



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

MAYARA CRISTINA SUGIGAN

**CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE  
ENSINAM MATEMÁTICA ENVOLVENDO O PENSAMENTO  
ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO CONTINUADA**

---

Londrina  
2021

MAYARA CRISTINA SUGIGAN

**CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE  
ENSINAM MATEMÁTICA ENVOLVENDO O PENSAMENTO  
ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO CONTINUADA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Londrina  
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL.

M467 Sugigan, Mayara Cristina.  
Conhecimento Profissional de Professoras que Ensinam Matemática envolvendo o Pensamento Algébrico na formação continuada / Mayara Cristina Sugigan. - Londrina, 2021.  
155 f.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2021.  
Inclui bibliografia.

1. Conhecimento Profissional Docente - Tese. 2. Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental - Tese. 3. Formação de professores que ensinam matemática - Tese. 4. Incidentes Críticos - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

MAYARA CRISTINA SUGIGAN

**CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE  
ENSINAM MATEMÁTICA ENVOLVENDO O PENSAMENTO  
ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO CONTINUADA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação Em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino  
(Orientadora)  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof. Dra. Regina Maria Pavanello  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

---

Prof. Dra. Renata Viviane Raffa Rodrigues  
Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD

Londrina, 28 de Maio de 2021.

Dedico este trabalho àquela que, mesmo de  
tão distante, se faz presente em nossos  
corações, Maria do Anjos Oliveira dos  
Santos (*in memoriam*).

## AGRADECIMENTOS

---

*Não é sobre ter  
Todas as pessoas do mundo pra si  
É sobre saber que em algum lugar  
Alguém zela por ti ...*

Ana Vilela

Agradeço a Deus por ter me concedido saúde, sabedoria e discernimento para trilhar este caminho.

Aos meus pais, Márcio Aparecido Sugigan e Romilda Ferreira dos Santos Sugigan, por não medirem esforços ao me apoiarem e incentivarem nessa jornada. Exemplos de amor e determinação.

À minha irmã, Heloísa dos Santos Sugigan, por ser minha maior fã e por dividir comigo todos os meus sonhos. Te amo que chega dói!

Ao meu esposo, Hilton Helton Dias Torres, pela compreensão de minha ausência, pelo amor e a cumplicidade vivenciadas ao longo dos anos. Obrigada por acreditar em mim nos momentos que nem eu mesma o fiz.

Aos meus avós, por serem exemplos de humildade, dedicação e por demonstrarem o verdadeiro sentido de uma família.

Aos meus sogros, Hilton Juarez Ruiz Torres e Aparecida Donizette Dias Torres, por me acolherem em sua família e serem tão especiais para mim.

Aos meus cunhados, Murilo Juarez Ruiz Torres e Bianca Pattaro pela amizade e pelos momentos compartilhados e, João Victor Maia, por, em tão pouco tempo, ter se tornado tão especial.

À minha orientadora Márcia Cyrino, pelos ensinamentos e orientações dedicados para a realização deste trabalho. Grata pela oportunidade de tê-la como orientadora.

À professora Regina Pavanello, pelos conhecimentos compartilhados e contribuições na qualificação e defesa.

À professora Márcia Nagy, pelas especiais contribuições dedicadas a este trabalho, na qualificação.

À professora Renata Rodrigues, pelas ideias, sugestões e contribuições na defesa.

À Cristiane dos Santos Oliveiras, pela amizade construída ao longo desta jornada, e pelos conhecimentos, contribuições, conversas e momentos compartilhados.

Aos membros do Gepefopem, em especial, aos colegas Ana Cláudia, Anna Flávia, André, Cristiane, Fábio Borges, Fernanda, Jéssika, Júlio, Taynara e Talisson, por todas as contribuições dadas à este trabalho, pelas aprendizagens e cafés compartilhados.

À Ana Caroline Zampirolli, por ser uma amiga tão fiel e companheira de caminhada. Obrigada por sempre estar ao meu lado, por colaborar com as leituras, por ouvir todos os m choros e comemorar meus momentos felizes.

À Gabriella Vicente, por nos últimos anos ter se tornado uma amiga tão especial, por celebrar comigo os momentos de alegria e por ser acalento nos momentos em que mais preciso.

As professoras do grupo de estudos, pela participação e colaboração com o desenvolvimento deste trabalho, por todo conhecimento e experiência compartilhados.

A professora Sandra D'Antonio, por despertar meu interesse pela pesquisa no âmbito da Educação Matemática, por incentivar os estudos e torcer pelas conquistas.

Ao grupo GEPEME-UEM, em especial, as professoras Leila Pessôa, Lucilene Adorno, Sandra D'Antonio e Regina Pavanello, por me acolherem e me guiarem para os caminhos da pesquisa.

Ao professores do Pecem, pela excelência e qualidade de seu ensino e pelo compromisso com a Educação Matemática.

Aos colaboradores da Secretaria de Pós-Graduação do CCE/UEL, por todas as orientações prestadas.

À Emily Karolyne, por, em meio ao desconhecido, ter me acolhido e se mostrado uma grande companheira.

Às companheiras, Giovana Castilho, Lígia Bittencourt e Vanessa Rhea, pelas caronas, almoços e conversas.

A todos os amigos que estiveram comigo ao longo dessa jornada, por compreenderem minha ausência e acreditarem em mim.

À Capes, pelo apoio financeiro.

A todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente com a constituição deste trabalho. Meu muito obrigada.

*Educação não transforma o mundo.  
Educação transforma pessoas. Pessoas  
transformam o mundo.*

Paulo Freire

SUGIGAN, Mayara Cristina. **Conhecimento profissional de Professoras que Ensinam Matemática envolvendo o Pensamento Algébrico na formação continuada.** 2021. 155p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

## RESUMO

Este estudo tem por objetivo discutir os *aspectos do conhecimento profissional que são mobilizados por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF) no trabalho envolvendo o pensamento algébrico em um contexto de formação continuada.* Para tanto, foi investigado um grupo de estudos, no âmbito da formação continuada, constituído por dez professoras que atuam em escolas da rede municipal de ensino de Maringá- PR. Este estudo, de natureza qualitativa, configurou-se como uma pesquisa-intervenção, de cunho interpretativo. Foram utilizados, como instrumentos para coleta de informações, as produções escritas elaboradas pelas professoras, as gravações em áudio das discussões realizadas durante os encontros e o diário de campo da pesquisadora. O relatório de pesquisa, organizado no formato *multipaper*, encontra-se estruturado por um capítulo introdutório (capítulo I), três artigos (capítulos II, III e IV), norteados por objetivos específicos distintos, mas articulados entre si e, as considerações finais da pesquisa. Na introdução, estão organizados o referencial teórico assumido nesta investigação, o contexto e os procedimentos metodológicos da pesquisa e a descrição da organização da dissertação. Do segundo capítulo, consta o primeiro artigo que teve por objetivo “discutir perspectivas de pensamento algébrico manifestadas por PEMAI-EF, em um contexto de formação continuada”. Essa investigação sugere que os grupos de estudos que privilegiam o compartilhamento de ideias e a promoção de discussões contribuem para mobilizar distintas perspectivas de pensamento algébrico e modos de produzir significados para os objetos da álgebra. O terceiro capítulo, segundo artigo, teve por objetivo “investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento algébrico. Este estudo salienta que o trabalho com tarefas matemáticas potencialmente desafiadoras em contextos formativos favorece o desenvolvimento do conhecimento profissional docente. O quarto capítulo, constituído pelo terceiro artigo, teve por objetivo discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de PEMAI-EF. Nesse sentido, foi considerado que a dinâmica de estudos assumida pelo grupo, na exploração de incidentes críticos, mostrou-se pertinente e profícua para a mobilização/constituição de conhecimentos profissionais desencadeada por reflexões e (re)significações de aspectos inerentes à sua prática profissional. Os resultados desta investigação sugerem que as propostas de formação continuada que privilegiam o protagonismo do professor, que exploram empreendimentos e promovem discussões e reflexões, contribuem para a mobilização do conhecimento profissional docente.

**Palavras-chave:** Conhecimento Profissional Docente. Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Formação de Professores que Ensinam Matemática. Tarefas Matemáticas. Incidentes Críticos.

SUGIGAN, Mayara Cristina. **Professional knowledge of Mathematics female Teachers involving algebraic thinking in the continuing education**. 2021. 155p. Dissertation (Master in the Teaching of Science and Mathematical Education) – State University of Londrina, Londrina, 2021.

## ABSTRACT

This study aims to discuss the aspects of professional knowledge that are mobilized by female teachers who teach mathematics in the early years of elementary school (PEMAI-EF) in their work with algebraic thinking in a continuing education context. To this end, a group of studies was investigated within the scope of continuing education, consisting of ten female teachers who work in schools of the municipal education system in Maringá-PR. This study, qualitative in nature, was configured as a research-intervention, interpretative in nature. The instruments used to collect information were the written productions produced by the female teachers, the audio recordings of the discussions held during the meetings, and the researcher's field diary. The research report, organized in multipaper format, is structured by an introductory chapter (chapter I), three articles (chapters II, III, and IV), guided by distinct but articulated specific objectives, and the final considerations of the research. In the introduction, the theoretical framework assumed in this research, the context and the methodological procedures of the research and the description of the organization of the dissertation are organized. The second chapter contains the first article that aimed to "discuss perspectives of algebraic thinking manifested by PEMAI-EF, in a continuing education context". This research suggests that study groups that privilege the sharing of ideas and the promotion of discussions contribute to mobilize different perspectives of algebraic thinking and ways of producing meanings for the objects of algebra. The third chapter, second article, aimed to "investigate what professional knowledge is mobilized by PEMAI-EF in the development of tasks involving algebraic thinking. This study highlights that working with potentially challenging mathematical tasks in formative contexts favors the development of professional teaching knowledge. The fourth chapter, constituted by the third article, aimed to discuss the role of critical incident analysis in the continuing education of PEMAI-EF. In this sense, it was considered that the dynamics of studies assumed by the group, in the exploration of critical incidents, proved to be relevant and fruitful for the mobilization/constitution of professional knowledge triggered by reflections and (re)significations of aspects inherent to their professional practice. The results of this research suggest that continuing education proposals that favor teacher protagonism, that explore undertakings, and promote discussions and reflections, contribute to the mobilization of teachers' professional knowledge.

**Keywords:** Teachers' Professional Knowledge. Algebraic Thinking in the Early Elementary School Years. Training Teachers Who Teach Mathematics. Mathematical Tasks. Critical Incidents.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

Figure 1: Organização da dissertação no Formato Multipaper.....	41
Figura 2: Característica do pensamento algébrico manifestada pela P2 (P2, PE, 21/09/2019)	58
Figura 3: Características do aritmetismo descritas pela P3 (P3, PE, 24/09/2019) .....	59
Figura 4: Reflexões descritas pela a respeito da exploração das tarefas P10 (P10, PE, 11/11/2019).....	60
Figura 5: Identificação pela regularidade (P9, PE, 20/08/2019) .....	61
Figura 6: Resolução apresentada no quadro, pela P1, da tarefa de sequências (P1, PE, 20/08/2019).....	62
Figura 7: Identificação do padrão descrito pela P2 (P2, PE, 24/09/2019) .....	62
Figura 8: Reflexões descritas pela professora a respeito do trabalho com o pensamento algébrico em sala de aula P4 (P4, PE, 21/09/2019).....	63
Figura 9: Resolução de tarefa envolvendo sequência (P7, PE, 24/09/2019).....	63
Figura 10: Representação gráfica expressa pela P6 (P6, PE, 08/10/2019).....	65
Figure 11: Reflexão descrita pela P6 acerca de sua interpretação sobre o pensamento algébrico (P6, PE, 19/08/2019) .....	65
Figura 12: Resolução descrita pela P10 (P10, E, 08/10/2019) .....	66
Figura 13: Resolução descrita pela P5 (P5, PE, 08/10/2019).....	67
Figura 14: Representação da P& para a tarefa das nuvens após a discussão (P7, PE, 13/09/2019).....	82
Figura 15: Representação da professora P11 para identificar a regularidade (P11, PE, 20/08/2019).....	83
Figura 16: Explicação da professora P11 para a regularidade (P11, PE, 20/08/2019).....	84
Figura 17: Representação estabelecida pela P9 na sistematização (P9, PE, 20/08/2019) .....	85
Figura 18: Estratégias de resoluções das tarefas dos apertos de mãos apresentada no quadro pela P10 (P10, PE, 20/08/2019) .....	88
Figura 19: Relato da P2 a respeito da valorização do planejamento (P2, PE, 11/11/2019) .....	89
Figura 20: Reflexão a respeito da experiência vivenciada pela P7 ao desenvolver uma tarefa de cunho algébrico em sala de aula (P7, PE, 24/09/2019) .....	90
Figura 21: Representação da P6 ao demonstrar a forma como o conteúdo será explorados nos anos finais do Ensino Fundamental (P6, PE, 20/08/2019) .....	91
Figura 22: Reflexão da P2 sobre como se vê no espaço escolar (P2, PE, 04/10/2019).....	91
Figura 23: Relato da P7 a respeito de como ela compreende o contexto de formação (P7, PE, 25/10/2019).....	92
Figura 24: Resposta da P8 sobre sua impressão a respeito do grupo (P8, PE, 19/08/2019) ....	94
Figura 25: Resposta da P5 para o item 5 do IC-1 (P5, PE, 05/11/2019) .....	111
Figura 26: Reflexão expressa pela P9 a respeito de mudanças observadas em sua prática (P9, PE, 12/11/2019).....	112
Figura 27: Relato de P7 sobre as mudanças na sua prática (P7, PE, 06/11/2019) .....	113
Figura 28: Resposta da P4 sobre a atitude da professora perante ao IC-1(P4, PE, 05/11/2019) .....	114

Figura 29: Resposta dada pela P3 sobre a atitude da professora perante ao IC-1 (P3, PE, 05/11/2019).....	114
Figura 30: Reflexão da P2 sobre a contribuição da análise de IC para sua prática (P2, PE, 26/11/2019).....	115
Figura 31: Reflexão P8 sobre a contribuição da análise de IC para sua prática (P8, PE, 06/11/2019).....	116
Figura 32: Representação e generalização expressa pela P2 (P2, PE, 05/11/2019) .....	118
Figura 33: Representação elaborada pela P7 na resolução da tarefa do IC-1(P7, PE, 05/11/2019).....	119
Figura 34: Representação elaborada pela P1, considerando a resolução de um aluno (P1, PE, 05/11/2019).....	120
Figura 35: Representação elaborada pela P7, considerando a resolução de um aluno (P7, PE, 05/11/2019).....	121

## LISTA DE QUADROS

---

Quadro 1 - Tarefa: Verificando as relações de igualdade .....	25
Quadro 2: – Tarefas Quadrados e Triângulos.....	25
Quadro 3: – Tarefa Carteiro.....	26
Quadro 4: – Tarefa Descubra o número.....	28
Quadro 5: – Exemplos de Incidentes Críticos .....	31
Quadro 6: - Informações das professoras participantes.....	32
Quadro 7: – Cronograma dos encontros do grupo de estudos.....	34
Quadro 8: – Tarefa dos símbolos.....	50
Quadro 9: Síntese das tarefas realizadas no grupo de estudos .....	53
Quadro 10: Representação e generalização estabelecida pela P9 (P9, E, 05/11/2019).....	117

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Gepefopem	Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática
PEM	Professores que Ensinam Matemática
PEMAI- EF	Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental
SEED - PR	Secretaria de Estado da Educação do Paraná
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEM	Universidade Estadual de Maringá

## SUMÁRIO

---

<b>CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO ESTENDIDA .....</b>	<b>18</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
1.1 Caminhos da investigação .....	18
1.2 Conhecimento profissional do professor que ensinam matemática.....	19
1.3 Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental .....	22
1.4 O papel dos incidentes Críticos na Formação de Professores .....	29
1.5 Contexto da Investigação.....	32
1.6 Encaminhamento Metodológico.....	37
1.7 Organização da Dissertação.....	39
1.8 Referências .....	42
<b>CAPÍTULO II – ARTIGO 1.....</b>	<b>46</b>
<b>PERSPECTIVAS DE PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADAS POR PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....</b>	<b>46</b>
2.1 Introdução.....	46
2.2 O Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a Formação de Professores.....	47
2.3 Caracterizações do Pensamento Algébrico.....	49
2.4 contexto investigado .....	52
2.5 Procedimentos Metodológicos .....	55
2.6 Perspectivas de pensamento algébrico manifestadas por PEMAI no processo de formação .....	57
2.7 Considerações finais.....	68
2.8 Referências .....	70
<b>CAPÍTULO III – ARTIGO 2 .....</b>	<b>73</b>
<b>O TRABALHO COM TAREFAS MATEMÁTICAS QUE ENVOLVEM O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA .....</b>	<b>73</b>
3.1 Introdução.....	73
3.2 Conhecimento Profissional do Professor que Ensina Matemática .....	74
3.3 Tarefas matemáticas .....	77
3.4 Contexto e procedimentos metodológicos da investigação.....	79
3.5 Conhecimentos Profissionais mobilizados por PEMAI no contexto de formação.....	81

3.6	As tarefas matemáticas e o conhecimento profissional de professores .....	94
3.7	Considerações finais .....	96
3.8	Referências: .....	97
	Anexo I .....	99
	Tarefa 1 -T1: Quanto vale a nuvem? .....	99
	Tarefa 2 – T2: Quantos apertos de mãos? .....	99
	Tarefa 3 – T3: Sequências e Quadrados .....	100
	<b>CAPÍTULO IV - ARTIGO 3 .....</b>	<b>101</b>
	<b>ANÁLISE DE INCIDENTES CRÍTICOS NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA .....</b>	<b>101</b>
4.1	Introdução .....	101
4.2	Os incidentes críticos na formação de professores .....	103
4.3	Contexto da investigação .....	107
4.4	Procedimentos metodológicos .....	108
4.5	O papel da análise de incidentes críticos na formação de PEMAI-EF .....	109
4.6	Discussão a respeito do papel do incidentes críticos no processo de formação .....	121
4.7	Considerações finais .....	122
4.8	Referências: .....	123
	Anexo I: 1.º Incidente Crítico – IC-1 .....	126
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA .....</b>	<b>129</b>
	Articulação e conclusão .....	131
	Referências: .....	133
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>134</b>
	<b>APÊNDICE A - .....</b>	<b>141</b>
	Proposta do grupo de estudos apresentada às professoras .....	141
	<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>143</b>
	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....	143
	<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>147</b>
	Tarefas propostas pelas formadoras .....	147
	<b>APÊNDICE D .....</b>	<b>149</b>
	incidente crítico das mesas .....	149
	<b>ANEXO A .....</b>	<b>153</b>
	Tarefas trazidas pelas professoras no encontro .....	153

<b>ANEXO B</b> .....	<b>155</b>
Tarefa desenvolvida pela P7 com seus alunos.....	<b>155</b>

### INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo, apresentamos a Introdução Estendida que compõe essa dissertação, para tanto a organizamos em seções que fundamentam este trabalho. A primeira seção se constitui da escolha da temática e da sua justificativa. Em seguida, discutimos aspectos do conhecimento profissional do professor que ensina matemática. Na terceira seção, realizamos uma descrição a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em seguida, abordamos os incidentes críticos na formação do professor. Na seção cinco, tratamos do contexto de investigação, seguido dos procedimentos metodológicos. Por fim, a estrutura e a organização da dissertação.

#### 1.1 CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO

Nos últimos anos, alguns pesquisadores tem se dedicado a investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (CYRINO; OLIVEIRA, 2011; GURNISK CARNIEL, 2013; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018; NOBREGA FERREIRA, 2017; TREVISAN *et al.*, 2018).

Compreendemos que, para que o trabalho com o pensamento algébrico possa ser realizado com os alunos, desde os anos iniciais, faz-se necessário promover espaços formativos de professores que ensinam matemática, de modo que eles possam refletir sobre suas práticas, desenvolver seus conhecimentos e envolver-se em seu próprio desenvolvimento profissional.

O interesse em desenvolver um trabalho tendo em mente tal questão é decorrente de nossa participação no Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem)<sup>1</sup>, que tem, nos últimos anos, se dedicado a investigar contextos formativos, bem como aspectos relacionados ao movimento da Identidade Profissional, dos conhecimentos profissionais e do desenvolvimento profissional dos professores.

Embora seja objeto de investigação de outros pesquisadores (GURNISKI CARNIEL, 2013; MAGINA; OLIVEIRA; MERLINI, 2018; NOBREGA FERREIRA; RIBEIRO;

---

<sup>1</sup> O Gepefopem, coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cistina de Costa Trindade Cyrino, foi criado em 2003 na Universidade Estadual de Londrina – UEL. Para mais informações sobre o grupo acesse, <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>.

RIBEIRO, 2017; QUARTIERI *et al.*, 2019), a temática a respeito do pensamento algébrico passou a ser amplamente discutida pelas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, devido à sua implementação na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Dessa forma, entendemos que esta investigação se mostrou pertinente por oportunizar às professoras um espaço de estudo, discussão e aprendizagem sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para tanto, buscamos desenvolver este estudo num contexto de formação continuada a fim de aprofundar o pensamento algébrico, mobilizando, assim, os conhecimentos profissionais docentes.

## 1.2 CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINAM MATEMÁTICA

A discussão a respeito dos conhecimentos profissionais do professor tem sido objeto de estudo de alguns pesquisadores, os quais têm se dedicado a investigar as dimensões e os elementos, relativos à natureza e ao conteúdo, dos conhecimentos considerados como necessários à profissão docente (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; FRAGA, 2019; GURNISKI CARNIEL, 2013; PONTE; OLIVEIRA, 2002; RICHIT; PONTE, 2020; SHULMAN, 1986).

Na década de 1980, Shulman (1986) empreendeu estudos que reconheciam que o trabalho desenvolvido pelos professores era distinto dos de outras áreas, sendo assim determinou três grandes domínios a respeito do conhecimento do professor, a saber, o *Conhecimento do Conteúdo*, o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* e, o *Conhecimento Curricular*.

O *conhecimento do conteúdo* está circunstanciado a uma determinada área (no nosso caso a Matemática). No entanto, não se trata apenas do domínio de fatos e de conceitos específicos, pois envolve a compreensão das estruturas substantivas e sintáticas. As estruturas substantivas abrangem uma variedade de formas nas quais os conceitos e os princípios básicos do componente curricular são organizados para incorporar seus fatos. Já a estrutura sintática abarca a validação e o estabelecimento de verdades, a capacidade de explicar e justificar proposições e relacioná-las dentro do mesmo domínio ou de domínios diferentes. Neste domínio, Shulman (1986) considera que não basta que o professor compreenda “o que é” algo, é necessário que entenda o “porquê” e, desse modo, entenda porque determinado assunto assume um caráter central na disciplina e, outros, um caráter mais periférico.

O *conhecimento pedagógico do conteúdo* vai além do tema a ser estudado. Está relacionado com as formas de representar e formular as ideias inerentes a um conteúdo e as maneiras pelas quais é possível torná-lo compreensível para os alunos, isto é, as analogias, os exemplos, as explicações que serão utilizadas. Diz respeito, também, à compreensão da aprendizagem dos alunos, aos conhecimentos prévios que eles possuem acerca da temática e o que consideram mais ou menos complexo. Para Shulman (1987), o conhecimento pedagógico não está dissociado do conhecimento do conteúdo, pelo contrário, há uma espécie de fusão de ambos.

O *conhecimento curricular* diz respeito a uma variedade de programas que normatizem os tópicos a serem ensinados nos diferentes níveis de ensino. Refere-se igualmente ao conhecimento dos materiais e dos recursos associados ao ensino. Para além do conhecimento destes aspectos, duas dimensões constituem o conhecimento curricular: o conhecimento curricular lateral, que seria a “capacidade do professor de relacionar o conteúdo de um determinado curso ou aula a tópicos ou questões que estão sendo discutidos simultaneamente em outras aulas<sup>2</sup>” (SCHULMAN, 1986, p. 10). E o conhecimento curricular vertical, que compreende “a familiaridade com os tópicos e questões que foram e serão ensinados na mesma área disciplinar durante os anos anteriores e posteriores na escola e os materiais que os incorporam<sup>3</sup>” (SHULMAN, 1986, p. 10).

Os estudos sobre os domínios desenvolvidos por Shulman (1986) embasaram outras investigações, cujo interesse estava em analisar o conjunto de conhecimentos necessários para exercer a docência, isto é, o conhecimento profissional docente (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; BALL; BASS, 2009; PONTE; OLIVEIRA, 2002; RICHIT; PONTE, 2020).

Segundo Richit e Ponte (2020, p. 3), “o conhecimento profissional docente embasa e orienta a prática do professor em sala de aula”, em outras palavras, o conhecimento profissional norteia, principalmente, uma atividade prática, embora tenha como fundamento conhecimentos de natureza teórica, social e experimental.

Ponte e Oliveira (2002, p. 4) consideram que o conhecimento profissional “é conhecimento necessário para desempenhar com sucesso uma atividade profissional, que se debate com questões bastante diferentes das da vida acadêmica ou da vida cotidiana”. No caso dos professores, trata-se do conhecimento na ação relativo não só à prática letiva – associado

---

<sup>2</sup> “The teacher’s ability to relate the content of a given course or lesson to topics or issues being discussed simultaneously in other classes.” (SHULMAN, 1986, p.10).

<sup>3</sup> “Familiarity with the topics and issues that have been and will be taught in the same subject area during the preceding and later years in school, and the materials that embody them.” (SHULMAN, 1986, p.10)

ao conhecimento didático do professor, mas também às práticas não letivas – participação do professor em outras atividades e projetos da escola e ao seu próprio desenvolvimento profissional.

O conhecimento didático, segundo os autores, é constituído por quatro dimensões, nomeadamente, *o conhecimento da Matemática, o conhecimento do currículo, o conhecimento do aluno e dos processos de aprendizagem e os conhecimentos do processo instrucional*.

A primeira dimensão do conhecimento didático diz respeito à disciplina a ser ensinada, que, neste caso, é a Matemática. De acordo com Ponte e Oliveira (2002, p. 8), “não se trata, aqui, do conhecimento da Matemática como ciência, mas da interpretação que dela faz o professor enquanto disciplina escolar”. A dimensão *conhecimento da Matemática* prevê compreender os conceitos e os procedimentos inerentes à disciplina, bem como as formas e representações utilizadas para explicar tais conceitos. Espera, igualmente, o conhecimento das relações do conteúdo dentro da mesma disciplina e/ou com outras disciplinas e áreas do conhecimento.

O *conhecimento do currículo* remete ao conhecimento dos processos de avaliação, dos materiais didáticos a serem utilizados, da organização dos conteúdos. Segundo os autores, “este conhecimento tem um papel fundamental na tomada de decisões sobre os assuntos a que deve dedicar mais tempo, sobre as propriedades a considerar a cada momento, sobre a forma de orientar o processo de ensino-aprendizagem” (PONTE; OLIVEIRA, 2002, p.9).

O *conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem* engloba o, conhecimento dos interesses, dos gostos, dos valores e das dificuldades dos alunos. Por conta disso, é de suma importância que os docentes continuamente estudem os processos de aprendizagem dos alunos, suas estratégias, seus modos de pensar bem como conheçam os contextos sociais e culturais inseridos nesse processo.

O *conhecimento do processo instrucional* está relacionado ao planeamento das aulas, isto é, ao modo como o trabalho será organizado e desenvolvido durante as aulas de Matemática. Também está associado às concepções que os professores têm a respeito das tarefas que serão realizadas, da avaliação dos alunos e do seu próprio desenvolvimento. Segundo os autores, essa dimensão é o fundamento para o conhecimento didático. Ela inclui o que ocorre antes da aula, durante a preparação, e o após, por meio de reflexões.

Articulada com estas dimensões do conhecimento e com as ações que os professores exercem como participantes de outros projetos escolares, está a visão que o professor tem de si mesmo e do seu próprio desenvolvimento profissional. Muito embora essas dimensões do

conhecimento sejam apresentadas e discutidas separadamente, elas estão interconectadas e permeiam a prática do professor que ensina matemática. Por exemplo, ao preparar suas aulas, o professor precisa definir os objetivos, conforme as propostas curriculares, pensar quais recursos didáticos ou exemplos podem ser utilizados para que os alunos compreendam determinado conteúdo.

Tendo em vista a diversidade de compreensões a respeito das dimensões do conhecimento profissional docente, bem como a forma como elas se articulam, assumimos neste estudo que o conhecimento profissional docente abrange um conjunto de conhecimentos que são inerentes à profissão do professor, isto é, que são essenciais para o exercício da docência.

A seguir, discutiremos aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

### **1.3 PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

No ano de 2012, o Ministério da Educação publicou o documento *“Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”* (BRASIL, 2012). De acordo com Nacarato e Custódio (2018), foi a primeira vez que uma proposta curricular nacional mencionava a presença da álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico.

Mais tarde, esta proposta de trabalho – desenvolver o pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental – se fez presente na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017, p. 268), a partir da unidade temática *“Álgebra”*.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Nos últimos anos, no Brasil, o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental tem sido foco de algumas investigações (GURNISK CARNIEL, 2013; LINS; GIMENEZ, 2001; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018; NOBREGA FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2017). No cenário internacional essa discussão faz parte de

pesquisas pautados na *early algebra*<sup>4</sup> (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER *et al*, 2006; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Early Álgebra difere da álgebra comumente encontrada no Ensino Médio e além dele. Baseia-se fortemente em situações problemas. Só gradualmente a notação formal é introduzida. E está intimamente ligada a tópicos do currículo de matemática dos anos iniciais<sup>5</sup>. (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2007, p. 236, tradução nossa).

Pioneiros na investigação a respeito do raciocínio algébrico<sup>6</sup>, Blanton e Kaput (2005) defendem que a preparação dos alunos do Ensino Fundamental para o século XXI exige uma formação e um tipo de experiência escolar diferentes quanto aos processos mentais da matemática, pois as exigências dessa área se tornam cada vez mais complexas.

Por este motivo, apontam a necessidade de se repensar o currículo do Ensino Fundamental, uma vez que há um grande reconhecimento de que o raciocínio algébrico pode manifestar-se na Matemática desde os anos iniciais. “A integração do raciocínio algébrico nas séries primárias oferece uma alternativa que constrói o desenvolvimento conceitual de matemática mais profunda e complexa nas experiências dos alunos desde o início<sup>7</sup>” (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Canavarro (2007, p. 92) também defende a inclusão do pensamento algébrico no currículo dos anos iniciais. Segundo a autora, esse modo de pensar deve estar relacionado, de forma efetiva, com os demais temas da Matemática, para estimular a compreensão dos alunos.

A inclusão do pensamento algébrico no currículo de Matemática dos primeiros anos pode evocar-se, não só o seu carácter preparatório para a Álgebra dos anos posteriores, mas também o seu contributo para o aprofundamento da compreensão da Matemática e do poder desta área do saber.

Tendo em consideração esses apontamentos, julgamos que o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico deve estar presente desde os anos iniciais, de forma significativa, ou seja, explorando os elementos constitutivos da álgebra, de modo que possam

---

<sup>4</sup> *Early algebra* é um termo que tem sido utilizado na educação matemática para se referir ao pensamento algébrico e ao ensino relacionado com a álgebra entre jovens aprendizes – de aproximadamente 6 a 12 anos de idade (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007).

<sup>5</sup> *Early algebra differs from algebra as commonly encountered in high school and beyond. It builds heavily on background contexts of problems. It only gradually introduces formal notation. And it is tightly interwoven with topics from the early mathematics curriculum.* (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2007, p. 236).

<sup>6</sup> Em detrimento da pluralidade do termo raciocínio algébrico e pensamento algébrico, compreendidos por alguns autores como sinônimos, manteremos na presente investigação a terminologia utilizada pelos autores em suas investigações.

<sup>7</sup> “*The integration of algebraic reasoning into primary grades offers an alternative that builds the conceptual development of deeper and more complex mathematics into students' experience from the very beginning.*” (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413)

contribuir para a formação dos alunos e prepará-los para os conteúdos que serão ensinados nos anos posteriores.

Alguns autores sugerem que a iniciação ao trabalho com o pensamento algébrico, nos anos iniciais, ocorra por meio da exploração de seus objetos, por exemplo, estudos de sequências e regularidades, de padrões numéricos e geométricos, de relações dos números com suas propriedades e, também, quando oportuno, por meio da utilização da notação algébrica para expressar essas relações e regularidades (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER *et al.*, 2006; LINS; GIMENEZ, 2001; PONTE, 2006).

A seguir, apresentaremos algumas das perspectivas de pensamento algébrico encontradas na literatura e, em algumas delas, exemplificamos possíveis formas de trabalhar com o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de tarefas. Vale ressaltar que uma mesma tarefa pode desenvolver uma ou mais formas de se pensar algebricamente.

Kaput (2008) considera que há dois aspectos centrais com relação ao raciocínio algébrico. O primeiro diz respeito à generalização e à sua expressão gradual em sistemas de símbolos convencionais. E o segundo, refere-se à ação guiada sintaticamente sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados. De acordo com Smith (2008), estes dois pensamentos dizem respeito, respectivamente, ao *pensamento representacional* e ao *pensamento simbólico*. O pensamento representacional está associado aos processos mentais pelos quais o indivíduo estabelece significado para um determinado sistema de representação, enquanto no pensamento simbólico, o foco está nos próprios símbolos, sem levar em conta a que possam se referir.

De acordo com Kaput (2008, p. 11, tradução nossa), estes dois aspectos centrais do raciocínio algébrico estão presentes, de alguma forma, nas seguintes vertentes:

- (1) Álgebra como estudo das estruturas e sistemas abstraídos a partir do resultado de operações e estabelecimento de relações, incluindo os que surgem na Aritmética (Álgebra como Aritmética generalizada) ou no raciocínio quantitativo.
- (2) Álgebra como o estudo das funções, relações e (co)variação.
- (3) Álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelação, tanto dentro do campo da Matemática, como fora dele.

A primeira vertente *aritmética generalizada* está relacionada com a construção dos aspectos sintáticos da álgebra, a partir da estrutura aritmética, em que a relação de equivalência pode ser explorada, para que as expressões sejam consideradas em termos de suas formas e não de resultados operacionais. Também inclui as relações estabelecidas entre os números e suas propriedades, como a generalização sobre a propriedade comutativa da multiplicação, e ainda,

a construção de generalizações a partir de outras generalizações predefinidas, por exemplo, generalizar a soma de três números pares, ou três ímpares, ou três pares e ímpares.

Na tarefa ilustrada no Quadro 1, podemos explorar alguns desses aspectos com vista a desenvolver essa forma de raciocínio algébrico.

**Quadro 1 - Tarefa: Verificando as relações de igualdade**

Pedro e João estavam fazendo a lição de casa juntos e eles tinham que igualar e comparar membros de cada igualdade a seguir e escrever se elas seriam verdadeiras ou falsas.

$$3 \times 4 = 2 \times 6$$

$$12 : 2 = 15 : 3$$

Comparando igualdades:

$3 \times 4 = 12$  e  $2 \times 6 = 12$ . Então,  $3 \times 4 = 2 \times 6$ . A igualdade é verdadeira.

$12 : 2 = 6$  e  $15 : 3 = 5$ . Então  $12 : 2$  é diferente de  $15 : 3$ . A igualdade é falsa.

