro mínimo de sua amplitude, o que pode ser percebido claramente quando observamos os perfis apresentados nas figuras 4.17, 4.20, 4.23, 4.26 e 4.29.

Finalmente, note que nas situações analisadas nas figuras 4.16 - 4.30 ocorre substancial atenuação na amplitude da onda fundamental, enquanto a atenuação da amplitude do segundo harmônico é menos intensa. Neste contexto salientamos que,

do ponto de vista experimental, é mais interessante utilizar a onda do segundo harmônico como a onda portadora da informação e que toda a análise de dissipação e ganho feita nessa seção para a onda fundamental também é válida para o segundo harmônico.

5 CONCLUSÃO

Nesta dissertação estudamos a propagação de ondas sóliton sujeitas à dissipação e ganho em fibras óticas não ideais através de um procedimento numérico adaptado.

No capítulo 2 revisamos algumas das principais características da fibra ótica e seu funcionamento. Apresentamos a evolução ocorrida no seu processo de produção, o que possibilitou aos sistemas de comunicação óticos o aumento da sua capacidade de transmissão e largura de banda. Foram também elencados alguns dos fatores que podem limitar a propagação do sinal ótico, separando-os em lineares e não-lineares.

No capítulo 3 revisamos o conceito de sóliton ótico e os principais fatos que marcaram a evolução das pesquisas sobre o assunto. Em seguida, apresentamos a modelagem de um sistema de equações diferenciais complexas não-lineares (3.9) que descrevem a propagação de ondas sólitons em fibras ideais do tipo $\chi^{(2)}$ em função dos seus parâmetros dielétricos. Enfim, apresentamos as soluções analíticas do tipo sóliton, suas condições de existência e as características de sua propagação na fibra ótica em função das propriedades dielétricas dessa.

No capítulo 4 utilizamos um procedimento numérico, desenvolvido em [12], que emprega o método de diferenças finitas associado ao método de Gauss-Seidel, para resolução das EDPs ideais obtidas no capítulo 3. Em seguida, através de uma modelagem matemática, acrescentamos termos de dissipação e/ou ganho à essas EDPs, as quais já não apresentam mais soluções do tipo sóliton. Para simular a propagação dessas ondas sólitons perturbadas, também chamadas de ondas quase-sólitons, adaptamos o procedimento numérico citado ao novo problema. Inicialmente, o estudo numérico das EDPs (4.19) com atenuação linear e cúbica mostrou que as ondas quase-sóliton sofrem efeitos de atenuação, oscilação e dispersão.

Finalmente, na seção 4.3.3, descrevemos uma amplificação ótica não-linear (ganho dependente da amplitude) do sinal por meio do termo cúbico da equação (4.19), com $\kappa > 0$. Através desse ganho foi possível compensar parcialmente a atenuação do sinal ótico, descrito pelo termo linear da equação (4.19), com $\mu < 0$. Concluímos que, com um ganho de 9%, é possível praticamente triplicar a distância de propagação da onda sóliton fundamental, quando sujeita à dissipação linear de 1%, antes que ocorra o primeiro mínimo de sua amplitude.

Neste trabalho fizemos uma modelagem de dissipação e ganho efetivos, em que todos os tipos de dissipação (perda) que ocorrem na fibra ótica são representados pelo termo linear do lado direito em (4.19) e, analogamente, todos os possíveis mecanismos de ganho de sinal são efetivamente representados pelo termo não-linear, também do lado

direito da equação (4.19).

Assim, como sugestão para futuros trabalhos, pode-se melhorar a modelagem dos mecanismos de ganho de sinal por meio de termos não-lineares quadráticos, cúbicos ou quárticos nas amplitudes, como em [31], e termos de altas ordens ou termos derivativos, entre outros, como em [27]. Pode-se modelar matematicamente em (3.9) a contribuição de cada um desses mecanismos para o ganho e/ou perda de sinal e verificar, via simulações numéricas, a melhora ou piora do sinal causada por cada mecanismo, separadamente. Enfim, como todo o processo de amplificação é acompanhado pela emissão de ruído, pretende-se também analisar o efeito deste ruído na propagação da onda sóliton.

