



**UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA**

---

FERNANDA BOA SORTE ROCHA

**UM MAPEAMENTO  
DE PUBLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
NO INSTITUTO FREUDENTHAL DE 2000 A 2019**

---

Londrina  
2021

FERNANDA BOA SORTE ROCHA

**UM MAPEAMENTO  
DE PUBLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
NO INSTITUTO FREUDENTHAL DE 2000 A 2019**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Regina Luzia Corio de Buriasco

Coorientador: Prof. Dr. Gabriel dos Santos e Silva

Londrina  
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

R672 Rocha, Fernanda Boa Sorte.  
Um mapeamento de publicações em Educação Matemática no InstitutoFreudenthal de 2000 a 2019 / Fernanda Boa Sorte Rocha. - Londrina, 2021.  
148 f.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.  
Coorientador: Gabriel dos Santos e Silva.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) -Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2021.  
Inclui bibliografia.  
1. Educação Matemática Realística - Tese. 2. Mapeamento de Produção Escrita - Tese. 3. Instituto Freudenthal - Tese. I. Buriasco, Regina Luzia Corio de .  
II. Silva, Gabriel dos Santos e. III. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. Título.

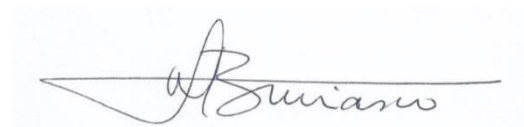
CDU 51

FERNANDA BOA SORTE ROCHA

**UM MAPEAMENTO  
DE PUBLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
NO INSTITUTO FREUDENTHAL DE 2000 A 2019**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA



---

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Regina Luzia Corio de  
Buriasco  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Adriana Quimentão Passos  
Rede Pública de Ensino do Paraná

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Edilaine Regina dos Santos  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 15 de março de 2021.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que estiveram ao meu lado e que contribuíram, de alguma forma, no desenvolvimento desta dissertação. Em especial, agradeço

- aos meus pais, Marly e Carmerindo (*in memoriam*), e à minha irmã, Thaís, por serem minha base e meu refúgio durante toda a minha vida;
- à minha orientadora, Regina, pela dedicação ao meu trabalho, pelas orientações, pelos incentivos e pela paciência durante esses dois anos, além de ser uma inspiração desde a graduação;
- ao meu coorientador, Gabriel, pelas orientações, pelas conversas e pelos conselhos durante esses dois anos, além dos incentivos desde a graduação;
- aos meus amigos, em especial, André, Caroline, Emily, Francielle, Mariana, Natália e Rafael, por todos os momentos de apoio e de descontração.
- aos meus amigos do GEPEMA, por todas as conversas e contribuições. Em especial, à Ana Carolina, à Mariana e à Vanessa, pelo tempo disponibilizado para a validação das traduções dos resumos;
- aos membros da banca, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Adriana Quimentão Passos e Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Edilaine Regina dos Santos, pela leitura cuidadosa e por todas as contribuições para o desenvolvimento deste trabalho;
- à CAPES pela bolsa concedida.

ROCHA, Fernanda Boa Sorte. **Um Mapeamento de Publicações em Educação Matemática do Instituto Freudenthal de 2000 a 2019**. 2021. 148 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

## RESUMO

Esta pesquisa apresenta um mapeamento de publicações em Educação Matemática desenvolvidas por pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal, na Universidade de Utrecht, na Holanda, no período de 2000 a 2019, com a intenção de contribuir para compreender a amplitude do que vem sendo produzido na área. O Mapeamento de Pesquisas caracteriza-se como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações relacionadas à estrutura de uma área de estudo em um determinado espaço e tempo. Dessa forma, levantaram-se publicações de trinta e dois (32) pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal (na época da listagem dos nomes), publicadas em Inglês, Espanhol ou Português, disponíveis na internet e que apresentavam resumos disponibilizados pelos próprios autores. Levando em consideração apenas os resumos para desenvolver a pesquisa, inventariaram-se os temas envolvidos nas duzentos e trinta (230) publicações alcançadas no levantamento, identificando, assim, treze (13) unidades de análise para uma possível classificação das publicações. Mostraram-se recorrentes as pesquisas com temas em Ensino de Matemática, Estudantes e Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o Ambiente de Sala de Aula, sendo que a soma da quantidade de publicações dessas três unidades ultrapassa a metade da quantidade total das publicações. Esta pesquisa não esgotou os estudos das publicações em Educação Matemática do Instituto Freudenthal, mas pode contribuir para o desenvolvimento de outras investigações, por exemplo, referente aos temas e aportes significativos na constituição do campo teórico da abordagem RME e às experiências que busquem resolver dificuldades da prática pedagógica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Realística. Mapeamento de Produção Escrita. Instituto Freudenthal.

ROCHA, Fernanda Boa Sorte. **A Mapping of Publications in Mathematical Education at the Freudenthal Institute from 2000 to 2019**. 2021. 148 p. Dissertation (Masters in Mathematics Education and Sciences) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

### **ABSTRACT**

This research presents a map of written publications in Mathematics Education developed by researchers of the Freudenthal Institute, at the Utrecht University, in the Netherlands, from 2000 to 2019, with the intention of contributing to the understanding of the breadth of what has been produced in the area. The Research Map is characterized as a systematic process of gathering and describing information related to the structure of a study area in a given space and time. Thus, publications by thirty-two (32) researchers bound to the Freudenthal Institute (at the time that was listed their names), published in English, Spanish or Portuguese, available online and which presented abstracts provided by the authors themselves, were collected. Taking into account only the abstracts to develop the research, the themes involved in the two hundred and thirty (230) publications achieved in the survey were inventoried, thus identifying thirteen (13) units of analysis for a possible classification of the publications. Publications with themes in Mathematics Teaching, Students and Educational Tools and Digital Technologies in and for the Classroom Environment has shown to be recurrent, with the sum of the number of publications from these three units exceeding half of the total number of publications. This research did not aim to exhaust the studies of publications in Mathematical Education at the Freudenthal Institute, but it can contribute to the development of other investigations, for example, regarding the themes and significant contributions in the constitution of the theoretical field of the RME approach and the experiences that seek to solve difficulties of the pedagogical practice.

**Key words:** Realistic Mathematics Education. Mapping of Written Production. Freudenthal Institute.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 01</b> – Esquema: Estado da Arte e Mapeamento de Pesquisas .....	17
--	----



## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 01</b> – Modelo: Identificação das publicações .....	19
<b>Quadro 02</b> – Modelo: Tradução dos resumos .....	20
<b>Quadro 03</b> – Modelo: Inventário de tema ou questão de pesquisa .....	21
<b>Quadro 04</b> – Algumas características das abordagens mecanicista, estruturalista e empirista .....	23
<b>Quadro 05</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 01: Avaliação .....	28
<b>Quadro 06</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 02: Conceitos Matemáticos .....	35
<b>Quadro 07</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 03: Conceitos Teóricos em Educação Matemática .....	37
<b>Quadro 08</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 04: Currículo .....	41
<b>Quadro 09</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 05: Ensino de Matemática.....	47
<b>Quadro 10</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 06: Estudantes .....	59
<b>Quadro 11</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 07: Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula .....	76
<b>Quadro 12</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 08: Jogos para o ensino de Matemática .....	88
<b>Quadro 13</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 09: Livros Didáticos.....	91
<b>Quadro 14</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 10: Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante .....	97
<b>Quadro 15</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 11: Métodos para Pesquisas Educacionais.....	105
<b>Quadro 16</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 12: Professores .....	107
<b>Quadro 17</b> – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 13: Tarefas / Problemas Matemáticos .....	116

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 01</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Avaliação.....	34
<b>Gráfico 02</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Conceitos Matemáticos .....	36
<b>Gráfico 03</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Conceitos Teóricos em Educação Matemática .....	40
<b>Gráfico 04</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Currículo.....	46
<b>Gráfico 05</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Ensino de Matemática .....	58
<b>Gráfico 06</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Estudantes.....	75
<b>Gráfico 07</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o ambiente de sala de aula .....	88
<b>Gráfico 08</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Jogos para o ensino de Matemática .....	91
<b>Gráfico 09</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Livros Didáticos .....	96
<b>Gráfico 10</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante .....	104
<b>Gráfico 11</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Métodos para Pesquisas Educativas.....	107
<b>Gráfico 12</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Professores .....	115
<b>Gráfico 13</b> – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Tarefas/ Problemas Matemáticos .....	119
<b>Gráfico 14</b> – Quantidade de trabalhos em cada agrupamento .....	120

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	11
INTRODUÇÃO .....	13
1 A PESQUISA E SEUS PROCEDIMENTOS .....	15
1.1 ALGUMAS AÇÕES DO PROJETO DE ESTADO DA ARTE DA PESQUISA EM RME DO GEPEMA .....	18
1.2 PROCEDIMENTOS DESTA PESQUISA .....	19
2 DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA .....	22
2.1 ASPECTOS DE ABORDAGENS DE ENSINO .....	25
3 DESENVOLVIMENTO .....	28
3.1 UMA DISCUSSÃO VOLTADA PARA CADA AGRUPAMENTO .....	28
3.1.1 Avaliação.....	28
3.1.2 Conceitos Matemáticos .....	35
3.1.3 Conceitos Teóricos em Educação Matemática.....	36
3.1.4 Currículo .....	41
3.1.5 Ensino de Matemática .....	46
3.1.6 Estudantes .....	59
3.1.7 Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o Ambiente de Sala de Aula.....	76
3.1.8 Jogos para o Ensino de Matemática .....	88
3.1.9 Livros Didáticos .....	91
3.1.10 Matemática no Local de Trabalho e no Ensino Profissionalizante .....	96
3.1.11 Métodos para Pesquisas Educacionais .....	105
3.1.12 Professores .....	107
3.1.13 Tarefas / Problemas Matemáticos .....	115
3.2 UMA DISCUSSÃO VOLTADA PARA O TODO ALCANÇADO .....	120
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	124
REFERÊNCIAS DO CORPUS.....	127

## APRESENTAÇÃO

Escrevo esta apresentação, em passos de concluir o Mestrado, e sinto que não sou a mesma de dois anos atrás, após a conclusão da graduação, ou a de dezessete anos atrás, que iniciava a minha jornada estudantil.

Olhando para a trajetória que percorri, desde 2004, quando entrei na escola, não sei dizer se realmente fui uma estudante. Por muito tempo, não me passou pela cabeça o que ser estudante, de fato, significava. Com o passar do tempo, foram surgindo novas responsabilidades e decisões deveriam ser tomadas. Passei boa parte da minha vida seguindo protocolos e, no momento de tomar as rédeas, surgiram as inseguranças e os medos. “O que é que vem agora?”.

Até hoje não sei o motivo, mas, em um devaneio talvez, decidi, após a conclusão do Ensino Médio, fazer Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina (UEL). Possivelmente pela universidade ficar na cidade ao lado da minha, assim, eu não teria muitas dificuldades para frequentar as aulas ou por eu sempre gostar da disciplina de Matemática desde meus primeiros contatos com ela. E por que não ser professora, não é mesmo? Quem sabe foi um tiro no escuro, mas hoje eu posso afirmar que foi um dos meus melhores.

Em 2015 eu finalmente ingressei no curso, e com isso eu descobri protocolos diferentes, mas eles ainda existiam. Entretanto, a visão que se formava em relação a eles estava sendo mudada. Já no primeiro ano da Graduação me deparei com pessoas incríveis, tanto que alguns se tornaram grandes amigos. E os professores? Bom, chega ser difícil falar deles. Cada professor de cada disciplina do primeiro ao quarto ano, dos projetos de pesquisa, das iniciações científicas, cada um deles foi indispensável para minha trajetória. Escrevo com convicção de que o curso de graduação que frequentei tem professores muito qualificados e dedicados em sala de aula. E foram muitos desses professores que me incentivaram a participar de grupos de estudo, fazer cursos de Pós-Graduação, ir além do que era dito naqueles novos protocolos.

Não posso deixar de citar a professora Regina Luzia Corio de Buriasco e o professor Gabriel dos Santos e Silva, que me incentivaram a participar do GEPEMA, ao qual ofereço destaque. Como parte do meu “ir além”, o GEPEMA (Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação) me proporcionou diversas experiências e discussões gratificantes, com pessoas extraordinárias. Além da descoberta de outros temas de estudo, como a RME (Educação Matemática Realística), que despertou em mim interesse,

culminando no desenvolvimento desta dissertação.

Talvez eu ainda não saiba dizer se eu me tornei, então, uma estudante, mas posso afirmar que não deixarei de buscar por isso.

## INTRODUÇÃO

O GEPEMA<sup>1</sup>, Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Inicialmente, o foco de estudo do Grupo era a Avaliação da Aprendizagem Escolar. Devido às pesquisas relacionadas a questões do Programa Internacional de Avaliação de Estudante (PISA), por volta de 2008, o grupo se debruçou sobre os estudos da Educação Matemática Realística (RME<sup>2</sup>), cujas ideias estavam presentes em parte da fundamentação teórica dos documentos do PISA. Desde então, a abordagem RME passou a ser utilizada como objeto de estudo, como aporte teórico e como abordagem para a condução de aulas.

Atualmente, a avaliação da aprendizagem escolar e a RME são temas de dois subprojetos, nos quais estão envolvidos os participantes do GEPEMA. Esses subprojetos têm como objetivo promover a pesquisa, o estudo e a discussão de publicações relacionadas e ter acesso ao maior número de publicações presentes na literatura em cada tema, tendo suas atividades concomitantes aos estudos do Grupo, de forma que os participantes desenvolvem tarefas individuais e coletivas. No presente trabalho, o subprojeto do GEPEMA para estudos relativos à Educação Matemática Realística será chamado de “Subprojeto RME”.

No âmbito do Subprojeto RME, está sendo desenvolvido um Projeto de Estado da Arte da Pesquisa em Educação Matemática Realística, com o propósito de ter acesso a publicações mais recentes e disponibilizar uma sistematização de publicações dos autores vinculados ao Instituto Freudenthal, da Universidade de Utrecht, na Holanda. Como o objetivo é ter acesso a publicações mais recentes, foram escolhidas, por conveniência, publicações do período de 2000 a 2019.

Com a intenção de contribuir para a compreensão da amplitude do que vem sendo produzido na área por pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal, de 2000 a 2019, o objetivo desta pesquisa é apresentar um mapeamento de publicações em Educação Matemática, utilizando como fonte os resumos apresentados pelos autores nessas publicações. Para isso, pretende-se

- fazer um levantamento das publicações de pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal de 2000 a 2019;

---

<sup>1</sup> Coordenado pela Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco. Neste trabalho, a partir daqui, será chamado simplesmente de Grupo ou de GEPEMA.

<sup>2</sup> Sigla da expressão em inglês “*Realistic Mathematics Education*”.

- inventariar os temas das publicações alcançadas no levantamento com base nos resumos apresentados pelos autores;
- analisar os inventários buscando cotejar os temas das publicações dos autores vinculados ao Instituto Freudenthal no período estudado.

Esta dissertação está estruturada em cinco partes, incluindo esta introdução.

O primeiro capítulo traz os procedimentos da pesquisa; o segundo faz uma breve fundamentação teórica do Movimento da Matemática Moderna e da Educação Matemática Realística; o terceiro trata das descrições e análises dos agrupamentos definidos a partir dos temas envolvidos nas publicações e o quarto apresenta algumas considerações da pesquisa desenvolvida.

## 1 A PESQUISA E SEUS PROCEDIMENTOS

O Estado da Arte se enquadra, de acordo com Fiorentini (1994, p. 32), na modalidade de Pesquisa Histórico-Bibliográfica e busca “inventariar, sistematizar e avaliar produções científicas numa determinada área de conhecimento”. As pesquisas histórico-bibliográficas se propõem, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 71), “a realizar análises históricas ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpadas a partir de arquivos e acervos”.

De acordo com Messina (1999, p. 145, tradução nossa<sup>3</sup>), um Estado da Arte é “um mapa que nos permite continuar caminhando”, sendo uma possibilidade de articular discursos de um determinado tema que podem parecer descontínuos ou contraditórios em um primeiro momento.

Para Soares e Maciel (2000, p. 9), o Estado do Conhecimento<sup>4</sup> se caracteriza como “um levantamento e uma avaliação da produção acadêmica e científica sobre o tema”, considerando categorias que identifiquem características do que se quer estudar nos textos analisados. Para esses autores, esse tipo de pesquisa visa inventariar e sistematizar produções de determinada área, sendo necessária para a ordenação do conjunto de informações e resultados já encontrados, indicando “possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas”, identificando duplicações ou contradições e determinando lacunas ou vieses (SOARES; MACIEL, 2000, p. 9).

Romanowski e Ens (2006) afirmam que o Estado da Arte é imprescindível para a compreensão da amplitude do que vem sendo produzido, tendo esse tipo de pesquisa como objetivo sistematizar a produção em uma determinada área. O objetivo não se restringe à identificação de produções, mas a análise, categorização e exibição dos enfoques e das perspectivas envolvidas.

Fiorentini et al. (2016) denotam o Estado da Arte como estudos que envolvem uma grande quantidade de trabalhos e buscam relatar aspectos ou tendências gerais de algum tema, realizando um balanço-síntese do que se produziu.

Para Ferreira (2002), o Estado da Arte traz como desafio mapear e discutir produções acadêmicas de uma determinada área do conhecimento, em um determinado período ou local. A partir da sistematização dessas produções, é possível assimilar a amplitude do que se produziu até então, analisando o estado em que o conhecimento de uma

---

<sup>3</sup> “Un estado del arte es un mapa que nos permite continuar caminhando.”

<sup>4</sup> Esses autores utilizam “Estado do Conhecimento” como sinônimo de “Estado da Arte”.



determinada área se encontra.

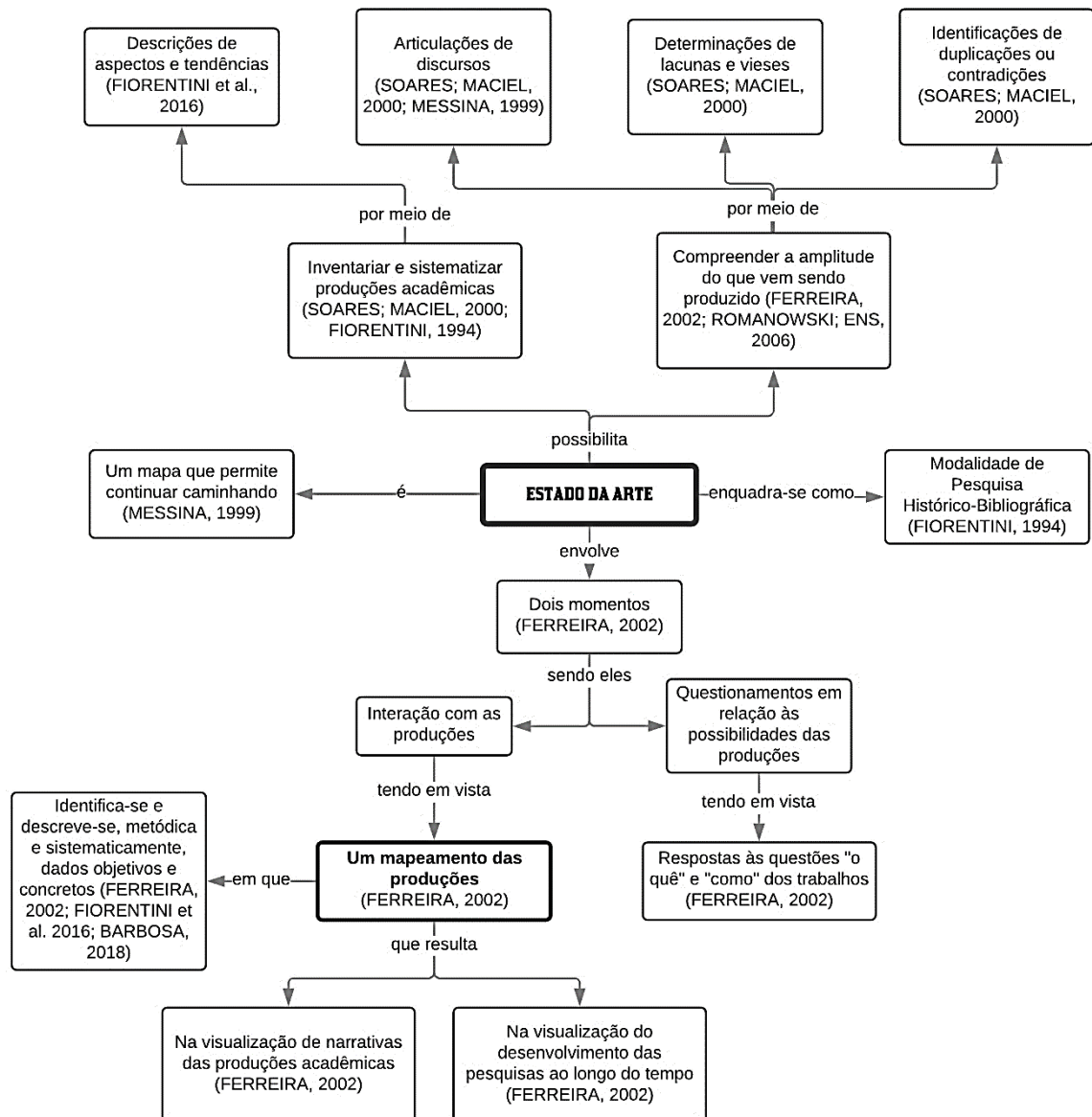
Ferreira (2002) ainda apresenta que a pesquisa do Estado da Arte tem dois momentos. No primeiro momento, o pesquisador interage com a produção acadêmica de certo período a fim de mapeá-la, quantificando e identificando dados objetivos e concretos, assim como alguns aspectos relacionados ao desenvolvimento dessas pesquisas ao longo do tempo. No segundo, o pesquisador se questiona quanto às possibilidades que pode alcançar com essas produções, respondendo questões como “o quê” e “o como” dos trabalhos.

O Mapeamento de Pesquisas, de acordo com Barbosa (2018), é um tipo de estudo bibliográfico de síntese de literatura, cujo propósito é descrever a estrutura de uma área de pesquisa, abordando quantidades, distribuições espaciais, temas, abordagens teóricas, abordagens metodológicas. Os estudos de síntese de literatura têm como característica o uso de procedimentos metodológicos metódicos e rigorosos, tanto para a delimitação do *corpus* como para sua análise.

Para Fiorentini et al. (2016, p. 18), o Mapeamento é um “processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo”. As informações retratadas nesse processo dizem respeito a quando, onde e quantos estudos foram realizados, quais autores e participantes estão envolvidos, além de aspectos teórico-metodológicos e temáticos.

Dessa forma, sustentando-se nos referenciais, considera-se que o Estado da Arte se enquadra em uma pesquisa histórico-bibliográfica e é como um mapa que põe à disposição da comunidade acadêmica, e de quem tiver interesse, aspectos de uma determinada área, com local e período delimitados, a partir de levantamentos e discussões de produções acadêmicas. Esse tipo de pesquisa possibilita a articulação de discursos e a compreensão da amplitude do que vem sendo produzido, além de descrever aspectos e tendências gerais. Apoiando-se em Ferreira (2002), considera-se que o Mapeamento de Pesquisas realizado neste trabalho é uma etapa da pesquisa de Estado da Arte, no caso, realizada pelo GPEMA, em que o pesquisador está imerso no primeiro momento citado. Com alicerces nas referências, conceitua-se, também, o Mapeamento como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações relacionadas à estrutura de uma área de estudo em um determinado espaço e tempo.

**Figura 01** – Esquema: Estado da Arte e Mapeamento de Pesquisas



**Fonte:** A autora.

Como opção para a análise de todos os arquivos selecionados de acordo com os filtros utilizados, decidiu-se realizar um mapeamento levando em consideração os resumos disponibilizados pelos autores em suas publicações.

Borba (2004, p. 87) indica os resumos como uma “explicitação mais clara de uma compreensão global do texto gerador”, não apenas como uma forma de apresentar as partes mais importantes do texto de forma reduzida.

Para Ferreira (2002, p. 268), “um conjunto de resumos organizados em torno de uma determinada área do conhecimento [...] pode nos contar uma História de sua produção acadêmica”. Essa autora ressalva, porém, que, em uma história contada a partir de

resumos, são considerados alguns aspectos que possuem limitações. Para ela, os resumos, na esfera acadêmica, têm a finalidade de informar o leitor sobre o trabalho ao qual se refere de forma rápida, sucinta e objetiva. Ainda segundo a autora, os resumos possuem certa padronização em suas estruturas composicionais, apresentando o que se pretendeu investigar, o percurso metodológico seguido, os resultados alcançados, tudo isso de forma concisa e descritiva.

De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), cujas normas regem trabalhos acadêmicos brasileiros, em um resumo são apresentados o objetivo, o método, os resultados e as conclusões do trabalho, sendo uma síntese do texto.

As normas da Associação Americana de Psicologia (APA<sup>5</sup>), utilizadas em alguns outros países para a formatação de trabalhos acadêmicos, também apresentam o resumo como uma apresentação concisa dos pontos relevantes do texto, devendo-se apresentar a enunciação do problema, objetivos, procedimentos metodológicos, resultados e conclusões.

Com isso, considera-se que resumos seguem um padrão de estruturação, sendo sucintos e objetivos, para que o leitor consiga ter uma visão geral do que será apresentado no corpo do texto. Como apresentado, alguns dos aspectos previstos em um resumo são o tema ou a questão de pesquisa, os objetivos, os procedimentos metodológicos e os resultados e conclusões apresentadas. O tema ou questão de pesquisa serão considerados nesta pesquisa, de modo que os outros aspectos sejam utilizados para complementar a discussão.

## 1.1 ALGUMAS AÇÕES DO PROJETO DE ESTADO DA ARTE DA PESQUISA EM RME DO GEPEMA

Um dos primeiros passos realizados para o Projeto de Estado da Arte da Pesquisa em RME do GEPEMA foi a listagem de autores cujas publicações seriam garimpadas. No *site*<sup>6</sup> da Universidade de Utrecht, no início de 2018, identificaram-se trinta e dois (32) autores<sup>7</sup> vinculados por contrato com o Instituto Freudenthal dessa Universidade.

Ao final do primeiro semestre de 2018, esses autores foram distribuídos

---

<sup>5</sup> Sigla do inglês “*American Psychological Association*”.

<sup>6</sup> <https://www.uu.nl/medewerkers/organogram/BETA/83/374/420>

<sup>7</sup> Aad Goddijn, Amy Besamusca, Arthur Bakker, Dédé de Haan, Dolly van Eerde, Frans van Galen, Gert van der Plas, Huub Nilwik, Jan van Maanen, Jo Nelissen, Joke Daemen, Lonneke Boels, Marc van Zanten, Marianne van Dijke-Droogers, Marja van den Heuvel-Panhuizen, Monica Wijers, Nathalie van der Wal, Paul Bergervoet, Paul Drijvers, Peter Boon, Rogier Bos, Ronald Keijzer, Sietske Tacoma, Martin Kindt, Mieke Abels, Sylvia van Borkulo, Vincent Jonker, Wil Oonk, Xiaoyan Zhao, Melde Gilissen, Michiel Doorman e Michiel Veldhuis.

para os oito participantes<sup>8</sup> do Subprojeto RME. Para constituir o *corpus* do Projeto de Estado da Arte em RME, esses participantes receberam a tarefa de pesquisar as publicações de 2000 a 2017 presentes no currículo dos autores no site da Universidade de Utrecht.

Além disso, os participantes também deveriam preencher um quadro com o nome dos autores e coautores dos trabalhos, o título, o ano de publicação, o tipo de publicação (artigo, livro, dissertação, tese), o meio de publicação (revista) e se o arquivo estava disponível na íntegra para download gratuitamente, como exemplificado no Quadro 01.

**Quadro 01** – Modelo: Identificação das publicações

<b>Autor(es)</b>	<b>Título</b>	<b>Ano de publicação</b>	<b>Tipo de publicação</b>	<b>Meio de publicação</b>	<b>Disponibilidade (S/N)</b>

Fonte: A autora.

Os arquivos disponíveis na íntegra na internet foram baixados e anexados a uma rede compartilhada em que todos os participantes do GEPEMA têm acesso.

O desenvolvimento da tarefa se deu de maneira semelhante para os oito participantes, sendo utilizado o currículo dos autores no site da universidade para o preenchimento do quadro. Para o download dos arquivos, foram utilizados os *links* indicados no currículo do site e a pesquisa no Google Acadêmico e nos sites das revistas das publicações.

## 1.2 PROCEDIMENTOS DESTA PESQUISA

Para delimitar o *corpus* deste trabalho, complementou-se a lista de publicações construída no Projeto de Estado da Arte em RME do GEPEMA com as publicações de 2018 e 2019 dos mesmos trinta e dois autores. A fonte da pesquisa também foi a mesma, o site da Universidade de Utrecht.

Ao final dessa complementação, em janeiro de 2020, no total, encontraram-se as referências de mil duzentas e cinquenta e nove (1259) publicações de vinte e nove (29) dos trinta e dois (32) autores selecionados. As publicações de Paul Bergervoet, Gert Van der Plas e Huub Nilwik não constavam no site na época da pesquisa. Essas mil duzentas e cinquenta e nove (1259) publicações, sem repetições por coautorias, incluem artigos, capítulos de livros, livros, dissertações, teses, em diversos idiomas, como inglês, holandês,

<sup>8</sup> Ana Carolina Bardaçon, Daniela Harmuch, Diego Barboza Prestes, Fernanda Boa Sorte Rocha, Gabriel dos Santos e Silva, Hallynnee Héllen Pires Rossetto, Mariana Souza Innocenti e Rafael Batista Gibellato.

chinês, francês, espanhol, alemão.

Devido à dificuldade de validar as traduções para o português, restringiram-se os trabalhos para os escritos em inglês, espanhol ou português. Essa identificação do idioma dos textos foi feita a partir dos títulos, restando um total de quinhentas e vinte e três (523) publicações. Dessas quinhentas e vinte e três (523) publicações, duzentas e dezesseis (216) não estavam disponíveis gratuitamente, na íntegra, para download. As trezentas e sete (307) publicações disponíveis gratuitamente foram baixadas e anexadas em uma rede compartilhada via internet a que todos os participantes do Grupo têm acesso. Dessas trezentas e sete (307) publicações, duzentas e trinta (230) possuem resumos apresentados pelos autores, que foram as consideradas para análise.

Dos vinte anos considerados para a busca dos trabalhos, apenas o ano de 2000 não apresentou pesquisas que atendessem aos filtros estabelecidos em relação à disponibilidade na íntegra, idioma de escrita e apresentação de resumo.

Com as publicações delimitadas, primeiramente elaborou-se um quadro contendo a referência de cada trabalho e as traduções de seus resumos e de suas palavras-chave para o português, como exposto no modelo a seguir.

**Quadro 02 – Modelo: Tradução dos resumos**

<b>Referências<sup>9</sup></b>	<b>Títulos</b>	<b>Resumos e palavras-chave originais</b>	<b>Resumos e palavras-chave traduzidos</b>

**Fonte:** A autora.

Com base nas informações contidas nesse quadro, buscou-se unidades de análise para contruir agrupamentos das publicações. Na análise de conteúdo, cada elemento unitário de conteúdo a ser submetido a um possível agrupamento é denominado “unidade de análise” (MORAES, 1999). Neste trabalho, as unidades de análise foram definidas a partir dos temas de cada resumo.

Tema é tomado como “proposição, assunto que se quer desenvolver ou provar” (HOUAISS, 2009, CD-ROM). Nos resumos dos textos, foram identificados os assuntos principais para a criação das unidades de análise. Também foi possível identificar outros temas (secundários) que foram utilizados pelos autores como pano de fundo de suas pesquisas. Nesses casos, apenas o tema principal foi considerado nesta pesquisa.

<sup>9</sup> Referência incompleta, apresentando os autores e o ano da publicação.

**Quadro 03** – Modelo: Inventário de tema ou questão de pesquisa

<b>Referência</b>	<b>Título</b>	<b>Resumos e palavras-chave originais</b>	<b>Resumos e palavras-chave traduzidas</b>	<b>Tema ou questão de pesquisa (Unidade de análise)</b>

**Fonte:** A autora.

Os agrupamentos foram formados a posteriori, em um processo que buscou reunir as unidades de análise com aspectos temáticos comuns. Outros elementos apresentados por autores e por documentos já referenciados na Seção 1, considerados importantes para a constituição de um resumo acadêmico, foram levados em conta para complementação da descrição dos trabalhos analisados.

## 2 DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

No início da década de 1950, nos Estados Unidos, o Movimento da Matemática Moderna foi suscitado pela insatisfação que professores apresentavam em relação ao ensino de matemática. De acordo com Kline (1976, p. 32), “[...] no princípio da década de 1950 e mesmo antes dessa data o ensino de matemática malograra. As notas dos estudantes em matemática eram muito mais baixas que em outras matérias”. Para esse autor, a ideia por trás da inovação dos currículos era que o ensino de matemática vigente na época apresentava uma matemática antiquada, desmotivando os alunos a aprenderem.

A partir de então, diversos grupos começaram a se movimentar para preparar novos currículos, aspecto considerado importante para alcançar melhores resultados em matemática e superar o déficit.

Em 1955, a Junta Examinadora de Admissão ao Colégio, cuja função é preparar os exames para admissão em colégios, que atendem às exigências de muitos desses estabelecimentos, decidiu tratar do problema do currículo de matemática da escola secundária e compor o que considerava ser o currículo apropriado (KLINE, 1976, p. 33).

A Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois, presidida por Max Beberman, e a Junta Examinadora de Admissão ao Colégio foram dois dos grupos que tomaram essas iniciativas, em 1952 e em 1955, respectivamente.

Em 1957, esse quadro foi intensificado com o lançamento do primeiro satélite artificial da Terra pelos russos, o Sputnik-1. Esse feito levou o governo estadunidense a acreditar que estava muito atrás da antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas – URSS, no que dizia respeito ao ensino de matemática e de ciências (KLINE, 1976).

Novaes, Pinto e França (2008, p. 3355) afirmam que, no período pós-guerra, os Estados Unidos e a Europa enxergaram a necessidade urgente da reforma no ensino da Matemática “como uma forma de adequação a uma Nova Ordem Mundial que refletia o progresso, desenvolvimento, modernização e aceleração tecnológica”.

Outro fator importante no desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna foram as ideias do grupo francês Bourbaki, forte influência da corrente estruturalista na Matemática. Nicolas Bourbaki foi um pseudônimo que o grupo de matemáticos utilizava. De acordo com Nogueira (1999, p. 15), a concepção bourbakiana propõe que

[...] a matemática atual é como uma bola formada de muitos fios emaranhados de maneiras tal que aqueles que estão no centro reagem entre si

firme e imprevisivelmente. Nesse emaranhado há fios, ou pontas de fios, que saem em várias direções e que não têm nenhuma conexão íntima com nada do que está dentro. O método bourbakiano corta todos esses fios livres e se concentra no núcleo da bola de onde tudo se desembaraça. O núcleo contém as estruturas básicas e os processos ou instrumentos fundamentais da matemática.

Para Novaes, Pinto e França (2008, p. 3356), as características fundamentais do Movimento da Matemática Moderna foram “o pensamento axiomático, maior grau de generalização, alto grau de abstração, maior rigor lógico, uso de vocábulos contemporâneos, precisão da linguagem, método dedutivo e a forte influência estruturalista”.

Na Europa, em 1959, a Organização para a Cooperação Econômica Europeia (OECE<sup>10</sup>) realizou um simpósio, conhecido como Simpósio de Royaumont, para discutir e promover a renovação do ensino de Matemática e as consequências desse encontro foram sentidas em todo o continente. Juntamente com essas mudanças, vieram as críticas, principalmente à abordagem estruturalista de Bourbaki, e a realização de novas pesquisas em Educação Matemática.

Uma das consequências do Simpósio de Royaumont foi a criação, em 1961, da Comissão para a Modernização do Currículo de Matemática (CMLW<sup>11</sup>), comissão que tinha o compromisso de estudar a reforma e a modernização do ensino de matemática nas escolas secundárias. Hans Freudenthal (1905-1990) foi um dos matemáticos e professores que compuseram a comissão, destacando-se e influenciando os outros participantes a se concentrarem no ensino de matemática em vez de no conteúdo do currículo (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2019).

A Holanda, visando alternativas para a abordagem mecanicista vigente na década de 1960, decidiu não optar pela abordagem estruturalista, advinda do Movimento da Matemática Moderna, nem pela abordagem empirista, predominante na Educação Matemática na Inglaterra. O Quadro 04 apresenta algumas características dessas abordagens.

**Quadro 04** – Algumas características das abordagens mecanicista, estruturalista e empirista

<b>Abordagem</b>	<b>Algumas características</b>
<b>Mecanicista</b>	– foco em cálculos em problemas com números “nus” <sup>12</sup> , dando-se uma pequena atenção às aplicações (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 4); – a matemática é ensinada de forma fragmentada (VAN DEN

<sup>10</sup> Sigla do francês: “*Organisation Européenne de Coopération Économique*”.

<sup>11</sup> Sigla do holandês “*Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde*”.

<sup>12</sup> Van den Heuvel-Panhuizen (2010), ao falar de “problemas com números ‘nus’”, refere-se a questões que, no geral, contêm somente números e operações no enunciado.



	<p>HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 4);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– problemas de contexto são utilizados para concluir o processo de aprendizagem; funcionam apenas como campo de aplicação (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2001, p. 4);</li> <li>– o conteúdo é dividido em pequenas partes, sem sentido, em que os estudantes dispõem de procedimentos de resolução fixos, sendo treinados, individualmente, por meio de exercícios (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2001, p. 4);</li> <li>– o problema não é tomado como ponto de partida (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 99).</li> </ul>
<b>Estruturalista</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– abordagem derivada do Movimento da Matemática Moderna (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 4);</li> <li>– o problema é apresentado enquanto se estuda o conteúdo utilizado para resolvê-lo (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 99);</li> <li>– após o trabalho com um problema, os estudantes precisam mostrar que compreenderam por meio de outro problema (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 99).</li> </ul>
<b>Empirista</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– os estudantes são estimulados a realizar investigações, ficando muitas vezes livres, por si (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 4);</li> <li>– é dada grande atenção à esquematização preliminar dos estudantes ao resolver um problema, esperando-se que comecem formulando hipóteses; essas hipóteses são discutidas e testadas (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 99);</li> <li>– não é dada tanta atenção ao fechamento matemático após a resolução dos problemas (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 99);</li> <li>– buscam-se os pontos de partida dos estudos na esfera dos interesses dos estudantes (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 101).</li> </ul>

Fonte: Silva (2015).

Com a oposição de Freudenthal a essas abordagens, surgiu a oportunidade de ir em direção à abordagem RME (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).

Em 1968, foi fundado o projeto Wiskobas (“Matemática nas Escolas Primárias”), do CMLW, por Edu Wijdeveld e Fred Goffree, que contou, posteriormente, com o ingresso de Adrian Treffers. (FERREIRA, 2013; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DRIJVERS, 2014; PASSOS, 2015). A constituição desse projeto foi um marco para o início do desenvolvimento da Educação Matemática Realística, abordagem de ensino resistente ao Movimento da Matemática Moderna. Segundo Van den Heuvel-Panhuizen e Drijvers (2014), foram Wijdeveld, Goffree e Treffers que criaram a base para a abordagem, com base nas ideias de Freudenthal.

Em 1971, Freudenthal fundou e dirigiu o Instituto de Desenvolvimento da Educação Matemática (IOWO<sup>13</sup>), em Utrecht - Holanda, considerado “braço executivo” da Comissão para a Modernização do Currículo de Matemática. De acordo com Van den Heuvel-

<sup>13</sup> Sigla do holandês “*Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde-Onderwijs*”.

Panhuizen (1996, p. 9-10, tradução nossa<sup>14</sup>), a criação deste instituto “proporcionou as facilidades necessárias para o projeto Wiskobas se desenvolver de forma profissional” e o ingresso do Wiskobas no Instituto IOWO impulsionou a reforma da abordagem preeminente no ensino de matemática da época.

Em 1981, o grupo de Investigação para a Educação Matemática e Centro de Computação Educacional (OW & OC<sup>15</sup>) sucedeu ao Instituto IOWO e, dez anos mais tarde, passou a se chamar Instituto Freudenthal (FI<sup>16</sup>), em homenagem ao precursor da RME que morrera um ano antes.

O Instituto Freudenthal, atualmente, é parte da Faculdade de Ciências da Universidade de Utrecht e consiste em: grupos de pesquisa em Educação Científica (Biologia, Física, Química e Matemática); um programa para estimular o desenvolvimento de talentos nas ciências do ensino secundário, chamado *U-Talent*; em laboratórios de ensino e aprendizagem.

