



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

GABRIEL VASQUES BONATO

**CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO  
MOBILIZADO EM UM PLANEJAMENTO DE AULA NA  
PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

---

Londrina  
2020

GABRIEL VASQUES BONATO

**CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO  
MOBILIZADO EM UM PLANEJAMENTO DE AULA NA  
PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira

Londrina  
2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

B699 Bonato, Gabriel Vasques.  
Conhecimento matemático para o ensino mobilizado em um planejamento de aula na perspectiva da resolução de problemas / Gabriel Vasques Bonato. - Londrina, 2020.  
97 f. : il.

Orientador: Bruno Rodrigo Teixeira.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2020.  
Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Conhecimentos profissionais docentes - Tese. 3. Resolução de Problemas - Tese. 4. Planejamento de aula - Tese. I. Teixeira, Bruno Rodrigo. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

GABRIEL VASQUES BONATO

**CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO  
MOBILIZADO EM UM PLANEJAMENTO DE AULA NA  
PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientador: Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Jader Otávio Dalto  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Londrina, 18 de setembro de 2020.

À minha avó Rosa de Lourdes Duro Vasques.

## **AGRADECIMENTOS**

À toda minha família, em especial à minha mãe Leonice Vasques e minha irmã Laralice Vasques Bonato, pelo apoio fornecido desde o ingresso no mestrado.

Ao meu irmão Rodrigo Vinícius da Costa, por sempre me incentivar e me auxiliar na vida acadêmica.

À Ana Paula dos Santos Teixeira, pelas inúmeras assistências concedidas desde minha vinda à Londrina.

À minha companheira Fernanda de Paula, por todo apoio concedido e por estar sempre ao meu lado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira, por acreditar em mim desde a graduação, além de ser uma ótima influência e um modelo a ser seguido.

Aos participantes da pesquisa, pela receptividade, disponibilidade, pelo bom convívio e por aceitarem participar deste trabalho.

À professora Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli e ao professor Dr. Jader Otávio Dalto, por aceitarem serem membros da banca examinadora, por todo o cuidado que tiveram na leitura do trabalho e também pelas valiosas sugestões apresentadas. Em especial, à professora Angela por todo apoio mesmo antes do ingresso no curso de mestrado.

À CAPES, pelo apoio financeiro, possibilitando que eu me dedicasse integralmente ao Mestrado.

BONATO, Gabriel Vasques. **Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizado em um planejamento de aula na perspectiva da Resolução de Problemas**. 2020. 97f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

## RESUMO

O presente trabalho buscou investigar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado em um planejamento de aulas realizado por futuros professores de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas, considerando os seguintes objetivos específicos: identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado na escrita reflexiva dos futuros professores a respeito do planejamento de aulas e identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado no plano de aula elaborado pelos futuros professores. Para atender ao objetivo, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo com futuros professores inseridos no contexto do Estágio Curricular Obrigatório, no 3º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Para obter as informações foram utilizados, como instrumentos de coleta, diários reflexivos e um plano de aula elaborado pelos participantes da pesquisa, além de um diário de campo do pesquisador. Referente aos resultados, foram observados aspectos relativos ao Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) em ambos os instrumentos de coleta – diários reflexivos e plano de aula – nos quais foi possível identificar a mobilização/desenvolvimento de subdomínios relativos ao MKT, sendo eles: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK); Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Considerando os diferentes momentos em que os subdomínios foram identificados, destacamos que diferentes ações desenvolvidas no planejamento associadas à perspectiva de Resolução de Problemas adotada, tais como a busca de uma justificativa matemática para o procedimento a ser abordado em sala de aula tendo em vista sua formalização, a descrição de resoluções esperadas para os problemas propostos bem como de dúvidas e dificuldades que poderiam ser manifestadas pelos alunos, a abordagem do conteúdo a partir de conceitos já estudados pelos alunos e a expectativa de introduzi-lo a partir de resoluções desenvolvidas por eles, foram essenciais para a mobilização/desenvolvimento desses conhecimentos dos graduandos. Por fim, vale ressaltar também a contribuição da escrita reflexiva na formação dos futuros professores, possibilitando ampliarem sua compreensão a respeito do conteúdo e de como ensiná-lo, assim como do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Planejamento de aula. Conhecimento Matemático para o Ensino. Resolução de Problemas. Escrita reflexiva.

BONATO, Gabriel Vasques. **Mathematical Knowledge for Teaching mobilized in a class planning from the perspective of problem solving**. 2020. 97f. Dissertation (Master in Science Teaching and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

## ABSTRACT

This study investigated mathematical knowledge for teaching mobilized in lesson planning prepared by future Mathematics teachers in the problem solving approach, considering the following specific objectives: identify mathematical knowledge for teaching mobilized in the reflective writing of the future teachers about lesson planning and, identify mathematical knowledge for teaching mobilized in the lesson plan drafted by the future teachers. In order to meet the objective, a qualitative research of interpretative approach was conducted with future teachers which were taking their Curricular Internship, on the 3<sup>rd</sup> year on Mathematics undergraduate course at Londrina State University (UEL). Then, to collect the information reflective diaries, a lesson plan drafted by the participants of the research and a field diary written by the researcher were employed. Regarding to the results, it was observed aspects related to Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) in either collecting instruments – reflective diaries and lesson plan – on them, it was possible to identify mobilization/development of subdomains related to MKT such as Common Content Knowledge (CCK); Specialized Content Knowledge (SCK); Knowledge of Content and Students (KCS) and, Knowledge of Content and Teaching (KCT). Considering the different moments in which the subdomains were identified, it was highlighted that different actions were developed in the planning associated with the adopted perspective of Problem Solving, such as the pursue of a mathematical justification for the procedure to be addressed in the classroom aiming to its formalization, the description of expected resolutions for the proposed problems as well as doubts and difficulties that could be presented by the students, the approach of the content from concepts which have already been studied by the students and the expectation of introducing it from resolutions developed by them, were essential for the mobilization/development of this knowledge of the students. Finally, yet importantly, it is relevant to highlight the contribution of reflective writing on the preservice teachers' education, enabling to increase their comprehension about the content and how to teach it, as well as how to plan classes on problem solving approach.

**Key words:** Mathematics Education. Lesson planning. Mathematical Knowledge for Teaching. Problem solving. Reflective writing.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino.....	25
--	----

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Informações dos participantes da pesquisa.....	54
<b>Quadro 2</b> – Enunciado e objetivo dos problemas propostos .....	72
<b>Quadro 3</b> – Síntese dos resultados referentes ao MKT.....	88

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	16
1.1 Conhecimento Matemático para o Ensino .....	16
1.2 Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: dinâmica e planejamento de uma aula e sua utilização na Formação de Professores.....	31
<b>2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	42
2.1 Opção metodológica .....	42
2.2 O contexto da pesquisa.....	43
2.2.1 Os participantes da pesquisa.....	53
2.3 Instrumentos de coleta de informações.....	54
2.4 Procedimentos para análise de dados.....	55
<b>3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES</b> .....	58
3.1 Análise em torno da escrita reflexiva a respeito do Planejamento da Oficina .	58
3.2 Análise de informações presentes no Plano de Oficina .....	71
3.3 Em síntese.....	84
<b>4 CONSIDERAÇÕES</b> .....	88
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	93
<b>ANEXOS</b> .....	96

## INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, pesquisadores em Educação Matemática têm apontado para a importância do planejamento de aulas, tanto para o professor iniciante quanto para o professor mais experiente. Van de Walle (2009), por exemplo, destaca que “independente de sua experiência, é crucial que você dê uma atenção adequada ao planejamento de suas lições.” (p. 82). Esse é um trabalho diário na trajetória profissional do professor de Matemática de modo que “as escolhas das tarefas e como elas serão apresentadas aos estudantes devem ser feitas diariamente para se ajustar melhor às necessidades de seus alunos e aos objetivos para os quais você foi contratado para ensinar”. (VAN DE WALLE, 2009, p. 82).

Estudos brasileiros também têm destacado a importância de pesquisar a respeito do planejamento de aulas, assim como apontam Ribeiro e Oliveira (2015), a partir do trabalho por eles desenvolvido: “Este estudo ratifica a relevância de se investigar professores envolvidos em sua própria prática, em especial, no momento de preparação de suas aulas”. (RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015, p. 311)

Esse planejamento de aulas pode ser realizado tendo em vista diferentes abordagens de ensino, por exemplo, ensinar através<sup>1</sup> da Resolução de Problemas:

Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 80).

Com relação a essa perspectiva de Resolução de Problemas, segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 95):

As experiências, em pesquisas com alunos e atividades de formação de professores em que esta forma de trabalho tem sido utilizada, têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente pelo professor.

Apesar da clara relevância do planejamento de aulas do professor de Matemática e da Resolução de Problemas como abordagem de ensino, assim

<sup>1</sup> Allevato e Onuchic (2009, p. 2) explicam o uso intencional da palavra “através” para designar essa perspectiva de Resolução de Problemas da seguinte maneira: “A palavra ‘através’, utilizada por nós, significa ‘no decorrer de’ [...]. Refere-se à tradução do inglês “through”: completamente, totalmente, do princípio ao fim [...]”

como de investigações sobre esses assuntos, autores como Lester (2013) destacam o seguinte:

Infelizmente, embora me pareça claro que o tipo e a quantidade de planejamento de um professor tem um tremendo impacto sobre o que acontece durante o ensino, o planejamento do professor foi amplamente ignorado como um fator de importância na pesquisa sobre ensino envolvendo resolução de problemas. De fato, na maioria dos estudos, o planejamento dos professores nem sequer foi considerado porque os professores desses estudos simplesmente implementaram um plano que havia sido predeterminado pelos pesquisadores, não pelos professores. Além disso, não se justifica mais supor que as decisões de planejamento tomadas pelos professores são dirigidas totalmente pelo conteúdo e pela organização dos livros didáticos utilizados e, portanto, não precisam ser consideradas como objeto de pesquisa<sup>2</sup>. (LESTER, 2013, p. 263, tradução nossa)

Com isso, podemos notar que em pesquisas a respeito do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas é importante os professores investigados planejarem suas próprias aulas. Além do que é apontado pelo autor, consideramos que o planejamento de um professor, por exemplo, pode funcionar em sua aula, mas não indica que funcionará para outros professores tendo em vista o contexto em que cada um está inserido, entre outros aspectos.

Estudos têm apontado também para a importância da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática (AZEVEDO; ONUCHIC, 2017; AZEVEDO, 2014; JUSTULIN, 2014; MOÇO, 2013; PROENÇA, 2012; CAVALCANTE; SOARES, 2012; DUTRA, 2011). Por isso, é importante que futuros professores tenham acesso a este conhecimento o quanto antes. Azevedo e Onuchic (2017) afirmam que:

É importante considerar que, na formação inicial, ao conhecer as atuais tendências educacionais, o futuro professor de Matemática perceba a Resolução de Problemas como uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de Problemas, como um caminho através do qual seus futuros alunos possam apoderar-se do conhecimento matemático e, além

---

<sup>2</sup> Do original: Unfortunately, even though it seems clear to me that the type and amount of planning a teacher does have tremendous impact on what happens during instruction, teacher planning has been largely ignored as a factor of importance in research on problem solving instruction. Indeed, in most studies teacher planning has not even been considered because the teachers in these studies have simply implemented a plan that had been predetermined by the researchers, not the teachers. Furthermore, it is no longer warranted to assume that the planning decisions teachers make are driven totally by the content and organization of the textbooks used and, therefore, need not be considered as an object of research.

disso, superar obstáculos epistemológicos e abrir espaço para a construção do conhecimento. (p. 409)

No Estágio Curricular Obrigatório do curso de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), é possível notar a importância de conhecer tendências educacionais, uma vez que os futuros professores, quando inseridos em disciplinas como “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado” - disciplina esta, vinculada ao Estágio Curricular Obrigatório - podem ter a oportunidade de entrar em contato com a Resolução de Problemas em sua formação inicial. Esse aspecto será apresentado detalhadamente no Capítulo “Aspectos metodológicos”.

Ainda com relação à pesquisa a respeito da Resolução de Problemas na formação de professores, Lester (2013, p. 246-247, tradução nossa) destaca que,

[...] o atual interesse intenso em pesquisa sobre o conhecimento e a competência dos professores requer que pesquisas futuras sobre resolução de problemas prestem muita atenção aos conhecimentos e competências matemáticos e pedagógicos que um professor deve possuir<sup>3</sup>.

O autor também explica que “a pesquisa sobre o ensino em geral aponta para o importante papel que o conhecimento e as influências de um professor desempenham no ensino<sup>4</sup>.” (LESTER, 2013, p. 271, tradução nossa).

Diante disso, consideramos relevante investigar a respeito dos conhecimentos que são mobilizados/desenvolvidos por futuros professores em ações formativas que envolvem a Resolução de Problemas. Para analisar as informações obtidas mediante essa investigação, optamos por utilizar a teoria de conhecimento proposta por Ball, Thames e Phelps (2008), denominada Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) na busca de evidenciar os conhecimentos mobilizados pelos participantes da pesquisa quando planejam aulas na perspectiva da Resolução de Problemas.

Ribeiro e Oliveira (2015) também expressam na conclusão de seu trabalho, a relevância de utilizar o MKT em análises de ações de professores de Matemática:

---

<sup>3</sup> Do original: [...] the present intense interest in research on teachers' knowledge and proficiencies demands that future problem-solving research pay close attention to the mathematical and pedagogical knowledge and proficiencies a teacher should possess.

<sup>4</sup> Do original: Research on teaching in general points to the important role a teacher's knowledge and effects play in instruction.

Por fim, ratificamos nossa crença acerca da importância de desenvolver investigações que versem sobre os diferentes domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino [...] que são mobilizados pelos professores, no que tange a diferentes conceitos matemáticos, tanto para a educação básica quanto para a educação universitária. (RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015, p. 325-326)

Portanto, vamos utilizar o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) nas análises das produções de futuros professores que elaboraram planos de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas.

Nos últimos anos, estudos foram desenvolvidos tendo como foco a Resolução de Problemas na formação de professores (TEIXEIRA; SANTOS, 2016; JUSTULIN; NOGUTI, 2017). Essas pesquisas têm aspecto de levantamento bibliográfico a respeito do tema. Tais estudos evidenciam que existem potencialidades quanto a metodologia<sup>5</sup> de ensino Resolução de Problemas quando atrelada a formação de professores. Apesar dessas potencialidades indicadas nesses trabalhos e a importância do planejamento de aula apresentado anteriormente, ao olharmos para o(s) objetivo(s) ou questão(ões) de investigação das pesquisas presentes nesses levantamentos bibliográficos, notamos que nenhum dos trabalhos envolvendo esta temática teve como foco principal a análise do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas.

Tendo em vista a justificativa e a problemática apresentada até o presente momento, temos como objetivo geral desse trabalho investigar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado em um planejamento de aulas realizado por futuros professores de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas. Para isso, foram estipulados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado na escrita reflexiva dos futuros professores a respeito do planejamento de aulas;
- Identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado no plano de aula elaborado pelos futuros professores.

Quanto a escrita reflexiva, Freitas e Fiorentini (2008) desenvolveram um estudo em que “a investigação foi organizada a partir da seguinte hipótese de trabalho: a escrita discursiva e reflexiva – isto é, não estritamente simbólica ou formal – pode potencializar o desenvolvimento profissional do professor de

---

<sup>5</sup> Optamos por utilizar este termo, uma vez que tem sido utilizado frequentemente na literatura para designar a perspectiva da Resolução de Problemas adotada nessa pesquisa.

matemática. ” (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p. 138). Nesse trabalho, os autores concluem que:

A inserção da escrita discursiva em diferentes momentos da formação e o lembrar e narrar por escrito (ou oralmente) histórias da trajetória formativa experienciada pelos protagonistas da pesquisa contribuíram para que se desenvolvessem profissionalmente, tornando-se agenciadores de suas reflexões e autores de suas imagens e conceitos. [...] A organização, por escrito, dos pensamentos e das idéias permitia aos (futuros) professores que seus conhecimentos docentes, às vezes ditos como tácitos, fossem identificados, problematizados e (re)significados. (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p. 148)

Podemos notar potencialidades da escrita reflexiva quando atrelada a formação inicial de professores de Matemática no que diz respeito a possibilidade de identificar, problematizar e (re)significar seus conhecimentos docentes. Por isso, utilizamos da escrita reflexiva para obter informações a respeito do planejamento de aula elaborado por futuros professores de Matemática, com a intenção de identificarmos elementos do MKT nessa escrita.

Sendo assim, com a intenção de atingir o objetivo da pesquisa, no momento da coleta de dados, foi solicitado aos participantes da pesquisa - licenciandos em Matemática da Universidade Estadual de Londrina - que elaborassem diários reflexivos a respeito do planejamento de aulas para o Estágio de Regência, que faz parte do Estágio Curricular Obrigatório do curso e será descrito com mais detalhes no capítulo dos Aspectos Metodológicos. Além dos diários, utilizamos também o plano de aula como *corpus*<sup>6</sup> da pesquisa.

A presente dissertação é composta por quatro capítulos. No primeiro capítulo, buscamos apresentar o referencial teórico desta investigação. O segundo capítulo é composto pelos aspectos metodológicos adotados com a finalidade de atingir o objetivo da pesquisa. No terceiro capítulo é apresentada a descrição e análise das informações obtidas à luz do referencial teórico apresentado no primeiro capítulo. Por fim, o quarto capítulo consiste nas considerações que foram alcançadas e possíveis de serem observadas com a construção do presente trabalho.

---

<sup>6</sup> Segundo o dicionário de Língua Portuguesa, Corpus é um “Conjunto de documentos e informações sobre determinado assunto.” (MICHAELIS, 2020)



## 1 Fundamentação teórica

Na presente pesquisa analisamos o conhecimento matemático para o ensino mobilizado na escrita reflexiva a respeito do planejamento de aulas e nos planos de aula elaborados por futuros professores de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas, para o Estágio de Regência. Por isso, este capítulo é composto por dois subcapítulos que apresentam aspectos teóricos referentes inicialmente às ideias do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT)<sup>7</sup> baseado no trabalho de Deborah L. Ball, Mark H. Thames e Geoffrey Phelps, publicado em 2008, além de alguns estudos brasileiros que utilizaram o MKT em suas análises. A segunda parte discorre a respeito da Resolução de Problemas como metodologia de ensino no contexto da formação de professores de Matemática, para isso, apresentaremos trabalhos que realizaram levantamentos bibliográficos a respeito deste tema a fim de destacar o que tem sido investigado a respeito dessa temática.

### 1.1 Conhecimento Matemático para o Ensino

Neste capítulo vamos apresentar a teoria de conhecimento proposta por Ball, Thames e Phelps (2008) denominada como Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT). Segundo os autores, é a partir do conhecimento que o professor tem que será possível auxiliar os alunos quanto as suas dúvidas e caminhos para alcançar o conteúdo proposto. Em contrapartida, ter conhecimento do conteúdo não é o suficiente neste processo, considerando que conhecimentos pedagógicos também fazem parte deste percurso. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008)

Muito têm-se discutido a respeito do conhecimento que o professor precisa ter, e

Tais declarações são geralmente mais normativas do que empíricas. Apenas alguns estudos testaram se existem, de fato, corpos distintos de conhecimento de conteúdo identificável que são importantes para o ensino<sup>8</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 389, tradução nossa)

A partir das características citadas anteriormente, Ball, Thames e Phelps (2008) explicam que tiveram como base para elaborar o MKT, a teoria do conhecimento do professor proposta por Shulman (1986) que aprofundou o estudo do conhecimento do professor de forma a abarcar os papéis do conteúdo no ensino,

---

<sup>7</sup> Do original – Mathematical Knowledge for Teaching.

<sup>8</sup> [...] Such statements are often more normative than empirical. Only a few studies have tested whether there are, indeed, distinct bodies of identifiable content knowledge that matter for teaching.

inovando, para a época, a maneira de realizar as pesquisas, que tinham como enfoque os aspectos gerais do ensino.

Sendo assim, no desenvolvimento da teoria proposta por Ball, Thames e Phelps (2008), os autores utilizaram as práticas de ensino de professores como forma de atender às demandas matemáticas do ensino. A partir de então, com base em análises de situações de ensino, um agrupamento de hipóteses foi formado, tendo como tema principal a natureza do conhecimento matemático para o ensino.

Shulman (1986) apresenta em sua teoria as seguintes categorias: (a) conhecimento do conteúdo, (b) conhecimento pedagógico do conteúdo e (c) conhecimento curricular. Ball, Thames e Phelps (2008) a partir de alguns estudos com professores de Matemática afirmam que “[...] esses estudos nos levaram a sugerir alguns refinamentos ao conceito popular de conhecimento pedagógico do conteúdo e ao conceito mais amplo de conhecimento do conteúdo para o ensino<sup>9</sup>.” (p. 390, tradução nossa)

Quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo, Shulman (1986) assinala que abarca

[...] as formas mais úteis de representação dessas idéias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas - em resumo, as maneiras de representar e formular o assunto que o torna compreensível para os outros. Como não existem formas de representação mais poderosas, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam de pesquisas, enquanto outras se originam na sabedoria da prática<sup>10</sup>. (SHULMAN, 1986, p. 9)

Essa foi a definição utilizada por Ball, Thames e Phelps (2008) para o embasamento do seu refinamento. Os autores explicam que: “Parte do valor da noção de conhecimento pedagógico do conteúdo é que ela oferece uma maneira de construir pontes entre o mundo acadêmico do conhecimento disciplinar e o mundo

---

<sup>9</sup> [...] these studies have led us to hypothesize some refinements to the popular concept of pedagogical content knowledge and to the broader concept of content knowledge for teaching.

<sup>10</sup> Within the category of pedagogical content knowledge I include, for the most regularly taught topics in one's subject area, the most useful forms of representation of those ideas, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations, and demonstrations- in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others. Since there are no single most powerful forms of representation, the teacher must have at hand a veritable armamentarium of alternative forms of representation, some of which derive from research whereas others originate in the wisdom of practice.

prático do ensino<sup>11</sup>”(p. 398, tradução nossa). Nesse sentido, a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo forma um amálgama que relaciona o conhecimento tanto do conteúdo, quanto o conhecimento que os alunos possuem, considerando também, a própria pedagogia. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008)

Pode parecer evidente para os professores em geral que eles precisam saber e dominar o conteúdo que pretendem trabalhar com os estudantes, característica que se aplica também aos professores de Matemática, que devem saber, por exemplo, o que são frações, equações, funções, entre outros conteúdos matemáticos. Sendo assim, para distanciar-se do óbvio, os autores focaram, então, em como os professores deveriam conhecer o conteúdo. Por isso, eles decidiram

[...] concentrar-se em como os professores precisam conhecer esse conteúdo. Além disso, queríamos determinar o que mais os professores precisam saber sobre matemática e como e onde os professores podem usar esse conhecimento matemático na prática<sup>12</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.395, tradução nossa)

Dessa forma, Ball, Thames e Phelps (2008), considerando o conhecimento do professor a respeito da Matemática e como estes professores podem desenvolver tais conhecimentos na prática, decidiram “[...] focar no trabalho de ensinar. O que os professores precisam fazer no ensino de matemática<sup>13</sup>” (p. 395, tradução nossa), ou seja, no aspecto didático – o de como ensinar – sem deixar de considerar os conhecimentos de conteúdos matemáticos.