Agora observe as alternativas a seguir e assinale as relações verdadeiras:

( )  $3 \times 10 = 4 \times 4$     ( )  $5 \times 7 = 4 \times 9$     ( )  $30 : 5 = 48 : 8$     ( )  $25 : 5 = 30 : 6$

Fonte: As autoras

Por meio da tarefa do Quadro 1, podem ser exploradas, por exemplo, as operações com números inteiros, o sinal de igualdade como uma relação entre quantidades e o raciocínio multiplicativo. De acordo com Canavarro (2007), a aritmética generalizada refere-se à exploração do caráter potencialmente algébrico da aritmética, não se tratando apenas da análise da expressão em termos numéricos, mas da análise relativa à sua forma.

A segunda vertente, nomeadamente, *pensamento funcional* (BLANTON; KAPUT, 2005), envolve a generalização da ideia de função. Corresponde à forma como são denotadas as expressões em termos de suas regularidades, à comparação das diferentes expressões para determinar se são equivalentes. Diz respeito, também, à identificação e à generalização de padrões numéricos e geométricos. No Quadro 2, apresentamos uma tarefa em que alguns desses aspectos do pensamento algébrico podem ser explorados.

**Quadro 2: – Tarefas Quadrados e Triângulos**

Análise as figuras a seguir.



1.<sup>a</sup> figura



2.<sup>a</sup> figura



3.<sup>a</sup> figura

4.<sup>a</sup> figura



Figura

- a) Represente a 4.<sup>a</sup> figura. Justifique como pensou para representá-la.
- b) Considerando que o padrão é mantido para construção das próximas figuras, quantos quadradinhos haverá na figura que tem 6 triângulos?
- c) E quantos quadradinhos haverá na figura que tem 7 triângulos?
- d) Como é possível determinar a quantidade de quadradinhos que há em uma figura em que se sabe a quantidade de triângulos?
- e) Quantos triângulos há em uma figura com 10 quadradinhos?

Fonte: As autoras

A tarefa do Quadro 2 permite trabalhar, por exemplo, o *pensamento funcional*, a partir da descrição de uma regularidade, por meios de símbolos; a descrição de um padrão numérico por meio de padrão geométrico; o estabelecimento de relação entre número e uma quantidade; prever os resultados desconhecidos por meio dos dados conhecidos, formulando conjecturas e a representação numérica para descrever um termo.

A terceira vertente, designada por *modelação*, é constituída como uma forma para expressar e formalizar generalizações, isto é, um conjunto de linguagens que compreende a generalização a partir de situações matematizadas. Para Kaput (2008), esta vertente se vincula às duas anteriores, uma vez que a modelação é utilizada para representar tanto situações aritméticas, quanto problemas, envolvendo relações funcionais e generalizações.

No Quadro 3, indicamos uma tarefa em que pode ser explorada esta forma de raciocínio algébrico.

**Quadro 3:** – Tarefa Carteiro

Um carteiro entregou 100 cartas em 5 dias. Em cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 cartas a mais que no dia anterior. Quantas cartas entregou em cada dia?

Fonte: Adaptado de Buriasco, Cyrino e Soares (2003)

Na tarefa apresentada no Quadro 3, podem ser exploradas, por exemplo, a busca tanto de modelo para descrever essa situação com o intuito de generalizá-la, quanto por conjecturas que possam ser testadas e, se necessário, reformuladas. De acordo com Almeida e Santos (2017, p. 45), modelar uma situação ou problema de cunho algébrico “não significa, necessariamente, utilizar a linguagem simbólica da álgebra. É possível utilizar, por exemplo, a linguagem gestual, pictórica, natural, numérica ou simbólica algébrica para representar um problema algébrico”.

De acordo com Blanton e Kaput (2005), as formas mais comuns de raciocínio algébrico manifestadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental são a aritmética generalizada e o pensamento funcional. Como essas duas formas possuem uma maior relação com o eixo da aritmética, seus objetos podem ser explorados como parte integrante do desenvolvimento do pensamento algébrico nesta etapa de ensino.

Lins e Gimenez (2001, p. 10) estudaram a relação existente entre esses dois campos da matemática e salientam que “é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

Para estes autores o pensamento algébrico consiste em produzir significado para álgebra, que por sua vez “consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 137). Eles entendem que o pensamento algébrico é uma dessas formas de se produzir significado para álgebra e pode assumir três modos distintos: (i) *aritméticismo*; (ii) *internalismo*; (iii) *analiticidade*.

O primeiro modo, *aritméticismo*, corresponde ao modo de produzir significado para os números e as operações aritméticas. De acordo com Lins e Gimenez (2001, p. 152, grifos do autor) “números naturais, inteiros, reais e complexos são números, mas também o são, polinômios, vetores, matrizes, permutações, conjuntos, e assim por diante, *sempre que estiverem sendo considerados do ponto de vista da estrutura algébrica*”. Assim, compreendemos que há uma relação entre esse modo de pensamento algébrico e o da *aritmética generalizada* (KAPUT, 2008) no trabalho com a relação dos números, segundo suas propriedades, podendo a tarefa proposta no Quadro 1 ser um exemplo de desenvolvimento desse modo de pensamento algébrico.

O *internalismo*, de acordo com Lins e Gimenez (2001, p. 151), leva em conta os “números e operações segundo suas propriedades, e não ‘modelando’ números em outros objetos, por exemplo, objetos físicos ou geométricos”. Neste modo, considera-se a lógica que está por trás dos números e das operações, aquilo que sustenta e garante que elas possam ser realizadas. Pensar internamente significa pensar no número como um objeto simbólico e não o referenciando a “uma coleção de pedrinhas nem cubinhos de madeira” (LINS, 1994, p. 30).

O terceiro e último modo, *analiticidade* corresponde às operações dos números, tratando o desconhecido como conhecido, isto significa considerar os números genéricos como casos particulares, ou seja, as “incógnitas são tratadas exatamente como se fossem ‘dados’” (LINS,

1994, p. 30). Podemos ilustrar esse modo, com um exemplo de tarefa apresentada no Quadro 4.

**Quadro 4:** – Tarefa Descubra o número

Os cinco símbolos @, \*, #, &, ^ representam cinco Algarismos diferentes, sabendo que

$$@ + @ + @ = *$$

$$\# + \# + \# = \&$$

$$* + \& = ^$$

- Qual é o algarismo representado por ^?

A) 0

B) 2

C) 6

D) 8

E) 9

Explique como chegou em sua resposta.

Fonte: Adaptado de Cyrino e Oliveira (2011)

Por meio da tarefa apresentada no Quadro 4, podemos explorar o modo de *pensar analiticamente*, pois os símbolos são representados de modo genérico para chegar a uma solução particular. Como destacado anteriormente, as tarefas podem mobilizar mais de uma forma de pensamento algébrico, isto é, podem abranger uma ou mais formas de se produzir significado para os objetos matemáticos contidos nela.

Sendo assim, Lins e Gimenez (2001, p. 152) ressaltam que o trabalho a respeito da educação algébrica deve considerar dois principais objetivos. O primeiro é “permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra” e, o segundo, “permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente”.

Tendo e conta a produção de significados, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) definem pensamento algébrico “como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização”.

Ao corroborarmos esta perspectiva, queremos enfatizar, assim como Canavaro (2007, p. 88), a distinção entre o pensamento algébrico e a visão tradicional a respeito da álgebra, pois “a álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia *per si*”. A notação algébrica, muitas vezes denotada por símbolos e letras, tem a função de traduzir informações de situações que nos são propostas e, seu uso frequente, fez com que álgebra fosse associada ao estudo desse sistema simbólico.

No entanto, o pensamento algébrico diz respeito à atribuição de significados dados a estes objetos, visto que “no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos

símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos” (CANAVARRO, 2007, p. 88). Esses símbolos podem ser representados nas formas numéricas, por meio de diagramas, gráficos, dentre outros.

Ponte (2006, p. 8) salienta que “no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato”. Enfatiza ainda que o estudo dos padrões e das regularidades é um caminho para desenvolver esse raciocínio.

Nacarato e Custódio (2018) propõem uma série de tarefas que podem promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em sala de aula, para que cada um dos modos/formas desse pensamento, apresentados anteriormente, possam ser explorados com os alunos. Contudo, as autoras destacam que, para que isto ocorra, é necessário que os professores se organizem, problematizem, questionem e desestabilizem seus alunos de forma que promovam suas aprendizagens.

Por esses motivos, salientamos a necessidade de propor um grupo de estudos com professores que ensinam matemática, que viabilize explorar tais aspectos. De acordo com Cyrino e Oliveira (2011, p. 122),

a capacidade de os professores identificarem diferentes tipos de pensamento algébrico é condição necessária para que eles possam explorá-los, em sala de aula, nos momentos em que estes são manifestados. No entanto, para que tal aconteça é necessário providenciar formas de suporte profissional para que eles desenvolvam capacidades que possibilitem a execução das novas orientações curriculares de uma forma sustentada.

Na próxima seção, discutiremos brevemente os incidentes críticos, explorados no contexto de formação investigado neste trabalho.

#### **1.4 O PAPEL DOS INCIDENTES CRÍTICOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

Os estudos a respeito de incidentes críticos foram propostos por John Flanagan na década de 1950 em diversos campos de sua atuação profissional. Para Almeida (2009, p. 188),

Incidente crítico é uma descrição detalhada de um fato e da situação que lhe deu origem, de modo que as informações contidas na descrição ofereçam base para que o leitor/ouvinte chegue ao enunciado de uma opinião, uma apreciação, um julgamento, uma tomada de decisão ou às alternativas para a solução de um problema. Nessa linha, o sujeito da pesquisa é convidado a refletir sobre o que aconteceu com o outro, a colocar-se no lugar do outro.

Para a autora, um episódio de incidente crítico deve ser elaborado de tal modo que a sua análise permita investigar e promover o envolvimento dos participantes. Ela defende que os episódios de incidentes críticos têm potencial para discussões em pesquisas no campo da educação no que tange ao desenvolvimento das concepções dos professores, seus sentimentos e suas emoções.

Medrado (2012) reforça que um incidente crítico se caracteriza como uma prática de observar uma determinada situação e fazer previsões sobre ela. “A trajetória de vida de um indivíduo é marcada por experiências significativas; revisar esse percurso pode contribuir para tornar conscientes elementos desencadeadores de suas práticas, bem como possibilitar mudanças” (MEDRADO, 2012, p. 38).

Tanto Almeida (2009) quanto Medrado (2012), ratificam a concepção de Bolívar (2002), ao considerar que a análise dos episódios de incidentes críticos favorece o desenvolvimento dos professores, pois causa mudanças ou reafirmações sobre suas trajetórias.

Os incidentes podem ser, em conjunto: a) fatos individuais que, por incontornáveis, estabelecem a identidade; b) acontecimentos críticos que promovem a mudança dessa identidade e c) resultados de acontecimentos que reafirmam uma parte da identidade original e repelem a outra. Os incidentes críticos fazem com que o indivíduo reconheça em si mesmo coisas que antes lhe escapavam. (BOLÍVAR, 2002, p. 62).

Joshi (2018) considera um incidente crítico como algo não planejado e imprevisto pelo professor. Num primeiro momento esses episódios são comuns, mas, por meio da análise tornam-se críticos.

A análise de incidentes críticos ajuda os professores a saberem mais sobre como eles ensinam. Também os ajuda a questionar sua própria prática de ensino, que lhes permite desenvolver profissionalmente. O principal objetivo da análise de um incidente crítico é identificar boas práticas de ensino que um professor está adotando. Também visa identificar as práticas que não estão funcionando bem. Serve como uma forma de investigação reflexiva e um senso de conscientização profissional. (JOSHI, 2018, p. 84 – tradução nossa).<sup>8</sup>

Joshi (2018) ressalta que, dentre outros aspectos, a análise desses episódios contribui para o desenvolvimento profissional dos professores, uma vez que os incentiva a serem mais reflexivos em seus questionamentos. E, ao serem mais reflexivos com suas práticas colaboram para constituir uma comunidade de professores críticos, que compartilham entre si os incidentes

---

<sup>8</sup> *Analysis of critical incidents helps teachers know more about how they teach. It also helps them to question their own teaching practice that enables them to develop professionally. The main purpose of analyzing a critical incident is to identify good practices of teaching a teacher is adopting. It also aims to identify those practices, which are not working well. It serves as a form of reflective inquiry and a sense of professional awareness.* (JOSHI, 2018, p. 84)

críticos vivenciados por eles, desenvolvendo, assim, um senso de cooperação e uma conscientização ou mudanças de suas crenças, a respeito dos alunos, dos processos de ensino e de aprendizagem.

Os exemplos, mostrados no Quadro 5, podem, segundo os preceitos de Joshi (2018), ser caracterizados como episódios de incidentes críticos, já que as análises realizadas a partir deles permitem questionar “o que aconteceu”, “o que causou isso” ou “por que aconteceu”. Assim, os professores em situações particulares, e inesperadas, podem parar e refletir.

#### **Quadro 5:** – Exemplos de Incidentes Críticos

**Exemplo 1:** Às vezes, os professores planejam realizar atividades de trabalho em grupo. Eles dizem aos alunos o que vão fazer; dividem-nos em grupos; atribuem-lhes tarefas, etc. e os alunos começam a realizá-las. O professor acha que seus alunos estão no caminho certo, entretanto, um dos alunos pode perguntar "O que deveríamos fazer?"

**Exemplo 2:** Um professor pode verificar as respostas escritas de seus alunos. Ele/a só marca "excelente", "bem feito", "mantenha-se assim" etc. regularmente no caderno de um aluno brilhante. Ele acha que o aluno alcançou o esperado para o nível dele, mas, no final da sessão, esse aluno pode lhe dizer: "Se você às vezes me pedisse para trabalhar mais, eu teria feito melhor."

**Exemplo 3:** Às vezes, os professores planejam instigar seus alunos em atividades comunicativas para promover sua capacidade de fala. Mas na sala de aula, eles podem encontrar mais alunos participativos do que esperavam e as melhores práticas da fala e seus reflexos. Embora seja um evento comum, o professor pode considerá-lo um incidente crítico, porque ele/a pode interpretá-lo como significativo para referência futura.

Fonte: Joshi (2018, p. 83, tradução nossa)

Diante desses exemplos, podemos entender que um incidente crítico se configura como um evento, um episódio ou uma situação inesperada e imprevista pelo professor. Então a partir dele, é possível fazer induções, previsões, emitir julgamentos e opiniões que podem solucionar um determinado problema ou causar mudanças e/ou reafirmações em suas trajetórias profissionais. Estes eventos podem ocorrer tanto no contexto de sala de aula quanto e/ou durante a carreira profissional do professor.

São diversos os episódios, as situações e os incidentes vivenciados pelo professor ao longo de sua vida profissional, no entanto a maneira com que ele interpreta e lida com estes incidentes é que vai caracterizá-lo como um profissional crítico. Portanto, os incidentes só se tornarão *críticos*, se os docentes se valerem deles para refletir sobre sua prática, para alavancar mudanças que favoreçam a aprendizagem dos alunos e o seu próprio desenvolvimento profissional.

Tendo em vista tais apontamentos, utilizamos a análise de episódios críticos na formação de PEMAI.

Na próxima seção, indicaremos o contexto investigado deste estudo.

## 1.5 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

Ao considerar a formação como um processo dinâmico e, como salienta Cyrino (2018), que visa atender às demandas emergentes dos contextos que os professores estão inseridos, delineamos a proposta de um grupo de estudos em torno da temática “*Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental*”, com o objetivo de promover a formação de PEM por meio de estudos, discussões e reflexões sobre a temática.

O grupo de estudos foi coordenado pela pesquisadora Mayara, em parceria com a pesquisadora Cristiane dos Santos Oliveira<sup>9</sup> que, ainda, assumiram no grupo o papel de formadora, ambas integrantes do Gepefopem. Foi, também, aprovado pelo Comitê de Ética<sup>10</sup> e ofertado no âmbito de formação continuada pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá<sup>11</sup>.

Para tanto, foi enviado um convite aos PEMAI-EF de dez escolas de uma mesma região do município com a apresentação do projeto que compreendia estudos a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico. A formação ocorreu nas dependências de umas destas instituições, durante os meses de agosto a novembro de 2019 e contou com uma carga horária de 40 horas, distribuídas em dez encontros de quatro horas.

Participaram dessa investigação dez professoras, advindas de seis das instituições convidada e as formadoras (Mayara e Cristiane).

As professoras participantes desta investigação possuem, em sua maioria graduação em Pedagogia e atuam, com exceção de uma, como regentes dos 1.º, 3.º e 4.º anos do Ensino Fundamental. No Quadro 6, elencamos algumas informações sobre as participantes do grupo. Seus nomes foram codificados, de modo que suas identidades pudessem ser preservadas.

**Quadro 6:** - Informações das professoras participantes

PARTICIPANTE	FUNÇÃO	FORMAÇÃO	TURMA QUE ATUA	TEMPO DE DOCÊNCIA
P1	Professora	Graduação em Pedagogia Especialização <i>lato sensu</i>	4.º ano	11 anos
P2	Supervisora Pedagógica	Graduação em Pedagogia	—	29 anos

<sup>9</sup> Esta escolha deveu-se ao interesse comum das pesquisadoras em desenvolver investigações com as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo a abordagem do pensamento algébrico para esta etapa de ensino, embora com focos distintos de investigação.

<sup>10</sup> O projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR. Parecer: 3.492.530, e as participantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento.

<sup>11</sup> A formação foi aprovada e certificada pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá.

		Especialização <i>lato sensu</i> .		
P3	Professora	Graduação em Letras Especialização <i>lato sensu</i> ;	3.º e 4.º anos	17 anos
P4	Professora	Graduação em Pedagogia Especialização <i>lato sensu</i>	1.º e 3.º anos	7 anos
P5	Professora	Graduação em Pedagogia e Ciências Biológicas Especialização <i>lato sensu</i>	3.º ano	18 anos
P6	Professora	Graduação em Pedagogia, História e Artes Cênicas Especialização <i>lato sensu</i>	4.º ano	25 anos
P7	Professora	Graduação em Pedagogia Especialização <i>lato sensu</i>	3.º ano	7 anos
P8	Professora	Graduação em Pedagogia Especialização <i>lato sensu</i> Mestrado em Educação	3.º ano	18 anos
P9	Professora	Graduação em Pedagogia	3.º ano	5 anos
P10	Professora	Graduação em Pedagogia Especialização <i>lato sensu</i>	3.º ano	15 anos

Fonte: As autoras

Os encontros foram organizados pelas formadoras, de acordo com um cronograma contendo as propostas de trabalho a serem desenvolvidas pelo grupo, cronograma este delineado ao longo dos encontros, conforme os interesses e as necessidades observados e declarados pelas professoras. As informações contempladas no cronograma estão no Quadro 7.

**Quadro 7:** – Cronograma dos encontros do grupo de estudos

ENCONTROS	DATAS	SÍNTESE DO ENCONTRO
1	13/08/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Apresentação da proposta do grupo de estudos e dos trabalhos às professoras</li><li>- Coleta de informações prévias das professoras a respeito dos significados de Álgebra e de pensamento algébrico</li><li>- Início das resoluções e das discussões de tarefas propostas pelas formadoras, nos pequenos grupos</li></ul>
2	20/08/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Retomada da resolução das tarefas propostas no encontro anterior</li><li>- Sistematização, com o grande grupo, sobre a resolução das tarefas</li><li>- <u>Tarefas a distância</u>: Selecionar e/ou elaborar tarefas de ensino, cujo objetivo de ensino seja o Pensamento Algébrico</li></ul>
3	10/09/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Finalização da socialização e da sistematização das tarefas, propostas no primeiro encontro;</li><li>- Leitura e discussão teórica das perspectivas de Pensamento Algébrico<sup>12</sup> nos pequenos grupos;</li><li>- Socialização das discussões no grande grupo.</li><li>- Classificação das tarefas realizadas de acordo com as perspectivas de Pensamento Algébrico apresentadas no material teórico e de acordo com o ano de ensino a ser aplicado.</li><li>- <u>Tarefas a distância</u>: Buscar na BNCC as habilidades matemáticas contidas no eixo da Álgebra, referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental</li></ul>
4	24/09/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Discussões e socialização a respeito da caracterização das tarefas de acordo com o material teórico</li><li>- Relato das professoras sobre algumas tarefas, de cunho algébrico, aplicadas em sala de aula</li><li>- Apresentação e discussão das resoluções dadas pelos alunos</li><li>- Início da resolução das tarefas selecionadas pelas professoras e da classificação de acordo com as perspectivas algébricas de cada uma</li></ul>
5	08/10/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Finalização da resolução das tarefas</li><li>- Troca, entre os pequenos grupos, das listas de tarefas trazidas pelas professoras, para resolução</li></ul>
6	22/10/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Debate entre os grupos sobre as resoluções das tarefas realizadas nos pequenos grupos</li><li>- Início da socialização no grande grupo das resoluções e caracterizações de Pensamento Algébrico presentes nas tarefas realizadas</li></ul>
7	29/10/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Relato das professoras sobre práticas de sala de aula</li><li>- Finalização da socialização no grande grupo das resoluções e caracterizações de Pensamento Algébrico presentes nas tarefas realizadas</li></ul>
8	05/11/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Discussão de tarefas com incidentes críticos em sua resolução.</li></ul>
9	19/11/2019	<ul style="list-style-type: none"><li>- Discussão de tarefas com incidentes críticos em sua resolução</li></ul>

<sup>12</sup> As perspectivas de pensamento algébrico selecionadas para o estudo teórico foram frutos das perspectivas encontradas nos trabalhos “Perspectivas de pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental presentes em artigos científicos publicados em revistas brasileiras entre 2015 – 2018” (SUGIGAN; CYRINO, 2019) e “*Perspectivas de trabalho com Pensamento Algébrico em contexto de formação de professores presentes em artigos científicos publicados entre 2015-2019*” (OLIVEIRA; CYRINO, 2019).

10	26/11/2019	- Discussão de tarefas com incidentes críticos em sua resolução - Estudo a respeito das habilidades da temática Álgebra, contempladas na BNCC - Avaliação da dinâmica do grupo e da temática abordada.
----	------------	--

Fonte: As autoras

No primeiro encontro, foram apresentadas às professoras as propostas de trabalho a serem desenvolvidas pelo grupo e a dinâmica que assumiríamos durante os encontros, isto é, formamos pequenos grupos para refletir e discutir a respeito do conteúdo e das tarefas e, em seguida, socializar, de forma coletiva, com as demais professoras as observações realizadas entre elas. Este foi o primeiro contato que tivemos com as professoras participantes, pois, até o momento, todas as informações sobre a formação tinham sido repassadas pela coordenação ou via *on-line*.

Neste encontro, também solicitamos que elas registrassem a compreensão delas a respeito dos significados de álgebra e de pensamento algébrico. Pedimos a autorização delas para gravarmos em áudio as discussões realizadas e, ainda, combinamos acerca do caderno de anotações<sup>13</sup>, entregue-lhes. Ao final do encontro, as professoras, em seus pequenos grupos, iniciaram as resoluções e as discussões, que envolviam as tarefas de cunho algébrico, propostas pelas formadoras.

No segundo encontro, foram retomadas as resoluções e as discussões das tarefas. Os grupos, formados de acordo com as escolhas das professoras, continham de três a quatro integrantes. Ao concluírem as resoluções e as discussões, nos pequenos grupos, começamos, de forma coletiva, a socialização com todas as professoras. No momento desta socialização, as formadoras mediarão as produções e as explicações das professoras, de maneira que todas do grupo argumentassem e validassem o que elas manifestavam. Entendemos que esta ação foi pertinente para que as professoras pudessem observar e discutir as distintas formas de resoluções e modos de se produzir significado para um mesmo objeto, neste caso, as tarefas de cunho algébrico. Ao final do encontro, solicitamos-lhes que pesquisassem e selecionassem ou elaborassem tarefas, para o nível de ensino no qual atuavam. Essa tarefa teve o propósito de promover o pensamento algébrico dos alunos (o trabalho com estas tarefas foi realizado posteriormente).

No terceiro encontro, foram finalizadas, de forma coletiva, a discussão e a sistematização das tarefas, propostas no primeiro encontro. As professoras puderam observar

---

<sup>13</sup> O caderno de anotações, instrumento individual, foi entregue às professoras no primeiro encontro do grupo com o intuito de que elas pudessem ali descrever reflexões a respeito das discussões e responder a questionamentos propostos ao longo dos encontros sobre a temática.

que, conforme discutiam coletivamente suas resoluções e estratégias adotadas, suas compreensões a respeito do tema eram cada vez mais sistematizadas. Na sequência dessas discussões, propusemos um estudo teórico a respeito de algumas perspectivas de pensamento algébrico presentes na literatura. Este estudo teve como foco apresentar e discutir as formas como os autores compreendem este pensamento e como este pode ser desenvolvido, isto é, como é possível produzir significado para este pensamento.

Após a discussão acerca das perspectivas, as professoras retomaram as tarefas iniciais e, em pequenos grupos, classificaram cada uma de acordo com os elementos constitutivos do pensamento algébrico, presentes no material do estudo teórico. Nessa ocasião, elas tiveram a oportunidade de analisar novamente as tarefas e puderam estabelecer relações que, até então, não haviam compreendiam. Ao final, solicitamos que as professoras pesquisassem na BNCC as habilidades referentes à unidade temática da Álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um ano de ensino de suas preferências.

No quarto encontro, algumas professoras que trabalharam tarefas de cunho algébrico com seus alunos relataram para as demais a experiência que vivenciaram. Estavam surpresas com os resultados, pois, além de cumprirem com os objetivos planejados de aprendizagem, observaram que os alunos conseguiram resolver e explorar a proposta elaborada por elas. Após o relato, apresentamos algumas resoluções, produzidas por estes alunos, a fim de que as participantes pudessem discutir as formas de raciocínio expressas por eles.

Em seguida, iniciamos a resolução das tarefas que as professoras haviam selecionado/elaborado, anteriormente. O objetivo deste trabalho foi que elas analisassem e classificassem quais tarefas apresentavam potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para além disso, deveriam classificar para qual ano a tarefa se destinaria e quais eram os objetos da álgebra que poderiam ser explorados por meio dela. Como foram várias as tarefas selecionadas, foi possível elaborar quatro listas distintas. Por este motivo, foram formados quatro grupos, e cada um ficou responsável pela resolução de uma lista.

No quinto encontro, após concluírem as resoluções de suas tarefas, os grupos, dois a dois, trocaram suas listas, de modo que cada tarefa pudesse ter pelo menos duas formas distintas de ser resolvida ou representada. Essa ação demonstrou-se pertinente, pois as discussões poderiam ser mais aprofundadas, caso houvesse mais de uma perspectiva ou forma de manifestar o pensamento algébrico por meio de uma tarefa.

No sexto e no sétimo encontros, discutimos, coletivamente, as resoluções das tarefas. Nesta fase, as professoras passaram a relatar experiências e mudanças que haviam notado em

suas práticas na sala de aula, devido à dinâmica adotada pelo grupo. Avaliaram-se como mais questionadoras, quanto às produções elaboradas pelos seus alunos; e mais criteriosas, quanto à seleção de uma tarefa e seu potencial a ser explorado.

Nos oitavo, nono e décimo encontros, propusemos às professoras o estudo, a reflexão e a discussão de tarefas de cunho algébrico, em episódios de incidentes críticos. Por meio destes, elas foram instigadas a analisar e verificar as soluções dadas pelos alunos em tarefas que elas já haviam resolvido e discutido no decorrer dos encontros. As soluções dos incidentes não haviam sido propostas e nem manifestadas por elas nos pequenos e no grande grupo. O objetivo deste trabalho foi lhes propiciar uma oportunidade de refletir a respeito de suas práticas de ensino.

Nos dois últimos encontros, do mesmo modo foram proporcionados às professoras o estudo e a discussão sobre as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2017), com relação à unidade temática álgebra, destinada aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste processo, as professoras não só puderam estabelecer relações entre as tarefas e as discussões produzidas no grupo com as habilidades e objetivos do documento, como também apresentaram exemplos que ilustravam determinadas situações, que só ocorreram após os estudos advindos do grupo.

A singularidade de cada encontro, as discussões e os trabalhos produzidos em cada um deles contribuíram para delimitar as unidades de análise produzidas nesta investigação, bem como para obter os resultados apresentados nos próximos capítulos.

## 1.6 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Esta pesquisa, de natureza qualitativa, caracteriza-se como uma *pesquisa de intervenção*. De acordo com Krainer (2003, p. 98), desenvolver este tipo de pesquisa significa unir o campo da prática com o da pesquisa, isto é, “esse tipo de pesquisa é principalmente orientado a processos e contextualizado, gerado por meio de interação e comunicação contínuas com a prática”. Este estudo teve como base a questão de investigação geral, “*Que aspectos do conhecimento profissional são mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF), no trabalho envolvendo o pensamento algébrico em um contexto de formação continuada?*”

Ancorados na questão geral delimitada, estruturamos os capítulos desta dissertação, a partir de três objetivos específicos, relacionados com as questões subliminares e as temáticas de cada artigo, a saber:

- (i) *Discutir as perspectivas de pensamento algébrico manifestadas por PEMAI-EF em um contexto de formação continuada.*
- (ii) *Investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento algébrico.*
- (iii) *Discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de PEMAI-EF.*

No intuito de cumprir com tais objetivos e responder às questões de investigação, analisamos neste estudo as produções de significados estabelecidas por PEMAI do Ensino Fundamental, a respeito da temática pensamento algébrico. Para tanto, valemo-nos da coleta de informações, do diário de campo da pesquisadora, das produções escritas das professoras e das gravações em áudios dos encontros do grupo de estudos.

As gravações em áudio referem-se aos momentos de discussões realizadas, nos pequenos grupos, entre as professoras; e de forma coletiva, entre todas elas e as formadoras. Posteriormente, essas discussões foram transcritas e organizadas em episódios, conforme as datas dos encontros.

As produções escritas das professoras abrangem as resoluções das tarefas propostas e desenvolvidas ao longo dos encontros e as reflexões descritas, individualmente, em seus cadernos de anotações. Estas informações foram organizadas, conforme a autora da produção, o instrumento contendo a informação (tarefa ou caderno) e as respectivas datas em que foram coletadas.

As informações, descritas no diário de campo da pesquisadora, são derivadas das observações e das descrições de episódios e/ou ações, que não puderam ser captadas em áudio, e de reflexões acerca de impressões pessoais, notadas durante os encontros. Com o intuito de complementar os dados coletados, essas informações foram organizadas em conformidade com as datas dos encontros.

As unidades de análises estabelecidas nos artigos que compõem esta dissertação assumiram aspectos de uma abordagem interpretativa (ERICKSON, 1986) e foram desenvolvidas a partir de algumas etapas. Na primeira, verificamos as informações coletadas,

buscando identificar, nas produções escritas, aspectos que tivessem relação com o desenvolvimento do pensamento algébrico manifestado pelas professoras.

Em seguida, analisamos os episódios transcritos e concentramo-nos em identificar as características específicas das informações, com base na fundamentação teórica assumida em cada artigo. Após esses dois processos – busca e identificação –, realizamos um cotejo das informações obtidas na análise da primeira e segunda etapas, a fim de que pudéssemos identificar características semelhantes ou distintas. Como última etapa deste processo, debruçamo-nos a analisar os dados que haviam sido agrupados, enfatizando os resultados obtidos, segundo a teoria utilizada. Para mais, procuramos discutir estes elementos, associando-os ao contexto das professoras participantes.

## **1.7 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

Adotamos nesta investigação, de caráter qualitativo, o formato *multipaper*. Este formato tem se tornado, nos últimos anos, característico das produções elaboradas pelos membros do Gepefopem. Consiste em uma coletânea de artigo, os quais correspondem aos capítulos do trabalho, acompanhados de uma introdução estendida, que diz respeito ao capítulo introdutório, e das considerações finais, elaborada de um modo geral para todos os textos.

A fim de responder à questão geral, que norteia este trabalho, elaboramos os objetivos específicos da pesquisa, os quais nortearão a dissertação, isto é, cada um será o objetivo de um capítulo/artigo do formato *multipaper*. Estes, por sua vez, estão estruturados de acordo com suas abordagens metodológicas e temáticas específicas, todavia, encontram-se articulados entre si e apresentam em seus resultados elementos que favorecem responder tal questão investigativa.

Assim como destacam Mutti e Klüber (2018, p. 4), há estudos (GARNICA, 2011; COSTA, 2014; BARBOSA, 2015) que discutem o formato *multipaper* para a elaboração de dissertações e teses e consideram-no como favorável para as pesquisas qualitativas no âmbito da Educação Matemática, justificando ser mais fácil a busca por esses trabalhos em periódicos além de ter maior visibilidade, quando comparado às buscas por dissertações e teses em sua íntegra. Sendo assim, optamos pela escolha deste formato para o desenvolvimento desta dissertação.

Com vista a esta estrutura e considerando a temática sobre a qual nos debruçamos estudar – os conhecimentos profissionais acerca do pensamento algébrico mobilizados por PEM nos anos iniciais do Ensino Fundamental – organizamos esta dissertação da seguinte maneira: esta

introdução estendida, mais três capítulos (artigos) e as considerações finais gerais. Os capítulos foram estruturados, assentados nos respectivos objetivos específicos:

- Capítulo I: Discutir as perspectivas de pensamento algébrico manifestadas por PEMAI-EF em um contexto de formação continuada.
- Capítulo II: Investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento algébrico.
- Capítulo III: Discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de PEMAI-EF.