REFERÊNCIAS

- [1] AGRAWAL, G. P. Amplification of ultrashort solitons in erbium-doped fiber amplifiers. *IEEE Photonics technology letters v. 2*, n. 12, (1990), p. 875–877.
- [2] AGRAWAL, G. P. *Nonlinear fiber optics*. New York: Academic Press, 1995.
- [3] ARTIGAS, D., TORNER, L., AND AKHMEDIEV, N. N. Dynamics of quadratic soliton excitation. *Optics communications v. 162*, n. 4, (1999), p. 347–356.
- [4] BAUER, W., WESTFALL, G. D., AND DIAS, H. *Física para Universitários: Óptica e Física Moderna*. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- [5] BISWAS, A. Dispersion-managed solitons in optical fibres. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics v. 4*, n. 1, (2002), p. 84.
- [6] BURDEN, R., AND FAIRES, J. *Numerical analysis*. Boston: Cengage Learning, 2010.
- [7] BURYAK, A. V., TRAPANI, P., SKRYABIN, D. V., AND TRILLO, S. Optical solitons due to quadratic nonlinearities: from basic physics to futuristic applications. *Physics Reports v. 370*, n. 2, (2002), p. 63–235.
- [8] CABETE, A. F. F. *Sistemas de Fibra Óptica com Compensação de Dispersão*. Mestrado em engenharia eletrotécnica e de computadores, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2013.
- [9] CARTAXO, A. Transmissão por fibra óptica. *Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal - folhas de apoio à disciplina de sistemas e redes de telecomunicações* (2005).
- [10] CHEN, P. Y. P., AND MALOMED, B. Stabilization of spatiotemporal solitons in second-harmonic-generating media. *Optics Communications v. 282*, n. 18, (2009), p. 3804–3811.
- [11] CHRISTODOULIDES, D. N., AND JOSEPH, R. I. Vector solitons in birefringent nonlinear dispersive media. *Optics letters v. 13*, n. 1, (1988), p. 53–55.
- [12] CIRILO, R. E., NATTI, L. P., ROMEIRO, N. M. L., NATTI, E. R. T., AND OLIVEIRA, F. C. Solitons in ideal optical fibers - a numerical development. *Semina Exatas, v. 31* (2010), p. 57–68.
- [13] DONG, Y., AND MARTIN, K. W. Gigabit communications over plastic optical fiber. *Solid-State Circuits Magazine, IEEE v. 3*, n. 1, (2011), p. 60–69.

- [14] DRIBEN, R., AND MALOMED, B. Soliton stability against polarization-mode-dispersion in the split-step system. *Optics communications v. 271*, n. 1, (2007), p. 228–235.
- [15] EL-HALAWANY, M. M. E. Efficient raman amplifiers within propagation and multiplexing techniques for high capacity and ultra long haul transmission systems. *International Journal of Computer Science and Telecommunications v. 2*, n. 3, (2011), p. 16–24.
- [16] FERMI, E., PASTA, J., AND ULAM, S. Studies of nonlinear problems. Tech. rep., I, Los Alamos Scientific Laboratory Report No. LA-1940, 1955.
- [17] FERREIRA, M. F., FACÃO, M. V., LATAS, S. C. V., AND SOUSA, M. H. Optical solitons in fibers for communication systems. *Fiber and integrated optics v. 24*, n. 3-4, (2005), p. 287–313.
- [18] FUKUCHI, K., ET AL. 1.1-tb/s (55 20-gb/s) dense wdm soliton transmission over 3,020-km widely-dispersion-managed transmission line employing 1.55/1.58- μm hybrid repeaters. In *European Conference on Optical Communications (ECOC 99)*, France, (1999).
- [19] GALLÉAS, W., YMAI, L., NATTI, P., AND NATTI, E. T. Ondas do tipo sóliton em guias dielétricos. *Revista Brasileira de Ensino de Física v. 25*, n. 3, (2003), p. 294–304.
- [20] GUMENYUK, R., THUR, C., KIVISTO, S., AND OKHOTNIKOV, O. G. Tapered fiber bragg gratings for dispersion compensation in mode-locked yb-doped fiber laser. *Quantum Electronics, IEEE Journal of v. 46*, n. 5, (2010), p. 769–773.
- [21] HASEGAWA, A. Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated raman process. *Applied Optics v. 23*, n. 19, (1984), p. 3302–3309.
- [22] HASEGAWA, A. Quasi-soliton for ultra-high speed communications. *Physica D: Nonlinear Phenomena v. 123*, n. 1, (1998), p. 267–270.
- [23] HASEGAWA, A., AND TAPPERT, F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. i. anomalous dispersion. *Applied Physics Letters, v. 23* (1973), p. 142.
- [24] HECHT, J., AND LONG, L. *Understanding fiber optics*, vol. 3. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.
- [25] KIVSHAR, Y. S. Soliton stability in birefringent optical fibers: analytical approach. *JOSA B v. 7*, n. 11, (1990), p. 2204–2209.

