Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 1 (Álgebra Linear) 1.25 ptos

Seja $A \in \mathbb{R}^{nxn}$, de tal forma que, seu determinante é não-nulo. Considere $x^j \in \mathbb{R}^n$ para $j = 1,...,r$, nestas condições, prove que $\{x^1,..., x^r\}$ é linearmente independente se, e somente se, $\{Ax^1,..., Ax^r\}$ é linearmente independente.

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 2 (Álgebra Linear) 1.25 ptos

Exiba uma base de $\mathbb{C}$ em $\mathbb{R}$, uma de $\mathbb{C}$ em $\mathbb{C}$ e uma de $\mathbb{C}^2$ em $\mathbb{R}$. Justifique suas respostas!

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 3 (Álgebra Linear) 1.25 ptos

Seja a seguinte matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & -9 \\ 1 & 4 & -6 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determine seu polinômio mínimo em $\mathbb{R}$, em seguida, decida se ela pode ser diagonalizável em $\mathbb{R}$ e em $\mathbb{C}$.

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 4 (Álgebra Linear) 1.25 ptos

Seja $T : V \to V$ um operador linear nilpotente de índice *k*, isto é, $T^k = 0$, mas, $T^{k-1} \neq 0$. Dado um $v \in V$, seja $S = \{v, T(v), ..., T^{k-1}(v)\}$, nestas condições, é correto afirmar que o subespaço gerado por *S* é *T*-invariante e que, além disto, *S* é base deste subespaço? Se sim ou não, justifique!

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 1 (Análise) 1.25 ptos

Para cada *n* natural, seja $0 \le t_n \le 1$. Se $\{x_n\}$ e $\{y_n\}$ são seqüências reais, tais que, $\lim x_n = \lim y_n = a$, prove que $\lim\left(t_n x_n + (1-t_n) y_n\right) = a$.

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 2 (Análise) 1.25 ptos

Se $A \subset \mathbb{R}$, então $int(A)$ denota o conjunto dos pontos interiores de A. Sejam $X, Y \subset \mathbb{R}$, mostre que:

a) $int(X \cap Y) = int(X) \cap int(Y)$

b) $int(X) \cup int(Y) \subset int(X \cup Y)$. Dê um exemplo em que a inclusão não se reduza a uma igualdade.

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 3 (Análise) 1.25 ptos

Seja $f:(a,b)\to\mathbb{R}$, tal que, $|f(x)-f(y)|\leq(x-y)^2$ quaisquer que sejam $x,y\in(a,b)$. Nestas condições, seria correto afirmar que *f* é contínua em (a,b)? Existe algum ponto de (a,b), no qual *f* não é derivável? Se sim ou não justifique!

Prova de Seleção do Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional (PGMAC/UEL)
Londrina, 11 de Fevereiro de 2008

Nome:

Questão 4 (Análise) 1.25 ptos

Seja $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ integrável. Prove que as afirmações a, b e c são equivalentes:

a) $\int_a^b |f(x)|dx = 0$.

b) Se *f* é contínua em $c\in[a,b]$, então, $f(c)=0$.

c) O conjunto dos pontos interiores de $X=\{x\in[a,b]: f(x)\neq 0\}$ é vazio.

Por fim, é possível calcular $\int_a^b f(x)dy$? Se sim calcule! Se não justifique!