



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

GUSTAVO GRANADO MAGALHÃES

**AVALIAÇÃO EM PRÁTICAS DE MODELAGEM
MATEMÁTICA NA SALA DE AULA**

Londrina
2021

GUSTAVO GRANADO MAGALHÃES

**AVALIAÇÃO EM PRÁTICAS DE MODELAGEM
MATEMÁTICA NA SALA DE AULA**

Dissertação apresentada ao Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida

Londrina
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

M188 Magalhaes, Gustavo Granado.
Avaliação em práticas de modelagem matemática na sala de aula / Gustavo Granado Magalhaes. - Londrina, 2021.
91 f. : il.

Orientador: Lourdes Maria Werle de Almeida.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2021.
Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Modelagem Matemática - Tese. 3. Avaliação - Tese. 4. Avaliação em modelagem matemática - Tese. I. Almeida, Lourdes Maria Werle de. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

GUSTAVO GRANADO MAGALHÃES

**A MOTIVAÇÃO DE ADOLESCENTES PARA
APRENDIZAGEM DE LÍNGUA ESTRANGEIRA:
PERCEPÇÕES DO CONTEXTO DE SALA DE AULA**

Dissertação apresentada ao Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^ª. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina – UEL

Prof. Dr. Jader Otavio Dalto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR CP

Prof. Dr. Jhony Alexander Villa-Ochoa
Universidade de Antioquía - Medellín, Colômbia

Prof^ª. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR – Londrina

Londrina, 15 de junho de 2021.

*À minha família, namorada e amigos
que me acompanharam, incentivaram
e fortaleceram em todos os momentos
possíveis!*

AGRADECIMENTOS

Essa é a parte da dissertação que ninguém lê, mesmo assim vamos agradecer.

Talvez eu tenha chamado a sua atenção com a frase acima, mas nada de especial irá acontecer. É apenas o meu senso de humor se manifestando no momento errado, rs.

Desenvolver esta dissertação foi um desafio longo e trabalhoso (em alguns momentos parecia que estava no fim, mas só parecia...), principalmente com a pandemia que estamos vivendo que, para além de desenvolver esta pesquisa ENFURNADO dentro de casa, não podia visitar meus amigos e família. Esse cenário transformou essa jornada em uma montanha russa, com mais descidas do que subidas, mas cá estamos! Nada teria se realizado sem o apoio contínuo de diversas pessoas, muitas que nem serão mencionadas nesse texto mas que estão em meus pensamentos! Dito isso, AGRADEÇO À/AOS

Minha família e namorada, que sempre estiveram enfurnados junto comigo, apoiando, julgando, refletindo, rindo, enfim...vivendo harmoniozamente.

Minha orientadora Lourdes Maria Werle de Almeida -“prof”, pela oportunidade de desenvolver esta pesquisa que envolveu muitas aprendizagens, crescimento pessoal e acadêmico, alegrias, discussões, enfim...muito obrigado!

Meus amigos do GRUPEMMAT, que para além de serem exemplos de pessoas e pesquisadores para mim, fizeram muitas contribuições para esta pesquisa (toda terça-feira).

Professores que aceitaram participar desta pesquisa (banca e entrevistas), que sempre estiveram disponíveis e de bom humor, mesmo fora do horário de serviço!

CAPES pelo apoio financeiro.

Todas as pessoas que não mencionei mas que também fizeram parte desta jornada.

*Eu eu não quero ser o primeiro,
Nem ser melhor do que ninguém.
Só quero viver em paz,
E ser tratado de igual para igual.
Pois em troca do meu carinho, do meu amor,
Eu quero ser compreendido e considerado.
E se for possível, também amado!*

Jorge Ben Jor

MAGALHÃES, Gustavo Granado. **Avaliação em práticas de modelagem matemática na sala de aula**. 2021. 91 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta uma investigação acerca da avaliação em modelagem matemática mediante dois objetivos. Primeiramente, tivemos a intenção de compreender como a avaliação em modelagem matemática vem sendo realizada na última década, buscando identificar os diferentes procedimentos e ferramentas utilizados nessas avaliações. Posteriormente, utilizamos os resultados desse primeiro momento com a intenção de desenvolver uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática. Os dados dessa pesquisa foram coletados mediante a definição de critérios para a seleção de textos. As análises realizadas seguiram os encaminhamentos de uma revisão sistemática e da análise documental. Optamos por organizar o relatório da pesquisa segundo o formato *multipaper*, envolvendo a realização de dois artigos. No primeiro artigo, realizamos uma pesquisa de caráter inventariante visando *buscar na literatura indicativos de como as práticas avaliativas em modelagem matemática vêm se caracterizando e quais os focos dessa avaliação*. Os resultados desse artigo evidenciam cinco possibilidades para a avaliação em modelagem matemática e sugerem que os encaminhamentos, propósitos e focos de avaliação em modelagem matemática vêm sendo esclarecidos. No segundo artigo, *objetivamos avançar os resultados identificados no artigo 1 a partir da proposta de uma ferramenta para avaliação em práticas de modelagem na sala de aula*. Os resultados desse artigo sugerem que a ferramenta de avaliação proposta está bem dimensionada e é capaz de subsidiar a avaliação em modelagem matemática considerando diferentes perspectivas de modelagem na sala de aula. Por fim, concluímos que a investigação realizada no artigo 1 e 2 subsidia e complementa os objetivos dessa pesquisa, visto que identificamos, na amostra considerada no primeiro artigo, como a avaliação em modelagem matemática vem sendo realizada na última década e, para além de identificar ferramentas e procedimentos utilizados, evidenciamos três focos de avaliação em modelagem matemática e, também, a ferramenta de avaliação proposta se mostrou relevante e eficaz para os professores que a utilizaram para corrigir atividades de modelagem matemática desenvolvidas em diferentes níveis de escolaridade e segundo diferentes perspectivas de modelagem matemática.

Palavras-chave: educação matemática; modelagem matemática; avaliação; ferramenta de avaliação.

MAGALHÃES, Gustavo Granado. **Assessment in mathematical modelling practices in the classroom**. 2021. 91 p. Dissertation (Master in Teaching Science and Mathematical Education) – State University of Londrina, Londrina, 2021.

ABSTRACT

This research presents an investigation about the evaluation in mathematical modeling through two objectives. First, we had the intention to understand how the evaluation in mathematical modeling has been carried out in the last decade, seeking to identify the different procedures and tools used in these evaluations. Subsequently, we used the results from that first moment with the intention of developing a tool for evaluation in mathematical modeling. The data for this research were collected by defining criteria for the selection of texts. The analyzes carried out followed the guidance of a systematic review and document analysis. We chose to organize the research report according to the multipaper format, involving the realization of two articles. In the first article, we carried out an inventory survey aiming to search the literature for indications of how the evaluative practices in mathematical modeling have been characterized and what the focus of this evaluation is. The results of this article show five possibilities for the evaluation in mathematical modeling and suggest that the guidelines, purposes and focus of evaluation in mathematical modeling have been clarified. In the second article, we aim to advance the results identified in article 1 from the proposal of a tool for assessment in modeling practices in the classroom. The results of this article suggest that the proposed assessment tool is well dimensioned and is able to support the assessment in mathematical modeling in different modeling perspectives. Finally, we conclude that the research carried out in articles 1 and 2 subsidize and complement the objectives of this research, since we identified, in the sample considered in the first article, how the evaluation in mathematical modeling has been carried out in the last decade and, in addition to identifying tools and procedures used, we show three focus of assessment in mathematical modeling and, also, the proposed assessment tool proved to be relevant and effective for the teachers who used it to correct mathematical modeling activities developed at different levels of schooling and according to different perspectives of mathematical modeling.

Keywords: mathematics education; mathematical modelling; assessment; assessment tool.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Ciclo de Modelagem Matemática sob uma perspectiva cognitivista.....	19
Figura 2 -	Os três sub-processos considerados nos itens atomísticos.....	19
Figura 3 -	Modelo de competência de modelagem considerado na avaliação	20
Figura 4 -	Escala Holística Focada para a fase de resolução	22
Figura 5 -	Abordagens, objetivos e perspectivas da Modelagem Matemática	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Funções da avaliação dos estudantes	15
Quadro 2 -	Resultado da análise inicial da amostra	36
Quadro 3 -	Síntese em relação a dois aspectos considerados por Mogens Niss	45
Quadro 4 -	Possibilidades para a avaliação em modelagem matemática identificadas	47
Quadro 5 -	Ferramenta de avaliação para a dimensão do fazer modelagem matemática	66
Quadro 6 -	Ferramenta de avaliação para a dimensão do uso da matemática	67
Quadro 7 -	Ferramenta de avaliação para a dimensão da abordagem da situação da realidade	68
Quadro 8 -	Ferramenta de avaliação em modelagem matemática na sala de aula	68
Quadro 9 -	Dimensão da abordagem da situação da realidade revisada	77
Quadro 10 -	Síntese das análises	83

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	
1	INTRODUÇÃO 13
1.1	INTRODUÇÃO AO TEMA E JUSTIFICATIVA 13
1.2	OBJETIVOS DA PESQUISA 23
1.3	ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA 24
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO: O FORMATO MULTIPAPER 25
1.5	REFERÊNCIAS 28
CAPÍTULO 2	
2	ARTIGOS DA DISSERTAÇÃO 31
2.1.1	ARTIGO 1 31
2.1.2	RESUMO 31
2.1.3	INTRODUÇÃO 31
2.1.4	MÉTODO 34
2.1.5	O ESCOPO DA PESQUISA 34
2.1.6	ANÁLISE INICIAL 36
2.1.7	ANÁLISE DETALHADA 37
2.1.8	A SÍNTESE CONSTRUÍDA A PARTIR DA ANÁLISE DETALHADA 45
2.1.9	AGRUPANDO IDEIAS RELATIVAS À AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA 46
2.1.10	CONSIDERAÇÕES FINAIS 52
2.1.11	REFERÊNCIAS 53
2.2.1	ARTIGO 2 56
2.2.2	RESUMO 56
2.2.3	INTRODUÇÃO 56
2.2.4	ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA 57
2.2.5	INTERPRETAÇÕES PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA 58
2.2.6	INTERPRETAÇÕES PARA A AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA 61
2.2.7	CONSTRUINDO UMA FERRAMENTA PARA AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA 64
2.2.8	EM BUSCA DE UMA VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA 70
2.2.9	CONSIDERAÇÕES FINAIS 78
2.2.10	REFERÊNCIAS 79
3	CONSIDERAÇÕES FINAIS 82
	REFERÊNCIAS 85

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO AO TEMA E JUSTIFICATIVA

As discussões relativas à modelagem matemática e sua repercussão para o ensino e a aprendizagem têm sido recorrentes na última década (BLUM, 2015; YENMEZ et al., 2017; MARTINEZ; VOS, 2017; GREEFRATH; HERTLEIF; SILLER, 2018).

Apesar de compartilhar o objetivo de aprimorar e inovar o ensino e a aprendizagem da Matemática, as conceituações para a modelagem matemática na área da Educação Matemática dependem das perspectivas teóricas adotadas (BALI; JULIE; MBEKWA, 2020; KAISER; SRIRAMAN, 2006).

Kaiser e Sriraman (2006) apresentam uma classificação de seis perspectivas de modelagem matemática de acordo com os seus objetivos centrais, a saber, modelagem realista ou aplicada; modelagem contextual; modelagem educacional, diferenciada em a) modelagem didática e b) modelagem conceitual; modelagem sócio-crítica; e modelagem teórica ou epistemológica.

Considerar uma perspectiva para a modelagem matemática implica em estabelecer diferentes objetivos para a sua utilização e, conseqüentemente, diferentes maneiras de desenvolver atividades de modelagem matemática na sala de aula.

Nesta pesquisa pensamos a modelagem matemática na sala de aula enquanto uma “alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, uma situação-problema não matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, p. 9, 2012). Neste entendimento, em uma atividade de modelagem¹,

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Um aspecto que ainda é relativamente pouco discutido na literatura diz respeito à avaliação quando se trata do uso da modelagem matemática na sala de aula. Considerando a pluralidade de possibilidades para o desenvolvimento de atividades de modelagem na

¹ Neste texto, o termo modelagem deve sempre ser entendido como modelagem matemática.

sala de aula, como avaliar os estudantes em atividades de modelagem é um aspecto que merece atenção.

Por um lado, há na literatura, relatos que exibem a necessidade de mais pesquisas envolvendo a temática da avaliação em modelagem matemática (FIGUEIREDO; KATO, 2012; FREDJ, 2013; VELEDA; BURAK, 2016). Por outro lado, estudos envolvendo esta temática aparecem associados a diversos contextos, como por exemplo, o desenvolvimento de competências (ZOTTL; UFER; REISS, 2011; AYDIN-GUÇ; BAKI, 2018), os modos de avaliação em modelagem matemática (FREDJ, 2013), a formação inicial e continuada de professores (OLIVEIRA; KATO, 2017; DAWN, 2018), a elaboração de ferramentas de avaliação (VELEDA; BURAK, 2020; SILVA; DALTO, 2017; FIGUEIREDO; KATO, 2012), entre outros aspectos.

Reflexões sobre a avaliação em modelagem matemática não são independentes de considerações relativas às práticas avaliativas no âmbito escolar, da conceitualização e das funções da avaliação neste contexto.

Niss (1993a) ressalta que muito se tem discutido na área da Educação Matemática, principalmente no que tange aos diferentes métodos contemporâneos de trabalhar na aula de Matemática. Todavia, gerou-se uma lacuna referente às práticas avaliativas tradicionais. Essa lacuna, trouxe à tona a avaliação para a agenda dos educadores matemáticos.

Mesmo com avanços relacionados à literatura da avaliação, por exemplo, nas indicações encontradas em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) no qual a avaliação é vislumbrada enquanto um processo contínuo e integrado ao processo educacional, a avaliação escolar parece ainda estar mais voltada para a classificação, seleção e punição dos estudantes (BURIASCO, 2000; BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009).

Nesse âmbito, a avaliação é baseada na dicotomia aprovação/reprovação, deixando de ser tomada como um processo e passando a ser caracterizada como uma etapa final, visando apenas a verificação da retenção ou não dos conteúdos trabalhados (BURIASCO, 2000).

Definir avaliação, ou tentar definir o que é avaliar, não é uma tarefa simples, pois esse termo pode assumir uma variedade de significados. Sobre essa questão, Sacristan (1998) aponta que a avaliação é uma prática muito difundida no sistema escolar, independente do nível de ensino e suas respectivas modalidades/particularidades.

Assim, Sacristan (1998) declara que quando consideramos esta visão para a avaliação, como uma prática, estamos frente a uma atividade que se “desenvolve seguindo certos usos, que cumpre múltiplas funções, que se apoia numa série de ideias e formas de realizá-las e que é a resposta a determinados condicionamentos do ensino”(p. 295).

Segundo Hadji (1994) a avaliação tem o papel característico de um elemento no conjunto das atividades da sala de aula em que está integrada. Este autor apresenta três funções para a avaliação dos estudantes e as relaciona com diferentes objetivos de ordem pedagógica e/ou social, como ilustrado no Quadro 1.

Quadro 1 - Funções da avaliação dos estudantes

OBJETIVO DA AVALIAÇÃO	USO SOCIAL	FUNÇÃO PRINCIPAL	TIPO DE AVALIAÇÃO
Inventário	Verificar (pôr à prova)	Certificar	Somativa
Diagnóstico	Situar um nível Compreender dificuldades	Regular	Formativa
Prognóstico	Predizer	Orientar	Preditiva

Fonte: adaptado de (HADJI, p.63, 1994)

De acordo com Hadji (1994), se o objetivo da avaliação, ou seja, aquilo a que ela se propõe, é fazer um inventário dos conhecimentos e aquisições dos aprendentes, configura-se um objetivo de ordem pedagógica e/ou social de verificação do domínio das competências e capacidades postas na atividade de ensino e, conseqüentemente, a função principal deste tipo de avaliação é certificar o sucesso ou a falta dele nos comportamentos e capacidades socialmente desejados e necessários para a obtenção de uma certificação, como um diploma, por exemplo.

Este tipo de avaliação geralmente se apresenta como um momento de provação para os estudantes e é classificada por Hadji (1994) como avaliação somativa, visto que a partir de alguns instrumentos de avaliação, geralmente a aplicação de provas escritas, busca-se realizar um inventário das notas e ao final classificar os alunos em determinado nível.

Agora, se a finalidade da avaliação é diagnóstica, Hadji (1994) aponta que sua principal função é a regulação dos processos de ensino e de aprendizagem e podem se caracterizar dois objetivos de ordem pedagógica e/ou social. Primeiro, é necessário situar o nível das aptidões, necessidades ou interesses e verificar a presença de pré-requisitos

nos estudantes. Após isto, é o momento de compreender as dificuldades apresentadas pelos estudantes a fim elaborar e/ou (re)adequar as estratégias de condução e, logo, de remediação destas dificuldades.

Com finalidade diagnóstica, a avaliação é considerada por Hadji (1994) enquanto avaliação formativa e, apesar de envolver inicialmente um objetivo similar à avaliação somativa (verificar e situar um nível), a avaliação formativa deve ocorrer sempre que necessário e não em momentos pontuais, de modo que o educador e o aprendente estabeleçam diálogos e em conjunto sejam capazes de constantemente regular e guiar o processo de aprendizagem a fim de favorecer a formação.

Por fim, se a avaliação tem finalidade prognóstica, fala-se da avaliação preditiva, em que a sua função principal é orientar o avaliador sobre as modalidades e sequências de formação mais adequadas para os aprendentes. Para isto, é necessário que os interesses, capacidades, competências, etc., de cada aprendente sejam identificados e o educador seja capaz de cumprir o objetivo deste tipo de avaliação, para predizer e decidir sobre o melhor caminho a ser tomado para o processo de formação destes alunos.

Nesta pesquisa, defendemos a avaliação enquanto um processo contínuo de regulação das aprendizagens dos estudantes, se aproximando da classificação de avaliação formativa sugerida por Hadji (1994). Neste âmbito, consideramos que proporcionar um ambiente tranquilo e colaborativo em sala de aula, em que o diálogo, apoio e orientação são possíveis, favorece ao estudante trabalhar sua autonomia e realizar a regulação e correção das suas atividades e aprendizagens.

Entretanto, não podemos desconsiderar que no Brasil o educador é responsável pela elaboração de um conceito, uma nota, no final do processo de formação dos estudantes a fim de apontar a sua aprovação, reprovação ou a indicação para classes especiais (VELEDA, 2020). Neste sentido, Hadji (1994) indica que:

Qualquer que seja a nossa concepção da avaliação, e qualquer que seja a sua função principal, devemos, para poder avaliar, considerar um certo número de dispositivos. É fundamental precisar as circunstâncias (Quando? Em que contexto?), prever os instrumentos a utilizar, distribuir as tarefas, etc. Poderemos então definir o dispositivo como o conjunto das modalidades previstas de levantamento e tratamento da informação. (HADJI, p. 147/148, 1994).

Desta forma, para discutir os diferentes dispositivos de avaliação em modelagem matemática é preciso pensar nas circunstâncias (quando, em que contexto), nos

instrumentos usados para a avaliação bem como sua finalidade em determinado ambiente educacional.

Para designar o processo/momento da avaliação responsável pelo levantamento dos dados/informações para proceder a avaliação, utilizamos o termo “instrumento”. Logo, em uma aula de Matemática em que se visa avaliar os alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática, consideramos que o instrumento de avaliação para a coleta de informações é o próprio desenvolvimento de atividades de modelagem na sala de aula. A questão que emerge nesse contexto é: como obter uma nota para os alunos nesse desenvolvimento?

Hadji (1994) nos direciona para uma resposta ao colocar que:

O verdadeiro problema do avaliador não é o de inventar um sistema pertinente de notação, mas o de decidir o que significa e o que "vale" tal ou tal nota [...] Ou seja, a avaliação é uma nova maneira de afirmar que os indicadores só podem indicar ou significar alguma coisa em referência a critérios (HADJI, p. 74, 1994).

É neste sentido que entendemos o termo “critério”, para servir de base ao julgamento/interpretação dos indicadores, ou seja, os critérios de avaliação servem como uma ferramenta de referência para a atribuição da nota, seja ela expressa de forma quantitativa ou como um conceito com característica qualitativa.

Mas então, como avaliar em modelagem matemática? Em outras palavras, quais dispositivos de avaliação em modelagem matemática podemos usar? A fim de responder esta questão, discorreremos, inicialmente, sobre possibilidades e dispositivos de avaliação em modelagem desenvolvidos no contexto internacional e, na sequência, sobre o dispositivos desenvolvidos no contexto nacional.

Gostaríamos de destacar, no contexto internacional, o artigo intitulado “Modes of modelling assessment – a literature review”, “Modos de avaliação em modelagem – uma revisão de literatura”. Neste artigo, Fredj (2013) realiza uma vasta revisão de literatura envolvendo publicações de conferências e revistas internacionais que considerou relevantes para a modelagem matemática naquela época, movimento que gerou um total de 706 artigos e destes, apenas 76 eram relacionados à avaliação em modelagem. A análise empreendida sobre estes 76 artigos teve como objetivo identificar abordagens utilizadas ou sugeridas para avaliar as competências dos estudantes e, com isso, cinco

modos de avaliação foram identificados: os *testes escritos, projetos, tarefas práticas, portfólio e competições* (tradução nossa)².

O que nos chama a atenção nesta revisão de Fredj (2013), para além da pequena parcela de artigos relacionados com a avaliação em modelagem, cerca de 10% dos artigos considerados na amostra, é a delimitação da análise empreendida pelo autor. No contexto internacional, de modo geral, o desenvolvimento de estudos e pesquisas sobre avaliação em modelagem aparecem associados à promoção, performance, mensuração, entre outros, da competência e sub-competências de modelagem matemática dos estudantes.

Uma explicação para esta recorrência pode ser atribuída ao fato de que a modelagem matemática, nos últimos anos, tem sido incluída no currículo de diferentes países como uma das competências matemáticas a serem desenvolvidas nos estudantes (CHANG et al., 2020; DAWN, 2018; YENMEZ et al., 2017; FREDJ, 2013; etc.).

Não existe um consenso sobre a definição de competência de modelagem matemática, mas, como ressaltado por Fredj (2013), na amostra considerada, todas elas parecem captar aspectos que são necessários para perpassar os processos de modelagem. Um entendimento para as competências, de acordo com Maass (2006), pode ser: “competências de modelagem incluem habilidades e aptidões para realizar processos de modelagem de maneira adequada e orientada para objetivos, bem como a disposição de colocá-las em ação”³ (p. 117).