Para isso, os autores propuseram um questionamento que diz respeito a como a prática de ensino implica possuir raciocínio, percepção, compreensão e habilidades matemáticas. Para tanto, “Em vez de começar com o currículo ou com os padrões para a aprendizagem dos alunos, estudamos o trabalho que o ensino requer<sup>14</sup>”. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 395, tradução nossa) Portanto, realizaram um estudo referente àquilo que a prática de ensino exige.

Isto posto, Ball e colaboradores elaboraram o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT). O MKT, segundo os autores, compõe o conhecimento matemático vinculado ao ensino. Ball, Thames e Phelps (2008)

<sup>11</sup> Part of the value of the notion of pedagogical content knowledge is that it offers a way to build bridges between the academic world of disciplinary knowledge and the practice world of teaching.

<sup>12</sup> [...] focus on how teachers need to know that content. In addition, we wanted to determine what else teachers need to know about mathematics and how and where teachers might use such mathematical knowledge in practice.

<sup>13</sup> focus on the work of teaching. What do teachers need to do in teaching mathematics [...].

<sup>14</sup> Instead of starting with the curriculum, or with standards for student learning, we study the work that teaching entails.

apresentam a definição do MKT como: “[...] o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar Matemática<sup>15</sup>”.(p. 395, tradução nossa) atentando-se primeiramente ao ensino, para que, posteriormente, sejam abordados aspectos que advém do professor.

Uma vez considerando o ensino como primordial, é necessário que entendamos o que é “ensinar” para os autores, com o intuito de elucidar o termo para prosseguir o referencial teórico.

Por “ensinar” queremos dizer tudo que os professores devem fazer para apoiar o aprendizado de seus alunos. Claramente, queremos dizer o trabalho interativo de ensinar nas salas de aula e todas as tarefas que surgem no decorrer desse trabalho<sup>16</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 395, tradução nossa)

Portanto, o processo de ensinar abrange diversos atos em sala de aula que são realizados pelo professor, como o de auxiliar os alunos a alcançarem os objetivos propostos por ele, bem como toda e qualquer ajuda que os amparem de forma interativa, a fim de auxiliá-los no processo de aprendizagem.

Sobre o conhecimento necessário que o professor de Matemática deve ter para realizar o trabalho de ensinar Matemática, os autores afirmam que tais conhecimentos não devem ser inferiores aos de outros profissionais, mas sim, um conhecimento diferente. Nesse sentido, o professor ser capaz de executar um procedimento matemático que pretende ensinar é necessário, mas não suficiente para ensiná-lo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Com isso, os autores propuseram uma subdivisão da categoria apresentada por Shulman (conhecimento específico do conteúdo) em dois subdomínios:

- *Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)*<sup>17</sup>;
- *Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)*<sup>18</sup>.

A outra categoria de Shulman (conhecimento pedagógico do conteúdo) também foi subdividida em outros dois subdomínios na teoria de Ball, Thames e Phelps que são:

- *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)*<sup>19</sup>;

<sup>15</sup> [...] the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics.

<sup>16</sup> By “teaching,” we mean everything that teachers must do to support the learning of their students. Clearly we mean the interactive work of teaching lessons in classrooms and all the tasks that arise in the course of that work.

<sup>17</sup> Common Content Knowledge.

<sup>18</sup> Specialized Content Knowledge.

<sup>19</sup> Knowledge of Content and Students.

- *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)*<sup>20</sup>.

A seguir, é apresentada uma síntese dessas categorias, proposta por Ball, Thames e Phelps (2008):

O *Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)* é o conhecimento matemático empregado em contextos que não necessariamente fazem parte do ensino da Matemática. Ball, Thames e Phelps (2008) propõem uma definição para essa categoria dizendo que “[...] definimos como o conhecimento e a habilidade matemática usados em situações diferentes do ensino<sup>21</sup>” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399, tradução nossa). Como exemplo, profissionais que tem conhecimento comum do conteúdo, são representados por engenheiros, contadores, vendedores, investidores, entre outros.

Todos esses profissionais sabem realizar procedimentos matemáticos corretamente, porém não possuem a necessidade de compreender o porquê tais procedimentos, como somar frações, resolver equações, até mesmo dividir um número pelo outro, entre outros, podem ser entendidos como corretos e incorretos, e mais a fundo, suas justificativas.

Portanto, essa categoria é caracterizada por “saber fazer”, ou seja, embora seja possível que o indivíduo saiba realizar os procedimentos matemáticos que o auxilie em seus objetivos profissionais ou pessoais, ainda assim, não é esperado que ele saiba os fundamentos e motivos pelos quais os levam a resolver de certa forma. Nesse sentido, ele poderá afirmar se está ou não correto, bem como alcançar a resposta correta, mas não poderá explicitar os motivos de tais procedimentos serem da forma que são. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008)

Dado o nome da categoria ser “Conhecimento Comum do Conteúdo”, é necessário atentar-se ao termo “comum”, que pode ser entendido, segundo dicionário Michaelis (2018), como aquilo “Que apresenta características compartilhadas pela maioria; habitual”. Dada essa possível interpretação sobre o termo, Ball, Thames e Phelps (2008) definem que “Por ‘comum’, no entanto, não pretendemos sugerir que todos tenham esse conhecimento<sup>22</sup>” (p. 399, tradução nossa).

---

<sup>20</sup> Knowledge of Content and Teaching.

<sup>21</sup> [...] define it as the mathematical knowledge and skill used in settings other than teaching

<sup>22</sup> By “common,” however, we do not mean to suggest that everyone has this knowledge.

Esclarece ainda que “Em vez disso, queremos indicar que esse é um tipo de conhecimento usado em uma ampla variedade de cenários - em outras palavras, não exclusivo do ensino<sup>23</sup>” (p. 399, tradução nossa). Portanto, o significado de comum para os autores, não quer dizer necessariamente comum a todos, uma vez que não é esperado que todos saibam realizar procedimentos matemáticos.

O segundo subdomínio denominado *Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)*, tem como enfoque o “[...] o conhecimento e a habilidade matemática exclusivos do ensino<sup>24</sup>” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa). Como dito anteriormente, não é esperado que indivíduos - que não os professores de matemática - tenham conhecimento sobre, por exemplo, as justificativas de procedimentos matemáticos que realizam. Em contrapartida, podemos encontrar neste subdomínio, o conhecimento matemático que os professores possuem a respeito das justificativas citadas anteriormente e, para além disso, reconhecer a origem de erros, acertos e dificuldades presentes nas resoluções dos estudantes.

Para exemplificar, os autores afirmam que

Ao procurar padrões nos erros dos alunos ou ao avaliar se uma abordagem fora do padrão funcionaria em geral, [...] os professores têm que fazer um tipo de trabalho matemático que os outros não fazem. Este trabalho envolve um tipo incomum de descompactação de matemática que não é necessário - ou mesmo desejável - em outros contextos além do ensino<sup>25</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa)

Então, a ideia de que “Ensinar requer conhecimento além do que é ensinado aos alunos<sup>26</sup>” (p. 400, tradução nossa) é destacada pelos autores visto que é necessário que o professor tenha um conhecimento além das definições, fórmulas, regras e procedimentos matemáticos.

Utilizando como exemplo um vendedor, que utiliza matemática para verificar a porcentagem de lucro, descontos e preços dos produtos, ele não precisará explicar o porquê quando multiplicado um valor por 0,09, resultará em 9% desse valor, ou quando multiplicar por 1,05 obtém o valor com um acréscimo de 5%. Este

---

<sup>23</sup> Rather, we mean to indicate that this is knowledge of a kind used in a wide variety of settings—in other words, not unique to teaching.

<sup>24</sup> the mathematical knowledge and skill unique to teaching.

<sup>25</sup> In looking for patterns in student errors or in sizing up whether a nonstandard approach would work in general, [...] teachers have to do a kind of mathematical work that others do not. This work involves an uncanny kind of unpacking of mathematics that is not needed— or even desirable—in settings other than teaching.

<sup>26</sup> Teaching requires knowledge beyond that being taught to students.

trabalho de explicar a justificativa, entre outros, constitui um dos papéis do professor de Matemática.

O terceiro subdomínio, denominado *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)*, constitui o “[...] conhecimento que combina conhecimento sobre os alunos e conhecimento sobre matemática<sup>27</sup>” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa). Nesse subdomínio, são combinados o conhecimento do professor referente aos conteúdos da Matemática e o conhecimento que os alunos possuem, bem como as dificuldades que serão encontradas pelos alunos no momento da aula, e como o professor deve prosseguir a partir das possíveis dificuldades que surgirão por parte dos estudantes. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008)

Os professores também devem “antecipar o que os alunos provavelmente pensarão e o que eles acharão confuso<sup>28</sup>” (Ball; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa), compondo mais uma característica do subdomínio que vai além de conseguir solucionar as dúvidas no momento presente da aula, mas conhecer as possíveis dúvidas antes mesmo do momento de ela acontecer. Nesse sentido:

Ao escolher um exemplo, os professores precisam prever o que os alunos acharão interessante e motivador. Ao atribuir uma tarefa, os professores precisam antecipar o que os alunos provavelmente farão com ela e se acharão fácil ou difícil<sup>29</sup>. (p. 401, tradução nossa).

Considerando essas características anteriores, a interação com os alunos faz-se cada vez mais necessária, posto que através dela é possível reconhecer as dificuldades e dúvidas dos alunos, estabelecer uma relação próxima que os deixem livres para direcionarem-se para o professor, de modo que seja possível uma “[...] interação entre compreensão matemática específica e familiaridade com os alunos e seu pensamento matemático<sup>30</sup>. (p. 401, tradução nossa)”. Portanto, os autores evidenciam que “, o conhecimento do conteúdo e dos estudantes é um amálgama, envolvendo uma ideia ou um procedimento matemático

---

<sup>27</sup> [...] knowledge that combines knowing about students and knowing about mathematics.

<sup>28</sup> anticipate what students are likely to think and what they will find confusing.

<sup>29</sup> When choosing an example, teachers need to predict what students will find interesting and motivating. When assigning a task, teachers need to anticipate what students are likely to do with it and whether they will find it easy or hard.

<sup>30</sup> [...] interaction between specific mathematical understanding and familiarity with students and their mathematical thinking.

específico e a familiaridade com o que os alunos geralmente pensam ou fazem<sup>31</sup>." (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

O quarto subdomínio é denominado *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)*, que se diferencia em relação aos subdomínios descritos anteriormente, pois se trata de combinar os conhecimentos que envolvem o ensino da matemática e os aspectos da própria matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Este subdomínio inclui os conhecimentos do professor quanto aos conteúdos, ou seja, sobre frações, equações, funções, teoria dos conjuntos, entre outros, juntamente com os conhecimentos do aspecto metodológico— constituindo as possibilidades de como ensinar tais conteúdos, por exemplo, por meio da Resolução de Problemas, Investigação Matemática, Modelagem Matemática, entre outras. Não é eficaz que um sobressaia em relação ao outro, uma vez que estes dois pontos são necessários para compor esta categoria. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008)

Além disso, o professor também deve, durante uma discussão em sala de aula,

[...] decidir quando fazer uma pausa para obter mais esclarecimentos, quando usar um comentário de um aluno para fazer uma observação matemática e quando fazer uma nova pergunta ou propor uma nova tarefa para favorecer o aprendizado dos alunos<sup>32</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa)

Portanto,

[...] conhecimento do conteúdo e do ensino é um amálgama, envolvendo uma ideia ou um procedimento matemático específico e uma familiaridade com princípios pedagógicos para ensinar esse conteúdo específico<sup>33</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403, tradução nossa)

Os subdomínios apresentados anteriormente não são disjuntos, ou seja, pode ocorrer de a ação do professor se adequar a mais de um desses subdomínios. Por exemplo, a partir do processo de adicionar frações, identificar se o resultado é correto ou incorreto corresponde ao Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK); ter conhecimento sobre como funciona a adição e levantar questões a respeito do porquê o algoritmo funciona daquela maneira, ao Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); antecipar dificuldades dos estudantes quanto a

<sup>31</sup> [...] knowledge of students and content is an amalgam, involving a particular mathematical idea or procedure and familiarity with what students often think or do.

<sup>32</sup> [...] decide when to pause for more clarification, when to use a student's remark to make a mathematical point, and when to ask a new question or pose a new task to further students' learning.

<sup>33</sup> [...] knowledge of teaching and content is an amalgam, involving a particular mathematical idea or procedure and familiarity with pedagogical principles for teaching that particular content.



qual tipo de fração apresentarão mais dúvidas, ao Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) e, por fim, decidir o que fazer com as dificuldades apresentadas, selecionando o método adequado de ensino para esse conceito, corresponde ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Além dos quatro subdomínios expressos anteriormente, Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam mais dois subdomínios, sendo eles, o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK)<sup>34</sup> e o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC)<sup>35</sup>.

Os autores explicam que o HCK foi incluído provisoriamente dentro do domínio conhecimento do conteúdo, e definem esse conhecimento como “[...] uma consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da extensão da matemática incluída no currículo<sup>36</sup>.” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403). Os professores de Matemática têm esse conhecimento, por exemplo, quando conseguem estabelecer relações entre o conteúdo que está ensinando e os conteúdos que ensinará posteriormente.

Ball e colaboradores (2008) salientam que “ter esse tipo de conhecimento do horizonte matemático pode ajudar a tomar decisões sobre como, por exemplo, falar sobre a reta numérica<sup>37</sup>.” (p. 403). Portanto, o professor pode estabelecer conexões entre os conteúdos que pretende ensinar, ou até mesmo preparar seus estudantes para os níveis escolares posteriores. Esse tipo de conhecimento é o HCK.

O Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC) foi posicionado, provisoriamente, dentro do domínio conhecimento pedagógico do conteúdo. Ball e seus colaboradores (2008) explicam que este subdomínio foi baseado na terceira categoria proposta por Shulman (1986), em que ele salienta: “eu esperaria que um professor profissional estivesse familiarizado com os materiais curriculares estudados por seus alunos em outras disciplinas que estão estudando ao mesmo tempo<sup>38</sup>” (p. 10). Com isso, Shulman (1986) define o conhecimento curricular como

Esse conhecimento curricular lateral (apropriado em particular ao trabalho dos professores do ensino fundamental e médio) está

<sup>34</sup> Do original: Horizon Content Knowledge.

<sup>35</sup> Do original: Knowledge of Content and Curriculum.

<sup>36</sup> an awareness of how mathematics topics are related over the span of mathematics included in the curriculum.

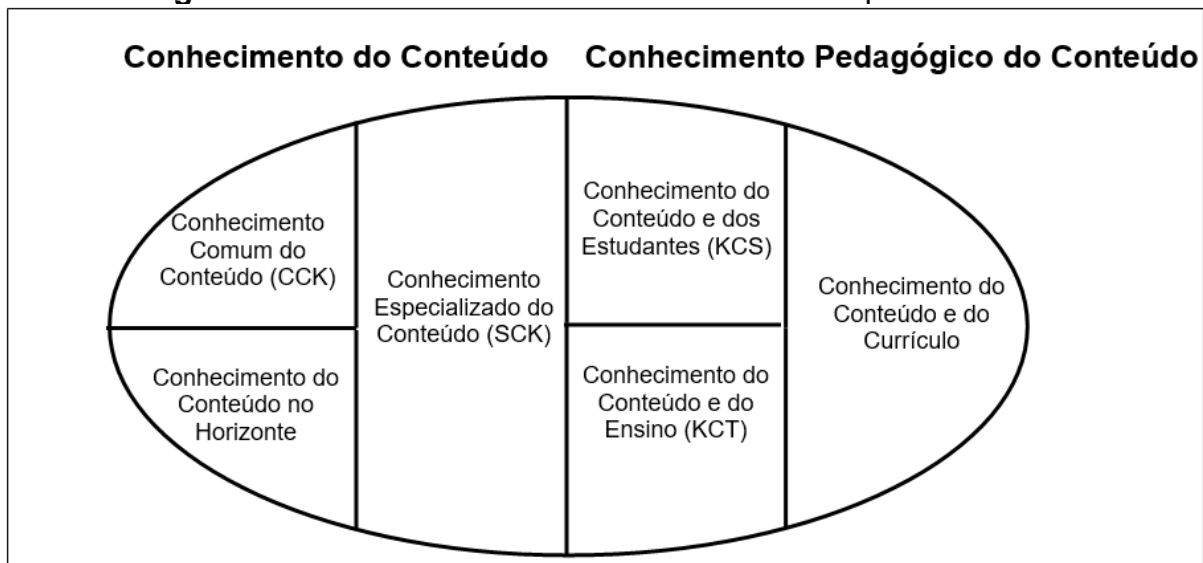
<sup>37</sup> Having this sort of knowledge of the mathematical horizon can help in making decisions about how, for example, to talk about the number line.

<sup>38</sup> I would expect a professional teacher to be familiar with the curriculum materials under study by his or her students in other subjects they are studying at the same time.

subjacente à capacidade do professor de relacionar o conteúdo de um determinado curso ou lição a tópicos ou questões discutidas simultaneamente em outras classes. O equivalente vertical desse conhecimento curricular é a familiaridade com os tópicos e questões que foram e serão ensinados na mesma área durante os anos anteriores e posteriores na escola e com os materiais que os incorporam<sup>39</sup>. (p.10)

Podemos visualizar os domínios e subdomínios, apresentados anteriormente, através da figura a seguir:

**Figura 1:** Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



**Fonte:** Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403, tradução nossa)

Apresentamos até o momento a teoria de conhecimento proposta por Ball e seus colaboradores no ano de 2008. A seguir, destacaremos algumas pesquisas brasileiras que utilizaram o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) como fundamentação teórica e também abordaram em suas pesquisas aspectos do planejamento de aulas. Com isso, os trabalhos apresentados são: Ribeiro e Oliveira (2015); Lauteschlager e Ribeiro (2017); Marins (2019). Para isso, descreveremos brevemente o objetivo, contexto, os participantes e os resultados que se referem ao planejamento de aulas obtidos nessas pesquisas.

O trabalho de Ribeiro e Oliveira (2015) intitulado “Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações”, teve como objetivo “investigar e mapear quais os conhecimentos matemáticos que os

<sup>39</sup> This lateral curriculum knowledge (appropriate in particular to the work of junior and senior high school teachers) underlies the teacher's ability to relate the content of a given course or lesson to topics or issues being discussed simultaneously in other classes. The vertical equivalent of that curriculum knowledge is familiarity with the topics and issues that have been and will be taught in the same subject area during the preceding and later years in school, and the materials that embody them.

professores e futuros professores mobilizam ao pensar e preparar uma aula sobre o conceito de equação para a Educação Básica” (p. 317). Para atingir este objetivo, os autores selecionaram seis professores que atuaram nos ensinos Fundamental e Médio, além de estarem inseridos no contexto de formação inicial ou continuada.

Como instrumentos para coleta de informações foram feitas entrevistas, questionários e dinâmicas de grupo. A coleta foi realizada em duas etapas. A primeira etapa, composta por um questionário, buscou “(i) identificar aspectos da formação acadêmica e profissional dos professores participantes; (ii) identificar os possíveis tipos de *conhecimentos* [...] que os professores poderiam mobilizar.” (RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015, p. 317, grifo dos autores). Vale ressaltar que a expressão “tipos de conhecimentos” utilizada pelos autores refere-se aos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball e colaboradores (2008).

O questionário empregado na primeira etapa foi composto de 17 questões e foi dividido em 4 partes. A primeira parte do questionário continha questões a respeito da formação acadêmica e profissional. Já a segunda, buscou informações sobre o conhecimento dos participantes a respeito de documentos curriculares oficiais. A terceira parte do questionário continha informações que buscavam compreender como os professores preparavam suas aulas de equações na Educação Básica. Por fim, a quarta etapa do questionário era composta por 14 sentenças matemáticas, que os participantes da pesquisa deveriam classificar como sendo ou não equação.

A segunda etapa da coleta de dados considerou a observação participante, no momento em que os sujeitos da pesquisa, agrupados em duplas, elaboravam uma aula sobre equações. Os autores explicaram aos participantes como seria a dinâmica desta etapa e em seguida forneceram aos professores um roteiro de recomendações de uso opcional. O roteiro tinha por objetivo incentivar os professores participantes da pesquisa a discutirem, na preparação de suas aulas, aspectos sobre o conhecimento do conteúdo na perspectiva de Ball e colaboradores (2008). Ribeiro e Oliveira (2015) expressam que a segunda etapa foi necessária para a coleta de informações, pois observaram que na primeira etapa os participantes da pesquisa sintetizaram suas respostas, sendo assim, dificultando o processo de identificação dos subdomínios do MKT.

A análise de dados ocorreu considerando dois dos seis subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), sendo eles: o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Os autores justificam a escolha dos subdomínios para análise, dizendo que “considerando as restrições de tempo e de espaço inerente a qualquer trabalho acadêmico, pretendemos discutir, neste artigo, alguns resultados da pesquisa de mestrado de Oliveira (2014).” (RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015, p. 313). Além disso, relataram que nas duas etapas de coleta de dados foram produzidos mais dados referentes aos dois subdomínios.

Na análise das duas etapas anteriormente descritas, considerando os subdomínios KCS e KCT, os autores apresentam que foi possível identificar aspectos de ambos os subdomínios. Quanto ao subdomínio “Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes” (KCS), os autores explicam que, na elaboração de aulas sobre o conceito de equação, foi possível identificar aspectos desse subdomínio, pelo

[...] fato de os professores reconhecerem que os alunos têm dificuldades para caracterizar uma equação, para reconhecer diferentes significados do símbolo “=”, além de realizarem operações inversas a fim de isolar a incógnita quando estão resolvendo uma equação. Além disso, ainda na mesma tipologia de conhecimento, identificamos situações nas quais os professores afirmaram utilizar diferentes contextos – muito semelhantes àqueles vivenciados por seus estudantes – quando estão propondo situações-problemas com a finalidade de mostrar o significado das equações ou a aplicação/utilização das mesmas em contextos cotidianos. (RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015, p. 325)

Quanto ao segundo subdomínio “Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)”, Ribeiro e Oliveira (2015) relatam que foi possível

[...] constatar evidências de que os professores utilizam analogias com uma balança e seu equilíbrio em relação aos conteúdos de equação e à caracterização ou ao significado da igualdade, bem como se valem de artigos científicos para preparar tarefas lúdicas e para escolher uma estratégia pedagógica associada a um conteúdo matemático. Além disso, alguns docentes afirmaram utilizar, em sala de aula, uma abordagem etimológica para discutir os múltiplos sentidos e significados dos conceitos e palavras como, por exemplo, “equação” e “igualdade”. (p. 325)

Os autores concluem explicitando a importância de desenvolver pesquisas referentes aos diferentes subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008), que são mobilizados pelos

professores ao elaborarem ou trabalharem com diferentes conceitos Matemáticos na Educação Básica e Superior.