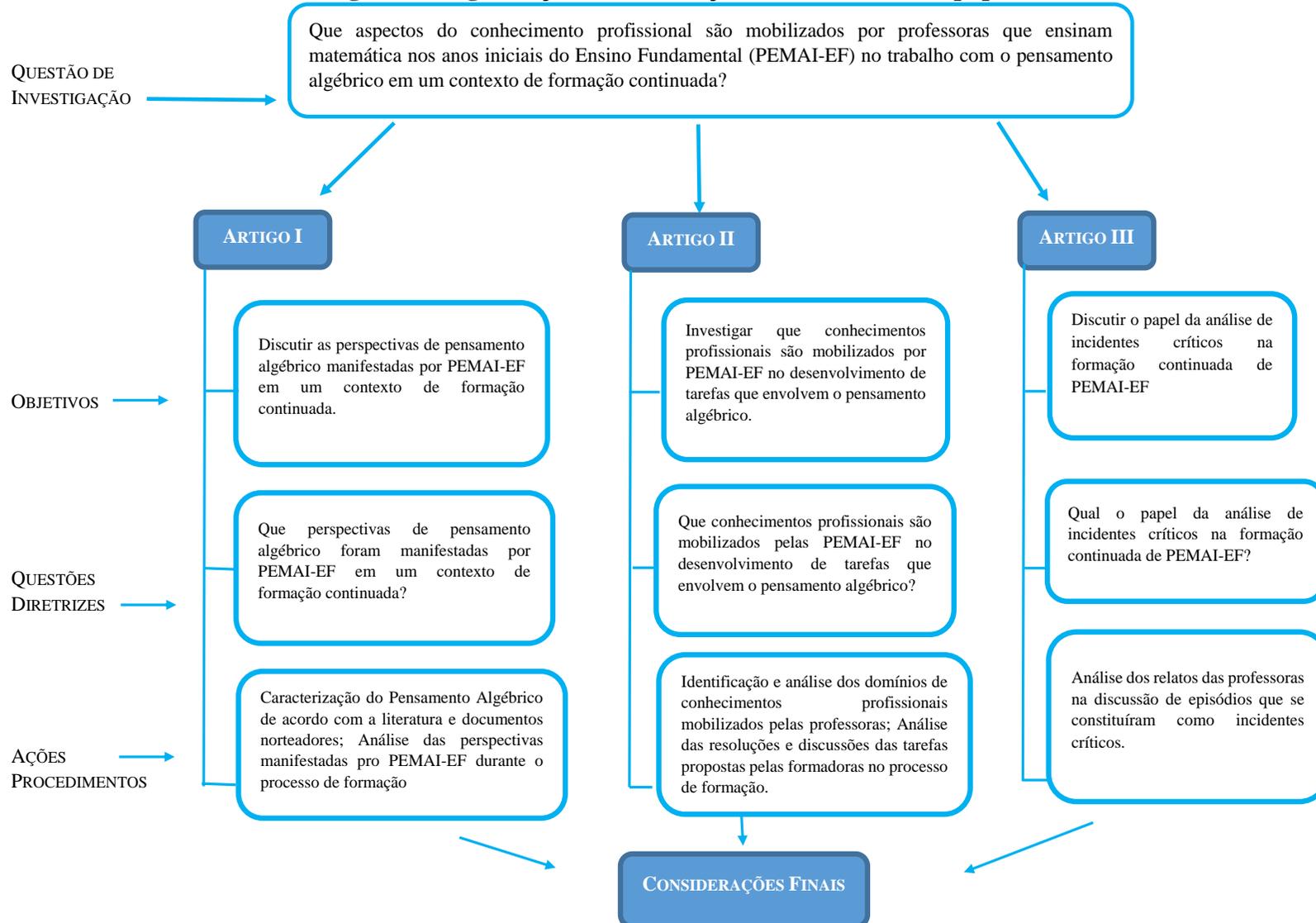
No capítulo/artigo I, analisamos as respostas das professoras a respeito das perspectivas de pensamento algébrico, manifestadas no decorrer dos encontros e consideradas com base nos momentos vivenciados pelo grupo no processo de formação. Inferimos que as perspectivas manifestadas foram: aritmeticismo (LINS; GIMENEZ, 2001), pensamento funcional e modelação (KAPUT, 2008).

No capítulo/artigo II, apresentamos algumas resoluções e discussões realizadas pelas professoras, ao desenvolverem tarefas matemáticas de cunho algébrico, com o propósito de identificar os conhecimentos profissionais que foram mobilizados no contexto de formação. Concluímos que as professoras mobilizaram conhecimento da matemática, conhecimento dos alunos e dos seus processos de ensino, conhecimento dos processos instrucionais e conhecimento curricular (PONTE; OLIVEIRA, 2002; SHULMAN, 1986).

No capítulo/artigo III, elencamos as reflexões e as discussões das PEMAI-EF emergidas da análise de incidentes críticos, envolvendo o pensamento algébrico. Verificamos que a análise de episódios de incidentes críticos se constitui como uma ferramenta favorável para pensar aspectos da prática de ensino dos professores.

As considerações finais, último capítulo desta dissertação, compreendem uma visão geral do trabalho e apontam elementos subjacentes de cada capítulo/artigo que contribuem tanto para responder à questão de investigação geral como para alcançar o objetivo proposto. Na sequência, apresentamos, na Figura 1, a organização da dissertação.

**Figure 1: Organização da dissertação no Formato Multipaper**



Fonte: As autoras

## 1.8 REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. R. O incidente crítico na formação e na pesquisa em educação. **Educação & Linguagem**, São Paulo, v. 12, n. 19, p. 181-200, jan./jun. 2009.
- ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão, v. 6, n.10, p.34-60, jan./jun. 2017.
- BALL, D. L.; BASS, H. With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. **Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg**, Germany, March 1-4, 2009.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática, Campinas: Mercado de Letras**, v. 1, p. 347-367, 2015.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.
- BOLÍVAR, A. (org.). **Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola**. Trad. Gilson Souza. Bauru, SP: EDUSC, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1.º, 2.º e 3.º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base**. Brasília, DF: 2017.
- BURIASCO, R. L. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; SOARES, M. T. C. Manual para correção das provas com questões abertas de matemática. **Matemática AVA – 2002**. Curitiba: SEED; CAADI, 2003.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, v. XVI, n. 2, p.81-118, 2007.
- CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early Algebra and Algebraic Reasoning. *In*: F. K. Lester (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich, CT: Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J. Early algebra is not the same as algebra early. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. **Algebra in the Early Grades**, Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 235-272, 2007.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 37, n. 2, p. 87-115, mar. 2006.

COSTA, W. N. G. Dissertações e teses Multipaper: uma breve revisão bibliográfica. In: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais [...]**, v. 8, n. 1, 2014.

CYRINO, M. C.C. T. Grupos de estudos e pesquisas e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Reencima**, v. 9, n. 6, p. 01-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

FLANAGAN, J. La technique de l'incident critique. **Revue de Psychologie Appliquée**, v. 4, n. 2, p. 165-185, abr. 1954.

FRAGA, T. C. G. *Uma Análise do Caso Multimídia "Explorando Perímetro e Área" para a Formação de Professores que Ensinam Matemática*. 2019. 131p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

GARNICA, A. V. M. Apresentação. In: SOUZA, L. A. de. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP de Rio Claro: São Paulo, 2011.

GURNISKI CARNIEL, I. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 135p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

JOSHI, K. R. Critical Incidents for Teachers' Professional Development. **Journal NELTA Sukhet**, v.5, p. 82-88, jan. 2018.

KAPUT, J. J. What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n.7, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

MEDRADO, G. C. R. **Tornar-se professor de administração: um estudo sobre o papel da afetividade na trajetória profissional**. 2012. 162p. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato *multipaper* nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS – SIPEQ V*, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos: Pesquisa Qualitativa na Educação e nas Ciências em Debate**. p. 1-14, 2018. *On-line*

NACARATO, A. M; CUSTÓDIO, I. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**. 12 ed. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

NOBREGA FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimentos matemáticos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 496-514, set/dez. 2017.

OLIVEIRA, C. S.; CYRINO, M. C. C. T. Perspectivas de trabalho com Pensamento Algébrico em contexto de formação de professores presentes em artigos científicos publicados entre 2015-2019. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM*, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM**. Londrina: SBEM - PR, v. 1, p. 943-958, 2019.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. M. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. *In: VALE, I; PIMENTEL, T.: BARBOSA, A.; FONSECA, L; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (eds.). Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

QUARTIERI, M, T.; GIONGO, I. M.; REHFELD, M. J. H.; GRAFF, C. Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais. **Revista Educação Online**, Rio de Janeiro, RJ, n. 30, p. 112-130, jan./abr. 2019.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, v. 36, p. 1- 29, 2020.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educ. Rev.**, v. 57, n. 1, p.1-23, 1987.

SMITH, E. Representation Thinking as a Framework for Introducing Functions in the Elementary Curriculum. In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, p. 133-160, 2008.

SUGIGAN, M. C.; CYRINO, M. C. C. T. *Perspectivas de Pensamento Algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental presentes em artigos científicos publicados em revistas brasileiras entre 2015 e 2018*. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM**. Londrina: SBEM - PR, v. 1. p. 832-844, 2019.

TREVISAN, A. L. *et al.* Manifestações da linguagem algébrica evidenciadas na produção escrita de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPME**, Campo Mourão, v. 7, n. 14, p. 71-87, jul./dez. 2018.

**PERSPECTIVAS DE PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADAS POR PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Resumo:** O objetivo do presente artigo é discutir perspectivas de pensamento algébrico manifestadas por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF), em um contexto de formação continuada. Foram investigadas as dez professoras que participaram desta formação e que lecionam na rede municipal de ensino de Maringá-PR. O estudo, de natureza qualitativa, caracterizou-se como uma pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003). Os dados coletados nessa investigação são oriundos das gravações dos áudios provenientes das discussões realizadas e das produções escritas produzidas pelas professoras. Por meio da análise, observa-se que os tipos de pensamento algébrico mobilizados por PEMAI foram: *o Aritmetismo, o Pensamento Funcional e a Modelação*. Esta investigação sugere que os grupos de estudos, que privilegiam o compartilhamento de ideias e a promoção de discussões, contribuem para mobilizar as distintas perspectivas de pensamento algébrico e os modos de produzir significados para os objetos da álgebra.

**Palavras-chave:** Álgebra nos Anos Iniciais; Pensamento Algébrico; Professores que ensinam Matemática

## 2.1 INTRODUÇÃO

As investigações que tratam do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental vêm ganhando destaque no Brasil, especialmente a partir do ano de 2012 com a publicação do documento “*Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental*” (BRASIL, 2012), pelo Ministério da Educação, como apresentam Nacarato e Custódio (2018).

Dentre os estudos desenvolvidos a respeito dessa temática, há aqueles cujo foco está na formação de professores que ensinam matemática – PEM (BLANTO; KAPUT, 2005; NOBREGA FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2017; RODRIGUES; CYRINO; OLIVEIRA, 2018). Essas investigações sinalizam a importância do papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, por meio do planejamento e das

escolhas das tarefas, das formas com que os alunos manifestam este pensamento, seja oralmente seja por suas produções escritas.

Diante deste cenário, o “Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática” - Gepefopem<sup>14</sup> da Universidade Estadual de Londrina - UEL, tem como uma de suas vertentes de investigação o estudo do pensamento algébrico em contextos de formação de PEM.

Inseridos neste contexto, no presente artigo, discutimos as perspectivas de pensamento algébrico manifestados por dez PEMAI-EF em um contexto de formação continuada, tendo em conta os modos de produzir significado para Álgebra. Inicialmente, discutimos a importância do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na formação de professores, e as perspectivas de pensamento algébrico propostas por Cyrino e Oliveira (2011), Kaput (2008) e Lins e Gimenez (2001). A seguir, apresentaremos o contexto investigado, os procedimentos metodológicos, os resultados e, por fim, as considerações finais.

## **2.2 O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

Nos últimos anos, muita atenção tem sido dada em defesa do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER; SCHLIEMANN; BRIZUELA, 2006; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; GURNISK CARNIEL, 2013; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009)

Esses autores sugerem que a iniciação do trabalho com o pensamento algébrico, nos anos iniciais, ocorra por meio do estudo de sequências e regularidades, de padrões numéricos e geométricos, de relações dos números com suas propriedades e, também, quando oportuno, da utilização da notação algébrica para expressar essas relações e regularidades.

De acordo com Carraher, Schliemann e Schwartzp (2007, p. 236, tradução nossa),

---

<sup>14</sup> O Gepefopem é coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. Para mais informações acesse < <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>>

Early Álgebra<sup>15</sup> difere da álgebra comumente encontrada no Ensino Médio e além dele. Baseia-se fortemente em situações problemas. Só gradualmente a notação formal é introduzida. E está intimamente ligada a tópicos do currículo de matemática dos anos iniciais.<sup>16</sup>

Não se trata de trabalhar com os conteúdos da álgebra, mas de desenvolver um pensar algébrico, enfatizando o seu potencial no estabelecimento de relações com outros temas da matemática, por meio do pensamento relacional sobre igualdades numéricas; do pensamento funcional; da promoção de compreensão de propriedades matemáticas; da capacidade de perceber padrões e expressar generalizações, de interpretar representações simbólicas; do trabalho com as sequências explorando suas propriedades; e da identificação e descrição de regularidades.

No Brasil, por vezes, ainda persiste a tradição de que o trabalho com a aritmética deve preceder o de pensar algebricamente. De acordo com Kaput (2008), a abordagem superficial e isolada da álgebra pode conduzir ao insucesso e à evasão escolar.

Realizar mudanças nesse cenário não é tarefa fácil, pois elas “envolvem novas ferramentas, aplicações sem precedentes, alunos que tradicionalmente não estão acostumados a aprender álgebra e professores do ensino elementar tradicionalmente não formados para ensinar álgebra [...]”<sup>17</sup> (KAPUT, 1999, p. 3, tradução nossa).

Portanto, urge que os programas de formação inicial e continuada de professores reservem espaços para discutir os diferentes tipos de pensamento algébrico, a natureza da álgebra, as formas de implementação de seu ensino nas escolas, dentre outras temáticas. Contudo, é de suma importância que os professores estejam preparados para lidar com a dinamicidade dos processos de desenvolvimento do pensamento algébrico, com as produções de significados estabelecidas pelos alunos em sala de aula e com as suas diversas formas de manifestar esse pensamento.

Cyrino e Oliveira (2011, p. 122) destacam que “a capacidade de os professores identificarem diferentes tipos de pensamento algébrico é condição necessária para que eles possam explorá-los, em sala de aula, nos momentos em que estes são manifestados.”

---

<sup>15</sup> *Early algebra* é um termo que tem sido utilizado na educação matemática para se referir ao pensamento algébrico e ao ensino relacionado com a álgebra entre jovens aprendizes – de aproximadamente 6 a 12 anos de idade (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007).

<sup>16</sup> *Early algebra differs from algebra as commonly encountered in high school and beyond. It builds heavily on background contexts of problems. It only gradually introduces formal notation. And it is tightly interwoven with topics from the early mathematics curriculum.* (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZP, 2007, p. 236).

<sup>17</sup> [...] *involve new tools, unprecedented applications, populations of students traditionally not targeted to learn algebra, and K-8 teachers traditionally not educated to teach algebra [...].* (KAPUT, 1999, p. 3).

Nesse sentido, “se quisermos criar situações em salas de aula que promovam o raciocínio algébrico<sup>18</sup>, devemos fornecer formas apropriadas de apoio profissional que afetem as mudanças nas práticas instrucionais e curriculares”<sup>19</sup> (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 414, tradução nossa).

Um desses apoios envolve a compreensão de diversas caracterizações de pensamento algébrico e de diferentes formas de pensar algebricamente presentes na literatura e em documentos de orientação curricular

### 2.3 CARACTERIZAÇÕES DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Diversos pesquisadores têm se dedicado, nos últimos tempos, a investigar o pensamento algébrico e, em especial, o seu ensino e o modo como os alunos atribuem significados aos objetos da álgebra (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER; SCHLIEMANN; BRIZUELA, 2006; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; GURNISK CARNIEL, 2013; KAPUT, 2008; LINS; GIMENEZ, 2001; NOBREGA FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2018). De acordo com Lins e Gimenez (2001), não há consenso do que seja pensar algebricamente ou raciocinar algebricamente. Então, tendo em vista a diversidade de conceitos e definições encontradas na literatura, apresentaremos nesta seção caracterizações utilizadas neste trabalho.

Para Lins e Gimenez (2001), o pensamento algébrico é compreendido como um modo de produzir significado para a Álgebra, e tal pensamento pode assumir as seguintes características fundamentais: (i) *aritmecismo*, (ii) *internalismo* e (iii) *analiticidade*.

O *aritmecismo* corresponde ao modo de produzir significado exclusivamente para os números e para as operações aritméticas, compreende, também, a relação de igualdade (LINS; GIMENEZ, 2001). O exemplo, “ $5 + 4 = \dots + 3$ ” representa uma situação em que é possível desenvolver esta característica do pensamento algébrico, ao considerar a relação de igualdade como uma relação de equivalência entre quantidades.

O *internalismo*, abrange os “números e as operações segundo suas propriedades, e não ‘modelando’ números em outros objetos, por exemplo, objetos ‘físicos’ ou

---

<sup>18</sup> Em detrimento da pluralidade do termo raciocínio algébrico e pensamento algébrico, compreendidos como sinônimos, manteremos, na presente investigação, a terminologia utilizada pelos autores em suas investigações.

<sup>19</sup> “If we are to build classroom that promote algebraic reasoning, we must provide the appropriate forms of professional support that will effect change in intruotional and curricular practices”. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 414).

geométricos” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 151, grifos dos autores). Isto é, pensar internamente significa pensar nos números como objetos simbólicos e entender a lógica das operações e propriedades que sustentam esses números, sem fazer referências a materiais manipuláveis (LINS, 1994).

A *analiticidade* diz respeito ao trabalho de operar com os números desconhecidos, tratando-os como se fossem conhecidos. Isto significa trabalhar com “incógnitas”, em casos genéricos, tratando-as como casos particulares (LINS, 1994). Para exemplificar esta característica, ilustramos no Quadro 8 uma tarefa que pode mobilizar esta forma de pensamento algébrico.

**Quadro 8:** – Tarefa dos símbolos

Na figura a seguir, cada símbolo representa um número diferente. A soma dos três números em cada linha está indicada à direita da linha. Qual o número representado por ★ ?

▲	★	♥	15
▲	▲	▲	12
★	♥	♥	16

(A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

Fonte: Adaptado do Canguru Matemático sem Fronteiras – Categoria Escolar

Lins (1994, p. 30, grifos do autor) salienta que essas características não são completamente independentes, elas “*fornecem uma caracterização de um modo específico de produzir significado para a álgebra, mas não que seja o único*”.

Kaput (2008) considera que há dois aspectos centrais com relação ao raciocínio algébrico. O primeiro trata da generalização e da sua expressão gradual em sistemas de símbolos convencionais. E o segundo diz respeito à ação guiada sintaticamente sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados. De acordo com Smith (2008), estes dois pensamentos referem-se, respectivamente, ao *pensamento representacional* e ao *pensamento simbólico*. O pensamento representacional associa-se aos processos mentais pelos quais o indivíduo estabelece significado para um determinado sistema de representação, enquanto no pensamento simbólico, o foco está nos próprios símbolos, sem levar em conta a que possam se referir.

De acordo com Kaput (2008, p. 11, tradução nossa), estes dois aspectos centrais do raciocínio algébrico estão presentes, de alguma forma, nas seguintes vertentes:

- (1) Álgebra como estudo das estruturas e sistemas abstraídos a partir do resultado de operações e estabelecimento de relações, incluindo os que surgem na Aritmética (Álgebra como Aritmética generalizada) ou no raciocínio quantitativo.
- (2) Álgebra como o estudo das funções, relações e (co)variação.
- (3) Álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelação, tanto dentro do campo da Matemática, como fora dele.

A *aritmética generalizada*, primeira vertente, corresponde ao caráter algébrico da aritmética, inclui a generalização das operações aritméticas, as relações estabelecidas entre os números e suas propriedades, as relações de equivalência e as generalizações a respeito das operações e as propriedades, por exemplo, a comutativa da multiplicação (KAPUT, 2008). Compreendemos que essa vertente do pensamento algébrico se aproxima da característica do aritmetismo, proposto por Lins e Gimenez (2001).

A segunda vertente, designada por Blanton e Kaput (2005) por *pensamento funcional*, por sua vez, visa explorar e expressar regularidades numéricas, descrever padrões ou generalizações numéricas, o que significa desenvolver generalizações a partir da ideia de função. Neste caso, os números são compreendidos como variáveis e não como incógnitas, como no caso da aritmética generalizada. Identificar e descrever padrão numérico, identificar regularidades numéricas, descobrir relações funcionais são alguns exemplos de aspectos que podem mobilizar essa vertente do pensamento algébrico.

E, por fim, a terceira vertente “álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelação”, nomeada por *modelação*, refere-se a um domínio para expressar e formalizar generalizações, envolve a generalização de regularidades. Por exemplo, podemos explorar esta vertente no trabalho com a generalização da soma entre dois números pares e ímpares, a fim de modelar situações e generalizar as regularidades encontradas.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as formas mais comuns de raciocínio algébrico manifestadas são a aritmética generalizada e o pensamento funcional, pois essas duas vertentes estabelecem uma relação com a aritmética explorada nesta etapa de ensino e, por conta disso, seus aspectos podem ser explorados no desenvolvimento do raciocínio algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005).

Cyrino e Oliveira (2011) defendem que o pensamento algébrico é compreendido “como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103).

Estas caracterizações foram utilizadas em nossa análise tanto para identificar os aspectos centrais relacionados ao pensamento algébrico destacados pelas professoras nas discussões que ocorreram no processo de formação, como também para compreender a natureza dos conhecimentos e das formas de raciocínios manifestadas.

## 2.4 CONTEXTO INVESTIGADO

Esta investigação decorreu a partir da constituição de um grupo de estudos<sup>20</sup>, num contexto de formação continuada<sup>21</sup>, envolvendo a participação de PEMAI do Ensino Fundamental, que lecionam na rede municipal de ensino de Maringá – PR.

Para a constituição deste grupo, foi enviado um convite a dez escolas de uma mesma região do município, anunciando a temática a ser estudada: o “*Desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental*”. O objetivo do grupo foi o de promover a formação de PEMAI por meio de estudos, reflexões e discussões acerca do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A opção pelo processo de formação, como grupo de estudos, justifica-se pelo fato de que,

Esses processos de formação privilegiam a promoção de aprendizagens coletivas, respeitando as individualidades; [...] as experiências de vulnerabilidade, como espaço de reflexão para novas aprendizagens; o reconhecimento do outro como produtor de conhecimento que pode complementar o seu desenvolvimento individual e coletivo; os espaços e o tempo para que os envolvidos possam conversar, narrar suas experiências, ouvir e ser ouvido; a ampliação de repertórios mantidos e partilhados pelos participantes; a discussão das práticas em sala de aula, da imprevisibilidade da ação docente, das relações de poder que permeiam o contexto escolar; dentre outros aspectos. (CYRINO, 2018, p. 4)

Inicialmente inscreveram-se 18 professores para participar do grupo, no entanto no primeiro encontro compareceram 15 professoras e, destas, 10 tiveram suas frequências

---

<sup>20</sup> Este estudo foi realizado em parceria com a pesquisadora Cristiane dos Santos Oliveira que também assumiu no grupo o papel de formadora. Esta escolha deveu-se pelo interesse comum das pesquisadoras em desenvolver investigações junto com as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, considerando a abordagem do pensamento algébrico para esta etapa de ensino, embora com focos distintos de investigação.

<sup>21</sup> A formação foi aprovada e certificada pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá.

regulares<sup>22</sup>, configurando-se assim, como sujeitos da pesquisa<sup>23</sup>. Todas as professoras envolvidas no grupo possuem graduação em Pedagogia e, com exceção de uma que ocupava o cargo de supervisora pedagógica, atuavam como regentes de sala de aula em turmas de 1.º, 3.º ou 4.º anos.

Os encontros ocorreram quinzenalmente entre os meses de agosto e novembro de 2019, totalizando dez encontros com duração de quatro horas cada. O cronograma das tarefas a serem desenvolvidas pelo grupo foi organizado e planejado pelas formadoras ao longo dos encontros, com base nas discussões e nas necessidades observadas e declaradas pelas professoras durante os estudos do grupo.

O Quadro 9 apresenta um cronograma com a síntese das tarefas desenvolvidas pelo grupo.

**Quadro 9:** Síntese das tarefas realizadas no grupo de estudos

<b>Encontro</b>	<b>Data</b>	<b>Tarefa realizada</b>
1	13/08/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversa inicial com as professoras sobre a dinâmica de trabalho que assumiríamos (discussões em pequenos grupos e socialização coletiva).</li> <li>• Apresentação da proposta de trabalho para as professoras (constituir um grupo de estudos com o intuito de discutir o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental).</li> <li>• Coleta de informações prévias, a partir de questões a respeito do pensamento algébrico, a fim de verificarmos a compreensão das professoras sobre a temática.</li> <li>• Início da resolução de tarefas de cunho algébrico propostas pelas formadoras para as professoras.</li> </ul>
2	20/08/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retomada das resoluções das tarefas propostas no encontro anterior<sup>24</sup>.</li> <li>• Sistematização<sup>25</sup> coletiva a respeito das resoluções de cada grupo.</li> <li>• (Tarefa não presencial): Solicitamos às professoras que selecionassem tarefas que mobilizassem o</li> </ul>

<sup>22</sup> Para que fossem certificadas, as professoras deveriam cumprir uma carga horária mínima de 75% das horas ofertadas.

<sup>23</sup> O projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Parecer: 3.492.530, e as professoras assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

<sup>24</sup> Devido ao tempo destinado a cada encontro, 4 horas, em alguns momentos foram necessários dividir o trabalho com as tarefas, iniciando em um encontro, mas finalizando no próximo.

<sup>25</sup> “(Re)apresentação articulada dos principais conceitos, ideias ou procedimentos matemáticos, em direção à consolidação dos objetivos da aula” (RODRIGUES; CYRINO; OLIVEIRA, 2018, p. 969).

		pensamento algébrico e trouxessem para o grupo, a fim de discutirmos a respeito.
3	10/09/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Finalização das discussões e das sistematizações das tarefas propostas pelas formadoras.</li> <li>• Leitura e discussão a respeito das perspectivas de pensamento algébrico<sup>26</sup>.</li> <li>• Classificação das tarefas, propostas no primeiro encontro, de acordo com as perspectivas estudadas.</li> </ul>
4	24/09/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relato e discussão de tarefas aplicadas aos alunos pelas professoras participantes.</li> <li>• Início da resolução das tarefas selecionadas pelas professoras.</li> <li>• Classificação destas tarefas como potenciais para desenvolver o pensamento algébrico e os aspectos que poderiam ser mobilizados por cada uma.</li> </ul>
5	08/10/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Continuação das resoluções das tarefas propostas no 4.º encontro.</li> </ul>
6	22/10/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Início das discussões e das socializações das resoluções e caracterizações das tarefas com base nos elementos do pensamento algébrico que foram mobilizados.</li> </ul>
7	29/10/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relato das professoras acerca de mudanças percebidas em suas práticas em sala de aula.</li> <li>• Finalização das discussões das tarefas, iniciadas no 6.º encontro.</li> </ul>
8	05/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discussões de tarefas caracterizadas como episódios de incidentes críticos<sup>27</sup>.</li> </ul>
9	19/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discussões de tarefas caracterizadas como episódios de incidentes críticos.</li> </ul>
10	26/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discussões de tarefas caracterizadas como episódios de incidentes críticos.</li> <li>• Discussão dos objetivos de aprendizagens propostos pela BNCC<sup>28</sup> para Unidade Temática “Álgebra” nos anos iniciais do Ensino Fundamental.</li> <li>• Avaliação, por parte das professoras participantes, sobre os estudos e a dinâmica assumida pelo grupo.</li> </ul>

Fonte: As autoras

<sup>26</sup> As perspectivas de pensamento algébrico selecionadas para o estudo teórico foram frutos das perspectivas encontradas nos trabalhos “Perspectivas de pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental presentes em artigos científicos publicados em revistas brasileiras entre 2015 – 2018” (SUGIGAN; CYRINO, 2019) e “*Perspectivas de trabalho com Pensamento Algébrico em contexto de formação de professores presentes em artigos científicos publicados entre 2015-2019*” (OLIVEIRA; CYRINO, 2019).

<sup>27</sup> Os episódios de incidentes críticos foram constituídos a partir da análise, por parte das professoras, de resoluções de tarefas elaboradas por alunos. De acordo com Joshi (2018), um incidente crítico caracteriza-se como algo não planejado e imprevisto pelo professor. O autor ressalta que num primeiro momento esses episódios são comuns, mas a análise deles os tornam críticos.

<sup>28</sup> Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017).

Em cada encontro, a dinâmica assumida pelo grupo consistia em: (i) apresentar a tarefa que seria desenvolvida; (ii) reunir-se em pequenos grupos, a fim de que as professoras pudessem compartilhar com seus pares os conhecimentos e pontos de vistas sobre as tarefas propostas; (iii) socializar, de forma coletiva, as ideias emergidas nos pequenos grupos, a partir de intervenções feitas pelas formadoras, de modo que argumentassem para as demais como estas ideias haviam sido produzidas; (iv) sistematizar as discussões, para que verificassem as diversas maneiras de produzir significado para um mesmo objeto.

## 2.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo, de natureza qualitativa, caracteriza-se como uma pesquisa de intervenção. De acordo com Krainer (2003, p. 98, grifo do autor e tradução nossa), “a pesquisa intervenção não aplica conhecimento gerado na universidade, mas, muito mais, gera ‘conhecimento local’ que não poderia ser gerado fora da prática<sup>29</sup>”. As informações coletadas neste contexto foram primordiais na investigação da questão: *que perspectivas de pensamento algébrico foram manifestadas por PEM, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um contexto de formação continuada?*

As informações coletadas no contexto desta investigação derivam dos seguintes instrumentos de coleta: as produções escritas das professoras, as gravações em áudio dos encontros e as informações do diário de campo da pesquisadora.

As produções escritas, produzidas pelas professoras, provêm das respostas dadas às tarefas de cunho algébrico desenvolvidas ao longo dos encontros; das reflexões a respeito da temática descritas, individualmente, em seus cadernos de anotações<sup>30</sup>; e das suas respostas no quadro. Estas informações foram organizadas e codificadas considerando autoria da produção e as datas em que foram coletadas.

---

<sup>29</sup> *Intervention research does not only apply knowledge that has been generated within the university, but much more, it generates ‘local knowledge’ that could not be generated outside the practice* (KRAINER, 2003, p. 98).

<sup>30</sup> Foi entregue um caderno para as professoras no primeiro encontro e combinado com elas que neste caderno elas descreveriam suas impressões e reflexões a respeito dos encontros. O caderno era recolhido, pelas formadoras, todas às sextas-feiras antecedentes ao próximo encontro, de modo que as produções escritas pudessem ser lidas e as ações do grupo planejadas com base nas reflexões e impressões das professoras. Os encontros ocorriam às terças-feiras.

As gravações em áudio referem-se às discussões realizadas durante os encontros, nos pequenos grupos, entre as professoras, e no grande grupo, de forma coletiva, entre todas as professoras e as formadoras. Essas informações foram transcritas, posteriormente, e organizadas em episódios, conforme as datas correspondentes aos encontros.

As informações contidas no diário de campo da pesquisadora dizem respeito às descrições de episódios/ações que não puderam ser captados em áudio e, de reflexões pessoais emergidas de situações ocorridas nos encontros. A fim de que estas informações pudessem complementar os demais dados, organizamo-las, segundo as datas de cada encontro.

As informações analisadas nesta investigação correspondem à compreensão quanto às perspectivas de pensamento algébrico, manifestadas pelas professoras ao longo dos encontros.

A partir de uma análise interpretativa (ERICKSON, 1986) desenvolvemos algumas etapas para a análise dos dados. Na primeira, buscamos nas produções escritas pelas professoras indícios de manifestação de pensamento algébrico. Em seguida, analisamos os episódios, transcritos dos áudios, no intuito de buscar elementos que justificassem ou complementassem os aspectos da produção escrita. Nesse processo, procuramos identificar elementos que tivessem semelhanças ou diferenças para que pudessem ser agrupadas num tópico mais abrangente. Em seguida, realizamos a análise destes tópicos com base na teoria assumida nesta investigação.

No processo de análise, ao apresentarmos as evidências, identificaremos os dados indicando a autoria<sup>31</sup> (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10), seguida da fonte de informação, (GG para as discussões emergidas no grande grupo, PG para as discussões realizadas nos pequenos grupos e PE para as produções escritas) e, por fim, a data em que a informação foi coletada. Sendo assim, ao apresentarmos, por exemplo, as informações obtidas de P1, a partir das discussões no grande grupo, coletadas no dia 24 de setembro de 2019, representaremos como (P1, GG, 24/09/2019). Os códigos CF e MF foram utilizados para identificar, respectivamente, as pesquisadora Cristiane Formadora e Mayara Formadora.

A seguir, apresentaremos e discutiremos as perspectivas de pensamento algébrico manifestas pelas PEMAI.

---

<sup>31</sup> Codificamos os nomes das professoras participantes a fim de que suas identidades fossem preservadas.

## 2.6 PERSPECTIVAS DE PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADAS POR PEMAI NO PROCESSO DE FORMAÇÃO

A análise realizada nesta seção corresponde às perspectivas de pensamento algébrico que foram manifestadas pelas professoras ao longo dos estudos desenvolvidos no grupo. O texto está organizado com base nas seguintes características, Aritmeticismo (LINS; GIMENEZ, 2001), Pensamento Funcional e Modelação (KAPUT, 2008) que foram evidenciadas nas discussões e nas produções escritas das professoras.

### *Aritmeticismo*

Algumas professoras manifestaram a perspectiva aritmeticismo como um domínio para explorar a relação entre os números e suas propriedades, isto é, como uma forma de explorar o caráter algébrico, a partir de situações aritméticas.

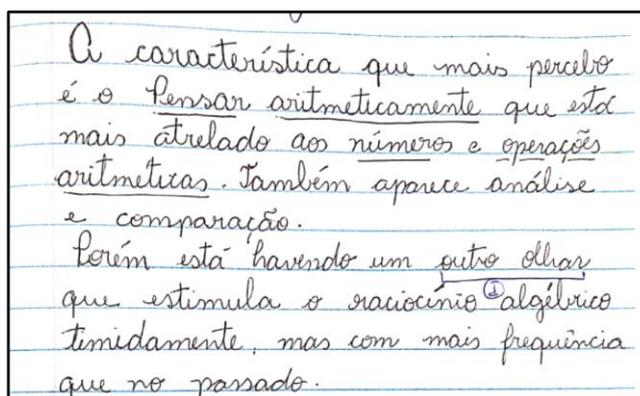
No primeiro encontro, no pequeno grupo, no momento em que discutiam suas compreensões a respeito do pensamento algébrico, e a P8 foi questionada pelas demais professoras sobre como ela explicaria este pensamento, a P8 argumentou que: “*são as relações e as situações das operações, onde é aplicado, as operações como são pensadas, como que é o raciocínio*” (P8, PG, 13/08/2019), e para esclarecer sua resposta, assim exemplificou, “*na multiplicação eu tenho que falar pro meu aluno o que é uma multiplicação, é uma soma,  $3 \times 9$ , então é  $9 + 9 + 9$ . Ele tem que entender que esse processo é uma soma e que a divisão é uma subtração* (P8, PG, 13/08/2019). Para esta professora, este pensamento está associado com as relações que estabelecemos entre os números e as operações, isto é **o trabalho desenvolvido a respeito das propriedades dos números e suas operações**. Ao apresentar para as demais professoras de seu grupo o exemplo da multiplicação e da divisão, ela argumentou sobre o processo relacional, envolvendo as operações utilizando um **raciocínio aditivo**.

No mesmo encontro, no momento da discussão coletiva, a P7 também manifestou características do *pensar aritmeticamente*, ao apresentar e justificar para as demais sua compreensão a respeito do pensamento algébrico, buscando relacioná-lo com os conceitos aritméticos explorados por ela em sala de aula. A P7 relatou para o grupo que o pensamento algébrico envolve “*a construção do conceito de número até as equações. Trabalhamos tanto com construção de conceito, construção das operações, construção da tabuada, por exemplo.*” (P7, GG, 13/08/2019). O processo de construção apresentado

pela professora refere-se ao trabalho com as **propriedades das operações**, dos **raciocínios aditivo e multiplicativo** que podem ser explorados no trabalho com os conceitos matemáticos em sala de aula, por exemplo com a tabuada. Para ela, compreender estes conceitos é fundamental para entender o trabalho algébrico que será desenvolvido nos anos posteriores, “as equações”.