Neste sentido, devido à utilização e reconhecimento internacional dos esquemas cíclicos de representação das etapas e processos de modelagem, geralmente, para avaliar a competência de modelagem, associa-se estas competências com ciclos de modelagem matemática. Tomemos como exemplo, o artigo desenvolvido por Zottl, Ufer e Reiss (2011), identificado por Fredj (2013) como um modo de teste escrito utilizado para avaliar a competência de modelagem matemática.

O teste escrito desenvolvido por Zottl et al. (2011) era composto por doze itens divididos em quatro categorias, em três destas categorias, utiliza-se itens relacionados com diferentes subprocessos de modelagem e, na quarta categoria, utiliza-se tarefas de modelagem curtas, mas completas, ou seja, tarefas com o enunciado já elaborado e que exigem os três subprocessos considerados nos outros itens.

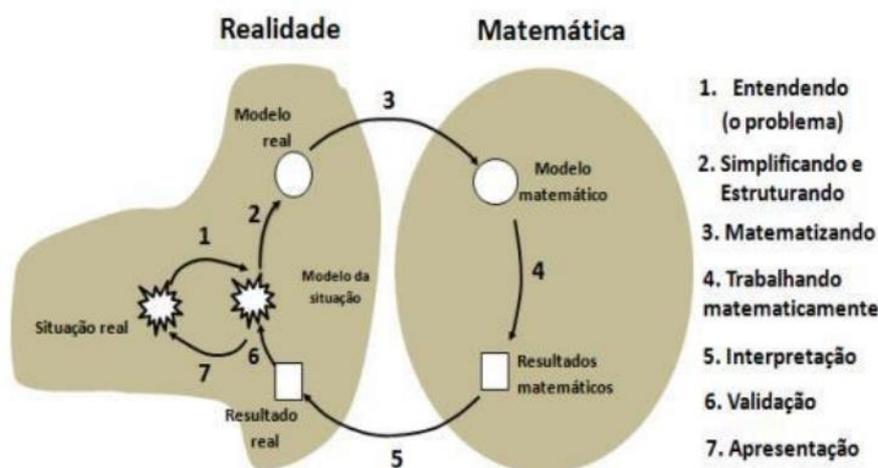
² “Written tests, projects, hands-on tests, portfolio and contests are modes of modelling assessment identified in this study” (FREDJ, 2013, p. 20)

³ “[m]odelling competencies include skills and abilities to perform modelling processes appropriately and goal-oriented as well as the willingness to put these into action.” (FREDJ, 2013, p. 3)

Em outras palavras, esses autores desenvolveram um teste escrito “misto”, termo denominado para se referir a abordagem da avaliação em modelagem que combina atividades de modelagem atomísticas, que envolvem processos específicos de modelagem, e atividades de modelagem holísticas, que exige que os estudantes realizem todos os processos de modelagem (AYDIN-GUÇ; BAKI, 2018).

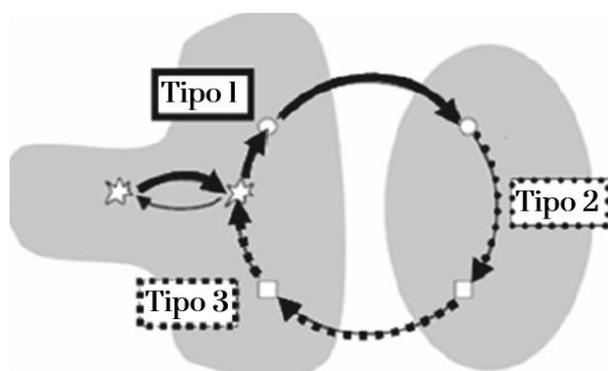
Neste contexto, para construir o teste escrito e avaliar a competência de modelagem dos estudantes, Zottl et al. (2011) tomam como base o ciclo de modelagem representado na Figura 1 e, a partir dele, consideram os três processos que serão avaliados com as atividades de modelagem atomísticas, como representado na Figura 2.

Figura 1- Ciclo de Modelagem Matemática sob uma perspectiva cognitivista



Fonte: traduzido de Zottl et al. (2011).

Figura 2 - Os três sub-processos considerados nos itens atomísticos

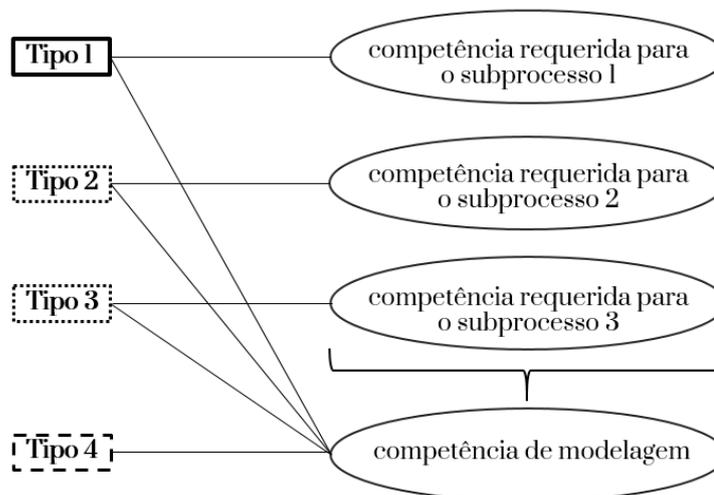


Fonte: traduzido de Zottl et al. (2011).

A associação entre a competência e os processos de modelagem representados neste ciclo de modelagem é que, ao considerar os itens do tipo 1, avalia-se apenas as sub-competências necessárias para construir um modelo matemático, os itens do tipo 2

consideram a avaliação de competências intra-matemáticas e, os itens do tipo 3, avaliam as sub-competências necessárias para interpretar um resultado matemático e validá-lo em relação ao fenômeno e ao modelo matemático. Resultando em um modelo de competência que enfoca os diferentes componentes da competência de modelagem em vez de diferentes níveis de competência, como representado na Figura 3.

Figura 3 - Modelo de competência de modelagem considerado na avaliação



Fonte: traduzido de Zottl et al. (2011).

Trazendo a discussão para o contexto brasileiro, ainda há a escassez de pesquisas sobre avaliação em modelagem matemática.

Veleda e Burak (2020), com base em Perrenoud (1999), consideram que o termo competência se remete à capacidade de agir em determinada situação, ou seja, ao “saber mobilizar”, e o termo habilidade ao “saber fazer”, ou seja, remete a habilidades concretas. Partindo deste entendimento e considerando as cinco etapas de Modelagem Matemática propostas por Burak (2010), os autores propõem uma ferramenta de avaliação das competências para práticas com modelagem matemática que leva em consideração que, ao perpassar pelas cinco etapas de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, os estudantes realizam diversas ações distintas que se relacionam com determinadas habilidades e competências.

Assim, para a construção da ferramenta, os autores descrevem ações, habilidades, competências, interesses e valores envolvidos em cada uma das cinco etapas de modelagem matemática e organizam essas informações na forma de uma ferramenta que possibilita ao professor o acompanhamento das evoluções dos estudantes no decorrer de

práticas com modelagem. Apesar de também considerar os processos/ações realizadas pelos alunos em atividades de modelagem matemática, a definição de competência adotada por Veleda e Burak (2020) mostra um caminho diferente dos tomados internacionalmente para a avaliação das competências, principalmente por considerar a competência de forma mais ampla, envolvendo não só os processos de modelagem, mas também as habilidades, atitudes e valores dos estudantes a partir de seus contatos com o mundo em que vivem.

As pesquisas relativas à avaliação em modelagem matemática no cenário brasileiro não possuem foco na avaliação da competência de modelagem, mas estão voltadas para a avaliação dos processos e ações desempenhadas pelos alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática. De modo geral, estas pesquisas envolvem a elaboração de critérios de avaliação para cada processo e sub-processo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática de acordo com alguma perspectiva de modelagem, associando a estes critérios a um esquema de pontuação formal.

Por exemplo, Silva e Dalto (2017), considerando as etapas de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a saber, a inteiração, matematização, resolução e interpretação dos resultados, elaboram critérios de avaliação que contemplam as ações dos alunos em cada etapa e associam estes critérios com uma escala holística focada⁴, permitindo a atribuição de até 2 e/ou 4 pontos. A Figura 4, representa a escala e critérios elaborados para a fase da resolução.

⁴ Uma forma de transformar o desempenho dos alunos em nota numérica ou conceito a partir da produção escrita de alunos ao resolverem problemas é a utilização da escala holística focada. Esta escala atribui, de acordo com as características do trabalho, de 0 a 4 pontos. Os critérios utilizados para atribuir esses pontos são definidos em consonância com o tipo de problema que está sendo avaliado (SILVA; DALTO, 2017).

Figura 4 - Escala Holística Focada para a fase da resolução

Dedução do modelo matemático		Resultados matemáticos	
4	Expressa um modelo matemático que representa a situação-problema.	Explicação de procedimentos	
3	Expressa um ou mais modelos matemáticos que não representam a situação-problema.	2	Explica corretamente os raciocínios usados na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
2	Expressa apenas um modelo matemático que não representa a situação-problema.	1	Apresenta algumas falhas nos raciocínios usados e na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
1	Há registros de um modelo matemático não expresso.	0	Não explica as razões para a seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
0	Não há registro remetendo a um modelo matemático.	Persistência na resolução	
		2	Realiza os cálculos solicitados mesmo que sejam encontradas dificuldades.
		1	Realiza parte dos cálculos solicitados, desistindo ao encontrar dificuldades.
		0	Não realiza os cálculos solicitados ou desiste facilmente ao encontrar dificuldades.
		Flexibilidade na resolução	
		2	Percebe que os métodos utilizados são adequados e/ou propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.
		1	Percebe que os métodos utilizados não são adequados e propõe outros métodos não-adequados de resolução dos cálculos solicitados.
		0	Não percebe que os métodos utilizados não são adequados nem propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.

Fonte: adaptado de Silva e Dalto (2017)

Em relação ao desenvolvimento de pesquisas de mestrado e doutorado sobre avaliação em modelagem, Veleda e Burak (2016) identificaram que, no contexto brasileiro, apenas uma dissertação de mestrado e nenhuma tese de doutorado, entre os anos de 2001 à 2013, abordam esta temática. A única dissertação referida acima é a pesquisa realizada por Figueiredo (2013), em que a autora, partindo da carência de instrumentos de avaliação da aprendizagem dos alunos envolvidos em atividades de modelagem, propõe três parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa⁵ dos estudantes e, sugere, que esta avaliação ocorra após o desenvolvimento da atividade de modelagem com a intenção de verificar se os estudantes compreenderam os conceitos matemáticos e se são capazes de relacioná-los com outras situações.

Anchieta (2017) teve como objetivo analisar uma proposta de avaliação da aprendizagem nas atividades de modelagem e, desta forma, a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na sala de aula, com e sem a proposta de avaliação mediadora⁶, foi possível notar que esta permitiu identificar, registrar e

⁵ “Segundo Ausubel (1968), a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, às ideias, conceitos e proposições relevantes, já estabelecidos e disponíveis na estrutura cognitiva de quem aprende” (FIGUEIREDO, 2013, p. 29).

⁶ A nossa proposta metodológica de avaliação da aprendizagem nas atividades de Modelagem Matemática se fundamenta numa avaliação mediadora, observando o desenvolvimento de cada etapa do processo de Modelagem Matemática. Nesse sentido, a proposta é construída com base na avaliação mediadora que se dá pela proximidade entre aluno e professor, possibilitando ao aluno situações desafiadoras (ANCHIETA, 2017, p.63).

colaborar com a transição das etapas de modelagem utilizadas naquela pesquisa e ainda, nos entraves e dificuldades apresentados pelos alunos.

Veleda (2018) buscou discutir elementos que sustentam o início de uma teorização para a avaliação em modelagem matemática, resultando, que esta avaliação, deve ser integrada aos processos de ensino e aprendizagem e, também, deve avaliar os estudantes de forma contínua e completa, permitindo a identificação do que os alunos já sabem e o que necessita de mais orientações, como considerado na ferramenta de avaliação proposto em Veleda e Burak (2020).

Apesar dos diferentes caminhos percorridos e dispositivos desenvolvidos para avaliação em modelagem matemática nos contextos nacional e internacional, ainda não parece haver uma discussão robusta sobre a avaliação considerando diferentes perspectivas de modelagem matemática, conforme caracterizadas em Kaiser e Sriraman (2006), Galbraith (2012) e Blum (2015).

Assim, considerando o cenário exposto até aqui, nos propomo a (re)pensar encaminhamentos adotados nas práticas avaliativas em modelagem matemática na sala de aula e, ainda, avançamos nestas discussões com a sugestão de uma nova ferramenta para avaliação em modelagem matemática, em que se busca avaliar a modelagem continuamente, com base nos critérios elaborados na ferramenta e em que, ao término da avaliação, o professor é capaz de elaborar uma nota considerando diferentes pesos de acordo com os seus objetivos com o uso da modelagem matemática na sala de aula.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Levando em consideração a relevância de conhecer como se dá a avaliação em modelagem matemática bem como a importância do uso de ferramentas adequadas para essa avaliação, na presente pesquisa, temos como objetivos:

1. Investigar como a avaliação em modelagem matemática vem sendo realizada nas últimas décadas identificando ferramentas e procedimentos usados na área de Modelagem Matemática na Educação Matemática.
2. Desenvolver uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática que pode ser aplicável à avaliação considerando diferentes usos e finalidades da modelagem matemática na sala de aula.

1.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Almejando os objetivos, entendemos que estes nos direcionam para o desenvolvimento de uma pesquisa cuja abordagem metodológica pode ser melhor descrita como uma pesquisa qualitativa.

Segundo Creswell (2007), grande parte da pesquisa qualitativa se configura enquanto um processo investigativo, em que o pesquisador, ao catalogar, comparar, contrastar, reproduzir e classificar o objeto em estudo, compreende gradualmente o sentido de um fenômeno, de modo que “o objetivo da pesquisa qualitativa é entender determinada situação social, fato, papel, grupo ou interação” (CRESWELL, 2007, p. 202).

Podemos afirmar que os objetivos desta pesquisa estão alinhados com os aspectos destacados acima, visto que, para *investigar como a avaliação em Modelagem Matemática vem sendo realizada nas últimas décadas identificando ferramentas e procedimentos usados na área de Modelagem Matemática na Educação Matemática*, primeiramente pesquisamos, catalogamos, analisamos e classificamos pesquisas sobre avaliação em modelagem, possibilitando uma compreensão gradual sobre este objeto em estudo, particularmente, sobre o papel que a avaliação em modelagem tem assumido e, posteriormente, utilizamos esta compreensão do objeto de estudo a fim de avançar sobre os resultados encontrados a partir do desenvolvimento da ferramenta de avaliação.

Ainda, para efetivar os procedimentos realizados nesta pesquisa, nos apoiamos em três características das pesquisas qualitativas descritas por Bryman (2012). Adotamos assim, uma visão indutiva na relação entre pesquisa e teoria, em que a teoria é gerada a partir das pesquisas e assumimos uma posição interpretativista, o que implica no entendimento do fenômeno em estudo a partir do exame e interpretação dos componentes deste fenômeno. Por fim, consideramos uma posição construcionista, em que as propriedades do fenômeno emergem como resultado das interações entre seus componentes. Em outras palavras, Creswell (2007) destaca que as pesquisas qualitativas:

- (1) Usam um raciocínio complexo multifacetado; interativo e simultâneo. Embora o raciocínio seja, em grande parte, indutivo, tanto os processos indutivos como os dedutivos estão funcionando. O processo de pensamento também é interativo, fazendo um ciclo que vai da coleta e análise de dados até a reformulação do problema e voltando.
- (2) São fundamentalmente interpretativas. Isso significa que o pesquisador faz uma interpretação dos dados. Isso inclui o desenvolvimento da descrição de uma pessoa ou de um cenário, análise de dados para identificar temas ou categorias e, finalmente, fazer uma interpretação ou tirar conclusões sobre seu significado, pessoal e teoricamente,

mencionando as lições aprendidas e oferecendo mais perguntas a serem feitas.

- (3) São emergentes em vez de estritamente pré-configurada.
- (4) Adotam e usam uma ou mais estratégias de investigação como um guia para os procedimentos no estudo qualitativo (CRESWELL, p. 186-187, 2007).

Neste sentido, a estruturação da lente teórica que utilizamos nesta pesquisa, se deu a partir de um olhar indutivo e interpretativo sobre pesquisas que envolvem a avaliação em modelagem, em que adotamos mais que uma estratégia para esta investigação, realizada no primeiro artigo, e posteriormente, utilizamos esta lente teórica com a intenção de avançar as pesquisas que envolvem a temática em estudo, no segundo artigo. A coleta e análise dos dados, assim como o estudo teórico proposto, seguem as orientações de pesquisa qualitativa descritas nesta seção e, as estratégias auxiliares utilizadas serão descritas com maiores detalhes na próxima seção.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO: O FORMATO MULTIPAPER

A estrutura do relatório de pesquisa desta dissertação segue as diretrizes do formato *multipaper*.

Duke e Beck (1999), ao discorrer sobre os formatos alternativos de dissertações, colocam que as críticas do formato tradicional⁷ de escrita “eram baseadas na crença de que ao escrever uma dissertação no estilo tradicional não se cultiva as habilidades de escrita necessárias para suceder no mundo real de pesquisas científicas” (p. 33). O que os autores querem dizer ao colocar essa crítica é que, dada a opção para o estudante de escrever sua dissertação como uma série de artigos a serem publicados, para além de atingir um público maior de leitores e, conseqüentemente ter maiores chances de promover impactos na área, o trabalho realizado por este estudante é mais condizente com sua futura carreira enquanto pesquisador.

Mutti e Klüber (2018), a partir do levantamento e análise de documentos que regem a elaboração de dissertações e teses, nos programas de pós-graduação *stricto sensu* brasileiros nas áreas de Educação e Ensino, concluem que estes aparentam seguir um movimento de abertura ao formato *multipaper* de escrita, principalmente, pelo aceite do formato em programas de universidades relevantes no desenvolvimento de pesquisas nas

⁷ Duke e Beck (1999) colocam que por formato tradicional “queremos dizer um documento extenso sobre um único tópico apresentado por meio de capítulos separados para a introdução, revisão de literatura, metodologia, resultados e conclusão” (p. 31).

áreas de Educação, Ciências e Educação Matemática, como na Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Maringá (UEM), entre outras.

Em suas análises, Mutti e Klüber (2018) construíram três grandes categorias ou núcleos de ideias, compostos por unidades de significado convergentes sobre os documentos analisados. A primeira categoria envolve unidades de significado que descrevem exigências e ponderações sobre a apresentação de dissertações e teses no formato *multipaper*, como de possuir, até no ato da defesa, artigos prontos para submissão, já submetidos ou aceitos para publicação em periódicos com Qualis A1, A2, B1 ou B2.

A segunda categoria envolve unidades de significado que descrevem particularidades e elementos básicos para dissertações e teses neste formato, e, por fim, a terceira categoria, envolve unidades de significado sobre orientações para a elaboração dos artigos que comporão a dissertação ou tese, de modo que estes devem abarcar temas relacionados às linhas de pesquisa do programa, além de que, os artigos, devem ser conectados por elementos comuns havendo, entre eles, um alinhamento teórico-metodológico sobre o tema investigado na dissertação ou tese.

O presente relatório de pesquisa está organizado de acordo com as diretrizes do formato *multipaper* em três capítulos, como detalhado a seguir.

No Capítulo 1 – *Introdução*, apresentamos a nossa visão para os conceitos de modelagem matemática e avaliação e realizamos uma discussão a respeito de pesquisas sobre avaliação em modelagem matemática; apresentamos os objetivos da dissertação bem como os aspectos metodológicos desta pesquisa.

No Capítulo 2 – *Artigos da dissertação*, apresentamos os dois artigos que fazem parte desta dissertação.

O primeiro artigo, “*Como a avaliação em modelagem matemática vem se caracterizando: focos e possibilidades*”, apresenta uma análise de pesquisas nacionais e internacionais relativamente aos encaminhamentos, procedimentos e finalidades da avaliação em modelagem matemática.

Neste artigo, a análise realizada de artigos publicados entre 2010 e 2020 e selecionados mediante critérios que especificamos no texto do artigo 1, leva em consideração uma discussão sobre avaliação em modelagem matemática introduzida por Mogen Niss em 1993 e está relatada em Niss (1993b). O artigo 1 consiste, portanto, em uma pesquisa inventariante mediada por uma revisão sistemática, conforme caracterizado

em Bryman (2012) a partir de quatro etapas: (1) definição do propósito e escopo da revisão sistemática de literatura relativa a um assunto; (2) busca por estudos relevantes para delimitar o escopo do que se deseja pesquisar; (3) análise preliminar do material selecionado; e (4) análise detalhada do material selecionado e uma síntese das ideias. O objetivo do artigo consiste em elucidar como a avaliação em modelagem matemática vem sendo concebida e praticada e como ela atende ou reflete as questões sobre avaliação em modelagem matemática enunciadas em Niss (1993b).

No segundo artigo, “*Propondo uma ferramenta para a avaliação em modelagem matemática*”, articulações entre as bases teóricas de avaliação e modelagem matemática construíram um cenário para a construção de uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática. Assim, o artigo apresenta a construção de uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática visando oferecer possibilidades para a avaliação em atividades de modelagem desenvolvidas considerando diferentes perspectivas da modelagem matemática na sala de aula.

Considerando as restrições de realização de pesquisa empírica para validar a ferramenta, submetemos a ferramenta a uma validação mediante seu uso por professores familiarizados com a modelagem matemática na sala de aula e que atuam em diferentes níveis de escolaridade, buscando evidências sobre dois aspectos relativos ao uso da ferramenta: (1) a clareza e suficiência/relevância dos critérios elaborados; (2) a precisão da nota e, conseqüentemente, da escala de pontuação utilizada.

Do ponto de vista metodológico, neste artigo nos fundamentamos em Bryman (2012), que indica um método de pesquisa em que se adota uma “visão indutiva das relações entre teoria e pesquisa, em que a primeira é gerada a partir da última” (p. 380) e assumimos, por um lado, um posicionamento epistemológico interpretativo e indutivo sobre o resultado de pesquisas que envolvem os temas avaliação e perspectivas de modelagem matemática, a fim de examinar e compreender o contexto envolvido nesta pesquisa. Por outro lado, uma posição construcionista ao nos propormos avançar na teorização relativa à avaliação em modelagem matemática a partir da construção de uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática na sala de aula.