O trabalho de Lauteschlager e Ribeiro (2017), intitulado “Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios”, teve como objetivo “investigar o conhecimento matemático de professores para o ensino de polinômios na Educação Básica” (p. 237).

O contexto de pesquisa foi um processo de formação continuada de professores de Matemática. Este processo foi conduzido pelos integrantes do projeto Observatório da Educação (OBEDUC). Como *corpus* da pesquisa, os autores consideraram as informações produzidas por dez professores formados em licenciatura em Matemática que atuavam ou atuaram nos ensinos Fundamental e/ou Médio. A formação direcionada a estes dez professores contou com oito encontros, contemplando o conteúdo matemático “polinômios” e questões pedagógicas, como dificuldade dos alunos no estudo de Álgebra e tendências em Educação Matemática.

Para a coleta de informações, os autores solicitaram aos professores participantes da pesquisa que construíssem uma sequência didática<sup>40</sup> para ensinar polinômios a um grupo de alunos da Educação Básica. Para auxiliar os participantes na elaboração da sequência didática, os autores disponibilizaram um roteiro composto por onze questões. Vale ressaltar que dez das onze questões estavam relacionadas com algum subdomínio da teoria de Ball, Thames e Phelps (2008), sendo duas questões relacionadas ao CCK, uma ao HCK (e que também tinha relação com o CCK), três ao KCS, e cinco ao KCT.

O intuito era que este roteiro possibilitasse

[...] observar se e como as discussões acerca do ensino de Álgebra e, em específico, do ensino de polinômios, desenvolvidas no processo de formação continuada, oportunizariam aos professores participantes (re)construir seus conhecimentos matemáticos para o ensino. (LAUTESCHLAGER; RIBEIRO, 2017, p. 249)

Com as análises das informações presentes na sequência didática produzida pelos participantes da pesquisa, Lauteschlager e Ribeiro (2017) expuseram que os professores possuíam “[...] um conhecimento matemático para o ensino de polinômios intimamente relacionados a aspectos procedimentais e, muitas

---

<sup>40</sup> Os autores explicam: “Utilizamos os termos ‘sequência didática’, ‘sequência de aulas’, ‘plano de aula’, ‘planos de ensino’ como sinônimos, pois, de fato, estamos interessados nas produções que os professores organizaram como sendo propostas de atividades matemáticas para serem desenvolvidas em sala de aula da Educação Básica.” (LAUTESCHLAGER; RIBEIRO, 2017, p. 247)

vezes, desprovido de significados.” (p. 259). Eles explicam que os aspectos procedimentais são importantes no processo de ensino, porém os procedimentos precisam ser justificados do ponto de vista matemático e didático.

Ainda referente a elaboração das sequências didáticas, os autores relataram que perceberam

[...] ali a concepção de aprendizagem como um processo que envolve meramente a atenção, a memorização, a fixação de conteúdos e o treino procedimental por meio de exercícios mecânicos e repetitivos. Há necessidade de mudar essa visão para uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento do conhecimento procedural e também o conceitual. (LAUTESCHLAGER; RIBEIRO, 2017, p. 260)

Como alternativa a este cenário, os autores indicam que os professores podem trabalhar o conteúdo “polinômios” em conjunto com outras áreas do conhecimento, além de trabalharem o conteúdo utilizando metodologias de ensino como a modelagem matemática. Lauteschlager e Ribeiro (2017) concluem relatando a “necessidade de serem investigados continuamente a formação do professor da Educação Básica, o desenvolvimento profissional para a docência e a formação matemática e pedagógica do professor” (p. 260).

Marins (2019) em sua tese de doutorado, intitulada “Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID<sup>41</sup> em práticas de ensino exploratório de matemática”, teve por objetivo “investigar *conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*” (MARINS, 2019, p. 56, grifo da autora).

A investigação ocorreu em dois processos formativos. Ambos processos foram constituídos “[...] com base em momentos relativos ao ciclo de trabalho do professor, especificamente, de planejamento, de ensino e de reflexão, realizados com licenciandos e professores [...]” (MARINS, 2019, p. 6). A autora explica que a intenção era de realizar apenas o primeiro processo, porém, a pedido dos participantes da investigação, ela decidiu dar continuidade a ação formativa, uma vez que era de interesse e necessidade dos sujeitos. A autora também explica que os dois processos formativos foram desenvolvidos em seis encontros presenciais cada um, além de momentos não presenciais destinados aos planejamentos de ensino e reflexões a respeito dos processos.

---

<sup>41</sup> Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.

Como instrumento de coleta de informações, para os dois processos formativos, a autora optou pelo diário de bordo, gravações em áudio e em vídeos – Estas últimas apenas para o primeiro processo formativo –, entrevistas semiestruturadas e registros dos participantes desenvolvidos durante os encontros.

No primeiro processo formativo, a autora convidou professores e futuros professores que integravam dois grupos do PIBID no segundo semestre de 2017, da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Os integrantes do PIBID que aceitaram participar desse primeiro processo foram: uma coordenadora do PIBID docente do curso de Licenciatura em Matemática da UVA, dezoito licenciandos bolsistas do PIBID e três professores supervisores do PIBID na Educação Básica que ministravam aulas no Ensino Médio. No entanto, para análise das informações desse processo formativo, a autora selecionou como participantes da pesquisa os três professores supervisores e apenas sete licenciandos, tendo em vista os critérios por ela estabelecidos. Os encontros deste primeiro processo formativo aconteceram na própria Universidade, com pelo menos dois encontros mensais.

Com relação aos resultados do primeiro processo formativo referentes ao momento de planejamento, entre outros aspectos, Marins (2019) conclui que

[...] as ações letivas realizadas nesse processo formativo contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de aspectos do MKT, como de: SCK ao manifestar a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático em questão, buscando diferentes procedimentos, representações e possíveis conexões com outros conceitos; e de KCS ao evidenciar de que é preciso considerar os alunos na construção do planejamento, seus conhecimentos prévios, suas dificuldades, interesses, entre outros. (p.133-134)

O segundo processo formativo foi desenvolvido em seis encontros, promovendo momentos de planejamento, de ensino e reflexão, assim como no primeiro processo. Os encontros aconteceram na Universidade e em uma escola pública do estado do Ceará. Essa escolha deu-se pelo fato de ser uma escola que os licenciandos tinham familiaridade, uma vez que participaram do PIBID nessa escola.

Para compor os integrantes do segundo processo formativo, a autora convidou todos os participantes do primeiro processo, porém, pela incompatibilidade de horários, a pesquisadora optou por um horário que visasse uma quantidade maior de participação por parte dos integrantes. Sendo assim, o segundo

processo formativo, teve a participação de sete licenciandos que haviam participado do primeiro processo e dois professores supervisores. Após os integrantes terem participado de todos os encontros pré-definidos, a pesquisadora solicitou que eles respondessem a uma entrevista semiestruturada com perguntas relacionadas ao desenvolvimento dessa formação.

No tocante ao momento de planejamento a autora relata que mediante as ações desenvolvidas foi possível identificar mobilização/desenvolvimento de três subdomínios do MKT, sendo eles: o Conhecimento Especializado do conteúdo (SCK), Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Ao comparar as análises realizadas em relação ao momento de planejamento do primeiro e segundo processos formativos, Marins (2019, p. 205) ainda destaca o seguinte:

[...] observamos que no primeiro os participantes não relataram sobre algumas ações letivas a serem detalhadas na construção do plano de aula, como: utilizar diferentes elementos didáticos que possam contribuir para o desenvolvimento da aula; manter um clima harmonioso durante a fase de discussão da tarefa; e sobre conectar as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas. Nesse sentido, podemos inferir que o segundo processo formativo possibilitou um maior entendimento sobre o desenvolvimento de possíveis práticas letivas a serem consideradas na construção do planejamento de uma aula a ser desenvolvida pela abordagem de ensino exploratório de matemática.

Marins (2019) explica que em ambos os processos formativos, o “[...] ensino exploratório de matemática, permitiu que esses participantes mobilizassem/desenvolvessem conhecimentos profissionais conforme o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) [...]” (p. 211). Com isso, assim como no ensino exploratório de matemática, consideramos que ações permeadas pela Resolução de Problemas podem evidenciar elementos do MKT, além de colaborar com a formação de professores de Matemática, e é isso que a nossa pesquisa pretende mostrar. Além disso, pesquisas têm evidenciado potencialidades da Resolução de Problemas em contextos de formação docente, sendo este um dos aspectos a serem desenvolvidos na seção subsequente.

## **1.2 Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: dinâmica e planejamento de uma aula e sua utilização na Formação de Professores**

Iniciaremos a seção apresentando a dinâmica da aula na perspectiva de ensinar *através* da Resolução de Problemas. Posteriormente serão



elencadas algumas características do planejamento de aulas nessa perspectiva. Por fim, exibiremos uma síntese de trabalhos, com característica de levantamento bibliográfico, desenvolvidos com a temática: “Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam Matemática”.

No Brasil, pesquisas a respeito dessa perspectiva de Resolução de Problemas vem sendo desenvolvidas principalmente pelo grupo de pesquisa<sup>42</sup> coordenado pela Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic. A partir disso, artigos, dissertações e teses foram elaborados tendo como foco o ensino através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

A autora caracteriza o ensino da Matemática através da Resolução de problemas se apoiando na crença

[...] de que a razão mais importante para esse tipo de ensino-aprendizagem é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro das atividades feitas em cada unidade temática (ONUCHIC, 1999) e de que o ensino pode ser feito por meio da resolução de problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 80)

Nessa perspectiva, o ensino é desenvolvido por meio de problemas, mas o que as autoras consideram ser um problema? Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2011) esclarecem que “Para nós é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.” (p. 81). Tendo como base o ensino através da resolução de problemas, as autoras explicam que não há uma forma rigorosa de se trabalhar com a resolução de problemas com os estudantes, porém

[...] visando a uma forma de ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas, em 1998, com a participação de 45 professores participantes de um Programa de Educação Continuada, foi criado um Roteiro de Atividades que permitia fazer uso dessa metodologia [...]. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82)

O Roteiro de Atividades elaborado por Onuchic e colaboradores, que consiste em uma possibilidade para a condução de aulas nessa perspectiva de Resolução de Problemas, é composto por nove etapas, sendo eles: (1) Preparação do problema, (2) Leitura individual, (3) Leitura em conjunto, (4) Resolução do problema, (5) Observar e incentivar, (6) Registro das resoluções na lousa, (7)

---

<sup>42</sup> O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) foi formado em 1992, porém seus integrantes já realizavam encontros semanalmente desde 1989. Esta e outras informações a respeito do GTERP, podem ser obtidas em: <https://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/>

Plenária, (8) Busca do consenso e (9) Formalização do conteúdo. A seguir, apresentaremos uma síntese a respeito de cada uma das etapas propostas.

A primeira etapa denominada *preparação do problema*, consiste em “Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83). As autoras ressaltam que nessa etapa o ideal é selecionar problemas que possibilitem a construção de um novo conceito, ou seja, que o conteúdo que se pretende abordar com o problema proposto não tenha sido trabalhado anteriormente em sala de aula.

Com o problema devidamente preparado, a próxima etapa é denominada *leitura individual*, e consiste em “Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.” (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 83). Nessa etapa, é importante que o professor permita que os estudantes compreendam o que é pretendido com o problema, porém é preciso se atentar ao tempo disposto para que seus estudantes não fiquem dispersos nesse momento. (VAN DE WALLE, 2009)

Com os estudantes tendo uma compreensão inicial do enunciado do problema, o professor pode iniciar a próxima etapa denominada como *leitura em conjunto*, que é composta por “Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83). Referente ao modo de agrupar os estudantes, Van de Walle (2009) explica que o professor deve formar grupos heterogêneos, ou seja,

Evite agrupar por habilidade! Tentar dividir uma turma em grupos de habilidade é ineficaz, pois todos os grupos ainda apresentarão diversidade. Além disso, é humilhante para aqueles que não estão nos grupos de maior habilidade. Os estudantes nos grupos com maior dificuldade não experimentarão o raciocínio nem a linguagem utilizados pelos grupos de maior habilidade e os mais habilidosos não ouvirão as normalmente não-convencionais, mas interessantes abordagens para as tarefas dos grupos com maior dificuldade. (VAN DE WALLE, 2009, p. 86)

Nesse momento de trabalho dos alunos nos grupos, é papel do professor percorrer os grupos e auxiliar os estudantes, caso necessário, quanto a possíveis dificuldades a respeito da leitura e interpretação do enunciado proposto. Se as dificuldades de interpretação do texto persistirem, o professor pode realizar a leitura do problema novamente. Porém, se ainda existirem dificuldades quanto a palavras desconhecidas no enunciado do problema, o professor pode buscar uma

forma de esclarecer tais expressões, podendo também solicitar aos estudantes que consultem um dicionário (ONUChIC; ALLEVATO, 2011).

Com os estudantes demonstrando que compreenderam o problema, inicia-se a próxima etapa, denominada *resolução do problema*, que consiste em “[...] os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da *matemática nova* que se quer abordar [...]” (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-84, grifo das autoras). Nessa etapa, as autoras explicam a relevância de se trabalhar com um problema gerador, que “[...] é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.” (p. 84).

No momento em que os estudantes estão resolvendo o problema outra etapa é iniciada, sendo ela *observar e incentivar*, etapa esta que merece atenção especial. Para Onuchic e Allevato (2011)

Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. (p. 84)

Para realizar esse incentivo, o professor pode auxiliar os estudantes de forma a estimulá-los a utilizarem seus conhecimentos prévios, técnicas de resoluções já conhecidas e a escolha de métodos diferentes a partir dos seus próprios conhecimentos. Vale salientar que o professor, na tentativa de auxiliar seus estudantes, não deve oferecer a resolução ou um caminho específico para a resolução do problema. Em vez disso, se necessário, o professor pode ajudar seus estudantes a resolverem problemas secundários, como “notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.” (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 84)

Ao término das etapas “*resolução do problema*” e “*observar e incentivar*”, o professor inicia a etapa *registro das resoluções na lousa*, na qual “Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.” (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 84)

Com as resoluções selecionadas expressas no quadro, o professor já pode iniciar a etapa *plenária*. Onuchic e Allevalo (2011) explicam que “Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.” (p. 84). Nesse momento, o professor tem o papel de mediador das discussões, buscando incentivar a participação de todos os estudantes. Esta etapa, segundo as autoras, é a mais proveitosa para a aprendizagem dos alunos.

O professor, no momento da etapa *plenária*, tem o objetivo de *busca do consenso*, compondo a próxima etapa da Resolução de Problemas. As autoras explicam que “Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84)

Por fim, após a busca do consenso, o professor inicia a *formalização do conteúdo* proposto. Este é o momento no qual o professor apresentará o conteúdo novo construído por meio da Resolução de Problemas. As autoras explicam que nessa etapa o professor

[...] registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84-85, grifo das autoras)

Portanto, esse é o momento no qual o professor apresentará o conteúdo proposto de maneira formal, dada a abordagem anteriormente descrita. As autoras salientam, ainda, que

[...] nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85)

Para desenvolver uma aula seguindo essa metodologia, assim como em outra qualquer, o professor necessita fazer um planejamento. Segundo Van de Walle (2009), o planejamento de uma aula nessa perspectiva de Resolução de

Problemas, pode envolver aspectos como “[...] ao selecionar uma tarefa, é importante pensar sobre como provavelmente todos os alunos na turma a abordarão.” (p. 85). No momento de seleção da tarefa – referente a etapa preparação do problema apresentada no início desta seção – Van de Walle (2009) explica que é importante incluir “[...] algo novo ou pelo menos ligeiramente pouco conhecido de seus alunos. Ao mesmo tempo, certifique-se de que seus objetivos não estejam fora do alcance deles.” (p. 82)

Ainda referente a seleção da tarefa, o autor sugere aos professores que “**Planeje tarefas diferenciadas**. A ideia aqui é planejar uma tarefa com múltiplas versões; algumas menos difíceis, outras mais.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 85, grifo do autor). Outros autores também tem dado atenção para o planejamento de tarefas diferenciadas, Lester (2013), por exemplo chama essa ação de “O princípio da variedade de tarefas<sup>43</sup>” e reforça dizendo que “Os alunos só melhorarão como solucionadores de problemas se tiverem a oportunidade de resolver uma variedade de tipos de tarefas problemáticas [...]”<sup>44</sup> (p. 272).

Na etapa de planejamento, é importante também refletir a respeito do conhecimento prévio dos estudantes, para que desse modo seja possível antecipar possíveis dúvidas e dificuldades, assim como explica Van de Walle (2009):

**Antecipe o que vai acontecer.** Você levantou hipóteses sobre o que seus alunos sabem. Agora use essa informação e pense em todas as coisas que provavelmente eles farão com essa tarefa. Se você se pegar dizendo, “Bem, eu espero que eles...”, então pare. Antecipe, não espere! (p. 83, grifo do autor)

Nesta perspectiva, o autor esclarece que para antecipar as possíveis dificuldades dos estudantes, o professor precisa rever suas predições refletindo a respeito de

Que dicas ou orientações você pode planejar com antecedência para ajudar os que ficarem “bloqueados” ou precisarem de acomodações? Há grupos particulares ou alunos em especial que você deseja observar ou avaliar nessa lição? Faça anotações para fazer isso. Pense em extensões ou desafios que você possa propor aos que terminam a tarefa primeiro. (VAN DE WALLE, 2009, p. 83)

O autor explica que o professor precisa pensar em como proceder em cada um dos momentos antes de iniciar a aula, isto é, no momento de

---

<sup>43</sup> The task variety principle.

<sup>44</sup> Students will improve as problem solvers only if they are given opportunities to solve a variety of types of problematic tasks [...].

planejamento. Considerando as nove etapas da Resolução de Problemas descrita no início da seção, podemos relacionar com a etapa *plenária*, o que o autor esclarece a seguir:

[...] Como começar a discussão? Uma opção é listar todas as respostas diferentes dos grupos ou indivíduos, sem comentários, e retornar aos alunos ou grupos para que expliquem suas soluções e justifiquem suas respostas. Você também pode começar com explicações completas de cada grupo ou indivíduo antes de obter todas as respostas. Se você aceitar relatórios orais, pense sobre como registrar no quadro o que está sendo dito. (VAN DE WALLE, 2009, p. 84)

Por isso, o modo de mediar as discussões deve ser pensado anteriormente ao momento da aula. Ainda referente a *plenária*, é importante planejar o tempo que será disposto para a discussão e *busca do consenso*, assim como sugere Van de Walle (2009): “Planeje uma quantidade de tempo adequada para sua discussão. Cinco minutos quase nunca é suficiente. Reserve no mínimo 20 minutos para os problemas mais ricos. Uma boa média é de 15 a 20 minutos.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 84).

Além disso, consideramos importante já no planejamento, o professor

[...] destacar como alguma resolução pode oportunizar a formalização de conceitos ou procedimentos matemáticos, afinal, a matemática que o professor gostaria que seus alunos aprendessem é o aspecto central a ser levado em conta na seleção do problema. (TEIXEIRA, SANTOS, 2017, p. 55)

Considerando a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da Matemática, além de destacar aspectos da dinâmica e do planejamento de uma aula, diversos estudos têm sido desenvolvidos a respeito da temática Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam Matemática. Por isso, nesta seção, apresentaremos trabalhos que são compostos por levantamentos bibliográficos que tratam a respeito dessa temática, a fim de apresentar uma síntese desses estudos. Os trabalhos selecionados, com base no critério supracitado, foram de Teixeira e Santos (2016) e Justulin e Noguti (2017), que serão apresentados a seguir.

No trabalho intitulado “A Resolução de Problemas na Formação Docente em Matemática: o que tem sido investigado a respeito?” dos autores Teixeira e Santos (2016) foi realizado um levantamento bibliográfico de teses e dissertações que tinham como enfoque investigar a respeito da Resolução de

Problemas, como metodologia<sup>45</sup> de ensino, no contexto de formação dos professores que ensinam Matemática, visando “obter indícios do que tem sido o foco desses trabalhos” (TEIXEIRA; SANTOS, 2016, p. 2)

Para compor a busca, os autores realizaram um levantamento no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Para isso, Teixeira e Santos (2016) utilizaram a expressão: “Resolução de Problemas na formação de professores de Matemática”. Feito isso, a busca resultou em 114 trabalhos, e os autores utilizaram como critério de seleção, mediante a leitura dos resumos, aqueles em que o(s) objetivo(s) ou questão(ões) de investigação estivessem relacionados com a Resolução de Problemas na formação de Professores de Matemática, o que possibilitou a seleção de 7 trabalhos.

Além disso, os autores buscaram informações a partir das dissertações e teses produzidas por integrantes do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), que “tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores.<sup>46</sup>” Esse movimento resultou em mais 6 trabalhos. Portanto, obtiveram um total de 13 trabalhos<sup>47</sup>, sendo 3 deles com foco na formação de professores polivalentes; 1 referindo-se à formação inicial e 2 à formação continuada. Dos 10 trabalhos restantes, 8 eram referentes à formação inicial, 1 de formação continuada e 1 sobre formação inicial e continuada.

As análises dos trabalhos foram construídas através dos objetivo(s) ou questão(ões) de investigação. Essas análises, em torno do objetivo ou questões de investigação, possibilitaram identificar temáticas envolvendo a Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam Matemática:

- Possibilidades/propostas de inserção da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática ou em ações de formação continuada de professores que ensinam Matemática.
- Aprendizagens, saberes ou conhecimentos profissionais docentes.

<sup>45</sup> Os autores explicam que optaram por utilizar este termo, pois tem aparecido com frequência na literatura para designar a concepção de ensinar através da Resolução de Problemas.

<sup>46</sup> Texto disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=quem-somos>. Acesso em: 18/03/2015.

<sup>47</sup> Sendo os trabalhos: Dutra (2011), Cavalcante (2011), Oliveira (2012), Proença (2012), Costa (2012), Rodrigues (2006), Moço (2013), Azevedo (1998), Boero (1999), Nunes (2010), Azevedo (2014), Huanca (2014) e Justulin (2014).