Decorridos alguns encontros, após terem desenvolvido tarefas de cunho algébrico e realizado o estudo teórico, a P2 percebeu que o aritmetismo era um dos modos de pensar algebricamente que mais se aproximava do trabalho que elas realizavam em sala de aula. A professora assim argumentou: “achei que o Lins conseguiu colocar aquilo que vimos nas atividades [tarefas] que nós desenvolvemos. Poderíamos classificar elas [tarefas] aqui dentro desses: pensar aritmeticamente, pensar internamente, pensar analiticamente” (P2, GG, 10/09/2019). Ao ser questionada pelas formadoras sobre as tarefas de cunho algébrico propostas pelos livros didáticos dos alunos, e as características do pensamento algébrico que poderiam ser exploradas a partir destas, a P2 descreveu (Figura 2) que,

**Figura 2:** Característica do pensamento algébrico manifestada pela P2 (P2, PE, 21/09/2019)



A característica que mais percebo é o Pensar aritmeticamente que está mais atrelado aos números e operações aritméticas. Também aparece análise e comparação. Porém está havendo um pequeno olhar que estimula o raciocínio algébrico timidamente, mas com mais frequência que no passado.

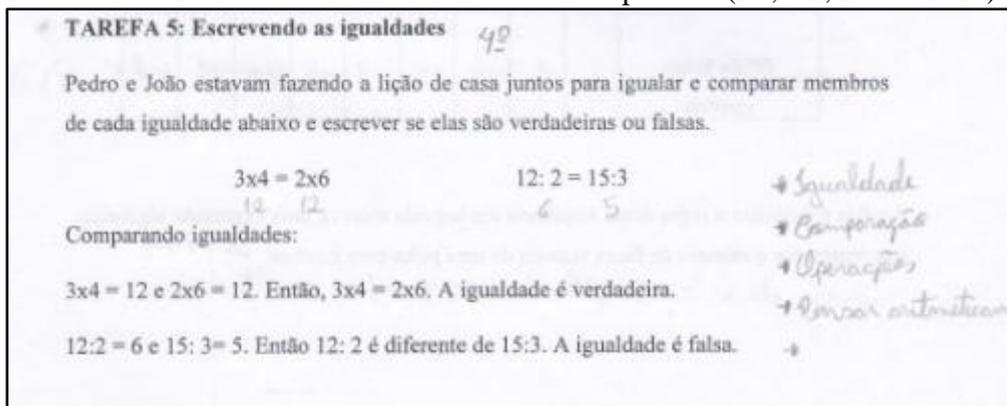
Fonte: As autoras

Pelo fato de desenvolverem trabalhos com o eixo da aritmética nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a P2 passou a perceber que o aritmetismo poderia ser explorado a partir do trabalho com os números e as operações que são desenvolvidos em sala de aula. Os termos “análise” e “comparação”, apresentados pela P2, dizem respeito ao desenvolvimento de tarefas envolvendo a **igualdade como uma relação de equivalências entre quantidades**, pois, para realizarem este trabalho, as professoras

comparavam os membros de cada lado da igualdade e faziam uma análise para determinar a equivalência de ambos.

O termo “comparação” também foi utilizado pela P3 (Figura 3), ao desenvolver uma tarefa que do mesmo modo explora a relação de equivalência entre quantidades. Além deste aspecto, a professora destacou o pensar aritmético, compreendendo as características que envolvem a relação das operações e suas propriedades.

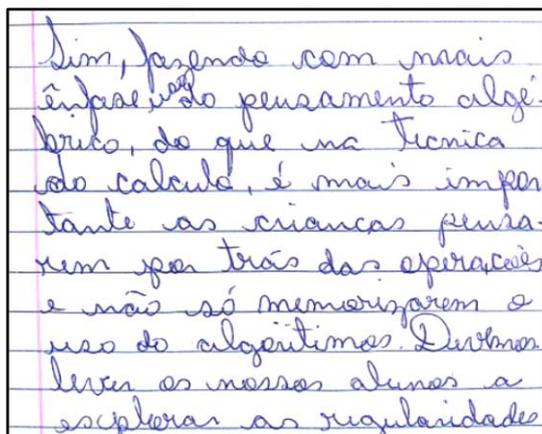
**Figura 3:** Características do aritmetismo descritas pela P3 (P3, PE, 24/09/2019)



Fonte: As autoras

Embasadas nos estudos e nas discussões realizadas no grupo, as professoras conseguiram observar que havia uma relação entre os eixos da álgebra e da aritmética, no entanto, em seus trabalhos em sala de aula, não exploravam o pensamento algébrico por meio do trabalho das propriedades dos números e das operações, tampouco instigavam os alunos a estabelecerem relações entre eles. A P7, ao perceber a relação existente entre esses dois campos e os trabalhos que poderia ser realizado entre eles, salientou que, “talvez era visão que nós tínhamos um pouco antes das atividades por exemplo, porque aqui ele fala são exclusivamente números, operações aritméticas e uma relação de igualdade. Era a expressão, as fórmulas que falamos antes” (P7, GG, 10/09/2019). Ao longo do processo de formação, essas concepções e as ações das professoras foram se modificando. No que tange à contribuição dos estudos para sua prática em sala de aula, a P10 (Figura 4) descreveu sua impressão, ressaltando a importância de **explorar as relações dos objetos da álgebra** estabelecidos a partir das operações e das relações funcionais

**Figura 4:** Reflexões descritas pela a respeito da exploração das tarefas P10 (P10, PE, 11/11/2019)



Sim, fazendo com mais ênfase no pensamento algébrico, do que na técnica do cálculo, é mais importante as crianças pensarem por trás das operações e não só memorizarem o uso do algoritmos. Também levar os nossos alunos a explorar as regularidades

Fonte: As autoras

### ***Pensamento Funcional***

O trabalho com as sequências, as regularidades e os padrões é sugerido para os anos iniciais do Ensino Fundamental por alguns autores (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER; SCHLIEMANN; BRIZUELA, 2006; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Além disso, a unidade temática “álgebra”, da BNCC, ressalta que sejam desenvolvidos trabalhos que abranjam a identificação e a exploração de sequências e regularidades.

Observamos que o pensamento funcional foi manifestado por algumas professoras como um domínio para identificar e descrever regularidades numéricas, expressar uma regra para descrever relações e para identificar padrões em sequências geométricas. Ao desenvolver uma tarefa que consistia em analisar os termos de uma sequência expressos em figuras, a P9 (Figura 5) **identificou uma regularidade no padrão apresentado** “a sequência tem uma regularidade: o dobro do termo; a sequência é de duas colunas em uma linha” (P9, PE, 20/08/2019).

**Figura 5:** Identificação pela regularidade (P9, PE, 20/08/2019)

1º termo                      2º termo                      3º termo                      4º termo

Figura 2

30 ANO.

a) Represente o 4º e o 5º termos.

b) Quantos quadrados existirão no 10º termo?

c) Existirá algum termo com 15 quadrados? Explique sua resposta. *isso porque o seguinte não tem regularidade*

d) Explique o padrão desta sequência, ou seja, identifique a(s) regularidade(s) específica(s) da mesma. *a sequência é de 2 colunas em cada linha.*

e) Quantos quadrados existem no termo de ordem 100? *200*

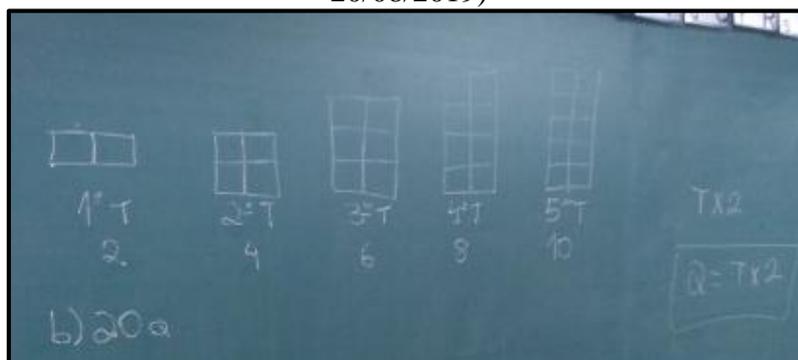
f) Qual a posição correspondente ao termo com 100 quadrados? *50*

*Q = T x 2*

Fonte: As autoras

Em relação a esta mesma tarefa, ao apresentar sua resolução no quadro, no momento da discussão coletiva, P1 (Figura 6) **desenvolveu uma regra para descrever uma relação ( $Q = T \times 2$ )**. A relação descrita pela professora apresenta uma **conjectura em que é possível prever resultados desconhecidos a partir dos dados conhecidos**, isto é, a partir dessa relação é possível prever a quantidade de quadradinhos de uma figura com base no número do termo, sem a necessidade de desenhar as figuras dos termos anteriores.

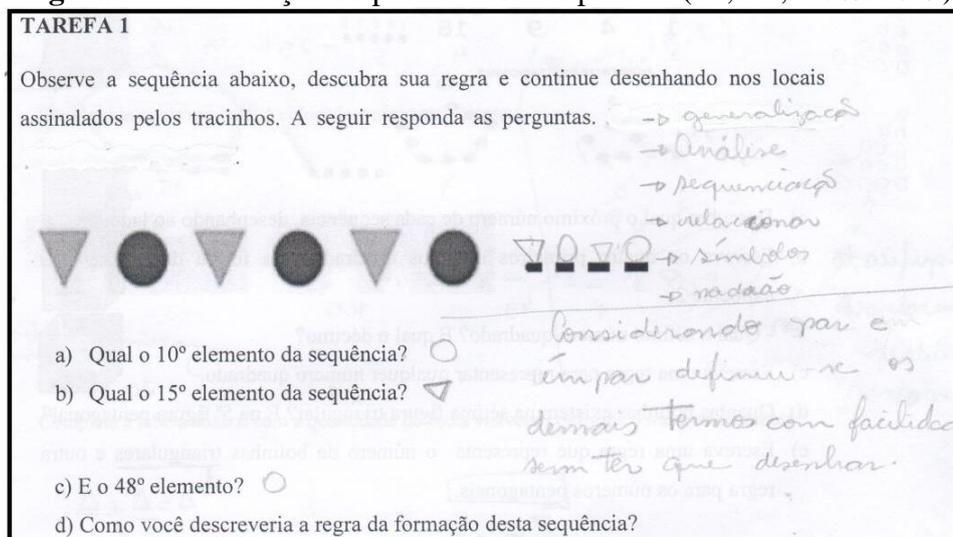
**Figura 6:** Resolução apresentada no quadro, pela P1, da tarefa de seqüências (P1, PE, 20/08/2019)



Fonte: As autoras

Quando desenvolveu uma outra tarefa proposta no grupo de estudos, a P2, em sua resolução, manifestou um pensamento funcional, ao **identificar e descrever um padrão** com base na **correspondência entre o número do termo e a forma geométrica da seqüência**, ainda que de forma retórica. Nessa correspondência, a P2 associou a forma geométrica, considerando os termos de números pares e ímpares da seqüência (Figura 7).

**Figura 7:** Identificação do padrão descrito pela P2 (P2, PE, 24/09/2019)



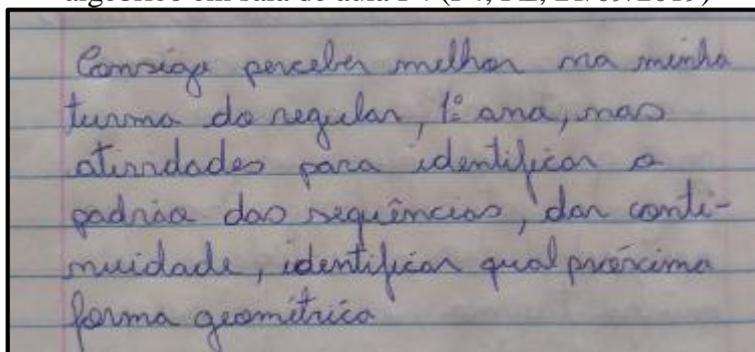
Fonte: As autoras

A P2 ainda elencou alguns aspectos que poderiam ser explorados durante a resolução da tarefa e que contribuiriam para desenvolver o pensamento funcional, como o trabalho com a “sequenciação”, a “generalização”, a “relação” (estabelecida entre número do termo e figura), dentre outras.

Em uma de suas reflexões, descritas no caderno de anotações, a P4 ressaltou que alguns destes aspectos foram percebidos por ela no desenvolvimento de tarefas em sala de aula (Figura 8). Ao descrever sobre os “padrões das seqüências” e a “identificação da

próxima forma geométrica”, a P4 revelou indícios de mobilização do pensamento funcional, já que compreendeu a relação entre identificar e descrever padrões numéricos a partir de figuras geométricas. Podemos inferir que a descrição apresentada pela professora se refere a tarefas, cujas características são semelhantes, por exemplo, à tarefa apresentada na Figura 7.

**Figura 8:** Reflexões descritas pela professora a respeito do trabalho com o pensamento algébrico em sala de aula P4 (P4, PE, 21/09/2019)



Fonte: As autoras

Ao resolver outra tarefa, a P7 também sinalizou indícios de mobilização do pensamento funcional, ao **simbolizar a quantidade de bolinhas dos termos de uma figura e operar com a expressão simbólica** determinada, a partir da análise e da identificação de uma regularidade (Figura 9).

**Figura 9:** Resolução de tarefa envolvendo sequência (P7, PE, 24/09/2019)

**TAREFA 1:** {  
 - Radiação  
 - Generalização  
 - Análise  
 - Validações  
 - Elementos aritméticos  
 - Raciocínio e representação

Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos tracinhos. A seguir responda as perguntas:

1º - 4  
 2º - 7  
 3º - 10  
 4º - 13  
 5º - 16  
 6º - 19

a) Desenhe a 4ª figura da sequência 13  
 b) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem? 19  
 c) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.  
 d) A 10ª figura tem quantas bolinhas?  
 e) E a 21ª figura, tem quantas bolinhas?

$B = T \times 3 + 1$   
 $B = 21 \times 3 + 1$   
 $B = 63 + 1$   
 $B = 64$

$B = T \times 3 + 1$   
 Quantidade Bolinhas

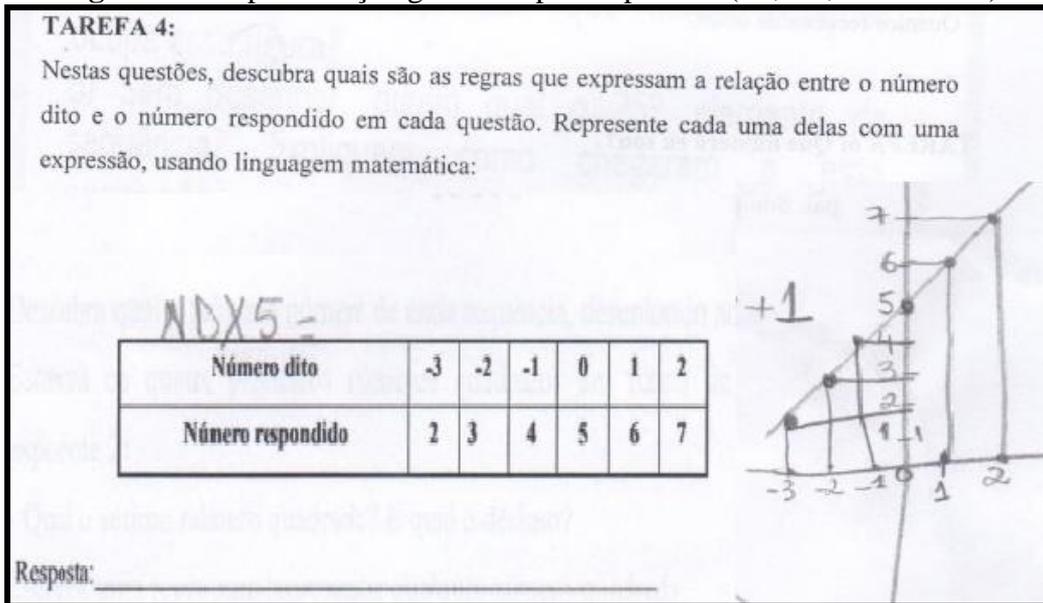
Fonte: As autoras

Na tarefa da Figura 9, a P7 identificou uma regularidade, ao se dar conta de cada figura era composta pela união de três linhas distintas e que em cada linha o número de bolinhas poderia ser associado ao número do termo da figura, isto é, o número da posição de cada figura (conforme indicado no 3.º termo), e além disso, em todos os casos havia uma bolinha a mais no centro das três linhas (indicada pela seta vermelha). Assentada nessa análise, a professora expressou, por meio de símbolos, a quantidade de bolinhas de cada figura,  $(QB = T \times 3 + 1)$  e operou, a partir dessa expressão, a quantidade de bolinhas que haveria na 21.ª figura, testando sua conjectura.

No que concerne às sequências e aos padrões deste trabalho, em uma das discussões coletiva, a P2 indicou a importância dessa exploração desde os primeiros anos *“Eu vejo assim por exemplo a sequência é uma coisa que deve ser muito bem explorada pra criança perceber que, desde lá do primeiro ano, que ela vai perceber a regularidade ou não, ou que tá diferente e através da sequenciação que na verdade se a gente for analisar ela aparece todo bimestre pra gente trabalhar lá no planejamento. Ele vem assim e vai aumentando o grau de complexidade mas ele aparece em todos os bimestre”* (P2, GG, 26/11/2019). P6 concordou com a relevância dessa exploração e complementou a ideia de P2, ao captar o que a BNCC sugere para este trabalho *“primeiro ela [criança] organiza e ordena, depois ela já constrói e depois ela identifica algo pronto”* (P6, GG, 26/11/2019).

Outro aspecto do pensamento funcional mobilizado pelas professoras foi a **representação de dados utilizando gráficos** (Figura 10). Na busca por estabelecer uma relação entre dois números presentes em um quadro, a P6, para além de interpretar as informações e expressar uma lei de formação, representou graficamente a relação funcional da situação. O seu gráfico nos permite observar que ela considerou os números ditos como variáveis, e os números respondidos dependem destes valores.

**Figura 10:** Representação gráfica expressa pela P6 (P6, PE, 08/10/2019)



Fonte: As autoras

Em uma de suas descrições, feita no caderno de anotações (Figura 11), a P6 havia expressado a relação entre o pensamento algébrico e a **análise de situações matemáticas usando representações**, e, além disso, salientou que este pensamento **compreende as representações e as relações funcionais**. Estes aspectos dizem respeito ao significado que atribuímos aos objetos da álgebra e às relações que estabelecemos, ao analisar determinada situação. Ademais Canavarro (2007) reforçou que as representações podem ser expressas por meio de números, gráficos, diagramas, dentre outras.

**Figure 11:** Reflexão descrita pela P6 acerca de sua interpretação sobre o pensamento algébrico (P6, PE, 19/08/2019)

Pensamento algébrico:  
 diz respeito à simbolização, a representar e analisar situações matemáticas usando símbolos algébricos, ou seja, é o compreender relações e funções, estudo de estruturas que possam levar ao esclarecimento de ideias processo mental que leva a resolução da proposta apresentada.

Fonte: As autoras

## Modelação

A modelação foi, também, uma perspectiva de pensamento algébrico manifestada por algumas professoras do grupo. Durante a resolução das tarefas, elas expressaram esse domínio, ao modelarem situações abrangendo operações e ao utilizarem representações para expressar uma generalidade.

A P10, ao desenvolver a tarefa sobre as faces visíveis de cubos empilhados (Figura 12), fez uma análise retórica da situação proposta, no intuito de compreender e estabelecer um padrão. Com o **auxílio de um quadro e por meio de uma representação simbólica** ela **expressou uma regularidade e generalizou** a situação ( $FV = QC \cdot 4F + 1F$ ), em que FV corresponde às faces visíveis, QC a quantidades de cubos, 4F faces visíveis das laterais dos cubos, 1F face superior do cubo que ocupa a primeira posição.

**Figura 12:** Resolução descrita pela P10 (P10, E, 08/10/2019)

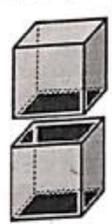
**TAREFA 3:**

Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele.



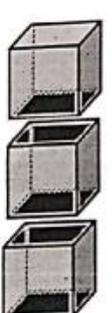
*5*  
*5* não vê a face de baixo = por estar apoiado no chão

Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.



*apoi - perde a do primeiro 2 faces a*  
*2 = 1 face*

Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:



*- perde 1 face*  
*2 faces (perde)*  
*perde 2 faces*

		Nº de cubos empilhados					
		1	2	3	4	5	6
1	5F	5	9	13	17	21	25
2	5+4F						
3	5+4+4=13						

$N^o C$      $N^o F$   
 $FV = QC \cdot 4F + 1FS$

Fonte: As autoras

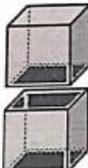
Quando resolveu essa tarefa, a P5 expressou e formalizou uma generalização, **ao modelar a situação por meio de operações envolvendo números inteiros**. A professora estabeleceu sua conjectura, ao analisar situações particulares (para 1, para 2 e para 3 cubos) e generalizar por meio dos resultados obtidos (Figura 13).

**Figura 13:** Resolução descrita pela P5 (P5, PE, 08/10/2019)

**TAREFA 3:**  
 Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele.

  $NFV = 1 \times 4 + 1$   
 $NFV = 5$

Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.

  $NFV = 2 \times 4 + 1$   
 $NFV = 8 + 1$   
 $NFV = 9$

Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:

  $NFV = 3 \times 4 + 1$   
 $NFV = 12 + 1$   
 $NFV = 13$

O cálculo é o nº de cubos, multiplicado 4 + 1

Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis, conforme o número de cubos:

$NFV = NC \times 4 + 1$

Fonte: As autoras

Durante as discussões, em seus cadernos de anotações e nas resoluções das tarefas, algumas professoras ressaltaram a atribuição de significados dada aos objetos da álgebra como uma característica do pensamento algébrico. O termo atribuição de significados não só passou a compor o vocabulário das professoras, como também designou um papel importante para que pudessem compreender a utilização dos símbolos algébricos. P5 verbalizou isso na discussão coletiva, após realizar o estudo das perspectivas apresentadas no grupo, enfatizando a **compreensão dos distintos significados atribuídos para o mesmo símbolo**, *“lendo os autores [Ponte, Branco e Matos, 2009], eu lembrei de uma situação da escola, quando eu era criança, [Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos]. Até eu entender que o “x” era um “x” para cada problema... Eu pensava porque que eu tenho que procurar de novo se eu já achei lá no outro [problema]. Porque eu tenho que procurar de novo aqui?! É só olhar lá. Agora compreendi que é o mesmo símbolo, no caso uma letra, mas está em outro contexto” (P5, GG, 10/09/2019).*

A respeito desta observação, Kaput (2008) aponta dois aspectos essenciais do pensamento algébrico: o primeiro refere-se à generalização expressa em sistemas de símbolos convencionais, que compreende um processo mental pelo qual os sujeitos estabelecem significados para as representações. E o segundo diz respeito ao raciocínio estabelecido, a partir das generalizações expressas em símbolos organizados, isto é, o modo como os sujeitos compreendem e utilizam os símbolos e as regras associadas a ele (CANAVARRO, 2007).

As perspectivas de pensamento algébrico, apresentadas nesta seção, foram as que mais se sobressaíram durante o desenvolvimento dos trabalhos no grupo. Os modos de produzir significado para um mesmo objeto, neste caso aos do aritmetismo, do pensamento funcional, da modelação e dos símbolos, podem ser distintos para uma e outra professora. Logo, isso significa que uma mesma tarefa pode mobilizar diferentes formas de pensar algebricamente.

## 2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As propostas de trabalho, elaboradas e realizadas no decorrer do grupo de estudos, possibilitaram as discussões e as manifestações, a respeito do pensamento algébrico, por parte das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com este estudo,

observamos que as perspectivas de pensamento algébrico que mais se mostraram evidentes foram: o *aritmeticismo* (LINS; GIMENEZ, 2001), o *pensamento funcional* e a *modelação* (KAPUT, 2008).

No decorrer dos estudos realizados, durante os diálogos e as intervenções ocorridos nos pequenos grupos e nas discussões coletivas, com o apoio das formadoras, as professoras passaram a atribuir significado àquilo que estavam desenvolvendo. Suas perspectivas iniciais foram sendo complementadas e fundamentadas, à medida que desenvolviam uma tarefa ou expunham algum argumento para o grupo, isto é, quando compartilhavam suas ideias e trocavam experiências com seus pares, assim resultaram o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O trabalho empreendido com as professoras no grupo de estudos, para esta investigação, não se reduziu ao trabalho com os conteúdos da álgebra, para além disso, promoveu-lhes desenvolvimento do pensamento algébrico. Observamos que as ações propostas lhes oportunizaram produzir significados com base nas relações estabelecidas entre as sequências e as regularidades, ao estudarem e identificarem padrões, ao analisarem símbolos matemáticos, ao operarem utilizando as propriedades dos números, ao compreenderem que distintos significados podem ser atribuídos ao mesmo símbolo.

As ações que constituíram os empreendimentos contribuíram para ampliar os conceitos algébricos e os conhecimentos das professoras, conseqüentemente, elas tiveram a oportunidade de pôr em prática em sala de aula, com seus alunos, o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No contexto investigado, assumimos uma dinâmica de formação distinta dos modelos de “curso de capacitação”, nos quais o formador assume papel central do processo. Por este motivo, pretendemos com estes resultados chamar a atenção para as propostas de formações que são ofertadas aos professores, tendo em vista que a dinâmica abraçada neste grupo – troca de experiências e compartilhamento de ideias entre os pares – mobilizou os conhecimentos dos professores.

Vislumbramos, por meio deste estudo, que as professoras possam refletir sobre seu ensino e o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico em sala de aula, explorando as tarefas a serem propostas, os recursos a serem utilizados e os encaminhamentos realizados durante este processo. As discussões e os resultados, frutos desta investigação, podem ser válidos em outros contextos, e na exploração de outros temas da matemática.

## 2.8 REFERÊNCIAS

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1.º, 2.º e 3.º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base**. Brasília, DF: 2017.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, v. XVI, n. 2, p.81-118, 2007.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 37, n. 2, p. 87 - 115, mar. 2006.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. *In: .* LESTER, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich, CT: Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J. Early algebra is not the same as algebra early. *In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M.* **Algebra in the Early Grades**, Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 235-272, 2007.

CYRINO, M. C.C. T. Grupos de estudos e pesquisas e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Reencima**, v. 9, n. 6, p. 01-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (ed.), **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986..

GURNISKI CARNIEL, I. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 135p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

JOSHI, K. R, Critical Incidents for Teachers' Professional Development. **Journal NELTA Sukhet**, v.5, p. 82-88, jan. 2018.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. *In*: FENNEMA, E. ROMBERG, T.A. (eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

KAPUT, J. J. What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? *In*: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n.7, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

NACARATO, A. M; CUSTÓDIO, I. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. 12. ed. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018, 310p.

NOBREGA FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimentos matemáticos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.25, n.3, p. 496 - 514, set./dez. 2017.

NOBREGA FERREIRA, M. C.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 5 jul. 2018.

OLIVEIRA, C. S.; CYRINO, M. C. C. T. Perspectivas de trabalho com Pensamento Algébrico em contexto de formação de professores presentes em artigos científicos publicados entre 2015-2019. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM**. Londrina: SBEM - PR, v. 1, p. 943-958, 2019.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Percepção profissional de futuros professores de matemática sobre o pensamento algébrico dos alunos através da exploração de um caso multimídia. **Quadrante**, LISBOA, v. 28, p. 100-123, 2018.

SMITH, E. Representation Thinking as a Framework for Introducing Functions in the Elementary Curriculum. *In*: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L.

(Org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, p. 133-160, 2008.

SUGIGAN, M. C.; CYRINO, M. C. C. T. Perspectivas de Pensamento Algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental presentes em artigos científicos publicados em revistas brasileiras entre 2015 e 2018. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM**. Londrina: SBEM - PR, v. 1. p. 832-844, 2019.

UNIVERSIDADE DE COIMBRA. Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia. **Canguru Matemático sem Fronteiras**. Disponível em: <https://www.mat.uc.pt/canguru/Arqprovas/2019/provaEscolar19.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2020.

**O TRABALHO COM TAREFAS MATEMÁTICAS QUE ENVOLVEM O  
PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO  
CONTINUADA**

**Resumo:** O presente artigo tem por objetivo investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF) no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento algébrico. Os dados desta investigação qualitativa referem-se às produções escritas de professoras que atuam em escolas da rede municipal de ensino de Maringá- PR e às gravações em áudios das discussões realizadas durante o processo de formação continuada. Os resultados evidenciam que, no trabalho com tarefas matemáticas, as PEMAI mobilizaram conhecimentos a respeito da matemática, dos alunos e de seus processos de aprendizagem, dos processos instrucionais e do currículo. O trabalho com tarefas matemáticas potencialmente desafiadoras em contextos formativos contribui para o desenvolvimento do conhecimento profissional docente.

**Palavras-chave:** Conhecimentos Profissionais; Formação de professores que Ensinam Matemática; Tarefas matemáticas.

### 3.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, pesquisadores têm se dedicado a investigar processos de formação de professores que ensinam matemática (PEM) em diversos espaços formativos (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; FRAGA, 2019; GURNISKI CARNIEL, 2013; PONTE; OLIVEIRA, 2002; RICHIT; PONTE, 2020). Estes estudos, não só enfatizam propostas alternativas de formação, que visam privilegiar o desenvolvimento profissional<sup>32</sup> dos professores, como também apresentam, exploram e discutem conhecimentos profissionais mobilizados/aprendidos por esses professores. Richit e Ponte (2020) ressaltam que as discussões acerca dos conhecimentos profissionais têm colaborado para identificar diferentes dimensões dos conhecimentos.

---

<sup>32</sup> Neste trabalho, compactuamos com a ideia, proposta por Jesus (2011, p.17), para quem o desenvolvimento profissional do professor é “um processo que acontece gradualmente em sua vida, e que implica aprendizagens formais ou informais. Um processo que considera o professor como um todo, respeitando sua individualidade, frustrações, experiências, conhecimentos, emoções, que consequentemente, pode conduzir uma modificação na forma de o professor ver a si próprio, a sua prática, os processos de ensino e aprendizagem e o aluno”.

Diante disso, o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem<sup>33</sup>, além de investigar diferentes perspectivas de formação inicial e continuada de PEM, bem como os aspectos relacionados ao movimento de constituição da Identidade Profissional, aos conhecimentos profissionais e ao desenvolvimento profissional dos professores, tem se dedicado a propor e investigar empreendimentos definidos pelos envolvidos nessa formação.

Um desses empreendimentos é a análise de tarefas matemática no contexto formativo que, de acordo com Estevam, Cyrino e Oliveira (2018), expressa uma prática promissora que pode favorecer o desenvolvimento dos conhecimentos profissionais dos professores.

Inseridas neste contexto, buscamos, no presente artigo, investigar os conhecimentos profissionais mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas matemáticas, envolvendo o pensamento algébrico em um contexto de formação continuada. A análise de tarefas matemáticas, em espaços formativos, se configura como um empreendimento exitoso para a mobilização de conhecimentos profissionais e é uma oportunidade para as PEMAI-EF desenvolverem-se profissionalmente.

A seguir, apresentaremos as dimensões do conhecimento profissional assumidas nessa investigação e os elementos que revelam a importância do trabalho com tarefas matemáticas, bem como o contexto investigado e os procedimentos metodológicos utilizados. Em seguida, descreveremos e analisaremos os resultados da presente investigação e, por fim, exporemos as considerações finais.

### **3.2 CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA**

O conhecimento profissional do professor de matemática e as dimensões que o compõem têm sido objeto de investigação de diversos autores, tais como Ball; Thames; Phelps (2008); Gurniski Carniel (2013); Ponte; Oliveira (2002) e Shulman (1986)).

De acordo com Richit e Ponte (2020, p. 3), “o conhecimento profissional docente embasa e orienta a prática do professor em sala de aula,” pautando-se nos conhecimentos

---

<sup>33</sup> O Gepefopem é coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. Para mais informações acesse < <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>>

teóricos (a matemática em si) e nos de natureza social (os alunos, os aspectos culturais da comunidade escolar, dentre outros).

Shulman (1986) distingue três grandes domínios do conhecimento profissional docente, a saber: o Conhecimento do Conteúdo (*content knowledge*), o Conhecimento Curricular (*curricular knowledge*) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*pedagogical content knowledge*).

O *conhecimento do conteúdo* está circunstanciado a uma determinada área, no nosso caso a matemática, mas vai além do domínio de fatos e de conceitos específicos, pois considera a compreensão das estruturas substantivas e sintáticas. Enquanto as estruturas substantivas envolvem uma variedade de formas, mediante as quais os conceitos e os princípios básicos da componente curricular são organizados para incorporar seus fatos, a estrutura sintática abrange a validação e o estabelecimento de verdades, a capacidade de explicar e justificar proposições e relacioná-las dentro do mesmo domínio ou de domínios diferentes.

O *conhecimento pedagógico do conteúdo* refere-se às maneiras de formalizar e representar um determinado conteúdo, a fim de torná-lo compreensível aos alunos. Contudo, isso demanda que os professores não somente conheçam aspectos relacionados a explicações e conceitos, isto é, analogias, ilustrações, exemplos, representações e demonstrações que serão utilizadas, como também entendam as concepções e as possíveis estratégias para identificar quais conteúdos serão mais ou menos complexos para os alunos.

O *conhecimento curricular* diz respeito a uma variedade de programas que normatizam os tópicos a serem ensinados nos diferentes níveis de ensino aos quais se referem. Considera, também, o conhecimento de recursos didáticos associados a estes tópicos, de *softwares*, de material manipulável, enfim, o uso de determinadas estratégias de ensino. Shulman (1986) menciona que há dois aspectos a serem considerados no conhecimento do currículo, nomeadamente, o conhecimento curricular lateral e o conhecimento curricular vertical. O primeiro seria um tipo de conhecimento que relaciona os conteúdos da disciplina com as demais áreas e contextos; e o segundo, o conhecimento dos conteúdos dentro da mesma disciplina, relacionando-os com os que foram ensinados nos anos anteriores e os que serão ensinados nos anos posteriores.

Ponte e Oliveira (2002), tendo em conta a produção de Shulman, relacionam o conhecimento profissional do docente, do professor que ensina matemática, com os conhecimentos mobilizados na prática letiva (conhecimento didático do professor) e nas

práticas não letivas, que envolvem a participação do professor em outras atividades e projetos da escola.

O conhecimento didático é constituído por quatro vertentes, nomeadamente *o conhecimento da Matemática, o conhecimento do currículo, o conhecimento do aluno e dos processos de aprendizagem e os conhecimentos do processo instrucional*. O *conhecimento da Matemática* corresponde ao conhecimento da disciplina a ser ensinada. De acordo com Ponte e Oliveira (2002, p. 8), “não se trata, aqui, do conhecimento da Matemática como ciência, mas da interpretação que dela faz o professor enquanto disciplina escolar.” Implica conhecer as formas de representação dos conceitos, a matemática escolar de forma geral e sua relação entre seus próprios tópicos e os das demais disciplinas.

O *conhecimento do currículo* refere-se ao conhecimento dos processos de avaliação, dos materiais didáticos a serem utilizados, da seleção e da organização dos conteúdos. Segundo os autores, “este conhecimento tem um papel fundamental na tomada de decisões sobre os assuntos a que deve dedicar mais tempo, sobre as propriedades a considerar a cada momento, sobre a forma de orientar o processo de ensino-aprendizagem”. (PONTE; OLIVEIRA, 2002, p.9).