No Capítulo 3 – *Considerações Finais*, apontamos os percalços e resultados identificados na realização da pesquisa e realizamos uma discussão sobre as possíveis conexões e contribuições deste trabalho para o Esino da Matemática e para a comunidade da modelagem matemática na Educação Matemática.

1.5 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ANCHIETA, R. J. F. **Avaliação formativa de aprendizagem em modelagem matemática**. 2017. 180 f. Tese (doutorado) - Rede Amazonica de Educação em Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2017.

ARAÚJO, J. L. Brazilian research on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 42, n. 2-4, p. 337-348, 2010.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: A cognitive view**. New York, Holt, Rinehart and Winston Inc., 1968.

AYDIN-GUC, F.; BAKI, A. Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 38, n. 4, p. 191-215, 2018.

BALI, M.; JULIE, C.; MBEKWA, M. Occurrences of Mathematical Modelling Competencies in the Nationally Set Examination for Mathematical Literacy in South Africa. In: G. Stillman et al. (Eds.), **Mathematical Modelling Education and Sense-making**, p. 361-370, 2020.

BICCARD, P.; WESSELS, D. Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: G. A. Stillman et al. (Eds.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 589–599, 2017.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BOWEN, G. A. Document analysis as a qualitative research method. **Qualitative Research Journal**, v. 9, n. 2, p. 27–40, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de quinta a oitava séries**. Brasília, 1998.

BRYMAN, A. **Social research methods**: 4° ed. Oxford: Oxford University Press, 2012.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v.1, n.1, 2010.

BURIASCO, R. L. C. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Avaliação Educacional**, v. 22, p. 155-178, 2000.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A; CIANI, A. B. Avaliação como prática de avaliação (alguns apontamentos). **Bolema**, v. 22, n. 33, p. 69-96, 2009.

CHANG, Y. P.; KRAWITZ, J.; SCHUKAJLOW, S.; YANG, K. L. Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. **ZDM**, v. 52, n. 1, p. 59-72, 2020.

Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP); Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM). **GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education: 2° ed.** Bedford, Philadelphia, 2019.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3ª edição.** Tradução de Luciana de Oliveira da Rocha. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DAWN, N. K. E. Towards a professional development framework for mathematical modeling: The case of Singapore teachers. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 287-300, 2018.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

FIGUEIREDO, D. F. **Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática na sala de aula.** 2013. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 276-294, 2012.

FREJD, P. Modes of modelling assessment – A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n.3, p. 413–438, 2013.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H. S. Mathematical modelling with digital tools—A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. **ZDM**, v. 50, n. 1–2, p. 233–244, 2018.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos.** Porto: Portugal, 1994.

JULIE, C. Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, p. 1-15, 2020.

KAISER, G.; B. SRIRAMAN. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

MAAB, K. What are modelling competencies? **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 113–142, 2006.

MUTTI, G. de S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. In:

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, SIPEQ, 5, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais**, Foz do Iguaçu: SEPQ; UNIOESTE, 2018.

NISS, M. Assessment in mathematics education and its effects: An introduction. In: M. Niss (Eds.), **Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI Study**, p. 1–30, 1993a.

OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. A Avaliação em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Matemática: o que dizem os professores?. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 1, p. 49-69, 2017.

PERRENOUD, P. Construir competências é virar as costas aos saberes. **Pátio Revista Pedagógica**, v. 11, p. 15-19, 1999.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: J. G. Sacristán & A. I. P. Gomes (Eds.), **Compreender e transformar o ensino**, Porto Alegre: Artmed, p. 295-351, 1998.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 12, n. 2, p. 1-17, 2017.

VELEDA, G. G. **Avaliação para a aprendizagem em modelagem matemática na educação matemática: elementos para uma teorização**. 2018. 140 f. Tese (Doutorado em Educação – Área de Concentração: Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Modelagem Matemática e o Desafio da Avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. In: L. M. W. Almeida, A. H. Borssoi, E. Tortola, K. A. P. Silva (Eds.). **Modelagem Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios**. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR, p. 339-352, 2016.

YENMEZ, A. A. et al. Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 48, n. 6, p. 895-912, 2017.

ZOTTL, L; UFER, S.; REISS, K. Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach. In: G. Kaiser et al. (Eds.), **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**, p. 427-437, 2011.

CAPÍTULO 2 – ARTIGOS DA DISSERTAÇÃO

2.1 ARTIGO 1

PRÁTICAS AVALIATIVAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA: FOCOS E ENCAMINHAMENTOS

Resumo

Neste artigo apresentamos um panorama de como a avaliação em modelagem matemática vem sendo concebida e praticada considerando produções do âmbito nacional e internacional. Os resultados que apresentamos resultam de uma revisão sistemática de artigos publicados no período de 2010 a 2020. A análise do material nos leva a identificar cinco estratégias mais frequentemente usadas para a avaliação em modelagem matemática: o uso de rubricas; os testes com questões de múltipla escolha; a definição de um framework; a elaboração de critérios a posteriori; a mensuração dos procedimentos dos alunos nas etapas de modelagem. Os encaminhamentos usados consideram, em algumas publicações, uma abordagem holística para avaliação dos alunos, em outras, entretanto, é realizada uma abordagem atomística, em que os focos de avaliação identificados são: etapas do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática; competências dos alunos relativamente a estas etapas; aprendizagem de conteúdos matemáticos que emergiram da atividade de modelagem matemática.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática. Avaliação. Revisão Sistemática.

Introdução

Currículos de diferentes países buscam caracterizar a modelagem matemática de uma situação da realidade como uma das competências a ser desenvolvida nos estudantes (JULIE, 2020; SCHUKAJLOW; KOLTER; BLUM, 2015; VOS, 2013).

O que se pode perceber neste contexto é a emergência de um debate relativo às possibilidades de se fazer inferências sobre como e o que avaliar em atividades de modelagem matemática. Esta discussão traz à tona a necessidade de deliberar sobre a caracterização da avaliação e como essa pode ser efetivada no âmbito de atividades de modelagem matemática.

Relativamente à avaliação, Buriasco (2000) sugere que, independente do tipo de avaliação, ela “envolve, necessariamente, um julgamento, sempre a partir de uma certa concepção explícita ou implícita”(p. 162) daquele que avalia.

Considerando este viés de julgamento, Niss (1993a) define que:

A avaliação em Educação Matemática diz respeito ao julgamento da capacidade, performance e desempenho matemático – com os três aspectos considerados em sentido amplo – dos estudantes enquanto indivíduos ou enquanto participantes de um grupo, e a noção de “estudante” variando do

jardim de infância a estudantes de Ph.D. A avaliação evidencia, portanto, o resultado do ensino da matemática para cada tipo de estudante (NISS, p.3, 1993, tradução nossa).

Porém, é preciso também ponderar que avaliar pressupõe considerar, para além de um julgamento, o que se pretende enxergar na avaliação, de modo que Buriasco (2000) argumenta que

Avaliar pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretende alcançar; estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo. Sendo assim, ela não possui uma finalidade em si, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa construir um resultado previamente definido (BURIASCO, p. 159, 2000).

Visando subsidiar e iniciar o curso de uma ação de avaliação, Hadji (1994) apresenta algumas questões técnicas a fim de auxiliar as escolhas que deverão ser efetuadas: o quê? (qual é o objeto da avaliação?); por quem? (quais serão a natureza e o estatuto dos avaliadores?); quando?; como? (quais são os principais tipos de avaliação, do ponto de vista metodológico?); para quem? (quem utilizará os dados produzidos e interpretados?); para quê? (quais são as principais funções da avaliação?).

Com a premissa de que a avaliação deve ser planejada, conforme já sugerem as questões enunciadas por Hadji (1994), e que, conforme apontam Buriasco (2000) e Niss (1993a), a avaliação não é desvinculada de algum julgamento, no presente artigo nos interessa pesquisar como a avaliação vem sendo concebida e praticada no âmbito de atividades de modelagem matemática.

A temática da avaliação em atividades de modelagem matemática tem recebido pouca atenção no âmbito da pesquisa em Modelagem Matemática⁸ (VELEDA; BURAK, 2020; DJEPAXHIJA; VOS; FUGLESTAD, 2017; FIGUEIREDO; KATO, 2012). Em uma revisão da literatura sobre teses e dissertações brasileiras sobre avaliação em modelagem matemática, Velede e Burak (2016) concluíram que nenhuma tese de doutorado e apenas uma dissertação de mestrado no portal da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) no período de 2001 a 2013 abordaram essa temática. Em âmbito internacional, Fredj (2013), ao realizar uma revisão da

⁸ O termo “Modelagem Matemática” escrito com iniciais maiúsculas se refere a comunidade científica da Educação Matemática. Quando escrito com iniciais minúsculas “modelagem matemática” podemos nos referir à: concepção de modelagem matemática; atividade de modelagem matemática; competência de modelagem matemática; avaliação em modelagem matemática. O termo “modelagem” será utilizado como sinônimo de modelagem matemática.

literatura relativa à avaliação em modelagem, observou que de uma amostra com mais de 700 artigos examinados, apenas cerca de 10% eram relacionados à avaliação.

Em sua revisão, Fredj (2013) identificou cinco modos de avaliação em modelagem, a saber: testes escritos; projetos; testes práticos; portfólio; e competições. A pesquisa de Fredj (2013) identifica, em um cenário que não inclui pesquisas brasileiras, diferentes encaminhamentos usados na avaliação em atividades de modelagem matemática, caracterizando o que esse autor denomina de modos de avaliação.

O que a pesquisa de Fredj (2013) e a pesquisa de Velede e Burak (2016) sinalizam é que, embora pouco explorada na pesquisa na área de Modelagem Matemática, a avaliação em atividades de modelagem matemática, tem despertado interesse há longa data.

Neste contexto, Niss (1993b) já elencou um conjunto de questões que considera relevantes quando a temática é avaliação em atividades de modelagem matemática ou atividades de aplicações da matemática. O autor elenca sete questões: (1) Por que e para qual propósito específico devemos avaliar aplicações e modelagem? (2) O que deve ser avaliado no contexto conteúdo×produto×processo em aplicações e modelagem matemática? (3) Para que tipos de ações ou procedimentos em atividades de modelagem deve ser conduzida a avaliação? (4) Quem deve ser avaliado (estudantes individualmente, grupos, turmas)? (5) Quando a avaliação deve ocorrer (continuamente, discretamente, no fim do curso/atividade)? (6) Como a avaliação deve ser elaborada e organizada considerando seus fins e quais modos de avaliação podem ser usados, quais resultados devem ser registrados e como devem ser relatados? (7) Por quem os vários tipos de avaliação devem ser elaborados, organizados e aplicados?

Niss (1993b), na elaboração dessas questões, considerando a tríade conteúdo×produto×processo, visa captar encaminhamentos para a avaliação em modelagem matemática que englobam tanto a avaliação dos *conteúdos* matemáticos que emergiram do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, o *produto* desta modelagem associado ao modelo matemático desenvolvido e os resultados dele decorrentes, bem como os *processos* realizados pelos alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade.

Conforme sugere Niss (1993b), uma avaliação em modelagem matemática subsidiada pelo teor destas questões, requer olhar para os procedimentos dos alunos e dos professores bem como para os interesses de quem avalia. No presente artigo, em que se apresenta uma pesquisa inventariante mediada por uma revisão sistemática, nos

interessa elucidar como a avaliação em modelagem matemática vem sendo concebida e praticada. Nossas análises do material bibliográfico vem pautada em elementos das questões enunciadas por Niss (1993b).

Método

O percurso metodológico para investigar como tem sido caracterizada a avaliação em modelagem matemática considera um processo de revisão sistemática. Para Bryman (2012), a revisão sistemática é uma abordagem de revisão de literatura em que se caracterizam procedimentos explícitos que, embora possam apresentar alguma variabilidade, incluem quatro etapas: (1) Definição do propósito e escopo da revisão sistemática de literatura relativa a um assunto (2) Busca por estudos relevantes para delimitar o escopo do que se deseja pesquisar (3) Análise preliminar do material selecionado (4) Análise detalhada do material selecionado e uma síntese das ideias.

Segundo Bowen (2009, p.27), a análise documental relativa a um tema “requer que dados sejam examinados e interpretados a fim de extrair significado, obter compreensão e desenvolver conhecimento empírico”⁹. Segundo esse autor, a análise deve compreender uma leitura rápida (exame superficial), uma leitura detalhada (exame detalhado) e uma interpretação face ao obtido da análise.

Considerando esta caracterização metodológica e o propósito da pesquisa, seguindo as etapas referidas por Bryman (2012), a estrutura do nosso artigo passa a incluir: a definição do escopo da pesquisa; a análise inicial do material selecionado; a análise detalhada de cada artigo e realização da síntese da qual emergem categorias com relação ao pesquisado; a identificação de padrões em relação à avaliação em modelagem matemática no material examinado e, por fim, as considerações finais.

O escopo da pesquisa

Para delimitar a região de inquérito relativa à investigação de como a avaliação em modelagem matemática tem se direcionado para os aspectos referidos nas questões de Niss (1993b) e considerando as etapas da revisão sistemática, utilizamos como método de seleção a amostragem intencional, que tem como “objetivo amostrar

⁹ “requires that data be examined and interpreted in order to elicit meaning, gain understanding, and develop empirical knowledge” (BOWEN, 2009, p. 27)

casos/participantes de forma estratégica, de modo que os amostrados sejam relevantes para as questões de pesquisa colocadas”¹⁰ (BRYMAN, p. 418, 2012, tradução nossa).

Para Bryman (2012), com a utilização da amostragem intencional, é necessário que o pesquisador tenha em mente critérios que conduzam à inclusão de materiais de análise, de modo que os materiais sejam selecionados de acordo com sua relevância para a questão e/ou objetivo de pesquisa. Ainda com base nas indicações de Bryman (2012), é desejável selecionar uma amostra variada de modo que características dos estudos se diferenciem a fim de proporcionar um panorama de como a temática investigada se apresenta na literatura.

Com isso em mente, a fim de obter uma amostra variada e considerando o contexto de nossa pesquisa, foi definido que estudos relevantes para nossa revisão englobariam trabalhos publicados na última década, período entre 2010 e 2020, seguindo quatro critérios para a inclusão/seleção dos materiais: (1) Buscar nas publicações dos livros resultantes dos eventos ICTMA (Conferências da International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications) no período de 2009 a 2017 (ICTMA14 até o ICTMA18 – última versão disponível) buscando nos títulos, palavras-chave e abstract destes textos os termos: *assessment*, *assesment*, *assessing* ou *assessed*. (2) Buscar em revistas de Qualis A1 da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), quadriênio de 2013 a 2016, na área de Ensino e que publiquem artigos envolvendo Educação Matemática, combinando as palavras: *assessment* e *modelling*; *assessment* e *mathematical modelling*; *avaliação* e *modelagem*; *avaliação* e *modelagem matemática*. (3) Buscar livremente na internet, usando as palavras *avaliação* e *modelagem matemática*, visando selecionar em periódicos científicos textos de autores brasileiros com a temática *avaliação em modelagem matemática*. (4) A inclusão de artigos sobre avaliação em modelagem matemática que não foram selecionados pelos critérios anteriores, mas que já eram de conhecimento prévio dos autores em etapa anterior ao levantamento.

Seguindo estes critérios de seleção dos materiais, foi possível selecionar um total de 44 artigos, sendo eles: (1) 22 artigos dos livros de eventos do ICTMA; (2) 14 artigos de revistas de Qualis A1; (3) 5 artigos de autores brasileiros; (4) 3 artigos que eram de conhecimento prévio dos autores do presente artigo.

¹⁰ “The goal of purposive sampling is to sample cases/participants in a strategic way, so that those sampled are relevant to the research questions that are being posed” (BRYMAN, p. 418, 2012).

Análise Inicial

A fase da análise documental denominada *análise inicial* consiste em uma leitura rápida dos 44 artigos, dando ênfase para os aspectos relativos à avaliação em modelagem. Esta leitura nos permitiu selecionar para a fase seguinte de análise os artigos em que se aborda o que é a avaliação em modelagem matemática e nos quais há um detalhamento de como se dá essa avaliação. Ou seja, selecionamos para a etapa seguinte os artigos em que havia indícios de como a avaliação em modelagem matemática foi realizada e quais os resultados dela decorrentes.

Mediante essa análise inicial, a amostra inicial que se apresentava com 44 artigos, passou a conter 12 artigos, sendo 2 artigos dos livros dos eventos ICTMA, 5 artigos de revistas Qualis A1, 3 artigos de autores brasileiros e 2 artigos de conhecimento prévio dos autores. A cada artigo foi atribuído um código C_{ij} em que $i=1, 2, 3, 4$ se refere ao critério mediante o qual o artigo foi selecionado e $j=1, 2, 3, 4, 5$ indica a numeração do artigo selecionado em cada critério. Assim, por exemplo, C_{11} refere-se ao primeiro artigo selecionado pelo critério 1, ou seja, o primeiro artigo de livros resultantes do ICTMA. No Quadro 1 identificamos os doze artigos resultantes da análise inicial.

Quadro 2 - Resultado da análise inicial da amostra

Local de publicação do artigo	Título do artigo	Autores do artigo	Código do artigo
Livro do <i>ICTMA 14</i>	Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach	ZOTTL, L; UFER, S.; REISS, K.	C_{11}
Livro do <i>ICTMA 17</i>	Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups	BICCARD, P.; WESSELS, D.	C_{12}
Revista <i>Educational Studies in Mathematics</i>	Modes of modelling assessment—a literature review	FREJD, P.	C_{21}
Revista <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i>	Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics	JULIE, C.	C_{22}
Revista <i>Teaching Mathematics and its Applications</i>	Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies	AYDIN-GUC, F.; BAKI, A.	C_{23}
	Towards a professional development framework for	DAWN, N. K. E.	C_{24}

Revista <i>ZDM</i>	mathematical modelling: the case of Singapore teachers		
	Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software	GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H. S.	C_{25}
Revista <i>Acta Scientiae</i>	Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula	FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A.	C_{31}
Revista <i>Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias</i>	Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática.	SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O.	C_{32}
Revista <i>Educação Matemática em Revista</i>	Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem	DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P.	C_{33}
Revista <i>Journal of Mathematics Education at Teachers College</i>	Assessment of Mathematical Modeling	LEONG, R. K. E.	C_{41}
Capítulo do livro <i>Calculadoras Gráficas e Educação Matemática</i>	Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas	BORBA, M. C.; MENEGETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A.	C_{42}

Fonte: os autores.

Análise detalhada

Nesta seção apresentamos aspectos decorrentes da análise detalhada para cada um dos doze artigos selecionados na etapa anterior.

Optamos por apresentar as análises dando início com os textos de autores brasileiros, na sequência o texto C_{41} , os textos de revistas Qualis A1 e por fim, os textos resultantes dos eventos ICTMA. Vale ressaltar que o texto C_{42} , apesar de não fazer parte das publicações da última década, foi incluído no escopo desta revisão uma vez que há indicativos de que se trata de um texto propulsor de trabalhos nacionais em relação à relevância de discutir a avaliação em modelagem matemática.

Visando auxiliar a leitura das análises e posteriormente dos resultados, explicitamos que a avaliação em modelagem matemática pode seguir um viés holístico, em que os alunos devem vivenciar todos os processos da modelagem matemática, ou um viés atomístico, em que os alunos vivenciam apenas partes do processo da modelagem.

O artigo C_{42} (Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas), define critérios de avaliação considerando um exemplo de atividade de modelagem matemática, que

segundo os autores “não deu certo”. A atividade foi desenvolvida com um grupo de alunos da disciplina de Matemática Aplicada de um curso de Ciências Biológicas. A falta de sucesso dos alunos foi associada a cinco critérios de avaliação: (1) Os alunos não relacionam a matemática com o problema mesmo quando a ligação é sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, a matemática e tema investigado são desconexos ou possuem uma ligação superficial. (2) Os alunos não associam conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado. (3) Os alunos não conseguem, a partir do seu projeto, desenvolver ou tornar mais específicos, conceitos matemáticos ou de outra natureza que estejam relacionados com a temática investigada. (4) O professor não consegue detectar a tempo que, por algum motivo, o trabalho desenvolvido pelo grupo está deficiente; (5) O professor, enquanto liderança, se mostra incapaz de propor rumos para um trabalho, embora ele perceba inconsistências nesse trabalho. Segundo os autores, o procedimento realizado para elaboração destes critérios pode ser visto como um primeiro movimento para a geração de critérios de avaliação em atividades de modelagem. Para esta elaboração foram considerados aspectos do uso da Matemática, a interdisciplinaridade e a ação do professor.

O artigo C₃₁ (Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula) refere-se a uma pesquisa em que os critérios (1), (2) e (3) estabelecidos no artigo C₄₂ são relacionados com conceitos da teoria da Aprendizagem Significativa¹¹ a fim de propor parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de modelagem. Os parâmetros elaborados são: (1) O aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe; (2) Após o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda, o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade; (3) O aluno deve perceber a atividade de modelagem matemática como parte da realidade, relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e repensar a situação nos seus vários aspectos. Para exemplificar a aplicabilidade dos parâmetros, foi desenvolvida uma atividade de

¹¹ De acordo com Figueiredo e Kato (2012), autoras do artigo C₁₁, a Teoria da Aprendizagem Significativa trata de uma “teoria psicológica e cognitiva de aprendizagem, proposta por David Ausubel, para explicar os mecanismos por meio dos quais ocorrem a aquisição, a assimilação e a retenção dos grandes corpos de significados do conhecimento escolar” (FIGUEIREDO; KATO, 2012, p. 278).

modelagem e um questionário após o término da atividade com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, em que a aprendizagem significativa do conceito de função afim foi quantificada em forma de porcentagem considerando a ocorrência dos três parâmetros.

No artigo C₃₂ (Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática.), entendendo que os parâmetros propostos no artigo C₃₁ avaliam mais os efeitos da atividade de modelagem para a aprendizagem dos alunos do que a atividade de modelagem em si, os autores propõem uma escala de avaliação para atividades de modelagem matemática. A escala foi construída a partir da elaboração de critérios de avaliação para as fases de uma atividade de modelagem matemática propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) com a utilização de uma escala holística focada¹². Assim, em cada uma das quatro fases da modelagem matemática (inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação) foi atribuída uma pontuação de até dois pontos e/ou quatro pontos, de acordo com os critérios elaborados, para as ações dos alunos. A escala foi usada para avaliar alunos em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de um curso de Licenciatura em Química. Aos alunos poderiam ser atribuídos até vinte pontos de acordo com a avaliação mediante os critérios.