Como bem colocado por Van den Heuvel-Panhuizen (2019), a RME não é fixa ou está finalizada, estando em constante desenvolvimento. Ao longo dos anos, foram realizadas diversas contribuições e ênfases relacionadas à abordagem de grupos holandeses e de outras nacionalidades.

## 2.1 ASPECTOS DE ABORDAGENS DE ENSINO

Na Holanda, por volta da década de 1960, o ensino de matemática sofreu diversas modificações. De uma abordagem de ensino mecanicista, houve uma tentativa de adoção de uma abordagem estruturalista, vinda do Movimento da Matemática Moderna, culminando no aparecimento de uma abordagem realística, cujo precursor foi Hans Freudenthal. As abordagens mecanicista e estruturalista são abordagens tradicionais de ensino e muitas de suas características são convergentes.

Uma das ideias apresentadas por Freudenthal no âmbito da reforma educacional é a noção da matemática como uma atividade humana. Para ele, a matemática é “uma atividade humana simultaneamente natural e social, tal como a palavra, o desenho e a escrita” (FREUDENTHAL, 1979, p. 321). Além disso, a matemática deve estar ligada à realidade e pode ser entendida como “uma mistura de interpretação e experiência sensual”

<sup>14</sup> “[...] which provided the facilities needed by the Wiskobas project to develop in a professional manner[...]”.

<sup>15</sup> Sigla do holandês “*Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computercentrum*”.

<sup>16</sup> Sigla do inglês “*Freudenthal Institute*”.

(GRAVEMEIJER; COBB, 2006, p. 64, tradução nossa<sup>17</sup>), diferentemente da forma como é tratada nas perspectivas mecanicista e estruturalista, como um produto acabado, desconsiderando a perspectiva histórica ou a perspectiva evolutiva de desenvolvimento matemático (FREUDENTHAL, 1979; TREFFERS, 1987).

Sendo a matemática uma atividade humana, para a RME, os estudantes são participantes ativos no processo de aprendizagem. A eles é dada a oportunidade de serem autores do seu próprio conhecimento, passando por diversos estágios de entendimento, partindo de modelos menos formais para modelos mais formais (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DRIJVERS, 2014; SILVA, 2015).

Em contraponto, por exemplo, os estudantes no ensino mecanicista e estruturalista são considerados como meros receptores da matemática posta e que devem “assimilar” os procedimentos passo a passo “transmitidos” pelo professor.

Na RME, são propostas situações aos alunos que necessitam de organização matemática, matematização, em que os estudantes usam seus conhecimentos e suas habilidades para descobrir regularidades, relações e estruturas não conhecidas (TREFFERS; GOFFREE, 1985).

Na abordagem mecanicista, os alunos apreendem uma regra determinada e a aplicam em problemas considerados adequados. Nesse caso, a ênfase está na memorização e na automação de conceitos matemáticos (TREFFERS; GOFFREE, 1985; TREFFERS, 1987). Na abordagem estruturalista, são materializados conceitos e estruturas matemáticas para criar uma base concreta de orientação. Dessa forma, busca-se conhecer as estruturas dos objetos matemáticos como forma de compreensão (TREFFERS, 1987).

Para Van den Heuvel-Panhuizen (2001, p. 3, tradução nossa<sup>18</sup>), na RME, “a educação deve dar aos alunos a oportunidade ‘guiada’ de ‘reinventar’ a matemática fazendo-a”, portanto, o foco está no processo de matematização. À vista disso, o professor tem o papel de guia dos estudantes na reinvenção, sendo proativo no processo de aprendizagem (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DRIJVERS, 2014; SILVA, 2015).

De acordo com Mizukami (1986, p. 11) e considerando as abordagens mecanicista e estruturalista como tradicionais, a educação é concebida como um produto, “já que os modelos a serem alcançados estão pré-estabelecidos, daí a ausência da ênfase no processo”. O professor, para essa autora, é aquele que detém o conhecimento e o poder de decidir o que informar aos alunos. Para Freudenthal, iniciar o ensino da matemática a partir do

<sup>17</sup> “[...] as a mixture of interpretation and sensual experience [...]”.

<sup>18</sup> “Education should give students the “guided” opportunity to “re-invent” mathematics by doing it.”

conteúdo matemático formalizado é uma inversão antididática (FERREIRA, 2013).

No âmbito da RME, o currículo de matemática tem seu foco na conexão e na coerência entre estruturas e conceitos matemáticos. Tanto os domínios dentro da própria matemática como de outras disciplinas são interligados. Além disso, os estudantes utilizam uma gama de ferramentas e entendimentos para a resolução de problemas (FERREIRA, 2013; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DRIJVERS, 2014).

Nas abordagens tradicionais, os domínios da matemática são vistos de maneira isolada, fragmentada, e a organização dos assuntos, até mesmo nos livros didáticos, é feita de acordo com o princípio de dificuldade progressiva (TREFFERS, 1987).

Para a Educação Matemática Realística, a aprendizagem matemática não é apenas uma atividade individual, mas também uma atividade social. Os alunos têm a oportunidade de compartilhar suas estratégias e invenções com outras pessoas, o que leva à reflexão e, assim, oportuniza progredir para um nível mais alto de compreensão (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DRIJVERS, 2014).

Na abordagem mecanicista, o ensino é feito de forma individual, promovendo “instruções prescritas individualmente” (TREFFERS, 1987, p. 252, tradução nossa<sup>19</sup>), assim como na abordagem estruturalista. Indo ao encontro desses procedimentos, nas abordagens tradicionais, a avaliação tem o propósito de medir a exatidão da reprodução do conteúdo transmitido em sala de aula, sendo os instrumentos utilizados com fins em si mesmos, definindo notas para os alunos que funcionam como níveis de aquisição do patrimônio cultural (MIZUKAMI, 1986).

Por outro lado, a avaliação, para a RME, tem o propósito de coletar informações dos alunos e de seus processos de aprendizagem, levando à tomada de decisões educacionais por parte do professor, visando às necessidades de cada aluno. A avaliação, por ser de natureza didática, ou seja, por auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem, é denominada avaliação didática e, nela, os alunos têm a oportunidade de mostrar o que sabem.

---

<sup>19</sup> “[...] individually prescribed instruction [...]”

### 3 DESENVOLVIMENTO

A partir das unidades de análise identificadas no inventário de temas ou questões de pesquisa (Quadro 03), foram definidos os seguintes agrupamentos: (A01) Avaliação; (A02) Conceitos Matemáticos; (A03) Conceitos Teóricos em Educação Matemática; (A04) Currículo; (A05) Ensino de Matemática; (A06) Estudantes; (A07) Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o ambiente de sala de aula; (A08) Jogos para o ensino de Matemática; (A09) Livros Didáticos; (A10) Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante; (A11) Métodos para Pesquisas Educacionais; (A12) Professores e (A13) Tarefas/Problemas Matemáticos. Esses agrupamentos serão discutidos nas seções seguintes.

#### 3.1 UMA DISCUSSÃO VOLTADA PARA CADA AGRUPAMENTO

##### 3.1.1 Avaliação

Avaliação é tema de dezesseis (16) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 05 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses dezesseis (16) trabalhos encontrados.

**Quadro 05** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 01: Avaliação

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	Van den Heuvel-Panhuizen e Fosnot (2001)	1
<b>2002</b>	Van den Heuvel-Panhuizen (2002)	1
<b>2003</b>	Van den Heuvel-Panhuizen e Becker (2003); Van den Heuvel-Panhuizen (2003b)	2
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	-	0
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	-	0
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Drijvers, Mariotti, Olive e Sacristán (2009)	1
<b>2010</b>	-	0
<b>2011</b>	-	0
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	-	0
<b>2014</b>	Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a);	2

	Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b)	
<b>2015</b>	Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2015); Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2014)	2
<b>2016</b>	Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2016)	1
<b>2017</b>	Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2017)	1
<b>2018</b>	Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2018)	1
<b>2019</b>	Heeren et al (2019); Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2019); Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019a); Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019b)	4

**Fonte:** A autora.

Foram seis (6) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento, a saber: (A01a) avaliação da aprendizagem; (A01b) design da avaliação; (A01c) instrumentos de avaliação informativos; (A01d) tecnologias digitais para a avaliação em matemática; (A01e) técnicas de avaliação em sala de aula; (A01f) práticas avaliativas de professores.

Um (1) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 aborda a avaliação da aprendizagem dos estudantes (A01a).

- Van den Heuvel-Panhuizen e Fosnot (2001) realizaram um estudo da avaliação da aprendizagem dos alunos no ensino de matemática ligado a um projeto de aprimoramento de professores em escolas primárias de Nova York.

No resumo desse artigo, essas autoras indicaram que o projeto citado objetivava melhorar as “conquistas matemáticas dos alunos”, usando “maneiras inteligentes de aplicar a matemática para resolver problemas”<sup>20</sup>. Segundo Van den Heuvel-Panhuizen e Fosnot (2001), foi desenvolvido um teste pelo qual o “processo de matematização deveria se tornar visual” e que a avaliação focada na estratégia é uma extensão importante da avaliação que se concentra na resposta regular. Não são explicitadas as definições para os termos utilizados.

<sup>20</sup> As citações nos textos da Seção 3.1, não referenciadas na sequência, são trechos do resumo do trabalho em discussão.

Dois (2) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 abordam o *design* da avaliação (A01b).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2002) investigou a avaliação no ensino de Matemática de forma a “ser mais sintonizada com a abordagem da Educação Matemática”, levando em consideração as ideias referentes ao ensino e à aprendizagem de Matemática da abordagem.
- Van den Heuvel-Panhuizen e Becker (2003) compararam e contrastaram os modelos didáticos e psicométricos do *design* de avaliação e, também, apresentaram uma relação entre as metas da Educação Matemática e a avaliação.

Van den Heuvel-Panhuizen (2002) e Van den Heuvel-Panhuizen e Becker (2003) citaram o “modelo psicométrico” e o “modelo didático” para o *design* de avaliação em seus resumos. No texto de 2002, que é referente a uma palestra em uma conferência sobre Educação Matemática, a autora afirmou que alternativas aos testes padronizados não serão suficientes se ainda forem subordinados ao modelo psicométrico do *design* de teste. Van den Heuvel-Panhuizen (2002) declarou, também, que sua intenção era “contribuir para o desenvolvimento de um modelo didático para o *design* de avaliação”, que é visto como um complemento ao modelo psicométrico.

Van den Heuvel-Panhuizen e Becker (2003), que compararam o modelo psicométrico com o modelo didático em avaliação, apresentaram uma perspectiva teórica da abordagem psicométrica e apontaram a questão central do capítulo, que é a necessidade de “estender o *design* da avaliação na Educação Matemática por meio de um modelo didático”.

Um (1) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 aborda instrumentos de avaliação informativos (A01c).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2003b) discutiu a possibilidade de instrumentos escritos serem informativos e orientarem as tomadas de decisões a respeito do ensino.

Van den Heuvel-Panhuizen (2003b) afirmou, no resumo desse artigo, que as “questões de resposta curta” e os “problemas de múltipla escolha” são, geralmente, concebidos como pouco adequados para orientar a tomada de decisões por parte do professor. Essa autora menciona, então, a discussão de algumas medidas para tornar os instrumentos “de papel e lápis” informativos para esse fim.

Dois (2) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 abordam o uso das tecnologias digitais para a avaliação em matemática (A01d).

- Drijvers, Mariotti, Olive e Sacristán (2009) introduziram o tema da segunda seção de

um livro a respeito de Educação Matemática e tecnologia, que é a aprendizagem e a avaliação da Matemática com e por meio das tecnologias digitais.

- Heeren et al.<sup>21</sup> (2019) descreveram uma abordagem ao uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para a avaliação do desempenho em Matemática dos estudantes que utilizam ambientes de aprendizagem para a Matemática.

Na unidade (A07b), Drijvers é autor de dezoito (18) dos vinte (20) trabalhos agrupados, que também tratam da aprendizagem em Matemática com tecnologias digitais, mas sem abordar a avaliação por meio delas. Esse autor é coautor de ambos os trabalhos desta unidade (A01d). Drijvers, Mariotti, Olive e Sacristán (2009) não apresentaram outras informações a respeito da avaliação por meio das TIC no resumo.

Heeren et al. (2019) mencionaram a elaboração de modelos, com o uso das TIC para avaliação, que possibilitariam a descoberta de informações a respeito da aprendizagem dos estudantes para a definição dos próximos problemas a serem oferecidos para os estudantes. Nesse trabalho, assim como focado por Van den Heuvel-Panhuizen (2003b) (A01c), é mencionado o uso da avaliação para identificar informações dos estudantes e tomar decisões para o ensino.

Seis (6) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 abordam o uso das técnicas de avaliação em sala de aula (*classroom assessment technique* – CAT) (A01e).

- Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) investigaram o efeito dos *workshops* de utilização de técnicas de avaliação em sala de aula no desempenho de estudantes holandeses em matemática.
- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2015) estudaram a utilização de técnicas de avaliação em sala em turmas da escola primária (*primary school*) chinês, em que alunos resolveram problemas de divisão sem utilizar o algoritmo padrão.
- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2016) relataram o uso das CAT em turmas do ensino primário (*primary school*) na China, em que o foco também avaliar a divisão.
- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2017) investigaram os efeitos no desempenho matemático de estudantes chineses ao utilizar técnicas de avaliação em sala de aula, contrastando com os resultados em salas de aula de professores que participaram e dos que não participaram de workshops para a utilização de CAT.
- Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) investigaram o desempenho dos

---

<sup>21</sup> Heeren, Jeuring, Sosnovsky, Drijvers, Boon, Tacoma, Koops, Weinberger, Grugeon-Allys, Chenevotot-Quentin, Van Wijk e Van Walree.



estudantes em testes padronizados nacionais de matemática quando seus professores utilizam técnicas de avaliação em sala de aula.

- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019a) analisaram os *insights* de professores chineses do ensino primário (*primary school*), em relação ao entendimento matemático dos estudantes, ao usarem técnicas de avaliação em sala de aula.

As técnicas de avaliação em sala de aula são definidas, no resumo, por Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2016) e por Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019a). No primeiro, de 2016, os autores apresentaram que “as CAT são atividades de avaliação direcionadas, iniciadas pelo professor, próximas ao livro, que os professores podem usar em sua prática diária para tomar decisões informadas de ensino”. No segundo, de 2019, os autores indicaram as CAT como “atividades de avaliação curtas e focadas que podem revelar a compreensão dos alunos a respeito de assuntos matemáticos específicos”. Ou seja, são atividades imediatas que munem o professor de informações a respeito da compreensão dos estudantes de um assunto matemático e que orientam a tomada de decisões em relação ao ensino.

Após seus estudos, alguns resultados da “eficácia” das CAT para o desempenho dos estudantes divergiram. Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b) consideraram que a utilização das CAT pelos professores melhorou o desempenho dos estudantes consideravelmente, de forma que suas pontuações aumentaram mais do que a média nacional. Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2017) apontaram que as pontuações matemáticas dos estudantes melhoraram levemente e que não foram notadas diferenças estatisticamente significantes entre o grupo experimental e o grupo de controle, cujos professores não participaram de oficinas sobre as CAT e seguiam seus planos regulares de ensino. Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) também relataram um aumento significativo no desempenho dos estudantes cujos professores participaram de oficinas a respeito das CAT. Quanto mais os professores participaram de oficinas, melhor o desempenho de seus estudantes.

Em relação às reações dos professores frente às CAT, Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2015) afirmaram que os professores que participaram de sua pesquisa estavam, inicialmente, inseguros para identificarem as informações suscitadas com o uso das técnicas de avaliação em sala de aula e para lidarem com essas informações. Já Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2016) indicaram uma facilidade no uso das CAT pelos professores, que consideraram a técnica viável para conduzir a aula e para envolver e

desafiar os alunos. Entretanto, esses autores relataram também que não foram encontradas evidências de que os professores usaram as informações obtidas das CAT para adaptar o ensino subsequente e que essas técnicas de avaliação eram frequentemente utilizadas como exercícios extras inseridos nos planos de aula. Sendo assim, a utilização das CAT como parte de uma avaliação formativa se tornava um desafio para os professores. Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019a) indicaram que os professores tiveram diferentes *insights* sobre o entendimento dos alunos ao utilizarem as CAT, entretanto os professores se atentaram mais às “descrições do desempenho dos estudantes” do que às “possíveis adaptações do ensino”.

Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2019), ao relatarem a melhora proporcional no desempenho dos estudantes em relação à quantidade de oficinas de que os professores participaram, também dão indícios da relevância de formações continuadas para professores conhecerem e entenderem novas práticas de ensino e avaliação.

Quatro (4) dos dezesseis (16) trabalhos listados no Quadro 05 abordam as práticas avaliativas de professores em sala de aula (A01f).

- Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b) investigaram os perfis de avaliação dos professores sobre a compreensão matemática de seus alunos.
- Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) investigaram os perfis das práticas de avaliação dos professores de uma escola primária (*primary school*) holandesa.
- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2018) investigaram as opiniões dos professores de matemática, também da escola primária (*primary school*), a fim de determinar seus perfis de avaliação.
- Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019b) investigaram as percepções e as práticas de avaliação dos professores de matemática, identificando perfis de avaliação dos professores.

Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b) reportaram que foram identificados quatro perfis avaliativos dos professores, os “entusiastas”, os “convencionais”, os “não entusiastas” e os “alternativos”, mas não mencionaram as definições utilizadas para cada um deles. Esses autores indicaram que esses perfis podem auxiliar na elaboração de materiais para o desenvolvimento profissional e na avaliação das mudanças na prática avaliativa dos professores em sala de aula.

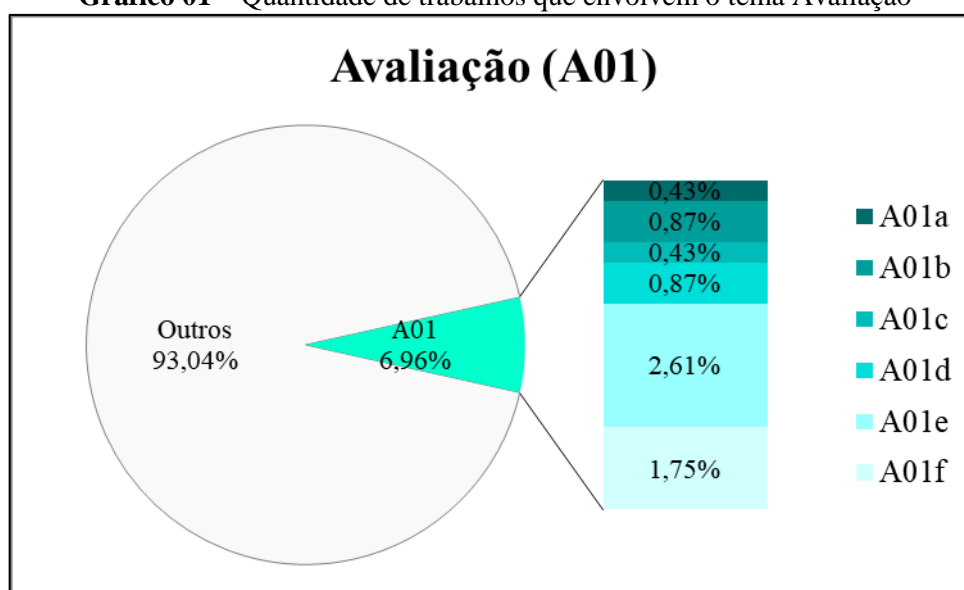
Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2018) identificaram três perfis avaliativos dos professores, os “entusiastas”, os “de fluxo principal” e os “não

entusiastas”. Os avaliadores entusiastas foram os que relataram utilizar a avaliação frequentemente e de forma intencional e que asseguraram sua importância e sua utilidade. Os avaliadores de fluxo principal foram aqueles que opinaram de forma mediana quanto aos fatores utilizados (de maneira geral, frequência, intencionalidade, importância e utilidade). E os avaliadores não entusiastas foram os que mantiveram suas opiniões negativas a respeito da avaliação.

Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) citaram o projeto “Melhorando a avaliação da sala de aula (ICA)”, da Holanda, cujo objetivo era melhorar o desempenho dos estudantes do ensino primário (*primary school*) por meio da avaliação da sala de aula dos professores. Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019b) citaram uma sequência desse projeto, o “Melhorando a avaliação da sala de aula na China (ICA-C)”.

O Gráfico 01 representa as publicações que envolvem o tema Avaliação em relação ao todo do corpus deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A01.

**Gráfico 01** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Avaliação



**Fonte:** A autora.

Os trabalhos com temas em Avaliação representam 6,96% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações dessa unidade A01, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem as técnicas de avaliação em sala de aula - CAT (A01e), seguida pelo estudo das práticas de avaliação dos professores (A01f).

Observando a autoria de todos os trabalhos do agrupamento A01, nota-se que Van den Heuvel-Panhuizen participou de quatorze (14) das dezesseis (16) publicações

levantadas, indicando que os trabalhos da autora são uma forte referência nas pesquisas que abordam avaliação.

### 3.1.2 Conceitos Matemáticos

Conceitos Matemáticos são temas de dois (2) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 06 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses dois (2) trabalhos encontrados.

**Quadro 06** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 02: Conceitos Matemáticos

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	Bos (2011)	1
<b>2002</b>	-	0
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	-	0
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	Goddijn e Pijls (2007)	1
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	-	0
<b>2010</b>	-	0
<b>2011</b>	-	0
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	-	0
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	-	0
<b>2016</b>	-	0
<b>2017</b>	-	0
<b>2018</b>	-	0
<b>2019</b>	-	0

**Fonte:** a autora.

Foram duas (2) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento, a saber: (A02a) demonstrações de conceitos matemáticos e (A02b) propriedades matemáticas.

Um (1) dos trabalhos listados no Quadro 06 envolve demonstrações de conceitos matemáticos (A02a).

- Goddijn e Pijls (2007) apresentaram uma prova alternativa para a classificação da transformação geométrica similaridade com base nos círculos de Apolônio.

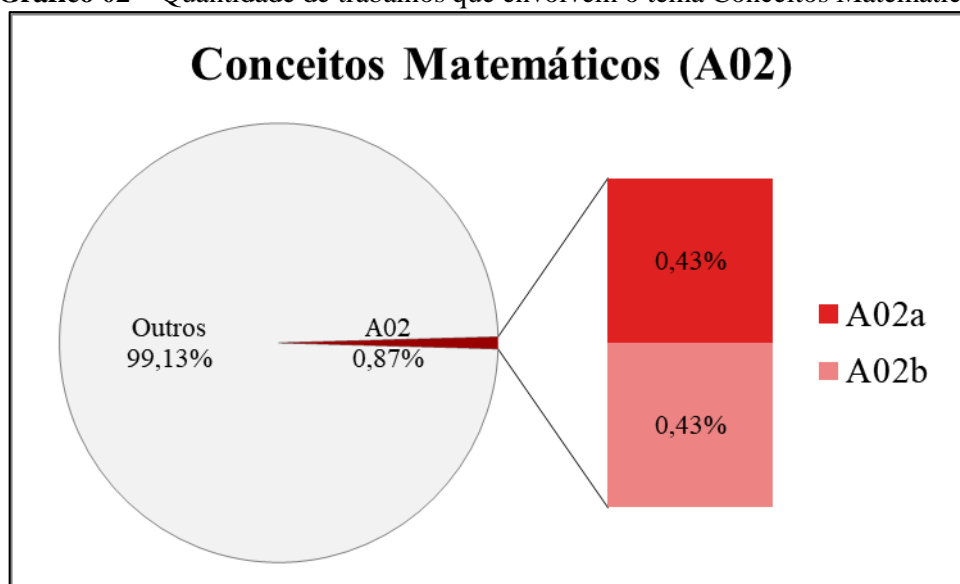
O outro trabalho listado no Quadro 06 envolve propriedades matemáticas (A02b).

- Bos (2011) investigou algumas propriedades de grupoides contínuos em campos contínuos dos espaços de Hilbert.

Os resumos não fornecem indícios de que esses dois trabalhos fazem alguma relação com aspectos da Educação Matemática Realística, levando em conta apenas os conceitos matemáticos de forma isolada, visando à discussão de propriedades e demonstrações.

O Gráfico 02 representa as publicações que envolvem o tema Conceitos Matemáticos em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A02.

**Gráfico 02** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Conceitos Matemáticos



**Fonte:** A autora.

Os trabalhos com temas em Conceitos Matemáticos representam 0,87% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação, sendo o agrupamento com menos trabalhos manifestados. Goddjin, coautor do trabalho da unidade A02a, apresenta apenas uma publicação envolvendo outros temas, e Bos, da unidade A02b, outros cinco trabalhos envolvendo outros temas em Educação Matemática.

### 3.1.3 Conceitos Teóricos em Educação Matemática

Conceitos Teóricos em Educação Matemática são temas de nove (9) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 07

explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses nove (9) trabalhos.

**Quadro 07** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 03: Conceitos Teóricos em Educação Matemática

Ano	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
2000	-	0
2001	-	0
2002	-	0
2003	-	0
2004	-	0
2005	-	0
2006	-	0
2007	-	0
2008	-	0
2009	-	0
2010	-	0
2011	Bakker e Derry (2011); Akkerman e Bakker (2011)	2
2012	-	0
2013	Smit, Van Eerde e Bakker (2013)	1
2014	Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2014)	1
2015	Bakker, Smit e Wegerif (2015)	1
2016	-	0
2017	Taylor, Noorloos e Bakker (2017); Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2017)	2
2018	-	0
2019	Van den Heuvel-Panhuizen (2019); Blum, Artigue, Mariotti, Sträßer e Van den Heuvel-Panhuizen (2019)	2

Fonte: A autora.

Quatro (4) unidades de análise reunidas formam este agrupamento, a saber: (A03a) teoria Inferencialismo; (A03b) andaimes; (A03c) cruzamento de fronteira e (A03d) Didática da Matemática na Europa.

Quatro (4) dos nove (09) trabalhos listados no Quadro 07 envolvem a teoria Inferencialismo (A03a).

- Bakker e Derry (2011) relacionaram a inferência estatística informal à teoria semântica Inferencialismo.
- Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2014) exploraram a teoria semântica Inferencialismo como alternativa ao Construtivismo.
- Taylor, Noorloos e Bakker (2017) exploraram a metáfora da dominação (*metaphor of mastering*), que é fundamentada no Inferencialismo, como alternativa para as

metáforas de aquisição e participação para a aprendizagem.

- Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2017) exploraram a teoria semântica Inferencialismo como alternativa ao Socioconstrutivismo.

Bakker e Derry (2011) sugeriram o Inferencialismo como recurso teórico valioso para a defesa da inferência estatística informal, colocando em reflexão os desafios do ensino de Estatística. Não é definido, nesse resumo, o que esses autores consideram como inferencialismo ou inferência estatística informal.

Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2014) e Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2017) dão luz ao Inferencialismo como alternativa ao Construtivismo e ao Socioconstrutivismo, respectivamente. Nesses trabalhos, é ressaltado o desenvolvedor da teoria, Robert Brandom. Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2014) não trouxeram outras informações no resumo. Já Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2017) e Taylor, Noorloos e Bakker (2017) mencionaram que o Inferencialismo é uma teoria semântica que “explica a formação de conceitos em termos de inferências que os indivíduos fazem no contexto de uma prática intersubjetiva de reconhecer, atribuir e desafiar os compromissos uns dos outros”.

Para Noorloos, Taylor, Bakker e Derry (2017), a teoria em questão “contém uma poderosa concepção de normas que pode superar a dicotomia social-individual, chama a atenção para a realidade que restringe nossas inferências e desenvolve uma concepção mais clara da aprendizagem em termos de domínio de teias de razões”. O termo “teia de razões” aparece em outros trabalhos de Bakker, como em Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017), em que é referido como “complexos de razões interconectadas para fatos e ações”.

Taylor, Noorloos e Bakker (2017), que discutiram a metáfora da dominação (*metaphor of mastering*), citaram que ela permite tratar como complementares e mutuamente constitutivas as dimensões de aquisição e participação da aprendizagem. Para esses autores, a aprendizagem “consiste no processo pelo qual os estudantes passam a dominar conceitos e práticas”.

Dois (2) dos nove (09) trabalhos listados no Quadro 07 abordam o conceito de andaimes (A03b).

- Smit, Van Eerde e Bakker (2013) fundamentaram uma conceituação de "andaimes de classe inteira", teórica e empiricamente.
- Bakker, Smit e Wegerif (2015) analisaram a literatura recente à época a respeito de andaimes e ensino dialógico na Educação Matemática.

O conceito de andaimes é visto em outros trabalhos, por exemplo, que tratam do desenvolvimento do raciocínio de estudantes e das aprendizagens dos professores

para a sala de aula. No resumo de Smit, Van Eerde e Bakker (2013), ele é apresentado como “apoio temporário e adaptável, originalmente na interação diádica adulto-criança”.

Esses autores mencionaram uma analogia ao conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky para justificar a extensão feita de andaimes para toda a classe. Uma distinção explícita dos conceitos de andaimes e andaimes de classe inteira não é apresentada, entretanto Smit, Van Eerde e Bakker (2013) relataram que fundamentariam uma conceituação de andaimes de classe inteira “para que permaneça próxima à origem do conceito de andaimes, mas também forneça espaço para características não salientes na interação um-para-um”.

Bakker, Smit e Wegerif (2015), que mencionaram a realização da caracterização e definição das noções de andaimes e de ensino dialógico, referiram-se a argumentos de que andaime tem potencial de ser “conceito integrativo útil dentro da Educação Matemática, especialmente quando se tira proveito dos insights da literatura de ensino dialógico”. Esses autores não definiram, no resumo, o que entendem pelos conceitos estudados.

Um (1) dos nove (09) trabalhos listados no Quadro 07 aborda o conceito cruzamento de fronteiras (A03c).

- Akkerman e Bakker (2011) exploram os conceitos de cruzamento de fronteira e objetos de fronteira.

Akkerman e Bakker (2011) mencionaram a falta de aprofundamento do potencial dos conceitos investigados para a aprendizagem. A partir da revisão de literatura realizada pelos autores, foram identificados quatro mecanismos de aprendizagem em potencial, que podem ocorrer em fronteiras: “identificação, coordenação, reflexão e transformação”. Esses mecanismos mostram as diversas maneiras pelas quais as “diferenças socioculturais e as descontinuidades resultantes em ação e interação podem funcionar como recursos para o desenvolvimento de identidades e práticas que se cruzam”.

O conceito é bastante citado nos trabalhos cujo tema é a Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante (A10), dentro das unidades que tratam das Literacias Tecno-matemática no local de trabalho (A10a) e, principalmente, das integrações entre ensino profissionalizante e local de trabalho (A10e).

Dois (2) dos nove (09) trabalhos listados no Quadro 07 envolvem a Didática de matemática em países europeus (A03d).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2019) explorou os principais aspectos da Didática da Matemática Holandesa.



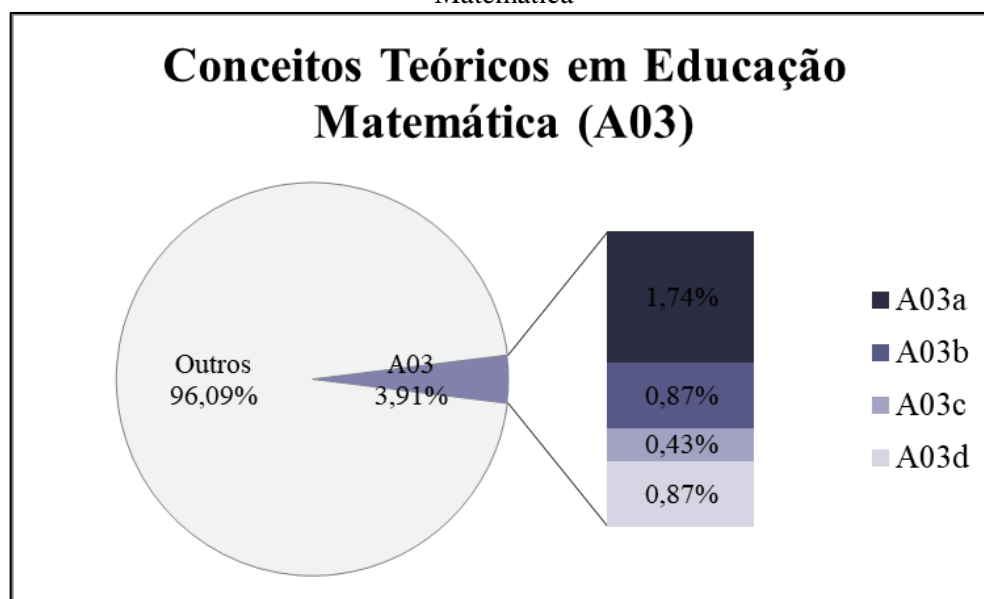
- Blum, Artigue, Mariotti, Sträßer e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) relacionaram as características da Didática da Matemática em quatro diferentes países europeus.

Van den Heuvel-Panhuizen (2019) mencionou a utilização de quatro perspectivas para ver o ensino de matemática na Holanda. A atenção é voltada para o papel da matemática e dos matemáticos, da teoria, do design e da pesquisa empírica. Essa autora aponta que Hans Freudenthal desempenhou um papel fundamental nesses temas, além de Adri Treffers, para a escola primária (*primary school*) e Jan de Lange, para a escola secundária (*secondary school*). De acordo com Van den Heuvel-Panhuizen (2019), esses autores deixaram uma marca importante no desenvolvimento da didática holandesa, que culminou na Educação Matemática Realística.

O trabalho de Blum, Artigue, Mariotti, Sträßer e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) vai à mesma direção de Van den Heuvel-Panhuizen (2019), visto que é o capítulo introdutório do livro que contém ambas as publicações. Blum, Artigue, Mariotti, Sträßer e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) explicitaram que seriam relacionadas características da didática da matemática na França, Holanda, Itália e Alemanha. Outro apontamento é que nesse capítulo seria fornecida uma visão geral dos outros capítulos do livro, cujo título é *European Traditions in Didactics of Mathematics*.

O Gráfico 03 representa as publicações que envolvem o tema Conceitos Teóricos em Educação Matemática em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A03.

**Gráfico 03** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Conceitos Teóricos em Educação Matemática



Fonte: A autora.

Os trabalhos com temas em Conceitos Teóricos em Educação Matemática representam 3,91% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações desse agrupamento (A03), a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem a teoria Inferencialismo. Essa teoria é estudada especificamente nesses quatro trabalhos da unidade de análise (A03a), entretanto, é possível identificar indícios de seu uso como base teórica em outros trabalhos, como referentes ao Ensino (A05) e a Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante (A10).

Com exceção aos trabalhos referentes à Didática da Matemática na Europa (A03d), Bakker foi coautor de todos os trabalhos que investigavam conceitos teóricos em Educação Matemática.

### 3.1.4 Currículo

Currículo é tema de dez (10) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 08 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses dez (10) trabalhos.

**Quadro 08** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 04: Currículo

<b>Ano</b>	<b>Referência</b>	<b>Quantidade de Trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	Vos e Bos (2001); Keijzer e Terwel (2001)	2
<b>2002</b>	Wijers (2002)	1
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	Bakker, Chance, Jun e Watson (2005); Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005)	2
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	-	0
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	-	0
<b>2010</b>	Verschut e Bakker (2010)	1
<b>2011</b>	Verschut e Bakker (2011)	1
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	Krüger e Van Maanen (2013)	1
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	-	0
<b>2016</b>	-	0
<b>2017</b>	-	0
<b>2018</b>	Tolboom e Doorman (2018)	1

2019	Drijvers, Kodde-Buitenhuis e Doorman (2019)	1
------	--	---

**Fonte:** A autora.

Foram seis (6) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento, a saber: (A04a) desenvolvimento de currículos; (A04b) currículos baseados na abordagem RME; (A04c) influências externas na elaboração de currículos; (A04d) o que aprender de acordo com os currículos; (A04e) coerência de currículos e (A04f) influência do currículo em exames nacionais e no desempenho dos estudantes.

Um (1) dos dez (10) trabalhos listados no Quadro 08 envolve o desenvolvimento de currículos (A04a).

- Keijzer e Terwel (2001) exploraram um programa recém-desenvolvido que visa à “aquisição de numeracia em frações”.

Keijzer e Terwel (2001) mencionaram que a utilização desse novo programa estimulou o progresso do desempenho em matemática dos estudantes e que existem argumentos de que as operações formais com frações servem como meta educacional.

Dois (2) dos dez (10) trabalhos apresentados no Quadro 08 abordam currículos baseados na abordagem RME (A04b).

- Vos e Bos (2001) analisaram o desempenho dos estudantes no teste TIMSS<sup>22</sup> ao resolverem os itens desse teste que correspondem e os que não correspondem ao novo currículo estabelecido baseado na abordagem RME.
- Wijers (2002) investigou a interpretação da álgebra a partir de um currículo modernizado (àquela época) segundo os princípios da Educação Matemática Realística.

Vos e Bos (2001), partindo do sucesso e da aprovação dos estudantes ao resolverem os dois tipos de itens do teste TIMSS citados, mencionaram que o currículo atingido se aproxima lentamente do currículo pretendido (naquela época). Wijers (2002) aludiu às dificuldades relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Álgebra que surgiram, após a implementação do novo currículo, na transição do secundário inferior (*lower secondary*) para o secundário superior (*upper secondary*), sendo retratada uma tensão entre “habilidades e compreensão, ferramentas e estruturas, etc.”.

Tanto Vos e Bos (2001) quanto Wijers (2002) dão indícios de que reformas educacionais levam tempo para serem efetivadas, e os resultados e a aceitação não são

---

<sup>22</sup> *Trends in International Mathematics and Science Study.*

imediatos. Isso é ilustrado por Vos e Bos (2001), quando afirmam que “professores e alunos precisavam de tempo para se adaptar ao novo currículo” e por Wijers (2002) ao pontuar que “alguns anos após a implementação do novo currículo, uma pesquisa revelou dificuldades com o ensino e a aprendizagem de álgebra”. Além disso, Wijers (2002) também cita investigações e buscas de soluções, em relação às dificuldades no ensino e na aprendizagem, que estavam sendo realizadas (naquela época) pelo Instituto Freudenthal. Logo, é possível considerar que, embora uma nova proposta para o ensino seja apresentada, novos estudos não são eximidos .

Dois (2) dos dez (10) trabalhos apresentados no Quadro 08 investigam as influências externas na elaboração de currículos (A04c).

- Bakker, Chance, Jun e Watson (2005) buscaram identificar implicações das mudanças na sociedade “para a educação (incluindo o desenvolvimento de currículos e métodos de ensino), para o desenvolvimento profissional, para a avaliação e para pesquisas futuras”.
- Krüger e Van Maanen (2013) investigaram os fatores e atores que influenciam a escolha dos conteúdos presentes nos currículos de matemática utilizando dados históricos de currículos de Matemática dos séculos XVII, XVIII e XIX.

Em ambos os resumos, não são apresentados indícios dos resultados identificados.

Enquanto Bakker, Chance, Jun e Watson (2005) levaram em consideração o desenvolvimento do currículo, os métodos de ensino, o desenvolvimento profissional, a avaliação e as pesquisas futuras como influenciados pelas mudanças sociais, Krüger e Van Maanen (2013) focaram os fatores e atores que influenciam especificamente os conteúdos nos currículos.

O relatório gerado no trabalho de Bakker, Chance, Jun e Watson (2005) iniciou-se com a questão de como o desenvolvimento curricular e as mudanças na sociedade se relacionam e faz parte de um livro organizado a partir de uma mesa redonda a respeito do Desenvolvimento Curricular em Educação Estatística, realizada em Lund, na Suécia, em 2004.

A existência de influências no desenvolvimento de currículo é exemplificada nos trabalhos citados no parágrafo anterior: Bakker, Chance, Jun e Watson (2005), ao proporem o estudo: “como o desenvolvimento do currículo se relaciona com mudanças na sociedade, estatísticas e teorias de aprendizagem?”, e Krüger e Van Maanen (2013), ao proporem o estudo: “quais fatores e atores influenciam o conteúdo dos currículos

de matemática?”. Além desses trabalhos, Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005) apontaram também que os livros didáticos e os programas de exames têm “um papel fundamental na determinação do currículo de matemática pretendido”.

Um (1) dos dez (10) trabalhos listados no Quadro 08 aborda o que os estudantes têm que aprender em matemática de acordo com o currículo (A04d).

- Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005) investigaram o que de matemática os estudantes têm que aprender segundo o currículo estabelecido pelo Ministério da Educação Holandês.