O *conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem* diz respeito ao conhecimento dos interesses e das dificuldades dos alunos, seus modos de pensar, bem como os contextos sociais e culturais em que estão inseridos (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

O *conhecimento do processo instrucional* está relacionado ao planejamento das aulas, ao modo como o trabalho será desenvolvido, às concepções das tarefas a serem realizadas, à preparação e à gestão das aulas e às reflexões realizadas após a aula (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

Articulados com os conhecimentos didáticos temos os conhecimentos mobilizados nas ações não letivas, que são aquelas que os professores exercem como participantes de outros projetos escolares, e que também compõem o seu desenvolvimento profissional, por exemplo, o conhecimento que ele tem de si mesmo, do contexto educacional. Muito embora essas dimensões do conhecimento profissional – da prática letiva e não letiva – sejam apresentadas e discutidas separadamente, elas estão interconectadas e permeiam a prática do professor que ensina matemática. Por exemplo, o conhecimento do contexto escolar é essencial não somente para conhecer os alunos, mas também para conhecer os demais profissionais, a escola, a comunidade, entre outros.

Tendo em vista estas considerações, assumimos neste estudo que o conhecimento profissional docente envolve um conjunto de conhecimentos, inerentes à profissão do professor e fundamentais para o exercício da docência.

Neste trabalho, buscamos investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas matemáticas que envolvem o pensamento algébrico, tendo em conta que a análise de tarefas é uma das ações desenvolvidas no processo de formação continuada.

### 3.3 TAREFAS MATEMÁTICAS

As tarefas fazem parte da rotina escolar. Ao planejarem suas aulas, os professores, com base no conteúdo estudado, selecionam, elaboram e/ou adaptam as tarefas a serem desenvolvidas pelos alunos.

Em especial, no caso do ensino da Matemática, de acordo com Cyrino e Jesus (2014), as tarefas matemáticas têm um papel importante nos processos de ensino e de aprendizagem, pois orientam os alunos a pensarem em aspectos específicos do conteúdo, enquanto processam e expressam outras informações. Sendo assim, cabe ao professor selecionar e organizar tarefas, tendo em vista não apenas o conteúdo específico a ser desenvolvido, mas, e sobretudo, os aspectos cognitivos, as estratégias e as sistematizações<sup>34</sup> envolvidas neste processo.

De acordo com Stein e Smith (1998, p. 269, tradução nossa),

uma tarefa é definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular. Uma tarefa pode envolver vários problemas relacionados ou um trabalho prolongado, sobre um único problema complexo, tomando no máximo o período de uma aula<sup>35</sup>.

Stein e Smith (1998) salientam que as tarefas matemáticas propiciam as oportunidades de os alunos pensarem. Por exemplo, uma tarefa em que o aluno executa um procedimento memorizado, de forma rotineira, representa um tipo de oportunidade, enquanto uma tarefa que permite que os alunos pensem em aspectos conceituais e que os estimulem a estabelecer conexões, representa um outro tipo de oportunidade.

---

<sup>34</sup> “(Re)apresentação articulada dos principais conceitos, ideias ou procedimentos matemáticos, em direção à consolidação dos objetivos da aula.” (RODRIGUES; CYRINO; OLIVEIRA, 2018, p. 969).

<sup>35</sup> “*In the framework, a task is defined as a segment of classroom activity that is devoted to the development of particular mathematical idea. A task can involve several related problems or extended work, up to an entire class period, on a single complex problem.*” (STEIN; SMITH, 1998, p. 269).

Nesse sentido, essas autoras descrevem quatro características que classificam as tarefas, a saber: *memorização, procedimentos sem conexão com significados, procedimentos com conexão com significado e fazer matemática*. Essas características estão relacionadas com as diferentes exigências cognitivas, sendo as duas primeiras tidas como de *baixo nível de demanda cognitiva* e as duas últimas como de *elevado nível de demanda cognitiva* (STEIN; SMITH, 1998).

Então o professor, conhecedor desses níveis de demanda cognitiva, ao elaborar ou selecionar uma tarefa, que será desenvolvida com os alunos em sala de aula, deve estabelecer alguns critérios, pensando na sua influência para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática. Cyrino e Jesus (2014) destacam três argumentos que enfatizam a importância de se estabelecerem tais critérios.

O primeiro, diz respeito à oportunidade que os alunos tem de aprender matemática a partir da tarefa. De acordo com as autoras, “a tarefa faz parte do dia a dia de sala de aula e é por meio dela que o professor articula os conteúdos. Assim, o trabalho do aluno é definido pelas tarefas que ele realiza diariamente, por isso, elas podem determinar sua aprendizagem. (CYRINO; JESUS, 2014, p. 753).

O segundo, relaciona-se com os objetivos estabelecidos pelo professor para promover as aprendizagens dos alunos. A seleção de tarefas alinhadas a estes objetivos pode proporcionar um ambiente em sala de aula que viabiliza aos alunos se engajarem na sua resolução (CYRINO; JESUS, 2014).

E, por fim, mas não menos importante, o terceiro argumento refere-se aos raciocínios que podem ser mobilizados a partir da resolução das tarefas, uma vez que diferentes tarefas podem promover oportunidades diversas de aprendizagem. Os professores devem estar atentos a criar situações em que os alunos desenvolvam estratégias, não se prendendo apenas à memorização (CYRINO; JESUS, 2014).

Desta forma, a análise, a seleção e/ou elaboração de tarefas matemáticas constituem-se como uma oportunidade para os professores pensarem de que forma seus alunos aprendem, as estratégias e conhecimentos que eles podem mobilizar durante a resolução e os diferentes modos de promover o ensino, considerando os objetivos estabelecidos. No entanto, as tarefas por si só não são uma garantia de que os alunos irão se engajar de modo a expressarem seus raciocínios, pois,

sua natureza é sempre relativa à pessoa que a faz e à forma como a faz. A proposição de tarefas ricas e promissoras para a aprendizagem dos alunos não garante a efetividade do que foi planejado inicialmente. É preciso considerar que as tarefas só “ganham vida” no processo pedagógico, a partir de sua interpretação e implementação em sala de aula, aspectos substancialmente

influenciáveis pelas práticas e crenças do professor. (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018, p.35)

A seguir, exporemos o contexto da investigação em que foram propostas tarefas matemáticas de cunho algébrico e os procedimentos metodológicos da presente investigação.

### 3.4 CONTEXTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Considerando que os grupos de estudos como espaços formativos que privilegiam o protagonismo do professor e oportunizam as discussões entre seus pares, o compartilhamento de experiências e o reconhecimento do outro como produtor de conhecimento e, por conseguinte, que promovem suas aprendizagens, foi constituído<sup>36</sup>, em 2019, um grupo de estudos com professoras que ensinam matemática nos anos iniciais (PEMAI) do Ensino Fundamental como processo de formação continuada.

Para a constituição do grupo, foi enviado um convite a dez escolas de uma mesma região do município de Maringá - PR<sup>37</sup>. Participaram desta investigação dez professoras advindas de seis destas instituições e as formadoras que assumiram, também, papel de pesquisadoras. As professoras eram formadas, em sua grande maioria, em pedagogia e, com exceção de uma que ocupava o cargo de supervisora pedagógica, atuavam como regentes de 1.º, 3.º ou 4.º anos. Suas experiências como docentes variavam entre 5 (mínimo) e 29 (máximo) anos.

Foram realizados dez encontros, com duração de quatro horas cada, entre os meses de agosto e novembro de 2019. O objetivo do grupo foi o de promover a formação de PEMAI por meio de estudos, discussões e reflexões sobre a temática: “*Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental*”<sup>38</sup>. A dinâmica assumida pelo grupo envolveu a reflexão, a partilha de experiências e de

---

<sup>36</sup> O grupo foi coordenado pela primeira autora deste artigo em parceria com a pesquisadora Cristiane dos Santos Oliveira que, também, desempenhou no grupo o papel de formadora. Esta escolha deveu-se ao interesse comum das pesquisadoras em desenvolver investigações com professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo a abordagem do pensamento algébrico para esta etapa de ensino, embora com focos distintos de investigação.

<sup>37</sup> A formação foi aprovada e certificada pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá.

<sup>38</sup> O projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Parecer: 3.492.530, e as professoras assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

conhecimentos entre os pares, e permitiu que as professoras se engajassem nos estudos a respeito da temática.

A presente investigação, de natureza qualitativa, caracterizou-se como uma pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003) e teve por objetivo investigar que conhecimentos profissionais foram mobilizados por PEMAI no desenvolvimento de tarefas matemáticas que envolvem o pensamento algébrico.

Para tanto, examinamos as informações coletadas a partir da resolução de três tarefas (Anexo I – Tarefa 1, Tarefa 2 e Tarefa 3) que foram elaboradas/adaptadas e propostas pelas formadoras e desenvolvidas pelas professoras em pequenos grupos (três a quatro pessoas). Uma das propostas é considerada como de baixo nível de demanda cognitiva (Tarefa 1 – T1), enquanto as demais (Tarefas 2 e 3 – T2, T3) são de elevado nível de demanda cognitiva (STEIN *et al.*, 2009). Após a resolução de cada uma das tarefas, foi solicitado que as professoras pensassem e analisassem os aspectos do pensamento algébrico que poderiam ser mobilizados, as adaptações que poderiam ser realizadas nos enunciados e o ano/turma em que poderiam ser implementadas.

Num segundo momento, estas reflexões e análises foram socializadas no grande grupo, de forma coletiva, com o propósito de que as professoras compartilhassem suas ideias e sistematizassem suas respostas.

Para a coleta de informações, os encontros foram gravados em áudio e o que não pode ser captado pelo áudio, e que poderia contribuir para justificar e/ou complementar determinadas situações, foi registrado no diário de campo da pesquisadora. Recolhemos, ainda, os registros escritos produzidos pelas professoras nas resoluções das tarefas, nos registros no quadro e nas reflexões descritas em seus cadernos de anotações<sup>39</sup>. Estas informações foram organizadas, considerando a autoria (nome da professora) e a data da produção.

As discussões realizadas nos pequenos e no grande grupo utilizadas na análise foram transcritas em episódios e organizadas com base na data de cada encontro.

A análise interpretativa (ERICKSON, 1986) foi realizada em quatro etapas. Na primeira, buscamos identificar nas produções escritas aspectos relativos às dimensões/domínios dos conhecimentos profissionais das professoras. Em seguida,

---

<sup>39</sup> Foi entregue um caderno para as professoras no primeiro encontro e combinado que este seria utilizado para registro de suas impressões e reflexões a respeito dos encontros. O caderno era recolhido pelas formadoras todas às sextas-feiras antecedentes ao próximo encontro, de modo que as produções escritas pudessem ser lidas e consideradas no planejamento das próximas ações do grupo. Os encontros ocorriam às terças-feiras.

analisamos as transcrições das discussões no intuito de detectar informações a respeito das dimensões/domínios dos conhecimentos profissionais que justificassem e/ou complementassem as produções escritas. Na terceira, realizamos um cotejo das informações obtidas na análise da primeira e segunda etapas, a fim de que pudéssemos identificar características semelhantes ou distintas. Na quarta etapa, nos debruçamos a analisar os resultados identificados na terceira etapa, tendo em vista o referencial teórico adotado.

No registro da análise, ao apresentarmos as informações que foram retiradas dos instrumentos de coleta, identificaremos após sua descrição, a professora participante<sup>40</sup> (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10), seguida da fonte de informação, (GG para as discussões emergidas no grande grupo, PG para as discussões realizadas nos pequenos grupos e PE para as produções escritas) e, por fim, a data em que a informação foi coletada. Sendo assim, ao apresentarmos, por exemplo, as informações obtidas de P10, a partir das discussões no pequeno grupo, coletadas no dia 13 de agosto de 2019, representaremos como (P10, PG, 13/08/2019). Os códigos CF e MF serão utilizados para representar, respectivamente, os nomes Cristiane Formadora e Mayara Formada.

### **3.5 CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS MOBILIZADOS POR PEMAI NO CONTEXTO DE FORMAÇÃO**

Nesta seção, descrevemos os conhecimentos profissionais mobilizados pelas professoras na resolução e na discussão de tarefas matemáticas que envolvem o pensamento algébrico, nomeadamente conhecimento algébrico, conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem da álgebra, conhecimento do como ensinar álgebra, conhecimento curricular sobre a álgebra.

#### ***Conhecimento de aspectos do pensamento algébrico***

O conhecimento do pensamento algébrico permeou a resolução e a análise das três tarefas desenvolvidas pelas professoras. Este conhecimento foi mobilizado por meio dos cálculos, das representações, do estabelecimento de generalizações expressos pelas

---

<sup>40</sup> Codificamos os nomes das professoras participantes, a fim de que suas identidades fossem preservadas.

professoras, tendo em conta as características das tarefas, que condicionaram e influenciaram os conhecimentos mobilizados.

Na busca por determinar um valor para cada nuvem da T1, as professoras apresentaram diferentes modos de operar a multiplicação com os números inteiros, a partir da multiplicação. Durante a resolução, as professoras valeram-se do **raciocínio multiplicativo, tendo em conta as propriedades comutativas e associativas da multiplicação**. Durante a discussão no pequeno grupo, após realizarem os cálculos, elas concluíram que, mesmo operando de formas distintas, o resultado da multiplicação seria o mesmo.

*P7: a nuvem é o “x”, sabe o x e y?! É a nuvem... não é?! Esse vezes esse [nuvem vezes nuvem] que é igual... Então... Eu não posso fazer, esse [2x2 igual a quatro], esse [3x3, igual a nove] e depois esse? [Multiplicação dos resultados, 4x9] ... [A professora faz o cálculo]*

*Posso fazer assim (2x2), que é igual a 4, vezes (3x3) que é igual 9? Porque aí vai dar 4x9*

*P5: 36! Pode ser assim, ou pode fazer multiplicando [de forma direta 2x2x3x3] que vai dar 36 também... Vai dar o mesmo resultado, mas jeitos de fazer diferentes.*

*P7: Não tem na opção... As opções estão erradas [risos].*

*P5: é esse aqui! [Aponta para a alternativa c) 2x3].*

*P7: Por quê?*

*P5: 2x3 é 6, 6x6 é 36... Porque isso aqui vai dar o mesmo resultado que isso aqui [referindo-se a ambos os lados da igualdade], porque 6 vezes 6 vai dar o mesmo resultado que se eu fizer essa operação de multiplicação [a alternativa 2x3x2x3] ... É como se fosse uma equação que você tem que igualar ela.*

*P7: É faz sentido... pensando no resultado. Que aqui daria a mesma coisa que aqui [refere-se a ambos os lados da igualdade]. É isso que você tá querendo dizer?*

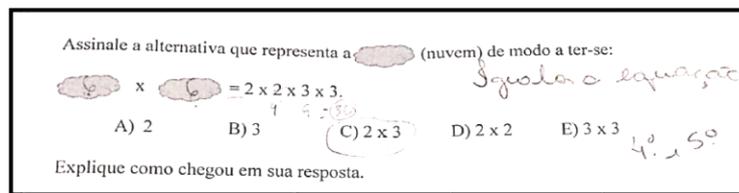
*P5: É! Porque se eu colocar a nuvem sendo 3 vezes 3, vai dar 9, 9 vezes 9 não vai dar 36 que é a igualdade que eu tenho.*

*P7: Entendi! Faz sentido ... Mas 2 vezes 3? Por que 2 vezes 3?*

*P5: Essa nuvem aqui ela é 2x3, vezes...*

*P7: Entendi!*

**Figura 14:** Representação da P& para a tarefa das nuvens após a discussão (P7, PE, 13/09/2019)



Fonte: As autoras

Para além de expressarem os cálculos e utilizarem as propriedades, as professoras demonstraram ter **conhecimento sobre a relação de equivalência entre quantidades** em uma igualdade. A princípio a P7 havia relacionado o sinal da igualdade à noção operacional, no entanto, ao verificar que sua resposta não correspondia a nenhuma das alternativas, buscou a explicação e compreendeu a relação de equivalência explorada na tarefa.

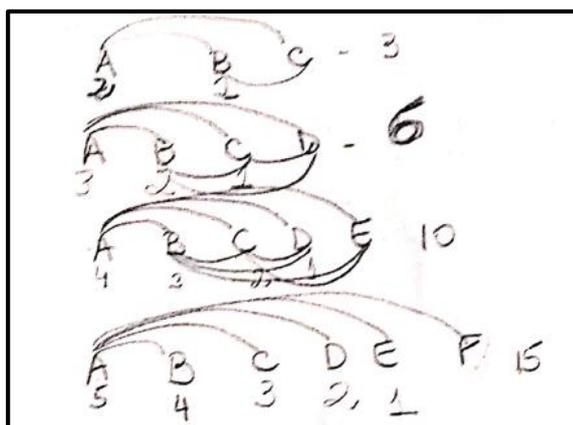
Essa mesma relação e o conhecimento das operações e de suas propriedades também puderam ser observados nas discussões de um outro pequeno grupo.

Quanto ao desenvolvimento da tarefa dos apertos de mão (T2), as professoras mobilizaram conhecimento de aspectos do pensamento algébrico, ao modelarem uma situação com o intuito de generalizá-la. Durante a resolução, a professora P11<sup>41</sup> discutiu com seu grupo sua compreensão a respeito da tarefa. Para expressar seu raciocínio, ela **utilizou uma representação simbólica, a fim de determinar a regularidade da tarefa.**

*P11: eu percebi que o primeiro sempre vai cumprimentar todo mundo. O A cumprimentou 2, e o B só cumprimentou 1 [Apertos de mão para um grupo de 3 pessoas]. Aqui A vai ter cumprimentado 3 e o B, 2 e o C, 1. Então sempre o primeiro cumprimenta todo mundo, ai depois vai diminuindo. O penúltimo cumprimenta um só, e o último não cumprimenta ninguém porque todo mundo já cumprimentou ele. Só que eu não sei como escrever. Tem que ter um jeito, matematicamente falando.*

**Figura 15:** Representação da professora P11 para identificar a regularidade (P11, PE, 20/08/2019)

<sup>41</sup> A professora P11 compareceu apenas ao 1.º e ao 2.º encontro, no entanto seu conhecimento de matemática e suas discussões mostraram-se pertinentes para o trabalho desenvolvido no grupo.

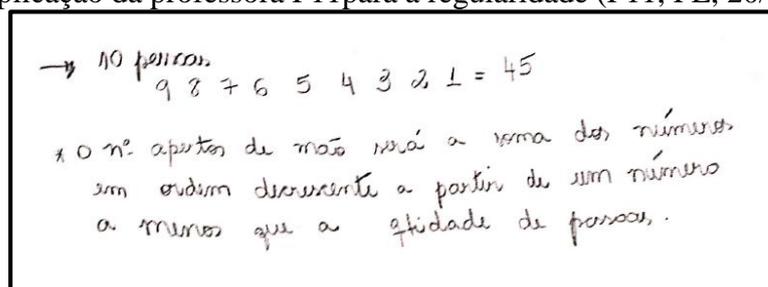


Fonte: As autoras

No momento da discussão coletiva, a P11, ao compartilhar sua resolução para as demais professoras, o fez, usando um raciocínio aditivo, isto é, **modelando uma situação envolvendo a adição por meio de símbolos**. Para tal, **utilizou uma linguagem retórica para descrever a regularidade da tarefa**.

*P11: Eu fiz uma explicação não algébrica. Fiz uma explicação utilizando língua portuguesa. Eu fiz um texto para explicar isso. Se fosse um número qualquer, então pensando se fossem 10 pessoas, quantos apertos de mão seriam? 45 apertos de mão. Como que cheguei nisso?! Eu fui fazendo essa lógica ali dos desenhos. Olhando o 3, o 6, foi que eu descobri que a soma do total de apertos de mãos vai ser sempre a soma do número da quantidade de pessoas, um pessoa a menos do total. Por exemplo, eu quero saber para 10 pessoas, quantos apertos de mãos serão. Eu tenho que somar  $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ .*

**Figura 16:** Explicação da professora P11 para a regularidade (P11, PE, 20/08/2019)



Fonte: As autoras

*P11: Para chegar nessa lógica, primeiro eu fiz os desenhos, aí eu vi que deu certo e chutei um número. Eu sei que algebricamente deve ter outro jeito. E começa com um a menos porque a pessoa não aperta a própria mão.*

Com relação ao desenvolvimento da T3, sequência de quadrados, as professoras mobilizaram conhecimento de seqüências e regularidades. Na discussão com o grande grupo, a P9 discutiu e expressou os conhecimentos mobilizados durante sua resolução.

P9: Na primeira figura, temos 2 quadradinhos, na segunda temos 4, na terceira temos 6, na quarta..., olhando essa sequência, pensei... se na primeira tem 2, na segunda tem 4, e na terceira tem 6, quer dizer que está dobrando. A cada número da figura, ou seja, o tanto de quadrado vai ser o dobro. Então na quarta figura serão 8 quadradinhos. Eu pensei assim, para representar a quarta eu teria que ter 8, e na quinta 10.

No item b) quantos quadrados existirão na 10ª figura? Então se está dobrando, na décima figura terão 20 quadradinhos.

No c) existirá alguma figura com 15 quadradinhos? Eu coloquei que não porque a quantidade é sempre par. 15 é ímpar, não tem como fazer par aqui, de dois em dois. Se eu tiver 15 quadradinhos vai ter um a mais aqui e vai ficar sem o parzinho, então não dá.

P1: Gente só voltar um pouquinho. Se na quarta é 8 e é o dobro, na quinta não seria 16?

P9: Não, o dobro de cinco é 10, é o dobro do número da figura. Aqui é 1 [indicando a o número primeira figura], o dobro de um é dois, do número dois é quatro. Então com 15 não é possível porque se tiver 15 quadrados vai faltar um parzinho aqui, vai dar ímpar.

d) explique o padrão da sequência: eu escrevi que a quantidade de quadrados será sempre o dobro do número da figura.

MF: E a gente consegue representar isso de uma forma mais simples? Outra representação?

P9: tem mais não sei.

MF: como podemos representar o dobro?

P9: duas vezes.

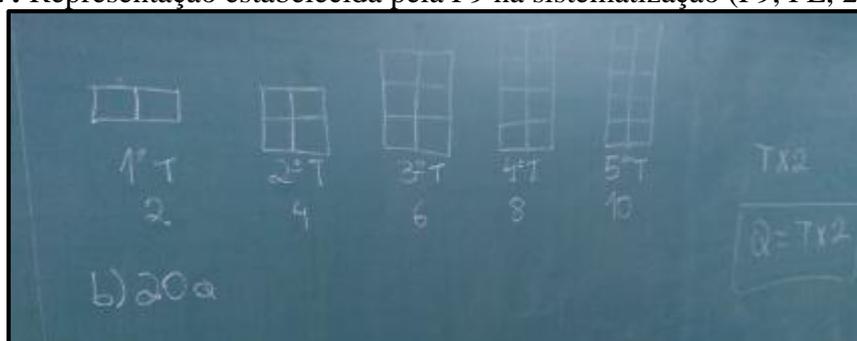
P2: Se considerar, por exemplo, o termo com o  $t$ , então seria o  $t$  vezes dois?! O número do termo vezes dois.

P1: Não, vai ter que ser  $Q = t$  vezes 2,  $Q$  é o número de quadrados.

MF: Vocês concordam?

Professoras do grupo: Sim!

**Figura 17:** Representação estabelecida pela P9 na sistematização (P9, PE, 20/08/2019)



Fonte: As autoras

As respostas dadas pela P9 aos itens da T3 também permearam as discussões e as resoluções das demais professoras nos pequenos grupos. Ao desenvolver a tarefa, a P9 **identificou a regularidade da sequência e a associou ao dobro do número da figura,**

**estabelecendo um padrão com os números pares.** Essa relação de paridade é destacada na resposta do item c), ao discutir que 15 é um número ímpar, e a sequência é constituída apenas por números pares.

No momento da discussão coletiva, as professoras, baseadas nas observações e nas respostas dadas, **estabeleceram uma lei de formação para expressar a regularidade**, isto é, **formularam uma conjectura a partir dos dados conhecidos para determinar dados desconhecidos**, esta relação contribuiu para que elas determinassem a quantidade de quadradinhos de uma figura, sem necessitar representar os termos anteriores.

### *Conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem da álgebra*

Os conhecimentos, mobilizados pelas professoras acerca desta vertente, correspondem às suas reflexões com base nos conhecimentos dos alunos de suas turmas, por conta das suas experiências nos trabalhos desenvolvidos com estes.

As professoras **demonstraram conhecer os modos de pensar e as estratégias que os alunos utilizariam ao desenvolver a T1**, ao discutirem, no grande grupo, se e como os alunos resolveriam a tarefa.

*CF: E as crianças? Conseguem realizar essa tarefa?*

*P6: Acredito que um quarto e quinto ano faça.*

*P2: Acho que os alunos do quarto ano testariam as alternativas.*

*P6: Mas, acredito que eles tenham que entender primeiro o que é uma equação, que um lado é igual ao outro. Então se em ambos os lados da igualdade temos o mesmo o valor, posso explicar pra eles que a operação pode ser realizada da seguinte forma  $2 \times 2$ , igual 4,  $4 \times 3$ , igual a 12 e  $12 \times 3$  igual a 36, porque se eu colocar isso para as minhas crianças eles vão fazer  $2 \times 2$  igual 4, depois  $3 \times 3$ , igual a 9, e depois vão multiplicar  $4 \times 9$ .*

*CF: Eles vão fazer o passo a passo?*

*P7: Eu fiz assim.*

*P6: Sim, não vão fazer aquela grande [comutar os valores] pra chegar no 36. Eles vão multiplicando um por um.*

*P2: Mas se formos ver, trabalhamos a decomposição polinomial. Eles tem essa dificuldade, mas quando começam a fazer eles vão pegando o ritmo. E a decomposição polinomial é o que que acontece nessa situação, se formos analisar, temos a multiplicação de dois números iguais vai dar 36. Vamos supor que eu colocasse lá pro meu aluno, de terceiro ano, vamos imaginar 10, que número vezes 2 daria o 10? Nós não trabalhamos isto?!*

A classificação das tarefas, para o ano em poderiam ser implementadas, foi realizada, considerando as experiências das professoras e seus conhecimentos dos alunos

e da forma como eles apresentam seus raciocínios e resoluções, isto é, elas levaram em conta os níveis de pensamento dos estudantes, de acordo com as exigências (demanda cognitiva) das tarefas.

Embasados no fragmento da discussão realizada no grande grupo, apresentado anteriormente, podemos notar que as professoras, ao mobilizarem seus conhecimentos a respeito dos alunos, **apresentaram as possíveis adaptações que poderiam ser realizadas para que a tarefa pudesse ser implementada e os modos de raciocínio que os alunos manifestariam ao desenvolvê-la**, sem perderem de vista o trabalho com o desenvolvimento destes aspectos do pensamento algébrico.

Com relação às adaptações e ao trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, a P7 desenvolveu, em sala de aula, uma tarefa, cujo objetivo era explorar as relações de equivalência entre quantidades. Por meio de intervenções, a professora conseguiu estabelecer, junto com os alunos, uma expressão para representar a situação. Após esta experiência, ela relatou que “*Às vezes penso subestimamos nossos alunos, não tiramos deles toda sua capacidade, não tiramos da zona do ‘Ah! Isso eu sei!’*”. (P7, PE, 24/09/2019). A partir desse excerto, podemos inferir que a **professora demonstrou valorizar as respostas dos alunos, no desenvolvimento das tarefas**.

### ***Conhecimento de como ensinar álgebra***

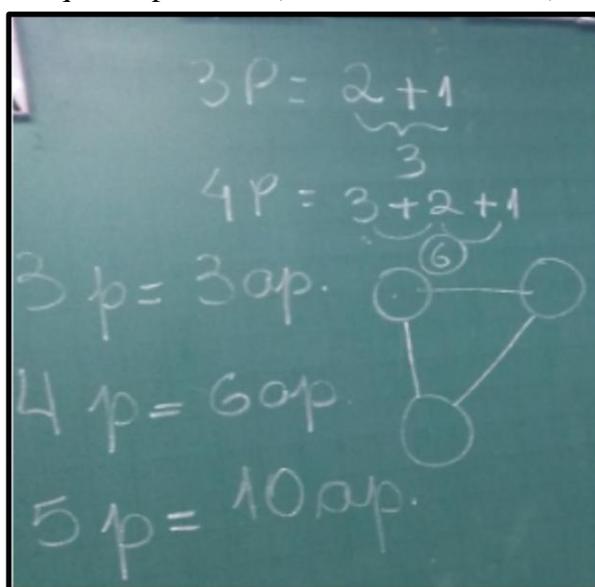
Nesta vertente, as professoras mobilizaram conhecimentos a respeito de aspectos relacionados aos materiais e às estratégias de ensino que poderiam ser adotadas na realização das tarefas. No decorrer dos encontros, elas também manifestaram reflexões de como a dinâmica assumida no processo de formação influenciou suas práticas em sala de aula.

Com relação à tarefa dos apertos de mãos - T2, as professoras sugeriram algumas estratégias de representações que poderiam ser realizadas para que os alunos conseguissem desenvolvê-la. Podemos deduzir que, ao pensarem sobre essas estratégias, elas **mobilizaram conhecimentos dos processos de ensino, tendo em conta suas experiências de planejamentos de aulas**.

Considerando alguns casos particulares da T2, a P10 apresentou duas estratégias de resolução: a primeira, utilizando uma representação por meio de esquemas (bolinhas conectadas), em que a professora representou a quantidade de apertos de mãos para um grupo de três pessoas e, a segunda, utilizando uma linguagem algébrica, em que “*p*”

representa o número de pessoas; e “ap”, o número de apertos de mãos dados, em um grupo de 3, 4 e 5 pessoas.

**Figura 18:** Estratégias de resoluções das tarefas dos apertos de mãos apresentada no quadro pela P10 (P10, PE, 20/08/2019)



Fonte: As autoras

Outra estratégia foi sugerida pela professora P11, levando em conta sua experiência e o conhecimento de recursos utilizados em outros trabalhos. Nas discussões do grande grupo, a professora assim se expressou,

*P11: Poderíamos desenhar o rostinho, para 3 pessoas representaríamos 3 rostinhos, e colocaríamos um lacinho, um chapéu e um guarda-chuva pra diferenciar cada uma delas. Então por exemplo, eu sou a do lacinho e cumprimentei a do chapéu e a do guarda-chuva. Depois a outra, do chapéu, cumprimentaria a do guarda-chuva. Análise combinatória né?! Faz com a quantidade menor, com 3 ou com 4 que daria para eles [alunos] irem desenhando.*

As professoras, ao discutirem umas com as outras no grande grupo, quanto à tarefa da sequência de quadrados - T3, fizeram relações com o ensino de outros conteúdos e materiais que poderiam auxiliar a resolução da tarefa.

*P1: Esse tarefa seria como aquela dos pregadores, em que para uma peça eu uso dois pregadores, para três peças seis pregadores, que é a proporcionalidade. Quando eu explico esta tarefa eu questiono a quantidade de pregadores necessárias para cinco peças.*

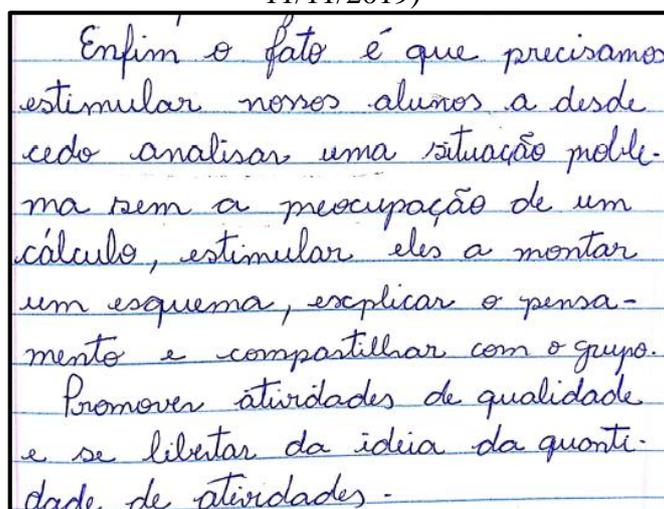
*P7: Quando construímos a tabuada do dois na malha quadriculada, na composição retangular, obtemos essa mesma representação, mas só fazemos até o dez.*

Podemos inferir que, ao expressarem estas ideias, as professoras, P1 e P7, evidenciaram **conhecer materiais didáticos e outros conteúdos que poderiam estar associados ao desenvolvimento da tarefa que explora aspectos algébricos**, tendo em vista outras construções e conceitos explorados por elas em sala de aula.

Outros conhecimentos, mobilizados a respeito dessa vertente, referem-se às reflexões, expressas pelas professoras, após o trabalho com as tarefas e à dinâmica assumida para a realização destas (discutir em pequenos grupos, e sistematizar, de forma coletiva, no grande grupo).

A P2, ao expressar em seu caderno de anotação a experiência do trabalho com as tarefas matemáticas, de cunho algébrico, apresentou indícios de **valorização do planejamento e das ações a serem desenvolvidas na prática letiva**.

**Figura 19:** Relato da P2 a respeito da valorização do planejamento (P2, PE, 11/11/2019)

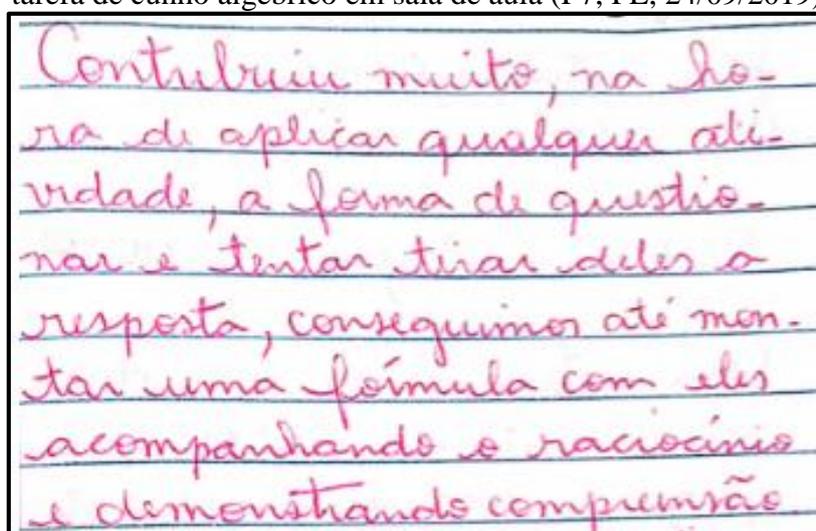


Enfim o fato é que precisamos estimular nossos alunos a desde cedo analisar uma situação problema sem a preocupação de um cálculo, estimular eles a montar um esquema, explicar o pensamento e compartilhar com o grupo. Promover atividades de qualidade e se libertar da ideia da quantidade de atividades.