O artigo C₃₃ (Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem) visa evidenciar como uma atividade de modelagem matemática pode ser utilizada como estratégia de avaliação da aprendizagem dos estudantes. Cada atividade é tomada como um instrumento para a avaliação da aprendizagem de alunos do 1º período de um curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. O desenvolvimento da atividade seguiu os princípios da prova em fases¹³, de modo que numa primeira fase ocorreu o desenvolvimento da atividade na sala de aula e, em outras três fases, a professora realizava intervenções por meio de questionamentos, que eram respondidos em horário extra classe pelos grupos de alunos. Levando em consideração os registros de resolução

¹² Uma forma de transformar o desempenho dos alunos em nota numérica ou conceito a partir da produção escrita de alunos ao resolverem problemas é a utilização da escala holística focada. Esta escala atribui, de acordo com as características do trabalho, de 0 a 4 pontos. Os critérios utilizados para atribuir esses pontos são definidos em consonância com o tipo de problema que está sendo avaliado (SILVA; DALTO, 2017).

¹³ De Lange (1999) apresenta, dentre outros instrumentos, a prova em duas fases. Na primeira fase, em geral, os alunos respondem, em um tempo limitado, questões discursivas que abordam conhecimentos que deveriam ter aprendido, de modo que a prova revela mais o que os alunos não sabem, do que aquilo que sabem. Na segunda fase ocorre, após uma correção preliminar do professor, uma complementação do que não foi feito na primeira. Partindo da ideia de De Lange (1999), alguns pesquisadores ampliaram o número de fases, de modo a não estabelecer um limite para elas. (DALTO; SILVA, 2018, p. 36)

da atividade e as respostas aos questionamentos, uma nota de até 1,5 ponto foi atribuída aos alunos a partir de um juízo de valor expresso pela professora.

A partir de uma discussão relativa à diferenciação entre resolução de problemas e modelagem matemática, especificamente sobre a introdução dessas abordagens em currículos de diferentes países, o artigo C₄₁ (Avaliação de Modelagem Matemática) propõe duas ferramentas de avaliação em modelagem matemática. A primeira constitui uma rubrica¹⁴ de avaliação para atividades de modelagem que leva em consideração seis etapas do ciclo de modelagem apresentada nos Padrões Estaduais de Núcleo Comum para Matemática (CCSSM, 2010)¹⁵. Uma escala de pontuação variando de 0 a 4 (0: não realizada, 1: abaixo do aceitável, 2: média, 3: bom, e 4: excelente) é utilizada para avaliar as seis etapas consideradas. Além disso, é sugerido que seja atribuído um peso para a nota em cada etapa de acordo com sua importância. O autor considerou que as etapas: *formular um modelo e interpretar os resultados* devem possuir um peso maior, dada a sua importância no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A segunda ferramenta visa avaliar o domínio afetivo dos estudantes ao resolver problemas de modelagem, que segundo o autor, pode ser dividido em quatro sub-domínios: prazer, auto-confiança, valor e motivação. A ferramenta consiste em doze itens sobre a apreciação da modelagem, três itens em cada sub-domínio. Por exemplo, no sub-domínio prazer, os itens são: (1) gosto de resolver problemas de modelagem; (2) em atividades de modelagem matemática posso ver como a matemática funciona; e (3) problemas de modelagem são difíceis e chatos. Assim, é sugerido que para avaliar as atitudes dos estudantes em atividades de modelagem os doze itens podem ser utilizados em conjunto com uma escala Likert de 5-pontos, que permite a atribuição, para cada um dos doze itens, um valor de 0 a 4 que varia entre: discordo fortemente (0 ponto) até concordo fortemente (4 pontos).

No artigo C₂₁ (Modos de avaliação de modelagem: uma revisão da literatura) uma revisão da literatura relativa à avaliação em modelagem matemática identificou cinco modos de avaliação: testes escritos, projetos, testes práticos, portfólio e competições. O autor relata que em relação aos testes escritos, 11 dos 38 artigos envolviam questões de múltipla escolha baseadas no instrumento criado por Haines,

¹⁴ Segundo Tekin-Dede e Bukova-Guzel (2018), uma rubrica de avaliação pode ser definida como uma ferramenta de pontuação que articula as expectativas para uma tarefa, listando critérios e descrevendo níveis de qualidade.

¹⁵ Disponível em: <http://www.corestandards.org/the-standards>.<acesso em: 13/04/2021>

Crouch e Davis (2000). Este instrumento leva em consideração aspectos do ciclo de modelagem e aborda as etapas de modelagem. É usado um modelo de avaliação de crédito parcial de pontuação (0,1,2), que visa a identificação de sub-competências de modelagem nos estudantes nas etapas de modelagem consideradas, sem que estes resolvam a atividade de modelagem por completo. Outro formato dos testes escritos identificados pelo autor, diz respeito ao texto C₁₁ desta revisão e será discutido na síntese do presente artigo. Por fim, os testes escritos aparecem associados a reformulações de questões do PISA - Programa Internacional de Avaliação de Alunos, em específico, as questões são utilizadas para determinar o nível de competência de modelagem dos alunos. Entretanto, o autor destaca que, apesar de considerarem os processos de modelagem e as competências associadas a estes processos para a avaliação, não foi descrito como foi realizada a avaliação. Em relação aos projetos, quatro abordagens para avaliação foram identificadas: *marcação de impressão*, *esquemas de marcação formal*, *entrevistas e observação*. A marcação de impressão e os esquemas de marcação formal referem-se a uma avaliação geral do projeto considerando critérios para essa avaliação, sendo que a marcação de impressão não possui um esquema de pontuação/classificação. A entrevista utiliza métodos qualitativos para analisar as transcrições das entrevistas para avaliar o projeto. Já a observação, refere à avaliação do projeto mediante a observação e anotação durante o desenvolvimento das atividades. Em relação aos testes práticos, utilizam-se tarefas abertas e com materiais concretos a fim de avaliar os estudantes. Os portfólios mostraram que o instrumento pode servir para a avaliação formativa, visando a regulação das dificuldades dos estudantes, tanto como para a avaliação somativa, em que uma nota deve ser obtida. Por fim, as competições, engajaram os alunos em problemas realistas longos, cuja resolução podia ser realizada em até 3 dias e a avaliação era feita por árbitros treinados que classificaram as soluções de acordo com critérios específicos.

No artigo C₂₂ (Competências de modelagem de estudantes dos anos iniciais e anos finais da escola secundária), partindo do entendimento de que a avaliação em modelagem matemática se refere à identificação e medição da competência de modelagem e de sub-competências associadas a esta, os autores investigam se existem diferenças nas competências de modelagem matemática apresentadas entre os alunos sul-africanos do 10º e do 12º ano. É construído e aplicado um teste com questões já existentes na literatura em que participaram 471 alunos do 10º ano e 200 alunos do 12º ano. O teste compreende sete questões de múltipla escolha, em que cada uma é direcionada para uma das sub-competências de modelagem: (1) fazer suposições

simplificadoras; (2) esclarecer o objetivo do modelo real; (3) formular um problema preciso; (4) atribuir variáveis, parâmetros e constantes em um modelo com base na compreensão do modelo e da situação; (5) formular afirmações matemáticas relevantes que descrevem o problema colocado; (6) relacionar a solução matemática com o contexto do mundo real; e (7) desafiar soluções. A avaliação foi conduzida a partir de créditos parciais, sendo 0 ponto (incorreto), 1 ponto (parcialmente correto) e 2 pontos (correto), ou seja, 0 ponto quando nenhuma alternativa correta foi assinalada, 1 ponto quando apenas uma alternativa correta foi assinalada e 2 pontos quando ambas alternativas corretas foram assinaladas.

No artigo C₂₃ (Avaliação do ambiente de aprendizagem estruturado para desenvolver a competência de modelagem matemática de graduandos em Matemática) foi considerado o viés da avaliação em modelagem baseado no desenvolvimento da competência de modelagem e as sub-competências associadas. Parte-se do princípio que uma abordagem holística contribuiria com o desenvolvimento da competência de modelar matematicamente nos futuros professores de matemática e, para isso, é construída uma unidade de ensino que visa estruturar este ambiente de aprendizagem. Também foi criada e aplicada, com 43 alunos distribuídos em grupos, uma ferramenta para a avaliação das sub-competências. Para avaliar o desenvolvimento das competências foi construída uma rubrica de avaliação considerando que a competência de modelagem envolve sub-competências. Para cada sub-competência foi atribuído um critério de 0 a 3, correspondente à expectativa de seu cumprimento, sendo 0 não aceitável e 3 a performance perfeita. Com isso, a avaliação se deu mediada por excertos de falas e registros de resolução dos alunos, evidenciando as potencialidades bem como as dificuldades dos alunos em cada sub-competência.

O artigo C₂₄ (Em direção a uma estrutura para o desenvolvimento profissional de professores em modelagem matemática: o caso dos professores de Singapura) refere-se a um programa de desenvolvimento profissional para professores experientes do ensino secundário de Matemática de Singapura. A questão de pesquisa do artigo consiste em investigar quais as tensões enfrentadas por professores na avaliação em modelagem matemática. No programa de formação os professores tiveram oportunidades de trabalhar com atividades de modelagem participando de todas as etapas de um ciclo de modelagem, além de refletir sobre as intervenções da pesquisadora no decorrer do desenvolvimento das atividades. Os professores também foram solicitados a elaborar rubricas de avaliação para avaliar a atividade que cada grupo propôs para outro grupo.

As rubricas criadas pelos professores consideram as etapas de um ciclo de modelagem matemática e as competências associadas a estas. Apesar de não gerar uma nota, a elaboração das rubricas permitiu uma análise qualitativa das performances dos alunos nas atividades de modelagem.

Também pensando a avaliação em modelagem matemática em termos de competências, o artigo C₂₅ (Modelagem Matemática com ferramentas digitais—um estudo quantitativo relativo à matematização com software dinâmico de geometria) investiga as influências do uso de ferramentas tecnológicas para o desenvolvimento da sub-competência de matematização. O estudo foi realizado com 821 estudantes do 9º ano de 30 turmas de uma cidade da Alemanha. As turmas foram divididas aleatoriamente em dois grupos, 15 turmas pertenciam ao grupo “ferramentas tecnológicas” e as outras 15 ao grupo “papel-e-caneta” para resolver as mesmas atividades de modelagem matemática. Para medir a sub-competência de matematização, foi desenvolvido um instrumento composto por tarefas de resposta curta e de múltipla escolha. O teste composto por 32 itens foi discutido e examinado por profissionais experientes da área de modelagem e sua avaliação seguiu o seguinte esquema de classificação: 13 questões foram avaliadas considerando as alternativas correta (1 ponto) ou incorreta (0 ponto) e 19 questões foram avaliadas considerando correta (2 pontos), parcialmente correta (1 ponto) ou falsa (0 ponto). Testes estatísticos foram utilizados sobre o resultado da avaliação, apontando que nenhuma influência significativa foi encontrada sobre a sub-competência de matematização entre os dois grupos.

No artigo C₁₁ (Avaliando Competências de Modelagem Usando uma Abordagem IRT- Teoria de Resposta ao Item- Multidimensional) os autores se direcionam para a avaliação em modelagem matemática a partir da ideia de competências. A fim de investigar se a competência de modelar matematicamente pode ser melhor avaliada de forma global considerando o conjunto de todas as ações dos alunos ou avaliar mediante ao que os autores denominaram de diferentes dimensões dessa competência, foram usados testes probabilísticos e o modelo Rasch¹⁶ unidimensional e sub-dimensional. Para a elaboração do instrumento de avaliação, os autores se basearam nas sub-

¹⁶ O modelo Rasch, representa uma técnica de análise dentro da Teoria da Resposta ao Item, e é utilizado para medir traços latentes como atitudes e habilidades. No artigo C₃₁, o modelo Rasch unidimensional, considera que todos os itens do teste, independente de sua classe, avaliam uma única competência, a de modelagem matemática. Já o modelo Rasch sub-dimensional, considera que as diferentes classes de itens construídos medem a competência de modelagem matemática, que é composta pelas sub-competências associadas aos sub-processos considerados em cada classe de item.

competências de modelagem extraídas do ciclo de modelagem, tanto como no modelo 3D proposto por Niss e Jensen (2007), em que o nível de competência é descrito por três aspectos: grau de cobertura, relacionado com a extensão em que uma pessoa é capaz de perpassar autonomamente os sub-processos de modelagem; raio de ação, que descreve o alcance das situações em que uma pessoa consegue ativar sua competência de modelagem; e o nível técnico, que descreve a qualidade do uso da Matemática. Os autores se referem a quatro níveis para as tarefas realizadas. Nos níveis 1, 2 e 3, tarefas atomísticas associadas à modelagem avaliam, respectivamente, as sub-competências: construir um modelo matemático; operações intra-matemáticas; interpretação do resultado matemático e validação da solução. As tarefas do nível 4 compreendem ações dos alunos relativas a todas as etapas de um ciclo de modelagem, em consonância com uma avaliação holística. O instrumento foi usado com 1657 estudantes e foram realizadas três avaliações (pré-teste, pós-teste e teste de acompanhamento). A avaliação foi feita dicotomicamente, ou seja, a questão está certa ou errada, sem meio termo, e com a utilização do modelo Rasch, um parâmetro pessoal é associado aos estudantes indicando a competência individual para os sub-processos de modelagem considerados.

A ideia de avaliação em modelagem mediante princípios criados para as atividades de elicitação de modelos (MEA's) é o foco do artigo C₁₂ (Seis Princípios para Avaliar a Habilidade de Modelagem de Estudantes Trabalhando em Grupos). Foram definidos seis princípios: o princípio da realidade, da construção do modelo, da auto-avaliação, da documentação do modelo, do protótipo simples e da generalização. Esses princípios foram utilizados para transformar ou elaborar problemas em MEA's. Para avaliar os estudantes foi desenvolvido um framework a partir destes princípios como um guia para a avaliação de grupos trabalhando com modelagem. Este guia para avaliar os grupos de alunos considerava os seguintes aspectos: até que ponto o grupo dá sentido à situação da vida real?; até que ponto o grupo constrói um modelo?; até que ponto o grupo julga que suas ideias, respostas e modelos são suficientemente bons?; qual a qualidade das representações que o grupo produz quando modela?; em que medida o grupo produz uma solução que é um protótipo para interpretar outras situações?; em que medida o grupo desenvolve um modelo compartilhável e generalizável?. A pesquisa foi desenvolvida com doze alunos em três etapas, sendo que as atividades eram complementadas em cada etapa a partir das ponderações do professor. Os encontros foram gravados e transcritos, de modo que, no texto, são apresentados excertos das falas e registros das resoluções dos alunos a fim de discutir cada princípio elaborado em

relação às competências de modelagem envolvidas e, com isso, foi viabilizada uma avaliação qualitativa dos alunos.

A síntese construída a partir da análise detalhada

Levando em consideração o detalhamento da avaliação realizada em cada artigo, construímos uma síntese sobre a avaliação em cada artigo considerando dois aspectos relevantes decorrentes das questões propostas em Niss (1993b): (1) os focos da avaliação: o que é avaliado em cada artigo; (2) o encaminhamento da avaliação (como é avaliado em cada artigo). Conforme informado no Quadro 3, o que é avaliado em atividades de modelagem matemática nos artigos pode ser associado a três grupos: a identificação das etapas caracterizadas em um ciclo de modelagem matemática; as competências e sub-competências de modelagem matemática; a aprendizagem de conteúdos da matemática. Já os encaminhamentos de como se dá essa avaliação são detalhados na coluna dois do Quadro 3.

Quadro 3 - Síntese em relação a dois aspectos considerados por Mogens Niss

Focos da avaliação: o que é avaliado	Encaminhamento da avaliação (como é avaliado)	Artigos
Etapas identificadas em ciclos de modelagem matemática	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de um instrumento de avaliação que atribui até 20 pontos ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.	C ₃₂
	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de uma rubrica para a avaliação que resulta em uma nota para os alunos.	C ₄₁
Competências e sub-competências de modelagem matemática	Avaliação atomística em modelagem dirigindo-se à sub-competências específicas avaliadas por meio de questões de múltipla escolha. Os créditos são parciais (0,1,2) e não geram uma nota.	C ₂₂ C ₂₅
	Avaliação holística em modelagem mediante a construção de uma rubrica para a avaliação que não resulta em uma nota para os alunos.	C ₂₃ C ₂₄
	Associa avaliação holística e atomística em modelagem mediante a construção de um instrumento que não gera uma nota para os alunos.	C ₁₁
	Avaliação holística em atividades de elicitação de modelos (MEAs) considerando os princípios: da realidade, da construção do modelo, da auto-avaliação, da documentação do modelo, do protótipo simples e da generalização. A partir desses	C ₁₂

	princípios é gerado um framework de questões avaliadas em cada atividade. Não é gerada uma nota.	
Avaliação da aprendizagem de conteúdos da matemática	Avaliação holística em modelagem dirigida à avaliação da aprendizagem significativa do conteúdo matemático. São definidos parâmetros para a avaliação e é gerada uma nota considerando o percentual de atendimento aos parâmetros definidos.	C ₃₁
	Avaliação holística em modelagem. Seguindo princípios da prova em fase, as atividades de modelagem matemática são desenvolvidas e são elas próprias o instrumento para avaliar o conteúdo matemático emergente. É gerada uma nota de até 1,5 pontos.	C ₃₃
	Avaliação holística em modelagem. São elaborados critérios para avaliar as ações dos alunos. Não é gerada uma nota.	C ₄₂
Competência, sub-competências, conteúdos	São caracterizados cinco ¹⁷ modos de avaliação.	C ₂₁

Fonte: os autores.

Agrupando ideias relativas à avaliação em modelagem matemática

A partir da síntese apresentada no Quadro 3 retomamos as ideias centrais dos doze artigos visando, em consonância com o que propõe Bryman (2012), a efetivação de uma análise que, embora interpretativa e imersa na subjetividade decorrente do entendimento dos que analisam, nos permite elucidar e trazer à tona como a avaliação em modelagem matemática vem sendo experimentada dentro do escopo de pesquisas incluídas no presente artigo.

Não perdendo de vista que as questões de Niss (1993b) que, em alguma medida, perguntam o que é avaliado em atividades de modelagem e como se dá essa avaliação, fazemos aqui um balanço de como esses aspectos foram abordados nos artigos analisados. Ou seja, o caminho escolhido no presente artigo para discutir os questionamentos de Mogen Niss foi olhar para os diferentes instrumentos, ferramentas e estratégias desenvolvidas para a avaliação em atividades de modelagem matemática nos artigos analisados.

No Quadro 4, apresentamos uma síntese relativa às possibilidades para a avaliação em modelagem matemática identificadas nos artigos analisados.

¹⁷ Fredj (2013) classifica modos de avaliação como diferentes métodos para avaliação em modelagem matemática. Os cinco modos identificados são: testes escritos; projetos; testes práticos; portfólio; e competições.

Quadro 4 - Possibilidades para a avaliação em modelagem matemática identificadas

Como é avaliado	O foco: o que é avaliado	Artigos	Encaminhamento
Mediante o uso de Rubricas	Ações dos alunos nas etapas e processos da modelagem matemática processo×produto	C ₃₂ C ₄₁	Avaliação holística Gera uma nota
	Competência e sub-competências desenvolvidas processo×conteúdo	C ₂₃ C ₂₄	Avaliação holística Não gera nota
	A aprendizagem significativa de conteúdo matemático conteúdo×produto	C ₃₁	Avaliação holística Gera uma nota
Por meio de testes com questões de múltipla escolha	Sub-competências de modelagem desenvolvidas conteúdo×produto	C ₂₂ C ₂₅ C ₁₁	Avaliação atomística Gera uma nota
Estruturando um framework para as ações dos alunos	Competência e sub-competências desenvolvidas processo×produto	C ₁₂	Avaliação holística Não gera nota
A atividade de modelagem como instrumento para avaliar	Aprendizagem da Matemática processo×conteúdo	C ₃₃	Avaliação holística Gera uma nota
Por meio da elaboração de critérios a posteriori	Uso da matemática conteúdo×produto	C ₄₂	Avaliação holística Não gera nota

Fonte: os autores.

Relativamente ao como se dá a avaliação ou, mais especificamente que meios são usados para avaliar, identificamos nas pesquisas cinco possibilidades: mediante o uso de rubricas; por meio de questões de múltipla escolha; pela estruturação de um framework para as ações dos alunos; tomando a atividade de modelagem como o instrumento de avaliação; e por meio da elaboração de critérios para avaliar.

A ferramenta de avaliação com maior frequência nos artigos analisados é a rubrica. Segundo Tekin-Dede e Bukova-Guzel (2018), uma rubrica de avaliação pode ser definida como uma ferramenta de pontuação que articula as expectativas para uma tarefa, listando critérios e descrevendo níveis de qualidade. Segundo esse autor, uma rubrica deve possuir três características essenciais: critérios de avaliação, definições de qualidade e estratégia de pontuação. Levando em consideração esta definição, podemos afirmar que as estratégias de avaliação em atividades de modelagem matemática apresentados nos artigos C₃₁, C₃₂, C₂₃, C₂₄ e C₄₁ constituem rubricas.

Nos artigos C₃₁, C₃₂, C₂₃ e C₄₁ as rubricas foram elaboradas por pesquisadores da área de Modelagem Matemática e no artigo C₂₄ por professores de Matemática participantes em um curso de formação de professores. Em todos os artigos, as rubricas

consideram um viés holístico para a avaliação em atividades de modelagem matemática, ou seja, todas as rubricas elaboradas e/ou aplicadas avaliam a atividade de modelagem como um todo, buscando englobar todos os procedimentos realizados pelos alunos ao desenvolver este tipo de atividade. No artigo C₃₁ a rubrica foi usada para revelar o desempenho de todos os alunos de uma turma sem, entretanto, atribuir nota a cada aluno em particular. Nos artigos C₃₂, C₂₃ e C₂₄ buscou-se avaliar os alunos que desenvolveram as atividades de modelagem em grupos. Em C₄₁ o autor propõe a rubrica, mas não apresenta no texto sua aplicação. Assim, nos artigos se esclarece quem foi avaliado, como e por quem a avaliação foi elaborada. Neste sentido, as questões 5, 6, e 7 levantadas por Niss (1993b) parecem ser vislumbradas nestas pesquisas que analisamos.