A pesquisa de Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005) foi feita tanto em termos do conteúdo a ser ensinado como da forma como se ensina a matemática e são discutidas, também, a natureza e a história dos padrões curriculares holandeses. Além de analisarem o currículo em si, essas autoras olharam para os livros didáticos, para os programas de exames e para as pontuações em testes nacionais e internacionais.

Ao apresentarem que se atentariam, também, à forma como se ensina matemática, Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005) indicaram a Educação Matemática Realística como “a teoria de instrução específica de domínio que forma a base para a abordagem holandesa ao ensino de matemática”. Além dos trabalhos que abordam currículos baseados na RME, os outros trabalhos desse agrupamento não citam explicitamente a abordagem em seu resumo.

Três (3) dos dez (10) trabalhos listados no Quadro 08 abordaram a coerência de currículos (A04e).

- Verschut e Bakker (2010) buscaram uma definição operacional do que é considerado como um currículo coerente de Estatística, por, muitas vezes, essa definição não ser esclarecida.
- Verschut e Bakker (2011) investigam em que medida as tentativas iniciais de projeção e implementação de um currículo coerente de estatística foram bem-sucedidas para diferentes representações curriculares (currículo ideal, escrito, percebido e operacional).
- Tolboom e Doorman (2018) publicaram, em um *e-book*, um capítulo a respeito da “posição do ensino de matemática e do ensino de informática em um currículo coerente de STEM<sup>23</sup>”. Esse capítulo foi desenvolvido a partir das discussões, focadas no tema, de especialistas do currículo europeu no encontro de especialistas

---

<sup>23</sup> Sigla do inglês “*Science, Technology, Engineering and Mathematics*”, utilizada para agrupar as áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática.

CIDREE<sup>24</sup> STEM, em 2016.

O trabalho de Verschut e Bakker (2011), que analisa a implementação de um currículo definido em 2010, na prática, parece ser uma continuação do trabalho de Verschut e Bakker (2010), que teoriza sobre o que é considerado um currículo de estatística coerente.

Enquanto Verschut e Bakker (2010) e Verschut e Bakker (2011), dissertaram acerca do currículo coerente de estatística, Doorman e Tolboom (2018), abordam o currículo coerente de STEM, que envolve as áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática. Este último trabalho apresenta uma pesquisa voltada para o ensino de matemática e de informática dentro do currículo coerente de STEM, de forma teórica.

Verschut e Bakker (2010) não mencionaram, no resumo, a definição do que é um currículo coerente em Estatística, mas apontaram-na como uma iniciativa para a elaboração de critérios de avaliação para a coerência de três representações de um currículo: o pretendido, o implementado e o atingido. Verschut e Bakker (2011) indicaram que, para implementar um currículo coerente em sala de aula, é preciso esclarecer essa coerência no currículo ideal e são necessárias atividades concretas em sala de aula.

Um (1) dos dez (10) trabalhos listados no Quadro 08 trata da influência de reformas curriculares em exames nacionais e no desempenho dos estudantes (A04f).

- Drijvers, Kodde-Buitenhuis e Doorman (2019) trataram do reflexo de uma reforma curricular, em uma escola piloto holandesa, nos exames nacionais e no desempenho dos estudantes nas tarefas correspondentes desses exames. Esses autores abordaram, também, a relevância da avaliação na implementação de uma reforma curricular.

Drijvers, Kodde-Buitenhuis e Doorman (2019) apresentaram que, em relação a uma escola que seguia o currículo regular, o pensamento matemático era abordado em maior grau nos documentos do exame da escola piloto, que seguia o currículo reformado, mas foi decrescendo no decorrer do tempo. Esses autores trataram dos estímulos que um currículo reformado incita em exames nacionais e no desempenho dos estudantes, enquanto Bakker, Chance, Jun e Watson (2005) e Krüger e Van Maanen (2013) trataram do currículo como suscetível a modificações de acordo com alguns fatores. Dessa forma, pode-se considerar que o currículo é agente e passível de modificações.

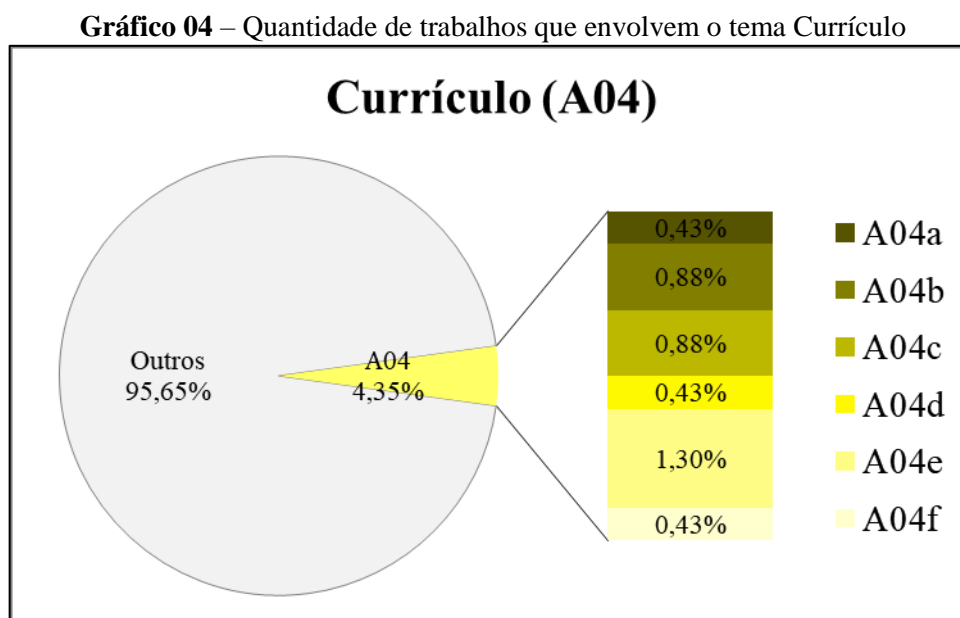
Alguns resumos apresentam adjetivações para o currículo, como suas

---

<sup>24</sup> Sigla do inglês “*Consortium of Institutions for Development and Research in Education in Europe*”, que se trata de uma rede de organizações educacionais envolvidas no desenvolvimento curricular e/ou pesquisa educacional da Holanda.

formas de representações. Verschut e Bakker (2010) relataram que os resultados de sua pesquisa caminham para critérios de avaliação para a coerência de três representações de currículos: o pretendido, o implementado e o atingido. Verschut e Bakker (2011) citaram outros tipos de representações para o currículo, como o ideal, o escrito, o percebido e o operacional. Além desses, Vos e Bos (2001) também fazem menção ao currículo atingido e ao currículo pretendido e Van den Heuvel-Panhuizen e Wijers (2005) fazem menção ao currículo pretendido. Nenhum dos autores explicita, nos resumos, o que entendem por essas representações.

O Gráfico 04 representa as publicações que envolvem o tema Currículo em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A04.



**Fonte:** A autora.

Os trabalhos com temas em Currículo representam 4,35% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações deste agrupamento (A04), a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem a coerência dos currículos (A04e). Foram três trabalhos, publicados em 2010, 2011 e 2018.

### 3.1.5 Ensino de Matemática

Ensino de Matemática é tema de trinta e sete (37) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 09 explicita, de acordo

com os anos de publicação, a distribuição desses trinta e sete (37) trabalhos.

**Quadro 09** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 05: Ensino de Matemática

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	-	0
<b>2002</b>	-	0
<b>2003</b>	Bakker (2003)	1
<b>2004</b>	Gravemeijer, van Galen, Boswinkel e Van den Heuvel-Panhuizen (2004); Keijzer, van Galen e Oosterwaal (2004)	2
<b>2005</b>	Bakker, Biehler e Konold (2005); Van den Heuvel-Panhuizen (2005)	2
<b>2006</b>	Bakker e Gravemeijer (2006); Gravemeijer e Bakker (2006)	2
<b>2007</b>	Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, de Lange e Wijers (2007)	1
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Doorman e Gravemeijer (2009); Ensor, Hoadley, Jacklin, Kühne, Schmitt, Lombard e Van den Heuvel-Panhuizen (2009); Van den Heuvel-Panhuizen (2009a)	3
<b>2010</b>	Dierdorp, Bakker, Van Maanen e Eijkelhof (2010); Van den Heuvel-Panhuizen (2010b); Van den Heuvel-Panhuizen (2010c)	3
<b>2011</b>	Makar, Bakker e Ben-Zvi (2011); Yuberta, Zulkardi, Hartono e Van Galen (2011); Revina, Zulkardi, Darmawijoyo e Van Galen (2011); Van Nes e Doorman (2011)	4
<b>2012</b>	Anwar, Budayasa, Amin e De Haan (2012)	1
<b>2013</b>	Maaß e Doorman (2013); Bustang, Zulkardi, Darmawijoyo, Dolk e Van Eerde (2013); Murdiyani, Zulkardi, Putri, Van Galen e Van Eerde (2013)	3
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	-	0
<b>2016</b>	Savelsbergh, Prins, Rietbergen, Fechner, Vaessen, Draijer e Bakker (2016)	1
<b>2017</b>	Bos (2017)	1
<b>2018</b>	Abrahamson, Andrade, Bakker e Levy (2018); Bakker (2018); Droogers, Drijvers e Bakker (2018b); Doorman, Van den Heuvel-Panhuizen e	5



	Goddjin (2018); Droogers, Drijvers e Bakker (2018a)	
<b>2019</b>	Doorman (2019); Maaß, Doorman, Jonker e Wijers (2019); Droogers, Drijvers e Bakker (2019); Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019); Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis, Doorman e Leseman (2019); Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019b); Otten, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019); Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019b)	8

**Fonte:** A autora.

As dez (10) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento foram: (A05a) design do ensino; (A05b) desenvolvimento e avaliação de trajetórias de aprendizagem; (A05c) estratégias de ensino; (A05d) conteúdos matemáticos em sala de aula; (A05e) escolha de conteúdos para o ensino; (A05f) reformas educacionais; (A05g) uso de modelos no ensino; (A05h) uso de práticas autênticas no ensino; (A05i) modos e elementos do ensino e (A05j) ambientes de aprendizagem incorporados.

Sete (7) dos trinta e sete (37) apresentados no Quadro 09 envolvem o *design* do ensino (A05a).

- Gravemeijer e Bakker (2006) analisaram dois projetos de *Design Research* para contribuir com um *framework* para o *design* em Educação Estatística.
- Yuberta, Zulkardi, Hartono e Van Galen (2011) desenvolveram atividades de ensino que visam à aprendizagem de medição de área por estudantes.
- Revina, Zulkardi, Darmawijoyo e Van Galen (2011) desenvolveram atividades de ensino para apoiar a aprendizagem de medição de volume por estudantes, com o uso de tarefas de visualização espacial.
- Murdiyani, Zulkardi, Putri, Van Galen e Van Eerde (2013) projetaram atividades de ensino para o desenvolvimento de modelos para a resolução de subtração de dois dígitos por alunos.
- Bustang, Zulkardi, Darmawijoyo, Dolk e Van Eerde (2013) analisaram o *design* e o teste de uma sequência de ensino sobre ângulos em escolas primárias (*primary school*) da Indonésia.
- Doorman (2019) investigou o papel e a importância do *design* do ensino de

Matemática para a criação de Teorias de Instrução Local.

- Maaß, Doorman, Jonker e Wijers (2019) desenvolveram materiais de ensino e formação profissional conectando Matemática e Ciências ao ensino de cidadania.

Com exceção aos trabalhos de Revina, Zulkardi, Darmawijoyo e Van Galen (2011), de Doorman (2019) e de Maaß, Doorman, Jonker e Wijers (2019), os outros trabalhos que envolvem o design do ensino apresentam, explicitamente no resumo, a RME como base para sua pesquisa.

Bakker e Gravemeijer (2006) fizeram menção à distinção de aspectos e níveis de compreensão dos estudantes que o estudo histórico proporcionou, além da oportunidade de os “*designers*” terem visões aproximadas às percepções dos estudantes. Esses autores citam a exemplificação de como as hipóteses a respeito da aprendizagem dos alunos, atreladas à História da Estatística, encontradas por meio da fenomenologia histórica - heurística de design – levaram ao planejamento de atividades de ensino. Essa heurística é citada também em Gravemeijer e Bakker (2006b) (A05a). que a indicam, juntamente com a reinvenção guiada e a modelagem emergente, como heurística de *design*.

Yuberta, Zulkardi, Hartono e Van Galen (2011), que desenvolveram atividades de ensino para a aprendizagem de medição de áreas, também consideraram a RME como pano de fundo para o *design* do contexto e das atividades de ensino. Esses autores não apresentam mais detalhes a esse respeito no resumo.

Revina, Zulkardi, Darmawijoyo e Van Galen (2011) mencionaram a dificuldade dos estudantes relacionada a aspectos de visualização espacial, como leitura de representações bidimensionais de objetos sólidos, culminando em erros em tarefas de medição de volume. Por isso, foram desenvolvidas as atividades de ensino. Nesse resumo, não foi explicitada a base para o *design* das atividades, entretanto a autoria desse trabalho conta com dois autores de Yuberta, Zulkardi, Hartono e Van Galen (2011), que sugerem o pano de fundo na RME.

Bustang, Zulkardi, Darmawijoyo, Dolk e Van Eerde (2013) contextualizaram o estudo na versão indonésia da RME, nomeada *Pendidikan Matematika Realistik Indonesia*. Esses autores mencionaram a elaboração de uma trajetória hipotética de aprendizagem para compreender como é possível promover a compreensão dos estudantes relativa ao conceito de ângulo. A qualidade iterativa de desenvolvimento de atividades de ensino, experimentações e análises retrospectivas da pesquisa contribui para a construção de uma Teoria de Instrução Local a respeito do tema.

Murdiyani, Zulkardi, Putri, Van Galen e Van Eerde (2013) citaram a RME

como guia para projetar as atividades de ensino e, de acordo com seus resultados, recomendaram-na para tornar os processos de ensino e aprendizagem mais significativos para os estudantes. Esses autores também mencionaram a construção de uma Teoria de Instrução Local para a subtração, visto que alguns significados e estratégias para subtração raramente apareciam em livros de Matemática e nas explicações dos professores.

Também se referindo a teorias de instrução local, Doorman (2019) apontou o anseio de que as desenvolvidas criassem oportunidades aos professores, autores de livros didáticos e pesquisadores de adaptarem suas investigações e práticas letivas, considerando seus contextos, apresentando sempre inovações em Educação Matemática.

Maaß, Doorman, Jonker e Wijers (2019) colocaram luz sobre a importância de preparar a população para serem cidadãos engajados e responsáveis. Para isso, realizaram o desenvolvimento dos materiais de ensino, identificando que é possível promover a cidadania ativa e o desenvolvimento das habilidades do século XXI no ensino de matemática.

Quatro (4) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 enfocam o desenvolvimento ou avaliação de trajetórias de aprendizagem (A05b).

- Van Nes e Doorman (2011) desenvolveram uma trajetória hipotética de aprendizagem<sup>25</sup> (THA) para compreender como promover a estruturação espacial por crianças e jovens.
- Droogers, Drijvers e Bakker (2018a) desenvolveram uma trajetória de aprendizagem<sup>26</sup> (TA) fundamentada na inferência estatística informal<sup>27</sup> (IEI).
- Droogers, Drijvers e Bakker (2018b) avaliaram e revisaram uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) que visava à compreensão dos estudantes em inferência estatística informal (IEI).
- Droogers, Drijvers e Bakker (2019) exploraram o *design*, a implementação e a avaliação da primeira parte de uma trajetória de aprendizagem para inferência estatística informal (IEI).

Van Nes e Doorman (2011) mencionaram que a compreensão de estruturas espaciais ajuda na aprendizagem de procedimentos numéricos. Esses autores apontaram que um contexto abrangente influencia no ambiente de ensino, de maneira a levar o estudante a “ganhar consciência das estruturas espaciais e aprender a usar estratégias de estruturação espacial em vez de procedimentos de contagem unitária”.

---

<sup>25</sup> *Hypothetical Learning Trajectory.*

<sup>26</sup> *Learning Trajectory.*

<sup>27</sup> *Informal Statistical Inference.*

A TA desenvolvida por Droogers, Drijvers e Bakker (2018a) enfocou a amostragem, a distribuição de frequência dos resultados de amostras repetidas e a distribuição da amostra. Nessa pesquisa, os resultados indicaram a possibilidade de o estudante imaginar e esboçar a distribuição de frequência de amostras repetidas, indicando “um passo adiante no entendimento de variação e incerteza no design de inferências estatísticas informais”.

Na trajetória de Droogers, Drijvers e Bakker (2018b), a ideia era que estudantes sem experiências em amostragem fizessem inferências estatísticas sem que conhecessem a teoria formal da probabilidade. Esses autores mencionaram, com base nos resultados, que os estudantes podem interpretar informalmente dados da amostra com a incerteza correspondente. Droogers, Drijvers e Bakker (2018b) também apontaram como parte essencial da THA o engajamento em amostragem concreta, em simulações e em discussões em geral mais profundas.

Droogers, Drijvers e Bakker (2019) mencionaram os resultados de sua pesquisa em que estudantes foram apresentados aos conceitos-chave de amostra, distribuição de frequência e distribuição de amostra simulada. Esses autores apontaram que, “a partir de amostragem repetida com caixas pretas”, as trajetórias de aprendizagem podem apoiar a acessibilidade desses conteúdos, porque “os estudantes foram capazes de fazer inferências com a distribuição de frequência de amostras repetidas, bem como as distribuições de amostragens simuladas correspondentes”. Indicaram, ainda, a maneira promissora que esses resultados sugerem para tornar a IEI mais acessível aos estudantes.

Nove (9) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 enfocam estratégias de ensino (A05c).

- Bakker (2003) investigou diferentes camadas, aspectos e aplicações de valores médios para o ensino a partir de um estudo histórico a respeito desse conceito.
- Keijzer, Van Galen e Oosterwaal (2004) investigaram o ensino de casas decimais, partindo da ideia de aprendizagem como um processo de reinvenção guiada de Freudenthal.
- Bakker e Gravemeijer (2006) investigaram como a História da Estatística poderia auxiliar no raciocínio dos alunos em relação a conceitos e gráficos estatísticos específicos.
- Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, de Lange e Wijers (2007) exploram a instauração da resolução de problemas como domínio vivo na Educação Matemática.

- Van den Heuvel-Panhuizen (2010b) explorou o uso de modelos didáticos na educação.
- Maaß e Doorman (2013) exploraram a aprendizagem baseada em inquirição (IBL) e sua disseminação para professores.
- Savelsbergh, Prins, Rietbergen, Fechner, Vaessen, Draijer e Bakker (2016) desenvolveram uma revisão meta-analítica de trabalhos que investigavam os efeitos de estratégias de ensino nas atitudes dos estudantes em Ciências e Matemática.
- Bos (2017) investigou o uso de heurística na resolução de problemas.
- Bakker (2018) explorou a aprendizagem pela descoberta.

Bakker (2003) mencionou implicações dos resultados de sua pesquisa para o *design* do ensino de Estatística, como a estimativa enquanto ponto de partida, com a utilização de representações em barras em ferramentas computacionais na qualidade de formas visuais de estimar a média. Outra implicação refere-se à “reinvenção de intervalo médio, mediana, moda e média”, sendo a reinvenção guiada – heurística de design citada posteriormente por Gravemeijer e Bakker (2006b) – uma das palavras-chave destacadas pelo autor.

Gravemeijer e Bakker (2006b) indicaram a RME como abordagem que inspirou os projetos de *Design Research* realizados, levando em consideração “heurísticas de *design*, como a reinvenção guiada, fenomenologia histórica e didática e modelagem emergente”. Esses autores aludiram aos projetos de *Design Research* como “tentativas baseadas em iteração e teoria para entender e melhorar os processos educacionais”.

Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, de Lange e Wijers (2007) mencionaram como desafio, referente à implementação da resolução de problemas como um domínio vivo da Educação Matemática, o *design* de tarefas originais, não rotineiras e novas para os estudantes. Para que a resolução de problemas se instaure na Educação Matemática, esses autores recomendam dar atenção a ela já no ensino primário (*primary school*) e em séries de livros didáticos, explorar os benefícios do uso integrado da tecnologia e organizar exames escolares mais apropriados à resolução de problemas.

Keijzer, Van Galen e Oosterwaal (2004) mencionaram que, dentro da reinvenção guiada, os alunos recapitulam o processo de aprendizagem da humanidade até certo ponto. Van den Heuvel-Panhuizen (2010b) mencionou o uso de modelos didáticos como uma questão delicada, sendo que o seu uso incorreto pode ser nocivo e antididático. O termo antididático, de acordo com o resumo, foi utilizado por Freudenthal para indicar a tendência em tomar a estrutura científica de uma disciplina como direcionamento para apresentar às

crianças uma matemática “pronta”, em detrimento do desenvolvimento de conceitos e métodos pelos próprios estudantes.

Maaß e Doorman (2013) indicaram a IBL como uma prática inovadora de ensino, entretanto, mudar as concepções de ensino em larga escala não é um trabalho fácil. Por isso, esses autores realizaram o estudo para promover esse método no ensino. O resumo não indica mais características desse método.

Savelsbergh, Prins, Rietbergen, Fechner, Vaessen, Draijer e Bakker (2016) mencionaram a meta-análise de 56 publicações que envolviam cinco (5) tipos de estratégias de ensino, a aprendizagem baseada em inquirição (*inquiry-based*), aprendizagem baseada em contexto (*context-based*), aprendizagem baseada em computador (*computer-based*), estratégias de aprendizagem colaborativa (*collaborative learning strategies*) e atividades extracurriculares (*extra-curricular activities*). Dos resultados, Savelsbergh, Prins, Rietbergen, Fechner, Vaessen, Draijer e Bakker (2016) mencionaram que não foram identificadas diferenças significativas nos efeitos de cada estratégia na aprendizagem, mas houve efeitos positivos, ainda que devido principalmente à novidade. As conclusões “contrapõem-se ao ceticismo em relação aos resultados de aprendizagem das estratégias de ensino orientadas ao interesse”.

Levando em consideração o resumo de Swan, Pead e Doorman e Mooldijk (2013) (A12c), a aprendizagem baseada em inquirição e a aprendizagem pela descoberta são geralmente confundidas. Bakker (2018) colocou em discussão a aprendizagem pela descoberta e outros métodos relacionados, apresentando o conceito de *sublation*, “o tipo de levantamento da discussão unidimensional entre dois extremos (orientação mínima *versus* instrução)”. Esse autor sugere, ainda, “andaimos, Inferencialismo e *Design Research* como possíveis caminhos teóricos e metodológicos”.

Bos (2017) não apresentou muitas informações em seu resumo, mas mencionou a apresentação de um “modelo de suporte dentro de um sistema de tutoria *online*” e as sugestões apresentadas para melhorar o modelo e sua implementação. Os resultados, em si, não foram citados.

Cinco (5) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 enfocam a abordagem de conteúdos matemáticos em sala de aula (A05d).

- Gravemeijer, van Galen, Boswinkel e Van den Heuvel-Panhuizen (2004) investigaram o desenvolvimento de rotinas semi-informais fundamentadas no sentido numérico como alternativa para o ensino dos algoritmos convencionais das quatro operações básicas de forma pronta.

- Bakker, Blehler e Konold (2005) exploraram os desafios do ensino e da aprendizagem de *box-plots*.
- Ensor, Hoadley, Jacklin, Kühne, Schmitt, Lombard e Van den Heuvel-Panhuizen (2009) exploraram o ensino de números na Fase da Fundação (*Foundation Phase*) para alunos da África do Sul.
- Otten, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019) exploraram o uso do modelo da balança para o ensino de equações lineares.
- Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019b) investigaram o efeito de uma intervenção de ensino nas “habilidades de resolução de equações lineares”.

Gravemeijer, van Galen, Boswinkel e Van den Heuvel-Panhuizen (2004) mencionaram a oposição que vem ganhando força em tomar o domínio dos algoritmos convencionais escritos para as operações básicas como objetivo central do ensino de matemática. Com a proposta desses autores, as situações problemas aplicadas geram modelos que podem apoiar as estratégias informais dos estudantes, ajudando-os a estruturar suas formas de trabalhar e estabelecendo fundamentos para rotinas flexíveis, que são alternativas para os algoritmos convencionais.

Também levando em consideração alunos nos primeiros anos de escolarização, Ensor, Hoadley, Jacklin, Kühne, Schmitt, Lombard e Van den Heuvel-Panhuizen (2009) enfocaram no ensino dos números. Esses autores identificaram uma alta dependência dos estudantes em estratégias concretas para resolver problemas. É mencionado que as práticas de sala de aula que privilegiam modos concretos de representação dos números e o uso ineficiente do tempo em sala de aula inibem as oportunidades de os estudantes compreenderem o sistema simbólico da matemática.

Considerando estudantes de até 14 anos, Bakker, Blehler e Konold (2005) mencionam que as características dos *box-plots* os tornam difíceis de serem incluídos em contextos autênticos. As características citadas incluem a impossibilidade da percepção de casos individuais, a dificuldade de identificar a mediana de maneira intuitiva, o não entendimento da forma como os dados são divididos em quartis por muitos estudantes e professores. Recomenda-se considerar essas características na introdução do conteúdo para estudantes.

Em relação ao trabalho de Otten, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019), a revisão sistemática foi realizada com o intuito de descobrir os motivos para a utilização do modelo da balança, quais outros modelos podem ser utilizados e quando os

modelos devem ser utilizados para o ensino de equações lineares. Esses autores mencionaram que, embora aparente simplicidade, o modelo da balança é uma ferramenta bastante complexa que necessita de um conhecimento aprofundado.

Também a respeito do modelo da balança, investigando agora seus efeitos em grupos de alunos, Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019b) apontaram que os participantes de um ambiente de aprendizagem incorporado ao modelo da balança com móvel físico apresentaram “mais melhorias” em relação aos que participaram em um ambiente que utilizava uma versão estática do modelo no papel. Ainda assim, ambos os grupos apresentaram alguma melhoria, de acordo com o mencionado por esses autores.

Um (1) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 envolve as escolhas dos conteúdos para o ensino (A05e).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2005) analisou as formas como são decididos os conteúdos que serão ensinados em Matemática.

Van den Heuvel-Panhuizen (2005) explorou a discussão das questões do que é o ensino de matemática, mencionando que muitas vezes não seja levada em conta a pesquisa científica para resolver questões relacionadas a decisões a respeito do conteúdo e dos objetivos para o ensino. Apesar disso, essa autora menciona a existência de um forte movimento, com raízes na Europa, que defende o desenvolvimento futuro da didática como disciplina científica.

Dois (2) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 enfocam reformas educacionais (A05f).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2010c) investigou a reforma no ensino de Matemática da Holanda e os ataques que essa reforma sofreu.
- Doorman, Van den Heuvel-Panhuizen e Goddijn (2018) exploraram a mudanças ocorridas na Educação no campo da Geometria.

Van den Heuvel-Panhuizen (2010c) mencionou que os ataques se concentravam no ensino primário, particularmente, no “o programa de ensino de habilidades de cálculo com divisão longa como um exemplo”. Doorman, Van den Heuvel-Panhuizen e Goddijn (2018) mencionaram o surgimento da geometria significativa na Holanda, por volta de 1976. Esses autores citam Tatiana Ehrenfest e Dieke van Hiele-Geldof como pioneiras dessa geometria na Holanda e Hans Freudenthal como um grande promotor de suas ideias. O foco da nova abordagem da geometria era a orientação espacial.

Um (1) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 põe em evidência o uso de modelos no ensino de matemática (A05g).



- Van den Heuvel-Panhuizen (2009a) descreveu como modelos são utilizados na promoção do “progresso dos alunos no entendimento da matemática” dentro da RME.

Van den Heuvel-Panhuizen (2009a) apresentou informações gerais sobre a RME, seguidas do estudo do uso de modelos de barra em uma trajetória longitudinal da porcentagem. Esse modelo é referenciado como poderoso por se desenvolver junto com o ensino e com os estudantes, “de um desenho que representa um contexto relacionado à porcentagem, a uma faixa para estimar e raciocinar e a uma ferramenta abstrata que suporta o uso da porcentagem como operador”. O uso desse modelo de barras também foi citado por Van Galen e Van Eerde (2013) (A08g).

Um (1) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 traz o uso de práticas autênticas no ensino (A05h).

- Dierdorp, Bakker, Van Maanen e Eijkelhof (2010) investigaram como as versões educacionais de práticas profissionais autênticas podem ajudar os estudantes na aprendizagem de previsões baseadas em dados em situações autênticas.

Dierdorp, Bakker, Van Maanen e Eijkelhof (2010) mencionaram um exemplo de prática autêntica, a de monitoramento de diques, que motiva os estudantes a estudarem gráficos de dispersão da altura do dique ao longo do tempo e os motiva a aprenderem a modelar linhas de regressão para identificar tendências e prever o tempo para o aumento do dique. Ainda que os estudantes tenham trabalhado com bons resultados, esses autores indicam, também, que muitos continuaram a “lutar para coordenar o conhecimento estatístico e contextual”.

Três (3) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 envolvem modos e elementos do ensino (A05i).

- Doorman e Gravemeijer (2009) investigaram uma sequência de ensino para promover a aprendizagem dos alunos em taxa de variação e velocidade.
- Makar, Bakker e Ben-Zvi (2011) exploraram a existência de elementos-chave necessários para apoiar o raciocínio inferencial informal dos estudantes.
- Anwar, Budayasa, Amin e De Haan (2012) analisaram a implementação de uma sequência de atividades de ensino para a aprendizagem de adição de frações.

Doorman e Gravemeijer (2009) mencionaram um ambiente de aprendizagem com situações da vida cotidiana, no qual atividades e ferramentas cuidadosamente planejadas apoiam as invenções dos estudantes. Para o desenvolvimento da

sequência de ensino, esses autores apontam a modelagem emergente como heurística de design. A partir da análise qualitativa dos dados, Doorman e Gravemeijer (2009) aludiram à possibilidade de desenvolvimento dos princípios básicos do cálculo a partir do raciocínio dos estudantes sobre movimento, quando apoiados por gráficos discretos.

No domínio da Estatística, Makar, Bakker e Ben-Zvi (2011) fizeram menção ao sustento da inferência estatística informal pelo “conhecimento estatístico, conhecimento sobre o contexto do problema e normas e hábitos úteis desenvolvidos ao longo do tempo” e à IEI pelo “ambiente baseado em inquirição (tarefas, ferramentas, andaimes)” como suporte.

Para a sequência elaborada por Anwar, Budayasa, Amin e De Haan (2012), a RME foi aplicada na sequência de atividades de ensino. Esses autores exploraram o papel da abordagem para extrair e abordar concepções alternativas benéficas para ajudar os estudantes a melhorarem sua compreensão.

Quatro (4) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 09 aborda ambientes de aprendizagem incorporados (A05j).

- Abrahamson, Andrade, Bakker e Levy (2018) investigaram o que é movimento físico como recurso educacional na aprendizagem conceitual.
- Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019a) investigaram se os movimentos corporais “aprimoravam a compreensão” de gráficos dos estudantes.
- Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019b) investigaram como a interpretação e a criação de gráficos podem ser apoiadas em ambientes de aprendizagem incorporados.
- Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis, Doorman e Leseman (2019) exploraram aspectos importantes dos ambientes de aprendizagem incorporados para o ensino e para a aprendizagem.

Abrahamson, Andrade, Bakker e Levy (2018) mencionaram que as pesquisas do papel do movimento físico na aprendizagem como recurso educacional sociocognitivo ainda não definiram uma estrutura conceitualmente coerente e empiricamente validada. Incentivando a discussão do papel do movimento físico, esses autores citam a questão de o que os estudantes devem fazer, descobrir por si próprios os movimentos direcionados de uma atividade ou ser orientados diretamente.

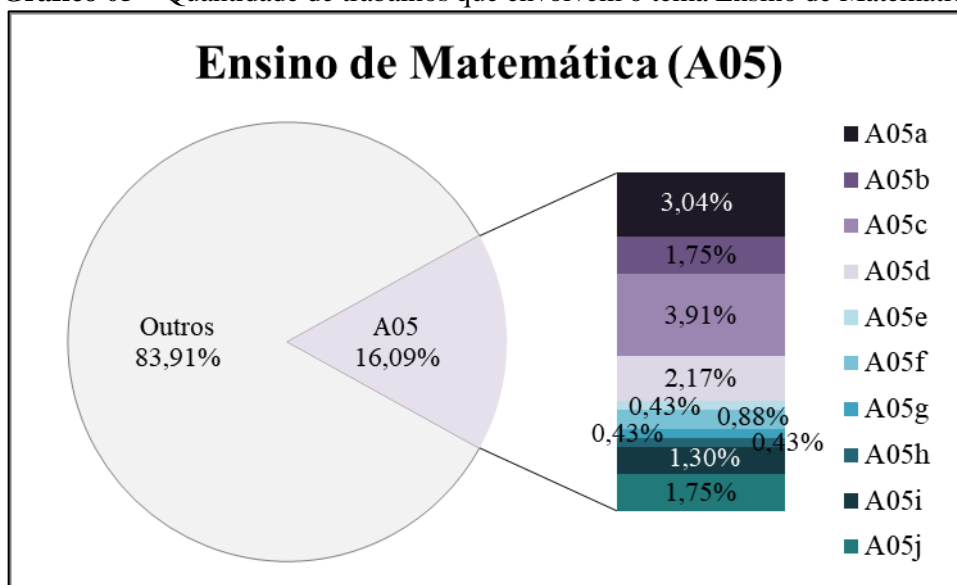
Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019a) e Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019b) exploraram o raciocínio

dos estudantes em relação a gráficos de movimento, ou seja, gráficos que representam dados dinâmicos, como mudança da distância ao longo do tempo. Nos resumos desses dois trabalhos, é indicado que os estudantes criaram gráficos (distância pelo tempo) descrevendo seus movimentos corporais em frente a um sensor de movimento.

Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019a) apontaram vínculos importantes entre “as experiências de movimento dos estudantes e sua capacidade de raciocinar a respeito da relação entre a distância e o tempo”. Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Doorman (2019b) mencionaram a passagem da compreensão icônica para uma na qual os estudantes raciocinavam com base em variáveis para interpretar e construir representações gráficas em eventos de movimento.

Duijzer, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis, Doorman e Leseman (2019) apontaram que nos ambientes de aprendizagem incorporados, as experiências corporais dos estudantes são uma parte essencial da aprendizagem, dando suporte a suas compreensões. Dos aspectos importantes dos ambientes de aprendizagem incorporado investigados, foram identificados oito fatores mediadores, o contexto do mundo real, a multimodalidade, o movimento de vinculação ao gráfico, múltiplas representações, a semiótica, o controle do aluno, a captura da atenção e o conflito cognitivo. Esses autores identificaram, também, que ambientes que utilizavam de imediato os movimentos corporais dos próprios estudantes vinculados a sua representação “eram mais eficazes em termos de resultados de aprendizagem”.

**Gráfico 05** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Ensino de Matemática



Fonte: A autora.

O Gráfico 05 representa as publicações que envolvem o tema Ensino de Matemática em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A05.

Os trabalhos com temas em Ensino de Matemática representam 16,09% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações dessa unidade A05, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem estratégias de ensino (A05c), seguida design do ensino (A05a).

Juntamente com o agrupamento A07, de trabalhos que tratam de Ferramentas educacionais e tecnologias digitais para e no ensino, o agrupamento A05 é o segundo com maiores publicações em relação ao todo.

### 3.1.6 Estudantes

Estudantes são temas de cinquenta (50) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 10 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses cinquenta (50) trabalhos encontrados.

**Quadro 10** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 06: Estudantes

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	Bakker (2001)	1
<b>2002</b>	-	
<b>2003</b>	Van den Heuvel-Panhuizen (2003a)	1
<b>2004</b>	Bakker (2004); Van den Heuvel-Panhuizen e Bodin-Baarends (2004); Van den Heuvel-Panhuizen (2004); Keijzer e Terwel (2004)	4
<b>2005</b>	Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005); Cranfield, Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen, Ensor, Lombard e Powell (2005)	3
<b>2006</b>	Bakker e Derry (2006)	1
<b>2007</b>	Bakker (2007)	1
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Van den Heuvel-Panhuizen (2009b); Elia, Van den Heuvel-Panhuizen e Kolovou (2009); Figueiredo, Van Galen e Gravemeijer (2009)	3
<b>2010</b>	Van den Heuvel-Panhuizen (2010a)	0
<b>2011</b>	Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011);	4

	Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou e Van den Heuvel-Panhuizen (2011); Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2011); Shanty, Hartono, Putri e de Haan (2011)	
<b>2012</b>	Smit, Van Eerde e Bakker (2012); Ben-Zvi, Aridor, Makar e Bakker (2012); Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2012); Jupri e Van den Heuvel-Panhuizen (2012)	4
<b>2013</b>	Drijvers, Godino, Font e Trouche (2013) ; Van Stiphout, Drijvers e Gravemeijer (2013) ; Van Galen e Van Eerde (2013)	3
<b>2014</b>	Elia, Evangelou, Hadjittoouli, Van den Heuvel-Panhuizen (2014); Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a); Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b); Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Robitzsch (2014)	4
<b>2015</b>	Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2015); Elia e Van den Heuvel-Panhuizen (2015); Ben-Zvi, Bakker e Makar (2015); Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2015)	4
<b>2016</b>	Jupri e Drijvers (2016); Smit, Bakker, Van Eerde e Kuijpers (2016); Shayan, Bakker, Abrahamson e Duijzer (2016)	3
<b>2017</b>	Schindler, Hußmann, Nilsson e Bakker (2017); Dierdorp, Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017); Droogers, Drijvers e Tolboom (2017); Tacoma, Drijvers e Boon (2017)	4
<b>2018</b>	Vulperhorst, Wessels, Bakker e Akkerman (2018); Hoogland, Pepin, Bakker, De Koning e Gravemeijer (2018); Boels, Ebbes, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2018); Tacoma, Sosnovsky, Boon, Jeurig e Drijvers (2018)	3
<b>2019</b>	Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019); Van Hoeve, Doorman e Veldhuis (2019); Alberto, Bakker, Aalst, Boon e Drijvers (2019); Shvarts, Alberto, Bakker, Doorman e Drijvers	6

	(2019); Boels, Bakker e Drijvers (2019b); Boels, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2019)	
--	---	--

Fonte: A autora.

Treze (13) unidades de análise formam esse agrupamento: (A06a) desempenho dos estudantes em Matemática; (A06b) dificuldades dos estudantes em Matemática; (A06c) raciocínio desenvolvido pelos estudantes; (A06d) percepções dos estudantes; (A06e) processo de aprendizagem dos estudantes; (A06f) gestos dos estudantes; (A06g) estratégias e procedimentos de resolução de problemas; (A06h) desenvolvimento conceitual; (A06i) modelos de alunos como fonte de informação; (A06j) potencial matemático de estudantes; (A06k) escolhas dos estudantes; (A06l) cognição matemática dos estudantes e (A06m) mentalidade de crescimento dos estudantes.

Nove (9) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 enfocam o desempenho dos estudantes em Matemática (A06a).

- Van den Heuvel-Panhuizen (2003a) estudou a influência da reforma no ensino de Matemática, na Holanda, da época, no desempenho das meninas.
- Van den Heuvel-Panhuizen e Bodin-Baarends (2004) investigaram o desempenho de estudantes “bem-sucedidos” em Matemática em um teste de resolução de problemas.
- Van den Heuvel-Panhuizen (2004) realizou um estudo comparativo dos desempenhos de meninas e de meninos em Matemática.
- Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005) abordaram as diferenças no desempenho de acordo com o gênero de estudantes holandeses e australianos.
- Van Stiphout, Drijvers e Gravemeijer (2013) investigaram o desenvolvimento da proficiência (*proficiency*) algébrica de estudantes do ensino secundário holandês (*Dutch secondary education*).
- Elia e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) exploraram a competência (*competence*) numérica de estudantes do jardim de infância (*kindergartners*).
- Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2015) buscaram compreender o desempenho de estudantes do jardim de infância (*kindergartner*) na tomada de perspectiva imaginária (*imaginary perspective-taking*).
- Smit, Bakker, Van Eerde e Kuijpers (2016) investigaram a promoção da proficiência dos estudantes por meio de Pedagogia de Gênero.
- Hoogland, Pepin, Bakker, De Koning e Gravemeijer (2018) exploraram a

variabilidade dos resultados dos estudantes na resolução de problemas matemáticos contextuais com “uma representação descritiva ou representativa da situação do problema”<sup>28</sup>.

De maneira geral, os trabalhos buscam colocar em perspectiva o desempenho de estudantes que se enquadram em diferentes grupos. Enquanto Van den Heuvel-Panhuizen (2003a), Van den Heuvel-Panhuizen (2004) e Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005) abarcaram o desempenho de meninas e de meninos em matemática, Van den Heuvel-Panhuizen e Bodin-Baarends (2004) abordaram o desempenho de estudantes considerados bem-sucedidos em matemática e Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2015) contrastam o desempenho de estudantes da Holanda e de Chipre.