- Desafios, dilemas ou limites evidenciados em ações formativas tendo como foco a Resolução de Problemas.
- Formação para a utilização, ou análise da possibilidade de utilização, da Resolução de Problemas para ensinar Matemática.
- Compreensões a respeito da Resolução de Problemas ou crenças manifestadas no trabalho com a Resolução de Problemas. (TEIXEIRA; SANTOS, 2016, p. 13 – 14)

No trabalho intitulado “Formação de Professores e Resolução de Problemas: um Estudo a partir de Teses e Dissertações Brasileiras”, elaborado por Andresa Maria Justulin e Fabiane Cristina Höpner Noguti (2017), teve-se como objetivo

[...] mapear trabalhos acadêmicos que se localizam na intersecção entre os cenários – Formação de Professores e Resolução de Problemas – buscando compreender a Formação de Professores no que tange à utilização da Resolução de Problemas. (JUSTULIN; NOGUTI, 2017, p. 48).

O levantamento foi realizado na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) por meio das palavras-chave “Resolução de Problemas”, “Formação de Professores” e “Matemática”. Essa escolha se deu, segundo as autoras, “[...] pela possibilidade de realizar uma busca avançada pelas palavras-chave e, também, pelo fato desta biblioteca disponibilizar teses desde 2002 pela internet” (JUSTULIN; NOGUTI, 2017, p. 26).

Com base na pesquisa realizada foram obtidos 96 trabalhos, sendo 77 dissertações e 19 teses. Após a leitura dos títulos, das palavras-chave, dos resumos e referenciais teóricos, foram selecionados 11 dissertações e 6 teses<sup>48</sup> que tinham relação com o objetivo no cenário da Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam matemática. As análises dos trabalhos selecionados foram pautadas em quatro eixos:

- i. Problemas e/ou objetivos de pesquisa;
- ii. A fundamentação teórica em Resolução de Problemas e em Formação de Professores utilizada;
- iii. A forma de trabalhar Resolução de Problemas na formação de professores;
- iv. O foco da formação de professores: Inicial e/ou continuada. (JUSTULIN; NOGUTI, 2017, p. 27)

---

<sup>48</sup> Os trabalhos analisados foram: Rodrigues (2006), Justo (2009), Camargo (2010), Nunes (2010), Dutra (2011), Cavalcante (2011), Proença (2012), Oliveira (2012), König (2013), Moço (2013), Meneses (2014), Justulin (2014), Azevedo (2014), Huanca (2014), Fonceca (2014), Cordeiro (2015) e Miranda (2015).



Apresentaremos os resultados referentes aos itens i) e iii), com intuito de mostrar aspectos que têm sido investigados nesses levantamentos e seus resultados obtidos. Quanto ao item i) “*Problemas e/ou objetivos de pesquisa*”, apontaremos os eixos norteadores elaborados pelas autoras, sendo eles “(1) Compreensão dos professores sobre a Resolução de Problemas como estratégia metodológica”; “(2) Possibilidades do uso da Resolução de Problemas na Formação de Professores”; “(3) Contribuições da Resolução de Problemas na Formação de Professores”; “(4) Saberes docentes e Resolução de Problemas”; “(5) Recursos tecnológicos para trabalhar Resolução de Problemas na Formação de Professores”; “(6) Espaços de HTPC<sup>49</sup> na Formação de Professores por meio da Resolução de Problemas”; “(7) Influências de cursos/programas com ênfase na Resolução de Problemas na Formação de Professores”.

Quanto ao item iii) “*A forma de trabalhar Resolução de Problemas na formação de professores*”, as autoras apresentam como resultado, que a maioria dos trabalhos utilizou a Resolução de Problemas como disciplina, poucos trabalhos utilizaram a Resolução de Problemas em estudo teórico ou no contexto de Minicurso e acompanhamento, e aproximadamente metade dos trabalhos analisados utilizaram a Resolução de Problemas em contextos de oficinas, grupos de estudos (na universidade), grupos de estudos (em HTPC), encontros de formação da HTPC ou em encontros de formação da universidade. (JUSTULIN; NOGUTI, 2017)

Assim, por meio da análise das dissertações e teses, as autoras encontraram como resultado em relação a forma que a Resolução de Problemas tem sido trabalhada na formação de professores, cinco cenários principais, sendo eles: “disciplinas, cursos ou encontros de formação, oficinas e grupos de estudo.” (JUSTULIN; NOGUTI, 2017, p. 49). O cenário mais comum encontrado nos trabalhos foi a Resolução de Problemas como disciplina. Isso mostra, segundo as autoras, que existe “[...] uma lacuna, principalmente dos Cursos de Formação Inicial de professores, que deveriam trabalhar a Resolução de Problemas de modo integrador.” (JUSTULIN; NOGUTI, 2017, p. 49)

Portanto, os estudos apresentados nessa seção evidenciaram a existência de potencialidades da metodologia de ensino “Resolução de Problemas” quando atrelada à formação de professores. Apesar das potencialidades indicadas

---

<sup>49</sup> Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo.

nos trabalhos e a importância do planejamento de aula destacada na Introdução dessa dissertação, é possível notar que nenhum dos trabalhos que permearam esta temática teve como foco principal a análise do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas como proposto na presente pesquisa, cujos aspectos metodológicos são apresentados no próximo capítulo.

## 2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O estudo aqui apresentado tem por objetivo geral investigar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado em um planejamento de aulas realizado por futuros professores de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas.

O atual capítulo apresenta a opção metodológica assumida e sua justificativa; contexto em que a pesquisa foi desenvolvida; descrição dos participantes envolvidos; os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos selecionados para a análise das informações obtidas.

### 2.1 Opção metodológica

O presente trabalho constituir-se-á de uma pesquisa qualitativa com a finalidade de atender o objetivo anteriormente mencionado. Bogdan e Biklen (1994), afirmam que a pesquisa qualitativa possui interação com o ambiente natural em que os participantes de pesquisa estão inseridos. Nessa abordagem “Os dados recolhidos são designados por *qualitativos*, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16, grifo dos autores). A nossa pesquisa pode ser considerada qualitativa, pois apresenta características<sup>50</sup> indicadas por Bogdan e Biklen (1994) na definição de investigação qualitativa. Tais características serão discutidas na sequência, estabelecendo relações com o presente trabalho.

- As informações obtidas são descritivas, uma vez que tais informações são constituídas por diários reflexivos e planos de aulas elaborados pelos participantes de pesquisa, além do diário de campo produzido pelo pesquisador. Essas informações foram

---

<sup>50</sup> Os autores definem a investigação qualitativa através de cinco características, porém existe a ressalva: “Nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiam estas características com igual eloquência. Alguns deles são inclusivamente, totalmente desprovidos de uma ou mais características.”. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47). Com isso, podemos concluir que em uma pesquisa qualitativa não existe a obrigatoriedade de evidenciar estas cinco características para considerá-la de cunho qualitativo. Em nossa pesquisa, por exemplo, em função das ferramentas empregadas para coleta de informações e até mesmo de acordo com nosso objetivo e os movimentos que desenvolvemos para alcançá-lo, destacamos quatro das cinco características proposta pelos autores e, portanto, consideramos esta pesquisa como qualitativa.

mantidas na forma como foram registradas, mostrando-se assim, predominantemente descritivas.

- O investigador tem maior interesse no processo do que no resultado ou produto. No processo de coleta de informações, além dos planos de aula elaborados pelos participantes da pesquisa foram utilizados diários reflexivos produzidos por eles e o diário de campo do pesquisador. Sendo assim, buscamos informações a respeito de como os estudantes encararam esse processo de planejamento. Portanto, fica evidente a preocupação com o processo para além do resultado final.
- O investigador realiza a análise dos dados de forma indutiva. Em nossa análise, iniciamos com os dados de forma genérica e conforme o desenvolvimento da pesquisa, fomos filtrando as informações de forma específica para buscar entender os aspectos que foram propostos com a pesquisa.
- O investigador tem a intenção de conhecer e destacar os significados que os sujeitos de pesquisa atribuem a esse processo formativo no qual estão inseridos. Nessa pesquisa, a análise dos dados ocorre partindo de diários reflexivos e planos de aulas, ambos elaborados pelos participantes da pesquisa, o que possibilita uma compreensão a respeito das experiências e do ponto de vista dos futuros professores.

## **2.2 O contexto da pesquisa**

A pesquisa foi desenvolvida na Universidade Estadual de Londrina (UEL), no contexto do Estágio Curricular Obrigatório<sup>51</sup> realizado no 3º ano do curso de licenciatura em Matemática do ano de 2019, em que os participantes de pesquisa planejaram aulas na perspectiva da Resolução de Problemas para realizarem regências no Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Londrina.

---

<sup>51</sup> Os Estágios Curriculares Obrigatórios do curso são realizados no 3º e no 4º ano do curso, e constituem parte, respectivamente, das disciplinas de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado (em que as ações são voltadas para o trabalho nos anos finais do Ensino Fundamental) e Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado (em que as ações são voltadas para o trabalho no Ensino Médio).

Segundo o Regulamento de Estágio Curricular Obrigatório do Curso de Graduação em Matemática da Universidade Estadual de Londrina – Habilitação em Licenciatura- aprovado pela câmara de graduação em 2015:

O Estágio Curricular Obrigatório do Curso de Matemática é caracterizado como um conjunto de atividades de aprendizagem profissional e cultural proporcionado ao estudante pela participação em situações reais da vida e de seu meio, realizado sob responsabilidade e Coordenação do Colegiado do Curso de Matemática e Coordenação de Estágios do Curso de Matemática. (ART. 2º, p.2)

Tendo isso em vista, a Coordenação de Estágio do curso de Matemática - Habilitação em Licenciatura - elabora um Plano de Estágio no qual descreve as ações a serem desenvolvidas nesse contexto. As ações a serem cumpridas pelos futuros professores descritas no Plano de Estágio em 2019, foram:

- Estágio de Observação;
- Elaboração de Relatório de Estágio de Observação;
- Preparação de Oficinas para o Estágio de Regência;
- Estágio de Regência;
- Elaboração de Relatório de Estágio de Regência.

Nosso foco com esse trabalho se dá no que se refere ao tópico descrito como “Preparação de Oficinas para o Estágio de Regência”, pois é a respeito dessa ação que analisaremos as informações obtidas junto aos futuros professores. Entretanto, para situar o leitor realizaremos uma descrição das ações anteriormente citadas.

*Estágio de Observação.* Este é o primeiro contato dos estagiários com a realidade da sala de aula no contexto do Estágio Curricular Obrigatório, onde realizam observações de aulas de Matemática de professores que exercem a docência em escolas públicas estaduais. A observação é realizada individualmente pelos futuros professores que cumprem um total de oito aulas observadas, sendo 2 aulas no 6º ano, 2 aulas no 7º ano, 2 no 8º ano e 2 aulas no 9º ano. Geralmente, a sugestão do coordenador de Estágio é que realizem na escola em que será o Estágio de Regência para entrarem em contato com a rotina do campo de atuação na regência. Contudo, alguns estagiários optam por outras escolas, por exemplo, por serem próximas as suas residências ou por serem aquelas em que foram alunos na Educação Básica.

Feitas as oito observações, os estagiários devem entregar um *Relatório de Estágio de Observação*. Para a confecção deste relatório, a Coordenação de Estágio oferece uma ficha ao licenciando que deverá ser preenchida com informações das aulas observadas, tais como: descrição geral da escola a qual realizou as observações; explicar o motivo pelo qual o estagiário selecionou tal escola para estagiar; destacar pontos positivos e negativos das aulas observadas; apresentar ações a respeito dos pontos negativos de modo que esses aspectos deixassem de ser, do ponto de vista do estagiário, negativos; escrever sobre o que aprendeu a partir da experiência do Estágio, destacando a importância dessa ação para sua formação docente.

*Preparação de oficinas para o Estágio de regência.* Os estagiários, em duplas, sob a orientação de um docente do Departamento de Matemática preferencialmente da linha de pesquisa em Educação Matemática, elaboraram planos de aulas para a realização de duas oficinas temáticas, pois as regências desses futuros professores seriam em forma de oficinas sobre conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental sugeridos por professores das escolas. Além dos conteúdos, esses planos de oficina deveriam seguir uma das tendências em Educação Matemática, como a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a Modelagem Matemática e o Ensino Exploratório.

Os participantes dessa pesquisa contaram com a colaboração do professor orientador dessa pesquisa, e ficaram responsáveis por abordarem os conteúdos Regra de Três Composta e Frações Algébricas e utilizaram para isso, o ensino através da Resolução de Problemas. Cabe destacar que, apesar de os futuros professores terem planejado aulas referentes a esses dois conteúdos matemáticos, essa pesquisa foi desenvolvida apenas em torno do planejamento referente ao conteúdo Regra de Três Composta por ter sido o primeiro planejamento realizado por eles na perspectiva da Resolução de Problemas e, com isso, gostaríamos de analisar conhecimentos mobilizados já nessa primeira experiência de planejamento.

A escolha da metodologia de ensino partiu dos estagiários participantes da pesquisa no dia do primeiro encontro com o professor orientador. Nesse momento, o professor responsável iniciou a orientação questionando os futuros professores a respeito das suas impressões referentes às metodologias de ensino, na qual um dos estagiários expressou preferência pela Resolução de

Problemas. O orientador questionou quais eram seus conhecimentos a respeito da metodologia Resolução de Problemas, e os estagiários apresentaram ações referentes a esta metodologia, além de explicarem as três perspectivas conhecidas por eles, sendo elas: a perspectiva do ensinar *para* resolver problemas; *sobre* resolver problemas e ensinar *através* da Resolução de Problemas.

Portanto, os estagiários decidiram que na elaboração dos Planos de Aula utilizariam a Resolução de Problemas na perspectiva do ensinar *através*. Os estagiários relataram já terem estudado a respeito dessa metodologia de ensino na disciplina “Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado”, utilizando o texto “Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas” das autoras Onuchic e Allevato, publicado em 2011. Entretanto, eles afirmaram nunca terem planejado aulas<sup>52</sup> nessa perspectiva de ensino, e explicaram que suas aulas eram planejadas e ministradas de maneira expositiva e dialogada.

A seguir apresentaremos um recorte do Plano de Oficina elaborado pelos estagiários, no qual descrevem a Resolução de Problemas como metodologia de ensino assumida e como pretendiam desenvolver a aula a partir de tal perspectiva:

#### **Procedimentos de ensino**

Para a realização da oficina escolhemos trabalhar na perspectiva da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2011). Utilizaremos seis tarefas (problemas), cada um com seu objetivo específico explicitado [...] após seus enunciados. Esses problemas foram escolhidos por nós levando em conta o que Onuchic e Allevato (2011) dizem serem problemas apropriados ao conteúdo ou conceito que pretende construir.

Iremos, em cada uma das tarefas propostas entregar o enunciado em uma folha levada por nós, no entanto entregar um item por vez, assim os alunos receberão o item “b” após toda a resolução do item “a” (nas tarefas que possuírem mais de um item).

Pediremos aos alunos que ao receberem seus enunciados que leiam individualmente, logo após esta leitura solicitaremos uma leitura conjunta no

<sup>52</sup> Os participantes, no momento da pesquisa, já ministravam aulas, assim como indicado na seção *Os participantes da pesquisa*.

seu respectivo grupo, se necessário os estagiários poderão auxiliar neste momento da aula, lendo o enunciado. Aqui também é o momento de tirarmos dúvidas iniciais sobre o enunciado em relação a palavras desconhecidas que possam surgir.

Após esta fase, os alunos deverão buscar a resolução da tarefa junto com seus colegas de grupo, esta tarefa conduzirá os alunos para a construção do conteúdo. Também será neste momento que os estagiários irão caminhar pela sala observando e incentivando os alunos, para que possam resolver a tarefa proposta.

Assim que os alunos, em sua maioria, tiverem encontrado resposta(s) para a tarefa, será o momento em que pediremos para que um representante escreva na lousa sua resolução para que possa ser discutida com toda a turma, as resoluções podem estar corretas, parcialmente corretas ou incorretas.

Em seguida será realizada a plenária, onde todos os alunos estarão convidados a fim de discutir a resolução que estiver registrada na lousa, assim eles poderão defender seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas, também buscaremos neste momento um consenso sobre o resultado correto.

Por último existirá então a formalização do conteúdo, feita pelos estagiários, uma apresentação formal, organizada e sistematizada em linguagem matemática, padronizando conceitos acerca daquilo que se pretende trabalhar.

Vale ressaltar que todo este procedimento poderá ser feito em todos os itens de todas as tarefas, porém existirão itens e/ou tarefas que terão passos a menos por serem similares a anteriores, ou por não ser o momento de formalizar algum conteúdo.

**Fonte:** Plano de Aula elaborado pelos participantes da pesquisa (2019).

Ainda referente aos planos de oficina a serem elaborados pelos futuros professores, a Coordenação de Estágio explicita no Plano de Estágio um roteiro básico com alguns itens a serem contemplados: capa, sumário, ano da Educação Básica a que se destina, contrato pedagógico ou contrato didático, conteúdo abordado e sua justificativa, tendência metodológica e sua justificativa, objetivo geral da oficina, tarefas a serem desenvolvidas, proposta para a avaliação dos alunos e referências bibliográficas, além das normas de formatação para o plano de oficina em questão.



Referente ao tópico “tarefas a serem desenvolvidas”, a Coordenação de Estágio sugere alguns itens para sua elaboração nos planos de aula. Baseando-se nesses itens, os estagiários deveriam apresentar no Plano de Oficina: as tarefas que seriam trabalhadas com os estudantes da Educação Básica; objetivo específico de cada tarefa; possíveis resoluções; possíveis dúvidas de alunos da Educação Básica, bem como os encaminhamentos para tais dúvidas; descrição detalhada dos procedimentos de ensino que foram adotados no encaminhamento das tarefas de acordo com a metodologia de ensino escolhida e a proposta de sistematização dos conteúdos matemáticos que foram abordados.

Os estagiários tiveram o período de 09 de abril a 08 de junho do ano de 2019 para a elaboração do plano da primeira oficina, em que foi estipulado pela Coordenação de Estágio que os futuros professores deveriam ter, no mínimo, 6 horas de orientação e entregariam a versão final deste primeiro plano no dia 17 de junho. Em seguida, tiveram o período de 11 de junho à 03 de agosto de 2019, também com uma carga horária mínima de orientação de 6 horas para produzir o segundo plano de oficina a ser entregue a versão final no dia 20 de Agosto. Para a elaboração do primeiro Plano de Oficina com o tema Regra de Três Composta, os estagiários – participantes da pesquisa – contaram com sete orientações presenciais, com duração de uma hora cada uma, e duas delas não presenciais. Com o intuito de contextualizar essas orientações, a seguir apresentaremos uma síntese<sup>53</sup> do que foi desenvolvido em cada uma delas:

**1º Orientação:** A primeira orientação ocorreu no dia 17 de abril de 2019, e foi iniciada com alguns esclarecimentos a respeito dos encontros que seriam necessários para elaborar o Plano de Oficina, além de declarações dos estagiários sobre suas expectativas em relação ao período do Estágio Curricular Obrigatório. O primeiro encontro tinha como objetivo definir qual metodologia de ensino os estagiários gostariam de trabalhar, uma vez que o conteúdo que abordariam com esse plano já havia sido previamente definido, conforme destacado anteriormente.

Os licenciandos questionaram o tempo disposto para a elaboração do plano de aula, visto que quando inseridos na profissão docente não teriam todo

<sup>53</sup> A síntese foi elaborada pelo pesquisador e teve como base as descrições das orientações contidas em seu diário de campo.

esse tempo para elaborar suas aulas. Com isso, o professor orientador realizou alguns questionamentos nesse sentido, e após uma breve conversa, os estagiários concluíram que o tempo para a preparação de aulas advém da própria experiência, e que o planejamento de forma detalhada nesse momento fornecerá subsídios para planejamentos mais sucintos para suas aulas futuras.

Ao final do primeiro encontro o professor solicitou aos estagiários que se preparassem quanto ao que é necessário conter no Plano de Oficina, estudassem o conteúdo matemático do primeiro plano e, além disso, que preparassem uma apresentação a respeito do tema Regra de Três Composta para a próxima orientação presencial.

**2º Orientação:** O segundo encontro ocorreu no dia 23 de abril de 2019. Após uma breve conversa a respeito das atividades que foram solicitadas no primeiro encontro, a orientação foi iniciada com os estagiários realizando uma apresentação do conteúdo de Regra de Três Composta. Para iniciar, os estagiários buscaram contextualizar, utilizando um problema elaborado por eles, verbalmente, e posteriormente de forma expositiva e dialogada explicaram a diferença entre grandezas diretamente e inversamente proporcionais e resolveram o problema. Com a solução exposta no quadro, os estagiários confessaram que apesar de saberem como resolver o problema utilizando a Regra de Três Composta, ainda assim, afirmaram não saberem a justificativa para o procedimento de resolução.

Nesse momento, o professor orientador questionou a respeito das preocupações que surgiram no momento em que eles estudavam para essa aula, então os estagiários responderam que pensaram em ensinar a fazer e não o porquê fazer daquela maneira. Então o professor realizou um novo questionamento: “esse tipo de preparação é suficiente para uma aula?”. Diante disso os estagiários afirmaram que não, e que precisavam estudar mais, tanto o conteúdo, quanto a forma de abordá-lo. Ao final da orientação, o professor solicitou aos estagiários que voltassem a estudar o conteúdo em livros do 7º ano do Ensino Fundamental e o rerepresentassem no próximo encontro.

**3º Orientação:** A terceira orientação ocorreu no dia 30 de abril de 2019, e iniciou-se com um questionamento provindo do professor: “quais conhecimentos são necessários para ensinar o conteúdo Regra de Três Composta?”. A partir disso, um dos estagiários respondeu que observou uma

sequência presente em livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo ela Razão, Proporção, Números Proporcionais, Grandezas Proporcionais, Regra de Três Simples e Regra de Três Composta.

Feito isso, o estagiário foi ao quadro com o objetivo de apresentar uma justificativa para o procedimento de resolução da Regra de Três Composta. Então, foram descritas na lousa três grandezas e, em seguida, o estagiário procurou resolver a mesma questão da orientação passada sem utilizar esse procedimento convencional. Nesse momento, os conceitos de Razão e Proporção foram definidos, pois explicou que seria necessário esclarecer tais definições. Em seguida, resolveu o problema. Dessa maneira, foi possível concluir que, para resolver problemas dessa natureza, pode-se utilizar apenas os conceitos de Razão e Proporção ao invés da Regra de Três Simples ou Composta.