Fonte: As autoras

Quando questionada acerca do desenvolvimento das tarefas de cunho algébrico, a P7 também refletiu, **manifestando aspectos da importância da comunicação em sala de aula no desenvolvimento de tarefas matemáticas.**

**Figura 20:** Reflexão a respeito da experiência vivenciada pela P7 ao desenvolver uma tarefa de cunho algébrico em sala de aula (P7, PE, 24/09/2019)



Fonte: As autoras

### ***Conhecimento curricular sobre a álgebra***

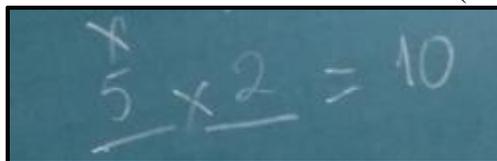
O conhecimento curricular sobre a álgebra foi mobilizado no desenvolvimento da tarefa das nuvens - T1. No momento da discussão coletiva, a P6 demonstrou conhecer conteúdos da álgebra que são explorados nos anos finais do Ensino Fundamental, buscando relacionar com o desenvolvimento do pensamento algébrico explorados por elas na realização da tarefa.

*P6: Esse dias conversei com eles lá na sala, falei que quando chegassem no Ensino Fundamental II, eles trocariam os números pelas letras. Ai começaram a perguntar "mas como professora?!".*

*Então explique, "vocês vão colocar assim, 2 vezes o x igual a 10. O sinal de vezes não será mais esse aqui [refere-se ao sinal ao sinal "x" operador da multiplicação],*

*ele será representado por um pontinho e, em determinados momentos ele pode até sumir. Mas, quando perceberem que tem uma letra na operação, vão saber que é multiplicação. Então escrevi “ $2.x = 10$ ””.  
Uma aluna respondeu, “ah eu sei qual é o valor de  $x$ , é 5”, e eu respondi, “muito bem!”*

**Figura 21:** Representação da P6 ao demonstrar a forma como o conteúdo será explorados nos anos finais do Ensino Fundamental (P6, PE, 20/08/2019)



A photograph of a chalkboard showing a handwritten multiplication problem. The equation is  $5 \times 2 = 10$ . The numbers are written in white chalk on a dark green background. There are some faint, light-colored marks around the numbers, possibly from erasing or other writing.

Fonte: As autoras

Parece-nos que o conhecimento curricular, mobilizado durante esta discussão, diz respeito ao conhecimento curricular vertical (SHULMAN, 1986), pois a professora demonstrou compreender os conhecimentos que seriam ensinados ao longo do currículo de matemática, isto é, os conteúdos da mesma disciplina ministrados nos anos posteriores.

### ***Conhecimento da prática não letiva***

O conhecimento da prática não letiva, mobilizado pelas professoras, não diz respeito especificamente à resolução das tarefas T1, T2 e T3, no entanto ele emergiu da prática de analisá-las, respondê-las e discuti-las. Em seu caderno de anotações, após ser questionada se esta dinâmica estava contribuindo com o seu trabalho, a P2 fez a seguinte reflexão:

**Figura 22:** Reflexão da P2 sobre como se vê no espaço escolar (P2, PE, 04/10/2019)

② Confesso que ainda não consegui realizar uma reflexão e apresentação para todos. Consegui fazer um trabalho com a professora do ACE, mas ainda não fizemos uma avaliação, após a aplicação.

Certamente o grupo tem contribuído muito, consegui sanar várias dúvidas e refletir sobre conceitos e metodologias. Preciso de mais empoderamento para mediar com os professores, isso dar-se-á com estudos como desse grupo e busca pessoal como também sugestão para a formação continuada.

Fonte: As autoras

Deduzimos que, ao descrever acerca da falta de empoderamento, a P2 **revelou um conhecimento de si**, ou seja, **reconheceu a necessidade de aprofundar seus estudos para então orientar o trabalho a respeito do pensamento algébrico** com as demais professoras, considerando sua função no espaço escolar.

A P7 também apresentou indícios de mobilização do conhecimento da prática não letiva, ao relatar em seu caderno de anotações uma reflexão a respeito do compartilhamento de experiências.

**Figura 23:** Relato da P7 a respeito de como ela compreende o contexto de formação (P7, PE, 25/10/2019)

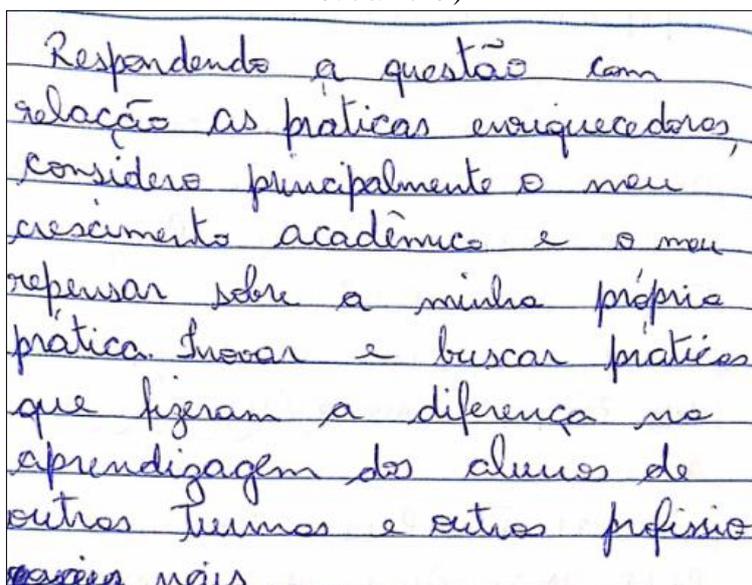
①  
falo de compartilharmos e ouvirmos experiências das colegas nos traz certo alívio nas dificuldades e nos dá mais segurança nas nossas práticas.

Fonte: As autoras

Notamos, por meio deste relato, que a professora mobilizou **um conhecimento a respeito do contexto, ao identificar as colegas de profissão como produtoras de conhecimento e ao considerar a troca de experiências como uma oportunidade de aprendizagem**. Reconheceu que as dificuldades não permeiam apenas a própria prática, mas também a das demais professoras.

A P8, do mesmo modo, expressou algumas reflexões em seu caderno de anotações, o que denota características de mobilização do conhecimento da prática não letiva. Em um de seus relatos, ela havia pontuado ser a dinâmica do grupo uma prática enriquecedora para a formação e, quando questionada a respeito desta prática, ela deu a seguinte resposta:

**Figura 24:** Resposta da P8 sobre sua impressão a respeito do grupo (P8, PE, 19/08/2019)



Respondendo a questão com relação as praticas enriquecedoras, considero principalmente o meu crescimento acadêmico e o meu repensar sobre a minha própria pratica. Inovar e buscar praticas que fizeram a diferença na aprendizagem dos alunos de outros turnos e outras profissioes mais.

Fonte: As autoras

O relato da professora nos leva a concluir que ela mobilizou um **conhecimento de si, ao descrever suas expectativas e perspectivas a respeito do investimento na sua profissão**. Ela, inclusive, indicou que “deseja elaborar práticas educacionais que possam encantar e favorecer o aprendizado dos educandos.” (P8, PE, 19/08/2019), o que se dará por meio dos estudos e do desenvolvimento de sua autoconfiança.

### **3.6 AS TAREFAS MATEMÁTICAS E O CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES**

Os resultados dessa investigação sinalizam que as PEMAI mobilizam os conhecimentos profissionais relativos às dimensões do conhecimento profissional (letiva e não letiva), nomeadamente: o conhecimento algébrico para os anos iniciais; a visão que elas têm dos alunos e dos modos como eles aprendem; a importância de se considerar os contextos sociais e culturais nos quais esses alunos estão inseridos; o modo como as tarefas devem ser propostas e geridas; as estratégias e o recursos didáticos que podem ser adotados; o conhecimento do currículo, da avaliação e das normas e dos regimentos escolares; a forma como o professor se vê e é visto no espaço escolar.

A análise, a resolução e a discussão de tarefas matemáticas, envolvendo o pensamento algébrico, se configuraram como ações importantes no contexto de formação

continuada de PEMAI-EF, visto que permitiram às professoras formularem suas hipóteses, organizarem e expressarem suas ideias e raciocínios.

Quanto à dimensão da matemática, aprofundaram seus conhecimentos sobre as operações com os números inteiros e as suas propriedades; exploraram o trabalho com as generalizações, ao conjecturarem e testarem seus resultados; e, também, apresentaram diversas representações para expressar seus raciocínios, utilizando linguagem simbólica e esquemas figurativos. Por fim, notamos que a matemática, utilizada pelas professoras na resolução das tarefas, se refere àquela que elas interpretam dos conceitos específicos que ensinam, ou seja, a matemática escolar (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

Julgamos que os estudos realizados no grupo contribuíram para as aprendizagens das professoras, visto que as docentes passaram a atribuir significados aos objetos da álgebra e a discutir as diferentes estratégias para a resolução de uma tarefa, como por exemplo, no caso do sinal da igualdade em que algumas professoras o associaram à relação de equivalência entre quantidades, enquanto outras o associaram à noção operacional. De acordo com Trivilin e Ribeiro (2015), tal atribuição de significado é predominantemente praticada nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir dos relatos das PEMAI-EF, identificamos, também, aspectos relativos à valorização do planejamento, já que as professoras relataram que passaram a explorar mais as tarefas de sala de aula, priorizando a qualidade e não a quantidade das produções dos alunos.

Além disso, elas declararam que a dinâmica assumida no grupo de estudos favoreceu reconhecer a importância da comunicação em sala de aula, seja oralmente ou por meio dos registros, o que não acontecia anteriormente. Do mesmo modo, contribuiu para reconhecer a relevância da escolha e do trabalho com as tarefas. Elas alegaram que passaram a ser mais criteriosas, ao selecionarem as tarefas para desenvolver em sala de aula, observando as estratégias, as possíveis discussões e os conhecimentos que poderiam ser desencadeados em cada tarefa. As professoras tiveram a oportunidade de (re)pensarem os encaminhamentos das aulas de matemáticas (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

Outra dimensão do conhecimento profissional mobilizada pelas professoras diz respeito ao conhecimento dos alunos e de seus processos de aprendizagem. Durante a resolução das tarefas, as docentes demonstraram conhecer o modo como os alunos aprendem, as estratégias de resoluções que eles usam, enfim, a forma habitual de eles agirem (PONTE; OLIVEIRA, 2002). E, por conta disso, pontuaram saber reconhecer as adaptações necessárias para serem realizadas nas tarefas.

Ademais, as professoras também demonstraram reconhecer os aspectos específicos das tarefas e em que medida poderiam explorá-los com seus alunos, passando a solicitar que eles justificassem as respostas dadas.

Notamos que as professoras mobilizaram uma dimensão do conhecimento caracterizada como conhecimento curricular vertical (SHULMAN, 1986) a respeito da álgebra, tendo em vista que mostraram reconhecer os conteúdos da álgebra ensinados por elas nos anos iniciais do Ensino Fundamental e associá-los com os conteúdos ensinados nos anos posteriores, no Ensino Fundamental II.

No que diz respeito ao conhecimento relativo a prática não letiva, verificamos que as professoras mobilizaram conhecimentos de si e do contexto no qual estão inseridas. A discussão com os pares acerca das tarefas matemáticas possibilitou-lhes reconhecer o erro como uma oportunidade de aprendizagem e do outro como produtor de conhecimento.

### **3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O objetivo deste estudo foi investigar que conhecimentos profissionais são mobilizados por PEMAI-EF no desenvolvimento de tarefas que envolvem o pensamento algébrico.

O empreendimento de resolver e discutir tarefas matemáticas, envolvendo pensamento algébrico, no processo de formação continuada contribuiu para que as professoras mobilizassem e aprofundassem seus conhecimentos profissionais relativos às dimensões: da matemática, com foco no pensamento algébrico; dos alunos e de seus processos de aprendizagem, a partir da visão das estratégias e do reconhecimento dos raciocínios deles; do processo instrucional, tendo em conta as escolhas e o gerenciamento das tarefas em sala de aula; da compreensão das propostas curriculares, a respeito da álgebra e suas relações com os demais conteúdos. E ademais, contribuiu para a mobilização de conhecimentos a respeito de si e do contexto.

É importante esclarecer que tais conhecimentos foram mobilizados, na formação, de modo conectado, e que a separação deles é feita por parte do pesquisador na análise e categorização dos dados.

Podemos concluir que a dinâmica assumida no grupo, envolvendo o trabalho com tarefas matemáticas, de cunho algébrico, e o protagonismo das professoras participantes, discutindo e compartilhando experiências, contribuiu, significativamente, para a

mobilização dos conhecimentos profissionais docentes. Também o grupo foi responsável para alavancar o desenvolvimento profissional dessas professoras, sujeitos desta pesquisa. Daí a relevância de serem constituídos espaços formativos, tendo em mira o aprimoramento da educação.

### 3.8 REFERÊNCIAS:

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407. 2008.

CYRINO, M. C.C.T.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: WITTROCK, M. C. (ed.). **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de prática de professores de matemática. **REnCiMa**, v. 9, n. 2, p. 32-51, 2018.

FRAGA, T. C. G. *Uma análise do caso multimídia "Explorando Perímetro e Área" para a Formação de Professores que Ensinam Matemática*. 2019. 131p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

GURNISKI CARNIEL, I. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 135p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

JESUS, C. C. **Análise de tarefas matemáticas: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamenta**. 2011. 95p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, n.11, v.2, p.145-163, 2002.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, v. 36, p. 1- 29, 2020.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de futuros professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 967-989, dez. 2018.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K. *et al.* A. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de Diferentes significados de uma igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP, v. 28, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

## ANEXO I

### TAREFA 1 -T1: QUANTO VALE A NUVEM?

**TAREFA 1: QUANTO VALE A NUVEM?**

Assinale a alternativa que representa a  (nuvem) de modo a ter-se:

 x  = 2 x 2 x 3 x 3.

A) 2            B) 3            C) 2 x 3            D) 2 x 2            E) 3 x 3

Explique como chegou em sua resposta.

Fonte: Adaptado de Cyrino e Oliveira (2011)

### TAREFA 2 – T2: QUANTOS APERTOS DE MÃOS?

**TAREFA 2: QUANTOS APERTOS DE MÃOS?**

Todas as pessoas do seu grupo vão cumprimentar-se, dando um aperto de mão.

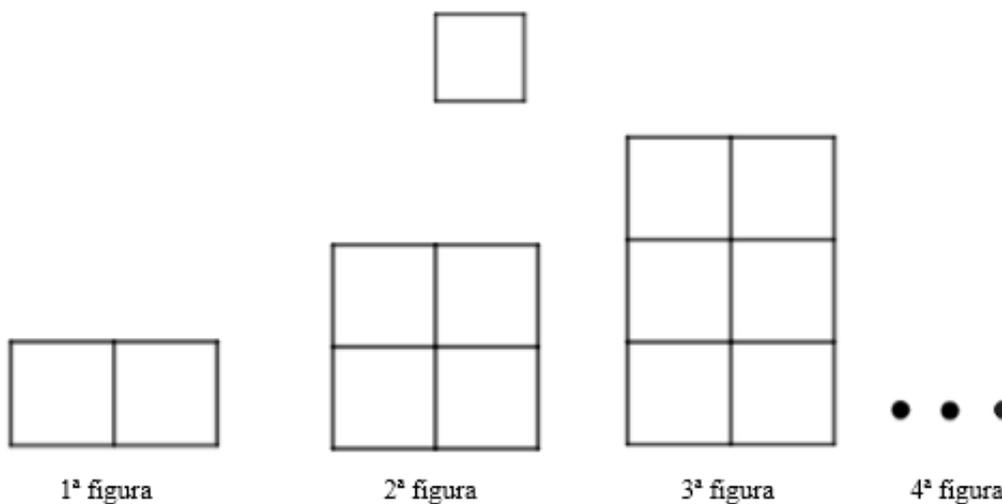
- Quantas pessoas tem no seu grupo?
- Quantos apertos de mão serão dados?
- Se chegar uma nova pessoa em seu grupo, quantos apertos de mão serão dados?
- E se chegar mais uma outra pessoa?
- Determine o número de apertos de mão em um grupo com um número qualquer de pessoas.

Fonte: Adaptado de Canavarro (2007)

### TAREFA 3 – T3: SEQUÊNCIAS E QUADRADOS

#### TAREFA 3: SEQUÊNCIA DE QUADRADOS:

Cada figura da sequência a seguir é constituída por um agrupamento de quadrados congruentes. Considere o quadrado unitário, como unidade de medida na construção das figuras a seguir.



- Represente a 4ª e a 5ª figura. Justifique como pensou para representá-la.
- Considerando que o padrão é mantido para a construção das próximas figuras, quantos quadradinhos haverá na 10ª figura?
- Existirá alguma figura com 15 quadradinhos? Explique sua resposta.
- Explique o padrão desta sequência, ou seja, identifique a(s) regularidade(s) específica(s) da mesma.
- Quantos quadradinhos existem na figura de ordem 100?
- Qual a posição correspondente a figura com 100 quadradinhos?

Fonte: As autoras

### ANÁLISE DE INCIDENTES CRÍTICOS NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

**Resumo:** Este estudo tem por objetivo discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF). Os dados dessa investigação qualitativa emergem da análise de dois incidentes críticos que fizeram parte dos empreendimentos de uma Comunidade de Prática - CoP constituída por PEMAI-EF que lecionam em escolas do município de Maringá-PR. Os resultados evidenciam que a análise de incidentes críticos proporcionou às professoras a oportunidade de: ter autoconsciência de suas ações; avaliar suas rotinas; perceber a importância do diálogo com os alunos; construir uma comunidade de profissionais críticos; mobilizar/constituir conhecimentos algébricos; compreender estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem uma tarefa. A dinâmica de estudos assumida pela CoP, na exploração de incidentes críticos, mostrou-se pertinente e profícua para mobilização/constituição de conhecimentos profissionais desencadeada por reflexões e (re)significações de aspectos inerentes à sua prática profissional.

**Palavras-chave:** Conhecimentos Profissionais; Incidentes Críticos; Formação de professores que Ensinam Matemática

#### 4.1 INTRODUÇÃO

Ao longo de sua carreira profissional, o professor se depara com situações adversas e inesperadas tanto em sala de aula quanto fora dela, como perguntas de alunos que causam mudanças no sentido da aula, conflitos entre alunos durante o desenvolvimento de um trabalho, práticas concorrentes à sala de aula que interferem em sua prática, dentre outros. Essas situações são marcantes na prática pedagógica do professor e interferem no modo como ele agencia a sua profissionalização docente. Por este motivo, interpretar e refletir sobre essas situações, pensar em possíveis respostas para elas, contribuem para o (re) estruturação de sua prática de ensino e, por conseguinte, para seu desenvolvimento profissional.

De acordo com Joshi (2018), a análise de incidentes críticos é uma das abordagens que promovem o desenvolvimento profissional, pois permite ao professor analisar criticamente uma determinada situação buscando compreender, não apenas *o quê* mas o

*porque* determinado episódio ocorreu, para que desta forma possa utilizá-lo como uma referência futura. Outros investigadores (ALMEIDA, 2009; CHOY, 2014; DOMINGOS, 2015; JOSHI, 2018; MEDRADO, 2012) também têm apontado o trabalho com incidentes críticos como potencial para pesquisas no âmbito da Educação no que diz respeito ao estudo de conhecimentos, representações, sentimentos e emoções dos professores.

Diante disso, o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – *Gepefopem*<sup>42</sup>, no qual as autoras estão inseridas, se propôs a considerar os incidentes críticos em suas investigações como uma das abordagens de formações alternativas, nas quais os participantes constituem um espaço para discussão e reflexão, com empreendimentos e ações que privilegiam o protagonismo dos professores, o compartilhamento de saberes e experiências, o respeito e a confiança mútua.

Essa investigação se mostra pertinente, uma vez que a análise e a discussão de incidentes críticos em espaços formativos se constituem como uma ação promissora para a mobilização/constituição de conhecimentos profissionais e, por conseguinte, como uma oportunidade de desenvolvimento profissional.

Alguns pesquisadores têm se dedicado a investigar as dimensões e os elementos relativos à natureza e ao conteúdo dos conhecimentos considerados como necessários à profissão docente. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; FRAGA, 2019; GURNISKI CARNIEL, 2013; PONTE; OLIVEIRA, 2002; RICHIT; PONTE, 2020; SHULMAN, 1986). Segundo Richit e Ponte (2020, p. 3), “o conhecimento profissional docente embasa e orienta a prática do professor em sala de aula”, em outras palavras, o conhecimento profissional do professor norteia, principalmente, sua atividade prática, embora tenha como fundamento conhecimentos de natureza teórica, social e experimental.

Neste estudo assumimos que o conhecimento profissional docente envolve um conjunto de conhecimentos que são inerentes à profissão do professor, isto é, necessários para o exercício da docência. Tal conjunto envolve o conhecimento do conteúdo da disciplina a ser ensinada; a visão dos alunos e os modos como aprendem; os contextos sociais e culturais nos quais estão inseridos; a organização, as estratégias e os recursos didáticos adotados para o ensino; o conhecimento do currículo, da avaliação e das normas e dos regimentos escolares. E para mais, e não menos importante, a forma como o professor se vê e é visto no espaço escolar.

---

<sup>42</sup> O Gepefopem é coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. Para mais informações acesse < <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>> .

O objetivo do presente artigo é discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de um grupo de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF) em escolas do município de Maringá-PR, que se constituiu como uma Comunidade de Prática - CoP. A seguir apresentaremos aspectos teóricos a respeito dos incidentes críticos na formação de professores, o contexto investigado, os procedimentos metodológicos, e, por fim, os resultados e as considerações finais.

#### 4.2 OS INCIDENTES CRÍTICOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A observação, a análise e a reflexão fazem parte do trabalho docente. Choy (2014) ressalta que a observação favorece aos professores analisarem suas práticas, a fim de que possam refletir sobre o processo de ensino. Estudos a respeito da análise de incidentes críticos têm sido desenvolvidos no âmbito da educação (ALMEIDA, 2009; CASTRO, 2016; CHOY, 2014; DOMINGOS, 2015; JOSHI, 2018).

No campo da educação a utilização da técnica [análise de incidentes críticos] tem despertado interesse e revela-se capaz de construir uma metodologia na área de formação de professores, por demonstrar potencial para se desenvolver no meio autêntico. (DOMINGOS, 2015, p.63)

Na literatura há uma variedade de definições para os incidentes críticos. De acordo com Choy (2014, p.143, tradução nossa), “incidentes críticos são eventos inesperados que ocorrem durante uma aula, que têm o potencial de aprofundar a nossa compreensão sobre o pensamento matemático dos alunos”<sup>43</sup>. Estes eventos podem acontecer a partir de respostas inesperadas dos alunos dadas às perguntas feitas pelo professor; de questões referentes aos processos de ensino e de aprendizagem; ou de situações que mudam o sentido das tarefas e das ações de ensino planejadas.

Segundo Joshi (2018, p. 82, tradução nossa), um incidente crítico “é algo que interpretamos como um problema ou um desafio em um determinado contexto”<sup>44</sup>. É caracterizado por qualquer evento não planejado, que pode ocorrer dentro ou fora de sala

---

<sup>43</sup> *Critical incidents are events that occur during a lesson, which have the potential to deepen our understanding of students' mathematical thinking* (CHOY, 2014, p. 143).

<sup>44</sup> *A critical incident is something which we interpret as a problem or a challenge in a certain context.* (JOSHI, 2018, p. 82).

de aula, e que permite ao professor refletir a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem. Como esses eventos não ocorrem de forma rotineira, conforme o autor, eles se configuram como um desafio ou problema em um determinado contexto.

Para Almeida (2009), um incidente crítico pode ser caracterizado como uma descrição detalhada de um determinado evento no qual as informações apresentadas fornecem subsídios para que o ouvinte/leitor possa expressar suas opiniões, emitir seus julgamentos, tomar decisões e/ou buscar alternativas para solucionar um problema.

Julgamos que os autores parecem concordar que os incidentes críticos são eventos não planejados e interpretados como um desafio, cujas informações possibilitam ao professor expressar suas opiniões e refletir a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem.

Portanto, neste estudo consideramos que um incidente crítico é um evento, um episódio ou uma situação inesperada e imprevista, que viabiliza ao professor fazer induções, previsões, emitir julgamentos e opiniões que podem solucionar um determinado problema ou causar mudanças e/ou reafirmações em suas trajetórias profissionais. Estes eventos podem ocorrer no contexto de sala de aula e/ou durante a carreira profissional do professor.

São diversos os episódios, as situações e os incidentes vivenciados pelo professor ao longo de sua vida profissional, no entanto a forma com que ele interpreta e lida com estes incidentes é que o caracterizará como um incidente crítico. Sendo assim, os incidentes tornam-se *críticos* à medida em que permitem que os professores reflitam a respeito desses eventos, à medida que os fazem (re)pensar suas práticas, a aprendizagem dos alunos e o seu próprio desenvolvimento profissional.

Todavia, os incidentes críticos podem ser eventos tanto positivos como negativo, conforme os exemplos ilustrados a seguir.

#### *Situação 1:*

Às vezes, os professores planejam envolver seus alunos em atividades comunicativas para promover sua capacidade de falar. Mas durante a aula, eles podem se deparar com alunos que participam mais do que esperavam, que contribuem com as práticas e promovem discussões, obtendo resultados inesperados. Embora seja um evento comum, o professor pode considerá-lo um incidente crítico, porque ele pode interpretá-lo como significativo para referência futura.

Fonte: Adaptado de Joshi (2018)

## Situação n°2:

Contexto: Em uma sala de aula do Ensino Médio, o professor convida os alunos a resolverem o seguinte problema: "Quando  $p = 2,8$  e  $c = 1,2$ , calcule a expressão:  $3c^2 + 5p - 3c(c - 2) - 4p$ "

Depois de trabalhar no problema por algum tempo, o professor convida os alunos a compartilharem sua solução com a classe. Segue o diálogo.

Professor: *Ok, vamos ver o que podemos fazer com esta pergunta. Quem quer compartilhar sua resposta comigo?*

[O aluno A e o aluno B levantam as mãos ao mesmo tempo]

Professor: *Aluno A?*

Aluno A: *Encontrei 10.*

Professor: *Como você encontrou 10?*

Aluno A: *Substituí os valores 2.8 e 1.2 na expressão. Demorei muito tempo.*

Professor: *Obrigado, estudante A! [Para a classe] Todos concordam?*

Aluno B: *Eu tenho a mesma resposta, mas fiz muito mais rápido.*

Professor: *Continue...*

Aluno B: *Eu trabalhei na expressão antes de substituir os números e acabei com uma expressão muito mais simples:  $p + 6c$ . Então substituí os valores 2.8 e 1.2 e achei 10, fácil!*

Aluno A: *Eu gosto do jeito que eu fiz. Não gosto de simplificar.*

Aluno B: *Minha solução é brilhante, a sua demora muito. Você não pode trabalhar com letras porque é estúpido [Alguns alunos riem] ... o que posso esperar de você, afinal? [Alguns alunos riem].*

O professor escutou o que o aluno B havia dito.

Questões:

- Como você vai responder ao aluno A, ao aluno B e a toda a turma?
- O que você acha que são os problemas nessa situação?
- Como você vai lidar com essas questões?

Fonte: Adaptado de Biza *et al.* (2015)

A “Situação 1”, embora seja comum na sala de aula, pode ser considerada como um incidente crítico, pois os professores podem interpretá-la como algo significativo e torná-la uma referência para futuros trabalhos.

O segundo caso, “Situação 2”, já se constitui um desafio que pode ser vivenciado pelos professores diante da complexidade da sala de aula, pois envolve tensões entre os alunos, compartilhamento de ideias, situações de mau comportamento, dentre outros. Este episódio pode ser considerado como um incidente crítico por ser algo, inesperado, não planejado pelo professor e que pode mudar o sentido e a proposta da aula, além disso, pode tornar-se, também, uma referência para futuros trabalhos.

A análise de incidentes críticos propicia que os professores reflitam e aprendam e aperfeiçoem suas práticas de ensino, isto é, ela os auxilia a (re)pesarem seus processos de ensino, a questionarem sobre suas práticas e desenvolverem-se profissionalmente. De acordo com Joshi (2018, p. 84, tradução nossa), “serve como uma forma de investigação reflexiva e um senso de conscientização profissional.”<sup>45</sup>

<sup>45</sup> *It serves as a form of reflective inquiry and a sense of professional awareness.* (JOSHI, 2018, p. 84)

Por conta disso, como ressalta o autor, a análise de incidentes críticos mobiliza o desenvolvimento profissional dos professores, pois permite, dentre outros aspectos:

- (i) *Criar um nível maior de autoconsciência:* ao analisar incidentes críticos que emergem do contexto escolar, os professores podem tornar-se mais conscientes de suas ações e perceberem se há lacunas entre aquilo que estão fazendo e o que devem fazer.
- (ii) *Oportunizar uma avaliação das rotinas e dos procedimentos estabelecidos:* os professores, ao ensinarem, valem-se de várias estratégias, consideradas como válidas, no entanto, ao analisá-las como incidentes críticos, eles podem avaliar como os alunos lidam e/ou estão respondendo a estas estratégias.
- (iii) *Incentivar os professores a fazerem perguntas críticas a respeito do ensino:* uma vez estabelecido o hábito de analisar incidentes críticos, os professores tendem a olhar para os demais aspectos de forma mais crítica, questionando cada um deles.
- (iv) *Auxiliar na construção de uma comunidade de profissionais críticos:* os professores podem compartilhar os incidentes críticos com os demais profissionais, na busca de estabelecer um senso de cooperação e de análise crítica a respeito do processo de ensino.

Shulman (2005) considera a análise e a reflexão de episódios, envolvendo a prática do professor, como uma oportunidade de aprendizagem, já que possibilita construir conhecimentos acerca de situações reais do ensino que, para além de promover a formação do professor que analisa, contribui, inclusive, para a formação de outros docentes.

Em seus estudos, Domingos (2015) apresenta algumas perspectivas presentes na literatura (BOLÍVAR, 2002; ESTRELA; ESTRELA, 1994; LITWIN, 2009; TRIPP, 1993), que discorrem sobre o papel da análise e reflexão de incidentes críticos no âmbito da educação. Dentre outros aspectos destacados, os incidentes críticos são considerados como uma ferramenta que possibilita mudanças na identidade profissional, que provoca reflexões e questionamentos a respeito do modo como os professores ensinam; que possibilita uma relação entre a formação teórica e prática do professor, e que pode ser utilizada como apoio para a elaboração de um instrumento de avaliação da própria prática.

Embasados por estas considerações, apresentaremos a seguir o contexto e os procedimentos metodológicos que nos permitiram discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF).

### 4.3 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

A presente investigação<sup>46</sup> decorreu de um processo de formação continuada, envolvendo a participação de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF). Para tanto, foi constituído um grupo de estudos, com o objetivo de promover a formação das participantes por meio de estudos, discussões, reflexões e compartilhamentos de experiências e saberes a respeito da temática “*Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental*”.

Para a constituição do grupo, enviamos um convite a dez escolas de uma mesma região do município de Maringá-PR<sup>47</sup>. Participaram desta investigação dez professoras advindas de seis destas instituições e as formadoras que assumiram, também, o papel de pesquisadoras<sup>48</sup>. As professoras participantes apresentavam entre 5 (mínimo) e 29 (máximo) anos de experiência como professoras. Todas haviam concluído o Ensino Superior e possuíam curso de licenciatura, sendo a grande maioria, nove professoras, proveniente da pedagogia e, com exceção de uma que ocupava o cargo de supervisora pedagógica, atuavam como regentes de 1.º, 3.º ou 4.º anos do Ensino Fundamental.

Foram realizados dez encontros, ofertados quinzenalmente entre os meses de agosto e novembro de 2019, com a duração de quatro horas cada. A dinâmica assumida pelo grupo oportunizou a constituição de uma CoP (OLIVEIRA; CYRINO, no prelo).

A análise de incidentes críticos foi um dos empreendimentos dessa CoP, desenvolvido nos últimos encontros (8.º, 9.º e 10.º) do processo de formação. Para

---

<sup>46</sup> O projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Parecer: 3.492.530, e as professoras assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

<sup>47</sup> A formação foi aprovada e certificada pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá

<sup>48</sup> O grupo foi coordenado pela primeira autora deste artigo em parceria com a pesquisadora Cristiane dos Santos Oliveira que, também, assumiu no grupo o papel de formadora. Esta escolha deveu-se pelo interesse comum das pesquisadoras em desenvolver investigações com as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo a abordagem do pensamento algébrico para esta etapa de ensino, embora com focos distintos de investigação.

elaboração do incidente crítico analisado neste estudo, pautamo-nos nas resoluções e nas discussões de tarefa realizadas pelas professoras ao longo do processo de formação, considerando situações observadas pelas formadoras e resoluções que poderiam gerar discussões imprevistas, ou seja, ainda não pensadas pelas professoras.

O incidente crítico (IC-1) (Anexo I) foi elaborado, baseado numa resposta dada por uma aluna fictícia à “tarefa das mesas”. A resolução apresentada não havia sido produzida por nenhuma das professoras e ainda não tinha sido discutida no processo de formação, sendo assim, a resposta mostrou-se inédita para o grupo

Na estruturação desse IC, apresentamos um contexto da sala de aula hipotético e alguns questionamentos, a fim de que as professoras pudessem refletir a respeito de cada caso, ou seja, buscamos propor às professoras situações hipotéticas do contexto escolar, referentes ao ensino, para que elas pudessem analisar e expressar seus conhecimentos, opiniões e tomadas de decisões perante tais ocorridos.

#### **4.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Esta investigação, de natureza qualitativa, caracterizou-se como uma pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), visto que a formação ocorreu num contexto limitado e as pesquisadoras ora assumiram papel de investigadoras, ora promoveram as discussões entre as professoras. Este estudo teve por objetivo investigar o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF).

E assim sendo, examinamos as informações coletadas por meio das gravações em áudio das discussões que ocorreram em pequenos grupos e, em seguida, socializadas, de forma coletiva, com o grande grupo. Utilizamos também, como fonte de informação, as produções escritas das professoras e o diário de campo da pesquisadora. As produções escritas das professoras referem-se às reflexões descritas em seus cadernos de anotações<sup>49</sup> e as observações e respostas descritas nos incidentes críticos analisados.

---

<sup>49</sup> Foi entregue um caderno para as professoras no primeiro encontro e combinado com elas que neste caderno elas descreveriam suas impressões e reflexões a respeito dos encontros. O caderno era recolhido, pelas formadoras, todas às sextas-feiras antecedentes ao próximo encontro, de modo que as produções escritas pudessem ser lidas e as ações do grupo planejadas com base nas reflexões e nas impressões das professoras. Os encontros ocorriam às terças-feiras.

Os registros contidos no diário de campo dizem respeito às observações realizadas pela pesquisadora de situações e/ou ações que não puderam ser captadas por meio dos áudios e que contribuíram para justificar e/ou complementar determinadas situações.

Estas informações foram organizadas, considerando a autoria da produção (nome da professora), seguida da fonte da informação (GG para as discussões emergidas no grande grupo, PG para as discussões realizadas nos pequenos grupos e PE para as produções escritas) e, por fim, a data em que a informação foi coletada. A fim de preservarmos a identidade das professoras, codificamos seus nomes (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10). Sendo assim, ao apresentarmos, por exemplo, as informações obtidas de P10, a partir das discussões no pequeno grupo, coletadas no dia 13 de agosto de 2019, representaremos como (P10, PG, 13/08/2019). Os códigos MF e CF, foram utilizados, respectivamente, para representar os nomes Mayara Formadora e Cristiane Formadora.