Em relação aos estudantes com alto desempenho em matemática, Van den Heuvel-Panhuizen e Bodin-Baarends (2004) mencionaram que os professores geralmente creem que não é preciso dar muita atenção a eles. Entretanto, em seu resumo, os autores revelam que esses estudantes mostram habilidades limitadas e pouca persistência para a resolução de problemas não típicos.

Os trabalhos que tratam da diferença entre o desempenho de meninas e meninos em matemática apontam que, frequentemente, as meninas têm menores pontuações do que os meninos. Após a reforma na educação holandesa, Van den Heuvel-Panhuizen (2003a) realizou observações para traçar as características das salas de aula que os estudantes frequentam e que podem fazer com que o ensino não seja potencializado para as meninas, levando a uma baixa em suas notas. Um ano mais tarde Van den Heuvel-Panhuizen (2004) mencionou que foram identificadas características de gênero em problemas matemáticos, nos quais os alunos obtiveram pontuações extremamente mais altas do que as alunas. Aparentemente, o principal fator que contribuiu para essa distinção nas pontuações é a natureza matemática dos problemas, não a natureza do contexto. A autora aponta também que “a existência de problemas de meninos e meninas é confirmada por estudos que mostraram diferenças específicas e gênero nas estratégias”.

Ainda nesse tema, Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005) assinalaram que as diferenças acontecem tanto em itens específicos, como no geral em matemática. Esses autores acrescentam outro fato no estudo, a nacionalidade dos estudantes, aludindo à existência de “tipos de itens que funcionam de maneira diferente para meninas e meninos tanto na Austrália, como na Holanda”.

---

<sup>28</sup> “with either a descriptive or a depictive representation of the problem situation.”

Van Stiphout, Drijvers e Gravemeijer (2013), que levaram em consideração apenas estudantes holandeses nessa pesquisa, mencionaram a recomendação de se dar mais atenção ao senso de estrutura em álgebra no ensino. Esses autores apontaram que a maior parte dos estudantes não sabia lidar de maneira flexível com a estrutura matemática de expressões e equações.

Assim como Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005), Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2015) e Elia e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) também realizaram sua pesquisa colocando em contraste o desempenho de estudantes de nacionalidades distintas, holandeses e cipriotas. Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2015) mencionaram que as crianças holandesas tiveram um desempenho melhor, entretanto, nos dois países, a “habilidade matemática estava significativamente relacionada ao desempenho da tomada de perspectiva imaginária, enquanto esse não era o caso do gênero”. Os autores expõem o que é “tomada de perspectiva imaginária” no resumo, mas indicam que seria examinado se os estudantes poderiam “imaginar o que é visível de um ponto de vista particular” e como “um objeto ou cena seria visto de um determinado ponto de vista”.

A pesquisa de Elia e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) envolveu diversos itens: contagem, *subitizing* (forma de contagem rápida), raciocínio aditivo e raciocínio multiplicativo. Esses autores contrastaram os resultados de alunos holandeses e cipriotas. Os dados dos holandeses indicaram os quatro fatores citados, sendo o raciocínio multiplicativo o mais difícil, enquanto os dos cipriotas indicaram apenas o raciocínio aditivo e a contagem prolongada, sendo o primeiro mais difícil que o segundo.

Smit, Bakker, Van Eerde e Kuijpers (2016) mencionaram a importância do idioma na aprendizagem de matemática e indicaram a base na Pedagogia de Gênero para a promoção da proficiência dos estudantes na interpretação de gráficos de linhas. Andaimos foram usados pelos professores para “concentrar a atenção dos estudantes na estrutura e nas características linguísticas do idioma envolvido na interpretação de gráficos de linhas”. Esses autores apontaram como indicação dos resultados que a proficiência dos estudantes aumentou com a utilização da Pedagogia de Gênero. Significações ou características da Pedagogia de Gênero não foram abordadas no resumo.

Os significados dos termos “competência”, “desempenho” e “proficiência” para os autores não são explicitados, mas eles foram utilizados em alguns outros trabalhos do *corpus* desta pesquisa.

Sete (7) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 tratam das dificuldades dos estudantes em Matemática (A06b).



- Jupri e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) investigaram as dificuldades dos estudantes indonésios em Álgebra.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) também investigaram as dificuldades dos estudantes indonésios em Álgebra.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b) investigaram e buscaram compreender as dificuldades de estudantes indonésios em Álgebra.
- Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Robitzsch (2014) estudaram as dificuldades dos alunos na resolução de tarefas matemáticas baseadas em contexto.
- Jupri e Drijvers (2016) investigaram as dificuldades dos estudantes indonésios na resolução de problemas de palavras em Álgebra.
- Boels, Ebbes, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2018) exploraram as interpretações errôneas acerca de histogramas geralmente apresentadas por pessoas.
- Boels, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2019) investigaram as dificuldades conceituais manifestadas nas interpretações errôneas de histogramas.

Todos os estudos acima descritos foram realizados com estudantes indonésios, e Jupri e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) e Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) citaram os resultados de estudantes indonésios em álgebra abaixo da média no teste TIMSS de 2007, em relação a outros países asiáticos, para justificarem suas pesquisas.

A matematização constituiu uma das principais dificuldades encontradas por Jupri e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) e Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) em seus estudos. Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) apontaram a matematização como “a capacidade de traduzir o mundo da situação problemática para o mundo da matemática e a reorganização do sistema matemático propriamente dito”. Jupri e Drijvers (2016), que definiram matematização como “a atividade de transformar um problema em um problema matemático simbólico”, também a mencionaram como um processo fundamental no ensino e na aprendizagem de álgebra, isso ocorreu após seus resultados indicarem uma grande dificuldade dos estudantes em formularem modelos matemáticos.

Também foram citadas por Jupri e Van den Heuvel-Panhuizen (2012), Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014a) e Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b) as dificuldades em aplicar operações aritméticas e de compreender as expressões algébricas, os diferentes significados do sinal de igual e o conceito de variável. Diferenciando-se desses dois primeiros, Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b)

utilizaram um ambiente de matemática digital para álgebra em sua pesquisa, assim como Jupri e Drijvers (2016).

Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Robitzsch (2014), que enfocam as dificuldades em tarefas matemáticas baseadas em contexto, encontraram outros tipos de dificuldades. Esses autores utilizaram como referências tarefas do PISA, incluindo as de reprodução, conexão e reflexão, e citaram o uso dos estágios de matematização do programa para identificar as dificuldades dos estudantes. Os estágios mencionados foram “(1) compreender uma tarefa, (2) transformar a tarefa em um problema matemático, (3) processar procedimentos matemáticos e (4) interpretar ou codificar a solução em termos da situação real”. Em relação a esses estágios, foram identificados 38%, 42%, 17% e 3% do total de erros, respectivamente.

Ainda foram citadas por Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Robitzsch (2014) relações entre os tipos de erros e os tipos de tarefas. As tarefas de reprodução e de conexão tinham seus erros principalmente nos estágios (1) e (2) e as de reflexão tinham a maior parte dos erros no estágio (2). Foram relacionados também os tipos de erros e os níveis de desempenho dos estudantes, sendo que os estudantes de baixo desempenho erraram mais nos estágios (1) e (2), o que poderia deixá-los estagnados nos estágios iniciais.

Boels, Ebbes, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2018), em relação às dificuldades de interpretação de histogramas, identificaram que muitos dos participantes da pesquisa pareciam usar uma estratégia única, sem distinguir histogramas de gráficos de valor por caso. Boels, Bakker, Van Dooren e Drijvers (2019) relacionaram as dificuldades conceituais nesse âmbito com duas grandes ideias em estatística, dados e distribuição, que são representadas de maneiras diferentes nos dois tipos de gráficos. Esses autores mencionaram que a pesquisa realizada poderia auxiliar professores e pesquisadores no tratamento das interpretações erradas de maneira geral.

Dez (10) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 envolvem o raciocínio desenvolvido pelos estudantes (A06c).

- Bakker (2004) investigou o desenvolvimento do raciocínio coerente relacionado a conceitos estatísticos na Educação Estatística, por estudantes das séries 7 e 8.
- Bakker e Derry (2006) investigaram o engajamento em raciocínio estatístico dos estudantes em dois experimentos de *design*.

- Bakker (2007) explorou as oportunidades criadas pelo raciocínio diagramático dos estudantes para a abstração hipostática, indicando a utilidade desse raciocínio para identificar processos de aprendizagem de conceitos estatísticos.
- Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011) analisaram o raciocínio de crianças relacionado a amostragens em um ambiente baseado em questionários.
- Ben-Zvi, Aridor, Makar e Bakker (2012) investigaram as articulações de incerteza dos alunos no raciocínio a partir de amostras.
- Smit, Van Eerde e Bakker (2012) investigaram a linguagem acadêmica requerida por estudantes de 10 a 12 anos para desenvolverem raciocínios a respeito de gráficos de linha e como essa linguagem pode ser promovida.
- Ben-Zvi, Bakker e Makar (2015) apresentaram o tema da edição especial da revista Estudos Educacionais em Matemática, com o tópico “aprender a raciocinar a partir de amostras”.
- Droogers, Drijvers e Tolbom (2017) exploraram o raciocínio estatístico desenvolvido por estudantes por meio da diferenciação dentro da classe.
- Schindler, Hußmann, Nilsson e Bakker (2017) investigaram o raciocínio dos estudantes a respeito de números negativos e suas inferências a partir de experiências anteriores.
- Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019a) investigaram o desenvolvimento do raciocínio de estudantes relativo à Álgebra, antes de terem contato com o tema.

Bakker (2004), Bakker e Derry (2006), Bakker (2007), Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011), Ben-Zvi, Aridor, Makar e Bakker (2012) e Ben-Zvi, Bakker e Makar (2015) deram ênfase ao raciocínio estatístico, enquanto Smit, Van Eerde e Bakker (2012) enfocaram gráficos de linha, Schindler, Hußmann, Nilsson e Bakker (2017), raciocínio relacionado aos números negativos e Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019), álgebra.

Bakker (2004) aludiu às atividades de ensino de “crescimentos de uma amostra”, que suscita o pensamento sobre o que acontece com um gráfico quando a amostra aumenta, como oportuna para o crescimento conceitual.

Bakker e Derry (2006) mencionaram que uma visão “inferencial” do ensino e da aprendizagem em estatística deveria ser privilegiada sobre uma visão “referencial”. Esses autores utilizaram o conceito de raciocínio diagramático de Peirce para analisar a interação

entre a construção de gráficos com a ferramenta digital TinkerPlots, a experimentação desses gráficos e o desenvolvimento de uma linguagem para falar dos dados desses gráficos.

Bakker (2007) também citou o conceito de raciocínio diagramático, atrelado à abstração hipostática de Peirce. Esse autor aludiu ao raciocínio diagramático como útil para a identificação dos principais processos envolvidos na aprendizagem de conceitos estatísticos.

Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011) analisaram os raciocínios emergentes de alunos ao utilizarem o software Tinkerplots, que auxilia na análise de dados de computador, concluindo que os alunos podem raciocinar de maneiras mais sofisticadas ao realizarem inferências partindo de amostras. O conceito de amostra é apontado nos resumos por Ben-Zvi, Bakker e Makar (2015) como “conjuntos de dados, retirados de algum universo mais amplo (por exemplo, uma população ou um processo) usando um procedimento específico (por exemplo, amostragem aleatória) para poder fazer generalizações sobre esse universo mais amplo com um nível específico de confiança”.

Ben-Zvi, Aridor, Makar e Bakker (2012), ainda sobre a inferência estatística informal, mencionaram a pouca atenção dada ao desenvolvimento de expressões de incerteza dos alunos durante o raciocínio partindo de amostras. Esses autores também utilizaram o *software Tinkerplots*, apontando que o design das salas de aula baseadas em questionários ajudou na promoção da linguagem probabilística dos estudantes. Os alunos se engajavam em suas investigações e, proporcionalmente, desenvolviam maneiras mais sofisticadas de pensamento e de fala.

Smit, Van Eerde e Bakker (2012), investigando a linguagem acadêmica para a promoção do raciocínio referente a gráficos de linhas, apontaram a noção de “gênero pedagógico”, que são “formas de linguagem específicas da disciplina, cruciais para a participação bem-sucedida dos alunos em determinada disciplina escolar”. Essa expressão não é utilizada nos outros resumos. Esses autores citaram o uso da “heurística do design do ciclo de ensino e aprendizagem”, com fundamentos nas pesquisas de andaimes e nos princípios da linguística funcional sistêmica para apoiar o raciocínio dos estudantes. O ciclo citado tem quatro fases, que, gradualmente, vão removendo os apoios, levando os alunos a serem mais autônomos. Uma consideração apontada é que os gêneros, ou seja, as linguagens específicas, nunca são minadas, e não devem ser usadas em formatos rígidos para o ensino.

A expressão “andaimes” é também utilizada em outros trabalhos, em geral escritos por Smit e por Bakker. Smit, Van Eerde e Bakker (2012), que não definiram, no resumo, o que ela significava, mas apontaram em Smit, Van Eerde e Bakker (2013), trabalho que é parte do grupo A08X, que “o conceito de andaime se refere ao apoio temporário e

adaptável, originalmente na interação diádica adulto-criança”.

Ben-Zvi, Bakker e Makar (2015) ainda mencionaram que seu trabalho abordava o raciocínio estatístico, apresentando, no resumo, aspectos informativos desse tema, mas sem outras indicações quanto aos procedimentos e resultados da pesquisa. Esses autores, também, indicaram que seriam comentadas formas para apoiar o “desenvolvimento do raciocínio estatístico dos alunos em amostras”.

Droogers, Drijvers e Tolbom (2017) registraram a concentração dos currículos em conhecimentos procedimentais, dando importância secundária ao raciocínio estatístico. Esses autores indicam, também, que o ensino geralmente se volta para o “aluno médio”, de forma que os “alunos superdotados” podem perder o desafio. Por isso é necessária a utilização de meios de diferenciação dentro da classe. De acordo com o resumo, o ambiente utilizado na pesquisa, um Ambiente de Matemática Digital combinado com atividades de investigação, melhorou a alfabetização estatística dos estudantes.

Schindler, Hußmann, Nilsson e Bakker (2017) trazem à tona as experiências prévias dos estudantes, de fora da escola, e que interferem nas maneiras como eles raciocinam sobre os números negativos. Esses autores também citam a teoria inferencialista como base teórica para a análise da natureza social e inferencial do raciocínio. Considerando que os estudantes não haviam tido contato com o conteúdo algébrico, previamente, Otten, Van den Heuvel-Panhuizen, Veldhuis e Heinze (2019) trabalharam com um ambiente de aprendizagem incorporado, utilizando um móvel suspenso que possibilitava aos alunos o desenvolvimento de estratégias algébricas como reestruturação, isolamento e substituição. Esses autores apontam que esse ambiente forneceu base para que os estudantes desenvolvessem o raciocínio algébrico.

Três (3) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 abordam as percepções dos estudantes (A06d).

- Figueiredo, Van Galen e Gravemeijer (2009) diferenciaram os pontos de vista de professores e estudantes em relação a uma tarefa matemática.
- Van den Heuvel-Panhuizen (2010a) investigou as percepções dos estudantes da linha numérica vazia, como uma forma para entender a educação.
- Dierdorp, Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017) exploraram as maneiras como os estudantes consideram a variabilidade em atividades de medição baseadas em práticas profissionais autênticas.

Figueiredo, Van Galen e Gravemeijer (2009) citaram que quando se projeta uma tarefa matemática, são antecipadas algumas reações dos estudantes, entretanto, eles

podem encarar essa tarefa de maneiras totalmente diferentes das previstas. Dessa forma, esses autores investigaram as percepções dos estudantes, distinguindo às dos professores em relação a tarefas. O resumo do trabalho de Figueiredo, Van Galen e Gravemeijer (2009) não faz referência a resultados.

Van den Heuvel-Panhuizen (2010a) analisaram os pontos de vista que os estudantes têm da linha numérica vazia como “modelo didático para ensinar cálculos com números naturais”, indicando que os resultados explicitam os possíveis erros do uso da linha numérica no ensino de maneira rígida e incorreta.

Dierdorp, Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017) também analisaram as concepções dos estudantes referentes à variabilidade e mencionaram que o uso de tarefas de medição baseadas em práticas profissionais autênticas ajudou os estudantes do Ensino Médio (*Grade* 12, alunos com 17 e 18 anos) a “raciocinar com aspectos relevantes da variabilidade”.

Quatro (4) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 abordam temas relacionados com o processo de aprendizagem dos estudantes (A06e).

- Keijzer e Terwel (2004) analisaram o processo de aprendizagem de um aluno, com desempenho considerado baixo, no contexto da Educação Matemática Realística.
- Van den Heuvel-Panhuizen (2009b) investigou como os estudantes podem aprender o conceito de porcentagem por meio de modelos baseado na RME.
- Shanty, Hartono, Putri e de Haan (2011) estudaram o “progresso da aprendizagem” dos estudantes no que se refere a multiplicação de frações com números Naturais.
- Drijvers, Godino, Font e Trouche (2013) analisaram os processos de aprendizagem dos estudantes de acordo com diferentes lentes teóricas.

Considerando contextos significativos, Keijzer e Terwel (2004) mencionaram que estudantes com altos e baixos desempenhos em matemática podem se beneficiar do uso de contextos significativos em matemática. Esses autores indicaram que, embora beneficiados, os estudantes com baixo desempenho enfrentaram dificuldades durante o processo de formalização dos conceitos relacionados a frações.

Van den Heuvel-Panhuizen (2009b) fez menção a problemas contextuais, pois o seu uso pode aumentar as atividades de modelagem dos estudantes, originando o surgimento de modelos. Essa autora assinalou que o que possibilita a aprendizagem são as atividades de modelagem, não os modelos em si.

Shanty, Hartono, Putri e de Ham (2011), em relação aos modelos produzidos, apontou o desenvolvimento gradual em uma matemática mais formal das

estratégias e ferramentas que estudantes utilizam, podendo a linha numérica ser utilizada como “um modelo de medição da situação e um modelo para um raciocínio mais formal”. Os autores aludiram aos cinco níveis de atividade de Streefland, baseados na RME, como diretriz para a aprendizagem de multiplicação de frações com números naturais de forma que fossem um processo de aprendizagem mais progressivo.

Drijvers, Godino, Font e Trouche (2013) fizeram referência à compreensão dos processos de aprendizagem dos alunos como um grande desafio para as pesquisas em Educação Matemática. Esses autores mencionaram que a realização de comparações e contrastes entre lentes teóricas pode fornecer uma imagem mais abrangente dos processos de aprendizagem

Dois (2) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 tratam dos gestos dos estudantes no processo de aprendizagem (A06f).

- Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou e Van den Heuvel-Panhuizen (2011) exploraram como acontece o uso de gestos por alunos do jardim de infância (*kindergartner*) em uma “atividade de transformação semiótica envolvendo a descrição das relações espaciais entre objetos”.
- Elia, Evangelou, Hadjittoouli e Van den Heuvel-Panhuizen (2014) estudaram os gestos de um aluno do jardim de infância (*kindergartner*) do ponto de vista cognitivo.

Elia, Gagatsis, Michael, Georgiou e Van den Heuvel-Panhuizen (2011) apontaram que estudos recentes, à época, defendiam que o significado matemático é mediado por gestos. Esses autores fizeram menção a dois tipos de gestos mais utilizados pelos estudantes, os icônicos, em que se representam imagens, e os combinando propriedades icônicas e dêiticas, esta última se refere aos gestos de localização de objetos no espaço. Dos resultados mencionados, tem-se que “os gestos são essenciais na construção e comunicação do significado matemático inicial”.

Elia, Evangelou, Hadjittoouli e Van den Heuvel-Panhuizen (2014) analisaram, a partir de uma perspectiva cognitiva, os gestos dos alunos ao utilizarem diferentes espaços, no computador e no papel, em uma atividade geométrica. Esses autores apontaram que cada tipo de gesto, icônico ou dêitico, tinha diferentes funções cognitivas para resolver tarefas, o que fornece uma visão do espaço de trabalho geométrico do estudante na realização de tarefas.

Seis (6) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 abordam estratégias e procedimentos utilizados por estudantes para resolverem problemas (A06g).

- Cranfield, Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen, Ensor, Lombard e Powell (2005) investigaram como crianças aprendem conceitos numéricos iniciais.
- Elia, Van den Heuvel-Panhuizen e Kolovou (2009) investigaram o uso e a flexibilidade de estratégias na resolução de problemas não rotineiros.
- Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2011) investigaram o uso de adição indireta por estudantes da Educação Especial (*special education students*) para resolver problemas de subtração com dois dígitos.
- Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2012) também investigaram o uso de adição indireta por estudantes da Educação Especial (*special education students*) para resolver problemas de subtração com dois dígitos.
- Van Galen e Van Eerde (2013) investigaram as estratégias utilizadas por estudantes no final da escola primária (*primary school*) para a resolução de problemas que envolviam porcentagem.
- Boels, Bakker e Drijvers (2019b) questionaram quais as estratégias comuns dos estudantes do ensino secundário (*secondary school*) para estimarem médias em histogramas e gráficos de valor por caso (*case-value plots*<sup>29</sup>).

Ao investigarem como as crianças aprendem, Cranfield, Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen, Ensor, Lombard e Powell (2005) analisaram os níveis de entendimento e as estratégias que elas usam na resolução de problemas numéricos. Os resultados mencionados pelos autores indicam que a maioria dos estudantes não conseguiu resolver cálculos diretos e nenhum deles utilizou métodos formais ou inovadores.

Elia, Van den Heuvel-Panhuizen e Kolovou (2009) mencionaram dois tipos de flexibilidades de estratégias, entre as tarefas e dentro da resolução de uma tarefa. Esses autores apontaram que a mudança de estratégias entre as tarefas ajudou os estudantes a alcançarem as respostas corretas, o que não aconteceu com as alterações das estratégias dentro da tarefa. Além disso, pouco se identificou de estratégias heurísticas, assim como em Cranfield, Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen, Ensor, Lombard e Powell (2005), e as estratégias de tentativa e erro se mostraram como potenciais para as resoluções.

Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2011) apontaram um uso espontâneo de adição indireta como procedimento dos estudantes, ainda que isso não lhes tivesse sido ensinado. A combinação desse procedimento com uma estratégia de amarração

---

<sup>29</sup> Case-value plots (gráficos de valor por caso) são o gráfico de pontos no qual a informação é apresentada empilhando "pontos" relacionados às quantidades em estudo. Disponível em <[https://www.researchgate.net/figure/Kenny-s-case-value-plot-showing-the-size-of-12-families-family-3-has-5-members-The\\_fig10\\_267936484](https://www.researchgate.net/figure/Kenny-s-case-value-plot-showing-the-size-of-12-families-family-3-has-5-members-The_fig10_267936484)>.



foi apresentada como a melhor maneira de se encontrar uma resposta correta. Esses autores não explicitaram o que é uma estratégia de amarração no resumo.

Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2012), também referindo-se à adição indireta como procedimento de resolução de tarefas, mencionaram a influência das características das tarefas nas estratégias utilizadas pelos estudantes, em que “problemas de contexto que refletem uma situação de adição e problemas que têm uma pequena diferença entre o minuendo e o subtraendo” provocam mais o uso de adição indireta.

Van Galen e Van Eerde (2013) aludiram à barra de porcentagem como um modelo influente para a resolução de problemas de porcentagem por estudantes e indicaram que esse modelo merecia ser mais visado durante o ensino do conteúdo.

Como resultados de sua pesquisa das estratégias de interpretação de gráficos de valor por caso e de histogramas para estimar a média, Boels, Bakker e Drijvers (2019b) mencionaram que os alunos geralmente usam uma estratégia de interpretação de gráfico de valor por caso e uma estratégia computacional. Um procedimento da pesquisa de Boels, Bakker e Drijvers (2019b) foi o rastreamento ocular dos estudantes, que levou à consideração de que algumas estratégias relatadas por eles não estão alinhadas com os dados do olhar ou com a média estimada.

Dois (2) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 abordam o desenvolvimento de conceitos por estudantes (A06h).

- Bakker (2001) analisou o desenvolvimento simultâneo de conceitos e simbolizações por estudantes durante a análise de dados estatísticos.
- Shayan, Bakker, Abrahamson e Duijzer (2016) investigaram os microprocessos pelos quais as interações sensório-motoras originam o desenvolvimento conceitual de estudantes.

Bakker (2001) apontou que o “desenvolvimento da distribuição” varia de um entendimento intuitivo concreto para definições matemáticas formais. Esse autor mencionou que conceitos de distribuição eram desenvolvidos pelos alunos à medida que utilizavam gráficos durante o processo, que era significativo para eles.

Para Shayan, Bakker, Abrahamson e Duijzer (2016) realizarem sua investigação, foi levado em conta o comportamento dos olhos dos estudantes durante a resolução de tarefas para o raciocínio proporcional, realizada em tablets. O registro do rastreamento do trajeto dos olhos é utilizado em outros trabalhos escritos por Bakker, como Bakker (2003), Bakker e Gravemeijer (2006), Shayan, Abrahamson, Bakker, Duijzer e Van der Schaaf (2015), Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016b), Abrahamson e

Bakker (2016), Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016), Shvarts, Alberto, Bakker, Doorman e Drijvers (2019), Boels, Bakker e Drijvers (2019).

Shayan, Bakker, Abrahamson e Duijzer (2016) mencionaram que o padrão recorrente dos olhos dos estudantes era a atenção voltada para locais da tela do *tablet* com estímulos não salientes ou nenhum estímulo, mas que representavam relações geométricas invariantes a aspectos salientes dinâmicos. Esses autores finalizam o resumo apontando que a pesquisa “valida construções empiricamente hipotéticas do construtivismo, particularmente da abstração reflexiva”, sem dar mais informações a esse respeito.

Dois (2) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 abordam modelos de alunos como fonte de informação (A06i).

- Tacoma, Drijvers e Boon (2017) exploraram o uso de modelos de alunos para fornecer *feedback* a estudantes de cursos introdutórios de estatística no Ensino Superior (*higher education*).
- Tacoma, Sosnovsky, Boon, Jeuring e Drijvers (2018) investigaram a relação entre os *insights* da didática da estatística e de modelos de alunos inspecionáveis no ensino de Estatística em cursos superiores.

Ambos os trabalhos colocam o ensino de Estatística como algo possivelmente desafiador para os estudantes que estão ingressando em uma universidade. Tacoma, Drijvers e Boon (2017) mencionaram que o uso de modelos de alunos pode ser uma estratégia de ensino frutífera.

Tacoma, Sosnovsky, Boon, Jeuring e Drijvers (2018) indicaram que modelos de alunos inspecionáveis “fornecem aos estudantes informações sobre o entendimento de domínios, desencadeando a reflexão e apoiando o planejamento das etapas subsequentes de estudo”. Para esses autores, os modelos de alunos inspecionáveis e a didática da estatística podem se reforçar mutuamente no ensino de Estatística.

Um (1) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 aborda o potencial matemático de estudantes (A06j).

- Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2015) apuraram o potencial matemático dos alunos de Educação Especial (*special education*) por meio de uma avaliação dinâmica baseada em TIC.

Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen e Robitzsch (2015), ao coletarem os dados do desempenho dos estudantes analisados, tomaram como referência o desempenho dos estudantes no ensino regular. Segundo os resultados mencionados por esses autores, os estudantes da Educação Especial “são capazes de resolver problemas combinatórios

igualmente bem-sucedidos como estudantes da educação regular”, ainda que esse tópico geralmente não seja ensinado na educação especial primária.

Um (1) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 aborda as escolhas dos estudantes de acordo com seus interesses (A06k).

- Vulperhorst, Wessels, Bakker e Akkerman (2018) investigaram como são feitas as escolhas educacionais dos estudantes interessados em STEM (ciência, tecnologia, engenharia e matemática).

Vulperhorst, Wessels, Bakker e Akkerman (2018) mencionaram que, de acordo com seus resultados, os estudantes julgaram importante um programa STEM permitir alcançar múltiplos interesses. A escolha de programas em domínios acadêmicos e não acadêmicos e focados em STEM foi tomada ao passo que os estudantes estavam interessados em diversos domínios ou apenas em STEM.

Dois (2) dos trinta e um (31) trabalhos apresentados no Quadro envolvem a cognição matemática dos estudantes (A06l).

- Alberto, Bakker, Aalst, Boon e Drijvers (2019) exploraram a integração entre as naturezas incorporada e estendida da cognição matemática.
- Shvarts, Alberto, Bakker, Doorman e Drijvers (2019) exploraram o papel da coordenação intercorpórea na gênese instrumental apoiada por computadores.

Alberto, Bakker, Aalst, Boon e Drijvers (2019) mencionaram uma instrumentação apropriada aos estudantes, ou seja, a aprendizagem por meio de interações tecno-física com artefatos digitais. Esses autores citam termos como *design* incorporado e gênese instrumental. Esse último é utilizado em trabalhos, por exemplo, a respeito do uso de ferramentas e tecnologias digitais em sala de aula para a aprendizagem em Matemática (A07b), como em Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a) e Kieran e Drijvers (2006a), sendo mencionado como um processo de desenvolvimento dos estudantes, que envolve o uso de técnicas e ferramentas.

Shvarts, Alberto, Bakker, Doorman e Drijvers (2019) também mencionaram a gênese instrumental, apoiada por um computador. Esses autores apontaram uma atividade incorporada e tecnologicamente estendida que visava à resolução de problemas de trigonometria por estudantes. O desenvolvimento da coordenação sensório-motora necessária foi identificado para essa atividade, o que não aconteceu ao trabalharem sozinhos, e a coordenação sensório-motora foi apontada como parte do esquema de ação instrumentada dos estudantes.

É mencionada, no resumo de Shvarts, Alberto, Bakker, Doorman e Drijvers

(2019), a necessidade de mais investigações a respeito da coordenação intercorpórea e da transferência da coordenação sensório-motora para a atividade instrumental em Matemática.

Outros trabalhos mencionam as atividades sensório-motoras dos estudantes, como os que envolvem o uso de dispositivos tecnológicos e as atividades sensório-motoras dos estudantes (A07b).

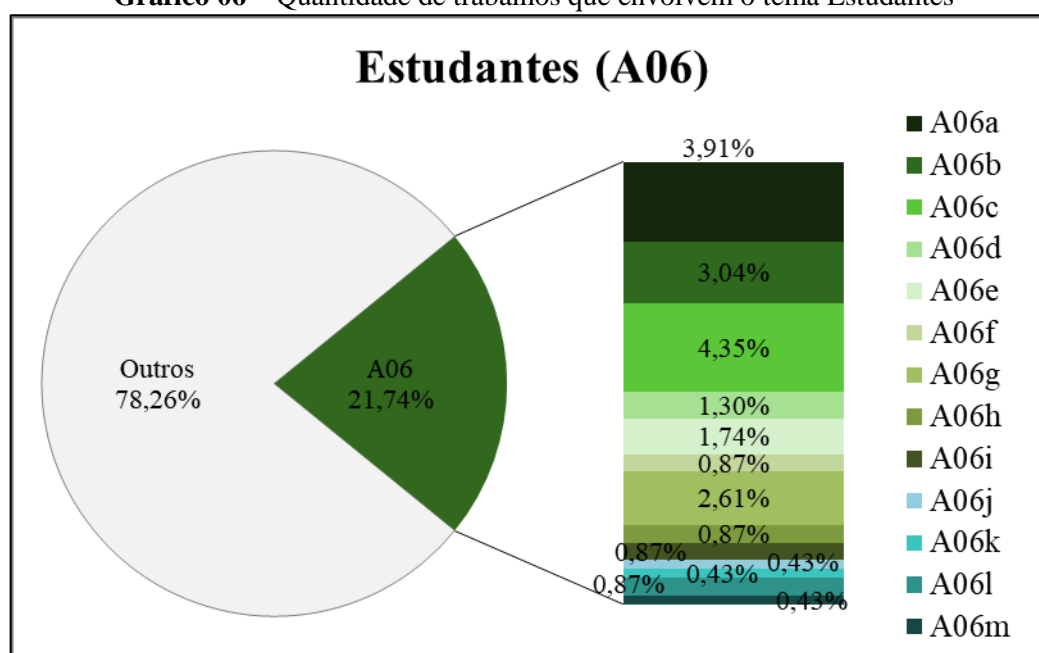
Um (1) dos cinquenta (50) trabalhos apresentados no Quadro 10 envolve a mentalidade de crescimento dos estudantes (A06m).

- Van Hoeve, Doorman e Veldhuis (2019) investigaram a promoção da mentalidade de crescimento dos alunos.

Van Hoeve, Doorman e Veldhuis (2019) apontaram uma intervenção de ensino que envolvia três elementos, “a introdução a neuroplasticidade, a importância de aprender com os erros nos processos de aprendizagem e do *feedback* da mentalidade de crescimento”. Dos resultados mencionados, é indicado que a mentalidade dos estudantes se volta mais para uma de crescimento após as intervenções de ensino com os três elementos citados. Não foram identificados outros trabalhos, no corpus, que também utilizam esse termo em sua pesquisa.

O Gráfico 06 representa as publicações que envolvem o tema Estudantes em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A06.

**Gráfico 06** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Estudantes



**Fonte:** A autora.

Das publicações nesta unidade A06, a maior quantidade se encontra na unidade A06c, que aborda o desenvolvimento do raciocínio pelos estudantes. Esses trabalhos estão, geralmente, envolvidos no contexto da Estatística, que é um contexto muito proeminente nos trabalhos analisados como um todo.

O desempenho dos estudantes (A06a) também é um tema bastante recorrente nas publicações da unidade A06, muitas vezes sendo consideradas as pontuações em exames em larga escala como referência para a justificativa da realização das pesquisas. Van den Heuvel-Panhuizen, uma das autoras com mais publicações acerca dessa temática, também tem uma grande participação no estudo da Avaliação, podendo se relacionar às vistas dos exames nacionais. Drijvers e Bakker seguem Van den Heuvel-Panhuizen em coautorias em publicações nesse tema.

### 3.1.7 Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o Ambiente de Sala de Aula

Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula são tema de trinta e sete (37) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 11 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses trinta e sete (37) trabalhos.

**Quadro 11** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 07: Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula.

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	Drijvers (2001); Drijvers e Van Herwaarden (2001)	2
<b>2002</b>	Bakker (2002); Doorman (2002); Drijvers (2002)	3
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	Bakker e Gravemeijer (2004)	1
<b>2005</b>	Boon e Drijvers (2005)	1
<b>2006</b>	Drijvers e Kieran (2006) Kieran e Drijvers (2006a) Kieran e Drijvers (2006b); Boon (2006)	4
<b>2007</b>	Drijvers, Doorman, Boon, van Gisbergen e Gravemeijer (2007)	1
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Boon (2009); Doorman, Drijvers, Boon, Van Gisbergen,	2

	Gravemeijer e Reed (2009)	
<b>2010</b>	Bokhove e Drijvers (2010a); Bokhove e Drijvers (2010b) ; Drijvers, Kieran e Mariotti (2010);	3
<b>2011</b>	Bokhove e Drijvers (2011);	1
<b>2012</b>	Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2012); Van Borkulo, Van Joolingen, Savalsbergh e De Jong (2012)	2
<b>2013</b>	Drijvers (2013); Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2013);	2
<b>2014</b>	Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014c); Drijvers, Doorman, Kirschner, Hoogveld e Boon (2014); Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2014); Bakker, Groenveld, Wijers, Akkerman e Gravemeijer (2014)	4
<b>2015</b>	Drijvers (2015); Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2015); Shayan, Abrahamson, Bakker, Duijzer e Van der Schaaf (2015)	3
<b>2016</b>	Abrahamson e Bakker (2016);  Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016a);  Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016b);  Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a); Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016b); Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2016)	6
<b>2017</b>	Drijvers, Faggiano, Geraniou e Weigand (2017); Duijzer, Shayan, Bakker, Van der Schaaf e Abrahamson (2017);	2
<b>2018</b>	-	0
<b>2019</b>	-	0

Fonte: a autora.

Seis (6) unidades de análise compuseram esse agrupamento: (A07a) efeitos da tecnologia na aprendizagem; (A07b) uso de ferramentas e tecnologias digitais e as atividades sensório-motoras; (A07c) uso de ferramentas e tecnologias digitais em sala de aula;

(A07d) design e avaliação de ferramentas educacionais; (A07e) contraste de ferramentas educacionais e métodos de ensino e (A07f) teorias acerca da tecnologia para o ensino.

Quatro (4) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 abordam os efeitos da tecnologia na aprendizagem dos estudantes (A07a).

- Drijvers, Doorman, Kirschner, Hoogveld e Boon (2014) investigaram experimentalmente as contribuições das tarefas *online* para o “domínio das habilidades em Álgebra”.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) realizaram uma experiência de ensino para investigar os efeitos de uma “intervenção rica em tecnologia relacionada à Álgebra nas conquistas de estudantes”.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016b) investigaram como as ferramentas digitais afetam o pensamento e a compreensão dos estudantes em Álgebra.
- Duijzer, Shayan, Bakker, Van der Schaaf e Abrahamson (2017) exploraram o potencial de um aplicativo digital interativo na promoção do raciocínio proporcional dos estudantes.

Drijvers, Doorman, Kirschner, Hoogveld e Boon (2014) mencionaram como resultados uma diferença entre o desempenho do grupo experimental, que participava de um ambiente de Álgebra *online*, e o desempenho do grupo de controle, que participava de aulas no ensino tradicional. O grupo experimental pontuou pouco abaixo do grupo de controle, sendo indicado que não é possível, então, confirmar “as hipóteses da eficácia do uso de recursos *online* para Álgebra”.

Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2015), por sua vez, cujo grupo experimental alternou o uso de trabalhos escritos e digitais, entrelaçando problemas de palavras e problemas nus de álgebra, indicaram uma pontuação significativamente maior que o grupo de controle, confirmando “a eficácia desse tipo de intervenção rica em tecnologia para melhorar o desempenho dos estudantes em álgebra”.

Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016b) também encontraram, de acordo com o resumo, resultados positivos em relação ao uso de tecnologia no ensino. De acordo com esses autores, o uso de um *applet* de resolução de equações, chamado *Cover-up*, afeta o pensamento do aluno em relação às estratégias que ele utiliza ao lidar com esse conteúdo.

No resumo de Duijzer, Shayan, Bakker, Van der Schaaf e Abrahamson

(2017), é mencionado um aplicativo, o *Mathematical Imagery Trainer*, inspirado na ideia de que a compreensão matemática é baseada em esquemas sensório-motores, utilizado para promover o raciocínio proporcional dos estudantes. Esses autores indicam que o uso de aplicativos interativos tem potencial para criar condições de interação para articular a ação e a percepção na cognição matemática.

Quatro (4) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 envolvem o uso de dispositivos tecnológicos e as atividades sensório-motoras dos estudantes (A07b).

- Shayan, Abrahamson, Bakker, Duijzer e Van der Schaaf (2015) investigaram o papel da atenção visual no surgimento de esquemas sensório-motores durante a operação de dispositivos tecnológicos para resolver problemas situados.
- Abrahamson e Bakker (2016) exploraram o discurso a respeito do movimento na aprendizagem de STEM.
- Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016a) investigaram, por meio da combinação de dois recursos metodológicos, modelos seminais para o surgimento hipotético de conceitos partindo da atividade sensório-motora situada.
- Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016b) investigaram modelos teóricos, responsáveis pelo surgimento de conceitos a partir da atividade sensório-motora situada, por meio de dois recursos metodológicos.

Shayan, Abrahamson, Bakker, Duijzer e Van der Schaaf (2015) indicaram, a partir de sua pesquisa, as âncoras de atenção como mediadoras do desenvolvimento de conceitos matemáticos, sendo eles fundamentados em esquemas operatórios. Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016a) e Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016b) também citaram as âncoras de atenção como mediadoras da resolução de problemas por estudantes.

As âncoras de atenção são apresentadas por Abrahamson e Bakker (2016) como “objetos fenomenológicos orientados por objetivos ou percepções enativas (‘sensoriais’) que organizam o movimento proximal para efetuar o movimento distal (‘motor’)”. O movimento proximal e o movimento distal são mencionados no resumo desse trabalho como “o próprio movimento físico” e como “o efeito tecnologicamente ampliado do movimento físico sobre o ambiente”, respectivamente.

Para a análise da aprendizagem de STEM, Abrahamson e Bakker (2016) apresentam como taxonomias o movimento proximal, o movimento distal e esquemas



sensório-motores, ou seja, “padrões rotineiros de atividades cognitivas encenados por meio do movimento proximal, orientados nas âncoras de atenção”.