- [26] KODAMA, Y., AND HASEGAWA, A. Generation of asymptotically stable optical solitons and suppression of the gordon–haus effect. *Optics letters v. 17*, n. 1, (1992), p. 31–33.
- [27] KOHL, ET AL. Optical soliton perturbation in a non-kerr law media. *Optics & Laser Technology v. 40*, n. 4, (2008), p. 647–662.
- [28] KORTEWEG, D. J., AND DE VRIES, G. Xli. on the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, v. 39*, n. 240, (1895), p. 422–443.
- [29] KUROKAWA, K., TAJIMA, K., AND NAKAJIMA, K. 10-ghz 0.5-ps pulse generation in 1000-nm band in pcf for high-speed optical communication. *Journal of Lightwave Technology v. 25*, n. 1, (2007), p. 75–78.
- [30] LATAS, S. C. V. *Propagação Controlada de Solitões em Fibras Ópticas*. Doutorado em física, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2005.
- [31] LATAS, S. C. V., AND FERREIRA, M. F. S. Stable soliton propagation with self-frequency shift. *Mathematics and Computers in Simulation v. 74*, n. 4 (2007), p. 379–387.
- [32] LE GUEN, D., ET AL. Narrow band 1.02 tbit/s (51×20 gbit/s) soliton dwdm transmission over 1000 km of standard fiber with 100 km amplifier spans. In *Optical Fiber Communication Conference, 1999, and the International Conference on Integrated Optics and Optical Fiber Communication. OFC/IOOC'99. Technical Digest* (1999), IEEE, pp. PD4–1.
- [33] LIU, W. J., ET AL. Symbolic computation of solitons in the normal dispersion regime of inhomogeneous optical fibres. *Quantum Electronics v. 41*, n. 6, (2011), p. 545–551.
- [34] MALOMED, B. A., MIHALACHE, D., WISE, F., AND TORNER, L. Spatiotemporal optical solitons. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics v. 7*, n. 5, (2005), p. R53.
- [35] MATOS, M. A. G. *Optimização de redes Ópticas em operação*. Mestrado em engenharia eletrónica e telecomunicações, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2007.
- [36] MECOZZI, A., MOORES, J. D., HAUS, H. A., AND LAI, Y. Soliton transmission control. *Optics letters v. 16*, n. 23, (1991), p. 1841–1843.
- [37] MENYUK, C. Nonlinear pulse propagation in birefringent optical fibers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of v. 23*, n. 2, (1987), p. 174–176.

- [38] MOLLENAUER, L. F., AND SMITH, K. Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by raman gain. *Optics Letters*, v. 13, n. 8, (1988), p. 675–677.
- [39] NAGAYAMA, K., KAKUI, M., MATSUI, M., SAITOH, T., AND CHIGUSA, Y. Ultra-low-loss (0.1484 db/km) pure silica core fibre and extension of transmission distance. *Electronics Letters*, v. 38, n. 20, (2002), p. 1168–1169.
- [40] OKAMAWARI, T., MARUTA, A., AND KODAMA, Y. Analysis of gordon–haus jitter in a dispersion-compensated optical transmission system. *Optics letters* v. 23, n. 9, (1998), p. 694–696.
- [41] PINHEIRO, J. M. D. S. *Guia completo de cabeamento de redes*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.
- [42] PINTO, A. N. *Análise e optimização de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões*. Doutorado em engenharia eletrotécnica, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1999.
- [43] RIBEIRO, J. A. J. Características da propagação em fibras ópticas. *Revista Inatel*, v. 2, (1999), p. 1–16.
- [44] SMITH, N., ET AL. Enhanced power solitons in optical fibres with periodic dispersion management. *Electronics Letters*, v. 32, (1996), p. 54–55.
- [45] STRATMANN, M., PAGEL, T., AND MITSCHKE, F. Experimental observation of temporal soliton molecules. *Physical Review Letters*, v. 95, n. 14, (2005), p. 143902.
- [46] TSARAF, Y., AND MALOMED, B. A. Transmission of return-to-zero pulses in an optical split-step system based on reflecting fiber gratings. *Optics Communications* v. 282, n. 19, (2009), p. 3957–3963.
- [47] YMAI, L., GALLÉAS, W., NATTI, P., AND NATTI, E. T. Estabilidade de sólitons em fibras óticas dielétricas de tipo χ^2 . *Revista Ciências Exatas e Naturais*, v. 6 (2004), p. 9–29.
- [48] ZABUSKY, N. J., AND KRUSKAL, M. D. *Interaction of "Solitrons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial State*. Princeton University Plasma Physics Laboratory, 1965.