Apesar de as rubricas apresentarem um viés holístico para a avaliação em atividades de modelagem matemática, três focos distintos de avaliação foram identificados. Nos artigos C₃₂ e C₄₁ o foco da avaliação são os processos e etapas identificadas em um ciclo de modelagem segundo diferentes perspectivas teóricas. Nos artigos C₂₃ e C₂₄ o foco da avaliação são as competências e sub-competências de modelagem matemática e no artigo C₃₁ o foco da avaliação é a aprendizagem significativa dos alunos em relação a um conteúdo matemático.

Nos artigos C₃₂ e C₄₁, embora os autores considerassem bases teóricas distintas em relação às etapas associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e utilizassem esquemas de pontuação distintos, as rubricas buscam avaliar a atividade de modelagem como um todo. Neste sentido, considerando a tríade conteúdo×produto×processo sobre o que avaliar em aplicações e modelagem matemática, questionada por Niss (1993b), podemos dizer que ambas as ferramentas englobam na avaliação, principalmente, o processo e o produto da modelagem.

Em relação as rubricas elaboradas nos artigos C₂₃ e C₂₄, apesar de levarem em consideração as etapas da modelagem, colocam o foco da avaliação nas competências dos alunos associadas a estas etapas. Neste sentido, a rubrica elaborada no artigo C₂₃, leva em consideração que a competência de modelagem matemática é composta por cinco competências (A: competência para entender o problema real e construir um modelo baseado na realidade, B: competência para construir um modelo matemático a partir do modelo real, C: competência para resolver questões matemáticas dentro do modelo matemático, D: competência para interpretar os resultados matemáticos em uma situação real, E: competência para validar a solução). Na avaliação empreendida pelos autores do artigo cada uma destas competências envolvem sub-competências. Assim, a

rubrica construída atribui valores de 0 a 3 (0: sem tentativas ou performance inaceitável, 1: performance insuficiente, 2: performance imperfeita, mas aceitável e, 3: performance perfeita) para cada sub-competência, de acordo com as expectativas de cumprimento de cada uma por parte do professor. A avaliação geral em relação à competência de modelagem é qualitativa e, em vez de atribuir uma nota, visa identificar fragilidades e potencialidades dos alunos em cada uma das cinco competências avaliadas.

Já no artigo C₂₄ a rubrica foi elaborada após o término da atividade de modelagem e levou em consideração os processos de modelagem e as competências associadas a estes processos descritos no ciclo de modelagem segundo o currículo de Singapura. Neste artigo, o foco da elaboração da rubrica era a experimentação de professores em um programa de formação continuada com a avaliação em modelagem. Neste sentido, com a elaboração da rubrica foi possível realizar uma análise qualitativa das competências mobilizadas no desenvolvimento da atividade.

Mesmo que, em ambos os artigos (C₂₃ e C₂₄) as rubricas não gerem uma nota, considerando a concepção de avaliação que temos em mente no presente artigo de que avaliar envolve, necessariamente, um julgamento implícito ou explícito, podemos ponderar que a partir destas rubricas é possível realizar um julgamento implícito sobre as competências dos estudantes. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que ambas as ferramentas englobam na avaliação, principalmente, o processo e o conteúdo da modelagem matemática, dando menos ênfase ao produto.

Por fim, a rubrica elaborada no artigo C₃₁, cujo foco de avaliação é a aprendizagem significativa de um conteúdo matemático, levou em consideração três parâmetros para a avaliação em modelagem. De modo geral, o primeiro parâmetro engloba características do pensamento criativo, o segundo parâmetro busca avaliar o domínio de conteúdo matemático e, o terceiro parâmetro, leva em consideração as ações dos estudantes envolvidas na atividade de modelar. Esta rubrica foi elaborada antes do desenvolvimento de atividades de modelagem e, apesar de não apresentar um esquema formal de pontuação, é exemplificado pelas autoras, que a partir de um julgamento implícito, em forma de porcentagem, sobre as expectativas de cumprimento dos parâmetros, é possível gerar uma nota para a turma, grupo ou alunos específicos. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que esta rubrica engloba na avaliação, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

A segunda ferramenta de avaliação identificada nos doze artigos analisados diz respeito aos testes com questões de múltipla escolha que foram utilizadas nos artigos C₂₂,

C₂₅ e C₁₁. Nos artigos C₂₂ e C₂₅ a construção do teste levou em consideração questões de múltipla escolha já existentes e utilizadas na literatura, realizando adaptações a fim de considerar o diferente contexto dos alunos. Já no artigo C₁₁ as questões foram elaboradas pelos autores. Nos três artigos, busca-se avaliar as sub-competências de modelagem matemática separadamente, exigindo do aluno a resolução de partes específicas do ciclo de modelagem. Com questões de múltipla escolha, a avaliação nos artigos C₂₂ e C₂₅ segue um processo de crédito parcial, atribuindo 0 ponto quando incorreto, 1 ponto para parcialmente correto, e 2 pontos quando correto; já no artigo C₁₁, a avaliação foi feita dicotomicamente, ou seja, pontuando como certo ou errado. Apesar de apresentarem um esquema de pontuação, os três artigos envolvem pesquisas em larga escala, aplicando o teste com um grande número de alunos e se interessando mais pelas leituras estatísticas sobre os resultados da avaliação. Com isso, a intenção do teste não é gerar uma nota, mas estudar o desenvolvimento das sub-competências dos alunos. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que as questões de múltipla escolha englobam, para a avaliação, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

As estratégias de avaliação que tiveram menor frequência nos artigos analisados correspondem: à definição de um framework em relação às características das ações dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática que foi usado no artigo C₁₂; à elaboração de critérios a posteriori para avaliar no artigo C₄₂; à mensuração dos procedimentos dos alunos em cada etapa da atividade de modelagem para avaliar no artigo C₃₃.

No artigo C₁₂ é proposto um framework para a avaliação de grupos trabalhando em atividades de modelagem matemática. Os autores consideraram na avaliação as habilidades e processos envolvidos na atividade de modelar, sem adotar um referencial teórico específico, ou seja, alguns processos e habilidades apresentados pelo alunos trabalhando em grupos que permeavam as questões colocadas no framework foram discutidas. O framework foi construído a partir da reformulação dos seis princípios de design instrucional proposto por Lesh et al. (2000) como um guia para avaliar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Assim, a avaliação não gera uma nota, mas utiliza os registros e falas dos alunos durante o desenvolvimento da atividade para responder as seis questões colocadas.

Já no artigo C₃₃, a própria atividade de modelagem é tomada como o instrumento para realizar a avaliação da aprendizagem matemática dos estudantes. Neste artigo, o desenvolvimento da atividade de modelagem seguiu o formato de uma prova em fases,

ou seja, mesmo após o desenvolvimento da atividade ou de parte dela, a professora corrigia, realizava questionamentos e devolvia a atividade para os alunos, repetindo o processo quantas vezes necessário. Como um instrumento de avaliação, foi gerado uma nota de até 1,5 pontos a partir de um julgamento implícito da professora, considerando a resolução e as respostas aos questionamentos dos alunos.

Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que o framework engloba, principalmente, o processo e o produto da modelagem, enquanto que a avaliação usando a atividade de modelagem, engloba, principalmente, o conteúdo e o processo de modelagem.

Por fim, a elaboração de critérios a posteriori para avaliar em modelagem, apresentada em C₄₂, representa um esforço de avaliação em atividades de modelagem matemática, pois após o desenvolvimento da atividade de modelagem pelos alunos, foram elaborados critérios de avaliação para esta atividade a fim de julgar explicitamente se a atividade desenvolvida pelo grupo “deu certo” ou não. De modo geral, os critérios elaborados englobam aspectos do uso da matemática na atividade e da ação do professor enquanto guia da turma. Considerando a tríade conteúdo×produto×processo, podemos dizer que a elaboração de critérios, engloba, principalmente, o conteúdo e o produto da modelagem.

Considerando as estratégias apresentadas nos artigos para subsidiar a avaliação em atividades de modelagem matemática, podemos inferir que os focos (o quê) e os procedimentos (como) da avaliação vêm sendo esclarecidos, em consonância com o que já questionava Mogen Niss em 1993.

De modo geral, na amostra considerada, a avaliação em modelagem matemática tem visado à elaboração de caminhos e escolhas apropriadas para subsidiar a ação de avaliação voltada para os objetivos pretendidos, em que julgamentos quantitativos ou qualitativos são comunicados, estando de acordo com a nossa visão de avaliação e com as ideias apontadas por Niss (1993a) e Buriasco (2000), entre outros.

Para além disso, podemos inferir que algumas das questões colocadas por Hadji (1994) foram consideradas na amostra analisada, direta ou indiretamente, para a elaboração da ação de avaliação, visto que as questões o quê, por quem e como já foram discutidas nesta seção, e a questão para quê (quais as principais funções da avaliação?), também vêm sendo esclarecidas, pois as estratégias e ferramentas de avaliação em atividades de modelagem matemática analisadas visavam três funções: *certificar* a aprendizagem de um conteúdo da matemática; *certificar/regular* o desenvolvimento das

etapas, processos e/ou competência de modelagem matemática; *orientar* o desenvolvimento da formação envolvendo modelagem matemática.

Considerações finais

Neste artigo apresentamos uma pesquisa de caráter inventariante visando buscar na literatura indicativos de como as práticas avaliativas em modelagem matemática vêm se caracterizando e como elas envolvem aspectos relativos aos questionamentos propostos por Mogens Niss relativamente à avaliação em modelagem matemática.

Para isto nos apoiamos no referencial metodológico de revisão sistemática descrito por Bryman (2012) e utilizamos como métodos auxiliares a revisão sistemática, a amostragem intencional para a seleção do material e a análise documental para a sua análise.

Identificamos nos artigos analisados cinco possibilidades para a avaliação em modelagem matemática: as rubricas de avaliação, o uso de testes com questões de múltipla-escolha para avaliar, a estruturação de um framework para as ações dos alunos para avaliar, a atividade de modelagem como um instrumento de avaliação e a elaboração de critérios a posteriori para avaliar. Dentre estas possibilidades, emergiram três focos de avaliação: a avaliação das etapas identificadas no ciclo de modelagem, avaliação da competência e sub-competências de modelagem e avaliação da aprendizagem de conteúdos da matemática, em consonância com o que o autor Morgen Niss questionou em 1993 sobre o que é avaliado neste tipo de atividade e como se dá essa avaliação.

Relativamente aos encaminhamentos da avaliação, podemos dizer que nos artigos analisados, dois caminhos são possíveis: um viés holístico, em que se busca avaliar a modelagem como um todo, ou um viés atomístico, em que se avalia separadamente partes do processo da modelagem. De modo geral, é possível afirmar que nos artigos analisados a avaliação foi elaborada por professores e pesquisadores da área de Modelagem Matemática e que, no viés holístico, busca-se avaliar o grupo de alunos que trabalhou na atividade de modelagem com ênfase na avaliação do processo e do conteúdo da modelagem, ou seja, dá-se maior importância para a avaliação das etapas da modelagem e dos conteúdos matemáticos que emergiram nessas atividades. Já no viés atomístico, busca-se avaliar os alunos individualmente com ênfase na avaliação do conteúdo e do produto da modelagem, ou seja, dá-se maior ênfase à avaliação dos conteúdos matemáticos utilizados e ao modelo matemático desenvolvido.

Os resultados dessa pesquisa sugerem que os propósitos e procedimentos utilizados na avaliação em modelagem matemática vêm sendo esclarecidos, mas não descarta a necessidade de mais pesquisas envolvendo a temática. Vale ressaltar que esses resultados levam em consideração a concepção dos autores de cada artigo relativamente ao que é modelagem matemática e o que é avaliação e, com isso, outras possibilidades, propósitos e procedimentos para a avaliação em modelagem são possíveis.

Com isso em mente, os resultados apresentados sugerem caminhos para solucionar e/ou auxiliar questionamentos e resultados de outras pesquisas, por exemplo, a elaboração de critérios para as etapas de modelagem a fim de auxiliar pesquisas futuras sobre o uso de testes práticos e portfólio, assim como a definição de um framework e/ou elaboração de rubricas de avaliação para solucionar questões relativas à confiabilidade da avaliação da competência de modelagem em projetos, como sugerido por Fredj (2013) em sua revisão de literatura.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

AYDIN-GUC, F.; BAKI, A. Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 38, n. 4, p. 191-215, 2018.

BICCARD, P.; WESSELS, D. Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: G. A. Stillman et al. (Eds.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 589–599, 2017.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. et al. **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: MEM/USU, p. 95-114, 1999.

BOWEN, G. A. Document analysis as a qualitative research method. **Qualitative Research Journal**, v. 9, n. 2, p. 27–40, 2009.

BRYMAN, A. **Social research methods**: 4^o ed. Oxford: Oxford University Press, 2012.

BURIASCO, R. L. C. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Avaliação Educacional**, v. 22, p. 155-178, 2000.

DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n.57, p. 34-45, 2018.

DAWN, N. K. E. Towards a professional development framework for mathematical modeling: The case of Singapore teachers. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 287-300, 2018.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.

DJEPAXHIJA, B.; VOS, P.; FUGLESTAD, A. B. Assessing mathematizing competences through multiple-choice tasks: Using students' response processes to investigate task validity. In: G. A. Stillman et al. (Eds.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 601–611, 2017.

FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 276-294, 2012.

FREJD, P. Modes of modelling assessment – A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n.3, p. 413–438, 2013.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H. S. Mathematical modelling with digital tools—A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. **ZDM**, v. 50, n. 1–2, p. 233–244, 2018.

HAINES, C.; CROUCH, R.; DAVIS, J. **Mathematical modelling skills: A research instrument**. Hertfordshire: Department of Mathematics, 2000.

JENSEN, T. H. Assessing mathematical modelling competencies. In: C. Haines et al. (Eds.), **Mathematical modelling: Education, engineering and economics**, p. 141–148, 2007.

JULIE, C. Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, p. 1-15, 2020.

LEONG, K. E. Assessment of Mathematical Modeling. **Journal of Mathematics Education at Teachers College**, v. 3, n. 1, 61-65, 2012.

LESH, R. A.; HOOVER, M.; HOLE, B.; KELLY, A.; POST, T. Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In: A. E. Kelly, R. A. Lesh (Eds.), **Handbook of research design in mathematics and science education**, p. 591–645, 2000.

NISS, M. Assessment in mathematics education and its effects: An introduction. In: M. Niss (Eds.), **Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI Study**, p. 1–30, 1993a.

NISS, M. Assessment of mathematical applications and modeling in mathematics teaching. In: J. de Lange et al. (Eds.), **Innovation in mathematics education by modeling and applications**, p. 41–51, 1993b.

SCHUKAJLOW, S.; KOLTER, J.; BLUM, W. Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. **ZDM**, v. 47, n. 7, p. 1241–1254, 2015.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 12, n. 2, p. 1-17, 2017.

TEKIN-DEDE, A.; BUKOVA-GUZEL, E. A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills. **The Mathematics Educator**, v. 27, n. 2, p. 33-72, 2018.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

VALEDA, G. G.; BURAK, D. Modelagem Matemática e o Desafio da Avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. In: L. M. W. Almeida, A. H. Borssoi, E. Tortola, K. A. P. Silva (Eds.). **Modelagem Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios**. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR, p. 339-352, 2016.

VOS, P. Assessment of Modelling in Mathematics Examination Papers: Ready-Made Models and Reproductive Mathematizing. In: G. Stillman et al. (Eds.), **Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice**, p. 479-488, 2013.

ZOTTL, L.; UFER, S.; REISS, K. Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach. In: G. Kaiser et al. (Eds.), **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**, p. 427-437, 2011.

2.2 ARTIGO 2

**CONSTRUINDO UMA FERRAMENTA PARA AVALIAÇÃO EM
MODELAGEM MATEMÁTICA****Resumo**

Neste artigo apresentamos uma ferramenta para avaliação em atividades de modelagem matemática. Para isto, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa segundo Bryman (2012) em que assumimos um posicionamento interpretativo e construcionista. A partir de um quadro teórico em que duas abordagens genéricas para a modelagem matemática na sala de aula são possíveis e no qual a avaliação é definida enquanto um processo, é proposta uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática que pode ser aplicável à diferentes perspectivas da modelagem bem como aos diferentes interesses e objetivos do professor. Três dimensões são caracterizadas a fim de conduzir a avaliação em atividades de modelagem: dimensão do fazer modelagem matemática; dimensão do uso da matemática; dimensão da abordagem da situação da realidade. A cada dimensão são associados aspectos, que possuem flexibilidade com a atribuição de pesos, e critérios responsáveis por gerar uma nota. Os resultados relatados emergiram da análise da transcrição das entrevistas realizadas com três professores que possuem experiência com a utilização da modelagem matemática na sala de aula. Identificamos a aceitabilidade e a coerência da ferramenta de avaliação proposta em relação às dimensões, aspectos e critérios, bem como em relação à flexibilidade dos pesos.

Palavras-Chave: Avaliação em Modelagem Matemática. Ferramenta de avaliação.

Introdução

Nas últimas décadas, as pesquisas e práticas envolvendo Modelagem Matemática¹⁸ na Educação Matemática têm apresentado um crescimento considerável (BIEMBENGUT, 2009; ARAÚJO, 2010). Frente a isto, encontra-se na literatura uma variedade de compreensões sobre o que é e como utilizar a modelagem matemática na sala de aula.

Em termos gerais, a modelagem matemática visa a abordagem de uma situação da realidade por meio da construção de modelos matemáticos (BLUM, 2015). Com a utilização da modelagem matemática na sala de aula, a dinâmica da aula de Matemática é alterada, de modo que os alunos passam a ser sujeitos mais ativos e que tomam

¹⁸ Utilizamos o termo “Modelagem Matemática” com iniciais maiúsculas para nos referir a comunidade científica da Educação Matemática. Já o termo “modelagem matemática”, com iniciais minúsculas, para nos referir a dinâmica de construção de modelos para resolver situações da realidade e, neste caso, podemos nos referir a: atividades/práticas de/com modelagem matemática; avaliação em modelagem matemática; perspectiva de modelagem matemática. Também, o termo “Modelagem” é adotado como sinônimo de “Modelagem Matemática” e o termo “modelagem” como sinônimo de “modelagem matemática”

iniciativas visando às diferentes ações que as atividades lhes requerem e frente às suas intuições e possibilidades de aprendizagens.

Decorrente da mudança na dinâmica da aula de Matemática proporcionada pelo uso da modelagem, “espera-se que a avaliação em modelagem seja condizente com a dinâmica das aulas” mediadas pela modelagem matemática (SILVA; DALTO, 2017, p. 2). Porém, poucas são as pesquisas que incluem nas discussões a avaliação em modelagem matemática (VELEDA; BURAK, 2016).

A revisão sistemática que apresentamos no artigo 1 desta dissertação em relação à avaliação em modelagem matemática identificou cinco possibilidades de avaliação na amostra usada naquela pesquisa: as rubricas¹⁹ de avaliação, o uso de questões de múltipla-escolha para avaliar, a estruturação de um framework para as ações dos alunos para avaliar, a atividade de modelagem como um instrumento de avaliação e a elaboração de critérios para avaliar. Isto indica que a avaliação em modelagem pode, para alguns autores, seguir um viés holístico, em que se busca avaliar o processo de modelagem desenvolvido por um grupo de alunos como um todo, e para outros autores, esta avaliação pode ser atomística, visando avaliar separadamente aspectos específicos do processo de modelagem desenvolvido pelos alunos.

No presente artigo construímos uma ferramenta de avaliação para práticas de modelagem na sala de aula, em que o foco da avaliação pode mudar de acordo com o objetivo de uso da modelagem, podendo possibilitar ao professor identificar o que o aluno sabe sobre o processo de modelagem, sobre a matemática utilizada neste processo bem como sobre a situação da realidade que está sendo estudada.

Aspectos metodológicos da pesquisa

Neste artigo seguimos encaminhamentos da pesquisa qualitativa apontados em Bryman (2012) que indicam um método de pesquisa em que se adota uma “visão indutiva das relações entre teoria e pesquisa, em que a primeira é gerada a partir da última” (BRYMAN, 2012, p. 380).

Bryman (2012) sugere que duas características importantes na pesquisa qualitativa consistem em: (a) adotar um posicionamento epistemológico interpretativo, em que o foco está na compreensão do contexto investigado a partir de um exame da

¹⁹ Segundo Tekin-Dede e Bukova-Guzel (2018), uma rubrica de avaliação pode ser definida como uma ferramenta de pontuação que articula as expectativas para uma tarefa, listando critérios e descrevendo níveis de qualidade.

interpretação deste contexto por seus participantes; (b) uma posição ontológica construcionista, implicando que as propriedades deste contexto emergem a partir das interações entre os indivíduos participantes em sua construção.

Assumimos, portanto, um posicionamento interpretativo relativamente ao resultado de pesquisas que envolvem os temas avaliação e perspectivas de modelagem matemática, bem como uma posição construcionista ao nos propormos avançar na teorização relativa à avaliação em modelagem matemática a partir da construção de uma ferramenta de avaliação para práticas de modelagem matemática na sala de aula.

Frente a isto, a estrutura desse artigo passa a conter: um tópico relativo à modelagem matemática e outro à avaliação em modelagem matemática, em que buscamos compreender ambos os contextos por meio das interpretações de seus participantes; um tópico referente à construção da ferramenta de avaliação, em que adotamos uma visão indutiva entre teoria e pesquisa, de modo que, partindo das interpretações de ambos os contextos geramos a ferramenta; um tópico relativo a validação desta ferramenta, em que interagimos a teoria gerada por esta pesquisa com seus participantes; um tópico em que apresentamos as conclusões da pesquisa.

Interpretações para a modelagem matemática

A Modelagem Matemática na Educação Matemática tem se apresentado a partir de diferentes entendimentos. Os esforços realizados para definir as sutilezas que diferenciam estes entendimentos configuram as diversas perspectivas e abordagens para a modelagem matemática.

Buscando contribuir para esta discussão a partir da análise de trabalhos recentes daquela época, Kaiser e Sriraman (2006) apresentaram uma classificação de seis perspectivas de modelagem matemática de acordo com os seus objetivos centrais, a saber, modelagem realista ou aplicada; modelagem contextual; modelagem educacional, diferenciada em a) modelagem didática e b) modelagem conceitual; modelagem sócio-crítica; e modelagem teórica ou epistemológica.

Esta classificação é decorrente da análise de publicações da área da Modelagem Matemática identificando os objetivos centrais de sua utilização com o que Kaiser e Sriraman (2006) denominaram de perspectiva. Por exemplo, na perspectiva sócio-crítica dá-se ênfase para o uso da modelagem com objetivos pedagógicos, como o entendimento crítico do mundo. Entretanto, permaneceu nesta comunidade científica um uso

demasiado, e muitas vezes sem clareza e rigor, do termo “modelagem matemática” e, conseqüentemente, dos termos similares atribuídos a estas perspectivas (GALBRAITH, 2011).

Nesse sentido, Galbraith (2012) realizou uma pesquisa em que ao invés de analisar as publicações da área da Modelagem Matemática, analisou o uso do termo “modelagem matemática” nas publicações da comunidade da Educação Matemática e suas relações com propósitos curriculares. Assim, Galbraith (2012) partiu do entendimento de que duas abordagens genéricas para a modelagem são possíveis em alguma configuração educacional, modelagem como “veículo” e como “conteúdo”, proposto por Julie e Mudaly (2007), classificando e relacionando diferentes propósitos, perspectivas e prioridades para a modelagem com as duas abordagens consideradas.

Deste modo, quando a modelagem é utilizada como “veículo”, seu objetivo principal é a aprendizagem da matemática curricular²⁰, ou seja, quando a modelagem é utilizada como um recurso para outras necessidades curriculares ou propósitos educacionais e, quando utilizada como “conteúdo”, dois objetivos emergem, a construção de modelos para investigar fenômenos naturais e sociais sem a prescrição de conteúdos matemáticos que irão emergir e, também, para desenvolver as habilidades de modelagem dos estudantes afim de torná-los aptos para acionar seus conhecimentos matemáticos e resolver problemas.

Diferentemente de Kaiser e Sriraman (2006), Galbraith (2012) apresenta um novo olhar para o termo “perspectiva”, entendendo que os diferentes objetivos de uso da modelagem matemática não configuram diferentes perspectivas, mas na verdade, que estes se relacionam com as duas abordagens genéricas possíveis.

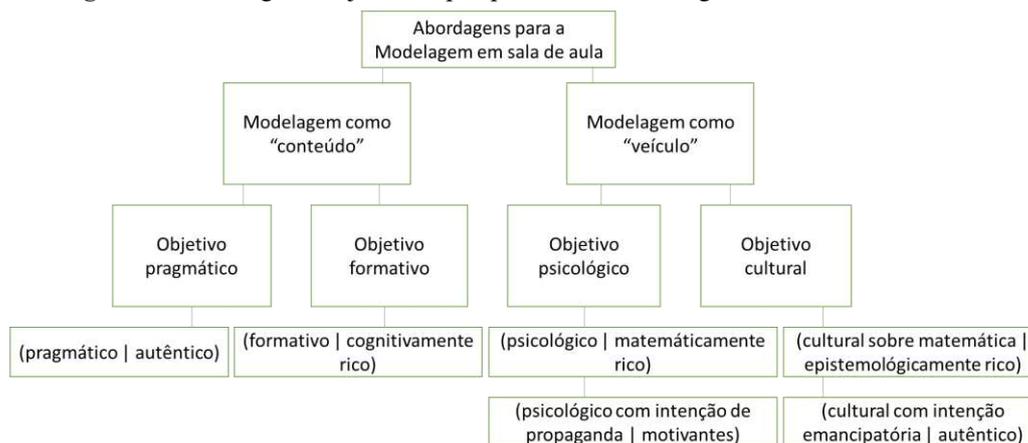
Neste viés, buscando discutir o ensino e aprendizagem da modelagem matemática, Blum (2015) apresenta quatro objetivos para a inclusão da modelagem no currículo e nas salas de aula: o objetivo “pragmático”, para compreender e dominar as situações do mundo real; o objetivo “formativo”, que visa fomentar as competências de modelagem dos alunos com a resolução deste tipo de atividade; o objetivo “cultural”, para mostrar a matemática como uma ciência mais compreensiva, priorizando as relações com o mundo extra-matemático; e o objetivo “psicológico”, com a intenção de aumentar os interesses e motivar os alunos para sua aprendizagem da matemática.

²⁰ Termo utilizado para dar ênfase que esta aprendizagem é de conteúdos da matemática que são valorizados nas escolas.

Blum (2015) ressalta que, de modo geral, existe uma dualidade nesta caracterização, sendo que o objetivo “pragmático” lida com a matemática como um auxílio para o mundo real e nos outros três objetivos, o mundo real como auxílio para a matemática. Podemos inferir que esta dualidade destacada por Blum (2015) se relaciona com as abordagens consideradas por Galbraith (2012). Entretanto, considerando a abordagem de modelagem como “conteúdo” que, para além do domínio das situações do mundo real envolve também o desenvolvimento das habilidades de modelagem dos estudantes, podemos dizer que os objetivos “pragmático” e “formativo” se apresentam como versões desta abordagem e, conseqüentemente, os objetivos “cultural” e “psicológico” como versões da abordagem de modelagem como “veículo”.

Buscando avançar nas ideias associadas a estes objetivos, Blum (2015) destaca que tipos específicos de atividades são necessários, construindo assim sua caracterização de perspectivas de modelagem a partir de um par ordenado (objetivo | atividade adequada). Para isso, seis perspectivas de modelagem são identificadas e relacionadas por Blum (2015) com a caracterização de Kaiser e Sriraman (2006): (pragmático | autêntico) “modelagem aplicada”; (formativo | cognitivamente rico) “modelagem educacional”, (cultural com intenção emancipatória | autêntico) “modelagem sócio-crítica”, (cultural sobre matemática | epistemologicamente rico) “modelagem epistemológica”, (psicológico com intenção de propaganda | motivantes) “modelagem pedagógica”, (psicológico | matematicamente rico) “modelagem conceitual”.

Entendemos neste artigo que o uso da modelagem matemática na sala de aula pode seguir o encaminhamento das abordagens de modelagem como “veículo” e modelagem como “conteúdo” e que estas abordagens envolvem quatro objetivos, a saber, os objetivos pragmático, formativo, cultural e psicológico, configurando a partir do par ordenado (objetivo | atividade adequada) as seis perspectivas de modelagem anteriormente mencionadas, como representado na Figura 5.

Figura 5 - Abordagens, objetivos e perspectivas de Modelagem Matemática

Fonte: os autores.

Levando em consideração esse quadro teórico, propomos uma ferramenta de avaliação para práticas de modelagem matemática, em que o professor, consciente da abordagem e perspectiva atribuída para o uso da modelagem na sala de aula, consegue adaptar esta ferramenta de acordo com seus objetivos, de acordo com o que disse Blum (2015): “não só o ensino mas também a avaliação devem refletir apropriadamente os objetivos da aplicação e da modelagem matemática” (p. 85, tradução nossa)²¹.

Interpretações para a avaliação em modelagem matemática

Os debates relativos às abordagens, perspectivas e entendimentos de modelagem matemática apontados no presente texto têm proporcionado diferentes caminhos para o desenvolvimento de pesquisas sobre avaliação em modelagem matemática.

A fim de discorrer sobre a avaliação em modelagem matemática e propor a ferramenta de avaliação, no presente artigo, defendemos a avaliação de acordo com Sacristán (1998), de modo a compreender a avaliação como um

[...] processo por meio do qual alguma ou várias características de um aluno/a, de um grupo de estudantes, de um ambiente educativo, de objetivos educativos, de materiais, professores/as, programas, etc., recebem a atenção de quem avalia, analisam-se e valorizam-se suas características e condições em função de alguns critérios ou pontos de referência para emitir um julgamento que seja relevante para a educação (SACRISTÁN, 1998, p.298)

Considerando à abordagem de modelagem como “veículo”, em que se busca relacionar a modelagem com a aprendizagem matemática dos estudantes, emergiu um

²¹ “Not only teaching but also assessment has to reflect the aims of applications and modelling appropriately” (BLUM, p.85, 2015).

debate relativo à regulação e à mensuração dos processos de modelagem realizados pelos alunos. Por outro lado, ao considerar a abordagem de modelagem como “conteúdo”, cujo foco está no estudo de fenômenos e no desenvolvimento das habilidades de modelagem do aluno, emergiu um debate relativo à regulação e à mensuração da competência e sub-competências no fazer modelagem matemática.

Apesar das diversas concepções para os processos e competências de modelagem, há na literatura resultados de investigações que indicam que a avaliação em modelagem pode seguir dois encaminhamentos: um viés holístico, em que os alunos perpassam todo o processo de modelagem e, logo, todos os sub-processos e sub-competências, ou um viés atomístico, em que os alunos experienciam partes do processo de modelagem e, logo, sub-processos e sub-competências específicas (MASS, 2006; FREDJ, 2013).

Há também, em menor quantidade, autores que relacionam ambos os encaminhamentos, incluindo na avaliação tarefas holísticas e atomísticas de modelagem, configurando um viés holístico-atomístico, caracterizado por alguns autores como uma abordagem mista para a avaliação (AYDIN-GUÇ; BAKI, 2018; ZOTTLE et al., 2011).

No que tange à avaliação de competências e sub-competências de modelagem, diversos autores têm se dedicado à realização de pesquisas a fim de elaborar uma base teórica sobre os conceitos e a construção de estratégias de avaliação destas competências (JULIE, 2020; BICCARD; WESSELS, 2017; ZOTTLE; UFER; REISS, 2011; etc.)

O viés atomístico para a avaliação da competência de modelagem, geralmente, aparece associado a utilização de questões de múltipla-escolha baseados no instrumento de avaliação desenvolvido por Haines, Crouch e Davis (2000) (FREDJ, 2013). Este instrumento tem a forma de uma prova escrita e é composto por diversas questões de múltipla-escolha, em que cada uma é direcionada para avaliar separadamente as etapas e sub-competências de modelagem consideradas. Há, na literatura, diferentes adaptações deste instrumento de acordo com as necessidades e objetivos de pesquisa. Julie (2020), por exemplo, adaptou sete questões de múltipla-escolha já existentes com o contexto em que estava trabalhando, com alunos Sul Africanos, e também, de acordo com as sete sub-competências que tinha interesse em investigar nestes alunos.

Com a inclusão da modelagem matemática em currículos de diferentes países como uma das competências matemáticas a ser desenvolvidas nos estudantes, gerou-se a necessidade de considerar um viés atomístico e um viés holístico para a avaliação (SCHUKAJLOW; KOLTER; BLUM, 2015; VOS, 2013).

Com esta finalidade, diferentes autores buscam avaliar e/ou adaptar as questões usadas em avaliações em larga escala, geralmente associadas ao PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos, a fim de estudar sua validade e confiabilidade e/ou utilizá-las de acordo com os propósitos de suas pesquisas, tanto para a mensuração quanto para estudar o desenvolvimento da competência de modelagem nos alunos.

Vale considerar, que para avaliar as reformulações e adaptações das questões de múltipla-escolha e das questões utilizadas em avaliações de larga escala, vários autores utilizam um esquema de pontuação de crédito parcial, em que podem considerar 0 ponto (incorreto), 1 ponto (parcialmente correto) e 2 pontos (correto) ou então, a avaliação é feita dicotomicamente, classificando a questão como certo ou errado, como realizado na pesquisa de Zottl et al. (2011) em que o viés adotada para a avaliação é misto.

Já no viés holístico para a avaliação da competência de modelagem, diferentes focos de pesquisas emergem. Por exemplo, a elaboração de rubricas de avaliação (DAWN, 2018; AYDIN-GUÇ; BAKI, 2018), a elaboração de framework (BICCARD; WESSELS, 2017), a utilização de projetos, portfólios, tarefas práticas e concursos (FREDJ, 2013), entre outros.

Apesar dos diferentes focos de pesquisa sobre avaliação da competência de modelagem no viés holístico, no geral, busca-se avaliar o desenvolvimento e as evoluções na competência de modelagem dos estudantes e não a mensuração destas competências, ou seja, não se associa uma nota ou pontuação para os alunos.

Um material reconhecido e utilizado neste tipo de pesquisa é o modelo 3D de desenvolvimento da competência de modelagem, proposto por Niss e Jensen (2011). Para capturar as progressões nas competências dos alunos com esse modelo, deve-se considerar três dimensões: *grau de cobertura* com respeito aos elementos do processo de modelagem; *raio de ação* em termos do domínio de situações em que a competência é ativada; *nível técnico* em relação aos conceitos e métodos matemáticos envolvidos no processo de modelagem (JENSEN, 2007).

Para a avaliação dos processos de modelagem realizados pelos estudantes no viés atomístico, também se encontra a utilização de questões de múltipla-escolha e questões das avaliações em larga escala, visando avaliar separadamente ações e procedimentos dos alunos ao desenvolver atividades de modelagem (HAINES; CROUCH; DAVIS, 2000). Já no viés holístico, encontra-se a elaboração de rubricas para avaliar (SILVA; DALTO, 2017; LEONG, 2012), a utilização de portfólios para avaliar (SILVA; DALTO,

2020), a elaboração de critérios para avaliar (FIGUEIREDO; KATO, 2012; BORBA, MENEGHETTI; HERMINI, 1999), entre outros.

Para avaliar os processos de modelagem no viés holístico, geralmente, associa-se um esquema formal de pontuação para cada processo de modelagem associado a um ciclo de modelagem. Por exemplo, Leong (2012) elaborou uma rubrica de avaliação em modelagem levando em consideração os processos descritos no ciclo de modelagem proposto nos Padrões Estaduais de Núcleo Comum para Matemática (CCSSM, 2010)²², associando a cada processo um esquema de pontuação de 5-pontos (0: não realizada, 1: abaixo do aceitável, 2: média, 3: bom, e 4: excelente).

Considerando que especificidades das diferentes perspectivas de modelagem matemática têm sido incorporadas na avaliação em modelagem matemática, apresentamos o desenvolvimento de uma ferramenta para avaliar em atividades de modelagem matemática. Para validar essa ferramenta, levamos em consideração o seu uso, sugerindo a três professores que, após desenvolver uma atividade de modelagem com seus alunos, procedessem a avaliação usando a ferramenta aqui construída.

Construindo uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática

A ferramenta de avaliação que propomos neste artigo visa uma abordagem holística para a avaliação em modelagem matemática. Para estruturá-la caracterizamos três dimensões que nesta abordagem são incluídas na avaliação: 1) Dimensão do fazer modelagem matemática; 2) Dimensão do uso da Matemática; e 3) Dimensão da abordagem da situação da realidade. Nossa formulação segue um encaminhamento em que a avaliação em modelagem deve levar em consideração estas três dimensões para avaliar os alunos.

Isto significa que, independente da abordagem e/ou perspectiva de modelagem matemática adotada, desenvolver atividades de modelagem requer dos alunos um olhar investigativo para a situação que está em estudo e, na busca por um modelo matemático, conhecimentos matemáticos, conhecimentos do fazer modelagem matemática e conhecimentos sobre a situação estão intrinsecamente conectados.

Para cada dimensão elegemos aspectos e atribuímos critérios que consideramos relevantes para sua avaliação. Visando gerar uma pontuação para a avaliação e permitir a adaptação da ferramenta de acordo com a abordagem adotada para a modelagem,

²² Disponível em: <http://www.corestandards.org/the-standards> <acesso em: 17/04/2021>

lançamos mão de uma escala de 5-pontos utilizada por Leong (2012), e atribuímos a cada critério uma nota de 0-4 pontos (0: não realizado, 1: abaixo do aceitável, 2: média, 3: bom, 4: excelente).

A construção da ferramenta está dividida em três partes: primeiro serão considerados os aspectos relativos à avaliação da dimensão do fazer modelagem matemática, seguido dos aspectos relativos à avaliação da dimensão do uso da Matemática e, por fim, dos aspectos relativos à avaliação da dimensão da abordagem da situação em estudo.

A fim de propor uma ferramenta de avaliação em modelagem matemática não associada especificamente às concepções particulares de modelagem, partimos do entendimento de que no desenvolvimento de atividades modelagem matemática na sala de aula

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Baseados neste entendimento, elegemos três aspectos para avaliar a dimensão do fazer modelagem matemática: relações com a realidade; matematização; análises realizadas. Tendo *o início em uma situação-problema em que os procedimentos de resolução e as soluções não são previamente definidos e/ou conhecidos*, elegemos o aspecto “relações com a realidade”. Neste aspecto, buscamos evidenciar a importância de estudar situações-problema em que o tema/assunto investigado seja não-matemático. Além disso, incluímos neste aspecto um critério referente à definição da situação-problema e um critério sobre as informações e dados coletados, visto que estes, devem ser relevantes e suficientes para permitir a investigação da situação-problema.

O segundo aspecto a ser avaliado nesta dimensão é a “matematização”. Conforme sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012), da matematização segue a *introdução ou aplicação de conceitos matemáticos*. Neste sentido, para dar início há investigação da situação-problema, primeiramente, os alunos devem adequar o problema, que se encontra em linguagem natural, para um problema em linguagem matemática e, para fazer isto, os alunos devem se apoiar na definição de simplificações, hipóteses e variáveis, que permitam a definição do problema e sua resolução mediante a construção e validação de um modelo matemático.

O último aspecto considerado para avaliar esta dimensão diz respeito às análises realizadas. Elegemos três critérios para avaliar este aspecto. Buscamos destacar nestes critérios que as análises envolvem uma avaliação e possível adequação dos procedimentos realizados na construção do modelo matemático, assim como uma interpretação dos resultados matemáticos e não-matemáticos e com isso, busca-se a elaboração de uma resposta para a situação-problema investigada.

Considerando o peso 1 para a avaliação de cada aspecto da dimensão do fazer modelagem matemática e que cada aspecto possui três critérios que devem ser pontuados de 0 à 4 pontos, a nota máxima possível em cada aspecto é 12 pontos. Caso o peso de algum aspecto seja alterado para peso 2, então esse aspecto pode gerar até 24 pontos, e assim por diante. No Quadro 5 apresentamos elementos da ferramenta relativos à avaliação da dimensão do fazer modelagem matemática.

Quadro 5 - Ferramenta de avaliação para a dimensão do fazer modelagem matemática

Dimensão	Aspectos considerados	Descrição/Critérios: o que olhar?	Pontuação
Do fazer modelagem matemática	Relações com a realidade Peso: 1	A situação de interesse permite a investigação de um tema/assunto não-matemático?	0-4
		O problema definido é relevante para uma abordagem matemática da situação da realidade?	0-4
		Os dados/informações coletados são relevantes/suficientes para o estudo desta situação-problema?	0-4
	Matematização Peso: 1	As hipóteses e simplificações permitem a tradução do problema em linguagem natural para um problema em linguagem matemática?	0-4
		As variáveis definidas são adequadas de acordo com as características da situação-problema?	0-4
		As simplificações, hipóteses e variáveis adotadas foram relevantes para investigar a situação e possibilitaram a construção de um modelo matemático?	0-4
	Análises realizadas Peso: 1	As análises realizadas viabilizam a interpretação dos resultados matemáticos e não matemáticos em relação a situação?	0-4
		As análises realizadas viabilizam a avaliação e/ou adequação dos procedimentos empreendidos na construção do modelo matemático?	0-4

		As análises realizadas viabilizam a elaboração de uma resposta para o problema investigado na situação-problema?	0-4
TOTAL			

Fonte: os autores.

Em relação à avaliação da dimensão do uso da matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, consideramos dois aspectos: mobilização dos conceitos matemáticos; uso de técnicas ou métodos adequados.

Para o aspecto “mobilização dos conceitos matemáticos”, elaboramos três critérios. O primeiro, diz respeito à adequação dos conceitos matemáticos mobilizados na investigação em relação ao nível de escolaridade dos alunos. O segundo, busca avaliar se os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são condizentes com as informações da atividade. No último critério, avaliamos se os conceitos mobilizados permitem a construção de um modelo matemático.

Relativamente ao uso de técnicas ou métodos adequados, definimos três critérios em que buscamos incluir se as técnicas ou métodos utilizados pelos alunos são adequados com o nível de escolaridade, se estas técnicas ou métodos são adequadas para os conceitos mobilizados e se foram utilizadas corretamente para a construção do modelo matemático. No Quadro 6, apresentamos elementos da ferramenta relativos à avaliação da dimensão do uso da matemática.

Quadro 6 - Ferramenta de avaliação para a dimensão do uso da matemática

Dimensão	Aspectos considerados	Descrição/Critérios: o que olhar?	Pontuação
Uso da Matemática	Mobilização dos conceitos matemáticos Peso: 1	Os conceitos matemáticos mobilizados são adequados considerando o nível de escolaridade dos alunos?	0-4
		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são condizentes com as características da situação-problema investigada?	0-4
		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos permitem a construção de um modelo matemático válido para a situação?	0-4
	Uso de técnicas ou métodos adequados	As técnicas/métodos matemáticos utilizados são adequados ao nível de escolaridade dos alunos?	0-4
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados pelos alunos são adequados para os conceitos mobilizados?	0-4

	Peso: 1	As técnicas/métodos matemáticos utilizados para a construção do modelo foram corretamente utilizadas?	0-4
TOTAL			

Fonte: os autores.

A dimensão da abordagem da situação da realidade, diz respeito ao potencial da atividade de modelagem matemática para estudar a situação, considerando a inclusão de características e particularidades da situação bem como a robustez do modelo construído.

Para avaliar esta dimensão elegemos dois aspectos: entendimento da situação; para além da situação. Ao aspecto entendimento da situação associamos os critérios entendimento da situação e aprofundamento do que se conhece sobre a situação-problema. Para o aspecto para além da situação, os dois critérios são: a busca de relações com outras situações e aprendizagens externas à situação investigada. No Quadro 7, apresentamos elementos da ferramenta relativos à dimensão da abordagem da situação da realidade.

Quadro 7 - Ferramenta de avaliação para a dimensão da abordagem da situação da realidade

Dimensão	Aspectos Considerados	Descrição/critérios: o que olhar?	Pontuação
Abordagem da situação da realidade	Entendimento da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou o entendimento da situação-problema?	0-4
		A modelagem matemática viabilizou aprofundar o que se conhecia sobre a situação?	0-4
	Para além da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou a relação com outras situações da realidade?	0-4
		A modelagem matemática proporcionou aos alunos aprendizagens sobre a situação-problema estudada?	0-4
TOTAL			

Fonte: os autores.

As dimensões, aspectos e critérios considerados são resumidos no Quadro 8.

Quadro 8 - Ferramenta de avaliação em modelagem matemática na sala de aula

Dimensão	Aspectos considerados	Critérios: o que olhar	Pontuação
----------	-----------------------	------------------------	-----------

Do fazer modelagem matemática	Relações com a realidade Peso: 1	A situação de interesse permite a investigação de um tema/assunto não-matemático?	0-4
		O problema definido é relevante para uma abordagem matemática da situação da realidade?	0-4
		Os dados/informações coletados são relevantes/suficientes para o estudo desta situação-problema?	0-4
	Matematização Peso: 1	As hipóteses e simplificações permitem a tradução do problema em linguagem natural para um problema em linguagem matemática?	0-4
		As variáveis definidas são adequadas de acordo com as características da situação-problema?	0-4
		As simplificações, hipóteses e variáveis adotadas foram relevantes para investigar a situação e possibilitaram a construção de um modelo matemático?	0-4
	Análises dos resultados Peso: 1	As análises realizadas viabilizam a interpretação dos resultados matemáticos e não matemáticos em relação a situação?	0-4
		As análises realizadas viabilizam a avaliação e/ou adequação dos procedimentos empreendidos na construção do modelo matemático?	0-4
		As análises realizadas viabilizam a elaboração de uma resposta para o problema investigado na situação-problema?	0-4
Do uso da Matemática	Mobilização dos conceitos matemáticos Peso: 1	Os conceitos matemáticos mobilizados são adequados considerando o nível de escolaridade dos alunos?	0-4
		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são condizentes com as características da situação-problema investigada?	0-4
		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos permitem a construção de um modelo matemático validado para a situação?	0-4
	Uso de técnicas ou métodos adequados Peso: 1	As técnicas/métodos matemáticos utilizados são adequados ao nível de escolaridade dos alunos?	0-4
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados pelos alunos são adequados para os conceitos mobilizados?	0-4

		As técnicas/métodos matemáticos utilizados para a construção do modelo foram corretamente utilizadas?	0-4
Da abordagem da situação da realidade	Entendimento da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou o entendimento da situação-problema?	0-4
		A modelagem matemática viabilizou aprofundar o que se conhecia sobre a situação?	0-4
	Para além da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou a relação com outras situações da realidade?	0-4
		A modelagem matemática proporcionou aos alunos aprendizagens sobre a situação-problema estudada?	0-4
TOTAL			

Fonte: os autores.

Em busca de uma validação da ferramenta

Pellegrino et al. (2001) apontam para a necessidade de sistemas de avaliação que considerem diferentes aspectos do objeto a ser avaliado e que utilizem medidas qualitativas e quantitativas para esta avaliação de modo que atendam a padrões de validade e confiabilidade. Os autores sugerem que:

É particularmente importante que as inferências tiradas de uma avaliação sejam válidas, confiáveis e justas. A validade se refere ao grau em que as evidências e a teoria apoiam as interpretações das pontuações da avaliação. A confiabilidade denota a consistência dos resultados de uma avaliação quando o procedimento de avaliação é repetido em uma população de indivíduos ou grupos. E justiça abrange uma ampla gama de questões interligadas, incluindo ausência de parcialidade nas tarefas de avaliação, tratamento equitativo de todos os examinandos no processo de avaliação, oportunidade de aprender o material que está sendo avaliado e validade comparável (se os resultados dos testes subestimarem ou superestimarem as competências de membros de um determinado grupo, a avaliação é considerada injusta) (PELLEGRINO et al., p. 39, 2001, tradução nossa)²³.

²³ “It is particularly important that the inferences drawn from an assessment be valid, reliable, and fair. Validity refers to the degree to which evidence and theory support the interpretations of assessment scores. Reliability denotes the consistency of an assessment’s results when the assessment procedure is repeated on a population of individuals or groups. And fairness encompasses a broad range of interconnected issues, including absence of bias in the assessment tasks, equitable treatment of all examinees in the assessment process, opportunity to learn the material being assessed, and comparable validity (if test scores underestimate or overestimate the competencies of members of a particular group, the assessment is considered unfair) (PELLEGRINO, p. 39, 2001)

No presente artigo, subtemos a ferramenta proposta a partir do quadro teórico apresentado, à avaliação mediante seu uso por três professores que têm experiência com práticas de modelagem na sala de aula e serão aqui identificados por **E**, **D** e **R**.

A cada professor foi disponibilizada a ferramenta aqui proposta para que usassem em avaliação de pelo menos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por seus alunos. Posteriormente, foi realizado uma entrevista online com cada professor visando conhecer sua análise em relação à eficácia e usabilidade da ferramenta para avaliar em atividades de modelagem matemática.

As entrevistas foram realizadas usando *google meet* e posteriormente transcritas, garantindo o sigilo das informações. O objetivo das entrevistas foi recolher informações a respeito do uso da ferramenta de avaliação e foram conduzidas de maneira semi-estruturada, de modo que se desenrolaram a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador fizesse as adaptações necessárias.

As entrevistas tiveram início com questões de aquecimento, que visavam conhecer particularidades do entrevistado e estabelecer um clima amigável e de respeito, seguido pelas questões desencadeadoras, que tinham por intenção que os entrevistados falassem livremente sobre o uso da ferramenta.

A questão de aquecimento é: Professor, gostaria que você falasse livremente sobre a sua formação, sobre o seu contato com modelagem matemática, quando você passou usá-la em sua prática docente e outros aspectos que você considerar relevantes.

As questões desencadeadoras são: (1) Como foi para você usar a ferramenta que elaboramos para avaliar na atividade de modelagem matemática? (2) Qual foi o seu objetivo com o desenvolvimento da atividade de modelagem na qual a avaliação foi mediada pelo uso da ferramenta? (3) As dimensões, aspectos e critérios elaborados estão claros para você? (4) Como você realizou a atribuição de pesos para os aspectos considerados na ferramenta?

Pellegrino et al. (2001) sugerem que se examine diferentes partes de uma ferramenta de avaliação para estudar sua validação. Considerando que a validação está relacionada com a precisão da ferramenta, focamos o nosso olhar para dois aspectos nas entrevistas realizadas com os três professores: (1) a clareza e suficiência/relevância das dimensões, aspectos e critérios elaborados; (2) a precisão da nota e, conseqüentemente, da escala de pontuação sugerida.

A fim de investigar os aspectos (1) e (2), discorremos separadamente sobre cada entrevista, de modo que apresentamos um breve resumo sobre o professor entrevistado

e sobre a atividade em que o professor realizou a avaliação. Na sequência, utilizamos excertos de falas obtidos das transcrições a fim de encontrar evidências em relação a sua opinião sobre a eficácia da ferramenta.

A professora **E**, possui mais de 30 anos de experiência profissional e a aproximadamente 20 anos, experimenta a utilização de práticas com modelagem na sala de aula. Seu foco de atuação é a formação inicial e continuada de professores e a atividade de modelagem matemática selecionada para utilizar a ferramenta de avaliação foi desenvolvida por professores que atuam na Educação Básica. Esta atividade envolveu a temática de absorção de um medicamento para hipertensão e os professores encontraram um modelo matemático que descreve o nível de medicamento no organismo humano por meio da utilização de equações de diferenças.

Durante a entrevista com a professora **E** foi possível reconhecer sua identificação relativa à clareza e à suficiência dos critérios considerados na ferramenta de avaliação. De fato, durante sua resposta à questão de aquecimento a professora **E** afirma: *“Eu acho que estão bem colocados esses critérios que vocês elaboraram Gustavo, acho que é bem abrangente e que vocês conseguem analisar atividades de modelagem matemática de várias perspectivas”*. As perspectivas a que se refere a professora são aquelas caracterizadas em Kaiser e Sriraman (2006).

Ao responder à 1ª questão desencadeadora, a professora **E** também mencionou aspectos referentes à clareza e relevância das dimensões, aspectos e critérios considerados na ferramenta. Conforme a transcrição a seguir:

“Eu acho assim, que a ferramenta que vocês escreveram está muito bem feita, ela contempla todas as ideias, as interpretações em cada etapa. Ela está muito bem descrita. O que que a gente sente: quando a gente vai pontuar, a gente lembra da atividade do aluno que desenvolveu essa modelagem né. Então quando eu fui pontuar, a gente não vê os percalços dos alunos [...]” (grifos nossos)

Ainda, nessa resposta, a professora **E** expõe que para fazer a pontuação da atividade foi necessário ir além do registro escrito da atividade de modelagem, necessitando lembrar como os alunos agiram ao desenvolver esta atividade.

Ao responder a 2ª questão desencadeadora a professora **E** afirma: *“Eu queria que eles vivenciassem o processo da modelagem; eu queria que os professores vivenciassem quais dificuldades a gente encontra quando começa a trabalhar com modelagem”*. O entrevistador pergunta: *“E foi por isso que a senhora deixou a avaliação de cada aspecto com o mesmo peso?”*.

Esta pergunta teve como intenção verificar se a professora **E** tinha entendido o esquema de pesos e pontuação da ferramenta, visto que ela havia deixado todos os aspectos com peso 1. Neste momento, a resposta da professora **E** fugiu do assunto e se voltou para as justificativas dos pontos atribuídos. Após o término de sua fala, o entrevistador pergunta: *E o que você achou desta escala de pontuação de 0 a 4 pontos? Sendo: 0 não-realizado, 1 abaixo do aceitável, 2 médio, 3 bom ou 4 excelente, o que que você acha disso?* A professora **E** responde:

“Está adequado, esta escala está adequada sim [...] pelo menos uma dúvida a respeito da temática ele vai expressar né, então a partir disso você tem que dar alguma resposta ao questionamento. Então eu acho que essa pontuação ela é adequada sim.”

É possível que a professora **E** não tenha observado que a atribuição de pesos é flexível, considerando apenas que a escala que vai de 0 a 4 pontos é adequada.

A partir destes diálogos, e considerando o quadro teórico estabelecido neste artigo, podemos considerar que a professora **E** estava trabalhando de acordo com a abordagem de modelagem como conteúdo, considerando a perspectiva representada pelo par ordenado (formativo | cognitivamente rico), visto que a professora **E** tinha como objetivo desesenvolver as habilidades de modelagem dos professores.

A avaliação realizada pela professora **E** mediante o uso da ferramenta gerou um total de 51 pontos, que representa aproximadamente 67% de aproveitamento. Como a professora **E** já havia comentado que é difícil realizar a avaliação sem se lembrar do vai e vem da sala de aula, não foi possível julgar a precisão da nota gerada pela ferramenta.

O professor **D** tem mais de 20 anos de magistério e, há aproximadamente 15 anos inclui práticas com modelagem na sala de aula. Seu foco de atuação é o Ensino Médio e Ensino Fundamental II, sendo que a atividade de modelagem matemática selecionada para utilizar a ferramenta de avaliação foi desenvolvida por alunos do 2º ano do Ensino Médio. Esta atividade envolveu a temática do tempo ideal de estouro do milho de pipoca e, os alunos, utilizaram funções de diferenças para encontrar um modelo matemático exponencial que descrevia o número de grãos de pipoca que não estouraram.

A utilização da 1ª questão desencadeadora com o professor **D** não proporcionou uma resposta detalhada sobre a utilização da ferramenta de avaliação e com isso, o entrevistador utilizou a 3ª questão desencadeadora. A resposta do professor **D** foi:

Sim, eu creio que sim [...] Então pelo o que eu vi ali, cada item que você colocou eu consegui identificar um momento, uma fala, uma orientação, uma conversa que eu tive com os alunos em que da pra identificar esse critério e pontuar. Assim, é tudo mais ou menos subjetivo, eu lembro como o grupo se comportava, o que os alunos falaram. Mas é, cada item desse da pra lembrar de um momento lá da atividade que dá pra ser avaliado sim [...]"

Percebe-se nesta resposta que o professor **D** considera que a ferramenta de avaliação é clara e suficiente, visto que não foi sugerida a inclusão ou exclusão de critérios e que o professor **D** não teve dificuldades em identificá-los durante a avaliação. Entretanto, assim como comentado pela professora **E**, houve a necessidade de identificar e recordar um momento, uma fala, uma orientação que ocorreu em sala de aula e que não estava presente no registro escrito da atividade de modelagem utilizada na avaliação.

Assim como a professora **E**, o professor **D** não alterou o peso de nenhum aspecto em sua avaliação, e visando que o professor **D** discorresse sobre o assunto, foi necessário utilizar a 2ª questão desencadeadora, cuja resposta foi:

"[...] essa atividade em específico foi feita no segundo ano e eu pensava mais na ideia de funções, de aprofundar o estudo de funções. Eu também queria trabalhar com eles a questão de taxas de variação de função, que é um coisa que os alunos do ensino médio quase não estudam. Eles não estudam uma situação real e partem do estudo da variação das grandezas e tenta correlacionar isso para chegar numa função [...]"

A partir dessa resposta, o entrevistador explica para o professor **D** a finalidade da atribuição de pesos na ferramenta de avaliação. Na sequência, a fala do professor **D** evidencia que ele não havia compreendido esta ideia, mas se mostrou interessado:

"Eu não tinha pensado nisso não. Porque como eu vi aqui aspectos pesos tudo 1, até fiquei intrigado. Será que todos os itens tem peso 1? Mas eu não pensei na hora em atribuir peso diferente. Agora que você está falando até seria interessante. Talvez, se eu tivesse que pontuar com peso diferente, eu acho que eu pontuaria mais a questão do uso da matemática, seria a dimensão do uso da matemática [...]"

Isso sugere que professor **D** compreendeu como que os pesos funcionam e, já na sequência, alterou o peso dos aspectos "mobilização dos conceitos matemáticos" e "uso técnicas ou métodos adequados" da dimensão do uso da matemática, para peso 2. Com essa alteração, sua avaliação inicial que gerou 59 pontos, aproximadamente 77% de aproveitamento, passou a contemplar 81% de aproveitamento.

Frente a isto o entrevistador pergunta: *você acha que essa atividade condiz com o aproveitamento de uns 80% pelo grupo?* O professor **D** responde:

“Sim, eu acho que sim. Esse trabalho aí ficou muito bom eu achei. Eu até tentei pegar outro trabalho em que os alunos cometeram mais erros [...] não achei mais arquivos desse trabalho dos alunos, mas eu achei que esse trabalho ficou adequado em 80%”.

Esta fala do professor sugere que após a explicação sobre a atribuição de pesos na ferramenta, o professor **D** compreendeu seu funcionamento e para além disso, ao alterar os pesos de acordo com seus objetivos de uso da modelagem na sala de aula, aumentou a precisão da nota atribuída aos alunos nesta atividade.

Podemos considerar, segundo o quadro teórico, que o professor **D** estava utilizando a abordagem de modelagem como veículo, de acordo com a perspectiva representada pelo par ordenado (psicológico | motivantes), visto que o professor **D** tinha como objetivo aprofundar o estudo de funções partindo de uma situação real, ou seja, visava aumentar o interesse e motivar os estudantes em suas aprendizagens.

O professor designado pela letra **R**, possui mais de 15 anos de magistério e a aproximadamente 15 anos inclui práticas com modelagem na sala de aula. Seu foco de atuação é a Pós-Graduação e Graduação e as atividades de modelagem matemática selecionadas para utilizar a ferramenta de avaliação foram desenvolvidas por alunos de graduação matriculados na disciplina de Modelagem Matemática voltada para a Educação Básica. Uma atividade envolveu a temática de proliferação de fungos em uma fatia de pão, em que o grupo de alunas desenvolve um modelo exponencial para representar o crescimento dos fungos no pão, e a outra atividade envolve a temática das régua mágicas, em que o grupo desenvolve um modelo matemático que relaciona o número de pétalas gerada pelo desenho utilizando a régua mágica com o número de dentes do anel e da peça presente na régua mágica.

Após utilizar a questão desencadeadora, o professor **R** descreveu todas as suas dúvidas e sugestões sobre a ferramenta, englobando aspectos relativos à clareza e suficiência/relevância dos critérios, sobre a precisão da nota e da escala de pontuação utilizada. Em relação aos critérios, o professor **R** teve dúvidas no primeiro critério do aspecto “relações com a realidade”: *A situação de interesse permite a investigação de um tema/assunto não-matemático?*, sugerindo a revisão da escrita deste critério ou ainda uma explicação abreviada do objetivo de cada critério na ferramenta.

Considerando a atual extensão da ferramenta de avaliação, optamos por não explicar cada critério, mas sim revisar a escrita deste critério para: *O contexto de interesse do grupo permite a investigação de uma situação não-matemática?*, visto que

o objetivo deste critério é reforçar que em uma prática de modelagem o contexto extra-matemático é importante.

O professor **R** também sugeriu a revisão da escrita do último critério da ferramenta, justificando:

“Tem um item também aqui mais pra baixo, que eu coloquei 0 e 0, mas é uma interpretação minha. Porque quando você coloca, o estudo do fenômeno, ou seja, estou estudando régua e o pão bolorento, permitiu aprendizagens ou conscientização de outros fatores externos a ele? Então por exemplo, a questão do pão bolorento os alunos tiveram que trabalhar com a ideia de fungos e eles foram até a área de química e estudaram qual era o fungo do pão [...] pra mim, como isso faz parte da atividade de modelagem eu não entendo que isso é um fator externo a ela, nesse sentido que eu coloquei 0 e 0 [...] talvez: o estudo do fenômeno permitiu aprendizagens ou conscientização de fatores externos a matemática? Ai possivelmente o primeiro grupo eu teria colocado 4 com certeza e o segundo não seria 4, mas eu teria que olhar de novo para ver se eu daria 2 ou 3 [...]”

Neste comentário há indícios de que o professor **R** entendeu o objetivo do critério, mas que de fato, há abertura para sua interpretação. Neste sentido, revisamos a escrita deste critério para: *“O estudo do situação permitiu aprendizagens ou conscientização de fatores externos a matemática?”*, de modo a fixar a interpretação deste critério. Por fim, o professor **R** comentou que sentiu falta de critérios que abarcassem a coleta de dados e a criatividade, como ilustrado a seguir:

“[...] um item que avaliasse explicitamente o processo de inteiração e coleta de dados realizado pelos alunos. Porque uma coisa que eu fazia muito quando comecei a fazer modelagem, eu ficava folheando revista e jornal para ver se eu achava dados que eu pudesse trabalhar com modelagem [...] há também a situação do aluno que ta olhando uma revista e acha um quadro. Ai ele resolve fazer um problema para se adequar aos dados, nesse sentido as informações coletadas elas são sim relevantes e suficientes para o estudo, mas eu não atribuiria uma pontuação boa no caso do modo da coleta de dados, porque os dados não ajudaram a resolver o problema mas o problema veio para se adequar aos dados. Finalmente, o último item que eu coloquei é que eu senti falta de um item que avaliasse o aspecto inovador e criativo da atividade de modelagem como um todo, porque eu lembro que quando eu era aluno, a professora fez uma modelagem sobre a produção de cana de açúcar no Brasil, para trabalhar o método de Ford-Walford. E ai, eu me lembro que na hora da apresentação do trabalho final, teve uns dois grupos que apresentaram, por exemplo, sobre a produção de café no Brasil, sobre a produção de sei lá o que no Brasil, pra usar as mesmas ideias e o mesmo método que a professora utilizou”.

Visando considerar as sugestões do professor **R** e padronizar o número de critérios presentes na ferramenta, elaboramos dois novos critérios para a dimensão da abordagem da situação da realidade, representados em itálico no Quadro 9:

Quadro 9 - Dimensão da abordagem da situação da realidade revisada

Dimensão	Aspectos Considerados	Descrição/critérios: o que olhar?	Pontuação
Abordagem da situação da realidade	Entendimento da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou o entendimento da situação-problema?	0-4
		A modelagem matemática viabilizou aprofundar o que se conhecia sobre a situação?	0-4
		<i>O modo de coleta e manejo dos dados foram importantes/adequados para o estudo da situação?</i>	0-4
	Para além da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou a relação com outras situações da realidade?	0-4
		A modelagem matemática proporcionou aos alunos aprendizagens sobre a situação-problema estudada?	0-4
		<i>A abordagem para a situação-problema apresentou aspectos criativos e inovadores?</i>	0-4
	TOTAL		

Por fim, no que tange a atribuição dos pesos, inicialmente, o professor **R** mostrou uma interpretação inesperada, como ilustrado neste comentário:

“[...] Por exemplo, o primeiro aspecto “relações com a realidade” o máximo que se tem de pontuação é 12, com peso 1. Eu tinha entendido que esses 12 valeria 1 [...] Então esses 12 pontos que é o máximo, eles significariam 1, que era o peso. Agora eu entendi que você tá colocando que cada um dos critérios valem no máximo 4 [...]”

Apesar de uma interpretação inesperada, o professor **R** demonstrou entendimento em relação aos pesos na ferramenta. Já em relação à precisão da nota o professor **R** comentou:

“[...] eu diria que se eu não tivesse a ferramenta, possivelmente, considerando os trabalhos, a nota da régua seria em torno de 80-85 e do pão bolorento seria em torno de 85-90. Com a ferramenta de avaliação que eu utilizei, encontrei uma nota possivelmente menor (71% - régua e 79% - pão) do que eu teria dado com os critérios que eu tenho utilizado. Pensando nisso, também justifica aquilo que eu escrevi que senti falta, que teria aumentado a nota. Por exemplo, tem um item aqui que eu dei 2 e 2, que é a análise dos resultados. Então: permitiram a avaliação e adequação dos procedimento empreendidos? Então não é uma coisa que eu tenho pedido pra eles fazerem no trabalho [...] isso eu faço na apresentação do seminário, mas como eu avaliei o texto. No caso, tem um item também que eu coloquei aqui mais pra baixo, que eu coloquei 0 e 0 né [...]” (grifo nosso).

Este comentário do professor indica que, apesar de a nota ter sido menor com a utilização da ferramenta de avaliação, esta diferença foi repensada pelo professor **R**,

visto que a sua avaliação levou em conta apenas o registro escrito da atividade de modelagem e também, devido às suas sugestões de revisão dos critérios.

A partir do quadro teórico estabelecido e considerando o contexto das atividades avaliadas, podemos inferir que o professor **R** estava trabalhando com a abordagem de modelagem como conteúdo, segundo a perspectiva representado pelo par ordenado (pragmático | autêntico), a fim de compreender e dominar as situações do mundo real e, particularmente, visando a utilização destas situação na Educação Básica pelos alunos do curso de graduação.

Considerações finais

Neste artigo apresentamos uma ferramenta para avaliação em atividades de modelagem matemática. A partir de um quadro teórico relativamente à modelagem matemática, avaliação e avaliação em modelagem matemática, construímos uma ferramenta visando incluir na avaliação em modelagem matemática elementos ainda pouco referidos nas discussões relativas à temática de avaliar alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

Considerando as diferentes perspectivas de modelagem matemática enunciadas em Kaiser e Sriraman (2006) bem como sua complementação em Blum (2015) em que a esta perspectiva se associa o objetivo para com essa atividade na sala de aula bem como o tipo de atividade mais adequada mediante o par (objetivo | atividade adequada), a ferramenta proposta neste artigo visa tornar possível incluir essas especificidades de uma prática com modelagem matemática na sala de aula na avaliação dos alunos quando desenvolvem essas atividades.

Para incluir essas especificidades de práticas de modelagem matemática na avaliação, caracterizamos três dimensões para a avaliação em modelagem matemática: dimensão do fazer modelagem matemática; dimensão do uso da matemática; dimensão da abordagem da situação da realidade. A estas dimensões foram associados diferentes aspectos e foram definidos critérios para inferir sobre a pontuação aferida aos alunos na avaliação em cada uma destas dimensões.

O que se torna relevante na ferramenta é justamente a flexibilidade da pontuação usando estes aspectos, de modo que cada professor pode avaliar seus alunos mediante seus objetivos com a atividade de modelagem matemática, em sintonia com a perspectiva de modelagem associada à atividade avaliada.

Assim, por um lado na revisão de Fredj (2013) se identificaram diferentes modos de avaliação e no artigo 1 dessa dissertação apresentamos uma análise de como vem acontecendo a avaliação em modelagem matemática. Por outro lado, no presente artigo, a ferramenta proposta visa contemplar especificidades da avaliação em modelagem matemática ainda não referidos na literatura.

A validação da ferramenta realizada por três professores em atividades de modelagem matemática, embora pouco expressiva do ponto de vista quantitativo, dá indícios da operacionalidade e da robustez da ferramenta. Todavia, usos futuros poderão indicar alterações ou complementações de modo que a ferramenta possa se tornar mais adequada para a avaliação em atividades de modelagem matemática.

Neste sentido, por um lado, em conformidade com o que indicam Pellegrino et al. (2001), a ferramenta reúne a avaliação de um conjunto de aspectos do que está sendo avaliado, por outro lado, estes mesmos autores também recomendam um exame amplamente realizado para a validação de uma ferramenta de avaliação. Pesquisas futuras em épocas sem pandemia e com maior flexibilidade para a realização de pesquisas empíricas podem ultrapassar essa limitação da presente pesquisa.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ANCHIETA, R. J. F. **Avaliação formativa de aprendizagem em modelagem matemática**. 2017. 180 f. Tese (doutorado) - Rede Amazonica de Educação em Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2017.

ARAÚJO, J. L. Brazilian research on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 42, n. 2-4, p. 337-348, 2010

AYDIN-GUC, F.; BAKI, A. Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 38, n. 4, p. 191-215, 2018.

BICCARD, P.; WESSELS, D. Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: G. A. Stillman et al. (eds.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education**, p. 589–599, 2017.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: CHO, S. J. (Ed). **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. New York: Springer, 2015. p. 73-96.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. et al. **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: MEM/USU, p. 95-114, 1999.

BRYMAN, A. **Social research methods**: 4^o ed. Oxford: Oxford University Press, 2012.

DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Atividade de modelagem matemática como estratégia de avaliação da aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n. 57, p. 34-45, 2018.

DAWN, N. K. E. Towards a professional development framework for mathematical modeling: The case of Singapore teachers. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 287-300, 2018.

FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 276-294, 2012.

FREJD, P. Modes of modelling assessment – A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n.3, p. 413–438, 2013.

GALBRAITH, P. Models of modelling: Is there a first among equals. In: Mathematics: Traditions and [new] practices - **Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia and the Australian Association of Mathematics Teachers**, p. 279-287, 2011.

GALBRAITH, P. L. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**, Blumenau, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

HAINES, C.; CROUCH, R.; DAVIS, J. **Mathematical modelling skills: A research instrument**. Hertfordshire: Department of Mathematics, 2000.

JENSEN, T. H. Assessing mathematical modelling competencies. In: C. Haines et al. (Eds.), **Mathematical modelling: Education, engineering and economics**, p. 141–148, 2007.

JULIE, C. Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, p. 1-15, 2020.

JULIE, C.; MUDALY, V. Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In: W. Blum et al. (Eds.), **Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study**, p. 503-510, 2007.

KAISER, G.; B. SRIRAMAN. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LEONG, K. E. Assessment of Mathematical Modeling. **Journal of Mathematics Education at Teachers College**, v. 3, n. 1, 61-65, 2012.

MAASS, K. What are modelling competencies?. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 113-142, 2006.

NISS, M. A.; JENSEN, T. H. Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. **English translation of part I-VI of Niss & Jensen 2002**. Roskilde University, Denmark, 2011.

PELLEGRINO, J. W.; CHUDOWSKY, N.; GLASER, R. **Knowing what students know: The science and design of educational assessment**. Washington, DC: National Academy Press, 2001.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: J. G. Sacristán & A. I. P. Gomes (Eds.), **Compreender e transformar o ensino**, Porto Alegre: Artmed, p. 295-351, 1998.

SCHUKAJLOW, S.; KOLTER, J.; BLUM, W. Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. **ZDM**, v. 47, n. 7, p. 1241-1254, 2015.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 12, n. 2, p. 1-17, 2017.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Portfólio de atividades de modelagem matemática como instrumento de avaliação formativa. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 1, p. 371-393, 2020.

VELEDA, G. G. **Avaliação para a aprendizagem em modelagem matemática na educação matemática: elementos para uma teorização**. 2018. 140 f. Tese (Doutorado em Educação – Área de Concentração: Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Modelagem Matemática e o Desafio da Avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. In: L. M. W. Almeida, A. H. Borssoi, E. Tortola, K. A. P. Silva (Eds.). **Modelagem Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios**. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR, p. 339-352, 2016.

VOS, P. Assessment of Modelling in Mathematics Examination Papers: Ready-Made Models and Reproductive Mathematizing. In: G. Stillman et al. (Eds.), **Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice**, p. 479-488, 2013.

ZOTTL, L; UFER, S.; REISS, K. Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach. In: G. Kaiser et al. (Eds.), **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**, p. 427-437, 2011.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propomo-nos nesta pesquisa realizar uma investigação cujos objetivos foram:

1. Investigar como a avaliação em Modelagem Matemática vem sendo realizada nas últimas décadas identificando ferramentas e procedimentos usados na área de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

2. Desenvolver uma ferramenta para avaliação em modelagem matemática que pode ser aplicável à avaliação considerando diferentes usos e finalidades da modelagem matemática na sala de aula.

Almejando esses objetivos, a nossa investigação envolveu a realização de discussões e análises teóricas de trabalhos científicos envolvendo a temática avaliação em modelagem matemática, e um estudo empírico, no qual analisamos três entrevistas realizadas com professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade e possuem experiência com a utilização de práticas de modelagem na sala de aula.

O relatório de pesquisa é apresentado de acordo com as recomendações do formato *multipaper* de escrita e organização de dissertações e teses (DUKE; BECK, 1999; MUTTI; KLÜBER, 2018), que nos levou a estruturar a presente investigação considerando objetivos que orientaram a elaboração dos dois artigos. Estes artigos, embora independentes, são conectados por elementos comuns de modo a estabelecer um alinhamento teórico-metodológico sobre o tema investigado na pesquisa.

Neste capítulo, apresentamos uma síntese dos resultados obtidos a partir da investigação realizada em cada artigo visando articular os resultados e suas contribuições para a área de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A investigação realizada no artigo 1, mediante a análise detalhada de doze artigos referentes à avaliação em modelagem matemática, vem pautada no olhar sobre os artigos visando buscar entendimento para a avaliação em modelagem matemática considerando questões enunciadas em Niss (1993b): (1) Por que e para qual propósito específico devemos avaliar aplicações e modelagem? (2) O que deve ser avaliado no contexto conteúdo×produto×processo em aplicações e modelagem matemática? (3) Para que tipos de ações ou procedimentos em atividades de modelagem deve ser conduzida a avaliação? (4) Quem deve ser avaliado (estudantes individualmente, grupos, turmas)? (5) Quando a

avaliação deve ocorrer (continuamente, discretamente, no fim do curso/atividade)? (6) Como a avaliação deve ser elaborada e organizada considerando seus fins e quais modos de avaliação podem ser usados, quais resultados devem ser registrados e como devem ser relatados? (7) Por quem os vários tipos de avaliação devem ser elaborados, organizados e aplicados?

O que se torna relevante para a investigação dessas questões são as considerações de que a tríade conteúdo×produto×processo, visa captar o foco da avaliação em modelagem matemática, podendo este incidir sobre os conteúdos matemáticos, sobre o processo em que se colocam as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, ou sobre o produto, que em muitas situações é considerado como sendo o modelo matemático construído.

Uma síntese das análises realizadas nos permite concluir o que é avaliado e como é que se dá a avaliação em atividades de modelagem matemática e nos permite apresentar cinco possibilidades apontadas na literatura relativamente a essa avaliação, conforme indica o Quadro 10:

Quadro 10 - Síntese das análises realizadas

Como é avaliado	O foco: o que é avaliado	Encaminhamento
Mediante o uso de Rubricas	Ações dos alunos nas etapas e processos da modelagem matemática processo×produto	Avaliação holística Gera uma nota
	Competência e sub-competências desenvolvidas processo×conteúdo	Avaliação holística Não gera nota
	A aprendizagem significativa de conteúdo matemático conteúdo×produto	Avaliação holística Gera uma nota
Por meio de questões de múltipla escolha	Sub-competências de modelagem desenvolvidas conteúdo×produto	Avaliação atomística Gera uma nota
Estruturando um framework para as ações dos alunos	Competência e sub-competências desenvolvidas processo×produto	Avaliação holística Não gera nota
A atividade de modelagem como instrumento para avaliar	Aprendizagem da Matemática processo×conteúdo	Avaliação holística Gera uma nota
Por meio da elaboração de critérios específicos	Uso da matemática conteúdo×produto	Avaliação holística Não gera nota

Fonte: os autores.

Os resultados da investigação que se refletem no Quadro 10, por um lado, tornam visível para a comunidade da Modelagem Matemática, os encaminhamentos e as estratégias para a avaliação em modelagem matemática praticadas na última década. Por outro lado, elucidam que há ainda fragilidades nos meios usados para mensurar o que os alunos fazem quando desenvolvem uma atividade de modelagem matemática na sala de aula, considerando diferentes objetivos do professor e diferentes perspectivas para a modelagem matemática.

Visando contribuir para a superação do que ainda se precisa investigar relativamente à avaliação em modelagem matemática, no artigo 2, nossa pesquisa propõe uma ferramenta para avaliar os alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática e por meio da qual seja possível gerar uma nota para os alunos.

Desta forma, no artigo 2, a partir de um quadro teórico que inclui elementos relativos à avaliação e relativos à modelagem matemática, desenvolvemos uma ferramenta de avaliação que pode ser aplicável à avaliação em modelagem matemática, independente da abordagem e/ou perspectiva de modelagem adotada, considerando uma abordagem holística para a avaliação.

Impossibilitados de buscar a validação da ferramenta em uma pesquisa empírica, nos valem de uma validação realizada por três professores, um deles atuando na formação de professores em um curso de pós-graduação, outro em um curso de formação de professores em nível de graduação e um terceiro que atua na Educação Básica, de modo que cada professor usou a ferramenta para avaliar atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos dos respectivos nível de escolaridade em que cada professor atua. A pesquisa com esses três professores se deu mediante entrevista usando google meet bem como contatos por e-mail e whatsapp.

A apreciação pelos três professores da ferramenta proposta nesta pesquisa, foi analisada considerando dois aspectos: (1) a clareza e suficiência/relevância das dimensões, aspectos e critérios elaborados; (2) a precisão da nota e, conseqüentemente, da escala de pontuação utilizada.

A análise das informações fornecidas pelos professores nos permite inferir a aceitabilidade e a coerência da ferramenta de avaliação em relação às dimensões e critérios sugeridos para avaliação em modelagem matemática, bem como em relação à flexibilidade dos pesos atribuídos aos aspectos para a obtenção de uma nota para os estudantes. Entretanto, um dos professores aponta para a inclusão de critérios não

considerados na ferramenta, que se referem à avaliação da coleta de dados e do processo criativo dos estudantes quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

Assim, uma vez estabelecido um panorama em relação à avaliação em modelagem matemática no artigo 1, o artigo 2 apresenta um ferramenta que, em alguns aspectos, supera limitações ainda identificadas nas publicações analisadas no artigo 1. Particularmente, a ferramenta proposta nesta pesquisa amplia as possibilidades para a avaliação em modelagem matemática, pois as três dimensões consideradas na avaliação: i) dimensão do fazer modelagem matemática; ii) dimensão do uso da matemática; iii) dimensão da abordagem da situação da realidade; embora relevantes no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, têm características específicas.

Uma ferramenta de avaliação que viabiliza pontuar as ações dos alunos nestas três dimensões associadas ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, implica em uma nova possibilidade de avaliação em modelagem matemática na sala de aula, em que os professores, podem trabalhar segundo diferentes perspectivas de modelagem e utilizar a ferramenta de acordo com seus objetivos e finalidades.

Considerando o momento pandêmico de COVID que presenciamos em nossa sociedade, em que o isolamento social é fundamental, ficamos impossibilitados de realizar uma pesquisa empírica a fim de aprimorar a ferramenta de avaliação proposta. Desta forma, destacamos que pesquisas futuras podem se direcionar para o aperfeiçoamento da ferramenta aqui proposta mediante a realização de pesquisa empírica, ultrapassando assim a limitação da presente pesquisa em que não foi possível o uso da ferramenta pelos próprios pesquisadores.

Referências

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

MUTTI, G. de S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, SIPEQ, 5, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais**, Foz do Iguaçu: SEPQ; UNIOESTE, 2018.

NISS, M. Assessment of mathematical applications and modeling in mathematics teaching. In: J. de Lange et al. (Eds.), **Innovation in mathematics education by modeling and applications**, p. 41–51, 1993b.

APÊNDICE (A) – Ferramenta para avaliação em modelagem matemática

Dimensão	Aspectos considerados	Critérios: o que olhar	Pontuação
Do fazer modelagem matemática	Relações com a realidade Peso: 1	A situação de interesse permite a investigação de um tema/assunto não-matemático?	0-4
		O problema definido é relevante para uma abordagem matemática da situação da realidade?	0-4
		Os dados/informações coletados são relevantes/suficientes para o estudo desta situação-problema?	0-4
	Matematização Peso: 1	As hipóteses e simplificações permitem a tradução do problema em linguagem natural para um problema em linguagem matemática?	0-4
		As variáveis definidas são adequadas de acordo com as características da situação-problema?	0-4
		As simplificações, hipóteses e variáveis adotadas foram relevantes para investigar a situação e possibilitaram a construção de um modelo matemático?	0-4
	Análises dos resultados Peso: 1	As análises realizadas viabilizam a interpretação dos resultados matemáticos e não matemáticos em relação a situação?	0-4
		As análises realizadas viabilizam a avaliação e/ou adequação dos procedimentos empreendidos na construção do modelo matemático?	0-4
		As análises realizadas viabilizam a elaboração de uma resposta para o problema investigado na situação-problema?	0-4
	Do uso da Matemática	Mobilização dos conceitos matemáticos Peso: 1	Os conceitos matemáticos mobilizados são adequados considerando o nível de escolaridade dos alunos?
Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são condizentes com as características da situação-problema investigada?			0-4
Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos permitem a construção de um modelo matemático validado para a situação?			0-4

	Uso de técnicas ou métodos adequados Peso: 1	As técnicas/métodos matemáticos utilizados são adequados ao nível de escolaridade dos alunos?	0-4
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados pelos alunos são adequados para os conceitos mobilizados?	0-4
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados para a construção do modelo foram corretamente utilizadas?	0-4
Da abordagem da situação da realidade	Entendimento da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou o entendimento da situação-problema?	0-4
		A modelagem matemática viabilizou aprofundar o que se conhecia sobre a situação?	0-4
		O modo de coleta e manejo dos dados foram importantes/adequados para o estudo da situação?	0-4
	Para além da situação Peso: 1	A modelagem matemática proporcionou a relação com outras situações da realidade?	0-4
		A modelagem matemática proporcionou aos alunos aprendizagens sobre a situação-problema estudada?	0-4
		A abordagem para a situação-problema apresentou aspectos criativos e inovadores?	0-4
TOTAL			

(0: não realizado; 1: abaixo do aceitável; 2: média; 3: bom; 4: excelente)

APENDICE (B) - Material prévio para a entrevista

Decorrente da pesquisa de mestrado em desenvolvimento pelo aluno Gustavo Granado Magalhães orientado pela professora doutora Lourdes Maria Werle de Almeida, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, cujo tema de investigação é a avaliação em Modelagem Matemática, realizamos uma revisão sistemática sobre a temática e elaboramos uma ferramenta de avaliação para atividades de modelagem matemática.

Identificamos na revisão sistemática, que na amostra considerada, as ferramentas de avaliação em atividades de modelagem matemática aparecem associadas a perspectivas de modelagem específicas e, conseqüentemente, a ciclos ou etapas de modelagem específicas. Frente a este fato, buscamos desenvolver uma ferramenta de avaliação flexível²⁴, ou seja, que não dependa de perspectivas e/ou ciclos de modelagem específicos, e cujo público alvo são professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade, de modo que estes, consigam adaptar esta ferramenta de acordo com seus objetivos de uso da modelagem em sala de aula.

Para elaborar esta ferramenta, consideramos três dimensões no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, a saber, a dimensão do fazer Modelagem Matemática, dimensão do uso da Matemática e dimensão da abordagem do fenômeno. Isto significa, que independente da abordagem e/ou perspectiva de Modelagem Matemática adotada, desenvolver uma atividade de modelagem²⁵ requer do modelador um olhar investigativo para a situação que está em estudo e, na busca por um modelo matemático que represente esta situação, conhecimentos matemáticos e de modelagem estão intrinsecamente conectados.

Neste sentido, a fim de avaliar este tipo de atividade, devemos avaliar estas três dimensões e, para isto, consideramos aspectos e elegemos critérios de avaliação que consideramos relevantes para avaliar cada dimensão. Ainda, com a intenção de gerar uma pontuação para as atividades, lançamos mão da escala de pontuação de 5-pontos utilizada por Leong (2012), sendo que, para cada critério associado aos aspectos considerados, uma

²⁴ A flexibilidade do instrumento se dá a partir da atribuição de pesos para a avaliação de cada aspecto considerado, ou seja, se o objetivo de uso da modelagem em sala de aula é de aplicar conceitos matemáticos vistos em aulas anteriores, para avaliar estas atividades, sugerimos que o professor atribua um maior peso para a avaliação dos aspectos da dimensão do uso da Matemática, e assim por diante.

²⁵ Termo utilizado como sinônimo de modelagem matemática a fim de evitar repetições.

nota de 0-4 (0: não realizado, 1: abaixo do aceitável, 2: média, 3: bom, 4: excelente) deve ser atribuída, como representado no quadro abaixo.

Quadro 1 – Ferramenta de avaliação em atividades de modelagem matemática

Dimensão	Aspectos considerados	Crítérios: o que olhar	Pontuação
Do fazer Modelagem Matemática	Relações com a realidade Peso: 1	A situação de interesse permite a investigação de um tema/assunto não-matemático?	
		A situação-problema definida é relevante para o estudo e investigação do fenômeno?	
		Os dados/informações coletados são relevantes/suficientes para o estudo desta situação-problema?	
	Matematização Peso: 1	As hipóteses e simplificações assumidas permitiram a tradução do problema em linguagem natural para um problema com linguagem matemática?	
		As variáveis assumidas são adequadas de acordo com as hipóteses elaboradas?	
		As simplificações, hipóteses e variáveis adotadas foram relevantes para investigar a situação e possibilitaram a construção de um modelo matemático?	
	Análises dos resultados Peso: 1	As análises realizadas permitiram a interpretação dos resultados matemáticos e não matemáticos em relação a situação?	
		As análises realizadas permitiram a avaliação e/ou adequação dos procedimentos empreendidos na construção do modelo matemático?	
		As análises realizadas permitiram a elaboração de uma resposta condizente com a situação investigada?	
Do uso da matemática	Mobilização dos conceitos matemáticos Peso: 1	Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são adequados para o nível de escolaridade destes?	
		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos são condizentes com as informações da atividade?	

		Os conceitos matemáticos mobilizados pelos alunos permitem a construção de um modelo matemático condizente com fenômeno em estudo?	
	Uso de técnicas ou métodos adequados Peso: 1	As técnicas/métodos matemáticos utilizados pelos alunos condizem com o nível de escolaridade destes?	
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados pelos alunos são adequados para os conceitos mobilizados?	
		As técnicas/métodos matemáticos utilizados para a construção do modelo matemático são adequados e/ou corretos?	
Da abordagem do Fenômeno	Entendimento do fenômeno Peso: 1	A situação investigada permitiu o entendimento do fenômeno em estudo?	
		A situação investigada permitiu aprofundamento e/ou novas aprendizagens sobre o fenômeno?	
	Para além do fenômeno Peso: 1	A situação investigada permitiu o estabelecimento de relações com outros fenômenos?	
		O estudo do fenômeno permitiu aprendizagens ou conscientização de outros fatores externos a este?	
TOTAL			

Fonte: os autores.

Com a intenção de adequar a ferramenta de avaliação de acordo com seu público alvo de utilização, realizaremos entrevistas com três professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade e que já possuem experiências com Modelagem Matemática em sala de aula. Desta forma, pedimos para que cada professor corrija uma atividade de modelagem matemática já desenvolvida em anos anteriores com a ferramenta desenvolvida e, com isso, anotasse sugestões, limitações, adequações e potencialidades desta ferramenta a fim de reporta-lás no dia da entrevista.

APENDICE (C) – Questões preparadas para as entrevistas

Questão de aquecimento: Professor, gostaria que você falasse livremente sobre a sua formação, sobre o seu contato com modelagem matemática, quando você passou usá-la em sua prática docente e outros aspectos que você considerar relevantes.

Questões desencadeadoras:

- i. Como foi para você usar a ferramenta que elaboramos para avaliar na atividade de modelagem matemática?
- ii. Qual foi o seu objetivo com o desenvolvimento da atividade de modelagem na qual a avaliação foi mediada pelo uso da ferramenta?
- iii. As dimensões, aspectos e critérios elaborados estão claros para você?
- iv. Como você realizou a atribuição de pesos para os aspectos considerados na ferramenta?