Os dois recursos metodológicos mencionados por Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016a) e Abrahamson, Shayan, Bakker e Van der Schaaf (2016b) são interfaces de usuário natural (*natural-user interfaces* - NUI) e análise de aprendizagem multimodal (*multimodal learning analytics* - MMLA). Esses autores também indicaram que as descobertas do estudo possibilitaram uma revisão, um apoio, um refinamento e elaborações de reivindicações da teoria da Epistemologia Genética de Piaget.

Vinte (20) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 abordam o uso de ferramentas e tecnologias digitais em sala de aula para a aprendizagem em matemática (A07c).

- Drijvers e Van Herwaarden (2001) descreveram um experimento em sala de aula que visava à aprendizagem de Álgebra por meio do uso de álgebra computacional portátil (*handheld computer álgebra*).
- Drijvers (2001) estudou a utilização de um ambiente de álgebra computacional para a aprendizagem de Álgebra, em particular, para a aprendizagem do conceito de parâmetro.
- Doorman (2002) investigou o uso de problemas e ferramentas para “apoiar o processo de reinvenção pelos alunos e para garantir que a matemática formal esteja firmemente enraizada na compreensão dos estudantes”.
- Drijvers (2002) investigou os obstáculos globais e locais emergentes das práticas de ensino que utilizam a álgebra computacional.
- Bakker e Gravemeijer (2004) exploraram o desenvolvimento do raciocínio informal dos alunos em um ambiente de aprendizagem tecnológico.
- Boon e Drijvers (2005) relataram um experimento de ensino envolvendo o uso de aplicativos educacionais Java para a aprendizagem de Álgebra.
- Drijvers e Kieran (2006) analisaram o uso de álgebra computacional portátil para o estudo de fatorações, comparando as fatorações manuais com as realizadas em Sistemas de Álgebra Computacional (CAS<sup>30</sup>).
- Kieran e Drijvers (2006a) abordaram a relação entre o pensamento teórico dos estudantes e as técnicas utilizadas por eles em um meio de ensino que combina ambiente de álgebra computacional e ambiente de papel-e-lápis.

---

<sup>30</sup> Computer Algebra Systems.

- Kieran e Drijvers (2006b) investigaram a existência simultânea de técnica e teoria em um ambiente de tarefas baseado em CAS para a aprendizagem de Álgebra.
- Doorman, Drijvers, Boon, Van Gisbergen, Gravemeijer e Reed (2009) abordaram o uso de ferramentas no desenvolvimento conceitual pelos alunos.
- Bokhove e Drijvers (2010b) investigaram como conciliar a compreensão conceitual e habilidades procedimentais para aprendizagem dos estudantes em Álgebra e como explorar o potencial das TIC para isso.
- Bokhove e Drijvers (2011) investigaram o uso das TIC no ensino visando “melhorar a *expertise* algébrica” dos estudantes, implementar *feedback* e identificar potencialidades em seu uso.
- Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2012) investigaram o uso de ferramentas computacionais para o fomento da transição de uma visão operacional para uma visão estrutural do conceito de função.
- Drijvers (2013) investigou o potencial das TIC no ensino e na aprendizagem em Matemática e os fatores que influenciam em seu uso efetivo em sala de aula.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014c) descreveram um experimento em sala de aula referente ao uso das tecnologias digitais em Álgebra inicial, para “melhorar a compreensão conceitual e as habilidades procedimentais dos estudantes” em equações de uma variável.
- Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2014) investigaram o uso de calculadoras gráficas para a aprendizagem de derivada e taxa de variação instantânea pelos estudantes.
- Drijvers (2015) explorou o potencial do uso das TIC para o ensino e para a aprendizagem.
- Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a) relacionaram o uso de ferramentas digitais para Álgebra e a compreensão algébrica dos estudantes a partir de uma perspectiva da teoria da instrumentação.
- Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2016) também investigaram o uso de calculadoras gráficas para a aprendizagem de derivada e taxa de variação instantânea pelos estudantes.

- Drijvers, Faggiano, Geraniou e Weigand (2017) introduziram os resultados de pesquisas focadas no uso de tecnologia e outros recursos para a aprendizagem matemática como parte do CERME10<sup>31</sup>.

Drijvers e Van Herwaarden (2001) apontaram a existência de uma relação íntima entre o uso apropriado de tecnologias digitais e o entendimento dos conceitos matemáticos envolvidos nos procedimentos realizados. Essa relação é também indicada nos outros trabalhos, abordada de diferentes maneiras.

Drijvers (2001) afirmou que, de acordo com os resultados da pesquisa, “o uso de parâmetros no ambiente de álgebra computacional requer uma visão clara dos papéis das diferentes letras”. Ou seja, para a utilização de tecnologias digitais é requerida a compreensão de conceitos por trás delas.

Doorman (2002) mencionou a importância das construções dos alunos para a aprendizagem, de forma que as ferramentas digitais possam apoiar um processo de reinvenção. Para que isso ocorra, esse autor aponta que é preciso que os estudantes “estejam envolvidos em um processo de modelagem”. Em relação a esse processo, Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2013) apresentaram heurísticas direcionadoras do *design* de ferramentas adequadas para o ensino e a aprendizagem, como a heurística da modelagem emergente.

Bakker e Gravemeijer (2004) analisaram como o uso de *softwares*, gráficos criados pelos estudantes e tarefas de previsão poderiam apoiar a aprendizagem em Matemática. Nesse trabalho, além de tecnologias digitais, atividades manuais dos estudantes também são consideradas no ambiente de aprendizagem, cada um apoiando a aprendizagem de uma maneira diferente.

Os trabalhos de Drijvers e Kieran (2006), Kieran e Drijvers (2006a) e Kieran e Drijvers (2006b) são relatórios publicados como parte de um projeto a respeito da simultaneidade entre técnica e teoria em sala de aula, especificamente, em um ambiente de tarefas baseado em CAS para a aprendizagem de álgebra. Esse ambiente, segundo esses três trabalhos, também inclui a atividade manual dos estudantes, que envolve a utilização de papel e lápis.

Drijvers e Kieran (2006) mencionaram que o desenvolvimento da compreensão da teoria estudada e das técnicas manuais e computacionais utilizadas pelos

---

<sup>31</sup> Tenth Congress of European Research in Mathematics Education – Décimo Congresso de Pesquisa Europeia em Educação Matemática.

alunos pode ser acarretado pelo confronto entre as resoluções dos estudantes por meio de sistemas computacionais e por meio de processos manuais. Esses autores ainda apontaram o papel do aluno para o desenvolvimento da compreensão, sendo também necessário o desejo dos alunos em conciliar esses meios de resolução.

Kieran e Drijvers (2006a) e Kieran e Drijvers (2006b) apontaram que há o entrelaçamento entre técnica e teoria na aprendizagem em um ambiente de álgebra computacional e apontaram que a existência simultânea desses dois meios é importante para o processo de aprendizagem. Além disso, Kieran e Drijvers (2006b) mencionaram que os confrontos ou conflitos relacionados às expectativas dos estudantes ao usarem as técnicas de CAS, de acordo com seus conhecimentos teóricos anteriores, são oportunidades de aprendizagem. Esses autores também explicitaram o papel do professor em gerenciar a sala de aula como uma condição prévia para a promoção da aprendizagem dos estudantes que se deparam com esses confrontos ou conflitos.

Antes da publicação do trabalho de Kieran e Drijvers (2006b), Drijvers (2002) já mencionara que o uso de álgebra computacional não é uma empreitada fácil, podendo levar os alunos a encontrarem obstáculos enquanto trabalham nesse tipo de ambiente. Esse autor indicou que os obstáculos encontrados pelos estudantes são oportunidades de aprendizagem, ao explicitá-los e tentar superá-los, levando os alunos ao desenvolvimento conceitual.

Drijvers (2002) também mencionou que a “teoria da instrumentação fornece uma estrutura para interpretar um obstáculo como um desequilíbrio dos aspectos conceituais e técnicos de um esquema de instrumentação”. Essa teoria é citada no resumo do trabalho de Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a), que aponta o uso dela como perspectiva para investigação. No entanto, ambos não se aprofundam no que tange a essa teoria.

Doorman, Drijvers, Boon, Van Gisbergen, Gravemeijer e Reed (2009) não explicitaram se as ferramentas citadas se referem a ferramentas digitais, mas mencionaram que o uso delas tem uma relação estreita com o desenvolvimento conceitual. Esses autores fizeram menção a sequências de ensino em um ambiente multimídia, “que suporta o surgimento simultâneo de representações externas e conceitos matemáticos”, para fomentar o processo que “aquisição de ferramentas” e de aprendizagem de funções.

Bokhove e Drijvers (2010b) mencionaram a existência de duas abordagens para o debate sobre a compreensão de conceitos matemáticos: a prática de algoritmos e o foco no raciocínio e nas atividades estratégicas de resolução de problemas. Esses autores apontaram que existe uma forte tradição da utilização das TIC no ensino para o treinamento

de habilidades procedimentais, faltando o enfoque em habilidades de sentido do símbolo. Isso coloca em jogo duas questões, como o desenvolvimento de habilidades procedimentais e as habilidades de sentido de símbolo podem ser conciliados e como as TIC podem ser utilizadas para alcançar essa conciliação.

Um ano mais tarde, Bokhove e Drijvers (2011) também colocaram em estudo as habilidades procedimentais e a compreensão conceitual, acrescentando o uso de *feedbacks* para a aprendizagem. Como mencionado no resumo, os autores concluíram que “há potencial no uso de *feedback* em uma ferramenta de álgebra *online*”, apoiando a aprendizagem dos estudantes em Álgebra e, conseqüentemente, aumentando suas notas.

Drijvers (2015), assim como Drijvers (2013), também abordou o potencial do uso das TIC no ensino. Esses trabalhos apresentaram como fatores cruciais para que as tecnologias digitais contribuam para a aprendizagem o “*design* da ferramenta digital e as tarefas correspondentes que exploram o potencial pedagógico da ferramenta, o papel do professor e o contexto educacional”. É possível identificar esses fatores no decorrer das pesquisas a respeito de ferramentas educacionais e tecnologias digitais para o ensino.

Os resultados da pesquisa de Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2012), mencionados no resumo, sugerem que a relação entre o uso de ferramentas computacionais e o desenvolvimento conceitual dos estudantes é favorecida por atividades preliminares, por ferramentas que “oferecem representações que permitem níveis de raciocínio progressivamente crescentes” e pelo entrelaçamento com o trabalho com papel e lápis.

Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2014c) afirmaram que a utilização de tecnologias digitais afeta o pensamento dos estudantes e as estratégias utilizadas por eles ao lidarem, no caso, com equações e com problemas de palavras, mas não explicita no resumo as conseqüências práticas e teóricas dos resultados, que serão expostas no trabalho.

Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2014) e Roorda, Vos, Drijvers e Goedhart (2016) investigaram o uso da calculadora gráfica para a aprendizagem de derivadas e de taxas de variação instantânea. Ambos os trabalhos mencionaram que o uso da calculadora gráfica pode facilitar um processo de aprendizagem em que as técnicas simbólicas se desenvolvam separadamente das técnicas gráficas e numéricas, ainda que esse instrumento deva promover a integração entre elas.

Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a) citaram que os estudantes desenvolveram esquemas de substituição que integravam as habilidades técnicas e a compreensão conceitual ao utilizarem o aplicativo *Cover-up*, utilizado para a resolução de

equações. Como fatores cruciais para esse desenvolvimento, Jupri, Drijvers e Van den Heuvel-Panhuizen (2016a) apontaram “as características do aplicativo e do *design* da tarefa, o papel do professor e a interação entre os alunos”, fatores que foram, em parte, abordados em pesquisas anteriores. Por exemplo, Kieran e Drijvers (2006) em relação ao papel do professor e Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2012) em relação a características de ferramentas para o ensino de matemática.

Assim como Drijvers (2002) mencionou que o uso de álgebra computacional não é tão fácil como parece, Drijvers, Faggiano, Geraniou e Weigand (2017) também indicaram que é difícil explorar, no ensino regular, as oportunidades promovidas pela tecnologia. Para esses autores, essa é uma questão atual no campo da Educação Matemática e “está atrasada em relação aos rápidos avanços na Tecnologia da Informação e Comunicação”.

Seis (6) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 abordam o *design* e a avaliação de ferramentas educacionais para a sala de aula (A07d).

- Boon (2006) relatou as atividades do Instituto Freudenthal no desenvolvimento de ferramentas didáticas e micromundos (*applets* Java) para o ensino.
- Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen e Gravemeijer (2007) descreveram o *design* de um arranjo de aprendizagem rico em tecnologia.
- Boon (2009) descreveu o processo de *design* de uma coleção de *applets* educacionais Java para a escola primária e secundária (*primary and secondary education*).
- Bokhove e Drijvers (2010a) investigaram o desenvolvimento e a avaliação de ferramentas digitais que podem ser utilizadas para “melhorar a *expertise* algébrica dos alunos”<sup>32</sup>.
- Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2013) investigaram a maneira de projetar e avaliar um arranjo de aprendizagem rico em tecnologia.
- Bakker, Groenveld, Wijers, Akkerman e Gravemeijer (2014) projetaram uma ferramenta de computação para desenvolver a proficiência no raciocínio proporcional.

Boon (2006) mencionou que o surgimento de novas tecnologias levou ao surgimento de novas ideias no que diz respeito à visualização e à aprendizagem de Matemática. Esse autor aponta, também, a necessidade de mais pesquisas nesse tema, visando a uma “imagem detalhada das possibilidades e restrições” de ferramentas, como as desenvolvidas pelo Instituto Freudenthal à época.

---

<sup>32</sup> “Therefore, a study was set up to investigate in what way the use of ICT in upper secondary education might enhance the algebraic expertise of students”.

Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen e Gravemeijer (2007) apontaram que, em conformidade com a abordagem instrumental do uso de ferramentas, “aspectos da compreensão conceitual da noção de função estão ligados às tarefas e às técnicas de ferramentas tecnológicas”. Esses autores não mencionaram o que consideram como a abordagem instrumental do uso de ferramentas, assim como Kieran e Drijvers (2006a) e Kieran e Drijvers (2006b), que também utilizaram a expressão em seus resumos.

Em Boon (2006), já havia sido mencionada a necessidade de mais pesquisas a respeito de tecnologias visando possibilidades e restrições que elas apresentam para o ensino. Boon (2009) mencionou, então, a proposta de uma descrição do *design* de ferramentas educacionais digitais, explorando suas possibilidades para levar os estudantes a “alcançar os objetivos de aprendizagem”.

Bokhove e Drijvers (2010) mencionaram o anseio de que o uso de ferramentas digitais no ensino de álgebra, especificamente, “mude epistemologias, estruturas de atividades e desempenho dos alunos”. Para isso, esses autores apresentam como importante as decisões a serem feitas durante as escolhas das ferramentas a serem utilizadas. Assim, Bokhove e Drijvers (2010) descrevem um processo de projetar e avaliar as ferramentas digitais para o ensino. Por meio do estudo, os autores indicaram que foi apresentado um instrumento final para avaliar as ferramentas digitais e foram esquematizadas características de ferramentas adequadas.

Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2013) também enfatizaram o *design* e a avaliação de ferramentas digitais para o ensino, mencionando que o desdobramento do arranjo de aprendizagem rico em tecnologia foi feito de acordo com as noções de modelagem emergente e instrumentação como heurística de *design*. Essas heurísticas são indicadas como possíveis fornecedoras de diretrizes para o *design* de uma trajetória hipotética de aprendizagem e para tarefas concretas. O que é considerado como modelagem emergente e instrumentação é explicitado no resumo pelos autores.

No ano anterior ao trabalho de Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2013), Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon e Reed (2012) já haviam mencionado ferramentas como atividades preliminares que possibilitavam o desenvolvimento de níveis de raciocínio progressivamente crescentes, dentro das heurísticas apresentadas posteriormente.

Dois (2) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 contrastam ferramentas educacionais ou métodos de ensino (A07e).

- Bakker (2002) contrasta uma série de *minitools* estatísticos e uma “ferramenta de construção do tipo paisagem”, chamada *Tinkerplots*.

- Van Borkulo, Van Joolingen, Savalsbergh e De Jong (2012) compararam os benefícios da modelagem computacional e do ensino expositivo.

Bakker (2002) aludiu a como as características dos tipos de ferramentas contrastadas influenciam as decisões de ensino, por exemplo, de *designers* de *softwares*, autores de currículo e professores.

Na pesquisa de Van Borkulo, Van Joolingen, Savalsbergh e De Jong (2012), dois métodos de ensino são colocados lado a lado, visando substanciar os benefícios trazidos pela modelagem computacional nos resultados de aprendizagem. Esses autores identificaram que o grupo que participava das tarefas complexas em um ambiente de modelagem computacional superou o grupo do ensino expositivo em relação ao conhecimento declarativo, mas diferenças não foram identificadas na aplicação do conhecimento ou na criação de modelos. Ainda é mencionado que os dois métodos de ensino “levam a resultados de aprendizagem qualitativamente diferentes, e que esses dois modos de ensino não podem ser comparados em uma única ‘medida de eficácia’”.

Um (1) dos trinta e sete (37) trabalhos apresentados no Quadro 11 aborda as teorias da tecnologia para o ensino de matemática (A07f).

- Drijvers, Kieran e Mariotti (2010) investigaram as estruturas teóricas que são utilizadas na pesquisa relacionada à tecnologia no domínio da educação matemática.

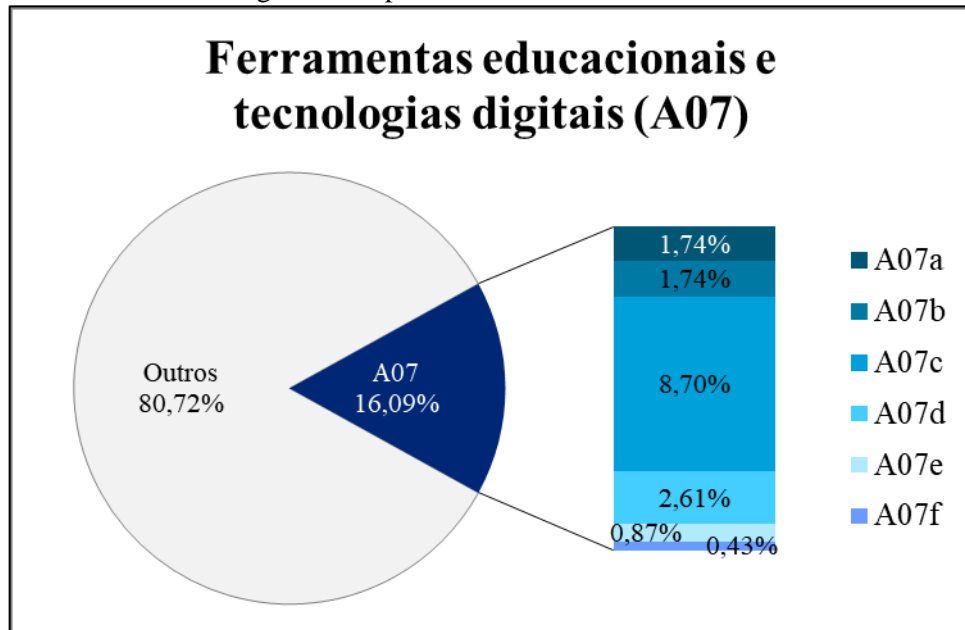
Drijvers, Kieran e Mariotti (2010) mencionaram a necessidade de serem desenvolvidos marcos teóricos da integração de ferramentas tecnológicas no ensino de matemática. No panorama histórico apresentado pelos autores, são citadas as abordagens instrumentais e a noção de medição semiótica.

O Gráfico 07 representa as publicações que envolvem o tema Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A07.

Os trabalhos com temas em Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula representam 16,09% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações nesta unidade A07, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem o uso de tecnologias digitais em sala de aula (A07c), que apresentam um grande salto em relação a de segunda maior incidência, (A07d) *design* e avaliação de ferramentas educacionais.



**Gráfico 07** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o ambiente de sala de aula



Fonte: A autora.

Considerando os trabalhos do agrupamento A07 como um todo, nota-se que Drijvers participou de vinte e cinco (25) das trinta e sete (37) publicações que abordaram a Ferramentas Educacionais e Tecnologias Digitais no e para o ambiente de sala de aula, dando indícios de que os trabalhos do autor são referência para a pesquisa na área.

### 3.1.8 Jogos para o Ensino de Matemática

Jogos para o ensino de Matemática são temas de sete (7) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 12 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses sete (7) trabalhos.

**Quadro 12** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 08: Jogos para o ensino de Matemática

Ano	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
2000	-	0
2001	-	0
2002	-	0
2003	-	0
2004	-	0
2005	-	0
2006	-	0
2007	-	0
2008	-	0
2009	Jonker, Wijers e Van Galen (2009)	1

<b>2010</b>	Wijers, Jonker e Drijvers (2010); Kolovou e Van den Heuvel-Panhuizen (2010)	2
<b>2011</b>	Wijaya, Doorman e Keijze (2011)	1
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou e Robitzsch (2013)	1
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	Bakker e Van den Heuvel-Panhuizen (2015); Jeuring et al. <sup>33</sup> (2015)	2
<b>2016</b>	-	0
<b>2017</b>	-	0
<b>2018</b>	-	0
<b>2019</b>	-	0

**Fonte:** a autora.

Foram duas (2) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento: (A08a) jogos digitais para o ensino de matemática e (A08b) jogos não digitais para o ensino de matemática.

Seis (6) dos sete (7) trabalhos a respeito de jogos abordam jogos digitais para o ensino de Matemática.

- Jonker, Wijers e Van Galen (2009) investigaram a utilização de jogos de computador para aprender ou treinar habilidades, mais especificamente, o minijogo *Crack the Number Safe*, que explora a divisibilidade.
- Kolovou e Van den Heuvel-Panhuizen (2010) analisaram o potencial do *feedback* gerado por um jogo *online* em apoiar os processos de resolução de problemas de alunos da escola primária (*primary school*).
- Wijers, Jonker e Drijvers (2010) exploraram o uso de jogos de computador, especificamente do jogo de geometria *MobileMath*, para o envolvimento dos estudantes em uma aprendizagem significativa.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou e Robitzsch (2013) abordaram o papel de um jogo *online* dinâmico na resolução de problemas de Álgebra, monitorando o trabalho dos alunos por meio de um *software* especial.
- Bakker e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) relataram um experimento que investigava os efeitos de minijogos de matemática, *online*, no desenvolvimento das habilidades de raciocínio multiplicativo de alunos da segunda e terceira séries (*second- and third-graders*).

<sup>33</sup> Grosfeld, Heeren, Hulsbergen, IJntema, Jonker, Mastenbroek, Van der Smagt, Wijmans, Wolters e Van Zeijts.

- Jeuring et al. (2015) avaliaram o uso de um jogo virtual, chamado *Communicate!*, para praticar habilidades de comunicação.

Jonker, Wijers e Van Galen (2009), dentre as questões que abordaram em sua pesquisa, indagaram qual a motivação dos alunos ao jogarem. Esses autores aludiram ao agrado das crianças ao jogarem Crack the Number Safe e à possibilidade de utilização de conhecimentos prévios da divisão para que joguem e, até mesmo, descubram novas regras da operação. Wijers, Jonker e Drijvers (2010) também citaram a apreciação e a motivação dos estudantes ao jogarem *MobileMath*, assinalando que o jogo oferta oportunidades de aprendizagem.

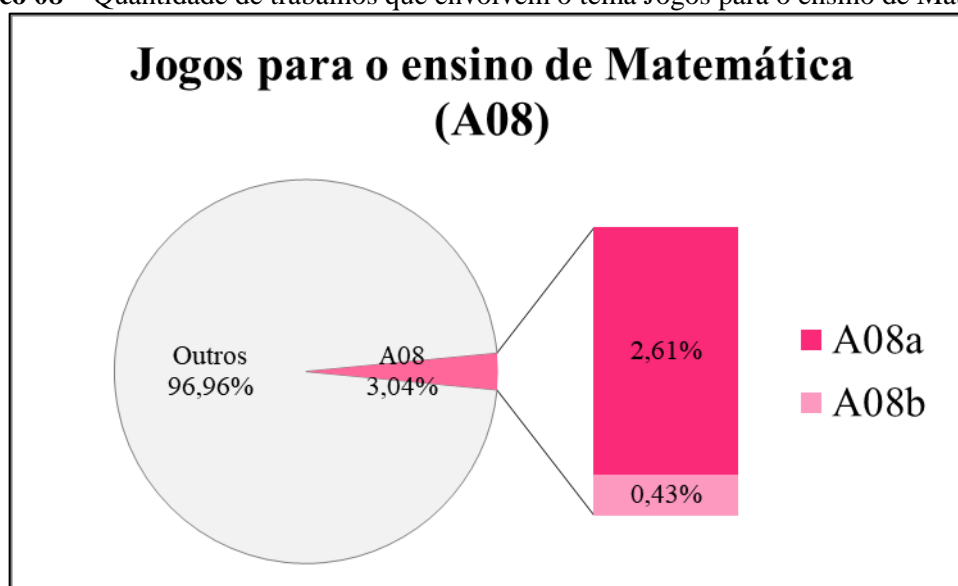
Kolovou e Van den Heuvel-Panhuizen (2010) e Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou e Robitzsch (2013) mencionaram o trabalho com jogos *online* como contribuinte para o desempenho dos estudantes em Álgebra. Kolovou e Van den Heuvel-Panhuizen (2010) reportaram que os alunos obtiveram um melhor desempenho na resolução de problemas ao utilizarem o jogo *online*, em detrimento das resoluções escritas que não apresentavam *feedback* algum para os estudantes. Esses autores ainda fizeram referência à verificação das próprias resoluções para os alunos, indicando que “o *feedback* gerado pelo jogo estimulou o *feedback* gerado pelo aluno”. O *feedback* imediato é uma característica presente também no jogo *Communicate!*, investigado na pesquisa de Jeuring et al. (2015).

Um (1) dos sete (7) trabalhos a respeito de jogos abordam jogos não digitais para o ensino de Matemática.

- Wijaya, Doorman e Keijze (2011) abordaram o uso de jogos indonésios tradicionais para apoiar a aprendizagem de crianças em medição linear.

Wijaya, Doorman e Keijze (2011) mencionaram a existência de uma tendência em crianças pequenas de realizar de medições como um procedimento instrumental, devido ao ensino do conceito de forma isolada. Esses autores indicaram que os conflitos causados pelo jogo poderiam apoiar os estudantes na aprendizagem do conceito de uma unidade de medida padrão, conectando sua aprendizagem com suas experiências diárias.

O Gráfico 08 representa as publicações que envolvem o tema Jogos para o ensino de Matemática em relação ao todo do corpus deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A08.

**Gráfico 08** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Jogos para o ensino de Matemática

**Fonte:** A autora.

Os trabalhos com temas em Jogos para o ensino de Matemática representam 3,04 % dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações dessa unidade A08, a unidade de análise com mais publicações é a respeito de jogos digitais para o ensino de Matemática, sendo que apenas uma publicação é a respeito de jogos que não envolvem tecnologia.

### 3.1.9 Livros Didáticos

Livros Didáticos são temas de nove (9) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 13 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses nove (9) trabalhos encontrados.

**Quadro 13** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 09: Livros Didáticos

Ano	Referência	Quantidade de trabalhos
2000	-	0
2001	-	0
2002	-	0
2003	-	0
2004	-	0
2005	-	0
2006	-	0
2007	Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Scherer (2007)	1
2008	Van den Heuvel-Panhuizen e Van den	1

	Boogaard (2008)	
<b>2009</b>	Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Doig (2009)	1
<b>2010</b>	-	0
<b>2011</b>	Van den Heuvel-Panhuizen e Elia (2011)	1
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	-	0
<b>2014</b>	Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2014)	1
<b>2015</b>	Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015b); Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2015)	2
<b>2016</b>	Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2016)	1
<b>2017</b>	-	0
<b>2018</b>	Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2018);	1
<b>2019</b>	-	0

**Fonte:** A autora.

Esse agrupamento foi formado por três (3) unidades de análise: (A09a) uso de livros ilustrados como oportunidade de aprendizagem; (A09b) oportunidades de aprendizagem oferecidas por livros didáticos e (A09c) livros didáticos em diferentes épocas e contextos.

Seis (6) dos nove (9) trabalhos listados no Quadro 13 analisam livros ilustrados e os colocam como um componente que pode oportunizar a aprendizagem do aluno (A09a).

- Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Scherer (2007) investigaram e descreveram os pensamentos relacionados à Matemática suscitados por alunos do jardim de infância (*kindergarten*) ao lerem livros ilustrados.
- Van den Heuvel-Panhuizen e Van den Boogaard (2008), que também investigaram os pensamentos relacionados à Matemática evocados com a leitura de livros ilustrados, focaram nos tipos de envolvimento cognitivo proporcionados por essa leitura.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Doig (2009) apresentaram experiências usando livros ilustrados para proporcionar a crianças, também do jardim de infância (*kindergarten*), um ambiente de aprendizado em que pudessem explorar e ampliar as noções preliminares de alguns conceitos matemáticos, de forma implícita.

- Van den Heuvel-Panhuizen e Elia (2011), além de abordarem em seu artigo o desempenho dos alunos do jardim de infância (*kindergartner*) em medições de comprimento, abordaram a possibilidade de “desenvolver o desempenho” dos estudantes nesse conteúdo a partir da leitura de livros ilustrados.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2014) trataram do potencial da leitura de livros ilustrados para crianças, de modo a apoiar a compreensão em Matemática.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2016) também trataram do potencial da leitura de livros ilustrados para crianças, de modo a apoiar a compreensão em Matemática.

Enquanto Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Scherer (2007) relataram uma sessão de leitura de livros com uma criança do jardim de infância, Van den Heuvel-Panhuizen e Van den Boogaard (2008), Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Doig (2009), Van den Heuvel-Panhuizen e Elia (2011), Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2014) e Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2016) analisaram grupos de crianças. Tanto Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2014) quanto Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2016) indicaram que seus estudos foram realizados com trezentas e oitenta e quatro (384) crianças de dezoito (18) turmas de jardim de infância na Holanda.

Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Scherer (2007) e Van den Heuvel-Panhuizen e Van den Boogaard (2008) realizaram sua pesquisa em torno do pensamento relacionado à matemática evocado por alunos do jardim de infância. O livro utilizado nesses dois trabalhos, chamado “*Being Fifth*”, conta a história de uma sala de espera de um médico, abordando a contagem regressiva e a orientação espacial tácita. Esse livro não foi escrito com o objetivo de ensinar matemática e não tem instruções e orientações matemáticas explícitas.

Assim como em Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Scherer (2007), Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Doig (2009) citaram o projeto PICOma, que investigava se e como os livros ilustrados contribuem para a compreensão matemática de alunos do jardim de infância e, também, a forma como as ações dos professores podem fortalecer as características dos livros. Não foram encontradas outras informações a respeito desse projeto na época da realização deste trabalho.

Van den Heuvel-Panhuizen e Van den Boogaard (2008), que investigaram declarações de quatro crianças de cinco anos de idade após a leitura de um livro ilustrado, mencionaram no resumo que quase metade das declarações das crianças era relacionada com

a matemática. Isso apoia a ideia de que livros ilustrados, sem orientações ou instruções explícitas, têm um grande potencial para envolver as crianças matematicamente.

Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard e Doig (2009) também realizaram sua pesquisa com um grupo de crianças e indicaram que seriam fornecidas, no trabalho, razões para a utilização dos livros ilustrados para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Van den Heuvel-Panhuizen e Elia (2011) registraram que a leitura de livros ilustrados tem um efeito fraco, mas significativo, no desempenho dos estudantes em medição. Isso ocorreu partindo da análise do desempenho do grupo experimental da pesquisa, que participou de um programa de livros ilustrados destacando a medida de comprimento em contextos significativos, e do grupo de controle, que não participou desse programa.

Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2014) também mencionaram que, em relação ao grupo de controle de sua pesquisa, o grupo experimental mostrou “mais melhorias” em seu desempenho matemático em um teste contendo itens que abrangiam diversos tópicos em Matemática. Esses autores não indicaram no resumo o tipo de atividades nas quais o grupo experimental estava envolvido, relativas à leitura de livros ilustrados.

Assim como os autores apresentados anteriormente, Van den Heuvel-Panhuizen, Elia e Robitzsch (2016) aludem que encontraram efeitos positivos no desempenho dos estudantes em matemática em um teste com variados itens. Esses autores citaram, ainda, que foi encontrado um efeito significativo da intervenção para as meninas, que não ocorreu para os meninos. Além desse artigo de 2016, Van den Heuvel-Panhuizen publicou outros estudos<sup>34</sup> cujo foco era a diferença no desempenho de meninas e meninos em matemática, abordados no agrupamento A06 .

Um (1) dos nove (9) trabalhos listados no Quadro 13 aborda as oportunidades de aprendizagem oferecidas por livros didáticos (A09b).

- Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015b) investigaram as oportunidades que livros didáticos indonésios oferecem para a resolução de tarefas matemáticas baseadas em contexto.

Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015b) citaram que o estudo foi suscitado pelas dificuldades de estudantes, reveladas por meio de uma análise de erros, ao resolverem tarefas baseadas em contexto, analisando as características das tarefas apresentadas em três livros didáticos indonésios. Esses autores mencionaram a falta de

---

<sup>34</sup> Van den Heuvel-Panhuizen (2003a), Van den Heuvel-Panhuizen (2004) e Davis, Clarke e Van den Heuvel-Panhuizen (2005).

oportunidades de aprendizagem que os livros ofereciam, pois apenas 10% das tarefas eram de contexto, das quais 45% eram tarefas de reprodução, 53%, de conexão e somente 2%, de reflexão.

Nesse resumo, os autores aludiram a tarefas de reprodução como as que “exigem a realização de procedimentos matemáticos rotineiros”, tarefas de conexão como as que “exigem a vinculação de diferentes áreas do currículo de matemática” e tarefas de reflexão como aquelas que possuem “o mais alto nível de demanda cognitiva”.

Diferente dos trabalhos que abarcam o uso de livros ilustrados para crianças do jardim de infância, apresentados no grupo (A09a), o trabalho deste grupo foca no contexto de estudantes do nono e décimos graus.

Dois (2) dos nove (9) trabalhos listados no Quadro 13 abordam aspectos de livros didáticos em diferentes épocas e contextos (A09c).

- Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) investigaram a influência da reforma realística da Educação Matemática sobre o conteúdo de números decimais, analisando como esse conteúdo é abordado em dois livros-texto pré-RME e em uma coleção contemporânea de livros orientados pelos princípios da RME.
- Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2018) investigaram se os livros didáticos de Matemática do período em que o artigo foi escrito ofereciam oportunidades para aprender a resolver problemas em comparação aos da década anterior.

Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2015) registraram que a maioria das características da Educação Matemática Realística foi encontrada em um livro de 2009, que segue os princípios da RME, e que várias características da RME também foram encontradas em dois livros anteriores à reforma na educação, de 1958 e de 1969. Isso leva à consideração de que ideias da Educação Matemática Realística precedem<sup>35</sup> o marco da reforma, na década de 1970, ou seja, Freudenthal e outros pesquisadores já semeavam a reforma pouco a pouco.

Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2018) referem-se aos resultados de sua pesquisa, que sugerem que as oportunidades de aprendizagem suscitadas pelos livros didáticos contemporâneos à pesquisa são muito limitadas e que os principais livros não mudaram em relação à década anterior. Além disso, esses autores analisaram a disposição de tarefas não rotineiras de resolução de problemas e a disposição de tarefas da “área cinzenta”

---

<sup>35</sup> No livro *The Legacy of Hans Freudenthal*, de Streefland, é possível identificar imagens do desenvolvimento das ideias de Freudenthal durante sua vida. Referência: Streefland, Lee. *The Legacy of Hans Freudenthal*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

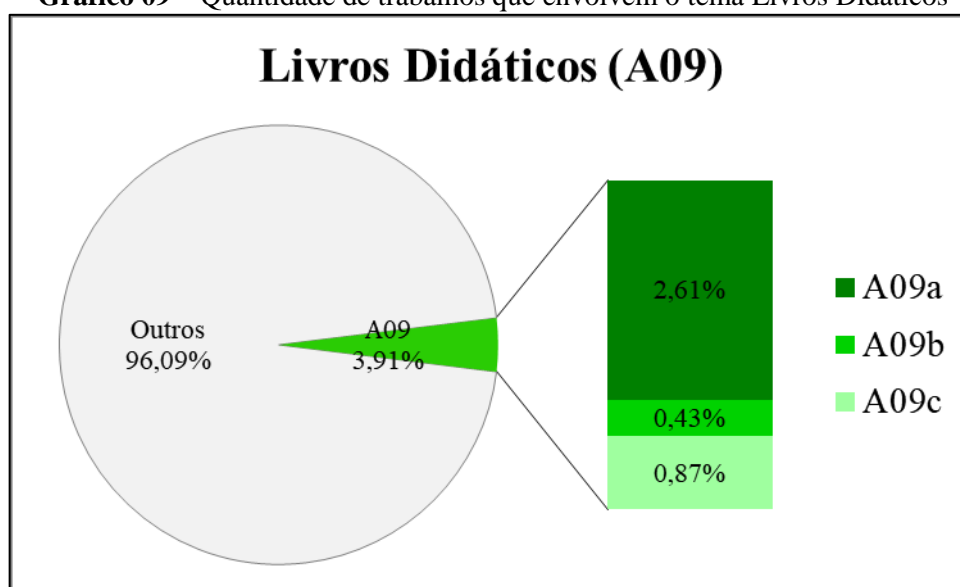


nos livros didáticos. Nesse resumo, não são apresentados os significados de tarefas não rotineiras de resolução de problemas ou de tarefas da “área cinzenta”.

O Gráfico 09 representa as publicações que envolvem o tema Avaliação em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A09.

Os trabalhos com temas em Livros Didáticos representam 3,88% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações nesta unidade A09, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem os livros ilustrados como oportunidade de aprendizagem para crianças.

**Gráfico 09** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Livros Didáticos



Fonte: A autora.

Considerando os trabalhos deste agrupamento A09 como um todo, nota-se que Van den Heuvel-Panhuizen tem grande influência em pesquisas referentes a livros voltados para o ensino, visto que integra a autoria de todos os trabalhos, levantados para este mapeamento, que tratam desse tema.

### 3.1.10 Matemática no Local de Trabalho e no Ensino Profissionalizante

Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante é tema de vinte (20) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 14 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses vinte (20) trabalhos encontrados.

**Quadro 14** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 10: Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	-	0
<b>2002</b>	-	0
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005)	1
<b>2006</b>	Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2006); Bakker, Kent, Noss, Hoyles e Bhinder (2006)	2
<b>2007</b>	Kent, Noss, Guile, Hoyles e Bakker (2007)	1
<b>2008</b>	Bakker, Kent, Derry, Noss e Hoyles (2008); Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008)	2
<b>2009</b>	-	0
<b>2010</b>	Bakker, Wijers e Akkerman (2010); Wijers, Bakker e Jonker (2010)	2
<b>2011</b>	Bakker, Wijers, Jonker e Akkerman (2011); Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2011); Bakker, Wijers e Akkerman (2011)	3
<b>2012</b>	Akkerman e Bakker (2012)	1
<b>2013</b>	-	0
<b>2014</b>	Bakker (2014a); Bakker (2014b); Bakker e Akkerman (2014); Dierdorp, Bakker, Van Maanen e Eijkelhof (2014)	4
<b>2015</b>	-	0
<b>2016</b>	Doorman, Jonker e Wijers (2016)	1
<b>2017</b>	Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017); Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017)	2
<b>2018</b>	-	0
<b>2019</b>	Van der Wal, Bakker e Drijvers (2019)	1

**Fonte:** A autora.

Foram cinco (5) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento, a saber: (A10a) Literacias Tecno-matemática no local de trabalho; (A10b) Estatística no local de trabalho; (A10c) Ensino Profissionalizante baseado em competências; (A10d) Medição no local de trabalho e (A10e) Integrações entre ensino profissionalizante e local de trabalho.

Sete (7) dos vinte (20) trabalhos listados no Quadro 13 abordam as Literacias Tecno-matemáticas (Techno-mathematical Literacies - TmL) de futuros profissionais em seus locais de trabalho (A10a).

- Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005) apresentaram algumas ideias emergentes das necessidades dos funcionários em ter conhecimento estatístico e prático de Matemática apoiado em situações de trabalho e mediado por artefatos tecnológicos.
- Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2006) direcionaram sua pesquisa para as TmL que os funcionários necessitam em seus locais de trabalho, projetando oportunidades de aprendizagem para melhorá-las.
- Bakker, Kent, Noss, Hoyles e Bhinder (2006) caracterizaram a necessidade dos funcionários possuírem TmL e projetaram oportunidades de aprendizagem que foram testadas e revisadas como parte do *Design-based Research* realizado.
- Kent, Noss, Guile, Hoyles e Bakker (2007) apresentaram uma caracterização das TmL necessárias para a prática em ambientes de trabalhos ricos em tecnologia, focados na resposta flexível à necessidade dos clientes. Além disso, esses autores buscaram introduzir uma dimensão epistemológica na Teoria da Atividade, especialmente às noções de objeto de fronteira e cruzamento de fronteira.
- Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008) identificaram as TmL requeridas dos funcionários em diversos setores industriais e desenvolveram oportunidades de aprendizagem para amostras específicas de funcionários.
- Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017) objetivaram identificar quais TmL os engenheiros do Século XXI realmente usam em suas práticas profissionais.
- Van der Wal, Bakker e Drijvers (2019) focam em como as TmL podem ser promovidas na formação de futuros engenheiros.

Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008), em seu resumo, apresentaram as TmL como o conhecimento matemático situado no contexto do trabalho e mediado pela tecnologia disponível.

Enquanto Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005), Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2006), Bakker, Kent, Noss, Hoyles e Bhinder (2006), Kent, Noss, Guile, Hoyles e Bakker (2007), Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008) e Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017) investigam as TmL requeridas para os funcionários no local de trabalho, identificando-as, caracterizando-as, conceituando-as, a partir da análise de diversos setores, como industriais e comerciais, Van der Wal, Bakker e Drijvers (2019) focaram na promoção das TmL na formação de futuros engenheiros, devido à onipresença da tecnologia no local de trabalho.

Nos resumos de Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005) e de Bakker, Kent, Noss, Hoyles e Bhinder (2006), é citado o projeto “Literacia Tecno-matemática no Local de

Trabalho”, que investigou as necessidades dos funcionários em dispor de TmL. Enquanto em 2005 são apresentadas algumas ideias relacionadas a essas necessidades, em 2006 elas são caracterizadas.

Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005) mencionaram, em seu resumo, a discussão de alguns protótipos de oportunidades de aprendizagem para o raciocínio estatístico situado, utilizando o *software* educacional *TinkerPlots*, e, Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2006), Bakker, Kent, Noss, Hoyles e Bhinder (2006) e Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008) projetaram oportunidades de aprendizagem. Em seu resumo, Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2006) conceituaram as oportunidades de aprendizagem como uma forma de “atravessar a fronteira” entre os funcionários da empresa e os pesquisadores.

Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2005) também citaram a identificação de “lacunas de habilidades” no que se refere ao uso de técnicas estatísticas para controlar um processo de fabricação em um local de trabalho industrial.

Dentre os sete (7) trabalhos desta unidade, a palavra “fronteira” também aparece no resumo de Kent, Noss, Guile, Hoyles e Bakker (2007), que introduziram uma dimensão epistemológica especificamente às noções de objeto de fronteira e de cruzamento de fronteira, baseando-se na teoria da atividade, e no resumo de Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008), que incluíram objetos de fronteira aprimorados com tecnologia (TEBOs) em suas oportunidades de aprendizagem desenvolvidas. Os TEBOs são apresentados por esses autores, no resumo, como “ferramentas de computador que eram reconfigurações de artefatos matemáticos simbólicos que funcionários usam no trabalho, mas onde os modelos matemáticos subjacentes são, em sua maioria, desconhecidos e geralmente mal compreendidos”.

Bakker, Kent, Noss e Hoyles (2008) e Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017) identificaram as TmL requeridas pelos funcionários em diversos setores de trabalho. Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017), que realizaram a pesquisa com engenheiros vindos de diferentes formações acadêmicas listaram, no resumo, sete (7) TmL encontradas: literacia de dados, habilidades técnicas de *software*, habilidades de comunicação técnica, senso de erro, senso de número, criatividade técnica e habilidades de desenho técnico. As diferentes formações de engenheiros citadas são, por exemplo, engenharia civil, química, biotecnológica e mecânica.

Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017) apontaram, também, que os engenheiros participantes da pesquisa notaram uma discrepância entre “suas necessidades de educação e de trabalho”, ou seja, entre o que eles aprendem durante sua formação e o que é

requerido em suas práticas profissionais, sendo a Matemática ensinada a eles uma “ilha com relevância limitada” em relação à prática. Em 2019, esses mesmos autores buscaram resolver o problema de como as TmL podem ser promovidas na educação. Nesse trabalho, as TmL são identificadas como essenciais para futuros engenheiros e são descritos o desenvolvimento e a implementação de um curso de Matemática Aplicada para o ensino profissional técnico superior, voltando-se para as estratégias de ensino do professor para estimular o desenvolvimento das TmL.

Cinco (5) dos vinte (20) trabalhos listados no Quadro 13 abordam especificamente a Estatística no local de trabalho e no ensino profissionalizante (A10b).

- Bakker, Kent, Derry, Noss e Hoyles (2008) buscaram caracterizar a inferência estatística<sup>36</sup> no local de trabalho, comparando o controle estatístico de processo (SPC<sup>37</sup>), um protótipo de inferência estatística no trabalho, com o teste de hipóteses, inferência estatística mais conhecida em cenários educacionais.
- Bakker, Wijers e Akkerman (2010) investigaram o que técnicos de laboratório precisam aprender de Estatística, na presença da tecnologia, no ensino profissionalizante.
- Bakker, Wijers e Akkerman (2011) abordaram os desafios do ensino de Estatística na educação profissionalizante, que consideravam diferentes dos que existiam na educação geral.
- Bakker (2014b) também abordou a questão de o que técnicos de laboratório precisam aprender sobre Estatística, na presença da tecnologia, no ensino profissionalizante.
- Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017) investigaram “como a Estatística e outros tipos de raciocínio são coordenados com ações para reduzir a incerteza” no ensino profissional.

Bakker, Kent, Derry, Noss e Hoyles (2008) não explicitaram no resumo o que consideram como inferência estatística informal, mas apontaram que a caracterização é feita dentro do “espaço de razões – um conglomerado de razões e implicações, evidências e conclusões, causas e efeitos”.

Bakker, Wijers e Akkerman (2010) e Bakker (2014) partiram mesma questão: os conhecimentos estatísticos, envolvendo tecnologias, necessários no ensino

---

<sup>36</sup> Inferência estatística é um ramo da Estatística que busca fazer afirmações, com base em argumentos estatísticos, a respeito das características de uma população utilizando informações dadas por amostras. De acordo com Morettin e Bussab (2010), população é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação e amostra é qualquer subconjunto representativo da população.

<sup>37</sup> *Statistical Process Control*.

profissionalizante. No resumo de seu artigo, Bakker, Wijers e Akkerman (2010) apresentaram que esses conhecimentos que são ensinados e exigidos serão identificados, informando que os conhecimentos necessários identificados foram influenciados pelo nível no qual a tecnologia medeia o trabalho. No resumo do capítulo de Bakker (2014), é apresentada a mesma afirmação, e o trabalho é considerado como parte de uma questão maior a respeito da influência da disponibilidade da tecnologia no que as pessoas precisam saber ao se tratar de estatística.

Bakker, Wijers e Akkerman (2011) fizeram referência como um dos desafios do ensino de Estatística no ensino profissionalizante a dificuldade de envolver os estudantes e prepará-los para os locais de trabalhos que requerem diferentes níveis de mediação por tecnologia. Isso vai ao encontro da afirmação desses autores, em 2010, a respeito da influência desses diferentes níveis nos conhecimentos estatísticos necessários.

Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017) mencionaram a utilização da teoria semântica Inferencialismo para a análise. Especificamente, o conceito de teia de razões e ações, definido como “complexos de razões interconectadas para fatos e ações”, em que as razões incluem “premissas e conclusões, relações inferenciais, implicações, motivos de ação e utilidade de ferramentas para fins específicos em um contexto particular”. Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2011) (A10d), também citaram o conceito de teia de razões, e outros da teoria inferencialista, como sugestão para a investigação do “o que”, do “como” e do “porquê” do uso da medição.

Um (1) dos vinte (20) trabalhos listados no Quadro 13 aborda o ensino profissionalizante baseado em competências (A10c).

- Wijers, Bakker e Jonker (2010) investigaram os riscos do ensino profissionalizante baseado em competências em tornar a matemática invisível e não avaliada, deteriorando as habilidades matemáticas.

Esses autores não explicitam, no resumo, o que consideram por ensino baseado em competências ou que consideram por habilidades. Wijers, Bakker e Jonker (2010) mencionaram que foi desenvolvido um framework para a literacia matemática na educação secundária profissionalizante (MBO – *senior secondary vocational education*), mas não indicam se a noção de literacia que tomam se assemelha com o apresentado nos resumos do grupo (A10a), Literacias Tecno-matemática no local de trabalho.

Dois (2) dos vinte (20) trabalhos listados no Quadro 13 abordam o conceito de medição no local de trabalho (A10d).

- Bakker, Wijers, Jonker e Akkerman (2011) analisaram o uso, a natureza e os

propósitos da medição no trabalho de nível intermediário, que são trabalhos em que é necessária uma qualificação escolar, mas não um bacharelado ou um grau superior para fornecer uma base para reflexões referentes ao ensino de medição nas escolas.

- Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2011) investigaram como a medição ocorre na indústria de transformação, que envolve a fabricação, o processamento ou a preparação de produtos a partir de matérias-primas. Esses autores visaram as principais questões envolvidas na medição que informam o design instrucional.

Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2011) mencionaram, no resumo de seu artigo, que frequentemente a medição é definida como “processo de atribuir um valor numérico a um atributo de um objeto ou evento” e sugeriram que essa definição deveria se aprimorada. Bakker, Wijers, Jonker e Akkerman (2011) indicaram que o conceito de medição, em sua natureza, tem conexões com a Aritmética, a Geometria, a análise de dados ou ciência e que, frequentemente no local de trabalho, ela é mediada por tecnologias. Esses autores também afirmaram que existe mais referência a ela nos setores de tecnologia e de engenharia, do que em outros setores.

Um ponto relativo à tecnologia apontado por Kent, Bakker, Hoyles e Noss (2011) é que a tecnologia em medição pode gerar a automação e a invisibilidade dos dados no local de trabalho, mas também pode disponibilizar informações que não estariam acessíveis de outra maneira. Esses autores discutiram, também, algumas implicações para a Educação, a Ciência e o ensino profissionalizantes, como a de que muitos dos professores do ensino profissionalizante (MBO), na Holanda, preferem ensinar ferramentas mecânicas para oportunizar a eles a aprendizagem do que ocorre “nas caixas pretas das tecnologias digitais”.

Cinco (5) dos vinte (20) trabalhos listados no Quadro 13 abordam a integração entre a escola e o local de trabalho (A10e).

- Akkerman e Bakker (2012) investigaram as ações e interações que ocorrem entre a escola e o trabalho durante os estágios, partindo de discussões (da época) no ensino profissionalizante dos problemas existentes nas transições entre escola e trabalho e nos processos de aprendizagem escolar e baseada no trabalho.
- Bakker (2014a), em um artigo introdutório de uma edição especial da revista *Educational Studies in Mathematics*, discutiu o motivo para o foco da edição em como o conhecimento matemático exigido no local de trabalho pode ser caracterizado e desenvolvido no ensino profissionalizante e na formação no local de trabalho.

- Bakker e Akkerman (2014) investigaram a integração entre a Matemática e a Estatística aprendidas na escola com o conhecimento relacionado ao trabalho, para explorar como essa integração pode ser apoiada no ensino profissionalizante.
- Dierdorp, Bakker, van Maanen e Eijkelhof (2014) investigaram as práticas profissionais como contextos significativos para a aprendizagem dos alunos no ensino profissionalizante e como os alunos fazem conexões significativas entre Matemática, Estatística, Ciências e aplicações envolvendo-se nesses contextos.
- Doorman, Jonker e Wijers (2016) exploraram a inclusão de aplicações de Ciências e de Matemática no ensino do dia a dia, relacionando-as com situações do mundo do trabalho.

O termo “cruzamento de fronteiras” perpassa os resumos de três (3) dos quatro (4) trabalhos deste agrupamento. Akkerman e Bakker (2012) apontaram a implementação da noção teórica de cruzamento de fronteiras para o estudo realizado no ensino profissionalizante holandês, levando em conta o desafio “relacionado à identidade de cruzamento de fronteiras dos alunos”. No resumo do artigo introdutório de 2014, Bakker (2014a) mencionou que destacaria alguns pontos principais das contribuições dos outros artigos publicados na edição especial, sem nomeá-los no resumo. No resumo em si, esse autor não utilizou a expressão “cruzamento de fronteiras”, mas indicou-a em primeiro lugar em suas palavras-chave. Bakker e Akkerman (2014), que realizaram uma intervenção em laboratórios no ensino profissionalizante, utilizaram uma abordagem de cruzamento de fronteiras fundamentada pela literatura de cruzamento de fronteiras e pelos mecanismos de aprendizagem que acompanham esse cruzamento.

Bakker e Akkerman (2014) indicaram a reflexão como tomada de perspectiva sobre o conhecimento ensinado na escola e relacionado ao trabalho e a transformação na forma de hibridização como exemplos de mecanismos de aprendizagem associados à abordagem de cruzamento de fronteiras. Apresentaram como um dos resultados da pesquisa que a utilização desse tipo de abordagem no ensino profissionalizante pode ajudar os alunos a integrarem o que lhes é ensinado na escola e o que está relacionado com seus trabalhos.

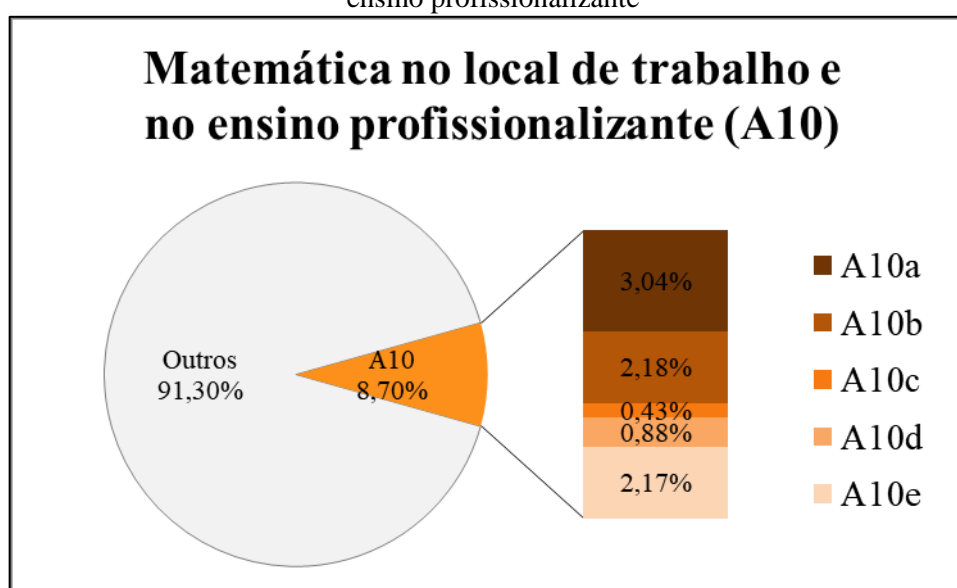
Esses artigos indicam uma dificuldade existente entre o ensino nas escolas e o que é requerido na prática profissional. Isso também é explicitado no artigo de Van der Wal, Bakker e Drijvers (2017) a respeito de Literacias Tecno-matemáticas, já apresentado anteriormente, ao relatarem a discrepância entre as necessidades da educação e do trabalho de engenheiros que participaram da pesquisa.



O artigo de Dierdorp, Bakker, van Maanen e Eijkelhof (2014) aborda a integração entre o local de trabalho e a escola por meio do uso de práticas profissionais como contextos significativos em sala de aula. Doorman, Jonker e Wijers (2016) mencionaram a inclusão de aplicações de Ciência e de Matemática no ensino para demonstrar aos estudantes a relevância desses assuntos em suas futuras profissões, além de contribuir para que os estudantes sejam futuros tomadores de decisão, identificando resultados e impactos dessas disciplinas em suas vidas diárias e no mundo em que vivem. Akkerman e Bakker (2012), Bakker (2014) e Bakker e Akkerman (2014) abordaram essa integração no sentido de utilizar a Matemática ensinada em sala de aula nas práticas realizadas no local de trabalho.

O Gráfico 10 representa as publicações que envolvem o tema Avaliação em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A10.

**Gráfico 10** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante



**Fonte:** A autora.

Os trabalhos cujos temas envolvem Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante representam 8,70% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações dessa unidade A10, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem Literacias Tecno-matemáticas (A10a). As publicações a respeito da Estatística no local de trabalho (A10b) e integração entre o ensino profissionalizante e o local de trabalho (A10e) seguem, juntas, a unidade A10a em relação à quantidade de publicações.

Considerando os trabalhos o agrupamento A10 como um todo, nota-se que Bakker participou de dezenove (19) das vinte (20) publicações que abordaram a Matemática

no local de trabalho e no ensino profissionalizante, indicando que os trabalhos do autor compõem uma referência para a pesquisa na área.

### 3.1.11 Métodos para Pesquisas Educacionais

O tema Métodos para Pesquisas Educacionais está presente em quatro (4) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 15 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses quatro (4) trabalhos encontrados.

**Quadro 15** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 11: Métodos para Pesquisas Educacionais

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	-	0
<b>2002</b>	-	0
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	-	0
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	-	0
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	-	0
<b>2010</b>	Van Nes e Doorman (2010)	1
<b>2011</b>	-	0
<b>2012</b>	-	0
<b>2013</b>	Van Eerde (2013)	1
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	Margolinas e Drijvers (2015); Bakker e Van Eerde (2015)	2
<b>2016</b>	-	0
<b>2017</b>	-	0
<b>2018</b>	-	0
<b>2019</b>	-	0

Fonte: A autora.

Para o Agrupamento 11 foram reunidas três (3) unidades de análise: (A11a) *Design Research*; (A11b) *Design-based Research* e (A11c) Engenharia Didática.

Dois (2) dos quatro (4) trabalhos listados no Quadro 15 abordam o *Design Research* (A11a).

- Van Nes e Doorman (2010) exploraram como um *software* de análise de multimídia pode apoiar a análise de dados de vídeo e o desenvolvimento de teorias no *Design Research*

*Research.*

- Van Eerde (2013) explorou a noção de *Design Research*.

Van Nes e Doorman (2010) mencionaram que os moldes que emergiram de sua pesquisa podem servir como organizadores de grandes quantidades de dados, melhorar a rastreabilidade e a confiabilidade do *Design Research* e apoiar a criação e a validação de teorias. Um exemplo pode ser a criação de Teorias de Instrução Local por pesquisadores em Educação Matemática.

Van Eerde (2013) aludiu ao *Design Research* como uma possibilidade para a inovação educacional. A autora mencionou que esse tipo de pesquisa é cíclico, sendo consideradas três fases, a de preparação e *design*, a de experimento de ensino e a de análise retrospectiva. O desenvolvimento e a previsão, as experiências de ensino e reflexão e a revisão formam um processo iterativo, sendo as hipóteses constantemente testadas e revisadas.

Van Eerde (2013) apontou as trajetórias hipotéticas de aprendizagem como instrumentos essenciais para as fases do *Design Research*, embora com diferentes papéis em cada uma delas. Essa pesquisa oferta, de acordo com essa autora no resumo de seu trabalho, oportunidades para entender o pensamento e a aprendizagem dos estudantes.

Um (1) dos quatro (4) trabalhos listados no Quadro 15 aborda o *Design-based Research* (A11b).

- Bakker e Van Eerde (2015) exploraram a noção de *Design-based Research*.

Bakker e Van Eerde (2015) mencionaram que seriam apresentados os principais recursos do *Design-Based Research* e as diferenças desse método de pesquisa com outros. Não é aprofundado, no resumo, do que se trata esse método nem se existem semelhanças ou diferenças entre esse método e o *Design Research* abordado nos outros dois trabalhos já citados.

Um (1) dos quatro (4) trabalhos listados no Quadro 15 aborda a noção de Engenharia Didática (A11c).

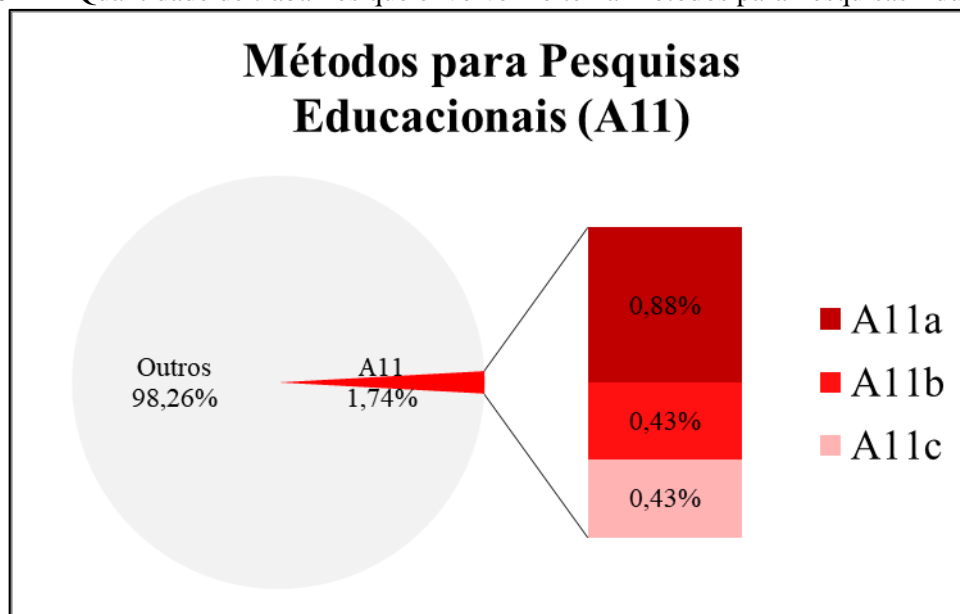
- Margolinas e Drijvers (2015) investigaram o embasamento teórico da noção de Engenharia Didática e suas relações com o *Design Research*.

No trabalho de Margolinas e Drijvers (2015), são contrastadas duas perspectivas, de um “*insider*” e um “*outsider*”, não sendo explicitado o que significam essas perspectivas. Os autores mencionaram que seriam destacadas semelhanças e diferenças dessas perspectivas.

O Gráfico 11 representa as publicações que envolvem o tema Métodos para

Pesquisas Educacionais em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A11.

**Gráfico 11** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Métodos para Pesquisas Educacionais



Fonte: A autora.

Os trabalhos com temas em Métodos para Pesquisas Educacionais representam 1,74% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações nessa unidade A11, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem o *Design Research* (A11a), sendo que esse método de pesquisa é muitas vezes utilizado nos trabalhos que envolvem os temas dos outros agrupamentos.

### 3.1.12 Professores

Professores são temas de vinte e um (21) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o *corpus* desta dissertação. O Quadro 16 explicita, de acordo com os anos de publicação, a distribuição desses vinte e um (21) trabalhos encontrados.

**Quadro 16** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 12: Professores

Ano	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
2000	-	0
2001	-	0
2002	-	0
2003	-	0
2004	-	0

<b>2005</b>	Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen e Ensor (2005); Van den Heuvel-Panhuizen e Goeij (2005)	2
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	-	0
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Drijvers, Doorman, Boon e Van Gisbergen (2009); Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen e Reed (2009)	2
<b>2010</b>	Drijvers, Doorman, Boon, Reed e Gravemeijer (2010)	1
<b>2011</b>	Smit e Van Eerde (2011); Drijvers (2011)	2
<b>2012</b>	Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2012)	1
<b>2013</b>	Drijvers, Tacoma, Besamusca, Doorman e Boon (2013); Besamusca e Drijvers (2013); Swan, Pead e Doorman e Mooldijk (2013)	3
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015a); Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015a); Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015b)	3
<b>2016</b>	Keijzer, Smit, Bakker e Munk (2016)	1
<b>2017</b>	Van der Bogaart, Drijvers e Tolboom (2017)	1
<b>2018</b>	Van Driel, Slot e Bakker (2018); Smit, Gijssel, Hotze e Bakker (2018)	2
<b>2019</b>	Boels, Bakker e Drijvers (2019a); Huang, Doorman e Van Joolingen (2019); Oonk, Verloop e Gravemeijer (2019)	3

**Fonte:** A autora.

Quatro (4) unidades de análise foram reunidas formar esse agrupamento: (A12a) percepções e crenças dos professores relativas ao ensino e à aprendizagem; (A12b) aprendizagem dos professores; (A12c) ações dos professores em e para sala de aula e (A12d) professores frente às tecnologias no ensino.

Quatro (4) dos vinte e um (21) trabalhos listados no Quadro 16 enfocam as percepções e crenças dos professores relativas ao ensino e à aprendizagem (A12a).

- Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen e Ensor (2005) investigaram as percepções dos professores a respeito do desenvolvimento de habilidades e conceitos numéricos por estudantes da fase de fundação (*Foundation Phase*).
- Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) investigaram quais percepções têm

os professores de Matemática de escolas primárias (*primary school*) relativas ao potencial dos estudantes.

- Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015a) investigaram as práticas de ensino de professores e suas crenças em relação a tarefas baseadas em contexto.
- Huang, Doorman e Van Joolingen (2019) analisaram as crenças de professores holandeses e chineses em relação à aprendizagem baseada em inquirição (IBL – *Inquiry-Based Learning*).

Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen e Ensor (2005), Figueiredo, Van Galen e Gravemeijer (2009) e Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) direcionaram suas pesquisas para as visões que os professores têm de seus alunos, enquanto Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015) focalizaram tarefas matemáticas e Huang, Doorman e Van Joolingen (2019), uma abordagem implementada no ensino de matemática, a IBL.

Kühne, Van den Heuvel-Panhuizen e Ensor (2005) mencionaram que o estudo realizado revelou que os professores mostraram uma compreensão limitada em relação à aprendizagem dos estudantes. Esses autores aludem à ideia de que uma descrição do caminho de aprendizagem dos estudantes pode auxiliar os professores a ampliarem essa compreensão. Os professores conjecturarem os caminhos de aprendizagem dos estudantes também se relaciona com as expectativas que eles têm dos seus alunos. Peltenburg e Van den Heuvel-Panhuizen (2012) assinalaram que as altas expectativas dos professores em relação ao desenvolvimento acadêmico dos estudantes têm uma “influência positiva em como esses alunos realmente se desenvolvem”. Partindo disso, esses autores realizaram sua pesquisa, mencionando como resultados que os professores investigados mantinham suas expectativas positivas quanto ao potencial matemático dos alunos com baixos desempenhos e que, geralmente, era atribuído o “potencial não utilizado a causas fora do aluno”, utilizando observações da prática escolar como suporte para tais afirmações.

Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015z) reportaram que existia a tendência entre os professores de “encorajar os alunos a se envolverem ativamente na resolução de problemas em vários contextos”, mas também de considerarem “tarefas baseadas em contexto como problemas simples”. Outra observação dos autores é a de que o ensino era, principalmente, diretivo e centrado no professor, o que não é considerado como um apoio para a aprendizagem de resolução de tarefas baseadas em contexto. Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015a) mencionaram que a realização dessa pesquisa era uma busca de uma possível explicação para as dificuldades que os estudantes têm com tarefas baseadas em contexto. Essa motivação já é seguida em um trabalho publicado pelos mesmos autores,

anteriormente, no mesmo ano, que investiga as oportunidades para a resolução de tarefas oferecidas por livros didáticos indonésios (mencionado, neste trabalho, no grupo A02b). Os autores apontam que a união das conclusões dos dois trabalhos indica que a “oportunidade insuficiente de aprender a resolver tarefas baseadas em contexto oferecida pelos professores é uma possível explicação para as dificuldades dos alunos em resolver essas tarefas”.

Huang, Doorman e Van Joolingen (2019) investigaram as crenças dos professores acrescentando o elemento cultural. Esses autores registraram a diferença entre as culturas chinesas e holandesas em matemática, buscando o impacto dessas crenças na implementação de uma abordagem no ensino. É mencionado que professores holandeses focaram mais as responsabilidades dos estudantes diante da IBL, nos benefícios que se têm para o domínio e a aplicação do conhecimento e nas dificuldades em relação “à demanda e à abertura da IBL”. Já os professores chineses apresentaram declarações mais relacionadas à orientação dos professores, à discussão e à colaboração dos estudantes, aos benefícios relacionados ao pensamento matemático dos alunos e às dificuldades com a falta de tempo, de tarefas adequadas e de motivação e de desempenho dos estudantes.

Considerando as pesquisas que abordam posicionamentos de países com diferentes culturas relativos a aspectos educacionais, temos Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2014b), que realizaram seu estudo dos perfis avaliativos de professores holandeses, e, mais tarde, Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2018) que seguiram uma direção semelhante, com professores chineses. Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019b) também realizaram uma sequência chinesa para um projeto holandês, que visa a “melhoria da avaliação em sala de aula” por professores, já abordado em Veldhuis e Van den Heuvel-Panhuizen (2015).

Dois (2) trabalhos da unidade (A01f), Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2018) e Zhao, Van den Heuvel-Panhuizen e Veldhuis (2019b), também apontam as opiniões e percepções dos professores, entretanto, o foco está em definir os perfis avaliativos dos professores de matemática a partir desses aspectos.

Cinco (5) dos vinte e um (21) trabalhos listados no Quadro 16 enfocam a aprendizagem dos professores (A12b).

- Van den Heuvel-Panhuizen e Goeij (2005) abordaram a oportunidade de os professores aprenderem para e da prática em um curso para coordenadores de matemática na escola primária (*primary school*).
- Smit e Van Eerde (2011) trataram da aprendizagem dos professores em relação ao desenvolvimento de um idioma exigido em salas de aulas multilíngues, frente à

participação em uma pesquisa do tipo *dual Design Research* (DDR).

- Van der Bogaart, Drijvers e Tolboom (2017) investigaram as possibilidades ofertadas pela aprendizagem híbrida na formação de professores e em cursos didáticos.
- Oonk, Verloop e Gravemeijer (2019) investigaram as integrações entre a teoria e prática nas reflexões sobre o ensino de matemática por professores em formação inicial.
- Boels, Bakker e Drijvers (2019a) investigaram as estratégias mais comuns que professores têm ao se tratar da interpretação de histogramas e gráficos de valor por caso.

Van den Heuvel-Panhuizen e Goeij (2005) não apontam o que consideram como coordenadores de Matemática, mas assinalam que esse papel requisita que o professor se aprofunde no ensino de Matemática e se torne “mais capaz de inspirar e apoiar os colegas”. Esse termo também não é utilizado em outros trabalhos do *corpus* desta dissertação. Não são apresentados resultados dessa pesquisa no resumo, mas os autores sugeriram que o estudo trouxe preocupações relacionadas com a viabilidade de se ter coordenadores de Matemática na escola primária (*primary school*).

Smit e Van Eerde (2011), para investigarem o processo de aprendizagem dos professores, analisaram mudanças nos conhecimentos e nas crenças dos professores, bem como mudanças em suas práticas e em suas intenções para a prática. Esses autores fizeram menção ao caráter cíclico e intervencionista do DDR e “ao processo contínuo de previsão e reflexão que está em seu cerne” como características que contribuíram para o processo de aprendizagem dos professores.

Enquanto Smit e Van Eerde (2011) abordaram a aprendizagem dos professores em salas de aulas de Matemática com alunos de 11 a 12 anos, Van der Bogaart, Drijvers e Tolboom (2017) levaram em consideração o contexto de formação de professores. No trabalho desses autores, professores de cursos de formação de professores participaram de um projeto de *Design Research*, em que desenvolveram e testaram unidades de aprendizagem online para didática de matemática e ciências. Em relação aos resultados, é mencionado que “dizem respeito a descrições dos processos de trabalho pelas equipes de projeto, de heurísticas de design e de formas típicas de colaboração”, mas essas ideias não são aprofundadas.

Oonk, Verloop e Gravemeijer (2019) mencionaram que, ao analisar o uso da teoria em reflexões sobre a prática de professores em formação inicial, havia grandes diferenças em como a teoria e a prática eram vinculadas e na profundidade em que isso era feito. Esse estudo, como referido no resumo, poderia ter consequências para a elaboração de



currículos de formação de professores e para o ingresso dos alunos no primeiro ano do curso de formação.

Referindo-se à interpretação que os professores têm em relação aos gráficos de valor por caso e de histogramas, Boels, Bakker e Drijvers (2019a) apontaram que muitos professores utilizam interpretações de gráficos de valor por caso em histogramas e vice-versa.

Seis (6) dos vinte e um (21) trabalhos listados no Quadro 16 envolvem as ações dos professores em e para sala de aula (A12c).

- Swan, Pead e Doorman e Mooldijk (2013) investigaram recursos de desenvolvimento profissional que incentivam a implementação da aprendizagem baseada em inquirição (IBL) por professores.
- Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015a) investigaram como um professor pode sustentar o desenvolvimento de normas e práticas investigativas em Matemática ao longo de um ano.
- Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015b) analisaram as estratégias utilizadas pelos professores para estabelecer normas e práticas investigativas baseadas em argumentação em uma sala de aula de Matemática.
- Keijzer, Smit, Bakker e Munk (2016) investigaram as características de um programa de desenvolvimento profissional para professores focado na estrutura da linguagem matemática dos estudantes.
- Smit, Gijssels, Hotze e Bakker (2018) investigaram como a ideia de “andaimes” pode ser utilizada para auxiliar os professores em seu desenvolvimento profissional na projeção e aprovação de aulas orientadas à linguagem.
- Van Driel, Slot e Bakker (2018) analisaram as maneiras como professores utilizam estratégias de andaimes em sala de aula visando estimular o desenvolvimento científico da linguagem dos estudantes em salas de aula baseadas em inquirição.

Swan, Pead e Doorman e Mooldijk (2013) apontaram que as crenças e práticas dos professores foram impactadas à medida que foram incentivados à implementação da IBL. Esses autores mencionaram o distanciamento de orientações baseadas em transmissão e a aproximação do uso de tarefas menos estruturadas. Dos problemas encontrados por essa mudança de perspectiva, Swan, Pead e Doorman e Mooldijk (2013) referiram-se às confusões entre o IBL e a “aprendizagem pela descoberta”, ao desenvolvimento e gerenciamento de culturas colaborativas em sala de aula e ao planejamento de tarefas que se adaptem às necessidades emergentes dos estudantes.

Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015) e Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015b) partiram da mesma questão: “como um professor pode sustentar o desenvolvimento de normas e práticas de investigação baseadas na argumentação em uma sala de aula de Matemática?”. Ambos os trabalhos mencionaram que, após um período com o professor utilizando estratégias de normas e práticas de investigação baseadas em argumentos de maneira responsável, havia evidências de que elas eram praticadas pelos estudantes, independente da presença do professor.

Makar, Bakker e Ben-Zvi (2015b), assim como Van Driel, Slot e Bakker (2018), indicaram características da noção de andaimes para analisar as estratégias dos professores em seu trabalho: diagnóstico, capacidades de resposta e transferência para independência, mas não explicitaram os significados dessas características. Keijzer, Smit, Bakker e Munk (2016) colocaram o uso de estratégias de andaimes como eficaz para a aprendizagem de matemática dos estudantes, indicando que ela teria de ser aprimorada na prática educacional, em programas de desenvolvimento profissional.

Também utilizando a expressão “andaimes”, Smit, Gijssels, Hotze e Bakker (2018) mencionaram um repertório de estratégias de andaimes, utilizados pelos professores, para “estimular o desenvolvimento científico da linguagem dos alunos” em aulas baseadas em questionamentos. Esses autores citaram desafios emergentes do uso dessas estratégias de andaimes, como as suas “expectativas em relação ao nível científico da linguagem dos alunos e o lidar com a diferenciação em sala de aula”. Tanto Smit, Gijssels, Hotze e Bakker (2018) quanto Van Driel, Slot e Bakker (2018) trabalharam com a ideia de andaimes na formação de professores visando à independência deles na criação de aulas.

Seis (6) dos vinte e um (21) trabalhos listados no Quadro 16 enfocam os professores frente às tecnologias no ensino de Matemática (A12d).

- Drijvers, Doorman, Boon e Van Gisbergen (2009) analisaram a forma como os professores usam ferramentas tecnológicas em suas aulas, investigando o “poder explicativo da teoria da orquestração instrumental por meio de seu confronto com um episódio de ensino”.
- Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen e Reed (2009) investigaram os tipos de orquestração instrumental que os professores utilizam em lições referentes ao conceito de funções situadas em ambientes de aprendizagem digital.
- Drijvers, Doorman, Boon, Reed e Gravemeijer (2010) investigaram quais são os tipos de orquestrações que os professores desenvolvem ao usarem tecnologias em sala de aula, utilizando a teoria da orquestração instrumental como quadro

interpretativo. Além disso, relacionaram as orquestrações dos professores e suas visões quanto à Educação Matemática e ao papel da tecnologia nela.

- Drijvers (2011) investigou em que tipos de orquestrações os professores transformam os recursos tecnológicos, partindo da orquestração instrumental como lente teórica.
- Drijvers, Tacoma, Besamusca, Doorman e Boon (2013) analisaram quais práticas de ensino são desenvolvidas pelos professores de matemática utilizando recursos digitais e o que os professores precisam saber para realizarem tais práticas.
- Besamusca e Drijvers (2013) analisaram a influência de uma comunidade de prática, com o objetivo de apoiar professores no uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC), no desenvolvimento profissional desses professores.

Com exceção da publicação de Besamusca e Drijvers (2013), os outros cinco artigos citados utilizaram “teoria da orquestração instrumental” como lente teórica. Drijvers, Doorman, Boon e Van Gisbergen (2009) afirmaram, em seu resumo, que a orquestração instrumental é definida por meio de “uma configuração didática, um modo de exploração e um desempenho didático”, sem definirem cada uma dessas especificidades. O termo “orquestração” é utilizado referindo-se a atitudes dos professores.

Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen e Reed (2009) mencionaram que os tipos de orquestrações dos professores podem estar relacionados às suas concepções referentes ao ensino e à aprendizagem de Matemática. Drijvers, Doorman, Boon e Van Gisbergen (2009) apontaram que a teoria da orquestração instrumental é propícia para análises dos comportamentos dos professores, particularmente quando combinada com outras perspectivas teóricas. Quatro anos depois, Drijvers, Tacoma, Besamusca, Doorman e Boon (2013), que analisaram as práticas de ensino dos professores envolvendo tecnologia, abordaram tal questão utilizando como referência um *framework* teórico que articulava a orquestração instrumental e o modelo TPACK (modelo para o conhecimento tecnológico pedagógico de conteúdo do professor).

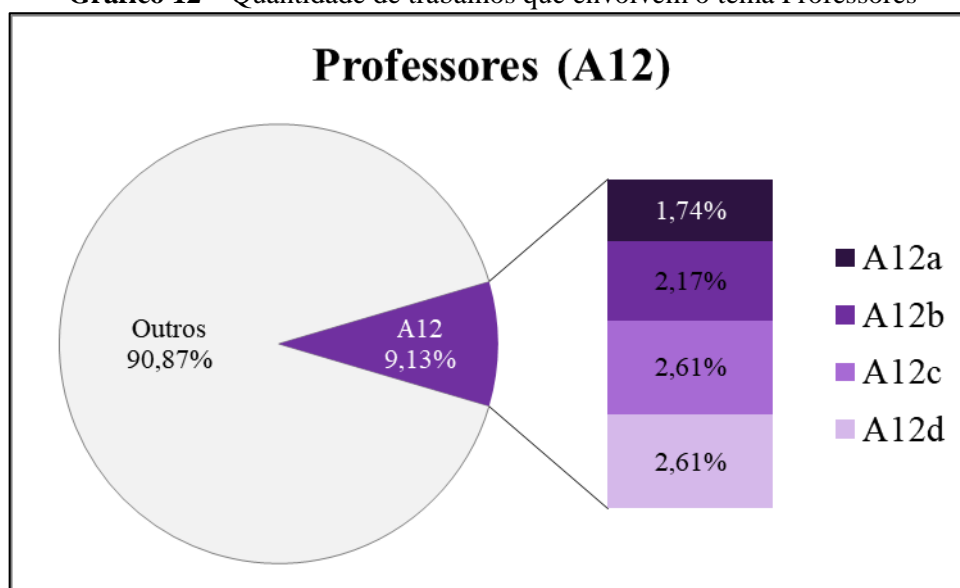
A presença da tecnologia em sala de aula pode causar certo estranhamento nos professores, como ilustrado por Drijvers, Doorman, Boon, Reed e Gravemeijer (2010), ao apontarem que “a disponibilidade de tecnologia em sala de aula de matemática desafia o modo como os professores orquestram a aprendizagem dos estudantes”. Nesse sentido, Drijvers (2011) apontou que os professores podem “perceber dificuldades em orquestrar o ensino que faça uso de ferramentas tecnológicas”. Drijvers, Tacoma, Besamusca, Doorman e Boon (2013) apontaram que a presença de recursos digitais no ensino pode questionar as práticas dos professores e que esse processo de mudança nas práticas “é um desafio para os

professores que não estão familiarizados com os recursos digitais”.