Em seguida, os estagiários definiram grandezas diretamente e inversamente proporcionais, porém manifestaram algumas dificuldades no sentido de apresentar uma justificativa para o procedimento de resolução da Regra de Três Composta. Com isso, o professor orientador sugeriu que o problema fosse reescrito no quadro, mas dessa vez, na resolução, eles deveriam utilizar letras para indicar as informações referentes às grandezas ao invés de números. Com o auxílio da sugestão do professor, os estagiários puderam então explicar o porquê o procedimento funciona, e a partir de então se mostraram satisfeitos com a construção da justificativa.

Ao final da orientação o professor orientador solicitou aos estagiários que lessem o roteiro básico para o planejamento da oficina fornecido pela Coordenação de Estágio, e além disso, que buscassem tarefas e trouxessem no próximo encontro os enunciados relacionados aos conceitos que seriam trabalhados. O professor também solicitou que eles desenvolvessem possíveis resoluções para as tarefas selecionadas.

**4º Orientação:** O encontro ocorreu no dia 08 de maio de 2019. A orientação começou com os estagiários realizando a leitura e apresentado as possíveis resoluções dos enunciados escolhidos. Os licenciandos selecionaram cinco enunciados, nos quais dois eram exatamente como encontraram em livros didáticos e três foram adaptados por eles. Após a apresentação, algumas adaptações e decisões se mostraram necessárias, por exemplo, a necessidade de

levar calculadora no dia da regência, devido aos valores presentes nos enunciados; se prepararem para possíveis dúvidas dos estudantes quanto ao conceito de velocidade média e máxima; possíveis dúvidas sobre transformações de unidades de medida, como transformar horas em minutos, além de também ser necessário considerar a troca de alguns itens dos enunciados tendo em vista a formalização do conteúdo que iriam desenvolver.

Os estagiários questionaram sobre a possibilidade de os estudantes da Educação Básica resolverem de uma forma que não foi prevista com as possíveis resoluções e como isso afetaria a formalização do conteúdo. Com isso, após um diálogo entre estagiários e o professor orientador, foi concluído que essas questões relacionadas à formalização ficariam evidentes na proposta de encaminhamento para a formalização do conteúdo, que seria um tópico presente no Plano de Oficina.

Para o próximo encontro, os estagiários ficaram responsáveis por criarem um arquivo do Plano de Oficina com os enunciados e as possíveis resoluções. Além disso, eles deveriam colocar nesse arquivo como partiriam das resoluções no encaminhamento para a formalização do conteúdo proposto.

**5º Orientação:** Esse encontro estava marcado para o dia 15 de maio de 2019, porém por conta de uma paralisação na universidade esse encontro não foi possível. O professor orientador substituiu o encontro por uma orientação não presencial. Essa orientação ocorreu no dia 17 de maio de 2019 via e-mail, onde o professor enviou o arquivo elaborado pelos estagiários com observações e sugestões. Dentre as sugestões, o professor pediu aos estagiários que estruturassem o arquivo assim como recomendado pelo Plano de Estágio, pois nele havia somente as tarefas e suas resoluções, assim como alguns encaminhamentos para formalização do conteúdo. Além disso, o professor pediu atenção a algumas questões conceituais.

**6º Orientação:** Esse encontro ocorreu no dia 21 de maio de 2019. Nessa orientação o professor orientador recorreu ao Plano de Estágio da licenciatura em Matemática para verificar o que é necessário conter no Plano de Oficina. Verificou-se que deve conter, obrigatoriamente: Introdução; Contrato didático; Conteúdo Matemático abordado; Objetivo Geral da oficina; Tarefas a serem desenvolvidas; Forma de Encaminhamento para Formalização do Conteúdo.

Proposta de Avaliação dos estudantes da Educação Básica e as Referências bibliográficas.

Feito isso, o orientador juntamente com os estagiários discutiu a respeito de cada tópico mencionado anteriormente. Para o próximo encontro, os estagiários ficariam responsáveis por estruturar o Plano de Oficina levando em consideração as discussões dessa orientação.

**7º Orientação:** Essa orientação não foi presencial. Os estagiários enviaram um arquivo para o professor orientador contendo os itens: enunciados das tarefas que pretendiam trabalhar com os estudantes; objetivo específico de cada tarefa; resoluções esperadas; possíveis dúvidas; encaminhamentos para a formalização dos conteúdos; tendência metodológica e sua justificativa, e o objetivo geral da oficina.

Diante disso, para essa orientação, o professor devolveu o arquivo por e-mail no dia 28 de maio de 2019 com algumas sugestões de correções a serem cumpridas pelos estagiários. Dentre as sugestões, o professor pediu para os estagiários voltarem a estudar o texto sobre Resolução de Problemas, uma vez que a tendência metodológica não estava justificada adequadamente. O professor também ofereceu sugestões para as possíveis resoluções elaboradas pelos estagiários.

**8º Orientação:** A oitava orientação ocorreu presencialmente no dia 29 de maio de 2019. Como mencionado anteriormente, o professor havia enviado um arquivo com as correções necessárias para o plano de oficina. Sendo assim, o professor acessou o arquivo no computador e a orientação se constituiu de conversas a respeito dessas correções. Para o próximo encontro os estagiários ficaram responsáveis por realizarem as correções sugeridas e enviar o arquivo corrigido.

**9º Orientação:** O último encontro ocorreu no dia 07 de junho de 2019. Nessa orientação, o professor acessou o Plano de Oficina enviado pelos estagiários com as alterações e inserções sugeridas. Nesse processo surgiram discussões a respeito de citações; proposta de avaliação dos alunos da Educação Básica; contrato pedagógico e procedimentos de ensino que seriam adotados. Com as discussões, os estagiários perceberam o que era necessário melhorar ou mudar.

Ao final da orientação, ficou combinado que os estagiários teriam

uma semana para finalizar o Plano de Oficina referente ao conteúdo Regra de Três Composta.

**Fonte:** As descrições presentes nesse quadro foram retiradas do diário de campo do pesquisador (2019).

*Estágio de Regência.* Esse é o momento no qual os estagiários podem aplicar o planejamento das oficinas aos estudantes do Ensino Fundamental. Assim como na elaboração do planejamento das oficinas, as regências também são realizadas em duplas. As regências são realizadas em forma de oficina em dois sábados, tendo a duração de quatro horas em cada sábado. As turmas da Educação Básica que participam das regências oferecidas pelos estagiários, são selecionadas e organizadas pelos professores da escola, equipe pedagógica e direção, com o acompanhamento da coordenação de Estágio do curso.

Como última ação do Estágio Curricular Obrigatório, temos a elaboração do *Relatório de Estágio de Regência*. Para a confecção deste relatório, a Coordenação de Estágio oferece um roteiro a ser seguido pelos estagiários. A produção do relatório também é realizada em dupla, sendo a mesma dupla do Estágio de Regência. Cada dupla tem um período de aproximadamente um mês para a elaboração deste relatório. Os estagiários, e seu respectivo orientador, caso achem necessário, podem realizar uma orientação para discutir a respeito dessa elaboração.

### **2.2.1 Os participantes da pesquisa**

Os participantes da pesquisa são dois estudantes do 3º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) do ano de 2019. A escolha deu-se pelo fato de serem os estudantes designados ao orientador dessa pesquisa para serem orientados no período de Estágio. Dessa forma, antes do primeiro encontro, o professor orientador questionou-os quanto a participarem da pesquisa, bem como se havia a possibilidade de o pesquisador estar presente no momento das orientações. Com isso, os estagiários aceitaram as propostas do orientador e o pesquisador teve a possibilidade de acompanhar todas as orientações dadas aos futuros professores.

Para esses dois graduandos, serão utilizados nomes fictícios a fim de preservar suas identidades. Sendo assim, os futuros professores serão identificados nas análises como: Estagiário 1 e Estagiário 2. A seguir,

apresentaremos um quadro com algumas informações a fim de situar o leitor a respeito desses licenciandos.

**Quadro 1:** Informações dos participantes da pesquisa.

Nome	Algumas características dos estagiários no momento da coleta de informações
Estagiário 1	Cursava o terceiro ano da Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina. Tem experiência com aulas particulares e também já atuou como professor em cursos preparatórios para vestibulares e concursos.
Estagiário 2	Cursava o terceiro ano da Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina. Tem experiência com aulas particulares e atuou em um curso preparatório para vestibulares.

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2019).

### 2.3 Instrumentos de coleta de informações

Para a coleta de informações, os instrumentos empregados foram: diário reflexivo, plano de oficina e diário de campo. A seguir vamos destacar estes instrumentos, além de descrever como foram empregados nessa investigação.

Foi solicitado aos participantes da pesquisa que elaborassem um diário reflexivo, de modo que pudessem escrever a respeito de suas ações relacionadas ao planejamento de suas aulas, tais como as orientações com o professor na Universidade e diferentes aspectos da elaboração dos planos de aula. Após a elaboração do diário reflexivo, foi solicitado aos estagiários que assinassem um termo de consentimento autorizando as análises.

Os estudantes utilizaram da escrita para expressar suas reflexões sobre o período das orientações de estágio e do planejamento em si. O orientador leu os diários reflexivos e, a partir disso, procurou buscar esclarecimentos sobre algumas informações contidas nos diários que estavam sucintas e que seria necessário serem explicadas, visando melhor compreensão por parte do leitor, ou realizou questionamentos como forma de incentivar os estagiários a darem continuidade em reflexões que já haviam iniciado. Vale ressaltar que foi esclarecido com os estagiários que eles não precisariam se preocupar quanto a escrita no sentido de tentarem escrever aquilo que achavam que o orientador gostaria de ler, ou seja, poderiam escrever naturalmente a respeito daquilo que se sentissem à vontade em relação ao planejamento de suas aulas. O professor orientador deixou claro que eles não seriam julgados ou criticados quanto a esse aspecto, e por isso

deveriam relatar suas experiências referentes ao período de planejamento de forma honesta.

Além dos diários reflexivos empregados como fonte de informação, foram também utilizados os Planos de aula elaborados pelos licenciandos e construídos conforme descrito no item *Preparação de Oficinas para o Estágio de Regência* da seção 2.2 *O contexto da pesquisa*.

Como as orientações oferecidas aos estagiários participantes da pesquisa tiveram acompanhamento do autor do presente trabalho, conforme descrito anteriormente, nesse momento da coleta de informações, um diário de campo foi utilizado com a finalidade de o pesquisador registrar as notas de campo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), nas notas de campo o pesquisador realiza

[...] uma descrição das pessoas, objectos, lugares, acontecimentos, actividades e conversas. Em adição e como parte dessas notas, o investigador registrará ideias, estratégias, reflexões e palpites, bem como os padrões que emergem. Isto são as *notas de campo*: o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150, grifo dos autores)

O diário de campo é, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), “Um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo [...]” (p. 118).

## 2.4 Procedimentos para análise de dados

Para a análise das informações, nos pautaremos em orientações da Análise de Conteúdo. Bardin (2011) define essa análise como:

*Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens. (BARDIN, 2011, p. 48, grifo da autora)*

Diante disso, a análise teve como base alguns procedimentos descritos pela autora, sendo eles:

- *Leituras;*
- *Exploração do material;*
- *Tratamento dos resultados obtidos e interpretação.*

A seguir vamos apresentar algumas características desses procedimentos de acordo com a autora, relacionando com os movimentos de análise



da nossa pesquisa. Quanto ao procedimento, aqui denominado *leituras*, Bardin (2011) explica que esse tem por objetivo conceber o primeiro contato do pesquisador com as informações que se pretende analisar. Segundo Bardin (2011), esse primeiro movimento é pertinente, pois “Pouco a pouco, a leitura vai se tornando mais precisa, em função de hipóteses emergentes, da projeção de teorias adaptadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas sobre materiais análogos” (p. 126).

Sendo assim, iniciamos nosso processo de análise realizando leituras nos diários reflexivos, além de leitura integral da versão final do plano de oficina elaborado pelos estagiários com o intuito de conhecer o material a ser analisado.

Com relação aos diários reflexivos, inicialmente realizamos a leitura dos textos de forma individual, ou seja, realizamos a leitura por inteiro de cada diário separadamente, a fim de conhecer a escrita e as reflexões de cada indivíduo. Posteriormente, foi feita a leitura das reflexões dos participantes da pesquisa para cada dia de orientação, buscando identificar padrões na escrita reflexiva dos futuros professores a respeito da elaboração dos planos de oficina que, com isso, possibilitaram o agrupamento das informações para que pudesse ser realizada a descrição dos dados.

Bardin (2011) explica, quanto a *exploração do material*, que “Se as diferentes operações da pré-análise forem convenientemente concluídas, a fase de análise propriamente dita não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas” (p. 131). Com isso em vista e considerando o objetivo da pesquisa optamos, no primeiro momento da exploração do material, por investigar reflexões presentes nos diários reflexivos dos futuros professores de Matemática. Após esse primeiro momento, buscamos identificar conhecimentos matemáticos para o ensino (MKT) que foram mobilizados por esses licenciandos também no plano de oficina elaborado por eles.

No procedimento *tratamento dos resultados obtidos e interpretação*, realizamos inferências e apontamentos referentes a essas informações, buscando descobrir significados relacionados com nosso objetivo da pesquisa. Isso vai ao encontro do movimento descrito pela autora, sendo ele “O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar

interpretações a propósito dos objetivos previstos – ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas.” (BARDIN, 2011, p. 131)

### 3 Descrição e Análise das Informações

O presente capítulo contém uma descrição e análise de informações que foram obtidas a respeito do planejamento da oficina sobre Regra de Três Composta pelos futuros professores. Para compor as análises, selecionamos nos diários reflexivos, trechos da escrita dos participantes da pesquisa que foram classificados como sendo escritas reflexivas considerando a caracterização que apresentaremos a seguir, que vai ao encontro do que foi conversado a respeito de escritas reflexivas com os estagiários antes que começassem a escrever seus diários. Após essa seleção, buscamos identificar, nesses trechos reflexivos, subdomínios relativos ao Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT).

A escrita reflexiva – critério básico para a produção do diário reflexivo – é composta pela característica de que

[...] não deve envolver apenas descrever algo que aconteceu. Nem significa despejar tudo o que você pensa e sente de uma maneira totalmente desestruturada. A escrita reflexiva requer uma linha de pensamento clara, uso de evidências ou exemplos para ilustrar suas reflexões e uma abordagem analítica<sup>54</sup>. (UNIVERSITY OF BIRMINGHAM, 2015, p.6)

Além da escrita reflexiva presente nos diários dos estagiários participantes da pesquisa, realizou-se também uma descrição e análise de componentes presentes no plano de oficina. O critério para selecionar tais componentes foi a relação entre o que foi produzido no plano de oficina e os elementos dos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT).

#### 3.1 Análise em torno da escrita reflexiva a respeito do Planejamento da Oficina<sup>55</sup>

Conforme já descrito no capítulo anterior, a orientação presencial oferecida aos futuros professores deu-se por meio de encontros semanais com duração de aproximadamente uma hora cada. A primeira orientação foi composta por esclarecimentos sobre os itens que constituem o plano de oficina – assim como consta no roteiro básico para os planos de oficina presente no Anexo A –, diálogo sobre o conteúdo de Regra de Três Composta e escolha da metodologia de ensino

<sup>54</sup> [...] not involve merely describing something that happened. Nor does it mean pouring out everything you think and feel in a totally unstructured way. Reflective writing requires a clear line of thought, use of evidence or examples to illustrate your reflections, and an analytical approach.

<sup>55</sup> Embora tenhamos realizado uma síntese de todas as orientações no capítulo anterior, vamos retomar aspectos de algumas delas com a finalidade de situar o leitor e apresentar detalhes do contexto das escritas reflexivas selecionadas.

que eles utilizariam nas oficinas. O professor orientador aproveitou este primeiro encontro para explicar aos licenciandos como o diário reflexivo seria empregado.

O objetivo do diário reflexivo era o de que os futuros professores, individualmente, após cada orientação presencial, realizassem uma descrição do encontro e alguma possível reflexão a respeito do planejamento de aulas que se deu a partir das orientações.

Ao final da primeira orientação, o professor orientador solicitou que os estagiários estudassem o conteúdo de Regra de Três Composta para que no segundo encontro de orientação fizessem uma apresentação deste conteúdo.

O segundo encontro, como combinado com o professor orientador, foi iniciado com os futuros professores apresentando o conteúdo escolhido. Os estagiários, para iniciarem, apresentaram um enunciado que era possível ser resolvido pela Regra de Três Composta. Explicaram de forma expositiva e dialogada que as grandezas envolvidas neste problema eram diretamente proporcionais, e com isso poderiam aplicar a regra para resolvê-lo. Com a resolução da tarefa exposta na lousa, o professor orientador fez um questionamento: “Por que se resolve desta maneira?”, e então, os estagiários afirmaram já terem se questionado a respeito, mas naquele momento ainda não haviam chegado a uma conclusão.

Os estagiários, ao tentarem responder a esse questionamento, utilizaram diversas vezes a palavra “proporção”. A partir de então, o professor orientador realizou novos questionamentos como: “O que é proporção?” e “O que quer dizer duas grandezas serem proporcionais?”. Os futuros professores não expressaram uma resposta, além disso, afirmaram não entenderem porque realizar uma multiplicação na resolução da Regra de Três Composta. Nesse momento o professor orientador então perguntou: “Quais as preocupações que surgiram no momento de preparar essa primeira apresentação?”, e os estagiários explicaram que pensaram mais em ensinar a fazer do que, propriamente, o porquê de fazer daquela maneira.

Com esse segundo encontro, os estagiários expressaram as seguintes reflexões em seus diários:

*Hoje percebemos o quão raso é nosso conhecimento sobre Regra de Três Composta. Não conseguimos responder à grande parte das perguntas que Bruno fez (Estagiário 1).*

*Chegamos despreparados no sentido de argumentos matemáticos e o que mostramos foi claramente insuficiente. Saímos da orientação prontos a encontrar os argumentos que precisávamos (Estagiário 2).*

Notamos aqui possivelmente uma insegurança por parte dos estagiários em relação ao domínio do conteúdo de Regra de Três Composta. Isso pode ter ocorrido pelo fato de eles acreditarem que saber empregar a regra para resolver problemas envolvendo este conteúdo era o suficiente para ensiná-lo. Sendo assim, podemos inferir que esses futuros professores mobilizaram, nesse momento, apenas elementos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), uma vez que este subdomínio é caracterizado por aspectos como “[...] simplesmente calcular uma resposta ou, mais geralmente, resolver corretamente problemas matemáticos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399).

A dificuldade em justificar o conteúdo matemático também ficou evidente na pesquisa realizada por Huanca (2014). O autor explica que:

Percebemos, também, com nossa pesquisa, que a dificuldade em compreender e justificar conteúdos matemáticos é bastante notória. Por isso, trabalhar essas dificuldades, num curso de formação inicial, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, seja um possível caminho para a aprendizagem da docência. (p. 300)

Ainda referente a dificuldade apresentada, Onuchic e Allevato (2011) relatam, a partir de experiências com formação docente, que os futuros professores

[...] têm enfrentado muitas dificuldades para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar. (p. 83)

Portanto, dada a dificuldade expressa pelos estagiários e o relato dos autores Huanca (2014) e Onuchic e Allevato (2011), notamos a importância de se trabalhar a Resolução de Problemas na formação inicial dos futuros professores, o que vai ao encontro do trabalho realizado junto aos futuros professores para o planejamento de suas aulas no contexto dessa pesquisa.

Ainda com relação a reflexões ocorridas a partir desse encontro de orientação, o Estagiário 1 realizou o seguinte registro em seu diário:

*[...] identifiquei que usamos razão e proporção fortemente nas resoluções, mas me frustrei porque alguns livros não trabalham isso da maneira que deveriam (Estagiário 1).*

*Comparei o material que utilizei (feito por mim) e vi o quão pobre de detalhes foi minha aula. Uma aula que dei no cursinho. O assunto da aula era Regra de Três Composta, e, por falta de conhecimento meu,*

*a aula padeceu de informações. Penso que os alunos aprenderam apenas o método de resolução, mas não o por quê (Estagiário 1)*

Notamos aqui, a preocupação do Estagiário 1 em relação ao domínio do conteúdo, e com isso, foi possível identificar novamente aspectos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK). As declarações deste estagiário sobre alguns livros didáticos e o próprio material produzido por ele expressa aspectos do CCK. Ball e colaboradores (2008) destacam que conhecer o material que utilizam e a capacidade de reconhecer definições imprecisas dos livros são elementos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), uma vez que o indivíduo não precisa ser professor de matemática para reconhecer tais erros. Portanto, nesse momento, o Estagiário 1 mobiliza aspectos do CCK.

Quanto ao trecho: “me frustrei porque alguns livros não trabalham isso da maneira que deveriam”, o estagiário demonstra uma angústia em relação ao modo como os livros didáticos abordam os conteúdos razão e proporção. Isso pode ter ocorrido pelo fato de que os livros didáticos, em sua maioria, utilizam uma perspectiva de ensino que se aproxima do ensino tradicional<sup>56</sup>, assim como explica Van de Walle (2009):

*Com exceções encontradas em lições ocasionais, a maioria dos livros didáticos tradicionais permanece muito próxima de um modelo de “ensino expositivo”. A maioria dos professores ainda não adaptou o ensino para a abordagem por resolução de problemas [...] (p. 91)*

Portanto, a inquietação do estagiário em relação aos livros, pode se dar devido ao fato de estar planejando a oficina sob a perspectiva da Resolução de Problemas, e por outro lado, os livros seguirem o modelo de “ensino expositivo”.

Ao final do segundo encontro, os estagiários ficaram responsáveis por estudar novamente o conteúdo utilizando livros didáticos de Matemática do sétimo ano do Ensino Fundamental para uma nova apresentação a respeito de Regra de Três Composta. Vale ressaltar que apesar do autor expressar que os conteúdos abordados nos livros tradicionais seguem, na maioria das vezes, um “ensino expositivo”, a decisão de sugerir livros didáticos aos Estagiários se deu pelo motivo de ainda serem os materiais mais utilizados nas instituições de ensino básico e, em alguns casos, são obrigatórios. Com isso, os Estagiários poderiam

---

<sup>56</sup> Nele “o professor apresenta o conteúdo, a partir de definições, exemplos e propriedades, e em seguida propõe exercícios de fixação e aplicação; pressupondo, assim, que a aprendizagem se concretize por meio da repetição daquilo que foi exposto.” (CAVALHEIRO; MENEGHETTI, 2020, p. 64)

experienciar o planejamento de um ensino seguindo a metodologia Resolução de Problemas mesmo por meio desses livros, realizando adaptações, quando necessárias.