Para a análise dos dados, assumimos a perspectiva da análise interpretativa (ERICKSON, 1986), seguindo algumas etapas. Tendo em vista os aspectos que podem ser mobilizados na análise de incidentes críticos buscamos, na primeira etapa, buscamos nas transcrições dos áudios aspectos identificado nas discussões das análises de cada incidente crítico, nos pequenos e no grande grupo. Em seguida, analisamos as produções escritas de cada uma das professoras com esse mesmo objetivo. De posse dessas informações, realizamos uma análise detalhada, a fim de comparar aspectos comuns e distintos encontrados. Por fim, analisamos a natureza de cada elemento com base no referencial teórico adotado buscando identificar e agrupar os elementos encontrados em tópicos abrangentes.

#### **4.5 O PAPEL DA ANÁLISE DE INCIDENTES CRÍTICOS NA FORMAÇÃO DE PEMAI-EF**

Um dos principais objetivos da análise de IC consiste em identificar as práticas e as ações adotadas por professores no dia a dia e refletir sobre elas, tendo em conta sua influência no processo de ensino. Considerando esses aspectos no desenvolvimento desse empreendimento na CoP, foi possível observar que a análise de incidentes críticos proporcionou às PEMAI-EF a oportunidade de: ter autoconsciência de suas ações; avaliar suas rotinas; perceber a importância do diálogo com os alunos; construir uma comunidade

de profissionais críticos; mobilizar/constituir conhecimentos algébricos; compreender estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem uma tarefa.

*i) Autoconsciência de suas ações*

Durante a análise do IC-1, observamos que as professoras puderam refletir sobre suas ações. Em suas discussões demonstraram ter autoconsciência a respeito das práticas que realizavam em sala de aula e daquelas que poderiam realizar, como por exemplo, o estabelecimento da comunicação com os alunos para compreender melhor os raciocínios deles.

Em um primeiro momento, ao discutirem no pequeno grupo a resolução do IC-1 das mesas, as professoras P5 e P9 demonstraram não concordar com a resolução apresentada pela aluna do caso, por concluírem que o significado atribuído à resolução havia sido diferente daquele atribuído pelas próprias professoras, quando realizaram a resolução da tarefa em encontros anteriores.

*P9: Eu entendi assim, ela [aluna] continuou na multiplicação. Ela fez a multiplicação do 3 e manteve essa multiplicação, só foi acrescentando mais pessoas. Diferente do que nós fizemos quando respondemos. Nós fomos multiplicando pelo número de mesas que aumentavam. Acrescentávamos só as duas da ponta. Entendi que ela fez assim, continuou esse do 3. Três mesas, ela não mudou o número de mesas, ela só acrescentou duas pessoas.*

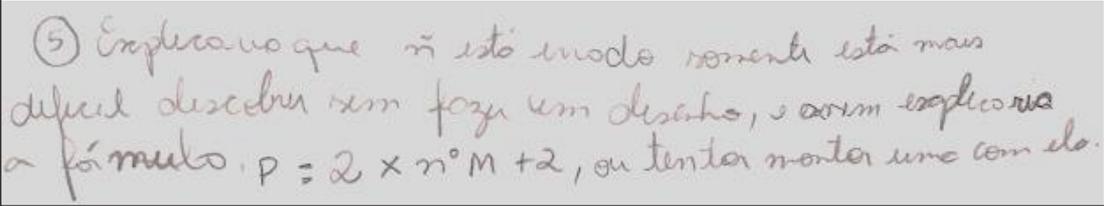
*MF: E o que seria esse  $2 \times 3$ ?*

*P9: O número de mesas que ela achou aqui, 3 mesas. Tá errado esse raciocínio dela, não tem como fazer, aqui ela tem que acrescentar o número de cadeira.*

(8.º Encontro, PG, 05/11/2019)

A P5 não considerou errado o raciocínio apresentado pela aluna, mas o descreveu como sendo difícil e, por esse motivo, caso estivesse no lugar da professora do caso, ela explicaria para a aluna a forma como ela havia interpretado e desenvolvido, ou ainda, buscaria uma nova generalização com a aluna.

**Figura 25:** Resposta da P5 para o item 5 do IC-1 (P5, PE, 05/11/2019)



⑤ Explicava que ã está modo momento está mais difícil descobrir sem fazer um desenho, e assim explicava a fórmula  $p = 2 \times n^{\circ}M + 2$ , ou tentar montar uma com ele.

Fonte: As autoras

Em um segundo momento, após interpretarem a resposta dada pela aluna e, ao discutirem com o grande grupo, observamos que as professoras se tornaram conscientes das ações que estavam sendo desenvolvidas e passaram a considerar que seria necessário questionar a aluna sobre seu raciocínio, promover o diálogo em sala de aula, dentre outros aspectos. Após as discussões, P5 concordou com P6, ao dizer que toda resposta deve ser valorizada, e a P9 ressaltou que questionaria a aluna, a fim de compreender seu raciocínio.

Em outra situação, as professoras, do mesmo modo, demonstraram autoconsciência de suas ações, ao discutirem, no grande grupo, sobre como encaminhariam a discussão das resoluções apresentadas com os alunos em sala de aula. Inferimos que, neste processo, as professoras manifestaram a importância de conhecer os alunos para propor determinada estratégia metodológica. Além disso, ao serem questionadas sobre suas práticas em relação à Matemática, elas tiveram a oportunidade de realizar uma reflexão acerca de suas estratégias de ensino, destacando a necessidade de analisar os erros e as respostas dos alunos, para que pudessem ser trabalhadas em sala de aula.

Ao final das discussões a respeito dos IC, as professoras relataram suas experiências sobre os estudos desenvolvidos ao longo dos encontros do grupo e da dinâmica assumida neste processo.

*MF: O que vocês acharam de analisar essas tarefas depois de terem discutido uma sequência de tarefas?*

*P8: Que vamos ter que estudar muito! O que estudamos foi pouco.*

*P10: É muito difícil! Analisar as respostas nestes casos. Com a aluno ali do lado, você está no dia a dia com ele e já sabe o jeito que ele vai pensando...*

*P8: Ele te dá o processo, ele vem falar, vem mostrar.*

*MF: Já aconteceu de eles darem respostas que pegaram vocês desprevenidas?*

*P10: Ah já! Eu peço “ajuda dos universitários” para não dar resposta errada.*

*P6: Eu faço um suspense, um drama. Falo: Ah! Agora quero ver quem vai descobrir e coloco a situação para eles em sala.*

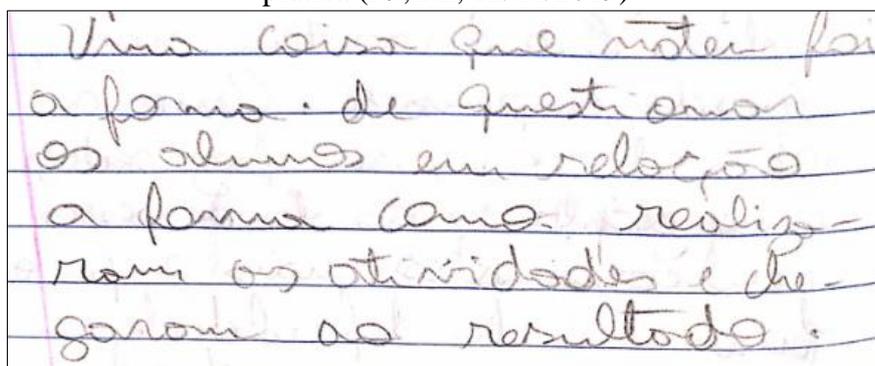
(10.º Encontro, GG, 26/11/2019)

Por meio do empreendimento análise de IC, as professoras relataram ter tido a oportunidade de refletir e de ter autoconsciência a respeito da necessidade de ampliar seus estudos, a fim de poder lidar com as diversas situações emergentes do processo de ensino. Nas discussões, elas disseram que, quando surgem perguntas ou respostas inesperadas, por parte dos alunos, elas pesquisam ou apresentam estratégias para compreender o raciocínio demonstrado por eles.

## *ii) Oportunidade de avaliarem suas rotinas*

A análise dos IC, bem como as demais ações desenvolvidas ao longo do grupo de estudos, proporcionou às professoras a oportunidade de avaliar suas rotinas e ações desenvolvidas em sala de aula. Quanto à avaliação das estratégias de ensino desenvolvidas pelas professoras, a P9 expressou, em seu caderninho, indícios de mudanças em sua prática.

**Figura 26:** Reflexão expressa pela P9 a respeito de mudanças observadas em sua prática (P9, PE, 12/11/2019)

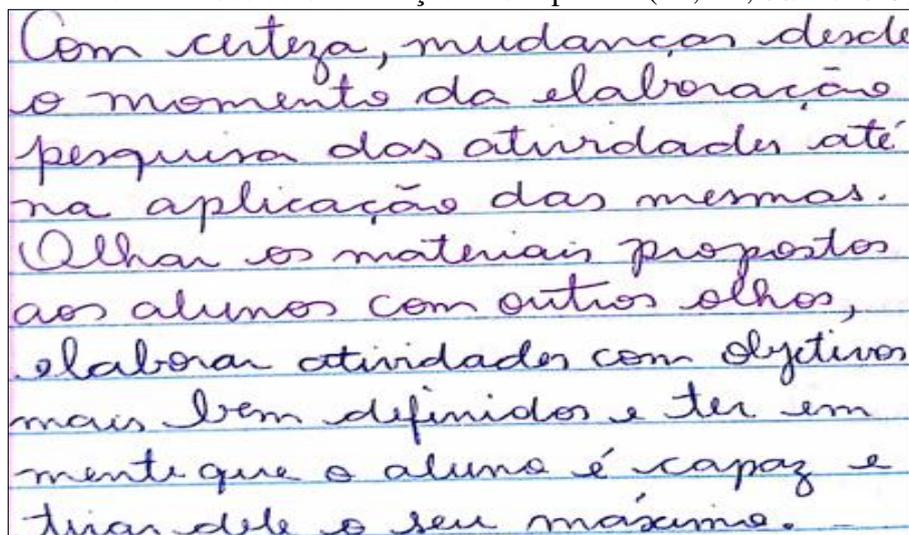


Vim a coisa que notei foi a forma de questionar os alunos em relação a forma como realizaram as atividades e chegaram ao resultado.

Fonte: As autoras

A P9 afirmou que os encontros contribuíram para que ela questionasse mais seus alunos sobre suas resoluções. Essa mudança também foi notada e relatada pelas demais professoras ao longo dos encontros. Notamos que as professoras se tornaram mais críticas quanto ao desenvolvimento das tarefas em sala de aula. A P7 relatou, em seu caderninho, as mudanças observadas em sua prática a partir dos estudos e da análise dos IC.

**Figura 27:** Relato de P7 sobre as mudanças na sua prática (P7, PE, 06/11/2019)



Com certeza, mudanças desde o momento da elaboração pesquisa das atividades até na aplicação das mesmas. Olhar os materiais propostos aos alunos com outros olhos, elaborar atividades com objetivos mais bem definidos e ter em mente que o aluno é capaz e tirar dele o seu máximo.

Fonte: As autoras

A análise dos incidentes críticos permitiu não só que as professoras recorressem às suas experiências, vivências ao longo da docência, mas também que compartilhassem e ouvissem as experiências das demais. Este processo mostrou-se pertinente por promover a reflexão e a avaliação de suas rotinas.

### *iii) Percepções da importância do diálogo com os alunos*

Durante a análise dos IC, ao serem questionadas sobre quais decisões a professora do episódio IC-1 deveria tomar, mediante as soluções apresentadas pelos alunos, as professoras enfatizaram a necessidade do diálogo como estratégia para compreender os raciocínios e as respostas deles.

*CF: Qual a atitude da professora quando percebeu que o que a criança fez não foi o que ela inferiu?*

*P2: Acho que é o que estamos discutindo. É o questionamento, o perguntar o que [o aluno] pensou, o que [a sua resolução] representa.*

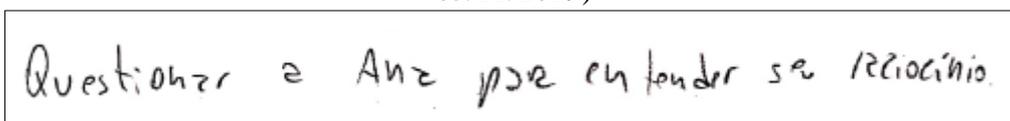
*P7: Acho bacana depois [de finalizada a resolução] socializar, “vamos fazer a correção”. “Ah mas teve gente que pensou diferente”, porque eles têm que perceber também que tem outro jeito que não é só o jeito que a professora ensinou... Quando você começa a considerar diferentes formas de resolver [as tarefas] eles também começam a apresentar diferentes estratégias de resolução.*

*Uma operação que tenha, por exemplo, para somar, como eu tinha no planejamento dos dias da semana, quando eu pergunto quanto vendeu na semana toda, eles fazem uma conta desse tamanho [representa com as mãos]. É normal. Todos fazem. Quando o colega fala: eu vou somar três dias primeiro, depois dois dias, depois somo mais um... Não está errado. Quando você coloca no quadro eles falam, “eu não sabia que podia fazer assim”. Então começam a aparecer [outras possibilidades] e vão se habituando a fazer do seu jeito... é legal ver.*

(8.º Encontro, GG, 05/11/2019)

Em suas respostas escritas, apresentadas a seguir, sobre o que a professora do caso deveria fazer diante da situação, as PEMAI-EF ressaltaram o questionamento como forma de compreender as respostas dos alunos.

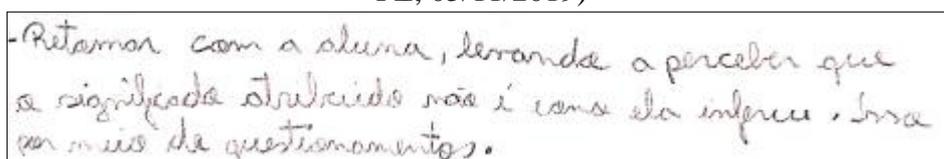
**Figura 28:** Resposta da P4 sobre a atitude da professora perante ao IC-1(P4, PE, 05/11/2019)



Questionar e Anz pra entender se raciocínio.

Fonte: As autoras

**Figura 29:** Resposta dada pela P3 sobre a atitude da professora perante ao IC-1 (P3, PE, 05/11/2019)



-Retornar com a aluna, levando a perceber que a significação estruturada não é como ela infere. Isso por meio de questionamentos.

Fonte: As autoras

Os questionamentos e os diálogos estabelecidos pelas professoras passaram a fazer parte de suas rotinas. Em uma de suas reflexões, a P5 salientou a importância de expressar as ideias, frisando que, por meio de questionamentos e de diálogos, é possível organizar o pensamento e perceber se os conceitos formulados estão corretos ou não.

Ao longo dos encontros, as professoras relataram que, durante as tarefas, passaram a solicitar que os alunos não apenas explicassem oralmente, mas que, também, justificassem suas respostas por meio da escrita.

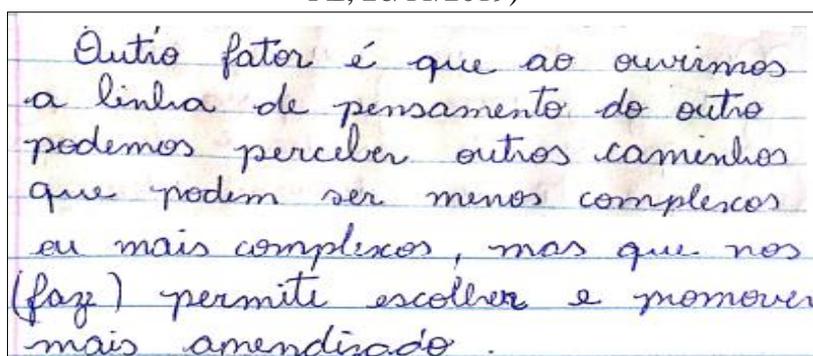
As professoras demonstraram como conduziriam a correção das tarefas em sala de aula. As estratégias apresentadas, para além de priorizar o diálogo, refletem, ainda,

aspectos do processo de ensino adotados por elas, isto é, as respostas dadas têm como base suas práticas e suas vivências em sala de aula.

*iv) Construção de uma comunidade de profissionais críticos*

A análise e a reflexão dos IC possibilitaram que as professoras pudessem compartilhar umas com as outras suas experiências, seus conhecimentos, suas opiniões, entre outros aspectos. Esta troca de ideias, bem como a análise de incidentes críticos que emergem de suas próprias práticas, oportunizaram construir uma comunidade de profissionais críticos. As professoras que realizaram a análise dos IC passaram a ver o ensino de maneira mais crítica e sentiram a necessidade de reavaliar a sua prática.

**Figura 30:** Reflexão da P2 sobre a contribuição da análise de IC para sua prática (P2, PE, 26/11/2019)

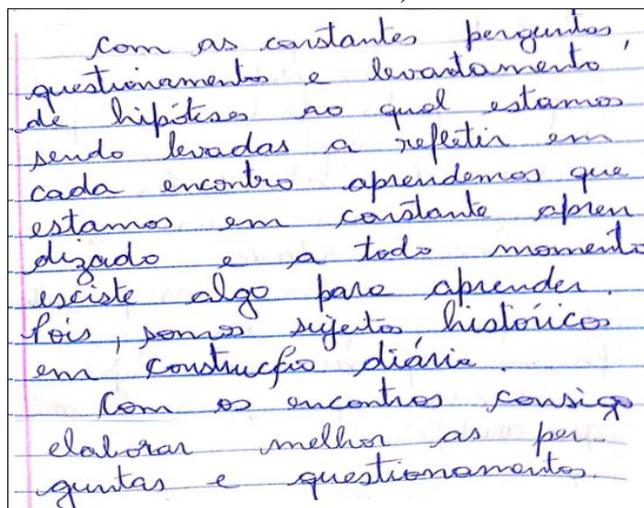


Outro fator é que ao ouvirmos a linha de pensamento de outro podemos perceber outros caminhos que podem ser menos complexos ou mais complexos, mas que nos (faz) permite escolher e memorizar mais amadurecido.

Fonte: As autoras

A P8 também expressou que os constantes questionamentos realizados no grupo contribuíram para repensar a sua prática e considerar que ser professor é estar em uma situação de aprendizagem constante. Inferimos que a professora demonstrou um posicionamento mais crítico quanto ao seu trabalho.

**Figura 31:** Reflexão P8 sobre a contribuição da análise de IC para sua prática (P8, PE, 06/11/2019)



Com as constantes perguntas, questionamentos e levantamento de hipóteses ao qual estamos sendo levadas a refletir em cada encontro aprendemos que estamos em constante aprendizado e a todo momento existe algo para aprender. Pois, somos sujeitos históricos em construção diária. Com os encontros consigo elaborar melhor as perguntas e questionamentos.

Fonte: As autoras

Algumas professoras relataram na CoP incidentes críticos que ocorreram em sua prática, ao desenvolverem tarefas de cunho algébrico com seus alunos em sala de aula e compartilharam com as demais essa experiência. Ao partilharem as resoluções elaboradas pelos alunos, os questionamentos realizados para nortear o desenvolvimento da tarefa, as dúvidas que surgiram e as respostas inesperadas (possíveis incidentes críticos), as professoras criaram um instrumento de análise e reflexão. Para além disso, forneceram este instrumento para as demais, visto que esta experiência poderá ser utilizada, por todas, como referência para um desenvolvimento de tarefas e trabalhos futuros.

v) ***Mobilização/constituição de conhecimentos algébricos***

A análise de IC no processo de formação, para além de contribuir com a reflexão a respeito das práticas das professoras, possibilitou a mobilização de conhecimentos algébricos. Inferimos que, na busca por tentar interpretar e compreender o raciocínio utilizado pela aluna do IC-1, as professoras desenvolvem as tarefas e, neste processo, generalizaram resultados, partindo de situações particulares e utilizaram notação algébrica para indicar estes resultados.

Para expressar seu raciocínio a respeito da resolução da tarefa do IC-1, a P9 utilizou seus conhecimentos matemáticos e a experiência de resolução de tarefas do grupo. Em sua resolução, ela fixou  $2 \times 3$ , em que 3 representa o número fixo de mesas e 2 a quantidade

de pessoas em cada mesa, em seguida somou 2, considerando os lugares nas pontas, e, por fim, multiplicou por dois o número de mesas que se pretende acrescentar [a multiplicação por 2 é considerada, pois há dois lugares em cada mesa].

*P9: Aqui  $2 \times 3$  não muda nunca Esses dois que são os lugares da ponta também não mudam, o que muda é o número de mesas que é acrescentado. Colocando aqui no 7, fica  $2 \times 3 + 2 + 2 \times 4$  que foi o número de mesas que acrescentei no 7 [3 e 4 são os números das mesas = 7], porque já tinham três, acrescentei mais 4, aí fazendo dá  $2 \times 4 = 8$  e com mais 2, dá 10, com mais 6 é igual a 16, que é valor que dá quando tem 7 mesas. É o número de lugares para 7 mesas.*

*CF: Mas tinha ficado a questão de generalizar, porque como vai generalizar?! Para 7 mesas descontou as 3 fixas e acrescentou 4, mas e se fosse para calcular a quantidade de lugares para 20 mesas? Como fazer? Porque a subtração está implícita.*

*P2: O que teria que raciocinar... Bom, o número de mesas 3 é fixo, não é?! É*

*P9: Então como o 3 é fixo, para 20, faltou 17. Fiz a subtração.*

*P2: Faz a subtração antes daquele [3 mesas], porque aquele lá já aparece. Você coloca o número de mesas. Só que eu fiz diferente.*

*P9: É você tirou as duas mesas da ponta, aqui eu mantive o raciocínio da criança que era sempre  $2 \times 3$ . Então ela manteve sempre três mesas, aí acrescenta só o número de mesas.*

(8.º Encontro, GG, 05/11/2019)

**Quadro 10:** Representação e generalização estabelecida pela P9 (P9, E, 05/11/2019)

$\begin{array}{l} 2 \times 3 + 2 + (2 \times N) \\ 6 + 2 + (2 \times 4) \\ 6 + 2 + 8 \\ 6 + 10 \\ \hline 2 \times 3 + 2 + (2 \times 17) \\ 6 + 2 + 34 \\ \hline 42 \end{array}$	$\begin{array}{l} 2 \times 3 + 4 \\ 2 \times 3 + 2 + (2 \times N.M.A) \\ 2 \times 3 + 2 + (2 \times 4) \\ 6 + 2 + 8 = 16 \end{array}$ <p style="text-align: right;"><i>P<sup>n</sup> de mesa acrescentada</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Para 7 mesas</i></p>
---	---

Fonte: As autoras

Ao explicitar seu raciocínio e sua resolução, a P9 valeu-se de propriedades operacionais aditivas e multiplicativas. Também estabeleceu uma representação, utilizando uma linguagem simbólica “NMA” que expressa o “Número de Mesas

Acrescentadas”, neste caso, modelando a situação de um caso particular para estabelecer uma generalização.

A P2 também utilizou uma notação algébrica para representar seu raciocínio.

**Figura 32:** Representação e generalização expressa pela P2 (P2, PE, 05/11/2019)

The image shows a series of handwritten mathematical equations on a whiteboard or paper. At the top, the general formula is written as  $P = 2 \times 3 + (M - 2) \times 2$ , with the terms  $2 \times 3$  and  $(M - 2) \times 2$  circled in red. Below this, the formula is substituted with the value 15 for M:  $P = 2 \times 3 + (15 - 2) \times 2$ . The next line shows the intermediate calculation:  $P = 6 + 13 \times 2$ . This is followed by  $P = 6 + 26$ , and finally, the result  $P = 32$  is circled in red. To the left of the second-to-last equation, the number 32 is written and circled in red.

Fonte: As autoras

Em sua resolução, a P2 interpretou que, para a aluna, o número de pessoas é representado por  $P = 2 \times 3 + (M - 2) \times 2$ , em que  $2 \times 3$  é um número fixo de lugares para as duas mesas iniciais [as das pontas];  $(M - 2)$  representa o total de mesas menos as duas iniciais, que estão fixas. E  $(\times 2)$ , pois são dois lugares para cada mesa acrescentada entre as mesas das pontas.

A P7 também usou uma notação algébrica e indicou, ainda, uma outra interpretação da solução dada pela aluna.

**Figura 33:** Representação elaborada pela P7 na resolução da tarefa do IC-1(P7, PE, 05/11/2019)

$$\begin{aligned}
 & (2 \times 3) + 2 \times (n^{\circ} m - 3) + 2 \\
 & (2 \times 3) + (2 \times (20 - 3)) + 2 \\
 & 6 + (2 \times 17) + 2 \\
 & 6 + 34 + 2 \\
 & 42
 \end{aligned}$$

$$(2 \times 3) + 2 \times (n^{\circ} m - 3) + 2$$

Fonte: As autoras

Apesar de serem observadas semelhanças em suas resoluções, ao expressar sua resposta, a P7 considerou que  $2 \times 3$  é uma quantidade fixa mas, diferentemente da P2, a P7 interpretou que o número de mesas fixas é 3 e não 2. Então desenvolveu sua expressão, considerando que  $2 \times 3$  representa um número fixo em que 3 representa o número de mesas e 2 os lugares.  $(N^{\circ} m - 3)$  representa um número qualquer de mesas menos as 3 fixas, +2 que são os lugares das pontas. O raciocínio da P7 foi ao encontro do raciocínio expresso pela P9, no entanto ambas apresentaram representações distintas.

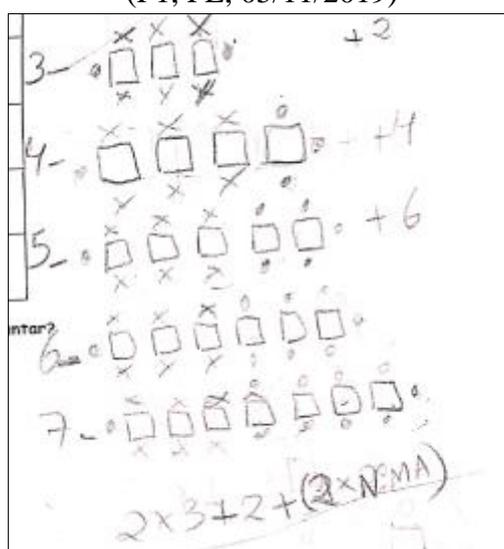
Nas representações expressas anteriormente, as professoras mobilizaram conhecimentos matemáticos com foco no pensamento algébrico. Além disso, para expressarem suas generalizações elas modelaram as situações particulares da tarefa e, por meio delas, expressaram uma generalização em que é possível estabelecer o número de pessoas para qualquer quantidade de mesas.

#### vi) *Visão de estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem uma tarefa*

Por fim, identificamos que, por meio da análise e da reflexão sobre os incidentes críticos, as professoras também mobilizaram conhecimentos a respeito dos *alunos e de seus processos de aprendizagem*, ao apresentarem estratégias que estes utilizariam nas resoluções das tarefas. Com base nos conhecimentos sobre seus alunos, as professoras opinaram acerca das resoluções analisadas no IC. Ao serem questionadas sobre o significado atribuído pelo aluno do IC-1, elas expressaram que:

P1: *Eu fiz as representações por desenho e mantive as 3 mesas [fixou as três primeiras mesas]. Eu mantive esses 3 pensando no pensamento da criança. Então esses 3 continuam da mesma forma, 2x3 [considera duas pessoas em 3 mesas], ao acrescentar mais uma mesa aqui [mesa], além desses dois lugares na ponta teremos mais dois lugares [em cada mesa acrescentada, que serão 4 pessoas a mais, e assim por diante” (P1, GG, 05/11/2019)*

**Figura 34:** Representação elaborada pela P1, considerando a resolução de um aluno (P1, PE, 05/11/2019)

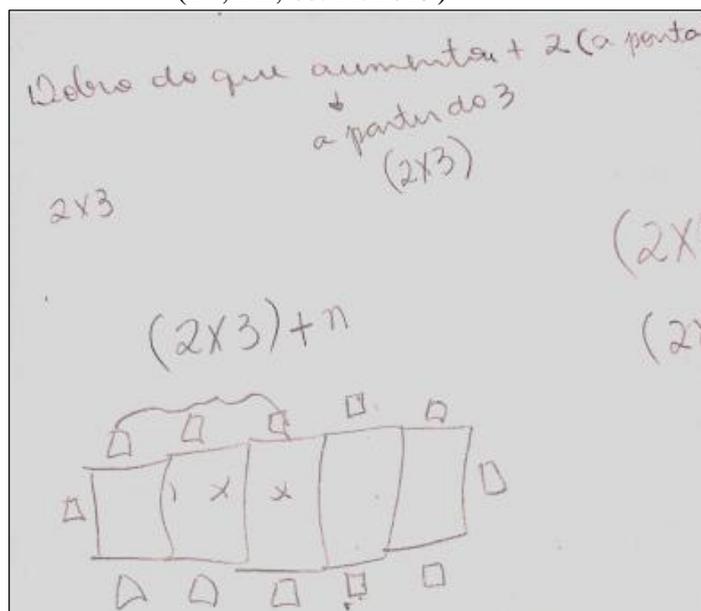


Fonte: As autoras

A P7 também apresentou uma estratégia de resolução que julgou ser a que seus alunos utilizariam,

P7: *Nós pensamos a partir da terceira mesa. Porque quando eu olhei pensando na minha sala, quando observei que na tabela que a professora propôs já havia um desenho, o que eu imaginei?! ... Eu imaginei como o aluno desenharia as três mesas, e ela desenharia a partir dessas 3 mesas [representadas na tarefa], que no meu pensamento foi por isso que ela fixou o 2x3 que seriam essas 3 mesas [iniciais]. Eu imaginei que como seria o primeiro termo, ele iria desenhá-las fixando as três mesas, então por isso que ela fixou [...], ele faria um desenho só e iria acrescentando.*

**Figura 35:** Representação elaborada pela P7, considerando a resolução de um aluno (P7, PE, 05/11/2019)



Fonte: As autoras

Observamos que, ao apresentarem suas visões a respeito das estratégias adotadas pelos alunos, as professoras além de representarem as resoluções por meio de desenhos, também expressaram por meio da fala como os alunos apresentariam seus raciocínios. Inferimos que essas ponderações sejam advindas das experiências vivenciadas por elas no contexto de sala de aula com os alunos.

#### **4.6 DISCUSSÃO A RESPEITO DO PAPEL DO INCIDENTES CRÍTICOS NO PROCESSO DE FORMAÇÃO**

A análise de incidentes críticos tem o potencial de promover reflexões sobre as práticas de ensino dos professores, isto é, ela os auxilia a compreender o modo como ensinam, a identificar aspectos daquilo que fazem na prática e daquilo que poderiam realizar.

O estudo da análise de incidentes críticos no processo de formação demonstra que essa estratégia se mostra como uma oportunidade ímpar para os professores: desenvolverem autoconsciência de suas ações; avaliarem suas rotinas; perceberem a importância do diálogo com os alunos; construir uma comunidade de profissionais

críticos; mobilizarem/constituírem conhecimentos algébricos; compreenderem estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem uma tarefa.

As discussões possibilitaram que as professoras desenvolvessem uma autoconsciência de suas ações (JOSHI, 2018). Analisando o IC, elas tiveram a oportunidade de observar as práticas adotadas por elas e refletir a respeito daquelas que poderiam ser desenvolvidas, tais como o estabelecimento da comunicação, a promoção de diálogos entre professor-aluno e aluno-aluno. Passaram a compreender a viabilidade de questionar as resoluções, com o intuito de compreender os raciocínios desenvolvidos pelos alunos e de valorizar as respostas produzidas por eles, reconhecendo o erro como uma oportunidade de aprendizagem.

Podemos inferir que o empreendimento análise de IC contribuiu para que as professoras se tornassem mais críticas, ao elaborarem suas aulas, ao escolherem as tarefas matemáticas a serem exploradas e ao conduzirem o desenvolvimento destas ações, passando a explorar os diferentes modos e estratégias de resoluções. Enfim, tiveram a oportunidade de avaliar suas rotinas e verificar as ações que poderiam promover as aprendizagens dos alunos.

Ao partilharem suas experiências e ao ouvirem a dos pares, as professoras puderam produzir um instrumento de análise e reflexão, tendo em vista que os relatos e as vivências podem ser referências para trabalhos futuros e, ademais, contribuíram para a constituição de uma comunidade de profissionais críticos (JOSHI, 2018), uma vez que desenvolveram um senso crítico e de cooperação.

A análise de IC no processo de formação contribuiu, ainda, para a mobilização de conhecimentos algébricos. Concluímos que, na busca por tentar interpretar e compreender o raciocínio utilizado pela aluna do IC-1, as professoras desenvolveram as tarefas e, nesse processo, generalizaram os resultados, partindo de situações particulares, e utilizaram notação algébrica para expressar os resultados.

#### **4.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este estudo, que teve por objetivo discutir o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de PEMAI-EF, permitiu-nos identificar que, para além dos conhecimentos mobilizados, a análise dos incidentes críticos, no contexto formativo, aliada à dinâmica assumida pelo grupo, – compartilhar as reflexões, os conhecimentos e as experiências – oportunizou às , professoras questionarem suas práticas, reverem suas

crenças, avaliarem suas ações e, em alguns casos, perceberem a necessidade de mudança e de (re)significação do processo de ensino.

Este estudo proporcionou, de forma reflexiva, uma noção de conscientização profissional e, por conseguinte, a construção de uma comunidade de professoras críticas, que compartilham suas vivências com as demais, enfim, que têm um senso de cooperação.

Em suma, concluímos que os estudos desenvolvidos pelo grupo mobilizaram os conhecimentos profissionais docentes e, também, o desenvolvimento profissional das professoras. Os incidentes críticos se configuram como uma oportunidade significativa de reflexão, discussão e participação em processos formativos, visto que, por promover reflexões sobre a própria prática, proporcionam a reflexão e se tornam um recurso de referência para o trabalho.

#### 4.8 REFERÊNCIAS:

ALMEIDA, L. R. O incidente crítico na formação e pesquisa em educação. **Educação & Linguagem**, v. 12, n. 19, p.181-200, jan./jun. 2009.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407. 2008.

BIZA, I.; NARDI, E.; JOEL, G. Balancing classroom management with mathematical learning: Using practice-based task design in mathematics teacher education. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 17, n.2, 182 - 198, 2015.

BOLÍVAR, A. (org.). **Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola**. Trad. Gilson Souza. Bauru, SP: EDUSC, 2002.

CASTRO, L. A. da S. **O coordenador pedagógico como articulador das práticas avaliativas na unidade escolar: uma reflexão sobre a Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP)**. 2016. 107 p. Dissertação (Mestrado em Educação: Formação de Formadores) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

CHOY, B. H. Noticing Critical Incidents in a Mathematics Classroom. *In*: CAVANAGH, J. A. M.; PRESCOTT, A. (eds.). **Curriculum in focus: Research guided practice** (Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia), Sydney: MERGA, p. 143–150, 2014.

DOMINGOS, S. I. C. **Análise de incidentes críticos no Ensino Superior: (re)construção da identidade profissional do docente**. 2015. 328p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2015.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: M. C. WITTRICK, M. C. (ed.). **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986,

ESTRELA, M. T.; ESTRELA, A. 2. ed. **A técnica dos incidentes críticos**. Lisboa: Estampa, 1994.