Besamusca e Drijvers (2013), em seu trabalho, afirmaram que, embora as tecnologias digitais sejam ferramentas importantes para o ensino de matemática, a sua integração com os métodos de ensino dos professores fica para trás. As análises desses autores mostraram que, à medida que o projeto da comunidade de prática a respeito do uso das TIC foi se desenvolvendo, os professores se tornaram mais confiantes para usá-las e mais conscientes da “importância da orientação dos professores quando as TIC são usadas para apoiar a aprendizagem dos alunos”.

O Gráfico 12 representa as publicações que envolvem o tema Professores em relação ao todo do corpus deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento (A12).

**Gráfico 12** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Professores



Fonte: A autora.

Os trabalhos com temas em Professores representam 9,13% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações nesta unidade A12, as duas unidades com maior quantidade nos trabalhos são as unidades A12c, ações dos professores em e para sala de aula, e A12d, professores frente a tecnologias.

### 3.1.13 Tarefas / Problemas Matemáticos

Tarefas / Problemas Matemáticos são temas de oito (8) dos duzentos e trinta (230) trabalhos que compõem o corpus desta dissertação. O Quadro 17 explicita, de acordo

com os anos de publicação, a distribuição desses oito (8) trabalhos encontrados.

**Quadro 17** – Distribuição de trabalhos – Agrupamento 13: Tarefas / Problemas Matemáticos

<b>Ano</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Quantidade de trabalhos</b>
<b>2000</b>	-	0
<b>2001</b>	-	0
<b>2002</b>	-	0
<b>2003</b>	-	0
<b>2004</b>	-	0
<b>2005</b>	-	0
<b>2006</b>	-	0
<b>2007</b>	-	0
<b>2008</b>	-	0
<b>2009</b>	Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen e Bakker (2009)	1
<b>2010</b>	-	0
<b>2011</b>	-	0
<b>2012</b>	Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove e Tacoma (2013)	1
<b>2013</b>	Teppo e Van den Heuvel-Panhuizen (2014)	1
<b>2014</b>	-	0
<b>2015</b>	-	0
<b>2016</b>	Hoogland, Pepin, Bakker, De Koning e Gravemeijer (2016)	1
<b>2017</b>		0
<b>2018</b>	Hoogland, De Koning, Bakker, Pepin e Gravemeijer (2018); Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Veldhuis (2018)	2
<b>2019</b>	Bos, Doorman, Cafuta, Praprotnik, Antolis e Basic (2019); Doorman, Bos, De Haan, Jonker, Besamusca e Wijers (2019)	2

**Fonte:** A autora

Foram quatro (4) unidades de análise reunidas para a construção deste agrupamento, a saber: (A13a) natureza das tarefas matemática; (A13b) natureza de conceitos em tarefas matemáticas; (A13c) design de tarefas e (A13d) uso e os efeitos do uso de problemas.

Um (1) dos oito (8) trabalhos listados no Quadro 17 envolve a natureza das tarefas matemática (A13a).

- Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen e Bakker (2009) investigaram a natureza de tarefas matemáticas numéricas presentes em livros didáticos de escolas primárias

(*primary school*).

As tarefas analisadas por Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen e Bakker (2009) estavam presentes em livros didáticos da escola primária (*primary school*) holandesa. As tarefas foram categorizadas de acordo com sua demanda cognitiva, resultando nas seguintes categorias: a primeira categoria “envolve tarefas diretas nas quais a operação é dada”; na terceira categoria, estão as tarefas não rotineiras que exigem compreensão de ordem superior, e, na segunda categoria, as “tarefas da área cinzenta”, localizadas entre esses extremos. Esses autores mencionaram que uma porção muito pequena de tarefas da terceira categoria está presente nas coleções de livros didáticos analisados, isso quando elas não estão completamente ausentes. Esse resultado “levanta questões e preocupações sobre a natureza matemática da educação aritmética nas escolas primárias holandesas”.

Um (1) dos oito (8) trabalhos listados no Quadro 17 envolve a natureza de conceitos em tarefas matemáticas (A13b).

- Teppo e Van Den Heuvel-Panhuizen (2014) exploraram a natureza representacional das retas enumeradas em tarefas de ensino.

Teppo e Van Den Heuvel-Panhuizen (2014) mencionaram a ilustração dos componentes visuais representacionais de modelos de linhas numéricas, que fornecem ferramentas para “localizar números naturais e inteiros, operar com eles e facilitar o raciocínio e a compreensão de conceitos matemáticos subjacentes”.

Nem Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen e Bakker (2009) (A13a) nem Teppo e Van Den Heuvel-Panhuizen (2014) explicitaram, nos resumos, do que se trata a natureza de algo.

Um (1) dos oito (8) trabalhos listados no Quadro 17 envolve o design de tarefas (A13c).

- Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove e Tacoma (2013) investigaram como os princípios da RME podem ser aplicados no design de tarefas matemáticas *online*.

As tarefas da pesquisa de Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove e Tacoma (2013) estavam relacionadas com os conteúdos de Álgebra, Cálculo e Geometria e foram abordadas em um Ambiente de Matemática Digital. Esses autores mencionaram a reinvenção guiada, a fenomenologia didática e a modelagem emergente como fontes de informação e orientação para o *design* de tarefas digitais. Em relação às tarefas de papel e lápis, Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove e Tacoma (2013) apontam que esses princípios podem funcionar de maneiras diferentes.

Um (1) dos oito (8) trabalhos listados no Quadro 17 aborda o uso e os

efeitos do uso de problemas (A13d).

- Hoogland, Pepin, Bakker, De Koning e Gravemeijer (2016) investigaram o uso de problemas ricos em imagens como alternativa para o uso de problemas matemáticos contextuais no ensino de matemática.
- Hoogland, De Koning, Bakker, Pepin e Gravemeijer (2018) investigaram a influência de tarefas com diferentes representações no desempenho de alunos ao resolverem essas diferentes tarefas.
- Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Veldhuis (2018) exploraram o uso de tarefas matemáticas baseadas em contexto para melhorar o desempenho dos estudantes.
- Doorman, Bos, de Haan, Jonker, Besamusca e Wijers (2019) exploraram o uso de desafios matemáticos para o desenvolvimento de “habilidades do Século XXI”.
- Bos, Doorman, Cafuta, Praprotnik, Antolis e Basic (2019) analisaram uma tarefa que visava o apoio da reinvenção da noção de um conceito matemático.

Hoogland, Pepin, Bakker, De Koning e Gravemeijer (2016) mencionaram que um conjunto de problemas de palavras foi modificado para se tornarem problemas ricos em imagens. Um estudo controlado randomizado foi realizado para medir os efeitos dessa modificação no desempenho dos estudantes, entretanto, não são explicitados esses resultados no resumo.

Hoogland, De Koning, Bakker, Pepin e Gravemeijer (2018) também abordaram o uso de problemas matemáticos em diferentes representações, agora analisando os efeitos do uso de problemas com representações próximas à vida real e descritivas, assim como com fotografias. Esses autores apontam que os estudantes conseguiam maiores pontuações na resolução de problemas mais próximos à vida real do que em problemas de palavras.

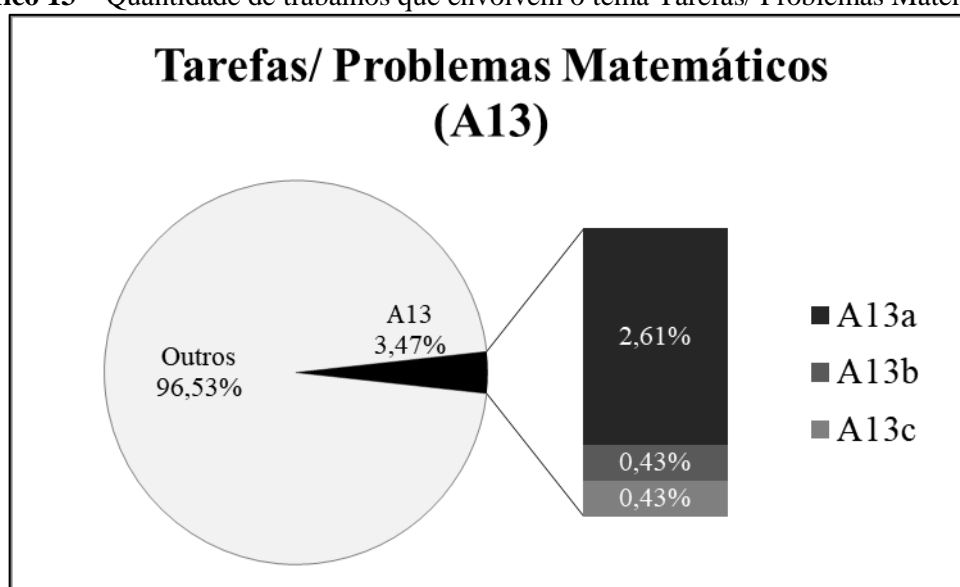
O trabalho de Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman e Veldhuis (2018) também envolve o uso de tarefas com diferentes representações em relação aos problemas de palavras, no caso, tarefas matemáticas baseadas em contexto. Mais uma vez falando em termos de desempenho, esses autores identificaram que os estudantes que estavam envolvidos em um ambiente com tarefas matemáticas baseadas em contexto, dentro de uma abordagem consultiva, alcançaram um “progresso significativamente maior” e cometeram menos erros nas resoluções.

Doorman, Bos, de Haan, Jonker, Besamusca e Wijers (2019) mencionaram

como “habilidades do Século XXI” a resolução de problemas, a modelagem, a colaboração e a comunicação. Para analisar os espaços de aprendizagem dos estudantes ao se envolverem com esses desafios, esses autores citaram a abordagem do movimento criador (*maker movement*), mas não apresentaram uma explicação para essa abordagem. Os resultados referidos no resumo indicam que a abordagem citada “enriquece a perspectiva de resolução de problemas, enfatizando a importância de mexer, fazer algo e trabalhar como uma comunidade de prática”.

Em relação às características das tarefas utilizadas no desafio, Doorman, Bos, de Haan, Jonker, Besamusca e Wijers (2019) aludiram ao uso de um contexto que seja significativo para os estudantes, ao caráter de piso baixo e teto alto (*low-floor-high-ceiling*) da tarefa em aberto e a solicitação de um produto.

**Gráfico 13** – Quantidade de trabalhos que envolvem o tema Tarefas/ Problemas Matemáticos



**Fonte:** A autora.

O Gráfico 13 representa as publicações que envolvem o tema Tarefas/ Problemas Matemáticos em relação ao todo do *corpus* deste trabalho (230 publicações), indicando, também, as unidades de análise contidas no agrupamento A13.

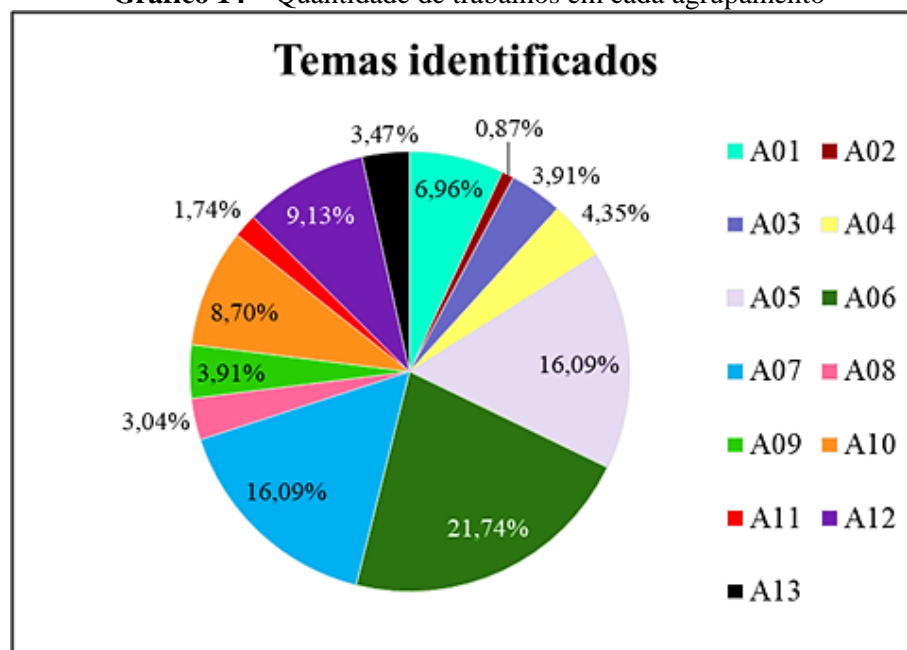
Os trabalhos cujos temas envolvem Tarefas/ Problemas Matemáticos representam 3,47% dos 230 trabalhos analisados nesta dissertação. Das publicações da unidade A13, a maior quantidade se encontra nos trabalhos que envolvem a natureza das tarefas matemáticas (A13a).



### 3.2 UMA DISCUSSÃO VOLTADA PARA O TODO ALCANÇADO

O Gráfico 14 representa todos os temas identificados nesta pesquisa que se referem às publicações dos autores vinculados ao Instituto Freudenthal, no período de 2000 a 2019. A legenda desse gráfico indica os agrupamentos levantados na presente pesquisa: (A01) Avaliação; (A02) Conceitos Matemáticos; (A03) Conceitos Teóricos em Educação Matemática; (A04) Currículo; (A05) Ensino de Matemática; (A06) Estudantes; (A07) Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o ambiente de sala de aula; (A08) Jogos para o ensino de Matemática; (A09) Livros Didáticos; (A10) Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante; (A11) Métodos para Pesquisas Educacionais; (A12) Professores e (A13) Tarefas/Problemas Matemáticos. Esses temas serão discutidos nas seções seguintes.

**Gráfico 14 – Quantidade de trabalhos em cada agrupamento**



Fonte: A autora.

De acordo com o Gráfico 14, a maior parcela dos trabalhos alcançados nesta pesquisa tem como tema Estudantes (A06), que detém 21,74% do total de publicações alcançadas. Analisando o Quadro 10, percebe-se um volume de publicações que tratam desse tema bem distribuído no decorrer dos anos.

O mesmo acontece com as publicações que constituem a Unidade de Análise Ensino de Matemática (A05), que contém a segunda maior quantidade de trabalhos, junto com a Unidade de Análise Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o

ambiente de sala de aula (A07), cada uma com 16,09% do total. Esses três maiores grupos somam mais da metade das publicações pelos autores selecionados para este estudo.

Até 2004, não foi identificada publicação alguma que envolvesse os temas Conceitos Teóricos em Educação Matemática (A03), Jogos para o ensino de Matemática (A08); Livros Didáticos (A09); Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante (A10); Métodos para Pesquisas Educacionais (A11); Professores (A12) e Tarefas/Problemas Matemáticos (A13). A partir desse ano, o mesmo padrão já citado se repete para os outros grupos, sendo as publicações bem distribuídas no decorrer dos anos.

Após os trabalhos que envolvem Ensino de Matemática (A05) e Ferramentas educacionais e tecnologias digitais no e para o ambiente de sala de aula (A07), o grupo com mais publicações é o que envolve o estudo do tema Professores (A12). Na sequência vêm A10, que trata da Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante, e A01, a respeito da Avaliação. Esses três grupos têm uma quantidade próxima de trabalhos: Professores representam 9,13%; Matemática no local de trabalho e no ensino profissionalizante, 8,70% e Avaliação, 6,96% dos 230 trabalhos levantados.

Os grupos restantes também apresentam quantidades próximas de publicações: Currículo (A04), com 4,35%; Conceitos Teóricos em Educação Matemática (A03) e Livros Didáticos (A09), com 3,91% cada um; Tarefas/Problemas Matemáticos (A13), com 3,48%; Jogos para o ensino de Matemática (A08), com 3,04%; Métodos para Pesquisas Educacionais (A11), com 1,74%, e Conceitos Matemáticos (A02), com 0,87% das 230 publicações. As duas unidades com menos publicações, A02 e A11, apresentam trabalhos teóricos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação apresenta um mapeamento de publicações em Educação Matemática de pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal, no período de 2000 a 2019. A apresentação desse mapeamento teve como intenção o acesso às publicações mais recentes e contribuir para a compreensão da amplitude do que vem sendo produzido na área pelos pesquisadores vinculados ao Instituto Freudenthal, no período de 2000 a 2019.

Com relação ao levantamento dos artigos, a impossibilidade de alcançar todas as publicações dos trinta e dois (32) autores do Instituto Freudenthal foi uma das limitações encontradas nesta dissertação. Isso ocorreu porque grande parte dos trabalhos não estava disponível e porque a quantidade de coautorias dos autores do Instituto com autores de diferentes países culminou na produção de textos em idiomas diferentes dos escolhidos para esta investigação (inglês, espanhol ou português).

Ferreira (2002) já havia afirmado que existem também restrições para o uso de resumos como objetos de estudo para desenvolver um Estado da Arte. Estendendo a fala dessa autora para o Mapeamento, identificaram-se limitações quanto às informações apresentadas pelos autores, que, por vezes, mostraram-se insuficientes. Essa limitação é observável principalmente na identificação dos elementos complementares à pesquisa, como os objetivos, os procedimentos metodológicos e os resultados e conclusões apresentados.

Esta dissertação não teve como meta esgotar os estudos das publicações em Educação Matemática do Instituto Freudenthal. É um estudo introdutório que pode abrir precedente para outras investigações, que podem contribuir, por um lado, para colocar à vista tanto temas e aportes significativos na constituição do campo teórico da abordagem RME, quanto para experiências que busquem resolver dificuldades da prática pedagógica. Por outro lado, pode apontar lacunas no campo da pesquisa, que, quando identificadas, sejam investigadas de modo a apontar alternativas para sua superação, ou, até mesmo restrições, e beneficiar a constituição do campo teórico na área estudada.

Essa “vista” pode gerar outras investigações utilizando não o resumo, mas os textos completos. Por exemplo,

- Quais continuidades e rupturas teórico-metodológicas existem, ou não, em relação à produção na área?
- Qual a relação dos temas abordados com a prática pedagógica?
- Quais as contribuições do que foi mais pesquisado para a formação inicial e continuada de professores?

- O carácter dialógico da reinvenção-guiada diminui o fracasso escolar? Aumenta as interações aluno e professor, aluno e conhecimento, aluno e aluno?
- Em que medida a realidade trazida para a sala de aula oportuniza atender ao Princípio da Realidade? Da Atividade? De outros Princípios da RME?
- As pesquisas na área apresentam uma crítica teórica da abordagem RME?
- As pesquisas na área apresentam como se dá a prática de sala de aula na perspectiva da RME em uma escola como instituição social atravessada por interesses de classes?
- As pesquisas na área apresentam possibilidade de alguma mudança do lugar que a escola ocupa em uma sociedade de classes?

Não se pode esquecer de que, para Freudenthal, a matemática é conectada à realidade e deve ser relevante para a sociedade. Esse aspecto está contemplado na produção dos autores estudados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Abordagens teóricas e metodológicas na Educação Matemática: aproximações e distanciamentos. In: OLIVEIRA, A. M. P.; ORTIGÃO, M. I. R. (Orgs.). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática**. Brasília, SBEM, 2018, p.17-57

BORBA, Vicentina Maria Ramires. **Gêneros textuais e produção de universitários: o resumo acadêmico**. 2004. Tese (Doutorado em Letras e Linguística) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

FERREIRA, Norma Sandra Almeida. Pesquisas denominadas Estado da Arte: possibilidades e limites. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 1, n.79, p. 257-274, 2002.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. 121f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

FIorentini, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. 1994. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

FIorentini, Dario et al. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIorentini, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)

FREUDenthal, Hans. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas**, Portugal, v. 9, n. 3, p. 317-328, 1979.

GRAVEMEIJER, Koeno; COBB, Paul. Design research from a learning design perspective. In: VAN DEN AKKER, Jan. et al. **Educational design research**. London: Routledge, 2006.

KLINe, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

MESSINA, Graciela. Investigación en o investigación acerca de la formación docente: un estado del arte en los noventa. **Revista Iberoamericana de Educación**, OEI, n. 19, p. 145-207, 1999.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton de Oliveira. **Estatística Básica**. 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010

NOGUEIRA, Christiane Wenck. **Um pouco da história do Departamento e do curso de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina**. 1999. 134 f. Trabalho de conclusão de curso (Departamento de Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

NOVAES, Bárbara Winiarski Diesel; PINTO, Neuza Bertoni; FRANÇA, Iara S. Estruturalismo e Matemática Moderna: dilemas e implicações para o ensino. **VIII Congresso Nacional de Educação - EDUCERE**, 2008, Curitiba. VIII Congresso Nacional de Educação - EDUCERE - Formação de Professores. Curitiba: Editora Champagnat, 2008.

PASSOS, Adriana Quimentão. **Van Hiele, Educação Matemática Realística e GEPEMA: algumas aproximações**. 2015. 147 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

SILVA, Gabriel dos Santos e. **Uma configuração da reinvenção guiada**. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2015.

SOARES, Magda Becker; MACIEL, Francisca. **Alfabetização**. Brasília: MEC/Inep/Comped, 2000.

TEMA. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

TREFFERS, Adrian. **Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction: the Wiskobas project**. Dordrecht: D. Reidel Publishing, 1987.

TREFFERS, Adrian; GOFFREE, Fred. Rational analysis of realistic mathematics education. In: STREEFLAND, L. (ed.). **Proceedings of the 9th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Utrecht, The Netherlands: OW&OC. v. 2, p. 97-123, 1985.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. **Assessment and realistic mathematics education**. Utrecht: Freudenthal Institute. 1996.

\_\_\_\_\_. Realistic Mathematics Education as work in progress. In: LIN, F. L. (ed.). **Common Sense in Mathematics Education**. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics. Taipei, Taiwan, p. 1-43, nov. 2001. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2021.

\_\_\_\_\_. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, Len; KISSANE, Barry; HURST, Chris (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA, 2010.

\_\_\_\_\_. Mathematics education in the Netherlands viewed from four perspectives. In: BLUM, Werner et al. (Eds.), **European traditions in didactics of mathematics**. Cham, Switzerland: Springer Nature, p. 58-67, 2019.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; DRIJVERS, Paul. Realistic Mathematics Education. In: S. Lerman (Eds.), **Encyclopedia of Mathematics Education**. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer, p. 521-525, 2014.

## REFERÊNCIAS DO CORPUS

ABRAHAMSON, Dor et al. Moving forward: In search of synergy across diverse views on the role of physical movement in design for STEM education. In: KAY, Judy e LUCKIN, Rosemary (Eds.), *Rethinking learning in the digital age: Making the Learning Sciences count, Proceedings of the 13th International Conference of the Learning Sciences (ICLS-13)*. Londres, Inglaterra: International Society of the Learning Sciences, jun. 2018. v. 2, p. 1243-1250.

ABRAHAMSON, Dor; BAKKER, Arthur. Making sense of movement in embodied design for mathematics learning. **Cognitive Research: Principles and Implications**, v. 1, n. 33, p. 1-13, 2016.

ABRAHAMSON, Dor; SHAYAN, Shakila; BAKKER, Arthur; VAN DER SCHAAF, Marieke. Exposing Piaget's scheme: empirical evidence for the ontogenesis of coordination in learning a mathematical concept. In: LOOI, Chee-Kit; POLMAN, Josepf; CRESS, Ulrike e REIMANN, Peter (Eds.), *Transforming learning, empowering learners, Proceedings of the 12th International Conference of the Learning Sciences (ICLS-12)*. Singapura: International Society of the Learning Sciences. 2016a. v. 1, p. 466-473.

\_\_\_\_\_. Eye-tracking Piaget: capturing the emergence of attentional anchors in the coordination of proportional motor action. **Human Development**, v. 58, p - 218-244, 2016b.

AKKERMAN, Sanne; BAKKER, Arthur. Boundary crossing and boundary objects. **Review of Educational Research**, v. 81, n. 2, p - 132-169, 2011. Doi:10.3102/0034654311404435.

\_\_\_\_\_. Crossing boundaries between school and work during apprenticeships. **Vocations & Learning**, v. 5, p - 153-173, 2012.

ALBERTO, Rosa; BAKKER, Arthur; WALKER-VAN AALST, Oia; BOON, Peter; DRIJVERS, Paul. Networking theories with design research: An embodied instrumentation case study in trigonometry. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), *Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)*. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019. p. 3088-3095.

ANWAR, Lathiful; BUDAYASA, I Ketut; AMIN, Siti M.; HAAN, Dédé de. Eliciting mathematical thinking of students through realistic mathematics education. **Journal on Mathematics Education**, v. 3, n. 1, p. 55-70, 2014.

BAKKER, Arthur. Symbolizing data into a 'bump'. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.), **Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-25)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Intitute, 2001. v. 2, p. 81- 88.

\_\_\_\_\_. Route-type and landscape-type software for learning statistical data analysis. In: PHILLIPS, Brian (Ed.), *Research-Based Design and the use of software for teaching statistical concepts. Proceedings of the 6th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-6)*, Cape Town, África do Sul: International Statistical Institute. 2002.



\_\_\_\_\_. The early history of average values and implications for education. **Journal of Statistics Education**, v. 11, n.1, 2003. Doi: 10.1080/10691898.2003.11910694.

\_\_\_\_\_. Reasoning about shape as a pattern in variability. **Statistics Education Research Journal**, v. 3, n. 2, p. 64-83, dez. 2004.

\_\_\_\_\_. Diagrammatic reasoning and hypostatic abstraction in statistics education. **Semiotica**, v. 164, p. 9–29, 2007.

\_\_\_\_\_. Characterising and developing vocational mathematical knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 86, n. 2, p. 151–156, 2014a.

\_\_\_\_\_. Discovery learning: zombie, phoenix, or elephant? **Instructional Science**, v. 46, n. 1, p. 169–183, 2018.

BAKKER, Arthur; AKKERMAN, Sanne. A boundary-crossing approach to support students' integration of statistical and work-related knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 86, n. 2, p. 223–237, 2015.

BAKKER, Arthur; DERRY, Jan. Lessons from inferentialism for statistics education. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 13, p - 5-26, 2011.

BAKKER, Arthur; DERRY, Jan.; KONOLD, Clifford. Technology to support diagrammatic reasoning about center and variation. In: ROSSMAN, Allan e CHANCE, Beth (Eds.), **Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-7)**, Salvador, Brasil: International Statistical Institute, 2006.

BAKKER, Arthur; GRAVEMEIJER, Koeno. Learning to reason about distribution. In: BEN-ZVI, Dani e GARFIELD, Joan (Eds.), **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 147-168.

BAKKER, Arthur; GRAVEMEIJER, Koeno. An historical phenomenology of mean and median. **Educational Studies in Mathematics**, v. 62, p. 149–168, 2006.

BAKKER, Arthur; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ROBITZSCH, Alexander. Learning multiplication reasoning by playing computer games. In: SUN, Xuhua; KAUR, Berinderjeet; NOVOTNÁ, Jarmila. (Eds.), **Primary mathematics study on whole numbers. Proceedings of the 23rd International Commission on Mathematical Instruction Study (ICMI Study 23)**. Macau, China: University of Macau, 2015. p. 282-289.

BAKKER, Arthur; VAN EERDE, Dolly. An introduction to design-based research with an example from statistics education. In: BIKNER-AHSBAHS, A.; KNIPPING, C. e PRESMEG, N. (Eds.), **Doing qualitative research: Methodology and methods in mathematics education**. Nova York: Springer, 2015. p. 429–466.

BAKKER, Arthur; BEN-ZVI, Dani; MAKAR, Katie. An inferentialist perspective on the coordination of actions and reasons involved in making a statistical inference. **Mathematics Education Research Journal**, p. 455–470, 2017.

BAKKER, Arthur; BIEHLER, Rolf; KONOLD, Cliff. Should young students learn about box plots? In: BURRILL, G. e CAMDEN, M. (Eds.), **Circular development in statistics education**. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute, 2005. p. 163–173.

BAKKER, Arthur; CHANCE, Beth; JUN, Li; WATSON, Jane. Curriculum and Research in Statistics Education. In: BURRILL, Gail; CAMDEN, Mike (Eds.), **Curricular Development in Statistics Education**. Lund, Suécia: International Statistical Institute, 2004. p. 278-283.

BAKKER, Arthur; GROENVELD, Djonie; WIJERS, Monica; AKKERMAN, Sanne; Gravemeijer, Koeno. Proportional reasoning in the laboratory: An intervention study in vocational education. **Educational Studies in Mathematics**, v. 86, n. 2, p. 211-221, 2014.

BAKKER, Arthur; KENT, Phillip; DERRY, Jan; NOSS, Richard; HOYLES, Celia. Statistical inference at work: statistical process control as an example. **Statistics Education Research Journal**, v. 7, n. 2, p. 130-145, 2008.

BAKKER, Arthur; KENT, Phillip; NOSS, Richard; HOYLES, Celia. Designing statistical learning opportunities for industry. In: ROSSMAN, Allan e CHANCE, Beth (Eds.), **Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-7)**. Salvador, Brasil: International Statistical Institute, 2006.

\_\_\_\_\_. Using technology-enhanced boundary objects to develop techno-mathematical literacies in manufacturing industry. In: KIRSCHNER, Paul A.; VAN MERRIËNBOER, Jeroen J. G.; DE JONG, Ton, Creating a learning world. **Proceedings of the 8th International Conference of the Learning Sciences (ICLS-8)**. Utrecht, Holanda: International Society of the Learning Sciences, 2008. v. 1, p. 85-92.

BAKKER, Arthur; KENT, Phillip; NOSS, Richard; HOYLES, Celia; BHINDER, Chand. “It’s not just magic!”: Learning opportunities with spreadsheets in the financial sector. **British Society for Research into Learning Mathematics Proceedings**, v. 26, n. 1, p. 17–22, 2006.

BAKKER, Arthur, SMIT, Jantien; WEGERIF, Rupert. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: Introduction and review. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, n. 7, p. 1047–1065, 2015.

BAKKER, Arthur; WIJERS, Monica; AKKERMAN, Sanne. The influence of technology on what vocational students need to learn about statistics: The case of lab technicians. In: READING, Chris (Ed.), Research into learning statistics in vocational educational and training. **Proceedings of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-8)**, Ljubljana, Eslovênia: International Statistical Institute, jul. 2010.

\_\_\_\_\_. The challenges of teaching statistics in secondary vocational education. In: PYTLAK, Marta; ROWLAND, Tim; SWOBODA, Ewa (Eds.), Probability and Statistics Education. **Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)**. Rzeszow, Polônia: University of Rzeszow, fev. 2011, p. 735-744.

BAKKER, Arthur; WIJERS, Monica; JONKER, Vincent; AKKERMAN, Sanne. The use, nature and purposes of measurement in intermediate-level occupations. **ZDM Mathematics Education**, v. 43, p. 737-746, 2011.

BEN-ZVI, Dani; BAKKER, Arthur; MAKAR, Katie. Learning to reason from samples. **Educational Studies in Mathematics**, v. 88, n. 3, p. 291–303, 2015.

BEN-ZVI, Dani; ARIDOR, Keren; MAKAR, Katie; BAKKER, Arthur. Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. **ZDM Mathematics Education**, v. 44, p. 913–925, 2012.

BEN-ZVI, Dani, MAKAR, Katie; BAKKER, Arthur; ARIDOR, Keren. Children's emergent inferential reasoning about samples in an inquiry-based environment. In: PYTLAK, Marta; ROWLAND, Tim; SWOBODA, Ewa (Eds.), *Probability and Statistics Education. Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)*. Rzeszów, Polônia: University of Rzeszów, fev. 2011.

BESAMUSCA, Amy; DRIJVERS, Paul. The impact of participation in a community of practice on teachers' professional development concerning the use of ICT in the classroom. In: LINDMEIER, Anke e HEINZE, Aiso (Eds.), **Proceedings of the 37th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-37)**. Kiel, Alemanha: Leibniz Institute for Science and Mathematics Education, 2013. v. 2, p. 81-88.

BLUM, Werner; ARTIGUE, Michèle; MARIOTTI, Maria Alessandra; STRÄBER, Rudolf; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. European Didactic Traditions in Mathematics: Introduction and overview. In: KAISER, Gabriele (Ed.), **Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13)**. Switzerland: Springer, 2019. p. 291-303.

BOELS, Lonneke; BAKKER, Arthur; DRIJVERS, Paul. Unravelling teachers' strategies when interpreting histograms: an eyetracking study. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), *Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)*. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019a. p. 888-895.

BOELS, Lonneke; BAKKER, Arthur; VAN DOOREN, Win; DRIJVERS, Paul. Conceptual difficulties when interpreting histograms: a review. **Educational Research Review**, v. 28, nov. 2019. Doi: 10.1016/j.edurev.2019.100291.

BOELS, Lonneke; EBBES, Rutmer; BAKKER, Arthur; VAN DOOREN, Win; DRIJVERS, Paul. Revealing conceptual difficulties when interpreting histograms: An eye tracking study. In: SORTO, Maria Alejandra (Ed.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the 10th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-10)*. Kyoto, Japão: International Statistical Institute, jul. 2018.

BOKHOVE, Christian; DRIJVERS, Paul. Digital tools for algebra education: criteria and evaluation. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 15, n. 1, p. 45-62, 2010a.

\_\_\_\_\_. Symbol sense behavior in digital activities. *For the Learning of Mathematics*, v. 30, n. 3, p. 43-49, 2010b.

\_\_\_\_\_. Effects of feedback conditions for an online algebra tool. In: JOUBERT, Marie; CLARK-WILSON, Aison e MCCABE, Michael (Eds.), **Proceedings of the 10th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT-10)**. Portsmouth, Reino Unido: University of Portsmouth, jul. 2011. p. 81-86.

BOON, Peter. Designing didactical tools and microworlds for mathematics educations. In: HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste; SON, Le Hung e SINCLAIR, Nathalie (Eds.), **Proceedings of the 17th Study Conference of the International Commission on Mathematical Instruction**. Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology and Didirem Université Paris. 2006. v. 2, p. 38-45.

\_\_\_\_\_. A designer speaks: Designing Educational Software for 3D Geometry. **Educational Designer**, v. 1, n. 2, p. 1-11, 2009.

BOON, Peter; DRIJVERS, Paul. Chaining operations to get insight in expressions and formulas. In: BOSCH, Marianna (Ed.), Tools and technologies in mathematical didactics. **Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-4)**. Sant Feliu de Guíxols, Espanha: FUNDEMI IQS. fev. 2005. p. 969-978.

BOS, Rogier. Continuous representations of groupoids. **Houston Journal of Mathematics**, v. 37, n. 3, p. 807–844, 2011.

\_\_\_\_\_. Structuring hints and heuristics in intelligent tutoring systems. In: ALDON, Gilles e TRGALOVÁ, Jana (Eds.), **Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT-13)**. Lyon, França: Ecole Normale Supérieure de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, jul. 2017. p. 436 - 439

BOS, Rogier; DOORMAN, Michiel; CAFUTA, Kristijan; PRAPROTNIK, Selena; ANTOLIŠ; Sanja; BAŠIĆ, Matija. Supporting the reinvention of the slope of a curve. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. **Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019. p. 4170-4177.

BUSTANG, Bustang; ZULKARDI, Zulkardi; DARMAWIJOYO, Darmawijoyo; DOLK, Maarten; VAN EERDE, Dolly. Developing a Local Instruction Theory for Learning the Concept of Angle through Visual Field Activities and Spatial Representations. **International Education Studies**, v. 6, n. 8, p. 58 – 70, 2013.

CRANFIELD, Corvell; KÜHNE, Cally; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ENSOR, Paula; LOMBARD, Ana Paula; POWELL, Gary. Exploring strategies used by grade 1 to 3 children through visual prompts, symbols and worded problems: a case for a learning pathway for number. In: CHICK, Helen L. e VINCENT, Jill L. (Eds.), **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-29)**. Melbourne, Austrália: University of Melbourne, 2005. v. 2, p. 273-280.

DAVIS, Lorraine; CLARKE, David; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. How unusual is the gender specificity of mathematical test items reported for Dutch primary school students. In: CLARKSON, Philip; DOWNTON, Ann; GRONN, Donna Gronn; HORNE, Marj; MCDONOUGH, Andrea; PIECE, Robyn; ROCHE, Anne. (Eds.), **Building Connections: Research, Theory and Practice**. Melbourne, Austrália: Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA). jan. 2005. v. 1, p. 281–288.

DIERDORP, Adri, BAKKER, Arthur; BEN-ZVI, Dani; MAKAR, Katie. Secondary Students' considerations of variability in measurement activities based on authentic practices. **Statistics Education Research Journal**, v. 16, n. 2, 397-418, 2017.

DIERDORP, Adri, BAKKER, Arthur, VAN MAANEN, Jan; EIJKELHOF, Harrie. Educational versions of authentic practices as contexts to teach statistical modeling. In: READING, Chris (Ed.), Learning to use context in teaching statistics at school and tertiary level. **Proceedings of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-8)**. Ljubljana, Eslovênia: International Statistical Institute, jul. 2010.

\_\_\_\_\_. Meaningful statistics in professional practices as a bridge between mathematics and science: an evaluation of a design research project. **International Journal of STEM Education**, v. 1, n. 9, nov. 2014. Doi: 10.1186/s40594-014-0009-1.

DOORMAN, Michiel. How to guide students? A reinvention course on modeling motion. In: LIN, Fou-Lai (Ed.), **Common Sense in Mathematics Education**, Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education. Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University. 2002. p. 97-114.

\_\_\_\_\_. Design and research for developing local instruction theories. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, n. 15, p. 29-42, 2019.

DOORMAN, Michiel; GRAVEMEIJER, Koeno. Emergent modeling: discrete graphs to support the understanding of change and velocity. **ZDM Mathematics Education**, v. 41, p. 199-211, 2009.

DOORMAN, Michiel; BOS, Rogier; HAAN, Dédé de; JONKER, Vincent; WIJERS, Monica. Making and Implementing a Mathematics Day Challenge as a Makerspace for Teams of Students. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 17, p. 149-165, jun. 2009.

DOORMAN, Michiel; DRIJVERS, Paul; BOON, Peter; VAN GISBERGEN, Sjef; GRAVEMEIJER, Koeno; REED, Helen. Tool use and conceptual development: an example of a form-function shift. In: TZEKAKI, Marianna, KALDRIMIDOU, Maria e SAKONIDIS, Haralambos (Eds.). **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Tessalônica, Grécia: Aristotle University of Thessaloniki, 2009. v. 2, p. 449-456.

DOORMAN, Michiel; DRIJVERS, Paul; DEKKER, Truus; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; DE LANGE, Jan; WIJERS, Monica. Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. **ZDM Mathematics Education**, v. 39, p. 405-418, 2007.

DOORMAN, Michiel; DRIJVERS, Paul; GRAVEMEIJER, Koeno; BOON, Peter; REED, Helen. Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 10, n. 6, p. 1243-1267, 2012.

\_\_\_\_\_. Design research in mathematics education: The case of an ict-rich learning arrangement for the concept of function. In: PLOMP, Tjeerd e NIEVEEN, Nienke (Eds.), **Educational design research – Part B: Illustrative cases**. Enschede: SLO, 2013. p. 425-446.

DOORMAN, Michiel, JONKER, Vincent; WIJERS, Monica. **Mathematics and Science in Life: Inquiry Learning and the World of Work**. Friburgo: University of Education Freiburg. 2016.

DOORMAN, Michiel; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; GODDIJN, Aad. The emergence of meaningful geometry. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.), **National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics: teaching and learning in the context of Realistic Mathematics Education**. Hamburgo: Springer, 2018. p. 281-302.

DRIJVERS, Paul. The concept of parameter in a computer algebra environment. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.), **Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-25)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Institute, 2001. v. 2, p. 385-392.

\_\_\_\_\_. Learning mathematics in a computer algebra environment: obstacles are opportunities. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 34, n. 5, p. 221-228, 2002.

\_\_\_\_\_. Teachers transforming resources into orchestrations. In: GUEUDET, G.; PEPIN, B. e TROUCHE, L. (Eds.), **From text to 'lived' resources: mathematics curriculum materials and teacher development**. New York/Berlin: Springer. 2011. p. 265-281.

\_\_\_\_\_. Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). **PNA**, v. 8, n. 1, p. 1-20, 2013.

\_\_\_\_\_. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). In: CHO, Sung Je (Ed.) **Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12)**. Cham, Suíça: Springer, 2015. p. 135-151.

DRIJVERS, Paul; KIERAN, Carolyn. Reconciling factorizations made with CAS and with paper-and pencil: The power of confronting two media. In: NOVOTNÁ, Jarmila; MORAOVÁ, Hana; KRÁTKÁ, Magdalena e STEHLÍKOVÁ, Nad'a (Eds.), **Proceedings of the 30th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-30)**. Praga, República Tcheca: Charles University in Prague Faculty of Education, jul. 2006. v. 2, p. 473-480.

DRIJVERS, Paul; VAN HERWAARDEN, Onno. Instrumentation of ICT-tools: The case of algebra in a computer algebra environment. In: HERGET, W.; SOMMER, R. (Eds.), **Lernen im Mathematikunterricht mit Neuen Medien**. Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 2001. p. 9-20.

DRIJVERS, Paul; BOON, Peter; DOORMAN, Michiel; BOKHOVE, Christian; TACOMA, Sietske. Digital design: RME principles for designing online tasks. In: MARGOLINAS, Claire (Ed.), **Task design in mathematics education: Proceedings of the 22th International Commission on Mathematical Instruction Study (ICMI Study 22)**, Oxford, Reino Unido: HAL, 2013. p. 53-60.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel, BOON, Peter; VAN GISBERGEN, Sjef. Instrumental orchestration: Theory and practice. In: DURAND-GUERRIER, Viviane; SOURY-LAVERGNE, Sophie; ARZARELLO, Ferdinando (Eds.), **Technologies and resources in mathematical education. Proceedings of the 6th congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-6)**. Lyon, França: Institut National de Recherche Pédagogique, 2009. p. 1349-1358.

DRIJVERS, Paul; BOON, Peter; DOORMAN, Michiel; REED, Helen; GRAVEMEIJER, Koeno. The teacher and the tool: Whole-class teaching behavior in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213–214, 2010.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter; VAN GISBERGEN, Sjef; GRAVEMEIJER, Koeno. Tool use in a technology-rich learning arrangement for the concept of function. In: PITTA-PANTAZI, Demetra e PHILIPOU, George (Eds.), *Tools and technologies in mathematical didactics. Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5)*. Larnaca, Cyprus: University of Cyprus, fev. 2007. p. 1389-1398.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter, VAN GISBERGEN, Sief; REED, Helen. Teachers using technology: Orchestrations and Profiles. In: TZEKAKI, Marianna; KALDRIMIDOU, Maria; SAKONIDIS, Haralambos (Eds.), **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-33)**. Tessalônica, Grécia, 2009. v. 2, p. 449-456.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; KIRSCHNER, Paul; HOOGVELD, Bert; BOON, Peter. The effect of online tasks for algebra on student achievement in grade 8. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 19, p. 1–18, 2014.

DRIJVERS, Paul; FAGGIANO, Eleonora; GERANIOU, Eirini; WEIGAND, Hans-Georg. Learning Mathematics with Technology and Other Resources. In: DOOLEY, Thérèse; GUEUDET, Ghislaine (Eds.), **Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-10)**. Dublin, Irlanda: Dublin City University, Institute of Education e ERME, 2017. p. 2499-2506.

DRIJVERS, Paul; GODINO, Juan D.; FONT, Viceng; TROUCHE, Luc. (2013). One episode, two lenses: A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. **Educational Studies in Mathematics**, v. 82, n. 1, p. 23-49, 2013.

DRIJVERS, Paul; KIERAN, Carolyn; MARIOTTI, Maria-Alessandra. Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In: HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste (Eds.), **Mathematics education and technology—rethinking the terrain**. New York: Springer, 2010. p. 89-132.

DRIJVERS, Paul; KODDE-BUITENHUIS, Hanneke; DOORMAN, Michiel. Assessing mathematical thinking as part of curriculum reform in the Netherlands. **Educational Studies in Mathematics**, v. 102, n. 3, p. 435-456, 2019.

DRIJVERS, Paul, MARIOTTI, M.-A., OLIVE, J; SACRISTÁN, A. I. Learning and Assessing Mathematics with and through Digital Technologies. In: HOYLES, Celia e LAGRANGE, Jean-Baptiste (Eds.), **Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain**. Berlin, Heidelberg, Alemanha: Springer, ago. 2009. v. 13, p. 81-87.

DRIJVERS, Paul; TACOMA, Sietske; BESAMUSCA, Amy; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter. Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 7, p. 987-1001, 2013.

DUIJZER, Carolien, SHAYAN, Shakila; BAKKER, Arthur; VAN DER SCHAAF, Marieke; ABRAHAMSON, Dor. Touchscreen tablets: Coordinating action and perception for

mathematical cognition. **Frontiers in Psychology**, v. 8, 2017. Doi: 10.3389/fpsyg.2017.00144.

DUIJZER, Carolien; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel; DOORMAN, Michiel. Moving towards understanding graphical representations of motion. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), *Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)*. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019a. p. 4491-4497.

\_\_\_\_\_. Supporting primary school students' reasoning about motion graphs through physical experiences. **ZDM Mathematics Education**, v. 51, p. 899-913, 2019b.

DUIJZER, Carolien; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel; DOORMAN, Michiel; LESEMAN, Paul. Embodied learning environments for graphing motion: A systematic literature review. **Educational Psychology Review**, v. 31, p. 597-629, 2019.

ELIA, Iliada; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Mapping kindergartners' number competence. In: SUN, Xuhua; KAUR, Berinderjeet; NOVOTNÁ, Jarmila. (Eds.), *Primary mathematics study on whole numbers, Proceedings of the 23rd International Commission on Mathematical Instruction Study (ICMI Study 23)*. Macau, China: University of Macau, 2015. p. 177-185.

ELIA, Iliada; EVANGELOU, Kyriacoulla; HADJITTOULI, Katerina; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. A kindergartner's use of gestures when solving a geometrical problem in different spaces of constructed representation. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 17, n. 4, p. 199-220, dez. 2014.

ELIA, Iliada; GAGATSI, Athanasios; MICHAEL, Paraskevi; GEORGIU, Alexia; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Kindergartners' use of gestures in the generation and communication of spatial thinking. In: PYTLAK, Marta; ROWLAND, Tim; SWOBODA, Ewa (Eds.), *Early Years Mathematics, Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)*. Rzeszów, Polónia: University of Rzeszów, fev. 2011. p. 1842-1851.

ELIA, Iliada, VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; KOLOVOU, Angeliki. Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving in primary school high achievers in mathematics. **ZDM Mathematics Education**, v. 41, p. 605-618, mai. 2009.

ENSOR, Paula; HOADLEY, Ursula; JACKLIN, Heather; KUHNE, Cally; SCHMITT, Esme; LOMBARD, Ana; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Specialising pedagogic text and time in Foundation Phase numeracy classrooms. **Journal of Education**, v. 47, p. 5-30, 2009.

FIGUEIREDO, Nisa; VAN GALEN, Frans; GRAVEMEIJER, Koeno. The actor's and observer's point of view: A geometry applet as an example. **Educational Designer**, v. 1, n. 3, 2009. Disponível em: <<http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue3/article10/>> Acesso: 15/03/2021.



GODDIJN, Aad; PIJLS, Wim. The Classification of Similarities: A New Approach. **Mathematics Magazine**, v. 80, n. 3, p. 215-219, 2007.

GRAVEMEIJER, Koeno; BAKKER, Arthur. Design research and design heuristics in statistics education. In: ROSSMAN, Allan e CHANCE, Beth (Eds.), **Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-7)**. Salvador, Brasil: International Association for Statistical Education, 2006.

GRAVEMEIJER, Koeno, VAN GALEN, Frans, BOSWINKEL, Nina, VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Semi-informal routines as alternatives for standard algorithm in the primary school. In: MCINTOSH, Alistair; SPARROW, Len (Eds.) **Beyond written computation**. Perth: MASTEC, Edith Cowan University. 2004. p. 126-136.

HEEREN, Bastiaan; JEURING, Johan; SOSNOVSKY, Sergey; DRIJVERS, Paul; BOON, Peter; TACOMA, Sietske; KOOPS, Jesse; WEINBERGER, Armin; GRUGEON-ALLYS, Brigitte; CHENEVOTOT-QUENTIN, Françoise; VAN WIJK, Jorn; VAN WALREE, Ferdinand. Fine-grained cognitive assessment based on free-form input for math story problems. In: PAMMER-SCHINDLER, Viktoria; PÉREZ-SANAGUSTÍN, Mar; DRACHSLER, Hendrik; ELFERINK, Raymond; SCHEFFEL, Maren (EDS.), **Lifelong Technology-Enhanced Learning: Proceeding of the 13th European Conference on Technology-Enhanced Learning (EC-TEL)**. Lees, Reino Unido: Springer. 2018. p. 262-276.

HOOGLAND, Kees, DE KONING, Jaa; BAKKER, Arthur, PEPIN, Birgt; GRAVEMEIJER, Koeno. Changing representation in contextual mathematical problems from descriptive to depictive: the effect on students' performance. **Studies Educational Evaluation**, v. 58 p. 122–131, 2018.

HOOGLAND, Kees; PEPIN, Birgt; BAKKER, Arthur; DE KONING, Jaap; GRAVEMEIJER, Koeno. Representing contextual mathematical problems in descriptive or depictive form: Design of an instrument and validation of its uses. **Studies in Educational Evaluation**, v. 50, p. 22–32, 2016.

\_\_\_\_\_. Word problems versus image-rich problems: an analysis of effects of task characteristics on students' performance on contextual mathematics problems. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 1, p. 37–52, 2018.

HUANG, Luhuan; DOORMAN, Michiel; VAN JOOLINGEN, Wouter. Chinese and Dutch mathematics teachers' beliefs about inquiry-based learning. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), **Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019. p. 3913-3920.

JEURING, Johan; GROSFELD, Frans; HEEREN, Bastiaan; HULSBERGEN, Michiel; IJNTEMA, Richta; JONKER, Vincent; MASTENBROEK, Nicole; VAN DER SMAGT, Maarten; WIJMANS, Frank; WOLTERS, Majanne; VAN ZEIJTS, Henk. Communicate! - a serious game for communication skills. In: CONOLE, Grainne; KLOBUČAR, Tomaž; RENSING, Christopher; KONERT Johannes; LAVOUÉ Elise (Eds.), **Design for Teaching and Learning in a Networked World**, Proceedings of the 10th European Conference on Technology Enhanced Learning (EC-TEL). 2015. p. 513-517.

JONKER, Vincent; WIJERS, Monica; VAN GALEN, Frans. The motivational power of mini-games for the learning of mathematics. In: PIVEC, Maja (Ed.), **Proceedings of the 3rd European Conference on Game Based Learning**. Graz, Áustria. 2009. v. 1.

JUPRI, Al; DRIJVERS, Paul. Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**, v. 12, n. 9, p. 2481-2502, 2006.

JUPRI, Al; DRIJVERS, Paul; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Investigating Indonesian students' difficulties in initial algebra. **Utrecht University Repository**. 2012. Disponível em: <<https://www.persistent-identifier.nl/URN:NBN:NL:UI:10-1874-272369>>. Acesso: 21/03/2021.

\_\_\_\_\_. Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. **Mathematics Education Research Journal**, v. 26, n. 4, p. 683-710, 2014a.

\_\_\_\_\_. Student difficulties in solving equations from an operational and a structural perspective. **Mathematics Education**, v. 9, n. 1, p. 39-55, 2014b.

\_\_\_\_\_. The impact of a technology-rich intervention on grade 7 students' skills in initial algebra. In: **Innovation and technology for mathematics education**, Proceedings of the 19th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM). Yogyakarta, Indonésia: State University of Yogyakarta. 2014c. p. 152-161.

\_\_\_\_\_. Improving Grade 7 Students' Achievement in Initial Algebra Through a Technology-Based Intervention. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v.1, p. 28-58, jul. 2015.

\_\_\_\_\_. An instrumentation theory view on students' use of an applet for algebraic substitution. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, v. 23, n. 2, 63-80, fev. 2016a.

\_\_\_\_\_. Learning algebra on screen and on paper: The effect of using a digital tool on students' understanding. **AIP Conference Proceedings**, v. 1708, n. 1, 2016b. Doi: 10.1063/1.4941165

KEIJZER, Ronald; TERWEL, Jan. Audrey's acquisition of fractions, a case study into the learning of formal mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 47, p. 53-73, 2001.

\_\_\_\_\_. A Low-Achiever's Learning Process in Mathematics: Shirley's Fraction Learning. **Journal of Classroom Interaction**, v. 39, n. 2, p. 10-23, 2004.

KEIJZER, Ronald; SMIT, Jantien; BAKKER, Arthur; MUNK, Fokke. Promoting teachers' scaffolding of students' mathematical language in a professional development programme. In: ESCUDEIRO, Nuno (Ed.), **Proceedings of the European Association for Practitioner Research on Improving Learning (EAPRIL-2015)**. Belval, Luxemburgo: EAPRIL, jan. 2016. p. 94-101.

KEIJZER, Ronald; VAN GALEN, Frans; OOSTERWAAL, Lia. Reinvention revisited learning and teaching decimals as example. In: NISS, Mogens (Ed.), **Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education (ICME-10)**. Dinamarca: IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University. 2004. Disponível em: <[icme\\_completebook.pdf \(msu.su\)](https://www.msus.dk/~icme/completebook.pdf)>. Acesso: 15/03/2021.

KENT, Phillip; BAKKER, Arthur; HOYLES, Celia; NOSS, Richard. Statistical reasoning in the workplace: Techno-mathematical Literacies and learning opportunities. **British Society for Research into Learning Mathematics Proceedings**, v. 25, n. 2, p. 37-42, 2005.

\_\_\_\_\_. Measurement in the workplace: the case of process improvement in manufacturing industry. **ZDM Mathematics Education**, v. 43, n. 5, p. 747–758, 2011.

KENT, Phillip; NOSS, Richard; GUILLE, David; HOYLES, Celia; BAKKER, Arthur. Characterizing the use of mathematical knowledge in boundary-crossing situations at work. **Mind, Culture, and Activity**, v. 14, n. 1-2, p. 64-82, 2007.

KIERAN, Carolyn; DRIJVERS, Paul. The co-emergence of machine techniques, paper and pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 11, n. 2, p. 205-263, 2006a.

\_\_\_\_\_. Learning about equivalence, equality, and equation in a CAS environment: the interaction of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theorizing. In: HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste, SON, Le Hung; SINCLAIR, Nathalie (Eds.), **Proceedings of the 17th International Commission on Mathematical Instruction Study (ICMI Study 17)**, Technology revisited. Hanoi, Vietnam, 2006b.

KOLOVOU, Aikaterini; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Online game-inherent feedback as a way to support early algebraic reasoning. **International Journal of Continuing Engineering Education and Life-Long Learning**, v. 20, n. 2, 2010. Doi: 10.1504/IJCEELL.2010.036817

KOLOVOU, Aikaterini; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; BAKKER, Arthur. Non-routine problem-solving tasks in primary school mathematics textbooks - A needle in a haystack. **Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education**, v. 8, n. 2, p. 29-66. 2009.

KRÜGER, Jenneke; VAN MAANEN, Jan. Evaluation and design of mathematics curricula Lessons from three historical cases. In: UBUZ, Behiye; HASER, Çiğdem; MARIOTTI, Maria Alessandra (Eds.), **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-8)**. Manavgat-Side, Turquia, 2013. p. 2030-2039.

KÜHNE, Cally; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ENSOR, Paula. Learning and teaching early number: teachers' perceptions. In: CHICK, Helen L. e VINCENT, Jill L. (Eds.), **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-29)**. Melbourne, Austrália: University of Melbourne, 2005. v. 3, p. 217-224.

MAAß, Katja; DOORMAN, Michiel. A model for a widespread implementation of inquiry-based learning. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, p. 887-899, 2013.

MAAß, Katja; DOORMAN, Michiel; JONKER, Vincent; WIJERS, Monica. Promoting active citizenship in mathematics teaching. **ZDM Mathematics Education**, v. 51, p. 991-1003, 2019.

MAKAR, Katie; BAKKER, Arthur; BEN-ZV, Dani. The Reasoning Behind Informal Statistical Inference. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 13, n. 1-2, p. 152-173, 2011.

\_\_\_\_\_. Teacher's scaffolding over the year to develop norms of mathematical inquiry in a primary classroom. In: MARSHMAN, Margaret; GEIGER, Vince e BENNISON, Anne (Eds.), **Mathematics education in the margins**, Proceedings of the 38th annual conference of the mathematics education research group of Australasia (MERGA). Sunshine Coast: MERGA, 2015a. p. 397-404.

\_\_\_\_\_. Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, p. 1107-1120, 2015b.

MARGOLINAS, Claire; DRIJVERS, Paul. Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, p. 893-903, 2015.

MURDIYANI, Nila Mareta; ZULKARDI, Zulkardi; PUTRI, Ratu Ilma Indra; VAN GALEN, Fran; VAN EERDE, Dolly. Developing a Model to Support Students in Solving Subtraction. **Journal on Mathematics Education**, v. 4, n. 1, 2013. p. 95-112.

NOORLOOS, Ruben; TAYLOR, Sam; BAKKER, Arthur; DERRY, Jan. An inferentialist alternative to constructivism in mathematics education. In: LILJEDAHN, Peter; OESTERLE, Sabrina; NICOL, Cynthia; ALLAN, Darien (Eds.), **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. Vancouver, Canada: PME, 2014. v. 4, p. 321-328.

\_\_\_\_\_. Inferentialism as an alternative to socioconstructivism in mathematics education. **Mathematics Education Research Journal**, v. 29, p. 437-453, 2017.

OONK, Wil; VERLOOP, Nico; GRAVEMEIJER, Koeno. Analyzing student teachers' use of theory in their reflections on mathematics teaching practice. **Mathematics Education Research Journal**, v. 32, p. 563-588, 2019.

OTTEN, Mara; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel. The balance model for teaching linear equations: a systematic literature review. **International Journal of STEM Education**, v. 6, n. 30, 2019.

OTTEN, Mara; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel; HEINZE, Aiso. Developing algebraic reasoning in primary school using a hanging mobile as a learning supportive tool. **Journal for the Study of Education and Development**, v. 42, n. 3, p. 615-663, abr. 2019a.

\_\_\_\_\_. Fifth-grade students solving linear equations supported by physical experiences. In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), **Theoretical Perspectives and Approaches in Mathematics Education Research. Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019b.

PELTENBURG, Marjolijn; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Special education students' ability in solving subtraction problems up to 100 by addition. In: PYTLAK, Marta; ROWLAND, Tim; SWOBODA, Ewa (Eds.), **Probability and Statistics Education. Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)**. Rzeszow, Polônia: University of Rzeszow, fev. 2011, p. 386-395.

\_\_\_\_\_. Teacher perceptions of the mathematical potential of students in special education in the Netherlands. **European Journal of Special Needs Education**, v. 27, n. 3, p. 391-407, mai. 2012.

PELTENBURG, Marjolijn; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ROBITZSCH, Alexander. Special education students' use of indirect addition in solving subtraction problems up to 100 - a proof of the didactical potential of a ignored procedure. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 3, p. 351-369, 2012.

\_\_\_\_\_. "Yes; I got them all" - special education students' ability to solve ICT-based combinatorics problems. In: CHO, Sung Le (Ed.), **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**, Seoul, Coréia, 2015.

REVINA, Shintia; ZULKARDI, Zulkardi; DARMAWIJOYO, Darmawijoyo; VAN GALEN, Frans. Spatial Visualization Tasks to Support Students' Spatial Structuring in Learning Volume Measurement. **Journal on Mathematics Education**, v. 2, n. 2, 2011.

ROORDA, Gerrit; VOS, Pauline; DRIJVERS, Paul; GOEDHART, Matin. Graphing calculator supported instrumentation schemes for the concept of derivative: a case study. In: LILJEDAHL, Peter; OESTERLE, Sabrina; NICOL, Cynthia; ALLAN, Darien (Eds.), **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. Vancouver, Canada: PME, 2014. v. 5, p. 57-64.

\_\_\_\_\_. Solving Rate of Change Tasks with a Graphing Calculator: a Case Study on Instrumental Genesis. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v. 2, n. 3, 2016. Doi: 10.1007/s40751-016-0022-8.

SAVELSBERGH, Elwin; PRINS, Gjalte; RIETBERGEN, Charlotte; FECHNER, Sabine; VAESSEN, Bram; DRAIJER, Jael; BAKKER, Arthur. Effects of Innovative Science and Mathematics Teaching on Student Attitudes and Achievement: A Meta-Analytic Study. **Educational Research Review**, v. 19, p. 158-172, nov. 2016.

SCHINDLER, Maike; HUßMANN, Stephan; NILSSON, Per; BAKKER, Arthur. Sixth-grade students' reasoning on the order relation of integers as influenced by prior experience: an inferentialist analysis. **Mathematics Education Research Journal**, v. 29, p. 471-492, 2017.

SHANTY, Nenden Octavarulia; HARTONO, Yusuf; PUTRI, Ratu Ilma Indra; DE HAAN, Dédé. Design Research in Mathematics Education: Investigating The Progress of Indonesian Fifth Grade Students' Learning on Multiplication of Fractions With Natural Numbers. **Journal on Mathematics Education**, v. 2, n. 2, 2011. Doi: 10.22342/jme.2.2.749.147-162.

SHAYAN, Shakila; BAKKER, Arthur; ABRAHAMSON, Dor; DUIJZER, Carolien. Eye-Tracking the Emergence of Attentional Anchors in a Mathematics Learning Tablet Activity. In: **Advances in Educational Technologies and Instructional Design**, 2016. p. 166-194.

SHAYAN, Shakila; ABRAHAMSON, Dor; BAKKER, Arthur; DUIJZER, Carolien; VAN DER SCHAAF, Marieke. The emergence of proportional reasoning from embodied interaction with a tablet application: an eye-tracking study. In: CHOVA, Luis G.; MARTÍNEZ, Araceli L.; TORRES, I. C. (Eds.), **Proceedings of the 9th International Technology, Education and Development Conference (INTED 2015)**. Madri, Espanha: IATED, 2015. p. 5732-5741.

SHVARTS, Anna; ALBERTO, Rosa; BAKKER, Arthur; DOORMAN, Michiel; DRIJVERS, Paul. Embodied collaboration to foster instrumental genesis in mathematics. In: LUND, Kristine; NICCOLAI, Gerald; LAVOUÉ, Elise; HMELO-SILVER, Cindy; GWEON, Gahgene e BAKER, Michael (Eds.) **A Wide Lens: Combining Embodied, Enactive, Extended, and Embedded Learning in Collaborative Settings**, 13th International Conference on Computer Supported Collaborative Learning (CSCL-2019). Lyon, França: International Society of the Learning Sciences. 2019. v. 2, p. 660-663.

SMIT, Jantien; VAN EERDE, Dolly. A teacher's learning process in dual design research: learning to scaffold language in a multilingual mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, v. 43, n. 6-7, p. 1-12, 2011.

SMIT, Jantien; BAKKER; VAN EERDE, Dolly; KUIJPERS, Maggie. Using genre pedagogy to promote student proficiency in the language required for interpreting line graphs. **Mathematics Education Research Journal**, v. 28, p. 457-478, 2016.

SMIT, Jantien; GIJSEL, Martine; HOTZE, Anna; BAKKER, Arthur. Scaffolding primary teachers in designing and enacting language-oriented science lessons: Is handing over to independence a fata morgana? **Learning, Culture and Social Interaction**, v. 18, p. 72 – 85, 2018.

SMIT, Jantien; VAN EERDE, Dolly; BAKKER, Arthur. Developing A Pedagogical Genre for Reasoning About Line Graphs. In: BAUCAL, Aleksandar; RADIŠIĆ, Jelena (Eds.), **Conference Proceedings: Full Papers**. Belgrado, Sérvia: Institute of Psychology, 2012. p. 66-70.

\_\_\_\_\_. A conceptualisation of whole-class scaffolding. **British Educational Research Journal**, v. 39, n. 5, p. 817-834. 2013.

SWAN, Malcolm; PEAD, Daniel; DOORMAN, Michiel; MOOLDIJK, Ad. Designing and using professional development resources for inquiry-based learning. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, p. 945-957, 2013.

TACOMA, Sietske; DRIJVERS, Paul; BOON, Peter. Using student models to generate feedback in a university course on statistical sampling. In: DOOLEY, Thérèse; GUEUDET, Ghislaine (Eds.), **Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-10)**. Dublin, Irlanda: Dublin City University, Institute of Education e ERME, 2017. p. 844-851.

TACOMA, Sietske; SOSNOVSKY, Sergey; BOON, Peter; JEURING, Johan; DRIJVERS, Paul. The Interplay between Inspectable Student Models and Didactics of Statistics. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v. 4, p. 139-162, 2018.

TAYLOR, Samuel; NOORLOOS, Ruben; BAKKER, Arthur. Mastering as an Inferentialist Alternative to the Acquisition and Participation Metaphors for Learning. **Journal of Philosophy of Education**, v. 51, n. 4, p. 769-784, 2017.

TEPPO, Anne; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Visual representations as objects of analysis: the number line as an example. **ZDM Mathematics Education**, v. 46, p. 45-58, 2014.

TOLBOOM, Jos; DOORMAN, Michiel. The consequences of including computer-based mathematics and informatics in the STEM curriculum. In: MYSORE, Sid (Ed.), **CIDREE**

**yearbook 2018**. Luxemburgo: Service de Coordination de la Recherche et de l'Innovation pédagogiques et technologiques. 2018. p. 210-221.

VAN BORKULO, Sylvia; VAN JOOLINGEN, Wouter; SAVALSBERGH, Elwin; DE JONG, Tom. What can be learned from computer modeling? Comparing expository and modeling approaches to teaching dynamic systems behavior. **Journal of Science Education and Technology**, v. 21, p. 267-275, 2012.

VAN DEN BOGAART, Theo; DRIJVERS, Paul; TOLBOOM, Jos. The design and use of open online modules for blended learning in STEM teacher education. In: ALDON, Gilles e TRGALOVÁ, Jana (Eds.), **Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT-13)**. Lyon, França: Ecole Normale Supérieure de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, 2017. p. 339-346.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Towards a didactic-based model for assessment design in mathematics education. In: LIN, Fou-Lai (Ed.), **Common Sense in Mathematics Education**, Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education. Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University. 2002. p. 165-184.

\_\_\_\_\_. On the search for gender-related differences in Dutch primary mathematics classrooms. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 4, p. 323-330, 2003a.

\_\_\_\_\_. Paper-and-pencil assessment that provides footholds for further instruction needs to break with a number of taboos in assessing mathematical knowledge. **Quadrante**, v. 12, n. 1, p. 10-36, 2003b.

\_\_\_\_\_. Girls' and Boys' problems: Gender differences in solving problems in primary school mathematics in the Netherlands. In: CLARKE, Barbara; CLARKE, Doug; LAMBIDIN, Diana; LESTER, Frank; EMANUELSSON, Göran; JOHANSSON, Bengt; WALLBY, Anders; WALLBY, Karin (Eds.), **International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics**. Suécia: Göteborg University, 2004. p. 237-252.

\_\_\_\_\_. Can scientific research answer the 'what' question of mathematics education? **Cambridge Journal of Education**, v. 35, n. 1, p. 35-53, mar. 2005.

\_\_\_\_\_. El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una Trayectoria Longitudinal sobre porcentaje (parte 1). **Correo del Maestro**, n. 160, set. 2009a. Disponível em: <  
<https://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/septiembre/incert160.htm>> Acesso: 20/03/2021.

\_\_\_\_\_. El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una Trayectoria Longitudinal sobre porcentaje (parte 2). **Correo del Maestro**, n. 161, out. 2009b. Disponível em: <  
<https://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/octubre/1incert161.htm>> Acesso: 20/03/2021.

\_\_\_\_\_. Aprender de didactikids un impulso para volver a revisar la línea numérica abierta (Primera parte). **Correo del Maestro**, n. 170, p. 27-44, 2010a.

\_\_\_\_\_. Aprender de didactikids un impulso para volver a revisar la línea numérica abierta (Segunda parte). **Correo del Maestro**, n. 171, p. 35-44, 2010b.

\_\_\_\_\_. Reform Under Attack - Forty Years of Working on Better Mathematics Education Thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, Len; KISSANE, B; HURST, C (Eds.), **Shaping the future of mathematics education**. Fremantle, Austrália: Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), 2010c.

\_\_\_\_\_. Didactics of Mathematics in the Netherlands. In: BLUM, Werner; ARTIGUE, Michèle; MARIOTTI, Maria Alessandra; STRÄßER Rudolf; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN Marja (Eds.), **European Traditions in Didactics of Mathematics: ICME-13 Monographs**. Cham, Suíça: Springer, 2019. p. 57-94.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; BECKER, Jerry. Towards a Didactic Model for Assessment Design in Mathematics Education. In: BISHOP, Alan, CLEMENTS, M. A., KEITEL-KREIDT, Christine; KILPATRICK, Jeremy e LEUNG, Frederick Koon Shing (Eds.), **Second International Handbook of Mathematics Education**. Dordrecht, Holanda: Springer, 2003. v. 10, p. 689-716.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; BODIN-BAARENDIS. All or nothing: Problem solving by high achievers in mathematics. **Research in Mathematical Education**, v. 9, n. 3, p. 115-121, set. 2004.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ELIA, Iliada. Kindergartners' performance in length measurement and the effect of picture book reading. **ZDM Mathematics Education**, v. 43, p. 621-635, 2011.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; FOSNOT, Catherine Twomey. Assessment of mathematics education - not only the answers count. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.), **Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-25)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Intitute, 2001. v. 4, p. 335-342.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; GOEIJ. Offering primary school teachers a multiapproach experience-based learning setting to become a Mathematics coordinator in their school. In: **Proceedings of the 15th ICMI Study**. Águas de Lindóia, Brasil: Unesp, 2005. v. 1, p. 1-6.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VAN DEN BOOGAARD, Sylvia. Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p.341-372, 2008.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; WIJERS, Monica. Mathematics standards and curricula in the Netherlands. **ZDM Mathematics Education**, v. 37, n. 4, p. 287-307, 2005.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VAN DER BOOGAARD, Sylvia; DOIG, Brian. Picture books stimulate the learning of mathematics. **Australasian Journal of Early Childhood**, v. 34, n. 3, 2009. Doi: 10.1177/183693910903400305.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; ELIA, Iliada; ROBITZSCH, Alexander. Learning Mathematics with picture books. In: LILJEDAHN, Peter; OESTERLE, Sabrina; NICOL, Cynthia; ALLAN, Darien (Eds.), **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. Vancouver, Canada: PME, 2014. v. 5, p. 313-320.

\_\_\_\_\_. Kindergartners' performance in two types of imaginary perspective-taking. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, n. 3, p. 345-362, 2015.



\_\_\_\_\_. Effects of reading picture books on kindergartners' mathematics performance. **Educational Psychology**, v. 36, n. 2, p. 323-346, 2016.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; KOLOVOU, Angeliki; ROBITZSCH, Alexander. Primary school students' strategies in early algebra problem solving supported by an online game. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, p. 281 – 307, 2013.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VAN DEN BOOGAARD, Sylvia; SCHERER. A Picture Book as a Prompt for Mathematical Thinking by Kindergartners: when Gaby was read "Being fifth". In: **Proceedings of the Lectures at the 41st Conference for Mathematics Didactics**. Hildesheim, Germany: Franzbecker, 2007. p. 831-834.

VAN DER WAL; BAKKER, Arthur; DRIJVERS, Paul. Which Techno-mathematical Literacies Are Essential for Future Engineers? **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 15, p. 87-104, 2017.

\_\_\_\_\_. Teaching strategies to foster techno-mathematical literacies in an innovative mathematics course for future engineers. **ZDM Mathematics Education**. v. 51, p. 885–897, 2019.

VAN DRIEL, Sharisse; SLOT, Esther; BAKKER, Arthur. A primary teacher learning to use scaffolding strategies to support pupils' scientific language development. **European Journal of STEM Education**, v. 3, n. 2, p. 1-14, 2018.

VAN DIJKE-DROOGERS, Marianne; DRIJVERS, Paul; BAKKER, Arthur. Repeated Sampling as a step towards Informal Statistical Inference. In: SORTO, Maria Alejandra (Ed.), **Proceedings of the 10th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-10)**. Kyoto, Japão: International Statistical Institute, jul. 2018a. p. 1-4.

\_\_\_\_\_. From sample to population: A hypothetical learning trajectory for informal statistical inference. In: GITIRANA, Veônica; MIYAKAWA, Takeshi; RAFALSKA, Maryna; SOURY-LAVERGNE, Sophie; TROUCHE, Luc (Eds.), **Proceedings of the re(s)ource 2018 international conference**. Lyon, França: ENS de Lyon, nov. 2018b. p. 348-351.

VAN DIJKE-DROOGERS, Marianne; DRIJVERS, Paul; BAKKER, Arthur. Repeated sampling with a black box to make informal statistical inference accessible. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 22, n. 2, p. 116-138, mai. 2019.

VAN DIJKE-DROOGERS, Marianne; DRIJVERS, Paul; TOLBOOM, Jos. Enhancing statistical literacy. In: DOOLEY, Thérèse e GUEUDET, Ghislaine (Eds.), **Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-10)**. Irlanda: DCU Institute of Education, 2017. p. 860-867.

VAN EERDE, Dolly. Design Research: looking into the heart of mathematics education. In: **Proceedings van de 1st South-East Asian Design Research conference**. Palimbão, Indonésia: UNSRI, 2013. p. 1-11.

VAN GALEN, Frans; VAN EERDE, Dolly. Solving Problems with The Percentage Bar. **Journal on Mathematics Education**, v. 4, n. 1, 2013. Doi: 10.22342/jme.4.1.558.1-8.

VAN HOEVE; DOORMAN, Michiel; VELDHUIS. How can teachers influence their students' (mathematical) mindset? In: JANKVIST, Uffe Thomas; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel (Eds.), **Theoretical Perspectives and Approaches**

in Mathematics Education Research. **Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-11)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University, fev. 2019. p. 1549-1556.

VAN NES, Fenna; DOORMAN, Michiel. The interaction between multimedia data analysis and theory development in design research. **Mathematics Education Research Journal**, v. 22, p. 6-30, 2010.

\_\_\_\_\_. Fostering Young Children's Spatial Structuring Ability. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 6, n. 1, p. 27-39, abr. 2011.

VAN STIPHOUT, Irene; DRIJVERS, Paul; GRAVEMEIJER, Koeno. The development of students' algebraic proficiency. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 8, n. 2, p. 62-80, 2013.

VAN ZANTEN; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Past and current approaches in decimal numbers in Dutch primary school mathematics textbooks. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 20, n. 3-4, p. 57-82, 2015.

\_\_\_\_\_. Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. **ZDM Mathematics Education**, v. 50, p. 827-838, 2018.

VELDHUIS, Michiel; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Exploring the feasibility and effectiveness of assessment techniques to improve student learning in primary mathematics education. In: LILJEDAHN, Peter; OESTERLE, Sabrina; NICOL, Cynthia; ALLAN, Darien (Eds.), **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. Vancouver, Canada: PME, 2014a. v. 5, p. 329-336.

\_\_\_\_\_. Primary school teachers' assessment profiles in mathematics education. **Public Library of Science one**, v. 9, n. 1, 2014b. Doi: 10.1371/journal.pone.0086817.

\_\_\_\_\_. Improving classroom assessment in primary mathematics education in the Netherlands. In: KRAINER, Konrad e VONDROVÁ, Nada (Eds.), **Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-9)**. Praga, República Tcheca: HAL, 2015. p. 375-381.

\_\_\_\_\_. Supporting primary school teachers' classroom assessment in mathematics education: effects on student achievement. **Mathematics Education Research Journal**, v. 32, p. 449-471, 2019.

VERSCHUT, Anneke; BAKKER, Arthur. Towards evaluation criteria for coherence of a data-based statistics curriculum. In: READING, Chris (Ed.), **Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society**, **Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-8)**. Ljubljana, Eslovênia: International Statistical Institute, jul. 2010.

\_\_\_\_\_. Implementing a more coherent statistics curriculum. In: PYTLAK, Marta; ROWLAND, Tim; SWOBODA, Ewa (Eds.), **Probability and Statistics Education. Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)**. Rzeszow, Polônia: University of Rzeszow, fev. 2011. p. 915-924.

VOS, Pauline; BOS, Klaas. Trends (1995-1999) in performances of Dutch grade 8 students in TIMSS against the background of the realistic mathematics curriculum. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.), **Proceedings of the 25th Conference of the**

**International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-25)**. Utrecht, Holanda: Freudenthal Institute, 2001. v. 4, p. 383-390.

VULPERHORST, Jonne Pieter; WESSELS, Koen Rens; BAKKER, Arthur; AKKERMAN, Sanne Floor. How do STEM-interested students pursue multiple interests in their higher educational choice? **International Journal of Science Education**, v. 40, n. 8, p. 828-846, 2018.

WIJAYA, Ariyadi; DOORMAN, Michiel; KEIJZE, Ronald. Emergent Modelling; From Traditional Indonesian Games to a Standard Unit of Measurement. **Journal of Science and Mathematics**, v. 34, n. 2, p. 159-173, 2011.

WIJAYA, Ariyadi; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; DOORMAN, Michiel. Teachers' teaching practices and beliefs regarding context-based tasks and their relation with students' difficulties in solving these tasks. **Mathematics Education Research Journal**, v. 27, p. 637-662, 2015a.

\_\_\_\_\_. Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. **Educational Studies in Mathematics**, v. 89, p. 41-65, 2015b.

WIJAYA, Ariyadi; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; DOORMAN, Michiel; ROBITZSCH, Alexander. Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: an analysis of students' errors. **Mathematics Enthusiast**, v. 11, n. 3, p. 555-584, 2014.

WIJAYA, Ariyadi; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; DOORMAN, Michiel; VELDHUIS. Opportunity-to-Learn to Solve Context-based Mathematics Tasks and Students' Performance in Solving these Tasks - Lessons from Indonesia. **Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education**, v. 14, n. 10, 2018. Doi: 10.29333/ejmste/93420.

WIJERS, Monica. How to deal with Algebraic Skills in Realistic Mathematics Education? In: CHICK, H.; STACEY, K.; VINCENT, J. e VINCENT, J. (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra*, **Proceedings of the 12th ICMI Study Conference**. Melbourne, Australia: The University of Melbourne. 2002. p. 649-654.

WIJERS, Monica; BAKKER, Arthur; JONKER, Vincent. A framework for mathematical literacy in competence — based secondary vocational education. In: ARAÚJO, Adérito; FERNANDES, Antônio; AZEVEDO, Assis; RODRIGUES, José Francisco (Eds.), **Proceedings of the EIMI 2010 Conference on educational interfaces between mathematics and industry**. 2010. p. 583-597.

WIJERS, Monica; JONKER, Vincent; DRIJVERS, Paul. MobileMath: exploring mathematics outside the classroom. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, p. 789-799, 2010.

YUBERTA, Kurnia Rahmi; ZULKARDI, Zulkardi; HARTONO, Yusuf; VAN GALEN, Frans. Developing Student's Notion of Measurement Unit for Area. **Journal of Mathematics Educations**, v. 2, n. 2, p. 173- 184, jul. 2011.

ZHAO, Xiaoyan; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; VELDHUIS, Michiel. Classroom assessment techniques to assess Chinese students' sense of division. In: SUN, Xuhua; KAUR, Berinderjeet; NOVOTNÁ, Jarmila. (Eds.), *Primary mathematics study on whole numbers*. **Proceedings of the 23rd International Commission on Mathematical Instruction Study (ICMI Study 23)**. Macau, China: University of Macau, 2015. p. 496-503.

\_\_\_\_\_. Teachers' use of classroom assessment techniques in primary mathematics education - na explorative study with six Chinese Teachers. **International Journal of STEM Education**, v. 3, n. 19, 2016. Doi: 10.1186/s40594-016-0051-2.

\_\_\_\_\_. Using classroom assessment techniques in Chinese primary schools: Effects on student achievement. In: DOOLEY, Thérèse; GUEUDET, Ghislaine (Eds.), **Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-10)**. Dublin, Irlanda: CERME, 2017. p. 3604-3611.

\_\_\_\_\_. Chinese Primary School Mathematics Teachers' Assessment Profiles: Findings from a Large-Scale Questionnaire Survey. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 16, p. 1387–1407, 2018.

\_\_\_\_\_. Insights Chinese Primary Mathematics Teachers Gained into their Students' Learning from Using Classroom Assessment Techniques. **Education Sciences**, v. 9, n. 2, 2019a. Doi: 10.3390/educsci9020150.

\_\_\_\_\_. Assessment in the Hands of Primary School Mathematics Teachers: Four studies in China. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 21, n. 2, 2019b. Doi: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5131>.