O terceiro encontro iniciou-se com o questionamento sobre quais conhecimentos matemáticos são necessários para ensinar Regra de Três Composta. Então, os estagiários explicaram que realizaram estudos utilizando livros didáticos do sétimo ano do Ensino Fundamental, assim como sugerido pelo professor orientador, e que acreditavam ser necessário conhecimento a respeito de razão, proporção, números proporcionais, grandezas proporcionais e Regra de Três Simples. Em seguida, o Estagiário 2 foi ao quadro para tentar justificar o procedimento de resolução utilizado na Regra de Três composta, destacando que buscando outra forma de resolver problemas envolvendo esse conteúdo, conseguiram por meio de duas Regras de Três Simples, e o fez da seguinte maneira:

Considere as grandezas  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$ , diretamente proporcionais, e os seguintes valores associados a elas:

$G_1$	$G_2$	$G_3$
$a$	$c$	$e$
$b$	$x$	$f$

A intenção é obter o valor de  $x$ .

Pela Regra de Três Composta, o procedimento seria o seguinte:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} = \frac{c}{x}$$

Vamos considerar que haja um valor<sup>57</sup>  $d$ , tal que  $a$  e  $b$  são diretamente proporcionais a  $c$  e  $d$ , e, que  $d$  e  $x$  são diretamente proporcionais a  $e$  e  $f$ . Com a proporção, temos

<sup>57</sup> Ao resolverem uma Regra de Três Simples utilizando  $G_1$  e  $G_2$ , obtiveram um valor que denominaram  $d$ . Depois, ao utilizar as grandezas  $G_2$  e  $G_3$  em outra Regra de Três Simples, passaram a utilizar esse valor  $d$  obtido para  $G_2$ , mantiveram os valores associados a  $G_3$  e obtiveram o valor de  $x$ . Além disso, destacamos que antes de tentarem resolver algebricamente como está sendo

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad e \frac{d}{x} = \frac{e}{f}$$

Sendo assim

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{x} = \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{x} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} = \frac{c}{x}$$

Portando, utilizando as duas proporções, temos que:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} = \frac{c}{x}$$

O que justifica o procedimento utilizado na Regra de Três Composta.

Com isso, os estagiários chegaram a conclusão de que as resoluções dos problemas que envolvem esse conteúdo podem ser desenvolvidas utilizando apenas razão e proporção em vez da Regra de Três Composta. E, além disso, que também seria possível resolver uma questão envolvendo Regra de Três Composta através de duas Regras de Três Simples. Os estagiários se mostraram satisfeitos com a justificativa construída para o procedimento de resolução da Regra de Três Composta.

Referente ao estudo realizado para a apresentação no terceiro encontro, o Estagiário 1 apresenta como reflexão em seu diário:

*[...] [eu] acreditava que os livros deveriam trazer uma definição do que é Regra de Três Composta, os conteúdos envolvidos na resolução de uma Regra de Três Composta e um passo-a-passo mais detalhado do método utilizado na resolução. Hoje, além do que foi citado acima, acredito que é necessário uma justificativa para o método (Estagiário 1).*

Ao olharmos para a análise do Estagiário 1 a respeito do que considerava que os livros didáticos que utilizou para estudar deveriam apresentar, podemos notar a presença de elementos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), assim como explica Ball, Thames e Phelps (2008) que a “atividade de examinar os livros-texto requer, entre outras coisas, competência básica com o conteúdo” (p. 399). Os autores esclarecem que examinar livros didáticos é competência básica e, provavelmente, não é exclusiva do professor de matemática. Com isso, Ball e colaboradores (2008) afirmam que essa competência é componente do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK). Entretanto, ao olharmos para o trecho “Hoje, além do que foi citado acima, acredito que é necessário uma

---

mostrado aqui, os Estagiários haviam feito com exemplos numéricos e percebido que o resultado estava correto. Assim, buscaram generalizar o raciocínio.



justificativa para o método”, notamos mobilização/desenvolvimento de um aspecto do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), uma vez que, para mobilizar/desenvolver esse conhecimento:

Os professores, no entanto, devem ser capazes de falar explicitamente sobre como a linguagem matemática é usada [...]; como escolher, fazer e usar representações matemáticas de forma eficaz [...]; e como explicar e justificar as ideias matemáticas de uma pessoa (por exemplo, por que você inverte e multiplica para dividir as frações). Todos esses são exemplos de maneiras pelas quais os professores trabalham com a matemática [...] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400)

Os autores apresentam a característica de justificar ideias matemáticas como aspecto do subdomínio SCK. Portanto, podemos inferir que o Estagiário 1 em sua reflexão, expressa uma transição entre o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK).

As análises feitas por esse estagiário sobre os livros didáticos foram importantes para sua formação, uma vez que esses materiais influenciam o ensino dos docentes, assim como destacado por Van de Walle (2009, p. 91):

O livro didático permanece sendo o fator mais significativo que influencia o ensino em sala de aula [...]. Para tomar decisões sobre o uso de um livro didático, é bom ter uma visão objetiva dos livros didáticos e o papel que eles podem desempenhar no ensino.

Referente a essa terceira orientação, o Estagiário 2 apresentou a seguinte reflexão:

*Neste dia chegamos mais seguros do que iríamos falar, tudo o que foi estudado entre as orientações nos deixou com os argumentos mais sólidos.*

*A gente precisa estudar para ensinar, o que sabemos é superficial. A segurança que tivemos foi outra coisa (Estagiário 2)*

Ao reconhecer que seu conhecimento era superficial, o Estagiário 2 indica elementos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), pois ele sabia como resolver, porém notou que esse conhecimento não era suficiente para sua aula. Ao estudar mais a fundo e refletir a respeito do conteúdo ele expressa segurança e argumentos matemáticos mais sólidos. Isso vai ao encontro do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), pois “ensinar requer conhecimento além do que é ensinado aos alunos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.400).

Assim, o Estagiário 2, ao constatar a necessidade de se aprofundar no conteúdo e reestudá-lo, indica uma transição entre o CCK e o SCK, sentindo-se

mais seguro em relação ao domínio do conteúdo. Ainda referente ao domínio do conteúdo, Romanatto (2008, p. 6) destaca que o “trabalho na perspectiva da resolução de problemas tem um requisito essencial que deve ser cumprido pelo professor: um amplo domínio do conteúdo matemático”. Podemos notar na reflexão apresentada pelo estagiário que há preocupação em atingir o requisito evidenciado pelo autor.

Ao final do terceiro encontro, o professor orientador pediu aos estagiários que buscassem enunciados de problemas a serem trabalhados com os estudantes, além de possíveis resoluções para os problemas selecionados. As possíveis resoluções são um elemento básico do Plano de Oficina, assim como consta no roteiro para elaboração do plano fornecido pela coordenação de estágio. Referente a essa primeira tentativa de elaborar possíveis resoluções para os problemas, o Estagiário 1 apresenta em seu diário a reflexão:

*Eu, particularmente, não consegui pensar em maneiras muito diferentes do que faço. Pareceu que estava engessado e condicionado a resolver assim. Penso que como o que eu sabia era apenas o método de resolução pronto, sem saber por que dá certo, ou por que só aprendemos um único método (Estagiário 1).*

Percebemos aqui novamente a predominância de aspectos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), uma vez que este subdomínio é caracterizado por “[...] simplesmente calcular uma resposta ou, mais geralmente, solucionar corretamente problemas matemáticos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399). O estagiário, ao afirmar se sentir condicionado a resolver os problemas utilizando apenas um método de resolução, pode indicar a falta de Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), se mantendo apenas no CCK. Ball e colaboradores (2008) explicam que: “Ao atribuir uma tarefa, os professores precisam antecipar o que os alunos provavelmente farão com ela e se acharão fácil ou difícil” (p. 401). Portanto, no trabalho docente, segundo os autores, é necessário que o professor possua Conhecimento do Conteúdo e dos seus estudantes para que possa antecipar ações e dificuldades dos seus alunos.

Os Estagiários 1 e 2 pediram para alguns parentes e colegas de outros cursos de graduação para que resolvessem os mesmos problemas, na tentativa de elaborar mais possíveis resoluções que não fossem apenas da maneira

que haviam resolvido. Com esse movimento, o Estagiário<sup>58</sup> 1 apresenta a seguinte reflexão em seu diário:

*Percebemos que alguns desses amigos sabem resolver porque decoraram o método, mas não conseguem explicar o que estão fazendo. Será que a “culpa” é do professor? (Estagiário 1)*

Com essa declaração, podemos inferir que seus colegas também despertaram elementos do CCK, pois eles conseguiram solucionar corretamente os problemas propostos pelo Estagiários 1 e 2, porém não apresentavam justificativas para os métodos utilizados. Referente ao trecho “Será que a ‘culpa’ é do professor?”, o professor orientador escreve no diário do Estagiário 1 a seguinte pergunta para incentivá-lo a dar continuidade na reflexão que havia iniciado: “Se for, o que pode ser feito para ajudar em relação a isso?”. Com isso, o estagiário apresenta como resposta, a reflexão:

*Apresentar uma justificativa para o método utilizado na resolução, e não somente o método.  
Me atrevo a dizer que a maneira que faremos em nossa oficina seria uma boa alternativa para trabalhar com Regra de Três Composta (Estagiário 1).*

Podemos observar que o Estagiário 1, por meio das orientações e reflexões apresentadas tendo em vista a elaboração de seu plano de aula, desenvolve aspectos relacionados ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), uma vez que este subdomínio “[...] combina conhecimento sobre ensino e conhecimento sobre matemática” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.401). Ao pensar em alternativas para trabalhar com a Regra de Três Composta, ele expressa preocupação com a forma de ensinar para além de apenas o domínio do conteúdo, uma vez que quando se refere à “*maneira que faremos*”<sup>59</sup> tem em vista o trabalho através da Resolução de Problemas que estavam planejando. Ball, Thames e Phelps (2008), explicam que a tarefa de ensino “[...] requer uma interação entre compreensão matemática específica e uma compreensão de questões pedagógicas que afetam a aprendizagem do aluno” (p.401), assim se mostrando como elemento do KCT.

Quando o Estagiário 1 relata que “a maneira que faremos em nossa oficina seria uma boa alternativa para trabalhar com Regra de Três Composta”,

<sup>58</sup> Nesse momento, o Estagiário 2 não apresentou uma escrita reflexiva a esse respeito. Posteriormente, ele apresentou, e por isso, será apresentada mais adiante.

<sup>59</sup> Vale salientar que o modo como planejaram a formalização do conteúdo será apresentado na próxima seção, onde são descritos os trechos do plano de oficina.

parece mostrar também uma intenção em utilizar a metodologia de ensino Resolução de Problemas em suas aulas futuras do conteúdo. Relacionado a isso, Dutra e Viana (2013) expressam como resultado da sua pesquisa que futuros professores, “após experimentar a Resolução de Problemas na própria aprendizagem, desejaram utilizar essa metodologia com seus alunos, elaborando projetos e traçando estratégias para esse fim. (p. 258).

As orientações para o planejamento e construção do Plano de Oficina com o tema Regra de Três Composta, foram constituídas por sete encontros presenciais. A partir do quarto encontro, os estagiários optaram por apresentar uma reflexão final envolvendo todo o período de elaboração do Plano de Oficina. No texto final, onde há fragmentos que expõem aspectos reflexivos no diário, os licenciandos apresentam suas dificuldades, superações e considerações a respeito deste período. A seguir vamos mostrar alguns desses trechos.

Quanto a finalização do Plano de Oficina, os estagiários apresentaram as seguintes reflexões:

*Me surpreendi com a complexidade (quando digo complexidade não me refiro à difícil ou fácil, mas do nível de complexidade ou profundidade) de um conteúdo ensinado “pronto”. Um conteúdo que é ensinado somente o método de resolução não é de se esperar que tenha tantas coisas ricas envolvidas. Eu mesmo nunca parei para pensar no que baseia a Regra de Três Composta até começar a fazer o plano (Estagiário 1).*

*Chegou ao fim a elaboração deste plano sobre Regra de Três Composta! [...]Sim, precisamos estudar, perder horas de sono, pensar mais e mais , mas escolhemos esta profissão... Nós não sabemos tudo! Nem tudo é óbvio e nem elementar a ponto de respondermos no improviso (Estagiário 2).*

Podemos notar em ambas as declarações que existe uma transição do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) para o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK). Quando o Estagiário 1 se refere a ter se surpreendido com a complexidade do conteúdo Regra de Três Composta ou quando o Estagiário 2 alega que “nós não sabemos tudo!”, notamos aspectos do CCK uma vez que esse foi o subdomínio identificado com mais frequência no início das orientações. Por outro lado, quando o Estagiário 1 explica que não havia pensado no que se baseia o procedimento utilizado na resolução da Regra de Três Composta, ou quando o Estagiário 2 defende que não podemos improvisar resposta “*Nem tudo é óbvio e nem elementar a ponto de respondermos no improviso*”, notamos uma mudança no

pensamento de ambos. Ao apresentar tais comentários, quando envolvidos nesse processo formativo, podemos inferir que ambos mudaram suas compreensões a respeito desse conteúdo em direção a um conhecimento especializado. Quanto a essa transição, Ball e colaboradores (2008) explicam que “as exigências do trabalho de ensinar matemática criam a necessidade de um corpo de conhecimento matemático especializado no ensino” (p.401).

Ainda relativo a surpresa do Estagiário 1 quanto a complexidade do conteúdo e o fato de precisar “estudar, perder horas de sono, pensar mais e mais” destacada pelo Estagiário 2, é possível relacionar com o que destaca Moço (2013) a respeito do planejamento de aulas e do ensino na perspectiva da Resolução de Problemas por futuros professores:

Nas atividades desenvolvidas pelos licenciandos, percebe-se que não é fácil ensinar a partir de problemas matemáticos, pois exige dedicação e persistência por parte do professor. As aulas precisam ser cuidadosamente planejadas e selecionadas a cada dia, analisando constantemente a compreensão dos alunos acerca do que está sendo trabalhado. (MOÇO, 2013, p. 103)

Em relação ao desenvolvimento do Plano de Oficina, especificamente quanto a seleção das tarefas, adaptação dos enunciados, objetivo específico das tarefas, possíveis resoluções, possíveis dúvidas e encaminhamentos para a formalização do conteúdo, o Estagiário 2 apresenta uma reflexão expondo suas dificuldades:

*Isso foi um pouco mais complicado especialmente a parte das possíveis dúvidas, pensar como outra pessoa de uma outra realidade, num outro contexto, foi bem complicado, mas chegamos.... Se acertamos as dúvidas, isso nos fez ir mais bem preparados (Estagiário 2)*

O Estagiário 2, ao detalhar sua superação quanto a dificuldade em antecipar possíveis dúvidas de estudantes, manifesta características do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), uma vez que este envolve “prever o que os alunos provavelmente pensarão e o que eles acharão confuso” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401). Segundo os autores, “ao atribuir uma tarefa, os professores precisam antecipar o que os alunos provavelmente farão com ela e se acharão fácil ou difícil” (p.401). Os estagiários elaboraram possíveis dúvidas para cada tarefa, e sendo assim, notamos a tentativa de antecipação das dificuldades e ações dos estudantes, evidenciando-se como elemento do KCS. Além de aspectos do subdomínio KCS, foi possível notar na escrita do Estagiário 2,

algumas características do planejamento de uma aula da metodologia Resolução de Problemas, como sugerido por Van de Walle (2009):

**Antecipe o que vai acontecer.** Você levantou hipóteses sobre o que seus alunos sabem. Agora use essa informação e pense em todas as coisas que provavelmente eles farão com essa tarefa. Se você se pegar dizendo, “Bem, eu espero que eles...”, então pare. Antecipe, não espere! (p. 83, grifo do autor)

Quanto a dificuldade do Estagiário 2, podemos inferir que foi algo natural, uma vez que “[...] o trabalho do profissional docente requer uma atitude investigativa sobre a própria prática, buscando pensar sobre o que faz, pensar sobre a realidade e ter perspectiva de mudança. ” (OLIVEIRA; PASSOS, 2013, p. 891). Sendo assim, na superação dessas dificuldades o futuro professor pode se desenvolver na docência.

Mesmo não sendo solicitado explicitamente pelo professor orientador, o Estagiário 2 decide apresentar em seu diário reflexivo elementos que contribuíram para sua formação profissional nesse período de elaboração do plano. A reflexão é a seguinte:

*A mim, agregou principalmente dois pontos, o primeiro é que devemos estudar muito antes de ensinar algo, mesmo algo tão familiar como um Regra de Três Composta. Devemos saber o que é, o porquê é assim e como usar [...]. A segunda coisa é que não preciso de uma tarefa mirabolante, colorida e com enunciado de mil páginas para trabalhar com Resolução de Problemas. [...] trouxemos tarefas simples, retiradas em livros didáticos, mas que cumpriam o objetivo específico estipulado, e assim podemos chegar a conclusão de que foram boas escolhas. (Estagiário 2).*

O Estagiário 2 apresenta dois pontos que contribuíram para sua formação. No primeiro ponto, podemos inferir aspectos do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) e do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), uma vez que afirma: “devemos saber o que é, o porquê é assim e como usar”. É possível identificar características correspondentes ao SCK quando o Estagiário 2 descreve que se deve saber o “porquê é assim”, considerando que este trecho mostra que esse tipo de conhecimento é específico do professor de matemática e que provavelmente não é necessário para outros profissionais que utilizam matemática ocasionalmente. Já quando o Estagiário 2 cita “o que é” e “como usar”, identificamos aspectos respectivos ao CCK, uma vez que envolve conhecimentos não exclusivos de professores de Matemática.

Quanto ao segundo ponto apresentado por este Estagiário, “não preciso de uma tarefa mirabolante, colorida e com enunciado de mil páginas para trabalhar com Resolução de Problemas. [...] trouxemos tarefas simples, retiradas em livros didáticos, mas que cumpriam o objetivo específico estipulado”, o estagiário apresenta uma afirmação a respeito dos enunciados de tarefas a serem utilizadas na Resolução de Problema que vão ao encontro do que destaca Van de Walle (2009): “Mantenha a simplicidade! Boas tarefas não precisam ser superelaboradas. Normalmente uma simples história-problema é tudo que é necessário, contanto que a sua resolução envolva as crianças na matemática pretendida.” (p. 82-83). Portanto, o estagiário parece ter desenvolvido a compreensão de tal aspecto na elaboração do Plano de Oficina.

O Estagiário 1 também optou por escrever a respeito de como a elaboração do Plano de Oficina contribuiu para sua formação.

*Ah! Vale lembrar da “descoberta” da Resolução de Problemas. Essa tendência me conquistou muito! Por ser tão “simples”, direta, proveitosa para o aluno, proveitosa para o professor. Porque o aluno pode caminhar para a resolução e generalização de conteúdos. Assim como fizemos em nosso plano. Partimos de algo que os alunos já sabiam (Regra de Três Simples) para que eles caminhassem para uma Regra de Três Composta. Acredito que com essa construção fará mais sentido a formalização para os alunos (Estagiário 1).*

O Estagiário 1, em sua reflexão, apresenta elementos do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), uma vez que ele expressa conhecimento a respeito da Regra de Três Composta partindo do conteúdo Regra de Três Simples e também a respeito da metodologia Resolução de Problemas, no que se refere ao encaminhamento para partir de uma resolução tendo em vista a formalização do conteúdo. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), “[...] o conhecimento do conteúdo e do ensino é um amálgama, envolvendo uma ideia ou um procedimento matemático específico e uma familiaridade com princípios pedagógicos para ensinar esse conteúdo específico” (p. 401). Ele explica que realizaram uma sequência de conteúdo começando pela Regra de Três Simples com o objetivo de abordar o conteúdo Regra de Três Composta. Esse sequenciamento é apresentado como elemento do KCT, assim como mencionado por Ball, Thames e Phelps (2008): “Os professores sequenciam um conteúdo específico para obter instruções” (p. 401).

Quando ao trecho *“Ah! Vale lembrar da “descoberta” da Resolução de Problemas. Essa tendência me conquistou muito! Por ser tão “simples”, direta, proveitosa para o aluno, proveitosa para o professor. Porque o aluno pode caminhar para a resolução e generalização de conteúdos”*, consideramos que vai ao encontro do seguinte apontamento apresentado por Onuchic e Allevato (2011): “Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.” (p. 82).

Com as reflexões apresentadas por escrito pelos Estagiários 1 e 2, descritas e analisadas nessa seção, foi possível identificar aspectos dos subdomínios CCK, SCK, KCS e KCT mobilizados/desenvolvidos no planejamento da Oficina de Regra de Três Composta na perspectiva da Resolução de Problemas. Além dos subdomínios do MKT, podemos destacar a contribuição da escrita reflexiva para esses futuros professores. Sobre a escrita reflexiva, Fioravante (2014) destaca “[...] o caráter formador que a reflexão escrita permite quando trata das situações cotidianas, dos desafios, das satisfações e do inusitado, pois possibilita que as estagiárias ampliem a compreensão do vivido [...]” (p.78). Foi possível notar que as reflexões evidenciaram a compreensão dos estagiários a respeito do conteúdo e também do meio de ensiná-lo, além de ampliarem sua compreensão acerca do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas realizado no período de Estágio Curricular Obrigatório.

### **3.2 Análise de informações presentes no Plano de Oficina**

Conforme já destacado no capítulo anterior, o Plano de Oficina elaborado pelos participantes dessa pesquisa foi composto pelos elementos: introdução, tema, justificativa da escolha do tema, objetivo geral da oficina, tendência metodológica, contrato pedagógico, avaliação, tarefas, procedimentos de ensino, resoluções esperadas, possíveis dúvidas e encaminhamento para a formalização do conteúdo. Considerando a tendência metodológica escolhida - Resolução de Problemas na perspectiva do ensinar através - os procedimentos de ensino foram elaborados com base em Onuchic e Allevato (2011).

Pautando-se em informações presentes no Plano de Oficina, buscaremos a seguir, identificar elementos do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT). Para isso, apresentaremos itens do plano que permitiram atingir esse



objetivo, descrevendo essas informações e posteriormente indicando os subdomínios do MKT relacionados a elas. Os componentes do Plano de Oficina que nos referimos são resoluções esperadas, possíveis dúvidas e encaminhamento para a formalização do conteúdo.

Os participantes da pesquisa elaboraram resoluções esperadas para seis problemas. A seguir, vamos apresentar um quadro com o objetivo específico dos problemas que foram selecionados para as análises. Vale informar que o objetivo dos problemas foi elaborado pelos participantes da pesquisa.

**Quadro 2:** Enunciado e objetivo dos problemas propostos.

Enunciado <sup>60</sup> do Problema	Objetivo
Problema 1. A distância Rio-Salvador é de 1600 km e está representada por 24 cm em um mapa. Nesse mapa, a quantos centímetros corresponde a distância de 1200 km que separa Brasília de Salvador?	Retomar o conteúdo regra de três simples, visto que este é um dos conhecimentos prévios necessários para a resolução de uma regra de três composta, mais especificamente uma regra de três composta com grandezas diretamente proporcionais.
Problema 2. Um pequeno avião, voando a 450 km/h leva 16 horas para ir da cidade A para a cidade B. Quanto tempo gastaria outro avião para percorrer o mesmo trajeto, mas com velocidade média de 800 km/h?	Retomar o conteúdo de regra de três simples assim como na Tarefa <sup>61</sup> 1, porém obtendo grandezas inversamente proporcionais.
Problema 5. Um folheto informa que uma torneira, pingando 40 gotas por minuto, em 30 dias ocasiona um desperdício de 100 litros de água. Na casa de Helena, uma torneira da mesma apresentada no folheto pingou 60 gotas por minuto durante 50 dias.	A Tarefa 5 unifica os dois itens da primeira versão <sup>62</sup> , deixando assim a tarefa com um enunciado típico de problema a ser resolvido por regra de três composta. Vale ressaltar que não temos como objetivo a resolução em si, visto que esta foi feita na primeira versão,

<sup>60</sup> Todos os enunciados apresentados nesse quadro foram retirados ou adaptados de: Giovanni Júnior; Castrucci (2009).

<sup>61</sup> Em seu planejamento, os estagiários utilizam a palavra tarefa para se referir ao problema.

<sup>62</sup> Os estagiários consideram como uma primeira versão para esse problema, o enunciado do problema 4 apresentado em seu planejamento.

Quanto litros de água foram desperdiçados?	mas sim o reconhecimento por parte do aluno que um enunciado pode ser particionado em dois.
--	---

**Fonte:** Plano de Oficina elaborado pelos futuros professores (2019).

Escolhemos o problema 1 por ter o objetivo de retomar o conteúdo Regra de Três Simples, uma vez que esse conceito foi utilizado para formalizar o conteúdo proposto – Regra de Três Composta – pelos futuros professores. Apresentaremos o planejamento em torno do problema 1, no que se refere a todos os itens, ou seja: Resoluções esperadas, Possíveis dúvidas e Encaminhamento para a formalização do conteúdo.

Escolhemos para as análises as Resoluções esperadas referentes ao problema 2, isso porque nesse item foi possível identificar um elemento além dos apresentados no problema 1. Nos demais itens, a estrutura é semelhante e por isso não foram selecionados.

Em relação ao problema 5, sua escolha se deve ao fato de ser nele a formalização do conteúdo Regra de Três Composta e o planejamento da oficina se deu em função dele, uma vez que o objetivo do plano de oficina era de oportunizar a aprendizagem deste Conteúdo. Sendo assim, vamos analisar desse problema apenas o item do plano de aula “Encaminhamento para a formalização do conteúdo”. Os itens “Resoluções esperadas” e “Possíveis dúvidas”, mostraram-se similares aos dos problemas já apresentados e por isso não acrescentaria novos elementos às análises.

A seguir, apresentaremos o enunciado do problema 1 e posteriormente os itens supracitados e suas respectivas análises.

**Problema 1.** “A distância Rio-Salvador é de 1600 km e está representada por 24 cm em um mapa. Nesse mapa, a quantos centímetros corresponde a distância de 1200 km que separa Brasília de Salvador?”<sup>63</sup>

### **Resoluções esperadas para o problema 1**

No item “Resoluções esperadas” do Plano de Oficina teve-se por objetivo antecipar algumas possíveis resoluções de alunos para as tarefas propostas. Assim, os futuros professores poderiam chegar no momento da aula mais preparados para o que surgisse como resolução por parte dos estudantes e, com

<sup>63</sup> Referência do enunciado do problema: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 284).

isso, decidirem qual a forma de encaminhar tais resoluções tendo em vista a discussão coletiva que promoveriam, bem como para a formalização do conteúdo. A seguir, apresentaremos as resoluções esperadas elaboradas pelos futuros professores.

Resolução esperada para o **Problema 1**:

Resolução 1:

*Por termos que 24 cm representam 1600km, então:*

$$24 \div 1600 = 0,015$$

*Assim, cada quilômetro está representado por 0,015cm. Dessa forma temos que:*

$$0,015 \cdot 1200 = 18$$

*Assim 1200km serão representados por 18cm no mapa.*

Resolução 2:

*Por meio de uma regra de três simples podemos organizar os dados em colunas com suas respectivas grandezas.*

QUILÔMETROS	CENTÍMETROS
1600	24
1200	$x$

*Uma vez organizadas, vemos se estas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Considerando que quando diminuimos a quantidade de quilômetros, diminuimos também a quantidade de centímetros que os representam, na mesma razão, concluímos que são grandezas diretamente proporcionais, assim:*

$$\frac{1600}{1200} = \frac{24}{x} \Rightarrow 1600x = 1200 \cdot 24 \Rightarrow x = \frac{1200 \cdot 24}{1600} = 18$$

*Assim 1200km serão representados por 18cm no mapa.*

Notamos nessa resolução esperada elaborada pelos estagiários, a predominância de aspectos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), visto que eles elaboraram as duas resoluções de forma correta e por métodos convencionais. Essa é a principal característica do CCK, sendo ela: “[...] simplesmente calcular uma resposta ou, mais geralmente, solucionar corretamente problemas matemáticos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399, tradução nossa). Esses problemas matemáticos poderiam ser resolvidos da mesma forma por um profissional de outra área do conhecimento que não a do profissional docente em matemática, sendo esse outro aspecto do CCK.

### **Possíveis Dúvidas do problema 1**

Outros elementos presentes no Plano de Oficina são as possíveis dúvidas dos alunos e o encaminhamento para saná-las. Para evidenciar este elemento, vamos apresentar as possíveis dúvidas e o encaminhamento respectivo ao problema. A seguir, apresentaremos as possíveis dúvidas que foram identificadas como elementos do MKT, e posteriormente indicaremos o subdomínio relacionado.

#### **Possível dúvida problema 1.**

*Aluno: Como sabemos se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais?*

*Estagiários: Esta dúvida pode ser exposta pelo aluno que encaminhou sua resolução utilizando uma regra de três simples, assim perguntar a ele o que significam grandezas direta e inversamente proporcionais pode ser um encaminhamento para sanar a questão por ele levantada, fazer com que o aluno reflita a respeito disso pode também auxiliá-lo para as seguintes tarefas. Caso o aluno não saiba o que significam as grandezas serem direta ou inversamente proporcionais podemos expor situações que envolvam grandezas proporcionais sem mencionar quais são direta e quais são inversamente proporcionais, para que o aluno possa por ele mesmo perceber que existem estas duas situações e assim poder concluir o que significam as grandezas serem direta ou inversamente proporcionais.*

Ao apresentar a dúvida que possivelmente um estudante teria, e além disso mostrar um encaminhamento para ela, concluímos que os estagiários

mobilizaram, nesse momento, aspectos do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), assim como explica Ball e colaboradores (2008): “Os professores devem prever o que os alunos provavelmente pensam e o que acharão confuso.” (p.401). Apresentando a possibilidade de expor situações que envolvam grandezas proporcionais na tentativa de auxiliar o estudante a entender o que são grandezas direta e inversamente proporcionais, notamos características do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Os professores, ao pensarem no encaminhamento matemático, “[...] escolhem com quais exemplos começar e quais exemplos usar para levar os alunos mais a fundo no conteúdo.” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

### **Encaminhamento para a formalização do conteúdo**

Este encaminhamento foi elaborado em consonância com a tendência metodológica escolhida, ou seja, a Resolução de Problemas. Assim, os estagiários tiveram como base a nona etapa descrita por Onuchic e Allevalo (2011), como parte de uma possível organização de atividades para o trabalho com a Resolução de Problemas, sendo ela:

9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p. 84-85, grifo das autoras)

Agora, apresentaremos trechos dos encaminhamentos para a formalização do conteúdo do problema 1. É importante ressaltar que não exibiremos o encaminhamento completo, mas sim os fragmentos que foram possíveis de identificar elementos do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT).

#### **Encaminhamento para o Problema 1.**

*Olhando para a Resolução 2 vemos que ao fazer:*

$$\frac{1600}{1200} = \frac{24}{x}$$

*Estão sendo representadas duas razões. Como essas razões são iguais então podemos dizer que existe uma proporção, assim definimos proporção como a igualdade entre razões. Além disso também podemos ver na sequência da*

*Resolução 2 que:*

$$1600x = 1200.24$$

*E isso se dá pelo fato dos números 1600 e 24 serem diretamente proporcionais a 1200 e  $x$ , respectivamente, já que as grandezas envolvidas no problema são grandezas que quando o valor de uma das grandezas aumenta, o valor correspondente na outra grandeza também aumenta na mesma razão, e quando o valor diminui, o outro valor correspondente também diminui na mesma razão, assim denominamos essas grandezas de diretamente proporcionais.*

Utilizando a resolução dos próprios alunos para introduzir o conceito de grandezas diretamente proporcionais, os estagiários expressaram conhecimento acerca da metodologia Resolução de Problemas e também a respeito dos conceitos de razão, proporção e grandezas diretamente proporcionais em uma sequência intencional. Com essa relação, os estagiários, nesse momento, mobilizaram aspectos do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) que, entre outros aspectos, Ball, Thames e Phelps (2008) explicam que “[...] Muitas das tarefas matemáticas do ensino exigem um conhecimento matemático da forma de ensinar. Os professores sequenciam um conteúdo específico para obter instruções.” (p.401), sendo essa uma característica do KCT.

Agora vamos apresentar o enunciado do problema 2 e posteriormente as análises a respeito desses itens mencionados.

**Problema 2.** Um pequeno avião, voando a 450 km/h leva 16 horas para ir da cidade A para a cidade B. Quanto tempo gastaria outro avião para percorrer o mesmo trajeto, mas com velocidade média de 800 km/h<sup>64</sup>?

Resoluções esperadas para o **problema 2.**

Resolução 1:

*Como o primeiro avião voa 450km/h durante 16 horas, temos:*

$$450.16 = 7200$$

*Assim, a distância entre A e B é de 7200km, como o segundo avião fará o mesmo*

<sup>64</sup> Enunciado adaptado de: Giovanni Júnior; Castrucci (2009).

trajeto (7200km) a uma velocidade média de 800km/h, temos que demorará:

$$\frac{7200}{800} = 9$$

Portanto o segundo avião levará 9 horas.

Resolução 2:

Por meio de uma regra de três simples podemos organizar os dados em colunas com suas respectivas grandezas.

VELOCIDADE	TEMPO
450	16
800	$x$

Uma vez organizadas, vemos se estas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Considerando que quando a velocidade aumenta, em determinada razão, o tempo diminuirá, na mesma razão, temos que estas grandezas são inversamente proporcionais, portanto:

$$\frac{800}{450} = \frac{16}{x} \Rightarrow 800x = 450 \cdot 16 \Rightarrow x = \frac{450 \cdot 16}{800} = 9$$

Assim considerando a velocidade de 800km/h, o avião levará 9 horas para realizar o trajeto.

Resolução 3:

Por meio de uma regra de três simples podemos organizar os dados em colunas com suas respectivas grandezas.

VELOCIDADE	TEMPO
450	16
800	$x$

Uma vez que estejam organizadas as grandezas podemos resolver da seguinte

*forma:*

$$450 \cdot x = 800.16$$

$$x = \frac{12800}{450} = 28,44 \dots$$

*Portanto o segundo avião levará 28,44... horas.*

Ao olharmos para a resolução 3 do problema 2, observamos uma tentativa de prever um erro que poderia ser apresentado pelos estudantes. Nessa tentativa, podemos inferir que existem elementos do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), uma vez que esse subdomínio possui a característica de antecipar erros nas resoluções das tarefas dos estudantes. Ball, Thames e Phelps (2008) explicam que ao atribuir uma tarefa aos estudantes, o professor precisa ter conhecimento de “[...] concepções comuns de estudantes e equívocos sobre determinado conteúdo matemático” (p. 401), sendo este um elemento do KCS.

Referente a elaboração dessas possíveis resoluções e o cuidado em realizar diferentes meios para atingi-las, além de pensar inclusive em resoluções equivocadas, Van de Walle (2009) destaca que no planejamento de uma aula na perspectiva da Resolução de Problemas, “[...] ao selecionar uma tarefa, é importante pensar sobre como provavelmente todos os alunos na turma o abordarão. Muitas tarefas podem ser resolvidas com uma variedade de métodos.” (p. 85). Esse aspecto foi considerado pelos futuros professores, como é possível observar nas Resoluções esperadas para os problemas.

A seguir, enunciaremos o problema 5, seguido do Encaminhamento para formalização do conteúdo e análises em relação a esse item.

**Problema 5.** Um folheto informa que uma torneira, pingando 40 gotas por minuto, em 30 dias ocasiona um desperdício de 100 litros de água. Na casa de Helena, uma torneira da mesma apresentada no folheto pingou 60 gotas por minuto durante 50 dias. Quantos litros de água foram desperdiçados<sup>65</sup>?

---

<sup>65</sup> Enunciado adaptado de: Giovanni Júnior; Castrucci (2009).



## Encaminhamento para a formalização do conteúdo

Quanto a este encaminhamento, vamos apresentá-lo na íntegra, uma vez que é a formalização do conteúdo proposto pelos estagiários. Segue o encaminhamento:

### Encaminhamento para o **Problema 5**.

*Como mencionado anteriormente, a regra de três composta necessita de conhecimentos prévios como proporção, razão, grandezas, números proporcionais de forma direta e inversamente e principalmente regra de três simples para que possamos formalizar o conteúdo. Temos como objetivo formalizar uma regra de três composta partindo de duas regras de três simples assim como realizado pelos alunos na Tarefa<sup>66</sup> 4.*

*Iniciaremos a formalização pedindo para que os grupos escolhidos pelos estagiários escrevam sua resolução no quadro, mesmo que seja a da Tarefa 4 (caso não resolvam novamente). Vale ressaltar que escolheremos os grupos que apresentarão suas resoluções a fim de evitar resoluções iguais ou muito parecidas.*

*Após a exposição de diferentes resoluções, caso exista, escolheremos de maneira intencional uma, sendo a resolução que fez uso de duas regras de três simples<sup>67</sup>, dessa forma podemos explorar da seguinte maneira:*

*Da primeira regra de três simples da resolução obtemos que:*

<sup>66</sup> Enunciado da Tarefa 4: Um folheto informa que uma torneira, pingando 40 gotas por minuto, em 30 dias ocasiona um desperdício de 100 litros de água. Na casa de Helena, uma torneira da mesma apresentada no folheto estava pingando 60 gotas por minuto.

a) Se na casa de Helena o problema da torneira não for resolvido, quantos litros de água serão desperdiçados em 30 dias?

b) Estes 150 litros de água desperdiçada seriam quantos litros se a torneira pingasse 50 dias ao invés de 30?

Enunciado adaptado de: Giovanni Júnior; Castrucci (2009)

<sup>67</sup> As regras de três simples mencionadas estão relacionadas às seguintes informações:

GOTAS POR MINUTO	LITROS
40	100
60	$x$

LITROS	DIAS
150	30
$x$	50

$$\frac{100}{150} = \frac{40}{60}$$

E da segunda regra de três simples da resolução obtemos que:

$$\frac{150}{250} = \frac{30}{50}$$

Sendo 250 o resultado final do problema.

Tendo a segunda igualdade e multiplicando  $\frac{40}{60}$  em ambos os membros da igualdade, para que possamos relacionar as duas regras de três simples, temos que:

$$\frac{40}{60} \cdot \frac{150}{250} = \frac{40}{60} \cdot \frac{30}{50}$$

Da primeira igualdade podemos substituir  $\frac{40}{60}$  por  $\frac{100}{150}$  no membro esquerdo da igualdade com o intuito de cancelar o número 150, desta forma temos:

$$\frac{100}{150} \cdot \frac{150}{250} = \frac{40}{60} \cdot \frac{30}{50}$$

$$\frac{100}{250} = \frac{40}{60} \cdot \frac{30}{50}$$

Como 250 é nosso resultado então partindo da ideia de que não o conhecemos, teríamos:

$$\frac{100}{x} = \frac{40}{60} \cdot \frac{30}{50}$$

Ao organizar em uma tabela poderíamos relacionar os valores das grandezas com a igualdade acima:

LITROS	GOTAS/MIN	DIAS
100	40	30
x	60	50

Assim a Regra de Três Composta é o método mais usual para resolver problemas de três ou mais grandezas proporcionais e se baseia em organizar uma tabela como a que está acima, depois relacionar cada coluna a uma razão, vale ressaltar a importância de analisar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais já que isto afeta a razão que será escrita, depois de feito isso deve-se igualar a razão que contém a incógnita com o produto das outras razões, dessa forma encontrando uma equação que determina o valor procurado.

Vale ressaltar que todo processo construído anteriormente foi visando buscar uma melhor compreensão do método da Regra de Três Composta, e que os alunos não devem recriar todo o processo em uma resolução deste conteúdo, mas sim utilizar o método usual tendo explorado um motivo para que se fizesse aquilo. Dessa forma vejamos o procedimento utilizado na Regra de Três Composta:

- Primeiramente devemos identificar as grandezas envolvidas no problema: litros, gotas por minuto e dias.
- Deve-se organizar os números relacionados a cada grandeza em uma tabela, de forma que cada valor fique na mesma linha dos valores correspondentes das outras grandezas.

LITROS	GOTAS/MIN	DIAS
100	40	30
x	60	50

- As grandezas devem ser analisadas, duas a duas, de modo a identificar se são grandezas direta ou inversamente proporcionais:

Litros e gotas por minuto são grandezas diretamente proporcionais, pois quando o número de gotas por minuto aumenta, a quantidade de litros deve aumentar na mesma razão.

Litros e dias são grandezas diretamente proporcionais, pois quando o número de dias aumenta, a quantidade de litros deve aumentar na mesma razão.

- Organiza-se os valores em uma equação, colocando a razão que contém a incógnita no membro esquerdo da igualdade, e no membro direito escrevendo as outras razões obtidas como fatores.

$$\frac{100}{x} = \frac{40}{60} \cdot \frac{30}{50}$$

- Resolve-se a equação obtida e determina o valor da incógnita x:

$$\frac{100}{x} = \frac{1200}{3000} \Rightarrow 1200x = 3000 \cdot 100 \Rightarrow 1200x = 300000 \Rightarrow x = \frac{300000}{1200} = 250$$

Para as análises, consideramos aspectos do encaminhamento que apresentam indícios de subdomínios do MKT. Para isso, apresentaremos um trecho

e posteriormente o analisaremos. Em seguida, realizaremos uma análise do encaminhamento como um todo. O trecho foi o seguinte:

*[...] a regra de três composta necessita de conhecimentos prévios como proporção, razão, grandezas, números proporcionais de forma direta e inversamente e principalmente regra de três simples para que possamos formalizar o conteúdo. (Plano de Oficina, 2019)*

Nesse trecho, notamos segurança por parte dos estagiários ao determinarem quais conceitos consideram necessários para a compreensão do conteúdo Regra de Três Composta. Isso evidencia elementos do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), pois um profissional que utiliza Regra de Três Composta não precisa saber quais conceitos baseiam este conteúdo. Já o trabalho do professor de matemática, “[...] envolve um tipo incomum de descompactação de matemática que não é necessário - ou mesmo desejável - em outras configurações além do ensino” (p. 400). Dutra e Viana (2013) em sua pesquisa, também observaram aspectos semelhantes em seu estudo:

*Pelas interações analisadas e pelos depoimentos dos alunos, observou-se que a proposta contribuiu para a aprendizagem de conteúdos específicos de Matemática e proporcionou um novo olhar para os problemas. Isso os fez ver a importância de resolver problemas sem a utilização de processos mecânicos e memorizados, incentivando a postura crítica. (p. 258)*

Além da mobilização do SCK presente no encaminhamento elaborado pelos Estagiários, notamos evidências de conhecimentos a respeito da Resolução de Problemas na perspectiva do ensinar *através*. Inicialmente, observamos características da Resolução de Problemas na preparação do problema. Segundo Azevedo e Onuchic (2017), os professores, nessa etapa, precisam “Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, de modo que sua resolução dependa de um conteúdo matemático que ainda não foi trabalhado em sala de aula.” (p. 407). Buscando a construção de um novo conteúdo, os Estagiários adaptaram o enunciado do problema 5 com intuito de abordarem um conteúdo novo para os estudantes.

Outra característica dessa metodologia é a de que “O professor incentiva os alunos a usarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto.” (AZEVEDO; ONUCHIC, 2017, p. 407). Essa característica fica evidente no encaminhamento dos Estagiários no momento em que eles explicam quais são os conhecimentos prévios necessários para abordar a Regra de Três Composta, e além disso, quando eles

escolhem uma resolução envolvendo duas Regras de Três Simples de maneira intencional para formalizar o conteúdo proposto.

Notamos também que os Estagiários partem da resolução de problemas – registrada na lousa – para a elaboração de uma estrutura organizada com a finalidade de formalizar o conteúdo proposto. Isso vai ao encontro do que as autoras Onuchic e Allevato (2011) denominam como “Formalização do conteúdo”.

Portanto, notamos que os participantes da pesquisa mobilizaram conhecimentos a respeito do conteúdo matemático e da metodologia de ensino escolhida. Com isso, podemos inferir que os Estagiários mobilizaram aspectos do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) no encaminhamento elaborado por eles. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008) esse subdomínio é “[...] um amálgama, envolvendo uma ideia ou um procedimento matemático específico e uma familiaridade com princípios pedagógicos para ensinar esse conteúdo específico.” (p. 402). Os participantes revelaram conhecimentos acerca do conteúdo e também em um modo de abordá-lo, com isso, indo ao encontro de uma característica do KCT evidenciada pelos autores, onde cada tarefa no ensino “[...] requer uma interação entre compreensão matemática específica e uma compreensão de questões pedagógicas que afetam a aprendizagem do aluno.” (p. 401).

### 3.3 Em síntese

Nessa seção, apresentamos uma síntese a respeito dos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) que foram identificados nas análises desenvolvidas nas seções 3.1 e 3.2. Os subdomínios identificados foram o CCK, SCK, KCS e KCT.

A respeito da mobilização do *Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)*, identificamos aspectos deste subdomínio principalmente nas reflexões referentes aos primeiros encontros de orientação e também nas resoluções esperadas do primeiro problema do Plano de Oficina.

Quanto as primeiras orientações, notamos tais aspectos ao observar que os futuros professores acreditavam que saber empregar o procedimento de resolução envolvendo este conteúdo era o suficiente para ensiná-lo. Outro aspecto do CCK ficou evidente dada a dificuldade dos Estagiários em justificarem o conteúdo matemático proposto na tentativa de abordá-lo seguindo a perspectiva da Resolução

de Problema. Assim, podemos concluir a importância de se trabalhar a Resolução de Problemas na formação de professores, uma vez que essas dificuldades têm sido relatadas também em outras pesquisas, por exemplo, Huanca (2014).

Notamos também aspectos do CCK quando os estagiários reconheceram que seu conhecimento era superficial, pois sabiam resolver problemas envolvendo o conteúdo proposto, porém puderam notar que esse conhecimento não era o suficiente para ministrarem a aula.

Além disso, identificamos aspectos do CCK no Plano de Oficina, no que se refere às resoluções esperadas do problema 1, visto que eles elaboraram as duas resoluções de forma correta e por métodos convencionais, característica desse subdomínio. Um dos estagiários, inclusive, afirmava se sentir condicionado a resolver os problemas utilizando apenas um método de resolução. As resoluções esperadas do problema 1 também poderiam ser resolvidas da mesma forma por um profissional de outra área do conhecimento que não a do profissional docente em Matemática, sendo esse outro aspecto do CCK.

Além dos quatro subdomínios supracitados, foram identificadas *transições entre o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)*. A primeira transição foi observada quando o Estagiário 1 apresentou uma reflexão a respeito do livro didático, relatando acreditar que os livros deveriam trazer uma justificativa para o procedimento matemático. Nesse momento, o Estagiário 1 expressa uma transição entre o CCK e o SCK, uma vez que examinar o que os livros didáticos apresentam pode ser considerada competência básica e, provavelmente, não exclusiva do professor de matemática, o que consiste em uma característica do CCK. Porém, expressar que esses livros deveriam apresentar justificativas matemáticas para os procedimentos realizados, por exemplo, constitui um aspecto referente ao SCK.

Identificamos essa transição também na escrita do Estagiário 2. Ao reconhecer que seu conhecimento era superficial, indicou elementos do CCK, porém ao estudar mais a fundo e refletir a respeito do conteúdo, expressou segurança e argumentos matemáticos mais sólidos, o que vai ao encontro do SCK. Assim, o Estagiário 2, ao constatar a necessidade de se aprofundar no conteúdo e reestudá-lo, tendo em vista especificidades que não seriam necessárias para profissionais de outras áreas, aponta uma transição entre o CCK e o SCK, sentindo-se mais seguro em relação ao domínio do conteúdo.

Essa transição foi também identificada nas reflexões a respeito da finalização do Plano de Oficina. Quando o Estagiário 1 destaca ter se surpreendido com a complexidade do conteúdo Regra de Três Composta e explica que não havia pensado no que se baseia o procedimento utilizado na resolução da Regra de Três Composta, ou quando o Estagiário 2 defende que não podemos improvisar resposta em “*Nem tudo é óbvio e nem elementar a ponto de respondermos no improvisado*”, notamos uma mudança no pensamento de ambos. Ao apresentarem tais comentários, quando envolvidos nesse processo formativo, podemos inferir que ambos mudaram suas compreensões a respeito do conteúdo em direção ao SCK. Quanto a essa transição, Ball e colaboradores (2008) explicam que “as exigências do trabalho de ensinar matemática criam a necessidade de um corpo de conhecimento matemático especializado no ensino” (p.401).

Dada tal transição, vamos apresentar uma síntese dos momentos em que foi possível identificar mobilização de aspectos do *Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)*. Identificamos características desse subdomínio quando os estagiários expressaram que, para ensinar, é necessária uma justificativa para o procedimento da Regra de Três Composta e buscaram tal justificativa. Com isso, os Estagiários expressaram segurança e argumentos matemáticos mais sólidos ao se aprofundarem no estudo do conteúdo, o que se caracteriza como aspecto do SCK.

No Plano de Oficina também ficou evidente algumas características do SCK. No encaminhamento do problema 5, ao determinarem quais conceitos consideravam necessários para a compreensão do conteúdo Regra de Três Composta tendo em vista a justificativa que elaboraram para o procedimento de resolução. Isso evidencia elementos do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), pois um indivíduo que não seja docente e utiliza Regra de Três Composta não precisa saber quais conceitos baseiam este conteúdo.

Com relação à mobilização do *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)*, identificamos, por exemplo, na reflexão dos Estagiários, onde apresentaram suas dificuldades e superações em antecipar possíveis dúvidas de estudantes durante a elaboração do Plano de Oficina. Nesse sentido, no Plano de Oficina, ao apresentarem a dúvida que possivelmente um estudante teria, e, mostrarem um encaminhamento para ela, podemos concluir que os estagiários mobilizaram, nesse momento, aspectos do Conhecimento do Conteúdo e dos

Estudantes (KCS). Além disso, Elementos do KCS foram identificados ao olharmos para a resolução 3 do problema 2, e observamos uma tentativa de prever um erro que poderia ser apresentado pelos estudantes.

Sobre a mobilização do *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)*, evidenciamos aspectos em reflexões apresentadas a respeito de alternativas para trabalharem com a Regra de Três Composta, e expressarem preocupação com a forma de ensinar, partindo de conteúdos já trabalhados com os alunos para formalizá-lo, para além de apenas o domínio do conteúdo, ou seja, a partir da interação entre esses dois aspectos.

Foi possível identificar elementos deste subdomínio, também, no Plano de Oficina, onde os Estagiários apresentaram a possibilidade de exporem situações que envolvessem grandezas proporcionais na tentativa de auxiliar o estudante a entender o que são grandezas direta e inversamente proporcionais. Outro aspecto foi mobilizado quando os Estagiários apresentaram a possibilidade de utilizarem a resolução dos próprios alunos para introduzirem o conceito de grandezas diretamente proporcionais.

Além da mobilização deste subdomínio, tendo em vista o trabalho através da Resolução de Problemas planejado, os estagiários apresentam a intenção de trabalharem com a Resolução de Problemas em suas aulas futuras a respeito de Regra de Três Composta, isto é, fora do contexto do Estágio Curricular Obrigatório. Outro aspecto que constatamos em relação ao planejamento dos estagiários nessa perspectiva de ensino foi a dificuldade em utilizar livros didáticos do Ensino Fundamental na abordagem do conteúdo.

Por fim, além dos subdomínios do MKT mobilizados pelos Estagiários, vale ressaltar a contribuição da escrita reflexiva na formação dos futuros professores. A elaboração de um diário reflexivo motivou as reflexões dos Estagiários a respeito do período de orientação e elaboração do Plano de Oficina. As reflexões evidenciaram uma compreensão dos estagiários a respeito do conteúdo e do meio de ensiná-lo, além da possibilidade de ampliarem também sua compreensão acerca do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas realizado no período de Estágio Curricular Obrigatório.



## 4 Considerações

O objetivo geral deste trabalho constituiu-se em investigar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado em um planejamento de aulas realizado por futuros professores de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas, considerando os seguintes objetivos específicos:

- Identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado na escrita reflexiva dos futuros professores a respeito do planejamento de aulas;
- Identificar o conhecimento matemático para o ensino mobilizado no plano de aula elaborado pelos futuros professores.

Para atingir o objetivo analisamos a escrita reflexiva dos Estagiários a respeito da elaboração do Plano de Oficina e o Plano de Oficina já finalizado. Com as análises foi possível identificar, tanto nas reflexões quanto no Plano de Oficina, aspectos de quatro subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008), sendo eles: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK); Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS) e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Esses subdomínios foram mobilizados pelos participantes da pesquisa em diferentes momentos da elaboração e constituição do plano, e por isso, apresentaremos um quadro síntese desses momentos para cada subdomínio.

**Quadro 3:** Síntese dos resultados referentes ao MKT.

<b>Subdomínio do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT)</b>	<b>Como foi mobilizado/desenvolvido pelos Estagiários na escrita reflexiva</b>	<b>Como foi mobilizado/desenvolvido pelos Estagiários no plano de aula</b>
Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)	Principalmente, no início do planejamento da oficina, no qual os Estagiários apresentaram dificuldades quanto a justificativa para o procedimento de resolução que propuseram. Nesse momento, eles acreditavam que saber empregar o procedimento de resolução era o suficiente para ensiná-lo.	Nas resoluções esperadas para o problema 1, que eram compostas apenas por resoluções corretas e desenvolvidas por métodos convencionais.

<b>Subdomínio do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT)</b>	<b>Como foi mobilizado/desenvolvido pelos Estagiários na escrita reflexiva</b>	<b>Como foi mobilizado/desenvolvido pelos Estagiários no plano de aula</b>
Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)	No momento em que eles apresentaram uma mudança de pensamento quanto ao início do planejamento da oficina e expressaram que a justificativa para o procedimento de resolução é necessária para o ensino, e além disso, foram em busca de uma justificativa.	No encaminhamento do problema 5, os Estagiários determinaram quais conceitos consideravam necessários para a compreensão do conteúdo Regra de Três Composta considerando a justificativa que haviam elaborado anteriormente.
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)	Ao manifestarem suas dificuldades e superações em antecipar possíveis dúvidas dos estudantes durante a elaboração do Plano de Oficina.	Mediante a apresentação de dúvidas que possivelmente um estudante teria, e além disso, o encaminhamento para sanar tais dúvidas.
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)	Os Estagiários expressaram preocupação a respeito de alternativas para trabalharem o conteúdo proposto, bem como a forma de ensiná-lo, a partir de conceitos já abordados com os alunos para formalizar a Regra de Três Composta.	Os Estagiários elaboraram uma situação envolvendo grandezas proporcionais com o intuito de auxiliar os estudantes a entender o que são grandezas direta e inversamente proporcionais. Os estagiários também apresentaram no Plano de Oficina a possibilidade de utilizarem a resolução dos próprios alunos para introduzirem conceitos novos.

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2020).

Além dos subdomínios do MKT identificados na pesquisa, bem como sua relação com ações desenvolvidas no planejamento de aulas, evidenciamos outros aspectos que gostaríamos de destacar, tendo em vista o caminho trilhado para o seu desenvolvimento.

O planejamento de aulas para ensinar através da Resolução de Problemas assumiu importância no desenvolvimento dos participantes no que se refere, principalmente, a transição do CCK para o SCK, uma vez que, por meio da metodologia Resolução de Problemas, os estagiários buscaram justificativas para o

procedimento de resolução da Regra de Três Composta. Isso porque a Resolução de Problemas tem como uma de suas características fazer com que o aluno busque elaborar justificativas e dar sentido ao que faz (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), o que também acaba sendo exigido do professor durante o seu planejamento. Assim, pode colaborar para que os futuros professores entendam não apenas o conteúdo proposto, mas também o porquê de trabalharem tal conteúdo de uma forma ou de outra. Arriscamos afirmar que, caso os futuros professores tivessem realizado o planejamento de sua aula de Regra de Três Composta em uma perspectiva tradicional de ensino, talvez não tivessem realizado essa transição do CCK para o SCK se estivessem preocupados em apenas apresentar o procedimento realizado na regra para os alunos e depois sugerir que aplicassem na resolução de outras questões.

Tendo em vista a Resolução de Problemas como metodologia de ensino e os livros didáticos que utilizam, na maioria das vezes, de uma abordagem que se aproxima do “ensino tradicional”, uma pergunta que pode surgir é: Por que sugerir esse tipo de material para futuros professores que estão planejando aulas na perspectiva da Resolução de Problemas?. É evidente que o professor orientador poderia sugerir apenas trabalhos acadêmicos que abordam o ensino pela metodologia adotada, porém, ainda hoje, a maioria das instituições de Ensino Básico utilizam livros didáticos tradicionais como material de apoio para o professor, e em alguns casos esses materiais são empregados como obrigatórios pelas escolas, o que exigirá adaptações no uso desse material por parte do professor.

Referente a essas modificações<sup>68</sup>, Van de Walle (2009, p. 85) explica que “a meta é permitir que cada criança alcance seus objetivos de aprendizagem prosperamente, e não modificar os objetivos.” Sendo assim, os Estagiários puderam ter a experiência de trabalharem com esses livros, e com isso, desenvolverem a consciência de que nesse contexto as adaptações podem se mostrar necessárias e eles podem realizar adequações para ensinar utilizando a metodologia que pretendem, uma vez que “[...] o livro didático pode ser uma fonte de ideias para elaborar lições em vez de prescrições para o que cada lição deve ser.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 92)

---

<sup>68</sup> Uma modificação se refere a uma mudança no problema ou na tarefa. (VAN DE WALLE, 2009, p. 85)

Quanto a escrita reflexiva, podemos notar o caráter formativo que essa ferramenta proporcionou aos Estagiários. Por meio dela, foi possível observar o desenvolvimento dos participantes referente tanto a compreensão do conteúdo proposto, quanto à perspectiva da Resolução de Problemas adotada, e, mais especificamente, a respeito do planejamento de aulas nessa perspectiva. Por isso, a escrita reflexiva se mostrou um instrumento eficaz para a coleta de informação a respeito do planejamento realizado pelos futuros professores.

No tocante a utilização do MKT no momento das análises, uma dificuldade foi observada quanto às possíveis fronteiras que existem entre os subdomínios. Um exemplo que podemos destacar foi referente à questão da análise de livros didáticos, pois é possível afirmar que analisar, reconhecer erros e definições imprecisas são aspectos do Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK). Por outro lado, podemos considerar que, dependendo do modo pelo qual o professor analisa e evidencia erros e definições apresentadas, pode se caracterizar como elemento do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK). Ball, Thames e Phelps (2008) reconhecem que os subdomínios apresentados na teoria “continuarão precisando de aprimoramento e revisão<sup>69</sup>.” (p. 403). Além disso, ainda referente aos dois subdomínios supracitados, explicam que

Relacionado a isso, há um problema de fronteira: nem sempre é fácil discernir onde uma de nossas categorias se divide da seguinte e isso afeta a precisão (ou a falta dela) de nossas definições. [...]. Consequentemente, embora a distinção possa ser convincente como heurística, pode ser difícil discernir o conhecimento comum do conhecimento especializado em casos particulares<sup>70</sup>. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403)

Portanto, a dificuldade aqui encontrada, também foi observada pelos autores do modelo Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT).

Com relação às contribuições do desenvolvimento dessa investigação para o pesquisador, destacamos que proporcionou um aprofundamento a respeito do estudo da Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino de modo a considerar a possibilidade de sua utilização em aulas futuras, tendo em vista as potencialidades para a aprendizagem matemática dos alunos. Além disso, na presente pesquisa, foi possível estudar a Resolução de Problemas na

<sup>69</sup> Our current categories will continue to need refinement and revision.

<sup>70</sup> Related to this, there is a boundary problem: it is not always easy to discern where one of our categories divides from the next and this affects the accuracy (or lack thereof) of our definitions. [...]. Consequently, although the distinction can be convincing as heuristic, it can be difficult to discern common knowledge from specialized knowledge in particular cases.

perspectiva do “*ensinar através*” no âmbito da formação de professores e participar, mesmo que enquanto observador, de um processo formativo nesse sentido, o que pode colaborar para que desenvolva ações futuras a respeito desse tema em contextos de formação docente.

Ademais, ao evidenciar contribuições da utilização da escrita reflexiva para os participantes e para a pesquisa, o pesquisador considera que esse recurso pode contribuir para suas futuras pesquisas e também para suas aulas futuras, uma vez que esse instrumento pode ser empregado em sala de aula com a finalidade de acompanhar o desenvolvimento dos estudantes e até mesmo como um dos instrumentos de avaliação.

Por fim, gostaríamos de ressaltar que, no âmbito do planejamento de aulas na perspectiva da Resolução de Problemas, foi possível constatar o desenvolvimento de diferentes subdomínios do conhecimento matemático para o ensino dos futuros professores. E com relação a possível influência desse planejamento no desenvolvimento de seus conhecimentos profissionais no momento da sua implementação em sala de aula? Deixamos como sugestão para pesquisas posteriores investigar a esse respeito.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, 2009.
- AZEVEDO, E. Q. **O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática**. 2014. 268 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.
- AZEVEDO, E. Q. de; ONUCHIC, L. R. A Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Revista Evento Pedagógico**, Mato Grosso, v. 8, n.1, p. 401-423, jan./jul. 2017.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.
- CAVALCANTE, J, L.; SOARES, L. H. Resolução de problemas e formação docente: saberes e vivências no curso de pedagogia. *In*: Seminário Internacional de pesquisa em Educação Matemática, 5., 2012, Petrópolis. **Anais [...]**. Petrópolis: SBEM, 2012.
- CAVALHEIRO, G. C. S.; MENEGHETTI, R. C. G. Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas: uma Análise das Perspectivas de Licenciandos em Matemática. **JIEEM**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 64-72, jun. 2020.
- DUTRA, D. S. A. **Resolução de Problemas em ambientes virtuais de aprendizagem num curso de licenciatura em Matemática na modalidade a distância**. 2011. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- DUTRA, D. S. A.; VIANA, M. C. V. Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem: possibilidade na educação a distância. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 7, n.2, p. 241-462, jan./jul. 2013.
- FIORAVANTE, A. P. G. **Escrita reflexiva na formação inicial de professores: vivências no curso de pedagogia da FURG**. 2014. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.
- FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados. 2006.
- FREITAS, M. T. M.; FIORENTINI, D. Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática. **Revista Brasileira de Educação**, São Carlos, v. 13, n.37, p. 138-149, jan./abr. 2008.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas e a modelização matemática no processo de ensino aprendizagem-avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática.** 2014. 215 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

JUSTULIN, A. M. **A formação de professores de matemática no contexto da Resolução de Problemas.** 2014. 254 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

JUSTULIN, Andresa Maria; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner. Formação de Professores e Resolução de Problemas: um Estudo a partir de Teses e Dissertações Brasileiras. *In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio. Perspectivas para resolução de problemas.* São Paulo: Editora Livraria de Física, 2017. p. 21-53.

LAUTESCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n.2, p. 237-263, 2017.

LESTER, F. K. Jr. Thoughts About Research On Mathematical Problem – Solving Instruction. **The Mathematics Enthusiast**, v. 10, n. 1, p. 245-278, 2013.

MARINS, A. S. **Conhecimentos Profissionais mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID em práticas de Ensino Exploratório de Matemática.** 2019. 225f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

MOÇO, P. P. **Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática.** 2013. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

OLIVEIRA, S. A.; PASSOS, C. L. B. Resolução de problemas na formação continuada e em aulas de matemática nos anos iniciais: saberes e aprendizagens docentes. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, Número Especial, p. 873-893, 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectiva. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n.41, p. 73-98, dez. 2011.

PAZUCH, V.; LIMA, C. M. P.; ALBRECHT, E. Conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática e o conceito de função na educação básica. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 12, n.2, p. 361-379, maio/ago. 2018.

PROENÇA, M. C.. **A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado.** 2012. 208 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2012.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n.44, p. 311-327, jul/dez. 2015.

ROMANATTO, M. C. Resolução de Problemas na Formação de Professores e Pesquisadores. In: I Seminário em Resolução de Problemas. Rio Claro – SP. **Anais** [...] Rio Claro, 2008.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.

TEIXEIRA, B. R.; SANTOS, E. R. A resolução de problemas na formação docente em matemática: o que tem sido investigado a respeito?. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v. 7, n.2, 2016.

TEIXEIRA, B. R.; SANTOS, E. R. Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: alguns aspectos orientadores para a prática docente. **BoEM**, Joinville, v. 5, n.8, p. 51-71, jan./jul. 2017.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. Departamento de Matemática Coordenação do Estágio Curricular Obrigatório do Curso de Matemática. Habilitação: Licenciatura. **Plano de Estágio**. Londrina, 2019.

UNIVERSITY OF BIRMINGHAM. **A Short Guide to Reflective Writing**. 2015.

Disponível em:

<<https://intranet.birmingham.ac.uk/as/libraryservices/library/asc/documents/public/Short-Guide-Reflective-Writing.pdf>>. Acesso em: 10 nov. 2019.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.



## Anexos

### ANEXO A

#### ROTEIRO BÁSICO PARA OS PLANOS DE OFICINA

- **CAPA**
- **SUMÁRIO**
- **DESCRIÇÃO DA OFICINA, CONTENDO:**
  - ✓ **Série (ano) da Educação Básica a que se destina.**
  - ✓ **Data da realização e carga horária.**
  - ✓ **Contrato pedagógico ou Contrato didático.**
  - ✓ **Conteúdo matemático abordado e sua justificativa.**
  - ✓ **Tendência metodológica utilizada e sua justificativa.**
  - ✓ **Objetivo geral da oficina.**

Em relação à aprendizagem dos alunos com a realização da oficina sobre o conteúdo matemático escolhido e desenvolvida a partir da tendência metodológica adotada.

- ✓ **Tarefas a serem desenvolvidas.**

Apresentar as tarefas que serão trabalhadas com os alunos da Educação Básica na oficina (citar a fonte das tarefas que não foram elaboradas pelos estagiários, bem como de imagens retiradas de livro, sites da internet, etc.); o objetivo específico que se tem com cada tarefa; possíveis resoluções para as tarefas propostas e recursos que podem auxiliar; possíveis dúvidas de alunos e como seriam encaminhadas; uma descrição detalhada dos procedimentos de ensino que serão adotados no encaminhamento das tarefas, em consonância com a tendência metodológica escolhida, bem como uma proposta de sistematização do(s) conteúdo(s) matemático(s).

- ✓ **Proposta para avaliação dos alunos.** (Instrumentos e critérios)
- ✓ **Referências Bibliográficas.** (Destacar apenas os trabalhos que foram citados)

#### **NORMAS PARA FORMATAÇÃO:**

AS NORMAS DESCRITAS A SEGUIR FORAM RETIRADAS DA **APOSTILA DE REGRAS BÁSICAS PARA APRESENTAÇÃO FORMAL DE TRABALHOS** DISPONÍVEL NO SITE DA BIBLIOTECA DA UEL

**MARGENS:**

- Superior e esquerda: 3 cm.
- Inferior e direita: 2 cm.

**ESPAÇAMENTOS ENTRE LINHAS:**

- Configurar todo o texto com espaçamento de 1,5 cm, excetuando-se as citações com mais de três linhas, notas de rodapé, referências, legendas das ilustrações e das tabelas, que devem ser digitados em espaço simples.

**ESCRITA:**

- Utilizar margem justificada para o corpo do trabalho e alinhamento esquerdo para as referências;
- Utilizar fonte *Arial* ou *Times New Roman* no tamanho 12;
- Papel no formato A4 [21 cm x 29,7 cm]

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

- Consultar a *Apostila de regras básicas para apresentação formal de trabalhos* disponível no site da biblioteca da UEL no seguinte endereço:

<http://www.uel.br/bc/portal/arquivos/apostila-normalizacao.pdf>

PARA OUTRAS INFORMAÇÕES, REFERENTES À FORMATAÇÃO, QUE SE FAÇAM NECESSÁRIAS (POR EXEMPLO, A RESPEITO DE FIGURAS, QUADROS, ETC.) CONSULTAR TAMBÉM A REFERIDA APOSTILA.