FRAGA, T. C. G. **Uma Análise do Caso Multimídia "Explorando Perímetro e Área" para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2019. 131p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

GURNISKI CARNIEL, I. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 135p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

JOSHI, K. R. Critical Incidents for Teachers' Professional Development. **Journal NELTA Sukhet**, v. 5, p. 82-88, jan. 2018.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LITWIN, E. **El Oficio de enseñar, Condiciones y contextos**. Buenos Aires: Paidós, 2009. 226 p.

MEDRADO, G. C. R. **Tornar-se professor de Administração: um estudo sobre o papel da afetividade na trajetória profissional**. 2012. 162p. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia da Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

PAULA, H. J.; BONI, K. T.; PIRES, M. N. M. O pensamento algébrico e a tarefa de padrões: relato de uma experiência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2014, Campo Mourão. **Anais XII EPREM**. Campo Mourão: UNESPAR, 2014. p. 1-12.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. M. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, v. 36, p. 1- 29, 2020.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma. **Revista de currículum y formación del profesorado**, n. 9, v. 2, p. 1-31, 2005.

TRIPP, D. **Critical Incidents in Teaching:** Developing Professional Judgement.  
London: Routledge, 1993.

## ANEXO I: 1.º INCIDENTE CRÍTICO – IC-1

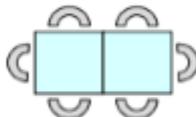
**Contexto:** Uma aula com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

**TAREFA:**

Marta trabalha num restaurante. O seu chefe pediu-lhe que organizasse as mesas em fila para um jantar com 14 pessoas. Marta começou a colocar as mesas e reparou que em uma mesa poderiam sentar 4 pessoas.



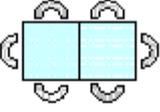
Se juntasse 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas.



- Cada vez que ela adiciona outra mesa, quantas novas pessoas podem sentar-se à mesa?
- Seguindo a mesma regra (disposição de mesas em fila), qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se se à mesa se Marta juntar 4 mesas? Explique como pensou.
- Para que 14 pessoas possam sentar-se à mesa para o jantar, qual o número mínimo de mesas que Marta precisa juntar? Explique como pensou.
- Consegue descobrir qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se à mesa se Marta juntar 20 mesas? Explique como pensou.
- O patrão de Marta disse que se ela organizar 15 mesas nessa disposição o número máximo de pessoas que podem sentar-se é 33 pessoas. Marta disse que isso não é possível. Por que razão Marta disse isso?
- Se o patrão informar o número de mesas que devem ser alinhadas, como a Marta pode descobrir o número máximo de pessoas que podem sentar-se?

FONTE: adaptado de Paula, Boni e Pires (2014)

**Episódio:** Ao propor essa tarefa aos alunos, a professora observou que os alunos estavam com dificuldade e solicitou que eles preenchessem o seguinte quadro.

Mesas de Jantar	Mostrar como	Número de pessoas
1		4
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Ao preencher a linha que representa três mesas de jantar, a estudante Ana apresentou o seguinte registro:

4	$2 \times 3 + 4$	10
---	------------------	----

Em um primeiro momento, a professora inferiu que Ana descreveu o fato de que haverá duas pessoas sentadas em cada mesa (lateral), num total de três mesas, mais duas pessoas nas pontas.

No entanto, ao analisar o restante da tabela a professora observou que essa descrição não se aplicava às outras linhas.

3	$2 \times 3 + 2$	8
4	$2 \times 3 + 4$	10
5	$2 \times 3 + 6$	12
6	$2 \times 3 + 8$	14
7	$2 \times 3 + 10$	16

Cada vez que adicionamos outra mesa, quantas novas pessoas podem se juntar?

Mais duas pessoas.

**Questões:**

- 1- Qual seria o objetivo da professora ao propor o uso da tabela?
- 2- Que significados você atribui para o registro da Ana?
- 3- Que respostas podem ser atribuídas ao item f) da tarefa, tendo em conta os registros de Ana?
- 4- O que a professora deve fazer ao observar que o significado atribuído por Ana não é da forma como ela inferiu?
- 5- Que aspectos do pensamento algébrico estão envolvidos nesse episódio?

Fonte: As autoras

## CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA

---

*“Nada do que foi será  
De novo do jeito que já foi um dia  
Tudo passa, tudo sempre passará”.*

*Lulu Santos*

Ao redigirmos estas páginas de considerações finais, somos convidados a retomar os caminhos trilhados ao longo desta pesquisa, considerando cada fase vivenciada nesse ínterim. Esse trecho da canção de Lulu Santos nos faz refletir a respeito das discussões realizadas durante os estudos, das relações estabelecidas no processo de formação e dos conhecimentos e das experiências compartilhados no decurso da investigação. De fato, *“nada do que foi será, de novo do jeito que já foi um dia”*, pois, como sujeitos históricos, somos modificados e modificamos o outro. Nas nossas relações, trocamos experiências que influenciam nossos modos de pensar, de ser e de agir, tanto pessoal como profissionalmente.

Considerando as modificações e as contribuições que podemos ofertar ao outro, vislumbramos, por meio desta investigação, promover reflexões a respeito de aspectos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem do pensamento algébrico, do conhecimento e da prática dos professores que ensinam matemática, bem como, dos processos de formação, tendo em vista a diversidade de ações que podem ser desenvolvidas nos espaços formativos.

Na introdução deste trabalho, para além de situar o leitor acerca do contexto investigado e do formato do relatório de pesquisa adotado, o *multipaper* (MUTTI; KLÜBER, 2018), apresentamos aspectos teóricos com um intuito de fundamentar nosso trabalho e fornecer subsídios que nos ajudassem a responder *“Que aspectos do conhecimento profissional são mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI-EF), no trabalho envolvendo o pensamento algébrico em um contexto de formação continuada?”*. Posta a questão de investigação, debruçamo-nos a estudar: o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o conhecimento profissional docente e o empreendimento do processo de formação: o desenvolvimento de tarefas matemáticas de cunho algébrico e a análise incidentes críticos no contexto formativo.

A junção destes aspectos nos permitiu elaborar as questões específicas de cada capítulo-artigo que estruturaram esta dissertação. Estas, por sua vez, desencadearam resultados e considerações que foram discutidas nos seus respectivos capítulos-artigos. Não temos por objetivo reproduzi-los novamente nestas considerações, no entanto, colocamos, a seguir, brevemente, as questões de investigações, as suas respectivas respostas e as considerações específicas de cada capítulo-artigo, para que, na sequência, possamos discorrer sobre a resposta da nossa questão geral de investigação.

Questão 1: *“Que perspectivas de pensamento algébrico foram manifestadas por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um contexto de formação continuada?”*

Por meio da análise, observamos as seguintes perspectivas de pensamento algébrico manifestadas pelas PEMAI-EF ao longo do processo de formação: *o Aritmetismo* (LINS; GIMENEZ, 2001), *o Pensamento Funcional e a Modelação* (KAPUT, 2008). Os empreendimentos definidos e desenvolvidos pelo grupo de estudos envolveu o compartilhamento de ideias e a promoção de discussões que contribuiriam para mobilizar essas perspectivas de pensamento algébrico e os modos de produzir significados para os objetos da álgebra. O trabalho desencadeado com as PEMAI-EF não se reduziu ao trabalho com os conteúdos da álgebra, mas buscou o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os empreendimentos lhes oportunizaram produzir significados a partir das relações estabelecidas entre as sequências e regularidades, do estudo sobre os padrões, da análise dos símbolos matemáticos, do trabalho com as propriedades dos números e das operações, dentre outros objetos da álgebra.

Questão 2: *“Que conhecimentos profissionais foram mobilizados pelas professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino fundamental no desenvolvimento de tarefas de cunho algébrico?”*

Os resultados desta investigação evidenciaram que, no trabalho com tarefas matemáticas, as PEMAI mobilizaram conhecimentos sobre a matemática, os alunos e os seus processos de aprendizagem, os processos instrucionais e o currículo (PONTE; OLIVEIRA, 2002; SHULMAN, 1986). Nesse trabalho, as professoras tiveram a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos profissionais, a fim de explorar com seus alunos os aspectos matemáticos das tarefas desenvolvidas em sala de aula, formulando conjecturas, estabelecendo relações funcionais, explorando o caráter algébrico das situações aritméticas, dentre outros aspectos. A dinâmica assumida pelo grupo,

envolvendo o trabalho com tarefas matemáticas de cunho algébrico, e o protagonismo das professoras participantes, discutindo e compartilhando experiências de sua prática pedagógica, contribuiu para a mobilização dos conhecimentos profissionais docentes.

Questão 3: *“Qual o papel da análise de incidentes críticos na formação continuada de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental?”*

Com o intuito de promover reflexões a respeito dos processos de ensino dos professores (JOSHI, 2018), a análise de incidentes críticos constituiu-se como uma ferramenta potencial para alavancar os conhecimentos profissionais no contexto formativo. Os resultados evidenciam que a análise de incidentes críticos proporcionou às professoras a oportunidade de: ter autoconsciência de suas ações; avaliar suas rotinas; perceber a importância do diálogo com os alunos; construir uma comunidade de profissionais críticos; mobilizar/constituir conhecimentos algébricos; compreender estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem uma tarefa. A dinâmica, assumida na formação na exploração de incidentes críticos, mostrou-se pertinente e profícua para mobilização/constituição de conhecimentos profissionais desencadeada por reflexões e (re)significações de aspectos inerentes à sua prática profissional.

Tendo em vista estas considerações, apresentaremos a seguir a articulação desses resultados e a resposta à questão geral de investigação e seus desdobramentos.

## **ARTICULAÇÃO E CONCLUSÃO**

No intuito de compreender os conhecimentos profissionais mobilizados pelas PEMAI-EF no trabalho com o pensamento algébrico em um contexto de formação continuada foi possível estudar as ações potencializadoras destes conhecimentos, tendo em vista a diversidade de empreendimentos desenvolvidos pela CoP, nomeadamente: a resolução de tarefas matemáticas de cunho algébrico, a análise de episódios de incidentes críticos, os cadernos de anotações, como instrumentos de relatos e as reflexões e o desenvolvimento em sala de aula de tarefas matemática propostas por algumas professoras.

Esses empreendimentos articulados entre si e a dinâmica do grupo de estudos facultaram às professoras não apenas aprofundar seus conhecimentos profissionais, mas questionar, refletir e (re)significar suas práticas.

A resolução e a discussão de tarefas matemáticas favoreceram às professoras mobilizar aspectos referente à dimensão do conhecimento matemático (PONTE; OLIVEIRA, 2002), com foco nos conhecimentos algébricos. Ao desenvolverem e analisarem as tarefas de cunho algébrico, elas valeram-se de propriedade aditivas e multiplicativas, como a associatividade e comutatividade, exploraram as relações de equivalência entre quantidades, estabeleceram generalizações partindo de situações particulares, analisaram padrões, dentre outros aspectos do conhecimento algébrico.

Por meio das resoluções, as professoras, também, realizaram inferências sobre as relações entre os conteúdos matemáticos dos anos iniciais com os dos anos finais do Ensino Fundamental, prevendo assuntos que poderiam ser desenvolvidos com seus alunos, para que mais tarde pudessem ser ampliados. Nesse sentido, de acordo com Shulman (1986), as professoras mobilizaram aspectos da dimensão do Conhecimento Curricular.

A análise de incidentes críticos e o caderno de anotações, como instrumento de reflexão, evidenciaram aspectos relacionados à dimensão do conhecimento dos processos instrucionais (PONTE; OLIVEIRA, 2002). Verificamos que, em suas práticas, as professoras passaram a avaliar suas rotinas e estratégias de ensino, tornando-se mais criteriosas quanto à escolha de tarefas e mais críticas quanto aos encaminhamentos dados durante a aula. Do mesmo modo demonstraram reconhecer os materiais didáticos e as adaptações necessárias para desenvolver determinada tarefa e, sobretudo, passaram a valorizar seus planos de aula.

Aspectos do conhecimento a respeito dos estudantes e seus processos de aprendizagem (PONTE; OLIVEIRA, 2002) permearam tanto o desenvolvimento das tarefas como a análise dos incidentes críticos, já que, na articulação desses empreendimentos, as professoras revelaram indícios da necessidade de (re)pensar e valorizar aspectos da comunicação matemática em sala de aula no reconhecimento das estratégias e dos raciocínios adotados pelos alunos, da importância de serem valorizadas as tentativas e os erros dos estudantes, entendendo que qualquer resposta e toda participação do aluno devem ser valorizadas.

A mobilização destes conhecimentos contribuiu para que as professoras, para além de (re)significá-los, pudessem desenvolver um senso de cooperação, reconhecer a

necessidade e a importância da partilha de repertórios, de suas crenças e de suas experiências, para promover o desenvolvimento profissional do grupo.

Em assim sendo, consideramos que os resultados e as discussões frutos desta dissertação podem ser profícuos para outros estudos que considerem a formação de professores na perspectiva de assumir os participantes como produtores de conhecimento e protagonistas de sua formação.

#### **REFERÊNCIAS:**

JOSHI, K. R. Critical Incidents for Teachers' Professional Development. **Journal NELTA Sukhet**, v.5, p. 82-88, jan. 2018.

KAPUT, J. J. What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? *In*: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato *multipaper* nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS – SIPEQ V, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais (on-line) do V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos: Pesquisa Qualitativa na Educação e nas Ciências em Debate**. p. 1-14, 2018.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. M. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

## REFERÊNCIAS<sup>50</sup>

---

- ALMEIDA, L. R. O incidente crítico na formação e na pesquisa em educação. **Educação & Linguagem**, São Paulo, v. 12, n. 19, p. 181-200, jan./jun. 2009.
- ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão, v. 6, n.10, p.34-60, jan./jun. 2017.
- BALL, D. L.; BASS, H. With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. **Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg**, Germany, March 1-4, 2009.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática, Campinas: Mercado de Letras**, v. 1, p. 347-367, 2015.
- BIZA, I.; NARDI, E.; JOEL, G. Balancing classroom management with mathematical learning: Using practice-based task design in mathematics teacher education. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 17, n.2, 182 - 198, 2015.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.
- BOLÍVAR, A. (org.). **Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola**. Trad. Gilson Souza. Bauru, SP: EDUSC, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1.º, 2.º e 3.º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base**. Brasília, DF: 2017.
- BURIASCO, R. L. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; SOARES, M. T. C. Manual para correção das provas com questões abertas de matemática. Matemática AVA – 2002. Curitiba: SEED; CAADI, 2003.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, v. XVI, n. 2, p.81-118, 2007.

---

<sup>50</sup> Excepcionalmente esta seção contempla todos os trabalhos citados no decorrer da dissertação e não apenas aqueles presentes nas Considerações Finais da Pesquisa.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 37, n. 2, p. 87-115, mar. 2006.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early Algebra and Algebraic Reasoning. *In*: F. K. Lester (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich, CT: Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J. Early algebra is not the same as algebra early. *In*: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. **Algebra in the Early Grades**, Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 235-272, 2007.

CASTRO, L. A. da S. **O coordenador pedagógico como articulador das práticas avaliativas na unidade escolar: uma reflexão sobre a Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP)**. 2016. 107 p. Dissertação (Mestrado em Educação: Formação de Formadores) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

COSTA, W. N. G. Dissertações e teses Multipaper: uma breve revisão bibliográfica. *In*: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais [...]**, v. 8, n. 1, 2014.

CHOY, B. H. Noticing Critical Incidents in a Mathematics Classroom. *In*: CAVANAGH, J. A. M.; PRESCOTT, A. (eds.). **Curriculum in focus: Research guided practice** (Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia), Sydney: MERGA, p. 143-150, 2014.

CYRINO, M. C.C. T. Grupos de estudos e pesquisas e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Reencima**, v. 9, n. 6, p. 01-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

CYRINO, M. C.C.T.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

DOMINGOS, S. I. C. **Análise de incidentes críticos no Ensino Superior: (re)construção da identidade profissional do docente**. 2015. 328p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2015.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In* M. C. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de prática de professores de matemática. **REnCiMa**, v. 9, n. 2, p. 32-51, 2018.

ESTRELA, M. T.; ESTRELA, A. 2. ed. **A técnica dos incidentes críticos**. Lisboa: Estampa, 1994.

FLANAGAN, J. La technique de l'incident critique. **Revue de Psychologie Appliquée**, v. 4, n. 2, p. 165-185, abr. 1954.

FRAGA, T. C. G. **Uma Análise do Caso Multimídia "Explorando Perímetro e Área" para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2019. 131p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

GARNICA, A. V. M. Apresentação. In: SOUZA, L. A. de. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP de Rio Claro: São Paulo, 2011.

GURNISKI CARNIEL, I. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 135p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

JESUS, C. C. **Análise de tarefas matemáticas: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamenta**. 2011. 95p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

JOSHI, K. R. Critical Incidents for Teachers' Professional Development. **Journal NELTA Sukhet**, v.5, p. 82-88, jan. 2018.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In FENNEMA, E. ROMBERG, T.A. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

KAPUT, J. J. What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, p. 5-17, 2008.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education, Netherlands**, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n.7, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

LITWIN, E. **El Oficio de enseñar, Condiciones y contextos**. Buenos Aires: Paidós, 2009. 226 p.

MEDRADO, G. C. R. **Tornar-se professor de administração: um estudo sobre o papel da afetividade na trajetória profissional.** 2012. 162p. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato *multipaper* nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS – SIPEQ V*, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos: Pesquisa Qualitativa na Educação e nas Ciências em Debate.** p. 1-14, 2018. *On-line*

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática.** 12 ed. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

NOBREGA FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimentos matemáticos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 496-514, set/dez. 2017.

NOBREGA FERREIRA, M. C.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 5 jul. 2018.

OLIVEIRA, C. S.; CYRINO, M. C. C. T. Perspectivas de trabalho com Pensamento Algébrico em contexto de formação de professores presentes em artigos científicos publicados entre 2015-2019. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM*, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM.** Londrina: SBEM - PR, v. 1, p. 943-958, 2019.

PAULA, H. J.; BONI, K. T.; PIRES, M. N. M. O pensamento algébrico e a tarefa de padrões: relato de uma experiência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 12., 2014, Campo Mourão. **Anais XII EPREM.** Campo Mourão: UNESPAR, 2014. p. 1-12.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. M. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. *In: VALE, I; PIMENTEL, T.: BARBOSA, A.; FONSECA, L; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (eds.). Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores.* Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

QUARTIERI, M. T.; GIONGO, I. M.; REHFELD, M. J. H.; GRAFF, C. Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos

- iniciais. **Revista Educação Online**, Rio de Janeiro, RJ, n. 30, p. 112-130, jan./abr. 2019.
- RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, v. 36, p. 1- 29, 2020.
- RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Percepção profissional de futuros professores de matemática sobre o pensamento algébrico dos alunos através da exploração de um caso multimídia. **Quadrante (LISBOA)**, v. 28, p. 100-123, 2018.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educ. Rev.**, v. 57, n. 1, p.1-23, 1987.
- SHULMAN, L. Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma. **Revista de currículum y formación del profesorado**, n. 9, v. 2, p. 1-31, 2005.
- SMITH, E. Representation Thinking as a Framework for Introducing Functions in the Elementary Curriculum. In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Org.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, p. 133-160, 2008.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.
- STEIN, M. K. *et al.* A. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.
- SUGIGAN, M. C.; CYRINO, M. C. C. T. *Perspectivas de Pensamento Algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental presentes em artigos científicos publicados em revistas brasileiras entre 2015 e 2018*. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 15., 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM**. Londrina: SBEM - PR, v. 1. p. 832-844, 2019.
- TREVISAN, A. L. *et al.* Manifestações da linguagem algébrica evidenciadas na produção escrita de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPME**, Campo Mourão, v. 7, n. 14, p. 71-87, jul./dez. 2018.
- TRIPP, D. **Critical Incidents in Teaching: Developing Professional Judgement**. London: Routledge, 1993.
- TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de Diferentes significados de uma igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos

anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP, v. 28, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

UNIVERSIDADE DE COIMBRA. Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia. Canguru Matemático sem Fronteiras. Disponível em: <https://www.mat.uc.pt/canguru/Arqprovas/2019/provaEscolar19.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2020.

## APÊNDICES

**APÊNDICE A -  
PROPOSTA DO GRUPO DE ESTUDOS APRESENTADA ÀS PROFESSORAS**



**GRUPO DE ESTUDOS PARA PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA – PEM**

**Tema: Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.**

**Objetivos:**

- Investigar a constituição do Pensamento Algébrico pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.
- Analisar a aprendizagem dos alunos em relação a tarefas que envolvem o “Pensamento Algébrico”.
- Proporcionar um ambiente de estudos e discussões, reflexões, de modo que os professores tenham a oportunidade de trabalhar em grupo, de expressar opiniões, fazer questionamentos e propor encaminhamentos para as ações do grupo.

**Justificativa:**

Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em dezembro de 2017, as redes de ensino dos municípios brasileiros, necessitam passar por adequações em suas propostas curriculares, tendo em vista atender as demandas elencadas pelo referido documento. Em relação a área da Matemática, a BNCC propõe um trabalho com os conteúdos direcionados a Unidade Temática **ÁLGEBRA**, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental I, e “tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo de pensamento - **pensamento algébrico** – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas, grandezas e também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos”. (Brasil, 2017, p. 268).

Neste sentido, a formação continuada dos professores que ensinam matemática por meio de grupos de estudo e discussão sobre os conteúdos a serem propostos aos alunos, proporciona momentos de aprendizado e troca de experiência entre pares, visando estabelecer relações entre teoria e prática. Não se trata de um curso/oficina para ensinar conteúdos matemáticos ou estratégias em sala de aula, mas um espaço para discussão e reflexão.

**Proposta de conteúdos a serem abordados durante os encontros:**

- O desenvolvimento do Pensamento Algébrico;
- Regularidades e padrões de sequências numéricas e não-numéricas;
- Relações matemáticas de interdependência entre grandezas em diferentes contextos;

- Análise, discussão e proposição de tarefas e problemas e suas diversas representações gráficas e simbólicas.

**ATIVIDADES PROPOSTAS:**

- Leitura, estudo e discussão de textos teóricos sobre o tema;
- Elaboração, análise e discussão de tarefas que envolvam o Pensamento Algébrico;
- Elaboração/seleção de tarefas que envolvam o Pensamento Algébrico para a aplicação em sala de aula;
- Relato e discussão sobre a experiência durante a aplicação de tarefas em sala de aula;
- Análise das aprendizagens dos alunos.

**Carga-horária:** 40 horas

**Certificação:** SEDUC - Frequência mínima de 75%.

**CRONOGRAMA:** Proposta de encontro presenciais e atividades não presenciais: **(TERÇAS FEIRAS – 18h às 22h)**

<b>Meses</b>	<b>Datas previstas</b>	<b>Carga-horária</b>
AGOSTO	13 e 20	8h
SETEMBRO	03 e 24	8h
OUTUBRO	8, 22 e 29	12h
NOVEMBRO	05,12 e 26	12h
<b>Total</b>		<b>40 horas</b>

Fonte: as autoras

**CONTATO:** [grupopalgebrico@gmail.com](mailto:grupopalgebrico@gmail.com)

**APÊNDICE B**  
**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Prezado(a) Colaborador(a),

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa “Formação Continuada dos Professores que ensinam matemática na perspectiva das comunidades de prática, com o tema, Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental”, que faz parte do curso Pós-graduação - Mestrado em Educação Matemática – PRPGEM, vinculado a Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, sob a responsabilidade de Márcia Cristina da Costa Trindade Cyrino, da instituição Universidade Estadual de Londrina, que irá investigar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico em contextos de formação de professores que ensinam matemática – PEM, na perspectiva das Comunidades de Prática – CoP. A pesquisa tem como objetivo analisar e discutir tarefas que sejam passíveis de aplicação em sala de aula com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como quais estratégias podem ser utilizadas no processo de ensino dos conteúdos referentes a álgebra, visto que a Base Nacional Comum Curricular, BNCC, aprovada em dezembro de 2017, propõe que o trabalho com o pensamento algébrico seja realizado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP UNESPAR.

**DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO**

Emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CEP UNESPAR

Número do parecer:

Data da relatoria: \_\_\_\_/\_\_\_\_/201\_\_\_\_

**1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA:** A sua participação é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: participação dos encontros presenciais de estudos nos dias definidos pelos pesquisadores, realizar leituras e tarefas quando solicitadas pelos, podendo estas acontecer também de forma não-presencial com atividade complementar, elaborar e analisar tarefas envolvendo Pensamento Algébrico e selecionar e aplicar junto aos alunos tarefas discutidas nos encontros. Haverá ainda o preenchimento de questionários e entrevistas.

**2. RISCOS E DESCONFORTOS:** Informamos que poderão ocorrer os riscos/desconfortos gerados por eventuais comentários entre os colegas, porém neste caso caberá aos pesquisadores contornar eventuais ocorrências não permitindo situações de constrangimento a qualquer um dos participantes.

Lembramos que a sua participação é voluntária, podendo você recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa.

**3. CONFIDENCIALIDADE:** Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade (no caso de uso de registros gravados, os mesmos serão descartados ao término e conclusão da pesquisa.

Os seus (suas) (respostas, dados pessoais, dados de imagem, avaliações, etc. ficarão em segredo e o seu nome não aparecerá em lugar nenhum dos (as) (questionários, fitas gravadas, fichas de avaliação etc.) nem quando os resultados forem apresentados.

**4. BENEFÍCIOS:** Os benefícios esperados são: Apontar alternativas e possibilidades, visando o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática –PEM e a consequente melhoria da sua prática pedagógica.

**5. ESCLARECIMENTOS:** Caso você tenha mais dúvidas ou necessite maiores esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços abaixo ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNESPAR, cujo endereço consta deste documento.

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Cristiane dos Santos Oliveira

Endereço: Rua Arlindo Marquezini, 957

Telefone: 999656751

Email: crisoliveirary018@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

**CEP UNESPAR**

**Universidade Estadual do Paraná.**

**Rua Pernambuco, 858 – Centro, Paranavaí-PR**

**CEP 87.701-010. Paranavaí-Pr. Tel: (44) 3482-3203**

**E-mail: cep@unespar.edu.br**

**6. . RESSARCIMENTO DAS DESPESAS:** Caso o(a) Sr.(a) aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

**7. PREENCHIMENTO DO TERMO:** Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você, como sujeito ou responsável pelo sujeito de pesquisa) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.

## **TERMO 1**

Eu, \_\_\_\_\_ declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pelo Prof. Dr<sup>a</sup> Márcia Crsitina da Costa Trindade Cyrino

Maringá, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
Assinatura ou impressão datiloscópica

## **TERMO 2**

Eu \_\_\_\_\_ (nome do pesquisador ou do membro da equipe que aplicou o TCLE), declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

Maringá, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Pesquisador

**APÊNDICE C**  
**TAREFAS PROPOSTAS PELAS FORMADORAS**

**TAREFA 1: QUANTO VALE A NUVEM?**

Assinale a alternativa que representa a  em) de modo a ter-se:

 x  = 2 x 2 x 3 x 3.

- A) 2            B) 3            C) 2 x 3            D) 2 x 2            E) 3 x 3

Explique como chegou em sua resposta.

Fonte: Adaptado de Cyrino e Oliveira (2011)

**TAREFA 2: QUANTOS APERTOS DE MÃOS?**

Todas as pessoas do seu grupo vão cumprimentar-se, dando um aperto de mão.

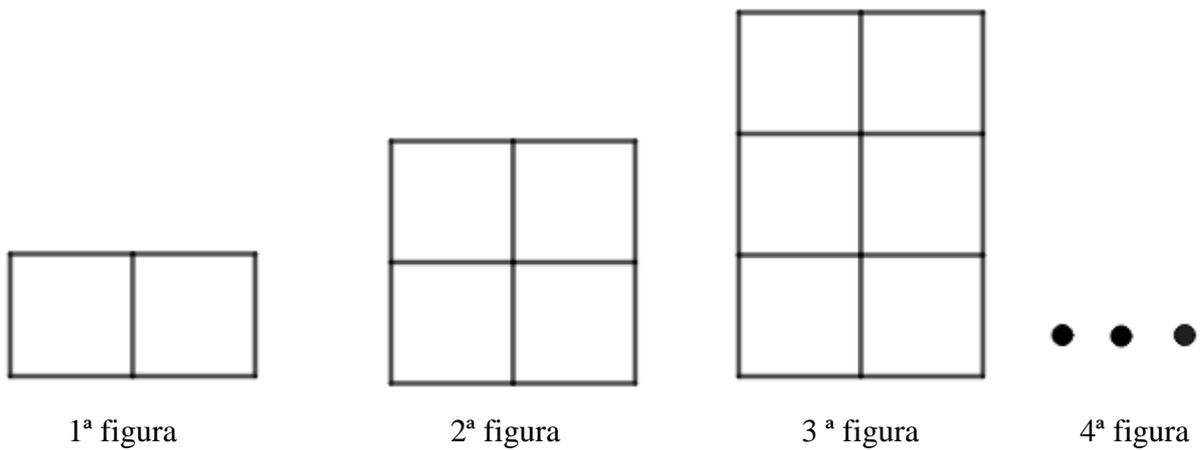
- Quantas pessoas tem no seu grupo?
- Quantos apertos de mão serão dados?
- Se chegar uma nova pessoa em seu grupo, quantos apertos de mão serão dados?
- E se chegar mais uma outra pessoa?
- Determine o número de apertos de mão em um grupo com um número qualquer de pessoas.

Fonte: adaptado de Canavarro (2007)

**TAREFA 3: SEQUÊNCIA DE QUADRADOS**

Cada figura da sequência a seguir, é constituída por um agrupamento de quadrados congruentes. Considere o quadrado unitário, como unidade de medida na construção das figuras a seguir.





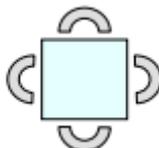
- a) Represente a 4ª e a 5ª figura. Justifique como pensou para representá-la.
- b) Considere que o padrão é mantido para a construção das próximas figuras, quantos quadradinhos haverá na 10ª figura?
- c) Existirá alguma figura com 15 quadradinhos? Explique sua resposta.
- d) Explique o padrão desta sequência, ou seja, identifique a(s) regularidade(s) específica(s) da mesma.
- e) Quantos quadradinhos existem na figura de ordem 100?
- f) Qual a posição correspondente a figura com 100 quadradinhos?

**APÊNDICE D**  
**INCIDENTE CRÍTICO DAS MESAS**

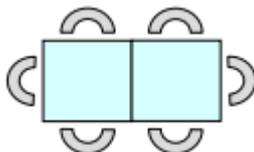
**CONTEXTO:** Uma aula com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

**TAREFA:**

Marta trabalha num restaurante. O seu chefe pediu-lhe que organizasse as mesas em fila para um jantar com 14 pessoas. Marta começou a colocar as mesas e reparou que em uma mesa poderiam sentar 4 pessoas.



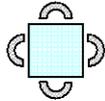
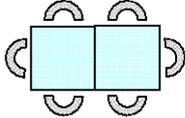
Se juntasse 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas.



- a) Cada vez que ela adiciona outra mesa, quantas novas pessoas podem sentar-se à mesa?
- b) Seguindo a mesma regra (disposição de mesas em fila), qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se se à mesa se Marta juntar 4 mesas? Explique como pensou.
- c) Para que 14 pessoas possam sentar-se à mesa para o jantar, qual o número mínimo de mesas que Marta precisa juntar? Explique como pensou.
- d) Consegue descobrir qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se à mesa se Marta juntar 20 mesas? Explique como pensou.
- e) O patrão de Marta disse que se ela organizar 15 mesas nessa disposição o número máximo de pessoas que podem sentar-se é 33 pessoas. Marta disse que isso não é possível. Por que razão Marta disse isso?
- f) Se o patrão informar o número de mesas que devem ser alinhadas, como a Marta pode descobrir o número máximo de pessoas que podem sentar-se?

**FONTE:** adaptado de Paula, Boni e Pires (2014)

**Episódio:** Ao propor essa tarefa aos alunos, a professora observou que os alunos estavam com dificuldade e solicitou que eles preenchessem o seguinte quadro.

Mesas de Jantar	Mostrar como	Número de pessoas
1		4
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Ao preencher a linha que representa três mesas de jantar, a estudante Ana apresentou o seguinte registro:

4	$2 \times 3 + 4$	10
---	------------------	----

Em um primeiro momento, a professora inferiu que Ana descreveu o fato de que haverá duas pessoas sentadas em cada mesa (lateral), num total de três mesas, mais duas pessoas nas pontas.

No entanto, ao analisar o restante da tabela a professora observou que essa descrição não se aplicava às outras linhas.

3	$2 \times 3 + 2$	8
4	$2 \times 3 + 4$	10
5	$2 \times 3 + 6$	12
6	$2 \times 3 + 8$	14
7	$2 \times 3 + 10$	16

Cada vez que adicionamos outra mesa, quantas novas pessoas podem se juntar?

Mais duas pessoas.

**Questões:**

- 1- Qual seria o objetivo da professora ao propor o uso da tabela?
- 2- Que significados você atribui para o registro da Ana?
- 3- Que respostas podem ser atribuídas ao item f) da tarefa, tendo em conta os registros de Ana?
- 4- O que a professora deve fazer ao observar que o significado atribuído por Ana não é da forma como ela inferiu?
- 5- Que aspectos do pensamento algébrico estão envolvidos nesse episódio?

## ANEXOS

**ANEXO A**  
**TAREFAS TRAZIDAS PELAS PROFESSORAS NO ENCONTRO**

**Tarefa apresentada pela P3**

Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos tracinhos. A seguir responda as perguntas. João e Maria têm uma caixa de doces cada um.



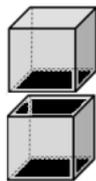
- a) Qual o 10º elemento da sequência?
- b) Qual o 15º elemento da sequência?
- c) E o 48º elemento?
- d) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

**Tarefa apresentada pela P5**

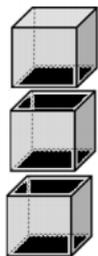
Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele



Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.



Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:



Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis, conforme o número de cubos:

<b>Nº de cubos empilhados</b>	1	2	3	4	5	6	10	20	25
<b>Nº de faces visíveis</b>									

Analise e descubra a regra dessa sequência em seguida escreva uma expressão algébrica que represente o número de faces visíveis de uma pilha com  $x$  cubos.

### Tarefa apresentada pela P6

Nestas questões, descubra quais são as regras que expressam a relação entre o número dito e o número respondido em cada questão. Represente cada uma delas com uma expressão, usando linguagem matemática:

<b>Número dito</b>	3	4	5	6	7	10
<b>Número respondido</b>	31	41	51	61	71	101

Resposta: \_\_\_\_\_

<b>Número dito</b>	-3	-2	-1	0	1	2
<b>Número respondido</b>	2	3	4	5	6	7

Resposta: \_\_\_\_\_

<b>Número dito</b>	-10	-5	-1	5	6	7
<b>Número respondido</b>	102	27	3	27	38	51

Resposta: \_\_\_\_\_

**ANEXO B**  
**TAREFA DESEVOLVIDA PELA P7 COM SEUS ALUNOS**

Observe as figuras:

1º termo      2º termo      3º termo      4º termo

Segundo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá o triângulo associado ao 5º termo dessa sequência numérica?

Explique sua resposta: