



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

CHRISTIAN JAMES DE CASTRO BUSSMANN

PENSAMENTO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL
Uma Teorização

Londrina
2019

CHRISTIAN JAMES DE CASTRO BUSSMANN

PENSAMENTO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL:

Uma Teorização

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dr^a. Angela Marta Pereira das Dores Savioli

Londrina
2019

CHRISTIAN JAMES DE CASTRO BUSSMANN

PENSAMENTO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL:

Uma Teorização

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Profa. Dr^a. Angela Marta Pereira
das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Profa. Dr^a. Laís Cristina Viel Gereti
Universidade Federal de Santa Catarina – Campus
Blumenau

Profa. Dr^a. Simone Luccas
Universidade Estadual do Norte do Paraná –
Campus Cornélio Procópio - UENP

Prof. Dr. João Coelho Neto
Universidade Estadual do Norte do Paraná –
Campus Cornélio Procópio – UENP

Prof. Dr. André Luis Andrade Menolli
Universidade Estadual do Norte do Paraná –
Campus Luiz Meneghel - UENP

Londrina, _____ de _____ de _____.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

B981 Bussmann, Christian James de.
Pensamento Matemático-Computacional : Uma Teorização / Christian James de Bussmann. - Londrina, 2019.
128 f. : il.

Orientador: Angela Marta Pereira das Dores Savioli.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2019.
Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Pensamento Matemático Avançado - Tese. 3. Pensamento Computacional - Tese. 4. Pensamento Matemático-Computacional - Tese. I. Savioli, Angela Marta Pereira das Dores. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. Título.

CDU 37

Dedico este trabalho aos meus pais James Tadeu Maranhão Bussmann (in memorian) e M^a. Noemia de Castro Bussmann, a minha esposa Tatiane Figueiredo Bussmann e ao meu filho Thales Figueiredo Bussmann.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha orientadora Angela Marta não só pela constante orientação neste trabalho, mas sobretudo pela sua amizade e companherismo de quase 20 anos. Sem você nada disso poderia ter sido realizado e além disso aprendi a ser orientador com você. Professora você é uma das minhas fontes de inspiração.

Aos professores do Centro de Ciências Tecnológicas da UENP, Carlos Eduardo Ribeiro (Biluka), Wellington Dela Mura (meu primeiro orientando e hoje colega de trabalho), Daniela de Freitas Guilhermino Trindade, Ederson Marcos Sgarbi, Bruno Miguel Nogueira de Souza, Cristiane Schell Gabriel, Fabio de Sordi Junior, José Reinaldo Merlin, Luiz Fernando Legore do Nascimento, Mauricio Massaru Arimoto, Roberta Ekuni, Thiago Colleti, Fábio Carlos Moreno, Ronaldo Menegato, Maisa Milani, e um especial agradecimento a Cidinha Taguti por esses anos de convivência.

Um especial agradecimento aos professores e amigos André Luis Andrade Menolli, Glauco Carlos Silva e Ricardo Gonçalves Coelho sem vocês as viagens seriam muito chatas, sempre nos divertindo mas também sempre apoiando uns aos outros nos momentos de dificuldade, nunca esquecerei de vocês.

Aos amigos do GEPPMat Daniele, Henrique, Alessandra, Laís, Mariany, Michele, Bruna, Lucio, Marcelo, Jair, Geraldo, Ligia, Osvaldo, Nilton e Giovana, que contribuíram na construção dessa tese, sem vocês essa trajetória teria sido muito mais difícil, um grande abraço para vocês.

Gostaria de agradecer algumas pessoas que sempre estiveram ao meu lado, Rogério (Black), Saulo, Massame, Altair, Fernando, Bruno, Maurício, Fidu, Raphael, galera do Comando Tático, Alysson, Thiago, Renata, Gra, Carol Peruca, Carol, Claudia, Leila, Juliana, Lysiane, vocês moram no meu coração e não pagam aluguel, ao fisioterapeuta Adelmo pois se hoje estou sentado fazendo esses agradecimentos devo muito a ele.

Agradeço ao pessoal da Secretaria de Pós Graduação, por sempre serem prestativos e calmos nos momentos em que ficamos desesperados, o meu muito obrigado a vocês.

À CAPES, pela contribuição financeira para a realização deste trabalho.

Também gostaria de agradecer ao meu irmão Allan James de Castro Bussmann, sua esposa Josiane Palandrani Bussmann e aos meus sobrinhos e sobrinhas Vitor, Arthur e Nathália, nesses últimos tempos passamos por momentos difíceis mas sempre estivemos juntos.

E por último e não menos importante também gostaria de agradecer ao Dragon Ball, pois esse desenho me ajudou a entender o significado de não desistir e uma última lição de que “na derrota sempre ficamos mais fortes”.

“A revolta faz parte de você. Algumas vezes é perigosa. Em vez de uma espada empunho uma guitarra. Vivo no mesmo mundo rígido de vocês, mas em vez de coquetéis Molotov, tenho um computador. É uma arma muito mais poderosa” (Adam Nergal Darski – vocalista do Behemoth)

BUSSMANN, Christian James de Castro. **Pensamento Matemático-Computacional: Uma Teorização**. 2019. 128 fls. Tese de Conclusão do Programa Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo construir uma teorização tendo como base os processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e as concepções do Pensamento Computacional (2010). A metodologia utilizada foi a da pesquisa especulativa que são declarações teóricas de outras declarações. Concluiu-se com a apresentação do Pensamento Matemático-Computacional como uma teorização e algumas de suas características, como relação entre conceito e simbologia, representações concretas, inteirações e observação de padrões, ações que envolvem padrões, reflexões, diálogo e arguição, conexão entre os assuntos da disciplina, experienciação da evolução do pensamento científico, representante genérico, construção da definição, estudo de teoremas, construção da notação e sistema de representações.

Palavras-chave: Educação Matemática. Pensamento Matemático Avançado. Pensamento Computacional. Pensamento Matemático-Computacional. Abstração.

BUSSMANN, Christian James de Castro. **Computational-Mathematics Thinking: A Theorizing**. 2019. 128 fls. Tese de Conclusão do Programa Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

ABSTRACT

This research aimed to build a theorizing based on the process of Advanced Mathematical Thinking present by Dreyfus (2002) and the conceptions of Computational Thinking (2010). The scientific method used was speculative research that was a theoretical declarations the others declarations. Concludes with the apresentation of Computational-Mathematics Thinking like a theorizing and some features like relation in between concept and simbology, concrete representation, interactions observing patterns, actions that involve patterns, reflactions, dialogue and argument, conections between subjects of discipline, experiment of cientific thought evolution, generic representation, definiation building, theorem studies, notation building and representation system.

Key words: Mathematics Education. Advanced Mathematical Thinking. Computational Thinking. Computational-Mathematical Thinking. Abstraction.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo apresentado por Floyd et.al. (1982).....	50
Figura 2 – Características do Pensamento Matemático Avançado de Acordo com Dreyfus (2002).....	53
Figura 3 – Pensamento Computacional como uma Linguagem e a Importância para a Computação.....	62
Figura 4 – Pensamento Computacional como Automação de Abstração.....	64
Figura 5 – Pensamento Computacional como Ferramenta Cognitiva	67
Figura 6 – Pensamento Computacional em um Contexto sem o Computador.....	71
Figura 7 – Constituição do Corpus da Pesquisa Especulativa	91
Figura 8 – Pensamento Matemático-Computacional.....	115
Figura 9 – Nossa visão geométrica a respeito do Pensamento Matemático	118
Figura 10 – Nossa visão geométrica à respeito do Pensamento Computacional....	118
Figura 11 – Representação Geométrica do Pensamento Matemático-Computacional	119

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	JUSTIFICATIVA/MOTIVAÇÃO	15
2.1	UMA BREVE HISTÓRIA DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO	15
2.2	UMA BREVE HISTÓRIA DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL.....	19
3	PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO	26
3.1	PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO E O PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM	29
3.1.1	Processos Envolvendo a Representação.....	32
3.2	PROCESSOS ENVOLVIDOS NA ABSTRAÇÃO.....	38
3.2.1	Abstração	40
3.2.2	Da Abstração Genérica Para a Abstração Formal	46
3.2.3	Relações Entre Representações e Abstrações (No Processo Ensino- Aprendizagem).....	51
4	PENSAMENTO COMPUTACIONAL	54
4.1	UMA VISÃO GERAL DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL	57
4.2	PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO UMA LINGUAGEM E A IMPORTÂNCIA DA COMPUTAÇÃO	59
4.3	PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO AUTOMAÇÃO DE ABSTRAÇÃO	62
4.4	PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO UMA FERRAMENTA COGNITIVA.....	64
4.5	PENSAMENTO COMPUTACIONAL EM UM CONTEXTO SEM COMPUTADOR	67
4.6	RELAÇÃO ENTRE O PENSAMENTO MATEMÁTICO E PENSAMENTO COMPUTACIONAL	71
4.7	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL	73
4.7.1	Resolução de Problemas e Depuração.....	74
4.7.2	Testes	75
4.7.3	Mineração de Dados e Recuperação de Dados.....	76
4.7.4	Concorrência e Paralelismo	77
4.7.5	Modelagem	79

5	ASPECTOS METODOLÓGICOS	80
5.1	O PROBLEMA E O MÉTODO	81
5.2	EIXO DA INTERPRETAÇÃO	85
5.3	EIXO DA DISCUSSÃO - RETÓRICA	87
5.4	O EIXO DO CONTAR – PRÁTICA LITERÁRIA	88
5.5	ESTRATÉGIAS DA PESQUISA ESPECULATIVA.....	90
5.5.1	Qualidade e Validade do Corpus.....	92
5.5.2	Análise Conceitual.....	92
5.5.3	Análise Inferencial.....	94
6	PENSAMENTO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL: UMA TEORIZAÇÃO	96
6.1	CONSTRUÇÃO SIMBÓLICA.....	96
6.2	CONSTRUÇÃO MENTAL.....	98
6.3	REFINAMENTO	100
6.4	CONJUNÇÃO.....	105
6.5	ABSTRAÇÃO	106
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
	REFERÊNCIAS	120

1 INTRODUÇÃO

Esta tese tinha como proposta inicial a elaboração de atividades que contribuíssem para a aprendizagem de autovalores e autovetores e para tal utilizaríamos as ideias apresentadas por Dreyfus (2002) a respeito do Pensamento Matemático Avançado e as considerações sobre o Pensamento Computacional que foram discutidas em um Workshop (2010) na cidade de Boston. No entanto à medida que íamos lendo e refletindo, surgiu a ideia de desenvolver uma nova teorização, o Pensamento Matemático-Computacional.

Fizemos algumas buscas a fim de verificar se existia alguma pesquisa à respeito do tema e nada foi encontrado em revistas Qualis A1 nacionais nas áreas de ensino e educação. Durante a realização dessa etapa da tese observamos que ainda hoje existem poucos trabalhos a respeito do Pensamento Matemático Avançado bem como do Pensamento Computacional.

A maior parte dos trabalhos encontrados a respeito do Pensamento Computacional mostra como pode esse contribuir com o ensino de Matemática, e nenhum dos trabalhos mostrou a possibilidade de um diálogo com o Pensamento Matemático .

Foi durante essa busca e leituras desses textos que sentimos a necessidade de estabelecer uma conexão entre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional, surgindo as primeiras considerações a respeito do Pensamento Matemático-Computacional, bem como a ideia central desta tese que tem como objetivo construir uma teorização tendo como base os processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e as concepções do Pensamento Computacional (2010).

Após essas reflexões, surgiu o seguinte questionamento: **“É possível unir as discussões apresentadas por Dreyfus (2002) sobre os processos que envolvem o Pensamento Matemático Avançado e as apresentadas pelos pesquisadores que discutem o Pensamento Computacional? E, a partir dessas discussões, construir assim uma teorização chamada Pensamento Matemático-Computacional? ”**

Para responder a esses questionamentos buscamos identificar e apresentar o que entendemos a respeito dos Processos do Pensamento Matemático

Avançado descritos por Dreyfus (2002) bem como as considerações sobre o Pensamento Computacional que foram discutidas em um Workshop (2010).

Como essa pesquisa tem um caráter teórico, fomos em busca de um processo metodológico que poderia contribuir para a construção do Pensamento Matemático-Computacional, assim escolhemos as ideias à respeito da Pesquisa Especulativa.

A Pesquisa Especulativa apresenta características que contribuíram para o desenvolvimento desta tese, como as declarações teóricas que surgem de outras tantas declarações teóricas.

Feitas essas considerações, o Pensamento Matemático-Computacional foi desenvolvido, e acreditamos que ainda está em desenvolvimento, fazendo-se leituras a respeito dos processos envolvidos no Pensamento Matemático Avançado apresentado por Dreyfus (2002) e do Pensamento Computacional discutidos em um Workshop (2010).

Desta maneira esta tese está dividida em seis capítulos: no capítulo inicial temos a introdução, no segundo capítulo buscamos apresentar nossas justificativas e motivações para o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional: a importância do Grupo de Pesquisa em Pensamento Matemático (GePPMat), pelo contato com as ideias de Dreyfus (2002); a representação escrita de um estudante de Ciência da Computação; contato com alguns artigos e considerações da história do Pensamento Matemático Avançado e do Pensamento Computacional.

No terceiro capítulo, apresentamos as nossas considerações a respeito dos processos do Pensamento Matemático Avançado por Dreyfus (2002); neste capítulo destacamos as ideias de Abstração Genérica e Formal apresentadas por Harel e Tall (1989) e a própria concepção da palavra abstração apresentada por Maison (1988).

No quarto capítulo, fazemos uma discussão sobre o Pensamento Computacional, algumas ideias apresentadas por vários pesquisadores tais como Linn, Khun e Sproull (2010) entre outros, bem como algumas características do Pensamento Computacional.

No quinto capítulo, apresentamos nossas considerações do processo metodológico para esta tese denominado Pesquisa Especulativa; assim utilizamos as ideias apresentadas por Simard, Gauthier e Martineau (2001) e Van

der Maar (2004); a principal característica desse processo é que apresenta uma ideia de como desenvolver um trabalho teórico.

No sexto capítulo, introduzimos as nossas ideias a respeito do Pensamento Matemático-Computacional e como esse foi desenvolvido utilizando os processos do Pensamento Matemático Avançado de Dreyfus (2002) e o Pensamento Computacional (2010). Destacamos as Construções Simbólicas e Mentais, Refinamento, Conjunção e a Abstração para o Pensamento Matemático-Computacional.

Finalmente, apresentamos algumas considerações do Pensamento Matemático-Computacional e suas características.

2 JUSTIFICATIVA/MOTIVAÇÃO

Antes de dar início às discussões sobre o tema desse capítulo, gostaria de fazer algumas considerações. Em determinados momentos do texto usarei a primeira pessoa do singular, pois esses dizem respeito às minhas experiências enquanto professor e como elas contribuíram para o desenvolvimento desta tese. Já em outros utilizo a primeira pessoa do plural visto que são resultados de discussões conjuntas durante as orientações.

Sob essa óptica, gostaria de explicar o motivo pelo qual adotei os termos Justificativa/Motivação. Não pretendo fazer uma distinção entre eles e acredito, com isso, que no momento em que estou explicando a importância da realização dessa pesquisa, também posso argumentar alguns motivos que contribuíram para a sua realização. Sendo assim, esses termos podem estar entrelaçados e enriquecendo este texto.

Buscamos na história elementos, tanto do Pensamento Matemático como do Pensamento Computacional, já que ambos os movimentos contribuíram tanto para justificar quanto para motivar a realização desta tese.

Dessa forma, esse capítulo está estruturado sob a seguinte perspectiva; primeiramente, apresentamos um pouco da história do Pensamento Matemático Avançado e como esse contribuiu para o desenvolvimento de novas linhas de pesquisa na Educação Matemática; na sequência exibimos um pouco da história do Pensamento Computacional e como algumas atividades¹ realizadas no projeto de Pesquisa “Metodologia de Ensino que Permita o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Disciplina de Álgebra Linear”² serviram de motivação.

2.1 UMA BREVE HISTÓRIA DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO

De acordo com Pinto (2002), as pesquisas que discutem o Pensamento Matemático Avançado (PMA) iniciaram-se em 1985, com a consolidação do grupo de Pensamento Matemático Avançado ocorrida durante o

¹ As atividades e o projeto serão detalhados mais adiante neste capítulo.

² A ideia do projeto era fazer uma discussão entre as concepções de Sfard (1991) e Dreyfus (2002), assim elaborar atividades que pudessem evidenciar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

encontro anual do Grupo Internacional para a Psicologia na Educação Matemática em Noordwijkerhout, na Holanda.

Para Pinto (2002, pp 224 – 225) esses trabalhos iniciais

[...] se fundamentaram principalmente na Psicologia da Educação, em especial nos trabalhos de Jean Piaget e Lev Vigotsky, num esforço visando entender suas ideias para explicar questões relativas ao ensino/aprendizagem da matemática por indivíduos adultos. O desenvolvimento da pesquisa do próprio grupo não se fundamenta ainda em um único referencial teórico, o que torna particularmente difícil discutir esse campo de pesquisa ainda jovem.

No Brasil, o primeiro Grupo de Trabalho em Educação Matemática no Ensino Superior (GT4), de acordo com Pinto (2002), foi consolidado no Primeiro Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (I SIPEM) que ocorreu em Serra Negra, São Paulo, no ano de 2000.

A emergência desse e de outros grupos que discutem a Educação Matemática no Ensino Superior, expostos por Pinto (2002), deve-se ao fato de que muitos dos estudantes que terminam o Mestrado e o Doutorado nessa área, acabam atuando como docentes em Universidades. Nesse sentido, as Universidades começam a introduzir metodologias de ensino, tais como Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Investigação Matemática, entre outras.

Na Universidade Estadual de Londrina (UEL) existe um grupo de pesquisa consolidado desde 2012 (Grupo de Estudo e Pesquisa do Pensamento Matemático – GEPPMat) que, anterior a essa data, já realizava alguns trabalhos no Ensino Superior.

O GEPPMat tem como linhas de pesquisa e estudo o Pensamento Matemático Elementar (PME) e Avançado (PMA). O grupo já possui 18 dissertações e quatro teses defendidas. As teses introduzem outras teorias não se atendo ao PME e ao PMA. Das dissertações, 11 procuram evidenciar o Pensamento Matemático Avançado e sete o Pensamento Matemático Elementar. A seguir, nos quadros 1 e 2, temos as dissertações que discutem o PMA e o PME.

Quadro 01: Dissertações defendidas no GEPPMat que discutem o Pensamento Matemático Avançado.

Ano	Pesquisador	Título da Dissertação
2009	Cristina Ap. de Melo Piza	Registro de Representação Semiótica e uso Didático da História da Matemática: Um estudo sobre a Parábola
	Christian J. C. Bussmann	Conhecimentos Mobilizados por Estudantes do Curso de Matemática sobre o Conceito de Grupo
2010	Eduardo Machado da Silva	Compreensão de Estudantes de um Curso de Matemática a respeito do Conceito de Indução Finita
2012	Henrique Rizek Elias	Dificuldade de Estudantes de Licenciatura em Matemática na Compreensão de Conceitos de Grupos e/ou Isomorfismo de Grupos
	Kátia Socorro Bertolazi	Conhecimentos e Compreensões Revelados por Estudantes de Licenciatura em Matemática sobre Sistemas de Equações Lineares
	Débora Cristina Barbosa Kirnev	Dificuldades Evidenciadas em Registros Escritos a respeito de Demonstrações Matemáticas
2014	Laís Cristina Viel Gereti	Processos do Pensamento Matemático Avançado em Resoluções de Questões do ENADE
	Alessandra Senes Marins	Pensamento Matemático Avançado em Tarefas Envolvendo Transformações Lineares
2016	Mariany Layne de Souza	Dependência e Independência Linear: Um Estudo a Respeito das Dificuldades e Concepções de Licenciados em Matemática
	Marcelo Silva de Jesus	Um Estudo das Concepções de Licenciados em Matemática à luz da Teoria APOS a respeito do conceito de Anel
2017	Jair Lucas Jorge	Teoria dos Conjuntos: Processos Manifestados do Pensamento Matemático Avançado

Fonte: <http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>

Quadro 02: Dissertações defendidas no GEPPMat que discutem o Pensamento Matemático Elementar

Ano	Pesquisador	Tema
2010	Gefferson Luiz dos Santos	Como professores e alunos do ensino médio lidam com conteúdos algébricos em sua produção escrita
2011	Antonio Rafael Pecepe Jr.	Análise da produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas
	Nilton Cesar Garcia Salgueiro	Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções
2012	Daniele Peres da Silva	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I
2013	Edilaine Pereira da Silva	Aspectos do pensamento algébrico e da Linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino
2014	Keila Tatiana Boni	Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental em tarefas não rotineiras
	Renata Karoline Fernandes	Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I

Fonte: <http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>

Em 2014, ao ler os trabalhos de Marins (2014) e Gereti (2014) , observei que as autoras buscavam identificar e discutir as características do Pensamento Matemático Avançado.

Marins(2014) investigou tarefas envolvendo o conteúdo de Transformações Lineares, e Gereti (2014) buscou evidenciar o Pensamento Matemático Avançado na produção escrita de estudantes na resolução de questões do Enade.

O referencial teórico comum a ambas as dissertações é o de Dreyfus (2002) que discute os processos do Pensamento Matemático Avançado, mostrando uma possibilidade de caminho a ser seguido com a intenção de que os estudantes atinjam a abstração.

É nesse aspecto que o GEPPMat contribui na construção da tese, pois nesse grupo tive contato com outros autores do Pensamento Matemático Avançado, proporcionando elementos teóricos que auxiliaram na trajetória desse trabalho.

Além disso, se não tivesse contato com o Pensamento Matemático Avançado talvez não teria conhecido o Pensamento Computacional, uma vez que ele foi evidenciado em um projeto de pesquisa que visava construir uma proposta

didática envolvendo Dreyfus (2002) e Sfard³ (1991).

A seguir tecemos considerações a respeito do Pensamento Computacional.

2.2 UMA BREVE HISTÓRIA DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

O termo Pensamento Computacional é relativamente novo, com aproximadamente 12 anos. Foi utilizado pela primeira vez pela pesquisadora Jannette Wing (2006) em uma seção da revista *Communications of Association for Computing Machinery (ACM)*.

De acordo com Wing (2006,p.33, tradução nossa), o Pensamento Computacional

[...] envolve a solução de problemas, a concepção de sistemas e a compreensão do comportamento humano, com base nos conceitos fundamentais da ciência da computação. O Pensamento Computacional inclui uma gama de ferramentas mentais que refletem a amplitude do campo da ciência da computação⁴.

Nesse sentido, podemos notar que essa primeira “definição” a respeito do Pensamento Computacional abrangia somente questões direcionadas aos estudantes e pesquisadores da área de Ciência da Computação.

Posteriormente Wing (2010, p. 1, tradução nossa) insere novos elementos na definição do Pensamento Computacional

[...] é o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções para que sejam representadas de uma forma que seja efetivamente realizada por um agente de processamento de informação⁵

É possível notar a diferença entre as duas definições, pois nessa última observamos que o Pensamento Computacional não é algo “exclusivo” de pesquisadores da área da Ciência da Computação, mas sim como um processo cognitivo que pode ser utilizado em qualquer área do conhecimento. Isso contribuiu

³ Em seu trabalho “On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on process and objects as different sides for the same coin”, a autora entende as noções abstratas de conceitos matemáticos como estruturais (objeto) e operacionais (processo) e defende a existência de fases denominadas interiorização, condensação e reificação que se manifestam no desenvolvimento de conceitos matemáticos.

⁴ Involves solving, designing systems, and understanding human behavior by drawing on the concepts fundamental to computer science. Computational thinking includes range of mental tools that reflect the breadth of the field of computer science.

⁵ is the thought processes involved in formulating problems and their solutions so that the solutions are represented in a form that can be effectively carried out by an information-processing agente.

para o desenvolvimento de várias pesquisas em outras áreas do conhecimento, entre elas destacamos a Educação.

Além disso, em 2010 ocorreram dois Workshops em Washington. Um discutia a natureza e o escopo do Pensamento Computacional e o outro as questões pedagógicas envolvendo o Pensamento Computacional. Ao final desses eventos foram lançados dois livros que apresentam as discussões ocorridas.

Esses dois livros, denominados **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking** (LINN et.al, 2010) e **Report of a Workshop of Pedagogical Aspects of Computational Thinking** (LINN et.al, 2010) são a base das discussões apresentadas nesta tese e a escolha desses se deve ao fato de ser o primeiro evento em que vários pesquisadores se reuniram para falar sobre o assunto. Nesse sentido, historicamente falando, esses textos mostram as primeiras arguições sobre o tema, e ainda servem como base para discussões sobre o assunto. Assim, além do fator histórico nesses trabalhos existe o valor científico. De fato, isso se confirma pela quantidade de artigos científicos, tanto nacional quanto internacionalmente, que estão discutindo o Pensamento Computacional.

Apresentaremos alguns artigos que discutem o assunto que foram publicados em revistas e apresentados em eventos científicos.

Em 2012, no Congresso da Sociedade Brasileira de Computação (CSBC) os pesquisadores Thiago Schmacher Barcelos e Ismar Frango Silveira apresentaram o trabalho intitulado *“Pensamento Computacional e Educação Matemática: Relações entre o Ensino de Computação na Educação Básica”* em que discutem as relações entre o Ensino de Computação e a Matemática e como essas relações podem contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional.

No IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE), realizado em 2015, os pesquisadores Thiago Barcelos, Roberto Muñoz, Rodolfo Villarroel e Ismar Frango Silveira apresentaram o artigo *“Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática: uma Revisão Sistemática da Literatura”* com uma revisão da literatura, entre os anos de 2006 e 2014, de 48 artigos publicados na língua inglesa que discutem atividades didáticas que contribuem para o desenvolvimento do Pensamento Computacional, competências e habilidades, bem como conteúdos de Matemática, com destaque para o aumento de experiências na Educação Básica.

No Congresso Internacional de Educação e Tecnologias e no Encontro de Pesquisadores em Educação a Distância realizado em 2018, os pesquisadores Eliel Constantino da Silva e Sueli Liberatti Javaroni apresentaram o artigo *“O Pensamento Computacional e a Compreensão do Conceito de Congruência (Módulo N) Desenvolvido por duas Estudantes”* com uma atividade utilizando o kit de robótica Arduino Uno e a Linguagem de programação Scratch e, por meio de atividades exploratórias, investigaram as Potencialidades do Pensamento Computacional e a aprendizagem da Matemática com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental.

Em 2017, os pesquisadores Hugo Batista Fernandes e Ismar Frango Silveira publicam na revista ATLANTE o artigo intitulado *“A Plataforma Code.org online: Desenvolvimento do Pensamento Computacional e a Matemática”* em que apresentam uma análise de duas plataformas online com professores que desconhecem a programação computacional e, como tal, podem contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional e a Matemática.

Em 2018, as pesquisadoras Mercedes Matte da Silva, Sandra Teresinha Miorelli e Anelise Lemke Kologeski publicam na revista Observatório o artigo *“Estimulando o Pensamento Computacional com o Projeto Logicando”*, no qual as autoras apresentam os resultados de oficinas lúdicas com estudantes do oitavo e nono anos do Ensino Fundamental com a intenção de desenvolver o Pensamento Computacional por meio de várias ferramentas da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) e assim estimular o raciocínio lógico dos estudantes.

Todos os artigos citados nesta seção discutem o desenvolvimento do Pensamento Computacional e como esse pode contribuir para o Ensino de Matemática, no entanto, nenhum deles tenta estabelecer uma discussão entre o Pensamento Computacional e o Pensamento Matemático. Ou seja, durante a realização desta busca bibliográfica não encontramos artigos que discutem ambos. É com a intenção de estabelecer um diálogo entre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional que esta tese foi construída.

Para tal, faremos uso de algumas leituras a respeito das teorias que discutem o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional verificando os pontos comuns e não comuns e como podem interagir no desenvolvimento desse diálogo.

Cabe, neste momento, um pouco de motivação: a forma com que tivemos contato com o Pensamento Computacional não foi por meio de artigos científicos publicados em periódicos, congressos e seminários. A primeira aproximação com esse termo ocorreu entre os anos de 2014 e 2015, quando eu participava de um projeto de pesquisa com base em uma relação entre a teoria de Sfard (1991) e os processos de Dreyfus (2002).

Durante esse período lecionava a disciplina de Álgebra Linear para os estudantes de Ciência da Computação na Universidade Estadual Norte do Paraná – Campus Luiz Meneghel (UENP – CLM) e tentava por meio dos registros escritos dos discentes, evidenciar as dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação ao conteúdo de Espaços Vetoriais.

Ao finalizar a primeira análise de alguns registros escritos, fiquei surpreso com o alto índice de dificuldades apresentado pelos estudantes com respeito ao Conteúdo de Espaços Vetoriais.

Esse projeto tinha a participação de uma estudante de iniciação científica. Suas atividades relacionadas ao projeto eram: a apresentação de seminários a respeito dos pesquisadores acima citados, discussões e ações em que poderíamos evidenciar as dificuldades dos estudantes auxiliando na elaboração de algumas atividades que pudessem contribuir no desenvolvimento do projeto. Partimos para uma segunda análise, com a participação da estudante que, ao ler o enunciado de uma questão sobre espaços vetoriais argumentou a respeito do processo que alguns estudantes utilizaram para a resolução do problema e que estava mais conectado a um pensar envolvendo programação do que a um pensar matemático.

De fato, ao realizarmos essa segunda análise, observamos que o estudante pensou de forma computacional (como um computador resolveria aquele problema), ou seja, ao invés de utilizar a propriedade distributiva de forma matemática ele utilizou elementos computacionais na resolução da questão.

A resolução do estudante mostra que ele considerou os escalares k e l como sendo estruturas vetoriais $(k_1, k_2, \dots, k_n, l_1, l_2, \dots, l_n)$. Feito isso, efetuou a multiplicação em relação à sua posição, $(k_1l_1, k_2l_2, \dots, k_nl_n)$; em seguida efetuou novamente a multiplicação pelo vetor u , também em relação à sua posição, obtendo assim $((k_1l_1)u_1, (k_2l_2)u_2, \dots, (k_nl_n)u_n)$, essa parte da resolução evidencia que o

estudante resolveu a questão utilizando o meio posicional dos vetores e não a propriedade distributiva.

Tal análise do registro escrito motivou-nos a pesquisar mais sobre o assunto levando-nos a pensar em um projeto que discutia um possível diálogo entre o Pensamento Computacional e o Pensamento Matemático Avançado.

Ao iniciarmos essa pesquisa, ela tinha como foco um diálogo entre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional e como esse resultado contribuiria para uma proposta de ensino de Autovalores e Autovetores.

Assim, fizemos uma busca em revistas de Educação Matemática Qualis A1 nacionais e fomos ao catálogo de teses da CAPES com as palavras-chaves: Educação Matemática, Álgebra Linear e Autovalor e Autovetor durante o período de 2015 a 2017. Além disso, utilizamos como filtro o termo Teses, porém, nada foi encontrado e, de certa forma, isso nos garantiu, um projeto de doutorado tendo como proposta um diálogo entre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional.

Durante o processo de pesquisa bibliográfica e leituras começamos a refletir sobre a possibilidade da junção do Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional, surgindo assim as primeiras reflexões acerca do que poderia ser o Pensamento Matemático-Computacional.

Num segundo momento (2017 – 2018), foi realizada novamente uma busca em revistas Qualis A1 nacionais, tais como: Bolema, Ciência e Educação, Educação e Realidade, Educação & Sociedade, Educação & Pesquisa, Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências, Pro-posições e Revista Brasileira de Educação, tendo o termo Pensamento Matemático-Computacional como palavra-chave, e nada foi encontrado naquele momento. Salientamos que não fizemos busca em revistas da área de Computação, pois conforme o web Qualis não se tem revistas A1 nacional da computação, além disso, neste momento estávamos interessados no ensino de Matemática. Após tal busca, observamos a possibilidade da realização dessa pesquisa visto que é algo que pode contribuir não só para a Educação Matemática, mas para diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Dreyfus (2002), a diferença entre o Pensamento Matemático Elementar e o Pensamento Matemático Avançado encontra-se nos processos que envolvem a Abstração, ou seja, uma linha tênue faz a diferença entre ambos. Assim, se a diferença entre o Pensamento Elementar e o Avançado é tênue,

por que não utilizar as características do Pensamento Matemático Avançado também em atividades que envolvem o Pensamento Elementar?

Menezes e Neto (2017, p.28) argumentam que Dreyfus e Tall:

[...] são unânimes em afirmar que o Pensamento Matemático Avançado (PMA) permeia a aprendizagem de muitas definições matemáticas complexas que podem aparecer nos mais variados níveis escolares, manifestando-se com maior intensidade nos anos terminais do ensino secundário e ao longo do ensino superior. Dreyfus (1991) faz uma distinção muito tênue entre PMA e Pensamento Matemático Elementar (PME), considerando ser possível pensar em tópicos matemáticos avançados em uma forma elementar e poder existir pensamento avançado sobre tópicos elementares.

Ou seja, considerando o fato de que é possível manifestar o Pensamento Matemático Avançado em tópicos elementares, adotamos somente o termo Pensamento Matemático-Computacional, pois acreditamos que é possível utilizá-lo em qualquer área do conhecimento, bem como em qualquer nível de ensino.

Neste sentido, acreditamos que o Pensamento Matemático-Computacional está em um estágio de teorização podendo contribuir para elaboração de atividades tanto da Educação Básica quanto para o Ensino Superior, pois entendemos que é possível discutir elementos abstratos em ambos os níveis.

Outro questionamento que pode surgir nessa discussão é: por que fazer este trabalho? Talvez uma resposta interessante esteja na música *My Generation* (Minha Geração, tradução nossa) da banda chamada *The Who* (1965), mesmo sendo uma música um tanto antiga (com mais de 50 anos), acredito que ela seja, paradoxalmente, bem atual. Nessa música a *The Who*, de certa forma, fazem uma crítica às pessoas que falam sobre essa “geração atual”, que é subestimada pelas gerações que a antecedem. É que hoje, professores (e aí nos enquadrados) argumentam que os jovens de agora não estão interessados em estudar, que são muito imaturos.

No entanto, temos que levar em consideração que essa geração cresceu com acesso à informação muito mais rápido que a maioria dos professores, ou seja, nasceram em um novo momento em que muitos pesquisadores tais como Wing (2010), Bohr (2010), entre outros, denominam de “Era Digital”.

Nessa perspectiva, é necessário (pelo menos entendemos que sim) fazer algo que possa contribuir positivamente para a formação desses estudantes, utilizando as ideias com as quais os jovens estão crescendo. Acredito que uma

forma de estreitarmos os elos entre a nossa geração e a deles é por meio de atividades que os instigue a pensar e, nesse sentido, o uso de elementos tecnológicos pode contribuir, pois o advento da tecnologia facilitou e dinamizou o acesso à informação. A miríade de tecnologias, em especial as digitais, mudou significativamente o modo como o estudante pode obter uma resposta às suas dúvidas, basta para isso uma rápida consulta a um celular/*smarthphone*, enquanto que nossa geração dependia de uma estrutura física tal como uma biblioteca para que assim pudéssemos pesquisar nas “Enciclopédias”.

Além disso, por conta desse fácil acesso à informação, acreditamos que seja possível que os processos⁶ de abstração⁷ sejam emanados com maior “facilidade” pelos estudantes bem como que eles entendam como diversos conteúdo das várias áreas de estudo podem estar conectados. Assim, por meio de alguma ferramenta tecnológica o processo de pesquisa está ligado ao Pensamento Computacional. No capítulo 4 teceremos uma discussão a respeito.

Abordaremos no primeiro capítulo um dos referencias teóricos que foram utilizados para a construção desta tese. Para tal, discutiremos os processos envolvidos no Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus, (2002).

⁶ Ao nos referirmos ao termo “processo” estamos nos referindo a ideia de processos cognitivos.

⁷ Esses processos de Abstração serão discutidos no capítulo 3.

3 PENSAMENTO MATEMÁTICO

Para Dreyfus (2002, p.25, tradução nossa) “entender, mais que conhecer ou fazer esquemas, tem sido considerado como um objetivo importante para professores de Matemática”⁸. A partir dessa afirmação de Dreyfus, realizamos uma busca nos dicionários da Língua Portuguesa e Etimológico. Assim teríamos uma compreensão mais abrangente dos termos “entender”, “conhecer” e “esquema”.

Entender, segundo o dicionário HOUAISS:

1. Perceber ou reter pela inteligência, compreender, captar; 2. Captar a intenção de; perceber a razão de; 3. Ter conhecimento de; conhecer, saber; [...] 5. Tirar como conclusão; depreender, inferir, deduzir.

No dicionário Etimológico, tem-se: “compreender, dar conta, perceber.” (CUNHA, 1986, p. 302).

Conhecer, segundo o Houaiss (2008, p.802):

1. perceber e incorporar à memória (algo); ficar sabendo; adquirir informações sobre (algo); 2. Tomar ou ter consciência de; 3. Ser apresentado a (alguém), fazer conhecimento com; [...] 6. Estar familiarizado com; saber, dominar; [...] 8. Ter informação reduzida, superficial (alguém ou algo); saber de quem ou de que se trata.

No dicionário Etimológico Nova Fronteira da língua Portuguesa, Cunha (1986, p. 207): “[...]ter noção, informação, saber”

Esquema, no dicionário Houaiss (2008, p.1240):

1. figura que dá uma representação muito simplificada e funcional de um objeto, um movimento, um processo; esboço; 2. Descrição ou imagem mental restrita aos traços essenciais de um objeto, processo etc. (HOUAISS, 2008, p. 1240)

No dicionário Etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa, Cunha (1986, p.326): esquema “figura que representa as relações e funções dos objetivos, resumo” .

Por esse ângulo tomaremos como definição: Entender é saber⁹ sobre um conteúdo e, além disso, poder inferir, deduzir e perceber claramente o seu objeto de estudo.

⁸ Understanding, more than knowing or being skilled, has always been considered an important goal by mathematics teachers.

⁹ Entendemos a palavra saber como uma manifestação tanto na forma de objeto como na de instrumento de ensino. (Hofstetter e Scheuwly (2017))

A palavra Conhecer será definida como adquirir informações sobre determinado assunto, estar familiarizado com ele de forma reduzida, ter noção sobre.

Finalmente, Esquemas seria uma representação simplificada do objeto, em outras palavras um resumo que represente as relações e seus objetivos.

Desta maneira, podemos concordar com a afirmação inicial de Dreyfus (2002), pois para nós, “entender” é ir além de somente saber sobre determinado conteúdo, é também fazer inferências e deduções, enquanto que “conhecer” seria ter uma breve noção sobre o conceito e fazer esquemas de algumas relações com o conceito, ou seja, entendemos que seria o “como fazer”.

Para Dreyfus (2002, p. 25, tradução nossa) o entendimento sobre determinado assunto ocorre dentro de um processo mental e individual, podendo acontecer de duas maneiras:

[...] como um processo muito rápido, um clique no cérebro; ou mais frequentemente, é baseado em uma longa sequência de atividades de ensino durante a qual uma grande variedade de processos mentais ocorre e interage¹⁰.

Entendemos que o processo mental em si é realizado individualmente, no entanto, acreditamos que o professor durante sua prática pode, por meio de atividades¹¹, questionamentos e discussões contribuir para a formação do pensamento matemático.

Além disso, o professor pode também, por meio de uma sequência de atividades, compreender melhor o que ocorre durante os processos de ensino-aprendizagem¹², pois cada passo da sequência tem uma intencionalidade e observar em qual desses processos se encontra a dificuldade e ter uma maior atenção, podendo assim, atuar tanto individual como coletivamente, na tentativa de elucidar as dificuldades dos estudantes.

A ideia de sequência apresentada até o momento não se caracteriza somente por um conjunto algorítmico que faz os estudantes resolverem um exercício. Pelo contrário, vem na tentativa de fazer com que o próprio estudante

¹⁰ it may be quick, a click of the mind; more often, it is based upon a long sequence of learning activities during which a great variety of mental process occurs and interact.

¹¹ Atividades – cadeia de ações relacionadas pelo mesmo objeto e pelo mesmo motivo. (PONTE, p. 7, 2014)

¹² Consideramos que se ocorreu ensino, um mínimo de aprendizagem também ocorreu.

construa, por meio de estímulos conduzidos pelo professor, as propriedades de determinado conceito.

Segundo Dreyfus (2002, p. 25, tradução nossa), os estudantes

[...] devem então construir as propriedades de um tal conceito por meio de dedução da definição. Eles podem envolver-se por meio de atividades que promovam a abstração de sua parte chamando sua atenção para o que está sendo feito, que este é o objetivo do exercício¹³.

Para este trabalho, a ideia da palavra sequência é um caminho que permite aos estudantes chegarem as suas conclusões e fazer suas próprias considerações sobre um assunto.

Dreyfus (2002) defende que esse trabalho vai além da experiência matemática do professor, e das reflexões que este pode ser realizar, bem como, o que essas podem contribuir na construção de conexões internas e externas¹⁴ ao conceito. No entanto, deixa claro que essa sequência deve ser feita, inicialmente, por educadores matemáticos, (entendo que são profissionais que tiveram contato com didática matemática bem como metodologias de ensino que podem contribuir na elaboração dessa sequência).

Dreyfus (2002) afirma que o professor não deve esperar que os estudantes consigam sozinhos construir padrões para resolver um problema, bem como pensar e estabelecer algumas conexões com outros assuntos. Sob esse aspecto é que se entende a necessidade das conexões iniciais serem realizadas pelo educador matemático, pois ele, por meio de suas ações em sala de aula pode contribuir nessa evolução do pensar do estudante e assim levá-lo a refletir sobre o assunto e começar a entender o mesmo.

O autor ainda defende que essa reflexão realizada pelo professor a respeito da experiência matemática pode levar os estudantes de uma situação metacognitiva (de acordo com Stenberg p. 193, 2008, “é a nossa capacidade de pensar sobre os nossos próprios processos de pensamento, assim como formas de controlá-los e melhorá-los) para meta-processo (pesquisadores da Psicologia Cognitiva tais como Kakus (2009) entendem o termo como sendo na linha da

¹³ Students must then construct the properties of such a concept through deduction from the definition. They may involve being through activities that promote abstraction on their part and it has to be brought to their attention that this is what is being done, that this is the aim of the exercise.

¹⁴ Entendemos como conexões internas as que dizem respeito ao conteúdo tais como processo algorítmico, definição já as conexões externas são que se relacionam com outras áreas do conhecimento, as aplicações.

tecnologia cognitiva que permite maiores níveis de domínio e consciência)¹⁵, e é definida pelo autor como sendo uma das características do Pensamento Matemático Avançado.

Outra consideração apresentada por Dreyfus (2002) é que não existem muitas diferenças entre o Pensamento Matemático Elementar e o Avançado. A principal diferença encontra-se no enfoque das abstrações e deduções de uma definição, podendo ocorrer tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.

Na visão do autor, a principal diferença entre o Pensamento Matemático Elementar e o Avançado está na complexidade com que o professor lida com determinado assunto. Conceitos avançados podem ser vistos tanto de forma elementar como de forma complexa, podendo ocorrer deduções, representações e abstrações sobre um conteúdo.

Os processos que serão discutidos nesta tese não são somente matemáticos, pois todo processo matemático é um processo mental. Por exemplo, o estudante ao resolver um exercício está realizando um processo mental, bem como o professor na elaboração e na prática também está realizando um processo mental, para Dreyfus (2002, p. 26, tradução nossa) “[...] as imagens mentais e matemáticas estão muito interligadas”¹⁶, fazendo parte de um só processo.

3.1 PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO E O PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

Atualmente, se alguma Instituição de Ensino Superior desejar montar um curso existem modelos que estão disponíveis na Web, que sugerem quais disciplinas devem ser ofertadas e cabe ao colegiado do curso estudar esses modelos ou construir seu próprio Projeto Pedagógico, optando por quais disciplinas esse curso ofertará e em que ano serão estudadas.

A maioria dos cursos da área de Exatas possuem disciplinas comuns tais como: Cálculo, Álgebra Linear e Estatística e Probabilidade, cabendo ao professor, coordenador e colegiado saberem em que ano essas serão ministradas e como serão trabalhadas. Tais informações podem ser encontradas no próprio Projeto Pedagógico do curso.

¹⁵ Maiores informações no site <https://metaprocess.wordpress.com/about/> . Acessado em 30/06/2019 às 15:46.

¹⁶ The mental and the mathematical images are closely linked here.

O que se pode notar é que as disciplinas possuem uma estrutura clara recheada com uma quantidade de teoremas, aplicações numéricas carregadas de formalismo, dando a impressão de que a Matemática é pronta, o que faz deixar de lado a ideia da construção e investigação.

Ao priorizar o formalismo da Matemática o professor acaba ignorando alguns dos próprios fundamentos¹⁷ como a tentativa e erro, ideias parcialmente corretas, a intuição, entre outros. Mas então quais são as vantagens de se priorizar uma em relação às demais?

Segundo Dreyfus (2002), essa maneira de ensinar que prioriza o formalismo apresenta algumas vantagens: as disciplinas estão manejadas de forma previsível, a maioria dos cursos possui materiais que cobrem grande parte da ementa. Esse sistema que remete ao tradicional até pode funcionar para alguns alunos, mas para a grande maioria causa um efeito contrário, pois essa inflexibilidade faz com que não consigam se adaptar levando-os a crer que a Matemática é algorítmica.

Na mesma linha de pensamento de Dreyfus (2002) a afirmação acima deve-se ao fato de que seja pouco provável que os professores que trabalham no Ensino Superior utilizem em suas práticas metodológicas ideias de tentativa e erro, intuição, entre outras. É que os docentes valem-se de uma notação carregada de formalismo, teorema, prova e aplicação, diferentemente de outros cursos da área de Exatas tais como: Ciência da Computação e Sistemas de Informação, nos quais existem disciplinas como Programação, Estrutura de Dados, entre outras, que são ministradas por professores que, em geral, se utilizam de tentativa e erro, intuição e dedução. No entanto, acreditamos que eles esbarram no mesmo problema: a abstração.

Mesmo com essa diferenciação entre alguns cursos superiores, Nunes e Cabral (2018, p. 4) argumentam que em muitos casos isso ocorra devido a crença de que “quem sabe ensina”.

[...] Dentro do processo formativo da docência universitária podemos destacar a construção da identidade como sendo um processo de efetivar a formação na área. Então analisa-se essa formação à luz da história; quando um profissional entrava na universidade, na busca de uma formação em outra área, de repente se tornava professor, decorrência do conceito existente na própria instituição de que quem sabe, pode ensinar. Dessa forma é que acontece a atuação de professores no ensino superior, mesmo

¹⁷ Para mais informações ler o artigo Natureza da Matemática do professor João Pedro da Ponte (1997).

que sua prática lhe denuncie não ter passado pelo processo formativo e mesmo que ele não tenha escolhido ser professor, a instituição lhe atribui o título de docente superior.

Essa maneira tradicional que expomos a Matemática para os estudantes revela um problema sério, que envolve a própria concepção da Matemática, e isso foi constatado em um exame aplicado por Dreyfus (2002) a estudantes que possuíam notas acima da média. O resultado dessa atividade mostrou que, ao trabalharem questões envolvendo conceitos matemáticos, nenhum dos estudantes acertou, além disso, mostraram erros, considerados graves¹⁸.

De acordo com Dreyfus (2002), o que pode ter ocorrido? Afinal eram estudantes acima da média. Uma das possíveis respostas, entre várias que existem, encontra-se na própria prática do professor, pois ele ao ensinar de uma maneira mais formal, pode fazer com que o estudante tenha impressão de que a resolução de questões matemáticas é realizada por etapas (passo a passo), nos levando a discutir a própria formação. O estudante termina o curso com muito conhecimento matemático¹⁹ (e penso que isso sirva para todos os cursos que possuem conceitos matemáticos), mas pouco sobre o trabalho do matemático em si, que muitas vezes consiste em formulação de hipóteses, teorias, demonstrações e utilização de conteúdos matemáticos na resolução de problemas.

Tomando como base o discurso de Dreyfus (2002), inferimos que o docente pouco discute o processo e o conceito matemático, fazendo com que o estudante não perceba as relações matemáticas na construção do pensamento.

Dreyfus argumenta que o professor, ao trabalhar relacionando processo e os conceitos matemáticos, está trabalhando com diversos outros componentes como: representação, transformação, visualização e dedução.

Essa proposta de ensino, que insere novos elementos como os expostos no parágrafo anterior, faz com que os professores utilizem outros “instrumentos tecnológicos”, como o computador, que apresenta novas possibilidades, dando a oportunidade ao estudante de observar diferentes tipos de representações.

O uso do computador pode abrir espaço para outras similaridades entre a aprendizagem do processo e a pesquisa do processo; para Dreyfus (2002,

¹⁸ Mais informações Pensamento Matemático Avançado: um processo (Dreyfus, 2002).

¹⁹ Tomaremos o termo conhecimento matemático na perspectiva apresentada por Sfard (1991).

p.30, tradução nossa) “[...] em ambos os casos existe manipulação mental, investigação e descobertas a respeito de objetos”²⁰.

Acreditamos que, se o professor sabe sobre esses processos e essas similaridades pode compreender melhor algumas das dificuldades que os estudantes apresentam.

Nas próximas seções discutiremos alguns processos apresentados por Dreyfus (2002).

3.1.1 Processos Envolvendo a Representação

A prática do professor de Matemática, não só no Ensino Superior como na Educação Básica, é recheada de representações, entre elas os símbolos que são considerados elementos primordiais para a Matemática.

No entanto, existe um perigo envolvendo os símbolos e seus significados. No trabalho realizado por Olson e Campbell (1994), os autores entendem que símbolos e significados servem para personificar o conhecimento implícito em explícito.

Olson e Campbell (1994) em seu artigo intitulado: *Representações e Falsas Representações: O Começo da Simbolização nas Crianças* argumentam que existem alguns estágios para o entendimento dos símbolos. De acordo com Olson e Campbell (1994, p. 9, tradução nossa), as crianças

[...] começam a enxergar a possibilidade do simbolismo, isto é, representar algo por meio de outra. Nesse estágio, ela aprende que algo pode simbolizar ou representar outra coisa ou uma classe de coisas. No próximo estágio, a criança entende que o símbolo refere-se, e pode ser usado para representar um objeto ou um evento específico. Na terceira fase, eles começam a entender que a representação de um objeto pode ser verdadeira ou falsa. É somente na terceira fase que ele adquire essa metarepresentação de um conceito ser verdadeiro ou falso, que afirmam ser um conceito mais amadurecido²¹.

²⁰ In both cases the individual has to mentally manipulate, investigate and find out about objects.

²¹ realize the possibility of symbolizing that is, representing one thing by means of another. In learning to symbolize, children learn the concept that one thing can stand for, symbolize, or represent another thing or class of things. Next, children understand that a symbol may refer, that is, be used to represent a particular concrete, specific object or event. And third, they begin to understand the possibility that a representation may be true or false of the thing it is a representation of. It is only at this third stage, when children have acquired the meta-representational concepts of true and false, that they can be said to have an adult-like concept of belief.

Dreyfus (2002, p.30, tradução nossa) compartilha das mesmas ideias de Olson e Campell (1994), pois acredita que para o ensino deve “[...] haver algum significado associado a uma noção antes de um símbolo para que a notação possa ser de alguma utilidade”²² e ainda argumenta que essa relação símbolo notação é pouco discutida na Educação Matemática, sendo até, muitas vezes, ignorada e negligenciada.

Em seu trabalho intitulado “*O papel das entidades conceituais e seus símbolos na construção de conceitos matemáticos avançados*”²³, Harel e Kaput (2002) discutem de forma detalhada a importância da simbologia, bem como qual é o seu papel na construção da Matemática.

Para esses autores, o entendimento dessa simbologia passa por duas fases: a primeira fase deve discutir como as entidades conceituais são construídas e como essas se relacionam com a notação matemática; na segunda fase discute-se qual é o papel das notações no pensamento matemático e como isso pode contribuir para um crescimento vertical da Matemática, que se configura por um amadurecimento matemático.

Cada uma dessas fases passa por alguns estágios. Na primeira fase das entidades conceituais, temos três estágios:

- quando o conceito é constituído de vários elementos, deve-se inicialmente fazer uma separação em etapas para melhor compreender assuntos complexos;
- em um segundo momento, inicia-se a inserção dos operadores e como eles são utilizados dentro dessa entidade conceitual²⁴ e;
- o terceiro estágio se caracteriza como sendo o que permite ao estudante utilizar uma estrutura apropriada para a resolução de um problema.

A segunda fase, que discute a notação matemática, também passa por três estágios:

- o primeiro discute o papel da notação na formação das entidades conceituais;

²² There must be some meaning associated with a notion before a symbol for that notion can possibly be of any use.

²³ The Role of Conceptual Entities and Their Symbols in Building Advanced Mathematical Concepts

²⁴ Para esse trabalho tomaremos como Entidade Conceitual um objeto cognitivo no qual o sistema mental tem procedimentos que transformam esse objeto em argumentos. (Harel e Kaput (2002)).

- o segundo apresenta uma discussão entre os diferentes tipos de notação e como elas podem ser utilizadas na representação estrutural de um conceito e;
- no último estágio, a notação como substituta dos conceitos.

Ainda de acordo com Harel e Kaput (2002, p. 94, tradução nossa), um dos problemas para o entendimento da simbologia matemática encontra-se na própria maneira como atuamos em sala de aula, pois enquanto os inventores das notações

[...] as criaram para expressar e talvez elaborar suas próprias concepções pré-existentes, nas escolas frequentemente começamos em ordem inversa, concentrando-nos na manipulação de notações, [...] Os estudantes deveriam ter a oportunidade de construir suas próprias expressões de notação das suas ideias, que podem ser guiadas na direção dos padrões. Desta forma, constrói-se notações e concepções simultaneamente, em vez de construir um e depois o outro e, em seguida, tentar ligar os dois²⁵.

Mesmo com toda essa discussão sobre como se deve ensinar os símbolos e como eles devem ser utilizados na aprendizagem, Dreyfus (2002) ainda argumenta que outros tipos de Representações (geométrica, tabular, entre outras) podem auxiliar para o pensar em matemática.

Segundo Dreyfus (2002), quando nos referimos a algum objeto ou processo matemático estamos, intuitivamente, construindo uma **representação mental** e existem **representações mentais** que podem ser totalmente diferentes.

Ou seja, em uma sala de aula podem existir ao menos duas: as representações mentais do professor e as representações mentais dos estudantes. Na tentativa de elucidar essa questão, Dreyfus (2002) acredita que essa diferença além de ser bastante significativa, é uma das mais expressivas, pois enquanto o estudante pensa no processo (no como resolver), o professor pensa como um objeto e suas relações, com uma determinada carga de complexidade, envolvendo definições, teoremas, exemplos, etc.

Assim, na tentativa de diminuir essa diferença pensamos que a prática do professor deve ir além dos pilares conhecidos (apresentar um modelo a partir de algo conhecido, especificar, exemplificar, e caso possível apresentar uma

²⁵ created them to express and a perhaps elaborate their own pre-existing conceptions, in schools we often begin in reverse order, concentrating on manipulation of notations,[...] Students should be given opportunities to build their own notational expressions of their ideas, which can then be guided in the direction of standards ones. In this way, one builds both notations and conceptions simultaneously, rather than building or the other first and then attempting to connect the two.

imagem), ou seja, o fato de o professor apresentar determinado modelo de forma simbólica não quer dizer que representações mentais comecem a surgir e desenvolver-se.

Para entendermos melhor a **representação simbólica** deve ficar claro que, de acordo com o mesmo autor, ela é exclusivamente escrita ou falada na tentativa de comunicar sobre determinado assunto. Já a **representação mental** refere-se aos esquemas internos ou quadros dos quais fazemos uso para interagir com o mundo externo. Além disso, cada indivíduo pode ter sua própria representação.

Ao estudar Espaços Vetoriais, Dreyfus (2002, p. 31, tradução nossa) apresenta o seguinte exemplo, que lembra uma visualização.

[...] posso ver “setas” (diante dos meus olhos), e poderei pensar em termos dessas setas quando lidar com bases, transformações, etc. Outros podem evocar n-uplas de números ou símbolos abstratos que satisfazem os axiomas²⁶.

Assim, a visualização pode ser considerada como um elemento essencial para muitos dos entes matemáticos, pois é um processo que transforma a **representação mental** em algo que começa a ser visto, e, além disso, a construção de uma **representação mental** baseia-se em um sistema de representações, e pode ser materializado. Nessa perspectiva, inferimos que as representações mentais são criadas no cérebro com base nas representações concretas.

Na tentativa de elucidarmos a afirmação acima apresentada, trazemos Vinner (2002), que em seu artigo intitulado “*O papel das definições no Ensino e Aprendizagem*”²⁷ expõe uma ideia de como se dá a formação do conceito. Para ele, o entendimento de um conceito está ligado à construção de um conceito imagem. Mas o que seria o “conceito imagem”?

De acordo com Vinner (2002) é algo não verbal associado a um nome, podendo ser uma representação visual de um conceito bem como uma compilação de impressões ou de experiências, sendo que essas associações podem ser traduzidas em formas verbais.

Dreyfus (2002) defende que uma representação é rica quando contém uma quantidade de aspectos ligados ao conceito. Assim, podemos entender

²⁶ I may see “arrows” (before my mind’s eyes), and I may have be able to think in terms of these arrows when dealing with bases, transformations, etc. Other may evoke n-tuples of numbers or abstract symbols which satisfy the axioms.

²⁷ The Role of Definitions in Teaching and Learning.

que possuir uma representação visual é ter uma quantidade de impressões e experiências sobre o conteúdo, ou seja, a prática do professor não pode se resumir à introdução do conteúdo, exemplos e exercícios, deixando assim a cargo do estudante a melhoria dessas representações o que pode levá-los ao desinteresse pela disciplina e às representações pobres de um conceito, que fazem com que o estudante se interesse somente pelo “como fazer (método de resolução)” sem atentar a elementos do próprio conceito. Vinner (2002) faz uma crítica a esse método de ensino, pois não reflete o aspecto criativo da Matemática.

Até o momento vimos a importância de um conceito apresentar diferentes tipos de representações, no entanto, de acordo com Dreyfus (2002), isso não é suficiente.

Essa conectividade entre as representações, a nosso ver, é complementar e, ao mesmo tempo, um elo. Dessa maneira, é possível que haja uma troca de representação à medida que uma se mostre mais eficiente que outra nas diversas fases da resolução de um problema.

Essas trocas de representações podem contribuir de forma significativa na construção da própria matemática, pois, de acordo com o Dreyfus (2002, p. 32, tradução nossa), “[...] a mudança deve sempre ser realizada entre representações existentes. Em nosso contexto, significa passar de uma representação de um conceito matemático a outra²⁸”.

Isso, mais uma vez, demonstra que a Matemática não é algo isolado, mas sim um sistema que se conecta não só com outros conceitos matemáticos, mas com outras áreas do conhecimento. Não quer dizer que essa conexão seja algo simples de acontecer, tanto para o matemático profissional quanto para o processo de ensino-aprendizagem, pois essas mudanças de representações são extremamente complexas. Dreyfus (2002) cita o problema das funções trigonométricas que apresentam propriedades de amplitude, frequência e fase, considerando ainda que possuem representações algébrica, gráfica e tabular, podendo ser fácil para um matemático profissional, mas para um estudante de graduação esse caminho é árduo. Há um excesso de informações com as quais o estudante deve lidar, e em muitos casos ele fica limitado a um tipo de representação, geralmente aquela que resolve o problema que tem em mãos.

²⁸ switching must always be carried out between existing representations. In our context, it means going over from one representation of a mathematical concept to another one.

Acreditamos que exista um “diálogo” entre as representações e, dessa forma, corroborando com o autor quando argumenta que o processo deve seguir uma sequência de passos (etapas) permitindo que o estudante possa entender as diferentes representações de um objeto, dialogar com elas e saber qual é a melhor para resolver um problema. Nesse processo em que se discutem as diferentes representações de um conceito matemático, o uso do computador pode contribuir, pois por meio dessa ferramenta é possível que ocorram algumas trocas de representação, bem como estabelecer um vínculo entre elas.

Entendemos que na maioria das vezes é o próprio estudante que estabelece esse diálogo entre as representações, no entanto é possível que o professor por meio de ações, possa contribuir para esse diálogo. Para Dreyfus (2002, p.33, tradução nossa) um processo “[...] que está altamente ligado às mudanças de representações é a tradução²⁹”, que seria esse diálogo.

Ainda de acordo com Dreyfus (2002), esse processo é importante para o pensamento matemático avançado, pois permite que uma formulação matemática “trafegue” por vários problemas bem como em outras formulações.

Acreditamos que o autor utilize o termo **tradução** no sentido de reescrever, pois diferentes representações são formas de apresentar um mesmo conceito matemático. Ou seja, o termo faz sentido quando nos referimos somente ao problema em si, mas entendemos que na maioria das vezes quem faz esse processo é o estudante e é nesse sentido que o termo diálogo (visto que o professor estará contribuindo nesse processo) pode ser usado, pois é necessário entender as diferentes formas de apresentação do conceito e como conectá-las construindo um diálogo entre as Representações.

Assim, a modelagem pode contribuir para esse diálogo entre as representações, pois de acordo com Dreyfus (2002, p. 34, tradução nossa), o termo **modelagem**, “[...] refere-se a encontrar uma representação matemática para objetos ou processos não matemáticos³⁰”. Nesse sentido, refere-se ao desenvolvimento de uma estrutura ou teoria matemática que tenta observar o comportamento ou processo³¹. Devemos deixar claro que essa é uma visão apresentada pelo autor de

²⁹ which is closely connected to switching representation is translating.

³⁰ the term modelling refers to finding a mathematical representation for a non-mathematical object or process.

³¹ Essa é a definição de modelagem que tomaremos para esse trabalho.

como pode se iniciar o processo de representação mental, pois, para Dreyfus, um bom início parte de uma estrutura concreta³² para uma mental.

Nessa perspectiva, o estudo de sistemas ou situações físicas pode levar a criação de um processo de representação. Dreyfus (2002) considera que a **modelagem** e a representação são análogas, mas em níveis diferentes; para Dreyfus (2002, p. 34, tradução nossa), na modelagem

[...] a situação ou o sistema é físico e o modelo é matemático; na representação o objeto a ser representado é a estrutura matemática, e o modelo é uma estrutura mental. Assim, a representação mental está relacionada ao modelo matemático bem como está relacionada ao sistema físico.³¹

Sob esse aspecto acreditamos que a **modelagem** pode contribuir na construção de uma **representação mental** e isso pode ser o início do desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado.

A partir de uma **representação mental** podemos construir outras representações bem como outros processos que, a nosso ver, têm um melhor espaço para discussão no Ensino Superior, sendo conhecidos como os Processos de Abstração. Nas próximas seções discutiremos os três processos: **Generalização, Sintetização e Abstração**.

3.2 PROCESSOS ENVOLVIDOS NA ABSTRAÇÃO

De acordo com o Dreyfus (2002) o processo de abstração pode ocorrer tanto no Pensamento Matemático Elementar como no Avançado, dependendo da forma como o professor trabalha determinado conceito.

Ainda segundo Dreyfus (2002), a maioria das crianças consegue criar uma **representação mental** sobre determinado objeto e, ao entrar nas escolas além de trabalhar com diversos tipos de representações, outros processos também são apresentados e, à medida que esses se conectam, vão se envolvendo na construção do processo de abstração. De acordo com Dreyfus (2002), dois

³² Para esta tese utilizaremos o termo concreto no sentido filosófico apresentado por Bussmann, Savioli e Polegati (2018), quando assumem esse termo como algo que pode ser passível de ser captado pelos sentidos.

³¹ the situation or system is physical and the model is mathematical; in representing the object to be represented is the mathematical structure, and the model is a mental structure. Thus the mental representation is related to the mathematical model as the mathematical model is related to physical system.

processos são importantes e considerados pré-requisitos para a abstração, sendo eles: a **generalização** e a **sintetização**.

Segundo Dreyfus (2002, p.35, tradução nossa) o processo de generalização é uma “[...] derivação ou indução de particularidades, identificando os pontos comuns e expandido seus domínios de validade”³⁴.

Harel e Tall em seu artigo intitulado “*O Geral, o Abstrato e o Genérico em Matemática Avançada*”³⁵ (1989) apresentam três diferentes tipos de generalização, sendo essas: **Generalização Expansiva**, **Generalização Reconstitutiva** e **Generalização Disjuntiva**.

Para Harel e Tall (1989, p.2, tradução nossa):

Generalização Expansiva ocorre quando o sujeito expande o intervalo de aplicabilidade de um esquema existente sem reconstruí-lo.

Generalização Reconstitutiva ocorre quando o sujeito reconstrói um esquema existente para ampliar seu alcance de aplicabilidade.

Generalização Disjuntiva ocorre quando se move de um contexto familiar para um novo, o sujeito constrói um esquema novo, disjunto, para lidar com o novo contexto e adiciona-o à matriz de esquemas disponíveis³⁶.

De acordo com os autores, enquanto a **Generalização Expansiva** utiliza-se de “esquemas” e, à medida que novas situações são incluídas, essas são consideradas como casos especiais nesse “esquema” final; a **Generalização Reconstitutiva** altera o “esquema” antigo e em vários momentos enriquece-o para que posteriormente possa ser acoplado ao “esquema” mais geral, desta forma temos um “esquema” enriquecido. Enquanto na primeira a sinopse é incluída transformando-se assim em um caso específico, na segunda é reconstruída de modo a ampliar a sua aplicação.

Em concordância com Harel e Tall (1989) a **Generalização Disjuntiva** no primeiro momento nos leva a crer que é uma generalização que foi bem-sucedida, pois permite que o estudante possa lidar com vários exemplos; no entanto, do ponto de vista cognitivo, não são vistas como casos especiais de um “esquema” geral. O estudante não consegue enxergar como um caso específico de um procedimento maior, mas sim como situações diferentes e isso pode levá-lo ao fracasso à medida que aumenta o número de procedimentos necessários para

³⁴ is to derive or induce from particulars, to identify commonalities, to expand domains to validity.

³⁵ The General, the Abstract, and the Generic in Advanced Mathematics.

³⁶ *Expansive generalization* occurs when the subject expands the applicability range of an existing schema without reconstructing it. *Reconstructive generalization* occurs when the subject reconstructs an existing schema in order to widen its applicability range. *Disjunctive generalization* occurs when, on moving from a familiar context to a new one, the subject constructs a new, disjoint schema to deal with the new context and adds it to the array of schemas available.

resolver determinado problema, e, além disso, em vários momentos pode deixá-lo confuso sem saber qual o procedimento que deve ser adotado para resolver um problema.

Por exemplo, o conceito de função, se o sujeito entende que funções particulares (Afim, Quadrática, Trigonométricas, entre outras) são consideradas como situação especial ao conceito, nesse caso a **Generalização é Expansiva**; no caso da **Generalização Disjuntiva** o sujeito entende que cada tipo de função é algo novo sem qualquer conexão entre os assuntos e; no caso da **Generalização Reconstitutiva** cada função particular é agregada ao conceito como um todo, no caso o estudo de funções.

Mesmo Harel e Tall (1989) considerando que esse seja um tópico difícil para os estudantes de modo geral, afirmam que **generalização** deve estar presente na vida dos discentes em diversos momentos, ajudando-os a ter uma sólida formação, de modo que possam adicionar elementos a essa **generalização** e assim, passar para o próximo processo denominado **Sintetização**.

O processo de **Sintetização** é o que faz a combinação, a junção das partes de determinado conteúdo, é nesse movimento que o estudante pode deixar de ver somente conceitos e operações, e olhar de forma detalhada para o assunto. Por exemplo, pode-se trabalhar o conceito matrizes, determinantes e sistemas lineares de maneira isolada, no entanto, a partir do momento em que o professor estabelece algumas conexões entre os assuntos, isso pode contribuir na formação do estudante, e, segundo Dreyfus (2002), é possível experienciar a evolução do pensamento matemático, com possíveis questionamentos e curiosidades pela disciplina e assim acreditamos que o estudante terá mais interesse pela Matemática.

3.2.1 Abstração

Até o momento, Dreyfus (2002) aponta a ideia de partir de um objeto concreto, para que assim seja possível ter uma **representação mental** e a partir disso começar os trabalhos com a **Generalização** e a **Sintetização**, que contribuem para o estudo de padrões, operações e para a verificação do domínio de validade.

Após a realização desses processos, passamos para a **abstração** cujo foco de estudo centraliza-se na relação entre os objetos. Ou seja, é preciso entender as relações do objeto com os seus semelhantes e com objetos diferentes. E também entender que o objeto não é derivado de uma regra específica.

Assim, o processo de **abstração** está ligado ao estudo das relações entre os objetos, e uma maneira pela qual se podem iniciar as discussões envolvendo a abstração pode ser por meio da generalização; de acordo com Dreyfus (2002, p.36, tradução nossa) “o processo de **abstração** está intimamente ligado ao de generalização”³⁷.

Acreditamos que nesse processo exista uma ligação entre ambas e a **sinetização**, que contribui dando oportunidade ao estudante de estabelecer regras unificadoras a uma quantidade de situações que antes eram estudadas de forma isolada.

Mesmo com essas ligações, o processo de **abstração**, segundo o autor, exige um maior esforço cognitivo dos estudantes, pois enquanto a **generalização** parte de uma expansão de uma situação para algo mais geral e na **sinetização** começamos a estudar os conceitos e as operações, a **abstração** necessita de uma atenção maior, uma vez que o foco está nas relações que existem entre elas e sua compreensão e assim entender o que é uma estrutura, além de suas similaridades e diferenças com outras estruturas. Desta maneira o estudante está se desvinculando do estudo algorítmico (como fazer) de determinado conceito e focando mais na estrutura.

Como já dito anteriormente, enquanto que para os processos de **generalização** e **sinetização** podemos partir de uma situação particular e avançar nos estudos estabelecendo regras, a **abstração** é, acima de tudo, um processo construtivo que estabelece uma relação entre as estruturas mentais e matemáticas, desde suas propriedades até suas relações com outros objetos matemáticos e, para Dreyfus (2002, p. 37, tradução nossa) esse processo:

[...] depende do isolamento das propriedades e relacionamentos. Requer a capacidade de alterar a atenção dos próprios objetos para a estrutura, suas propriedades e relações. Essa atividade mental construtiva dependente exclusivamente do estudante, pois necessita de uma atenção focada nas estruturas que fazem parte do conceito abstrato e afastar a atenção das que são irrelevantes para o entendimento do contexto; a estrutura torna-se

³⁷ The process of abstraction is thus intimately linked to generalization.

importante, enquanto que detalhes irrelevantes estão sendo omitidos, reduzindo assim a complexidade da situação³⁸.

Harel e Tall (1989) argumentam que esse isolamento das propriedades pode contribuir para entender melhor certas características e assim poder utilizar a mesma teoria em outros casos. Ainda segundo os autores, tal processo pode ser definido como uma **Generalização Reconstitutiva**, pois permite a reconstrução de propriedades e sua aplicação em outros domínios.

Após a ocorrência da **Generalização Reconstitutiva**, é possível estender o intervalo de atuação dessa teoria à qual os argumentos se aplicam por meio de uma **Generalização Expansiva**.

Harel e Tall (1989) citam como exemplo de **Generalização Expansiva** a construção do conceito de Grupos; para eles as propriedades foram retiradas de outros contextos para defini-lo. Assim, podemos afirmar que ocorreu uma **Generalização Reconstitutiva**, ou seja, as propriedades foram reutilizadas em outros domínios de atuação na construção do conceito de Grupo.

Após a construção de determinado conceito, no caso o conceito de Grupos, esse será aplicado em outras situações, sendo essas consideradas pelos autores como sendo uma Generalização Expansiva.

Acreditamos que, as ideias apresentadas até o momento por Dreyfus (2002), Vinner (2002), Harel e Tall (1989), começam a se conectar com a intenção de que a definição de um conteúdo matemático esteja presente na construção de determinado conteúdo matemático. Contrariando as atividades de alguns professores que as iniciam em sala de aula mostrando sua definição (sendo essa muitas vezes sem conexão alguma como a forma de resolução), em seguida exemplos e por fim exercícios.

Ainda sobre o processo de uma definição Harel e Tall (1989, p. 4, tradução nossa) argumentam que:

[...] consiste de dois processos complementares. Um é a abstração de propriedades específicas de um ou mais objetos matemáticos para formar a base da definição do novo objeto matemático abstrato. O outro é o processo

³⁸ is dependent on the isolation of appropriate properties and relationships. It requires the ability to shift attention from the objects themselves to structure of their properties and relationships. Such constructive mental activity on the part of a student is a heavily dependent on the student's attention being focused on those structures which are to form part of the abstract concept, and drawn away from those which are irrelevant in the intended context; the structure become important, while irrelevant details are being omitted thus reducing the complexity of the situation.

de construção do conceito abstrato por meio da lógica dedutiva da definição³⁹.

Harel e Tall (1989) definem a primeira etapa do processo de elaboração como sendo **abstração formal**, e à medida que esse novo conceito vai se formando existe a necessidade de abstrair as propriedades geradoras desse novo objeto matemático.

Por exemplo, a construção dos axiomas de Espaços Vetoriais, segundo Harel e Tall (1989), deu-se por meio de um estudo de espaço de segmentos de linha direcionados, percebendo assim o que era comum a esse espaço e ao espaço de polinômios. Esse processo de abstração formal não ocorreu de forma imediata e sim demorou muito tempo e tanto os espaços de segmentos como os de polinômios foram substituídos pelos Espaços Vetoriais.

Os estudantes raramente veem essa construção histórica, ao invés disso a definição aparece nos livros didáticos como uma estrutura pronta e acabada, e sob essa perspectiva, podemos entender a ideia do que é uma definição: é a escolha de propriedades adequadas para a construção dedutiva de um conceito abstrato. Para os autores esse processo de construção de um conceito abstrato é chamado de Generalização Reconstitutiva.

Para Harel e Tall (1989) a **abstração formal** apresenta duas características:

- i) qualquer argumento válido por uma propriedade abstrata pode ser aplicado em qualquer outra instância em que a propriedade atue, os argumentos são mais gerais;
- ii) uma vez realizada a abstração, tendo como foco a propriedade abstraída, deixando de lado as outras, acredita-se que abstração exigirá menos esforço cognitivo.

Sob essa ótica, inferimos que se um argumento é válido em determinado estudo, por meio de uma propriedade abstrata, este vai ser válido em qualquer instância que a mesma propriedade valer. Já o segundo item afirma que se deve atentar somente a uma propriedade, e não a todas de uma vez, pois esperamos com isso menos esforço mental dos estudantes.

³⁹ it consists of two distinct complementary processes. One is the *abstraction* of specific properties of one or more mathematical objects to form the basis of the definition of the new abstract mathematical object. The other is the process of *construction* of the abstract concept through logical deduction from the definition.

Os autores ainda argumentam que essas duas propriedades servem como uma poderosa ferramenta, nela está envolvida uma reconstrução cognitiva.

Com essa situação colocada, vem a pergunta: Que aspectos da atuação do professor podem contribuir para uma possível diminuição de dificuldades apresentadas pelos estudantes?

Harel e Tall (1989) defendem a ideia de que haja um meio termo no qual o docente utilize um exemplo específico como um representante do contexto abstrato que é denominado de genérico, e a partir disso o professor apresente um ou mais protótipos⁴⁰ de um conceito abstrato. A intenção, do professor, é que eles representem instâncias do conceito abstrato que está sendo considerado como objeto de estudo.

Mesmo com essa proposta apresentada, Harel e Tall (1989) ainda argumentam que o fato de os estudantes ainda não desenvolverem esse conceito abstrato pode ter como consequência o entendimento equivocado do objeto matemático. Assim, para tentar ajudar no desenvolvimento dos processos de abstração podemos pensar nos protótipos não somente algébricos e geométricos, mas sim em ambos. Acreditamos que dessa maneira o estudante pode comparar as representações algébricas e geométricas e entender que elas fazem parte de um mesmo conceito.

Nessa linha de pensamento, à medida que os estudantes vão tendo sucesso com essa gama de exemplos específicos, os autores afirmam que eles estão incorporando o conceito abstrato, e acreditam que essa seja uma forma menos “dolorosa” de abstração a qual denominam de **Abstração Genérica**.

Com a proposta de introdução a um conceito abstrato por meio de protótipos, o uso do computador no processo de ensino-aprendizagem pode servir como um elemento que permita a observância de algumas representações, servindo como instância para a abstração Genérica. Além disso, o uso desses equipamentos possibilita ao estudante explorar e manipular tanto elementos gráficos como algébricos, simultaneamente.

⁴⁰ Entendemos a palavra protótipo como sendo: Aquilo que se faz pela primeira vez e, normalmente, é usado como padrão, sendo copiado ou imitado; o que traduz uma classe de coisas - <https://www.dicio.com.br/prototipo/> . Acessado em 26 mar 2019 às 22:26.

A utilização do computador no Ensino de Matemática vem apresentando resultados expressivos tanto para o campo da Educação Matemática quanto para Informática na Educação. Nessa perspectiva, além de apresentar uma discussão sobre o Pensamento Matemático também introduziremos o conceito de Pensamento Computacional, porque acreditamos que para ocorrer os processos apresentados por Dreyfus é necessária uma articulação entre ambos. O Pensamento Computacional será discutido nas próximas seções, bem como uma articulação entre ele e o Pensamento Matemático Avançado.

Na discussão sobre a **Abstração Genérica**, Harel e Tall (1989) defendem a ideia de que existam três princípios, sendo eles: O **Princípio da Entificação**; O **Princípio da Necessidade** e o **Princípio Paralelo**. Apresentamos agora uma discussão sobre cada um desses princípios.

O **Princípio da Entificação**, de acordo com os autores, ocorre quando o estudante consegue fazer uma abstração de um modelo no qual os elementos já são entidades conceituais para o mesmo, isto é, ele conhece procedimentos que permitem a ele fazer desses objetos, que estão vinculados ao modelo, elementos iniciais para entender um novo conceito.

Por exemplo, para que o estudante possa ter um conhecimento sobre Espaços Vetoriais é interessante partir de uma estrutura que lhe possibilite algum conhecimento geométrico de segmentos direcionados. Pesquisas apontam que o uso de funções e polinômios na maioria das vezes não fornece ao estudante elementos para se iniciar o **Princípio de Entificação**. Por outro lado, segmentos de reta são objetos manipuláveis que podem servir como motivação para os estudantes compreenderem o conceito de Espaços Vetoriais.

O **Princípio da Necessidade** baseia-se na ideia de que o conceito seja apresentado aos estudantes como algo que eles consigam perceber a importância. Segundo Harel e Tall (1989, pp. 8-9, tradução nossa)

[...] se os alunos não veem o raciocínio de uma ideia (por exemplo, uma definição de uma operação ou simbolização de um conceito), a ideia lhes parece evocada arbitrariamente; não se torna um conceito dos alunos⁴¹.

Dessa maneira, o professor, ao optar por trabalhar com essa metodologia, deve elaborar atividades instrucionais a partir das quais os estudantes

⁴¹ if students do not see the rationale for an idea (e.g., a definition of an operation, or a symbolization for a concept), the idea would seem to them as being evoked arbitrarily; it does not become a concept of the students.

trabalhem individualmente e em grupos de modo que participem da construção dos conceitos e suas operações. Segundo os autores, esse tipo de trabalho permite que o estudante discuta essa nova ideia, suas relações, suas contribuições para reedificar conceitos prévios que, como tais, podem contribuir na resolução de problemas.

O **Princípio Paralelo**, segundo os autores, é importante para o processo de abstração, pois ele fornece estruturas mentais de modo que se fixem enquanto processo, permitindo assim que a abstração seja operada como sendo uma generalização expansiva.

Isso quer dizer que ao elaborar uma atividade que aborda o **Princípio da Entificação**, esta deve conter elementos que permitam uma paralelização para que sejam aplicados posteriormente dentro da estrutura abstrata. Ou seja, a proposta deve satisfazer as condições da **Generalização Expansiva** na qual o modelo concreto pode ser manipulado de um modo mais genérico, e, além disso, trabalhar com os conceitos da **Generalização Reconstitutiva** quando a abstração do conceito formal ocorre de forma semelhante ao que já foi estudado.

3.2.2 Da Abstração Genérica Para a Abstração Formal

A **Abstração Genérica**, quando trabalhada, tentando em cada sequência de ensino utilizar os princípios discutidos anteriormente, apresenta muitos pontos positivos, no entanto pode falhar ao realizar a prova de um teorema. De acordo com Harel e Tall (1989, p. 10, tradução nossa) a **Abstração Genérica**:

[...] de um conceito matemático dá ao estudante uma noção do conceito que é operacional. É provável que o estudante se sinta seguro em realizar operações genéricas dentro do contexto (por exemplo, resolver equações lineares ou encontrar autovalores em R^n), mas pode ocorrer de apresentar dificuldades em provar propriedades formais⁴².

Na tentativa de minimizar essa possível dificuldade que os estudantes podem apresentar, em nossa opinião, o professor deve discutir a definição sob uma perspectiva de reconstrução. Os autores apresentam uma ideia de como fazer esse trabalho utilizando os princípios já discutidos.

⁴² of a mathematical concept gives the student a sense of the concept that is operative. The student is likely to feel secure in carrying out operations generically within the context (e.g. solve linear equations or find eigenvalues in R^n), but may fail to be able to prove formal properties.

O professor, ao apresentar exemplos genéricos de determinado conceito pode utilizar os **Princípios da Entificação** e da **Necessidade** e para uma discussão significativa sobre a construção de uma prova formal, o **Princípio Paralelo**.

Segundo Harel e Tall (1989, p.11, tradução nossa):

[...] a construção de tais conceitos em exemplos genéricos é mais provável de ser alcançada pelo princípio da entificação e pelo princípio da necessidade, e a provisão de um procedimento apropriado para a construção da prova no contexto abstrato é mais provável de resultar do princípio paralelo⁴³.

Dessa forma entendemos que a passagem da **abstração genérica** para **formal** não é uma atividade fácil de ser realizada, mas requer uma reconstrução que contenha menos tensão cognitiva, ou seja, as reconstruções têm que trazer elementos que o estudante já conheça e possibilitar que a cada passo ele faça suas próprias reconstruções.

Mesmo com a apresentação de uma possível sequência de ações que crie a possibilidade de o estudante fazer suas conexões e diálogos entre as representações, bem como começar a ver o objeto como estrutura que possui propriedades, sob um processo de abstração, esse trabalho não terá uma possibilidade de êxito se também não houver uma mudança na atenção do estudante.

Para tal discussão, utilizaremos os apontamentos apresentados por Jonh Mason (1989) em seu artigo intitulado: “*Abstração Matemática como Resultado de uma Delicada Mudança na Atenção*” em que o autor começa discutindo as dificuldades apresentadas pelos estudantes e como a Matemática é significativa tanto na formação humana como na científica. Segundo o autor, essa dualidade encontra-se dentro do conceito de abstração e um entendimento sobre a palavra abstração pode contribuir tanto para os professores como também para os estudantes.

Mason (1989, p.1, tradução nossa) apresenta um questionamento inicial sobre o uso da palavra abstração, pois essa pode ser um verbo, um substantivo ou um adjetivo:

⁴³ the construction of such concepts in generic examples are more likely to be achieved by the entification principle and the necessity principle, and the provision of an appropriate procedure for proof construction in the abstract context is more likely to follow from the parallel principle.

[...] o verbo é geralmente pronunciado de forma diferente do adjetivo e do substantivo, sendo a ênfase colocada no prefixo *ab* quando é usada como substantivo ou adjetivo (como no começo dos artigos e quando aplicada a uma ideia que não está relacionada com a realidade ou que falta em inspirar confiança – daí o significado pejorativo) e na extração da raiz quando usado para se referir a um processo semelhante à extração. Assim extrair significa tirar, e abstrair, afastar⁴⁴.

De acordo com o Mason (1989) a palavra abstração pode ser entendida de duas maneiras como: ideias de extração ou como algo que não está relacionado com a realidade. Mas o ideal seria entendê-la como uma expressão que consiste das duas ações acima citadas.

Assim, começamos a entender as dificuldades apresentadas pelos estudantes, pois para eles, a abstração matemática é um conceito que não tem relação alguma com a realidade e, segundo Mason (1989, p.1, tradução nossa) “[...] essa sensação de estar fora de contato surge porque houve pouca ou nenhuma participação no processo de abstração”⁴⁵.

Com essa discussão posta, podemos refletir um pouco sobre o que ocorre, quando Mason (1989) afirma que o processo de abstração se dá por “meio de um piscar de olhos”. Para Mason (1989), é nesse momento que ocorre uma mudança de atenção, ou seja, o estudante começa a ver uma expressão como uma **generalização** bem como suas propriedades, ou seja, vendo-a como um todo. Sob essa perspectiva, Mason (1989, p.3, tradução nossa) afirma: “[...] a abstração permeia entre a expressão da **generalização** e a manipulação dessa enquanto, por exemplo, constrói de um argumento convincente”⁴⁶.

Quando tal mudança acontece, é quase imperceptível (daí a razão de dizer que ocorre em um piscar de olhos) e se torna em algo natural e óbvio, mas caso não ocorra, isso pode trazer consequências negativas para os estudantes podendo causar um bloqueio no estudo e, por vezes, ele pode sentir-se excluído. Em muitos casos os estudantes resolvem alguns problemas, mas não conseguem

⁴⁴ The verb is usually pronounced differently to the adjective and noun, emphasis being placed on the prefix *ab* when it is used as a noun or adjective, (as in the beginnings of papers, and when applied to an idea that seems unconnected with reality or which fails to inspire confidence - hence the pejorative meaning) and on the root stem *tract* when used to refer to a process akin to extracting. Thus extract means to draw out, and to abstract means to draw away.

⁴⁵ this sense of being out of contact arises because there has been little or no participation in the process of abstraction.

⁴⁶ abstracting lies between the expression of generality and the manipulation of that expression while, for example, constructing a convincing argument.

explicar como fizeram para resolvê-los. Pierce (1982) e Mason e Davis (1988) denominam esse processo de *habituação*.

Mason (1989) acredita que um dos problemas pelos quais a **abstração** é um dos processos mais difíceis está no fato que atribuímos o mesmo sentido para a palavra, tanto o matemático profissional quanto o estudante de graduação, e isso pode causar problemas no processo de aprendizagem, levando os estudantes a estagnarem no processo de *habituação*.

Na tentativa de amenizar o problema que ocorre quando o estudante se encontra no “processo de *habituação*”, Mason (1989, p.3, tradução nossa) apresenta uma metodologia que pode contribuir nesse caso. De acordo com ele:

[...] esta metodologia é, ela própria, um processo de abstração, movendo-se da experiência, para expressar experiência, para levar tais expressões como descrições de propriedades de muitas experiências para manipular rótulos dessas experiências em descrições subsequentes, expressar o conhecimento⁴⁷.

E ainda sugere que o processo de abstração siga o modelo apresentado por Floyd *et.al* (1982) no qual os pesquisadores entendem e discutem um modelo para descrever o movimento que ocorre quando saímos das manipulações de objetos para a discussão de “ter senso de” algumas características ou propriedades, ou seja, segundo Mason (1989, p.4, tradução nossa) “[...] articulando aquelas propriedades como uma expressão generalizada”⁴⁸.

Nessa perspectiva, pode ocorrer o que o Mason (1989, p.4, tradução nossa) denomina de uma “[...] estrutura que inspira confiança”⁴⁹, ou seja, o estudante começa a ter tranquilidade ao estudar determinado conteúdo e isso, de acordo com o mesmo autor, pode fazer com que ele encontre outras propriedades.

A figura 3 representa as ideias de Mason (1989) e como elas podem auxiliar o estudante no processo de abstração.

⁴⁷ This methodology is itself a process of abstraction, moving as it does from experience, to expressing experience, to taking such expressions as descriptions of properties of many experiences, to manipulating labels of those experiences in subsequent descriptions.

⁴⁸ to articulating that property as an expression of generality.

⁴⁹ confidence-inspiring entity.



Figura 1 – Modelo apresentado por Floyd et.al. (1982).

Para Mason, a hélice não somente contribui para o desenvolvimento do processo de abstração, mas para que o estudante entenda que os processos não estão desconectados, dando a oportunidade a ele de ver o estudo realizado como algo possível de ocorrer e, tal fato, pode contribuir bem como inspirá-lo na busca de novos conhecimentos.

Entendemos que as atividades têm que estar conectadas, pois dessa forma é possível trabalhar como uma hélice, variando com ações que contribuam para o processo de **generalização, sintetização e abstração**. Desse modo, esperamos que o estudante entenda o conteúdo não de forma isolada, e, além disso, que ele possa participar dessa construção do conhecimento.

Novamente enxergamos o uso do Pensamento Computacional como um componente que pode contribuir nesse processo, pois com ele é possível trabalhar com processos de **generalização, sintetização e de abstração generalizada**. Tal ação pode ajudar o estudante a desenvolver o Pensamento Computacional.

Até o momento, apresentamos e discutimos os processos que podem contribuir para que o estudante possa entender determinado conteúdo munido de uma estrutura envolvendo ações de manipulação e propriedades.

Mesmo com toda essa discussão e apontamentos sobre o processo de abstração, esse ainda continua sendo um problema pedagógico, pois considerando as dificuldades nesse processo, Dreyfus (2002) faz uma árdua crítica ao docente que apresenta um exemplo e uma explicação formal. Para ele, isso pouco contribui na formação do estudante, pois são necessários vários exemplos e

generalizações, para que assim o discente possa mudar o foco da sua atenção e desta maneira discutir as propriedades e por fim olhá-las como uma estrutura matemática que contribui não só para elas, mas também para outros conceitos matemáticos.

Dreyfus (2002, p. 37, tradução nossa) defende que em muitos casos é mais significativo trabalhar esse processo de abstração em somente um conteúdo, pois segundo ele:

[...] às vezes é melhor abstrair de um único caso, combinado com uma definição do conceito abstrato. Este caso único tem então de ser escolhido de modo a que as propriedades e relações pretendidas levem alguma evidência e, por ser útil em uma atividade em que os alunos desempenham⁵⁰.

Um exemplo que o autor coloca é que se o estudante tem conhecimento sobre espaços vetoriais e grupos, ele não precisará de muitos exemplos para entender os conceitos e propriedades de Anéis. Deste modo, seria interessante o professor escolher um ou dois conteúdos e trabalhar essa proposta.

3.2.3 Relações Entre Representações e Abstrações (No Processo Ensino-Aprendizagem)

Para Dreyfus (2002), a relação das propriedades “encontradas” no estudo de objetos concretos pode ser utilizada pelo professor para apresentar um conceito matemático abstrato.

No entanto, Dreyfus faz uma afirmação contundente, pois não é nesse movimento que se consegue estabelecer uma relação entre as propriedades encontradas inicialmente com o conceito abstrato, pois para Dreyfus (2002, p.38, tradução nossa): “[...] as propriedades e as relações com os conceitos abstratos são representações independentes”⁵¹.

Surgem, assim, então algumas perguntas: “Então, como trabalhar? Como podemos fazer com que o estudante entenda um conceito como um todo? ”. Antes de responder a esses questionamentos, Dreyfus (2002, p.38, tradução nossa)

⁵⁰ it is sometimes better to abstract from a single case, combined with a definition of the abstract concept. This single case then needs to be chosen so that the intended properties and relationships take some evidence, e.g. by being useful in an activity the students engage in.

⁵¹ The properties and relationships of the abstract concept are the representation-independent ones.

argumenta que os processos de representação e abstração são complementares. Ele explica que um conceito:

[...] é muitas vezes abstraído de várias de suas representações, por outro lado, uma representação é sempre representação de algum conceito mais abstrato⁵².

Com essa perspectiva em mente, é possível apresentar uma ideia de como o movimento entre os processos de representação e abstração podem ocorrer.

Assim a proposta apresentada pelo autor indica que uma representação pode ser utilizada para conseguir a atenção dos estudantes, enquanto que outras representações podem servir como ideias paralelas e nesse processo começar a estabelecer relações entre elas esperando assim que o conceito matemático abstrato possa emergir.

Ainda de acordo com Dreyfus (2002, p. 39, tradução nossa) o processo de aprendizagem pode seguir quatro estágios:

[...] usar uma única representação; usar mais de uma representação em paralelo; estabelecer relações entre as representações paralelas e integrar as representações e as trocas flexíveis entre elas⁵³.

O primeiro estágio consiste em trabalhar partindo de uma situação concreta com uma única representação; já no segundo estágio trabalhar com várias Representações do mesmo objeto matemático em paralelo; o terceiro estágio é onde ocorrem as ligações entre as representações mentais e no quarto estágio ocorre a síntese, é nesse estágio que o estudante consegue enxergar as representações em outros objetos matemáticos.

Esses estágios estarão finalizados quando o estudante conseguir construir uma noção abstrata e, além disso, como essa noção está ligada ao conceito, bem como quando conseguir resolver problemas em que as soluções se encontrem no estudo das propriedades, tornando-se assim uma concepção concreta.

Mesmo com essa proposta de trabalho, Dreyfus (2002) afirma que muito dos estudantes não conseguirão estabelecer as relações entre os quatro estágios.

⁵² is often abstracted from several of its representations, one the other hand, a representation are always representations of some more abstract concept.

⁵³ Using a single representations, Using more than one representation in parallel, Making links between parallel representations and Integrating representations and flexible switching between them.

Esses estágios podem ajudar o estudante no esclarecimento de algumas Representações partindo de um problema concreto para a construção de uma representação e tal fato colabora para o entendimento da Matemática como um todo.

Após essa discussão apresentamos uma figura que contém as características principais do PMA.

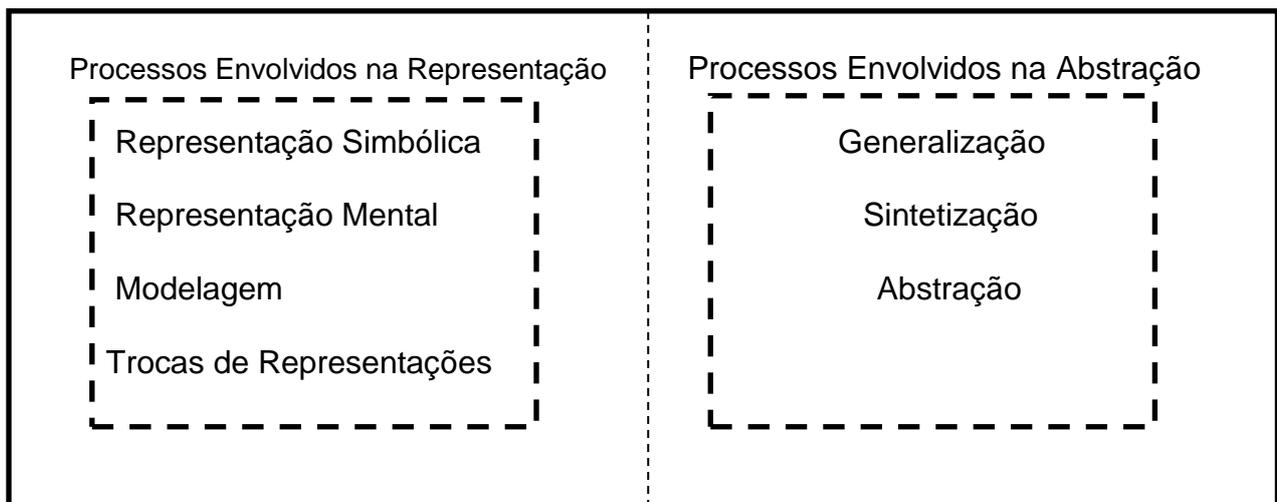


Figura 2 – Características do Pensamento Matemático Avançado de Acordo com Dreyfus (2002)

No próximo capítulo apresentaremos as considerações teóricas a respeito do Pensamento Computacional.

4 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Antes de iniciarmos as discussões a respeito do Pensamento Computacional gostaríamos de esclarecer que em alguns momentos o texto pode levar o leitor a entender que o Pensamento Computacional está intimamente ligado ao uso do computador; em alguns momentos isso pode ser verdadeiro, no entanto, no decorrer do texto a ideia é que se possa evidenciar o Pensamento Computacional sem necessariamente o uso do computador.

Outra ideia que o leitor pode ter durante essa leitura é de que o Pensamento Computacional está relacionado tanto com a programação quanto execução computacional; nessa perspectiva concordamos com Ribeiro et.al (2017) quando argumentam que programar não é o maior desafio o difícil é construir a solução. Ainda de acordo com Ribeiro et.al (2017) a programação é uma tradução que dependendo da Linguagem de programação pode ser mais ou menos difícil.

Com o avanço de dispositivos computacionais e da internet surgiu uma nova era que alguns denominam de Revolução da Informação ou Era da Informação Digital. Sob essa ótica as escolas, de maneira geral, podem contribuir para esse momento histórico, inserindo o uso do computador em algumas atividades escolares.

Nessa perspectiva, o National Research Council e o Committee for the Workshops on Computational Thinking⁵⁴ argumentam que algumas ações utilizando o computador já estão ocorrendo. De acordo com o Committee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council (2010, p. vii, tradução nossa) “[...] isto é particularmente evidente na educação em todos os níveis”⁵⁵ e de acordo com esses dois órgãos estão sendo realizadas diversas ações para introduzir conceitos computacionais básicos e primordiais em escolas, e, além disso, os currículos universitários tentam oportunizar aos estudantes conceitos e tecnologias computacionais.

De acordo com Linn (2010), essa inserção não deve ser feita sem algum planejamento. Nesse sentido, a importância de se introduzir o computador nas escolas baseia-se em três pilares: em um primeiro momento, a ênfase na alfabetização informática, e para tal, isso envolve o uso de ferramentas, páginas da

⁵⁴ Conselho Nacional de Pesquisa e do Comitê para Workshops sobre Pensamento Computacional.

⁵⁵ This is particularly apparent in education at all levels.

Web e apresentações multimídia; no segundo momento a ênfase se dá na programação computacional e no terceiro seriam as aplicações em jogos, robótica e simulações.

Para muitos pesquisadores esses três pilares não podem ser confundidos com o aprender a pensar computacionalmente, mas podem contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional. Mas o que vem a ser o Pensamento Computacional?

De acordo com Linn (2010 p. vii, tradução nossa)

[...] é uma habilidade analítica fundamental que todos, e não apenas cientistas da computação, podem usar para ajudar a resolver problemas, projetar sistemas e entender o comportamento humano. Como tal, eles acreditam que o Pensamento Computacional é comparável ao raciocínio matemático, linguístico e lógico que é ensinado a todas as crianças⁵⁶.

Defendemos o Pensamento Computacional na perspectiva da autora, mudando a forma de pensar em diversas situações tanto escolar quanto fora dela, contribuindo não somente com pesquisadores, mas com outras especialidades.

Para discutir mais sobre o Pensamento Computacional, em meados de 2009 vários pesquisadores e educadores se reuniram em dois Workshop's.

Desses Workshop's surgiram dois livros: sendo que o primeiro discute o escopo e a natureza e o segundo as ações pedagógicas do Pensamento Computacional.

Inicialmente apresentaremos o que é o Pensamento Computacional e suas características. Na sequência as diferenças entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional.

De acordo com esses dois grupos, o Comitê e o Conselho, o Pensamento Computacional é, muitas vezes, interpretado como:

[...] uma ampla gama de ferramentas mentais e conceitos de ciência da computação que ajudam as pessoas a resolver problemas, projetar sistemas, compreender o comportamento humano e engajar computadores para auxiliar na automação de uma ampla gama de processos intelectuais.⁵⁷ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, 2010, p. 3, tradução nossa).

⁵⁶ is a fundamental analytical skill that everyone, not just computer scientists, can use to help solve problems, design systems, and understand human behavior. As such, they believe that computational thinking is comparable to the mathematical, linguistic, and logical reasoning that is taught to all children.

⁵⁷ a broad range of mental tools and concepts from computer science that help people solve problems, design systems, understand human behavior, and engage computers to assist in automating a wide range of intellectual processes.

Esses elementos já são conhecidos pela comunidade que estuda o assunto, no entanto, podemos inserir novos elementos, tais como: conceitos computacionais, métodos, linguagens, modelos e ferramentas que são frequentemente encontradas nos estudos de Ciência da Computação.

Nesse sentido, o Pensamento Computacional pode incluir:

[...] reformulação de problemas difíceis por redução e transformação; Soluções aproximadas; processamento paralelo; Verificação de tipo e verificação do modelo como generalizações de análise dimensional; Problema de abstração e decomposição; Representação do problema; Modularização; Prevenção de erros, testes, depuração, recuperação e correção; Contenção de danos; simulação; Raciocínio heurístico; Planejamento, aprendizado e agendamento na presença de incerteza; Estratégias de pesquisa; Análise da complexidade computacional de algoritmos e processos; E equilibrando custos computacionais com critérios de design⁵⁸ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, 2010, p. 3, tradução nossa).

O que se pode notar é que muitos dos elementos que compõem o Pensamento Computacional também fazem parte do Pensamento Matemático.

Destacamos o estudo de problemas que discutem abstração e decomposição. Sob esse aspecto, dizemos que esse tipo de pensar não é de exclusividade somente dos pesquisadores de ciência da computação, mas sim da comunidade científica como um todo, porque acreditamos que outras áreas do conhecimento compartilham desses componentes do Pensamento Computacional.

Além disso, os participantes do Workshop entendem que as contribuições do Pensamento Computacional são muito expressivas. Destacamos algumas: sucesso em uma sociedade tecnológica, aumento pelo interesse em profissões da tecnologia da informação, manutenção e melhoramento da competitividade econômica, auxílio na aprendizagem de outras disciplinas e contribuição na valorização pessoal. Para esse trabalho daremos ênfase ao sentido do auxílio na aprendizagem.

O escopo de atuação do Pensamento Computacional é bastante expressivo, no entanto, ainda é um assunto pouco discutido na comunidade acadêmica, mas que, aos poucos, vai ganhando espaço.

⁵⁸ reformulation of difficult problems by reduction and transformation; approximate solutions; parallel processing; type checking and model checking as generalizations of dimensional analysis; problem abstraction and decomposition; problem representation; modularization; error prevention, testing, debugging, recovery, and correction; damage containment; simulation; heuristic reasoning; planning, learning, and scheduling in the presence of uncertainty; search strategies; analysis of the computational complexity of algorithms and processes; and balancing computational costs against other design criteria.

Na próxima seção apresentaremos uma visão geral do que é o Pensamento Computacional.

4.1 UMA VISÃO GERAL DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A pesquisadora Jeannete Wing em seu artigo denominado: *“Pensamento Computacional: Representa uma atitude e habilidade universalmente aplicáveis e todos, e não apenas Cientistas da informática, estariam ansiosos para aprender e usar”*⁵⁹, faz uma discussão a respeito do Pensamento Computacional, em que argumenta que é uma maneira de resolver problemas, projetar sistemas e compreender o comportamento humano, elementos esses considerados fundamentais à ciência da computação.

Para muitos pesquisadores, essa é uma primeira definição do que é o Pensamento Computacional, no entanto, a própria Wing, posteriormente, redefiniu-o considerando que:

[...] à medida que a computação, as comunicações e a informação se tornam cada vez mais proeminentes ao longo da vida diária, o Pensamento Computacional torna-se mais útil para o bem-estar econômico, intelectual e social de todos.⁶⁰ (WING, 2010, p. 8, tradução nossa)

Portanto, a autora que, inicialmente, apresentou uma definição que estaria voltada “exclusivamente” para a Ciência da Computação, posteriormente acrescentou elementos que deixaram o conceito mais amplo a ponto de contribuir para a sociedade de modo geral.

Os conferencistas do Workshop também apresentam suas noções do Pensamento Computacional: se um computador, celular ou tablete estão com mau funcionamento, a primeira reação do usuário é reiniciar o equipamento, pois assim permite-se à máquina retornar a seu estado inicial; a tecnologia da informação contribui no tratamento de grandes volumes de informação e, além disso, percebe-se que as soluções podem ser acessadas por meio de algoritmos e de automação e; por último, a tecnologia da informação pode contribuir no gerenciamento e entendimento do problemas complexos podendo passar por diversas disciplinas tais como economia, estudos climáticos, educação entre outras áreas do conhecimento.

⁵⁹ Computational Thinking It represents a universally applicable attitude and skill set everyone, not just computer scientists, would be eager to learn and use.

⁶⁰ as computation, communications, and information become increasingly prominent throughout daily life, computational thinking becomes more useful to the economic, intellectual, and social well-being of everyone.

Uri Wilensky (2010), um dos membros do Comitê, argumentou que essas noções servem muito bem para estudantes que já conhecem algo sobre o assunto, mas que esse conceito deve ir além. Ou seja, contribui no desenvolvimento dos estudantes de modo geral. Sob essa perspectiva, entendemos que o Pensamento Computacional pode auxiliar em várias disciplinas tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Mesmo com essa discussão, o que se pode notar é que ainda não existe um consenso sobre o que é Pensamento Computacional. Assim, optamos nesta tese em apresentar alguns entendimentos do que seja o Pensamento Computacional na ótica dos autores participantes do Workshop.

1) David Moursound (2010) defende que o Pensamento Computacional está intimamente relacionado com o pensamento processual apresentado por Seymour Pappert⁶¹;

2) Peter Lee (2010) entende o Pensamento Computacional como um estudo de mecanismos da inteligência, produzindo assim aplicações práticas contribuindo para a inteligência humana.

3) Já para Bill Wulf (2010), o Pensamento Computacional ocorre como um processo, pois enquanto outras áreas do conhecimento têm foco em objetos físicos, essa área tem uma característica diferente, focando no processo e na abstração que se encontra dentro dele.

4) Para Dor Abrahamson (2010), o Pensamento Computacional ocorre como uso computacional relacionando símbolos e sistema (em uma visão semiótica) de forma a articular e explicitar o conhecimento.

5) Gerald Sussman (2010) entende que o Pensamento Computacional é uma maneira de formular métodos precisos e desenvolver projetos; nesse sentido, discute o rigor e a eficiência dos procedimentos.

6) Para Wing e Sussman (2010), o Pensamento Computacional é uma ponte entre a ciência e a engenharia, tendo como elemento central o raciocínio que acontece na transição do estudo de fenômenos físicos para sua aplicação.

⁶¹ Na década de 80 do século passado Pappert apresentou a ideia de que os computadores e o pensamento procedural poderiam contribuir no modo em que as crianças pensam e aprendem. Para maiores informações ver: Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas.

7) Edward Fox (2010) defende que o Pensamento Computacional é uma noção de manipulação abstrata, que muitas vezes não é vista pelo usuário, na resolução de problemas.

8) Já para Robert Constable (2010), o Pensamento Computacional é algo ainda em aberto que aumenta a cada dia os conceitos que refletem a natureza da tecnologia e a aprendizagem humana combinando elementos para “automatizar” e para “estudar” os processos de informação.

Após essa apresentação, neste trabalho, assumiremos as mesmas características apresentadas por Constable (2010) em que o Pensamento Computacional ainda está em aberto e, a cada dia, agregam-se elementos a esse pensamento, refletindo a natureza da tecnologia e a aprendizagem humana, ou seja, o Pensamento Computacional aparece como uma forma de contribuir na construção de uma sociedade mais justa e humana.

Além disso, Sussman (2010, p.13, tradução nossa) defende que:

[...] O Pensamento Computacional é um raciocínio cuidadoso sobre os métodos de fazer as coisas. Está claramente relacionado com o pensamento matemático, mas não idêntico. Ambos Pensamento Computacional e Pensamento Matemático estão profundamente envolvidos com abstração e raciocínio com modelos simplificados.⁶²

Ainda sobre essa discussão, o Pensamento Computacional pode ter algumas vertentes que são complementares, tais como: a linguagem, a automação de processos de abstração, ferramentas cognitivas e Pensamento Computacional sem o uso de computadores⁶³, que serão discutidas nas próximas seções.

4.2 PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO UMA LINGUAGEM E A IMPORTÂNCIA DA PROGRAMAÇÃO

De acordo com alguns pesquisadores, como Bohr, Pea (2010) que participaram do Workshop estamos vivenciando a Era da Informação Digital e o Pensamento Computacional deve ser entendido como uma habilidade intelectual tal como a leitura, escrita, fala e a aritmética, pois:

⁶² Computational thinking is careful reasoning about the methods of doing things. It's clearly related to, but not identical with, mathematical thinking. Both computational thinking and mathematical thinking deeply are involved with abstraction, and reasoning with simplified models.

⁶³ Serão explicitados nas próximas seções.

[...] essas habilidades fundamentais são meios para descrever e explicar problemas e situações complexas e o Pensamento Computacional tem o mesmo propósito. Em outras palavras, o Pensamento Computacional é comparável a outras habilidades cognitivas básicas que a pessoa da sociedade moderna deve possuir⁶⁴ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, p. 13, 2010, tradução nossa).

Nessa perspectiva, Neils Bohr (2010), um dos participantes do Comitê, alega que o Pensamento Computacional deve ser encarado como uma Linguagem que as pessoas utilizam para entender diversas situações bem como problemas complexos e como trabalhar com eles.

Outros pesquisadores como Roy Pea e Ursula Wolz (2010) vão além: para se aprender essa Linguagem é necessário entender de programação, além disso, esse é um dos elementos principais para uma compreensão do Pensamento Computacional.

Resnick (2010, p. 14, tradução nossa) argumenta que o Pensamento Computacional é mais do que somente programar: para ele a programação é um “[...] meio de expressão e um ponto de entrada para o desenvolvimento de novas formas de pensar”⁶⁵.

Esse entendimento do Pensamento Computacional como uma Linguagem e a forma de expressá-la que se dá por meio da programação permitiu que as pessoas construíssem e compreendessem o que antes não era possível.

Outro participante do Comitê, Alan Kay, não tem a mesma compreensão: mesmo reconhecendo o Pensamento Computacional como sendo uma linguagem que permite descrever aspectos universais, para ele nem todos os seres humanos conseguirão entendê-la. De acordo com Kay (2010, p. 16, tradução nossa):

[...] todos os seres humanos têm uma capacidade inata de linguagem verbal, mas que o mesmo não pode ser dito para a linguagem escrita, a ciência e a matemática dedutiva, porque estas não são encontradas em todas as culturas ou sociedades. Este ponto sugere que, seja qual for o pensamento computacional - como idioma, os seres humanos não aprenderão o pensamento computacional do mesmo modo que aprendem a falar. Por outro lado, ele também observou que um aspecto poderoso do Pensamento Computacional implica na capacidade de criar uma linguagem

⁶⁴ these fundamental skills are all means of describing and explaining complex problems and situations to others, and computational thinking serves the same purpose. In other words, computational thinking is comparable to other basic cognitive abilities that the average person in modern society is expected to possess.

⁶⁵ form of expression, and that “programming, like writing, is a means of expression and an entry point for developing new ways of thinking.

bem adaptada a um propósito pessoalmente relevante - e, de fato, essa habilidade poderia ser ensinada aos estudantes⁶⁶.

Nessa perspectiva, a programação é um elo que pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional, no entanto, ela apresenta dificuldades tais como acontece com o Pensamento Matemático e a linguagem matemática. Contudo, é de comum acordo que ambos contribuem de forma significativa para o entendimento de diversas tarefas e podem ser trabalhados com os estudantes de forma de aprimorar seus conceitos e, além disso, desenvolver novas habilidades.

Ainda, o Pensamento Computacional pode possibilitar novas descobertas permitindo às pessoas acessarem e organizarem informações de maneira nunca feita antes, acessando informações digitais, ou como Fox (2010, p. 16, tradução nossa), membro do Comitê, argumenta, “[...] modelando e representando algo que fazemos de modo exclusivo e com diversas maneiras de explicar e enriquecer⁶⁷”.

Ou seja, o Pensamento Computacional permite que as pessoas possam fazer suas descobertas, que cada um possa construir novos elementos e uma forma diferenciada de explicá-los.

A partir dessas discussões apresentamos uma figura a respeito do Pensamento Computacional como uma Linguagem e a Importância para a Computação.

⁶⁶ all human beings have an innate capacity for verbal language, but that the same cannot be said for written language, science, and deductive mathematics, because these are not found in every culture or society. This point suggests that whatever computational-thinking- as-language might be, human beings will not learn computational thinking in the same way that they learn to speak. On the other hand, he also noted that a powerful aspect of computational thinking entails the ability to create a language well adapted to a personally relevant purpose—and indeed that this ability could be taught to students.

⁶⁷ modeling and representing, something that we do uniquely and have newer ways to explain and enrich.



Figura 3 – Pensamento Computacional como uma Linguagem e a Importância para a Computação.

Feitas essas considerações a respeito do Pensamento Computacional como uma Linguagem apresentamos na próxima seção a vertente que o discute como Automação de Abstração.

4.3 PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO AUTOMAÇÃO DE ABSTRAÇÃO

O Pensamento Computacional pode ser visto como um processo de criação e gerenciamento de abstrações. Nessa perspectiva, o Pensamento Computacional:

[...] é uma ferramenta para explicar e representar a complexidade por meio da automação. Embora a matemática e a física também estejam centralmente preocupadas com o uso da abstração para gerenciar e controlar a complexidade, os métodos computacionais adicionam outra dimensão ao controle da complexidade - a da automação⁶⁸ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, p. 16 - 17, 2010, tradução nossa).

⁶⁸ is a tool for explaining and representing complexity through automation. Although mathematics and physics are also centrally concerned with using abstraction to manage and control complexity, computational methods add another dimension to controlling complexity—that of automation.

Segundo Peter Lee, o Pensamento Computacional vai além de ser somente uma ferramenta auxiliando no ensino utilizando-se de conceitos de automação e resolução de problemas.

O estudante, ao elaborar um programa computacional, está automatizando um processo, por exemplo, o controle de estoque. Nesse sentido ele tem um problema e, desta maneira, não basta somente saber “programar”, mas sim entender como ocorre a retirada e a inserção de itens desse estoque e, a partir desse entendimento, estabelecer relações entre os variados conceitos computacionais tais como banco de dados, emissão de relatórios, programação e outros, e partindo desse estudo, desenvolver o programa. Sob essa perspectiva, os estudantes estarão trabalhando com conceitos de modelagem e simulação, elementos esses que contribuem na automação e no gerenciamento desse problema.

Além disso, diSessa e Astrachan (2010) entendem que o Pensamento Computacional colabora na explicação de determinados assuntos para a comunidade de modo geral. Para esses pesquisadores uma situação é falar para profissionais da área de tecnologia e outra é falar aos demais profissionais.

Khan (2010, p. 17, tradução nossa) argumenta que o Pensamento Computacional pode ajudar na concretização, na “[...] criação de algo concreto e tangível – de assuntos que são predominantemente abstratos”⁶⁹. O mesmo autor aponta como exemplo a questão de jogos computacionais, que são virtuais, mas apresentam uma característica concreta.

É sob esse ponto de vista que este trabalho pretende seguir, pois tal qual no Pensamento Matemático, entendemos que a interação com o problema e a busca por padrões, que são elementos que caracterizam a Generalização, podem auxiliar na discussão de conceitos matemáticos sobre a ótica da abstração.

Com base nessas discussões apresentamos uma figura a respeito do Pensamento Computacional como Automação de Abstração.

⁶⁹ creation of something concrete and tangible — of subjects that are typically dominated by abstract concepts.

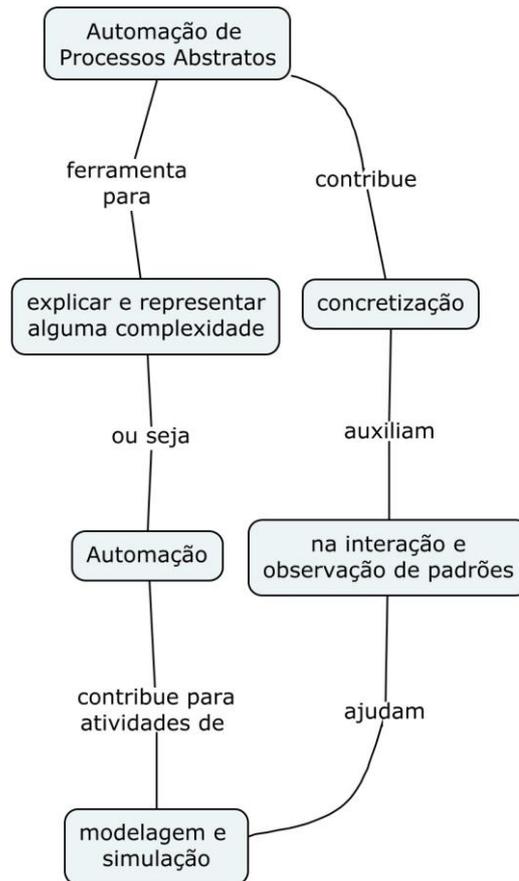


Figura 4 – Pensamento Computacional como Automação de Abstração.

Feitas essas considerações a respeito do Pensamento Computacional como Automação apresentamos na próxima seção a vertente que o discute como uma Ferramenta Cognitiva.

4.4 PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO UMA FERRAMENTA COGNITIVA

David Moursund (2010) apresenta uma perspectiva diferente sobre o Pensamento Computacional, porque ele o entende como um pensar sobre as ferramentas que nos auxiliam em nossas atividades diárias. Mas o que seria esse pensar sobre as ferramentas?

Isso se refere ao uso das ferramentas que estão em um programa, como por exemplo, em um editor de texto, que apresenta várias ferramentas, tais como: pincel de formatação, fonte, estilo, etc., que auxiliam na apresentação de um

trabalho. Se o usuário precisa mudar uma fonte ou aumentar o tamanho da letra, ele precisa saber qual ferramenta usar e o momento correto para tal.

Moursund (2010, p. 17, tradução nossa) observa que:

[...] a utilização de recursos depende da educação, treinamento e experiência do usuário, bem como o design da ferramenta. Algumas ferramentas, como um processador de texto, requerem treinamento e habilidades mais formais para acessar os recursos oferecidos.⁷⁰

No entanto, existem outras tecnologias que não necessitam de um maior treinamento tais como telefone e até mesmo videogames; para esses casos o autor entende essa aprendizagem como informal.

No início dos anos 90 do século passado, o pesquisador David Perkins em seu artigo denominado "*Person- Plus: uma visão distribuída do pensamento e aprendizagem*"⁷¹, apresenta um modelo em três dimensões que discute a resolução de problemas em equipe⁷².

Moursund (2010) entende que essas três dimensões podem ser vistas como ferramentas que contribuem para capacidades mentais e físicas e que uma das dimensões seria voltada para o treinamento.

Ainda nessa perspectiva, Moursund (2010) defende a ideia de que a resolução de problemas deve ser realizada por uma equipe. Para o pesquisador a realização dessa atividade só ocorre com a participação de um grupo, sendo que os elementos desses grupos são pessoas que vieram de uma determinada cultura, tiveram uma educação formal e/ou informal, entre outras características, e que contribuíram na formação pessoal do indivíduo. Assim, a resolução de problemas pode ser entendida como uma atividade realizada por um grupo de indivíduos que fazem uso de ferramentas físicas e mentais. Contudo, isso não impede a existência de momentos de individualidade na resolução de problemas.

Vale lembrar que existem outros pesquisadores que defendem a ideia de que a resolução de problemas deva ser realizada em grupos e isso não interfere na posição que assumimos para esta tese.

⁷⁰ realization of affordances depends on the education, training, and experience of the user as well as the design of the tool. Some tools, such as a word processor, require more formal training and skills in order to access the affordances they offer.

⁷¹ Person-plus: a distributed view of thinking and learning.

⁷² Mais informações <http://tecfa.unige.ch/tecfa/publicat/dil-papers-2/dc3/dc3.pdf>.

Moursound (2010, p. 18, tradução nossa) destaca que quanto melhor for a ferramenta, mais condições a equipe terá para resolver problemas mais complexos, por exemplo:

[..] Você tem uma vara e você pode usá-la em suas primeiras colheitas. Se você conseguir uma enxada, é uma ferramenta muito melhor. Mas, com melhores ferramentas, movemo-nos para além do aumento ou amplificação de baixo nível, como geralmente se chama. Se você conseguir ferramentas boas o suficiente, então você pode ir para a Lua e outros lugares⁷³.

Assim, podemos inferir que o Pensamento Computacional, sob essa ótica deixou de ser algo que é realizado somente por profissionais da área de computação, mas pela comunidade de modo geral. Nesse sentido, o uso das ferramentas contribui com a educação sem a necessidade de treinamento.

O Pensamento Computacional figura como uma atividade humana que apoia a resolução de problemas escolares. Além disso, quanto melhor a ferramenta, problemas com um grau de maior dificuldade podem ser resolvidos.

Com base nessas discussões apresentamos uma figura a respeito do Pensamento Computacional como Ferramenta Cognitiva.

⁷³ You can have a stick and you can weed your first crops with a stick. If you get a hoe, it's a much better tool. But then, with better tools, we move beyond the low-level augmentation or amplification, as it's usually called. If you get good enough tools, then you can go shooting off to the Moon and other places.

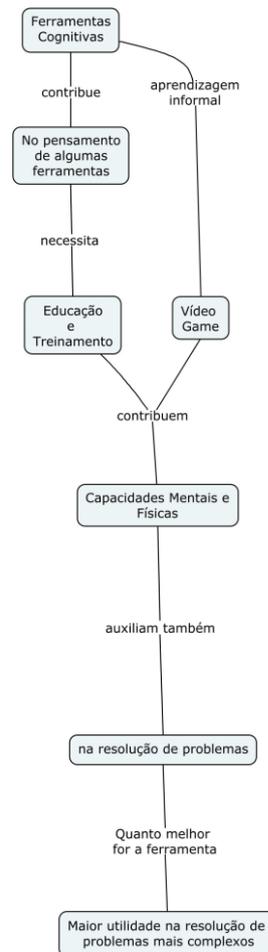


Figura 5 – Pensamento Computacional como Ferramenta Cognitiva

Feitas essas considerações a respeito do Pensamento Computacional como uma Ferramenta Cognitiva apresentamos na próxima seção a vertente que o discute em um Contexto sem Computador.

4.5 PENSAMENTO COMPUTACIONAL EM UM CONTEXTO SEM COMPUTADOR

Pesquisadores como Marcia Linn (2010) apresentam outra perspectiva a respeito do Pensamento Computacional: o fato da presença cada vez maior das ferramentas computacionais no cotidiano faz com que as pessoas comecem a abordar problemas mais complexos que estão ligados ao cotidiano e que muitas vezes fazem uso de conceitos da Ciência da Computação tais como depuração, algoritmos de pesquisa e estudo de casos.

Para Linn (2010, p. 20, tradução nossa):

[...] os recursos oferecidos pelas tecnologias de informação modernas exigem habilidades de raciocínio, como depuração, estudo de casos e habilidades lógicas para resolver problemas diários⁷⁴.

Linn (2010) ainda aponta que as crianças que têm acesso à Internet apresentam, desde pequenas, um senso de busca e se utilizam de dispositivos eletrônicos tais como celular e computador para acessar as informações que desejam.

Da mesma maneira que as crianças apresentam esse senso, os aposentados, de acordo com Linn (2010), também utilizam as redes sociais e sites na intenção de preparar suas viagens, e melhorar as condições de vida. Eles tomam suas decisões ao fazerem uma análise a respeito de comentários que são postados nessas ferramentas computacionais, assim, intuitivamente estão fazendo uma depuração.

Ou seja, nessa Era da Tecnologia Digital as ferramentas tecnológicas contribuem na solução de problemas, no entanto, as buscas e a elaboração de soluções são atividades intrinsecamente humanas que se utilizam de conceitos da Ciência da Computação; mesmo que muitas vezes as pessoas não saibam que estão usando processos de depuração, algoritmos, estudo de caso e habilidades lógicas na solução do problema.

Outra perspectiva em que se evidencia o Pensamento Computacional sem o uso de computadores é no trabalho apresentado por Joshua Danish (2010) intitulado “Mel de Abelhas”, trabalho esse realizado com a participação de crianças com idade de 7 anos⁷⁵, em que a ideia principal era entender e representar os processos dos quais as abelhas se utilizam para coletar o néctar.

Esse trabalho possuía quatro etapas, e em cada uma delas era possível evidenciar alguns dos processos que caracterizam o Pensamento Computacional.

Na primeira etapa denominada “criações de representações”, as crianças fizeram desenhos em quatro painéis para descrever o processo realizado

⁷⁴ the affordances offered by modern information technology require reasoning skills such as debugging, test cases, and logical skills to solve everyday problems.

⁷⁵ Os pesquisadores apresentam uma perspectiva Piagetiana, pois a escolha de crianças de sete anos se deve ao fato deles entenderem que é nessa idade que se inicia os processos de redução e extração para assim descrevê-los.

por uma abelha, e é possível evidenciar a modelagem de uma complexa sequência em que se observa do processo como um todo.

Essa atividade, sob a perspectiva de Dreyfus, pode ser considerada como um processo de Visualização em que é possível evidenciar um procedimento algorítmico.

Ainda, aquilo que os pesquisadores do Pensamento Computacional denominam representações, podemos entender como Visualizações sob a perspectiva do Pensamento Matemático.

Na segunda etapa, denominada “modelagem participativa”, as crianças se reuniam em grupo para construírem um esquete que representava as flores, abelhas e os processos envolvidos, pois para Danish (2010, p. 21, tradução nossa),

[...] esta atividade permite que os alunos aproveitem suas habilidades para fazer, dar sentido a conversas, gestos e posição do corpo como uma maneira de refinar seu modelo e entender as partes, mesmo que eles ainda não possuam uma linguagem formal⁷⁶.

De acordo com Danish (2010) nessa fase é possível evidenciar a depuração⁷⁷, pois por meio de um refinamento e de repetições realizadas em um processo colaborativo, os estudantes podiam discutir as atividades que realizaram na primeira fase, no coletivo e, além disso, remodelar para que pudessem apresentar as suas conclusões por meio do esquete. Com esses processos já realizados é possível iniciar, com as crianças, discussões introdutórias a respeito de sequências e algoritmos.

Na terceira etapa denominada “simulação participativa”, as crianças que participavam inicialmente do projeto foram incumbidas de instruir novas crianças na procura do néctar para as abelhas. Para os pesquisadores nessa etapa é possível evidenciar o processo de depuração com a instrução sendo remodelada e o processo refinado. E ainda para Danish (2010, p. 22, tradução nossa) “[...] esta fase obriga os alunos a pensar sobre as implicações de suas escolhas de modelagem”⁷⁸.

⁷⁶ that this activity allows students “to leverage their ability and make sense of talk and gesture and body position as a way of refining their model and understanding the parts of it that they may not have formal language for yet.

⁷⁷ [Informática]. Procurar, encontrar e corrigir, pela examinação do código de um programa, as falhas ou erros de um computador.

⁷⁸ This phase forces the students into “thinking about the implications of their modeling choices.

Na última etapa é que os estudantes têm contato com um computador e, com ajuda do professor, as crianças moldam e conseguem prever o processo utilizando um programa específico.

Assim é possível realizar atividades de ensino que permeiem tanto os conceitos do Pensamento Matemático bem como o Pensamento Computacional. O modelo apresentado por Danish (2010) nos fez observar essa relação entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional. Na primeira fase intitulada “criações de representações”, para o estudante iniciar tais atividades, intuitivamente ele deve exibir os processos de Generalização e Sintetização, apresentados por Dreyfus (2002).

Na etapa denominada “modelagem participativa”, os estudantes, ao iniciarem o debate de como se dará a esquete estão iniciando o processo de abstração apresentado por Dreyfus (2002), porque estão se desprendendo de detalhes observando a situação como um todo.

Na terceira e quarta etapas, o processo de Abstração, apresentado por Dreyfus, fica mais evidenciado na perspectiva da simulação participativa, pois nela o estudante, além das suas considerações, já assumiu as considerações dos colegas e, nessa fase, está tentando repassar esse conceito a outros estudantes. Mais especificamente, na quarta etapa construir-se-ia uma ferramenta computacional que permitisse e oportunizasse a outros estudantes um entendimento sobre o conceito explorado.

Como pudemos observar é possível evidenciar uma relação entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional. Na próxima seção apresentaremos uma discussão entre eles.

Com base nessas discussões expomos uma figura a respeito do Pensamento Computacional em um Contexto sem o Computador.

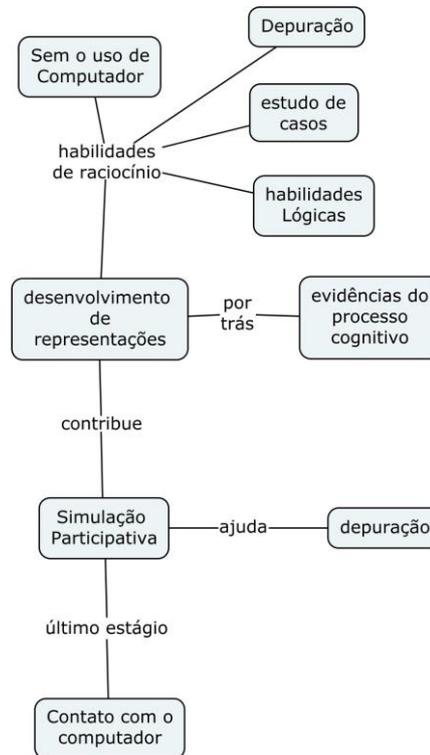


Figura 6 – Pensamento Computacional em um Contexto sem o Computador.

4.6 RELAÇÃO ENTRE PENSAMENTO MATEMÁTICO E PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Até o momento apresentamos as ideias dos pesquisadores que fizeram parte do Comitê que participou do Workshop do Pensamento Computacional. Nessa discussão os pesquisadores exibiram duas características do Pensamento Computacional; uma que se evidencia na utilização do computador, e outra como uma ferramenta cognitiva e fora do contexto computacional.

Nesta seção, apresentaremos uma discussão entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional, no que se aproximam e no que se distanciam, visto que um consenso entre os membros do Comitê é que ambos se combinam e se complementam.

Para o Comitê, o Pensamento Computacional:

[...] é um raciocínio cuidadoso sobre métodos de realizar atividades que se complementam e combinam o pensamento matemático e de engenharia⁷⁹ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, p.33, 2010, tradução nossa).

⁷⁹ is careful reasoning about the methods of doing things that complements and combines mathematical and engineering thinking.

Ainda de acordo com os membros do Comitê, a relação entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional é histórica e apresenta contribuições tanto para a Psicologia como para a Linguística, bem como desempenha um papel significativo na discussão de problemas complexos das Engenharias, da Saúde e da Nanociência.

Ou seja, existe uma relação intrínseca entre esses dois tipos de pensamentos que, ao mesmo tempo podem ser estudados isoladamente. Neste trabalho, uma das propostas é estabelecer uma relação entre eles e com isso contribuir na formação dos estudantes.

Para o Comitê (2010), o Pensamento Computacional:

[...] está intimamente relacionado com o Pensamento Matemático, mas não é idêntico. Ambos estão profundamente envolvidos com abstração e raciocínio com modelos simplificados reconhecidos⁸⁰ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, p.33, 2010, tradução nossa).

De acordo com Sussman (2010), ambos possuem estruturas linguísticas muito parecidas por considerar que apresentam características comuns tais como uma linguagem que admite uma descrição precisa bem como saber utilizá-las na realização de outras atividades, ou seja, são linguagens que permitem a descrição de estruturas matemáticas, computacionais ou não. A diferença entre ambos para Sussman (2010) é que o Pensamento Matemático se preocupa com a estrutura e no Pensamento Computacional a prioridade está na metodologia de como transpor a linguagem natural para a computacional.

Outra participante do Comitê, Jannette Wing (2010), acrescenta ainda que o Pensamento Computacional possui algumas restrições físicas tais como o próprio computador. Do ponto de vista numérico existe uma limitação como, por exemplo, a representação do infinito, dos números irracionais, e do ponto de vista geométrico, fica-se restrito à visão em 3D.

Para Blikstein (2010), tanto o Pensamento Matemático como o Computacional podem ser considerados como ferramentas que contribuem para representar determinados objetos, problemas complexos entre outros. No entanto, entende-se que, por meio do Pensamento Computacional, é possível representar e

⁸⁰ Computational thinking is closely related to, but not identical with, mathematical thinking. Both are deeply involved with abstraction and reasoning with recognized simplified models.

relacionar problemas complexos de modo mais acessível do que o Pensamento Matemático.

Com base nessas discussões entendemos que ambos se complementam; no entanto, enquanto os pesquisadores que discutem o Pensamento Matemático estão preocupados com processos de abstração de modo que o estudante possa compreender determinados conteúdos de modo geral, não ficando somente no entendimento da fórmula e como aplicá-la, mas sim, olhando para a definição e como essa permeia o uso da fórmula e sua aplicação, ou seja, discutindo a estrutura como um todo; no Pensamento Computacional a discussão está mais focada na metodologia em que podem ser evidenciados os conceitos abstratos.

Por exemplo, enquanto o Pensamento Matemático se preocupa com o conceito em si, o Pensamento Computacional, em uma das suas concepções, se debruça na atividade de automatizar esse conceito.

Outra diferença que destacamos é que para o estudo dos processos de Dreyfus (2002) a visualização é, sim, significativa, mas que em alguns casos isso não é possível de se realizar (por exemplo, a representação geométrica de vetores do \mathbf{R}^n); enquanto que, para os pesquisadores do Pensamento Computacional, a visualização é mais importante, pois é por meio dela que é possível entender e evidenciar problemas complexos que possuem uma restrição física (por exemplo, a representação geométrica no computador é somente até a terceira dimensão eixos (x, y, z)).

Para este trabalho vamos considerar esses dois tipos de pensar como sendo complementares, ou seja, dentro de uma atividade é possível discutir tanto o Pensamento Computacional como o Pensamento Matemático e, dessa forma, dar oportunidade ao estudante de ter mais opções de entendimento e, além disso, contribuir em um melhor conhecimento sobre as estruturas e metodologias que formam um conceito abstrato.

4.7 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Nesta seção apresentaremos algumas características do Pensamento Computacional, além disso, de forma abreviada, mostraremos evidências do Pensamento Computacional em outras áreas do conhecimento. Essa

discussão contribui no entendimento das características do Pensamento Computacional.

Para Blake (2010, p.36, tradução nossa) sua pesquisa visa:

[...] entender como o Pensamento Computacional, que está incorporado na ciência da computação ou campos computacionais, é usado em campos não computacionais para ver como o que nós conhecemos no campo computacional é utilizado em outros campos⁸¹.

Com essa pesquisa ele identificou conceitos do Pensamento Computacional em aplicações em diferentes disciplinas. De acordo com Blake (2010) as disciplinas em que se podem detectar alguns dos processos são: Medicina, Arqueologia, Engenharia de Tráfego, Administração, Música, Direito, entre outras. Além disso, evidenciaram-se algumas características do Pensamento Computacional como: Depuração, Desenvolvimento de Estudo de Casos, Modelagem e Recuperação de Informação.

Nas próximas subseções discutiremos as características acima citadas e outras que contribuem para o desenvolvimento do Pensamento Computacional.

4.7.1 Resolução de Problemas e Depuração

Para Sproul (2010) a depuração de sistemas é uma característica do Pensamento Computacional, pois para ele em vários momentos as pessoas encontram sistemas cujo funcionamento interno não é familiar e ao se deparar com tais sistemas as pessoas tentam estabelecer um “estado conhecido”. Esse tipo de atividade interna revela um comportamento de modelagem, mesmo sem saber quais são as operações internas.

Nessa perspectiva, Sproull (2010) argumenta que, para:

[...] desenvolver esses modelos e identificar estados conhecidos, um indivíduo (ou grupo) se baseia em experiências anteriores e encontros com sistemas semelhantes para gerar hipóteses sobre como ele funciona, sobre quais são suas partes, e assim por diante. A depuração pode então ser feita de diversas maneiras. Pode-se, por exemplo, ajustar as configurações dos

⁸¹ to understand how computational thinking, as it is embedded in computer science or computational fields, is used in noncomputational fields to see how what we know in the computational field can be used in other fields.

parâmetros para tentar depurar um sistema⁸² (SPROULL, 2010, p.40, tradução nossa).

Sob esse aspecto a resolução do problema se encontra como um processo, pois para entender esse sistema partiu-se do princípio de estabelecer um modelo capaz de identificar algo e por meio desse, buscar em experiências anteriores o entendimento, assim construindo algumas hipóteses desse sistema em estudo. Dessa maneira, é possível detectar problemas e contribuir para o entendimento das funções internas ao sistema.

Essa característica de resolução de problemas vai ao encontro da definição apresentada por Polya (1995) em que ele pondera que inicialmente é necessário compreender o problema, e em segundo lugar, caso não sejam encontradas conexões imediatas, é necessário estabelecer problemas auxiliares de modo a compreender esse problema. No terceiro momento, é a execução do plano e é nesse instante que a depuração é significativa, pois permite a análise de cada um dos passos da execução. Por último, é importante fazer um estudo da solução encontrada e novamente entendemos que a depuração pode contribuir nesse aspecto, questionando se não existe um processo mais rápido para solução do problema.

4.7.2 Testes

Para o Comitê do Workshop do Pensamento Computacional, o uso da palavra “teste” vem na perspectiva empírica que fornece dados sobre o software ou sobre um sistema, respeitando algumas regras.

Nessa perspectiva, a palavra “teste” na maioria das vezes, representa um conjunto de testes. Sendo assim, consideram que um bom teste contempla pelo menos esses itens: Existência de Casos Típicos, os Casos de Fronteira e as Possíveis Condições de Falha, no entanto, um teste pode conter mais itens⁸³.

⁸² To develop these models and identify known states, an individual (or group) builds on previous experience and encounters with similar systems to generate hypotheses about how it works, about what its parts are, and so on. Debugging can then be done in a variety of ways. One can, for instance, adjust parameter settings to attempt to debug a system.

⁸³ Para mais informações consulte http://www.softwareqatest.com/qatfaq1.html#FAQ1_10.

A Existência de Casos Típicos ocorre por meio da experiência que se faz na escolha de dados e na tentativa de descobrir defeitos em sistemas diferentes.

Os Casos de Fronteira tentam construir um possível cenário de uso para observar as ações e limitações de um software.

E por último, As Possíveis Condições de Falha, de acordo com Sommerville (2011, p.148) seria: “[...] colocar o objeto em todos os estados possíveis, o que significa simular todos os eventos que causam mudanças de estado”.

Os participantes do Comitê utilizaram como exemplo competições de robótica para discutir a importância do uso de testes como evidências do Pensamento Computacional.

Segundo eles, os robôs:

[...] são projetados para executar tarefas específicas, e os designers devem testar seu desempenho. Mesmo que não haja computação dentro do robô⁸⁴ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, 2010, p.41, tradução nossa).

Ou seja, o conceito de teste, sob a perspectiva empírica, faz com que a pessoa faça uma busca para verificar se existe um sistema semelhante e quais os possíveis problemas encontrados e se esses ocorrem nesse novo trabalho. Além disso, as pessoas tentam entender quais são as limitações e as possibilidades bem como hipóteses das possíveis falhas que venham ocorrer.

Assim, os itens acima citados podem ser inseridos nas discussões contribuindo no desenvolvimento do Pensamento Matemático, ao verificar se existe algo semelhante, entender o “raio” de ação e começar a estabelecer hipóteses de possíveis falhas e estudá-las.

4.7.3 Mineração de Dados e Recuperação de Dados

Uma das características da sociedade moderna é a quantidade e a rapidez com que as informações chegam até nós. Sob esse aspecto, uma pergunta que surge é como lidar com essa quantidade e com a rapidez dessa informação?

⁸⁴ Robots are designed to perform specific tasks, and designers must test their performance. Even if there is no computing inside the robot.

Segundo o Comitê do Workshop do Pensamento Computacional, o Pensamento Computacional contribui no desenvolvimento de ferramentas que auxiliam no gerenciamento das informações.

De acordo com Edward Fox (2010, p. 41, tradução nossa), o Pensamento Computacional:

[...] pode ajudar as pessoas que estão acessando muitas informações a partir de várias fontes de dados para representá-la de maneira comum e encontrar formas de comunicar seus resultados⁸⁵.

Sob esse aspecto, essas ferramentas colaboram tanto no manuseio quanto na forma de representar os resultados. E como essa característica auxilia no desenvolvimento computacional dos estudantes?

Essas características contribuem quando o professor pede aos estudantes para pesquisar sobre algum assunto. O docente, antes de solicitar aos discentes, deve fazer uma busca em vários *sites*, livros e artigos e mostrar isso como referências iniciais para levar o estudante a um processo de representação dos resultados obtidos e possíveis conexões nessa gama de opções oferecidas pelo professor.

Entendemos que esse trabalho de mineração e recuperação de informações pode ser realizado como o início de um trabalho que visa o desenvolvimento do Pensamento Computacional, posteriormente aos demais já discutidos.

4.7.4 Concorrência e Paralelismo

Para a noção de concorrência e de paralelismo do Pensamento Computacional, utilizaremos um exemplo apresentado pela pesquisadora Ursula Wolz (2010), no qual ela argumenta que é possível evidenciar tanto a concorrência quanto o paralelismo em vários momentos, bem como em diversos cursos.

Wolz (2010) utilizou esses conceitos com estudantes de música, para trabalhar a questão da sincronização entre uma animação e música; após alguns exemplos apresentados aos discentes, esses já começaram a realizar tal atividade.

⁸⁵ computational thinking can help people who are accessing lots of information from a number of data sources to represent it in some common way and to find ways to communicate their results.

De acordo com Resnick (2010), nesse tipo de atividade é possível evidenciar “[...] como programar, o sequenciamento, o pensamento algorítmico e o pensamento paralelo se desenrolam”⁸⁶. (RESNICK, 2010, p.42, tradução nossa).

Entendemos que as características apresentadas por Resnick (2010) contribuem tanto no desenvolvimento do Pensamento Matemático quanto no Pensamento Computacional. Por exemplo, na execução de uma atividade no Geogebra, o estudante realiza uma manipulação algébrica, em que é possível observar o resultado geométrico simultaneamente. Esse processo pode ocorrer no sentido oposto (manipulação geométrica e o resultado algébrico), dando possibilidade ao estudante de estabelecer conexões entre a Álgebra e a Geometria, evidenciando a ideia de sequenciamento, pensamento algorítmico e pensamento paralelo observado por Resnick (2010).

A utilização de ferramentas computacionais tais como Geogebra ou Scilab podem contribuir para o desenvolvimento do Paralelismo.

4.7.5 Modelagem

Para o Comitê do Workshop do Pensamento Computacional, Modelagem de forma genérica pode ser entendida como: “[...] um meio pelo qual se representa um sistema ou um processo na perspectiva de aprender mais sobre ele e gerenciar complexidades”⁸⁷ (Committee for the Workshops on Computational Thinking; National Research Council, p.42, 2010, tradução nossa).

Assim, o Pensamento Computacional contribui de forma efetiva no desenvolvimento de modelos complexos por meio de uma escala denominada escala de conhecimento.

Peter Lee (2010) ainda argumenta que o Pensamento Computacional permite entender consequências do uso da escala de conhecimento e que se pense tanto no macro quanto no micro, bem como nos pontos de inflexão desse sistema ou processo.

Nessa perspectiva, a Modelagem dá a oportunidade de ir aos poucos trabalhando no desenvolvimento desse processo ou sistema e, à medida

⁸⁶ programming, sequencing, algorithmic thinking, and parallel thinking play out.

⁸⁷ a means by which one represents a system or a process in order to learn more about it and manage complexity.

que vai adquirindo novos conhecimentos, vai-se agregando a capacidade de entender detalhes do sistema, bem como uma visão geral.

Pesquisadores da área Ciência da Computação que estudam questões relacionadas à Educação tais como Resnick e Kahn (2010), argumentam que o uso da Modelagem colabora no sentido de incentivar os estudantes a essa prática. Além disso, a Modelagem proporciona o desenvolvimento de uma cultura crítica.

Com essa discussão apresentamos as vertentes e características do Pensamento Computacional, no entanto, assim como as autoras Ribeiro, Foss e Cavalheiros (2017, p. 8), entendemos que o:

[...] desenvolvimento do Pensamento Computacional não tem como objetivo direcionar as pessoas a pensarem como computadores. Ao contrário, sugere que utilizemos a nossa inteligência, os fundamentos e os recursos da computação para abordar os problemas. Importante também observar que raciocinar computacionalmente é mais do que programar um computador.

Nesse sentido, o Pensamento Computacional é algo que antecede ao próprio uso do computador, bem como o Pensamento Matemático antecede à própria Matemática, pois raciocinar matematicamente é mais do que resolver um problema.

No próximo capítulo expomos os aspectos metodológicos que permearam a pesquisa como um todo e para tal utilizamos as ideias da Pesquisa Especulativa.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este é um trabalho que apresenta características metodológicas qualitativas, que serão apresentadas no decorrer deste capítulo, e teóricas, pois o Pensamento Matemático-Computacional é uma teorização⁸⁸ científica. Não seria uma teoria em si, pois Godde e Hatt (1979, p. 12) afirmam que para os cientistas a “[...] teoria se refere à relação entre fatos, ou à ordenação significativa desses fatos”.

De fato, nossa pesquisa se dá buscando relacionar elementos que estão envolvidos nos processos do Pensamento Matemático Avançado descritos por Dreyfus (2002) e nos trabalhos realizados em um Workshop (2010) sobre o Pensamento Computacional, surgindo o Pensamento Matemático-Computacional. Optamos pela estrutura da pesquisa especulativa em educação.

De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001) a pesquisa teórica especulativa em educação consiste em três eixos: interpretar, discutir e contar. Assim, um trabalho que assume essa metodologia produz declarações teóricas de outras declarações teóricas.

Segundo os autores, um trabalho especulativo não parte de uma situação empírica, e sim visa ser interpretado, avaliando os pontos positivos e negativos, fazendo escolhas e as apoiando por meio de um argumento.

Outra característica da pesquisa especulativa está na construção do “real”. Para Plot (1986, p. 14), “O autor de uma tese em Ciências Humanas deve, portanto, constituir por escrito seu ‘real’ para que pareça tão convincente quanto possível”.

Além disso, a pesquisa especulativa baseia-se nas discussões de Judith Schangler (1983) sobre o trabalho intelectual. Para a autora a pesquisa especulativa também é dividida em três etapas: 1) cognitiva, pois aborda um conhecimento; 2) discursiva, porque necessita ser comunicada e; 3) descrita em um trabalho.

Dessa maneira, uma pesquisa especulativa não necessariamente parte de um trabalho empírico, ou seja, não ocorre por meio de um processo de observação de determinado experimento e a descrição desses resultados, mas sim

⁸⁸ Pensamos que dizer que o Pensamento Matemático-Computacional é uma teoria é algo muito forte, assim optamos pelo termo teorização. Além disso, teoria já é algo consolidado enquanto que teorização é algo em construção.

é interpretando, realizando escolhas, defendê-las em um processo argumentativo tanto na construção do “real” (Plot, 1986) como no desenvolvimento do trabalho intelectual (Schangler, 1983).

Nessa perspectiva, quando os autores afirmam que um dos pilares da pesquisa especulativa é a construção de declarações teóricas tendo como base outras, temos que o Pensamento Matemático-Computacional é construído por meio dessa premissa, visto que foram estudados os processos que Dreyfus (2002) apresenta para o Pensamento Matemático Avançado, bem como o resultado das discussões ocorridas nos Workshops que debateram a respeito do escopo e das ações pedagógicas do Pensamento Computacional.

Levando em conta que este trabalho não parte de uma situação empírica, surge o seguinte questionamento: “Qual a necessidade de apresentar o problema na realização desse tipo de trabalho? ”. Para responder essa pergunta devemos inicialmente discutir a “relação entre o Problema e o Método” e como essa discussão recai sobre o Pensamento Matemático-Computacional.

Finalmente, destacamos que alguns termos, a serem trabalhados posteriormente serão introduzidos neste capítulo metodológico, proporcionando um entendimento do todo.

5.1 O PROBLEMA E O MÉTODO

Tomando os três elementos característicos da pesquisa especulativa em educação, interpretar, discutir e contar, somos levados a discutir quatro novos elementos: a hermenêutica, a análise conceitual, a retórica e a prática literária. Ou seja, na interpretação consideramos a hermenêutica e a análise conceitual; na discussão a retórica; e no contar a prática literária.

Antes, porém, expomos o que seria a “essência metodológica” da pesquisa especulativa. Segundo Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 6)

De acordo com uma ideia amplamente aceita - e bastante legítima - o problema e o método aparecem como duas etapas distintas do processo de pesquisa: na lógica de uma abordagem de pesquisa, a escolha do método está relacionada ao problema a ser elucidado. O problema sendo inicialmente colocada de maneira clara, o método é o dispositivo que nos leva a sua resolução ⁸⁹

⁸⁹ Suivant une idée largement répandue — et tout à fait légitime —, le problème et la méthode apparaissent comme deux étapes distinctes du processus de recherche : dans la logique d'une

Em várias propostas metodológicas, inicialmente é apresentado o problema e, na sequência, um método para responder a essa problemática. Já na pesquisa especulativa:

Entre o problema e seu método existe um tipo de relação dialética, o problema é iluminado pelo método e o método pelo problema a ser iluminado; em outras palavras, uma relação dinâmica é estabelecida em que o problema é construído ao longo da pesquisa, ao mesmo tempo em que a metodologia é refinada⁹⁰. (Martineu, Simard e Gauthier, p.6, 2001, tradução nossa)

Os trabalhos que tomam como referencial metodológico a pesquisa especulativa não apresentam necessariamente um problema e um método para resolvê-lo, mas sim o problema que se encontra dentro do trabalho como todo e tal situação pode contribuir para melhorar o método. Isso ocorre na construção do Pensamento Matemático-Computacional, pois existe um problema construindo-se de acordo com o que “tentamos resolver”.

Ou seja, o pesquisador fica muitos meses lendo livros, artigos, teses para tentar compreender mais sobre o objeto e, a partir desse trabalho, começa a ter uma maior clareza sobre o problema que deseja estudar.

Nesse sentido a pesquisa especulativa se assemelha a etnografia, pois o pesquisador é sua própria ferramenta metodológica, ele deve ter um espírito livre para questionar, ficar surpreso e assim tentar garantir o sucesso da sua pesquisa.

De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001, p.8, tradução nossa), o etnógrafo

[...] deve não apenas extrair o significado oculto de um conjunto de textos tomados isoladamente, mas também encontrar a estrutura profunda que conecta esses textos (mesmo que essa "ligação" seja uma oposição)⁹¹. =

Quando os autores falam sobre o significado oculto, estão se referindo a uma intuição, um possível desconforto que pode ser a parte consciente

démarche de recherche, le choix de la méthode est lié au problème à élucider. Le problème étant d'abord clairement posé, la méthode est ce dispositif qui nous achemine à sa résolution.

⁹⁰ Entre le problème et sa méthode existe ici comme une sorte de relation dialectique, nous voulons dire que le problème s'éclaire par la méthode et la méthode par le problème à éclairer; en d'autres termes, une relation dynamique s'installe où le problème se construit tout au long de la recherche en même temps que s'affine la méthodologie.

⁹¹ ne doit pas seulement extraire le sens caché d'un ensemble de textes pris isolément mais également trouver la structure profonde qui relie ces textes (même si cette «reliure» est une opposition).

do problema, pois, como dito anteriormente, “o problema” encontra-se durante a execução da pesquisa e não somente em uma parte específica do trabalho.

Tal perspectiva enquadra-se na construção desta tese, que, depois de algumas reflexões, surge com uma parte consciente do problema:

“É possível unir as discussões apresentados por Dreyfus (2002) sobre os processos que envolvem o Pensamento Matemático Avançado e as apresentadas pelos pesquisadores que discutem o Pensamento Computacional? A partir dessas discussões, construir assim uma teorização chamada Pensamento Matemático-Computacional?”

Será que não existe uma resposta a essa pergunta? De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001), uma tese especulativa é uma viagem ao terceiro mundo de Popper⁹², é uma viagem sem perspectiva de chegada. No entanto existem “pontos de paradas”.

O primeiro ponto seria o da leitura, já que é nesse ponto que o pesquisador irá estudar textos e trabalhos relacionados à sua pesquisa, assim, tentará absorver o máximo das ideias apresentadas pelos autores.

Para que tal absorção ocorra, segundo Martineau, Simard e Gauthier (2001, p.8, tradução nossa), essa leitura deve ser crítica, porque

[...] a consciência de um problema implica necessariamente insatisfação com um conjunto de ideias, teses, conhecimentos ou argumentos. Há um problema porque as teorias e explicações não parecem totalmente satisfatórias para o pesquisador⁹³.

De fato, a primeira parada para o início desta teorização ocorreu na fase da leitura, mais especificamente na leitura crítica já que foi por meio dessa parada que conseguimos entender alguns problemas que ambas as teorias apresentam. Dreyfus (2002) discute quais são os processos envolvidos na abstração, já o Pensamento Computacional apresenta características de como utilizar elementos da Ciência da Computação para resolver problemas.

Ao ler sobre os processos e como resolver problemas, por que não fazer algumas conexões entre as teorias e dessa maneira emergir o Pensamento Matemático-Computacional?

⁹² Mais informações: *Em busca de um mundo melhor*. Lisboa: Fragmentos, 1988.

⁹³ de conscience d'un problème suppose nécessairement une insatisfaction à l'égard d'un ensemble d'idées, de thèses, de connaissances ou d'argumentations. Il y a problème parce que les théories et explications n'apparaissent pas totalement satisfaisantes pour le chercheur.

O que queremos afirmar é que por meio da leitura crítica é possível conscientizar-se a respeito do problema bem como começar a imaginar uma forma de solução. Solução de quê? Imaginar? Como assim?

Isso mesmo, trabalhos que têm como perspectiva metodológica a pesquisa especulativa, têm como um dos seus fundamentos hermenêuticos a imaginação. A imaginação permite ao pesquisador ir a lugares “mais distantes”, ou seja, fazer perguntas e imaginar respostas, ter uma liberdade sem ficar preso a um método para tentar responder a uma pergunta.

De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001, p.9, tradução nossa) a imaginação nos permite

[...] construir ou pôr em forma, propor um novo arranjo que dá para ver diferentemente, pensar o inédito; pensar ou especular pacientemente, circular entre a intuição viva e o raciocínio argumentativo; comunicar ou organizar argumentos para persuadir⁹⁴.

Não queremos dizer que outras estruturas metodológicas não permitem que o pesquisador construa ou proponha algo novo, mas em muitos casos eles esbarram no método.

Nessa perspectiva, a construção desta tese tem as mesmas características, pois temos um problema, mas não podemos especificar um método, por dois fatores: 1) a imaginação é um elemento essencial para trabalhos que utilizam a metodologia especulativa, ou seja, temos uma liberdade que muitas metodologias não permitem; 2) Ao final desta, apresentaremos uma primeira caracterização do Pensamento Matemático-Computacional.

Desta maneira, a relação entre o problema e o método, para este trabalho, é dialética em que ambos se complementam. Além disso, o único método que podemos especificar é o da leitura crítica, que permite ao pesquisador imaginar tanto o problema como possíveis soluções; por conta disso é que a pesquisa especulativa tem sua base nos três eixos já apresentados, quais sejam, da interpretação, da retórica e da discussão. Discutiremos cada um deles de forma mais detalhada.

⁹⁴ construire ou mettre en forme, proposer un nouvel arrangement qui donne à voir autrement, à penser l'inédit; réfléchir ou spéculer patiemment, circuler entre l'intuition vive et l'argumentation raisonnée; communiquer ou agencer les arguments en vue de persuader.

5.2 EIXO DA INTERPRETAÇÃO

Para realizar um trabalho no qual a metodologia está à luz da pesquisa especulativa, é importante que o pesquisador realize a sua interpretação de textos anteriores para que possa assim sanar suas dúvidas e elaborar um problema “inédito”⁹⁵. Além disso, segundo Martineu, Simard e Gauthier (2001, p.12, tradução nossa) antes de produzir seu próprio texto

[...] os pesquisadores devem interpretar esses textos anteriores para ter uma visão geral do campo investigado, esclarecer sua questão de pesquisa e formular uma problemática original. Esta permanência na literatura especializada é um exercício de interpretação, um trabalho de hermenêutica e análise conceitual⁹⁶.

De fato, para elaborarmos o nosso problema, foram demandadas várias leituras sobre o texto de Dreyfus que discute os processos do Pensamento Matemático Avançado bem como sobre as discussões a respeito do Pensamento Computacional. Não bastaram somente leituras, houve a necessidade de fazer a nossa interpretação sobre os assuntos e como eles poderiam auxiliar na construção do problema de pesquisa.

De acordo com os Martineau, Simard e Gauthier (2001, p.12, tradução nossa) “[...] a hermenêutica seria a arte de interpretar textos”⁹⁷. Grondin (1990) entende a hermenêutica como uma teoria de interpretação geral, já Ricoeur (1986) faz uma discussão mais profunda sobre esse assunto. Para ele, discutir é inicialmente fazer ponderações sobre a situação geográfica, temporal e cultural, separando o texto do leitor.

Dessa discussão apresentada por Ricoeur (1986) surgem alguns questionamentos: Onde se encontra o intérprete (o leitor)? Qual é o propósito da hermenêutica?

Ainda de acordo com Ricoeur (1986) a hermenêutica está mais preocupada em “abrir a imaginação” do que propriamente fazer uma persuasão, assim, a elaboração do texto deve apresentar o máximo de significado possível.

⁹⁵ Utilizamos esse termo, pois até o momento em nossas buscas não encontramos o termo “Pensamento Matemático-Computacional” (17/09/2018 às 15:15).

⁹⁶ les chercheurs doivent donc interpréter ces textes antérieurs afin d'avoir une vue d'ensemble du champ investigué, de préciser leur question de recherche et de formuler une problématique originale. Ce séjour dans la littérature spécialisée est un exercice d'interprétation, un travail d'herméneutique et d'analyse conceptuelle.

⁹⁷ Prise dans un sens très général, on peut définir l'herméneutique comme l'art d'interpréter les textes.

Para a elaboração desta tese, a hermenêutica será tomada no sentido de Ricoeur (1986), pois os intérpretes encontram-se distantes tanto geografica, temporal e culturalmente, considerando que os textos são de 2002, 2006 e 2010.

E sim, a interpretação desses textos contribuiu para abrir a nossa imaginação, tanto na elaboração do problema, a vislumbrar um possível significado a respeito do Pensamento Matemático-Computacional, quanto a uma imersão do Pensamento Matemático-Computacional.

Contudo, surgiu a seguinte indagação: A situação acima descrita não pode ser considerada como um achismo?

De certa forma isso vai depender do que se entende por pesquisa, Gadamer (1990) em seu livro intitulado “*Verdade e Método*” apresenta-nos uma perspectiva em que é possível responder a essa pergunta. O autor argumenta que o uso de métodos das Ciências Exatas na construção do conhecimento pode eliminar a subjetividade interpretativa deixando de examinar as “estruturas de associação”.

Ainda sob essa perspectiva, Warnkel (1991, p. 139, tradução nossa) afirma que:

[...] o entendimento hermenêutico leva antes a uma "fusão de horizontes" entre o ponto de vista inicial do texto e a posição do intérprete, em um consenso que permite enxergar novas dimensões do objeto e que enriquece a tradição interpretativa⁹⁸.

De fato, ao adotarmos como metodologia as ideias da pesquisa especulativa, existe uma contribuição na observação das estruturas de associação, bem como a fusão de horizontes, pois ao começar a confrontar os textos foi possível analisar como esses poderiam se unir e ajudar na construção do Pensamento Matemático-Computacional. E é sob esse viés hermenêutico que afirmamos que este trabalho não é um achismo. Além disso, essas atividades contribuem na questão interpretativa de textos lidos e como esses podem auxiliar nessa construção teórica.

Ainda dentro do eixo interpretativo, existe a análise conceitual, mas discutiremos esse tópico quando abordarmos algumas das estratégias utilizadas na pesquisa especulativa.

⁹⁸ la compréhension herméneutique aboutit plutôt à une «fusion des horizons» entre le point de vue initial du texte et la position de l'interprète, sur un consensus qui permet de voir de nouvelles dimensions de l'objet et qui enrichit la tradition interprétative.

5.3 EIXO DA DISCUSSÃO - RETÓRICA

Somente a interpretação de textos não é suficiente para uma discussão metodológica na perspectiva especulativa, é necessária a produção de um texto original.

Tal produção deve basear-se mais especificamente nas ciências Humanas e Sociais. Nesse sentido, ao invés de recorrer aos processos demonstrativos (elementos das Ciências Exatas), optamos pelos processos argumentativos. E o uso da retórica contribui nesse movimento.

A abordagem argumentativa, segundo Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 17, tradução nossa), pode ser classificada em três categorias distintas:

- 1) análise dos temas de opinião através de correntes ideológicas manifestadas em famílias de discurso social (Angenot, 1982); 2) a busca de modos de articulação e vinculação dentro de discursos ou em atos de fala específicos (Van Eemeren, Grootendorst e Kruiger, 1987); 3) o estudo de conteúdos lógicos e graus de persuasão em relação aos seus efeitos (Toulmin, 1958, Grize, 1982, 1990, Perelman e Olbrechts-Tyteca, 1958)⁹⁹.

Assumimos a última categoria, pois de acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001), o raciocínio e a argumentação encontram-se em posições opostas, enquanto o primeiro está intimamente ligado à lógica fornecendo assim demonstrações que muitas vezes admitimos como necessárias, a segunda tem como objetivo influenciar a opinião e a decisão nos momentos em que a demonstração não é possível. Em momento algum desejamos que isso ocorra, pelo contrário, queremos ouvir críticas positivas e negativas, pois assim podemos refinar esta teorização.

De fato, para esta tese não é possível fazer qualquer tipo de demonstração a respeito do Pensamento Matemático-Computacional, mas sim a realização de um processo argumentativo que visa influenciar outros pesquisadores de modo a sentirem-se instigados com essa teorização e assim novas concepções e ideias possam surgir. Entre essas ideias destacamos a de incentivar atividades em grupo, considerando que o grupo se constitui em um espaço argumentativo.

Sob esse aspecto, não é possível fazer uma demonstração de que atividades em grupo podem ser mais significativas do que as individuais

⁹⁹ 1) l'analyse des topiques de l'opinion à travers les courants idéologiques manifestés dans des familles de discours sociaux (Angenot, 1982); 2) la recherche des modes d'articulation et d'enchaînement à l'intérieur des discours ou dans des actes de langage déterminés (Van Eemeren, Grootendorst et Kruiger, 1987); 3) l'étude des contenus logiques et des degrés de persuasion en relation avec leurs effets (Toulmin, 1958; Grize, 1982, 1990; Perelman et Olbrechts-Tyteca, 1958).

principalmente quando abordamos os processos de abstração. Assim, utilizamos um processo argumentativo para influenciar sobre a importância dos trabalhos em grupo para os possíveis leitores desta tese. Dessa maneira, entendemos que a retórica se mostra como uma ferramenta importante, pois além da necessidade de se comunicar é preciso também persuadir.

Segundo Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 20, tradução nossa), “Uma vez que somos incapazes de demonstrar, devemos, portanto, argumentar”¹⁰⁰. Uma tese que se apropria da metodologia de pesquisa teórico especulativa pode ser definida como uma argumentação científica cujas conclusões são questionáveis, e como não podemos demonstrar, precisamos argumentar.

Além disso, uma pesquisa teórica especulativa pode ser comparada ao que Rousseau, em seu trabalho intitulado ‘Discurso sobre a Origem e Fundamentos da Desigualdade entre os Homens (1973) chamou de “construção de um raciocínio” e tal construção implica em um conjunto de decisões quanto à ordem e à organização de materiais. Entendemos que na construção desta tese ocorreu uma ordem, pois não poderíamos falar dos processos que envolvem a abstração sem antes falar dos processos envolvidos na Construção Simbólica e Mental.

Apresentaremos agora algumas considerações a respeito do Eixo do Contar e como a Prática Literária se envolve nesse processo.

5.4 O EIXO DO CONTAR – PRÁTICA LITERÁRIA

De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 20, tradução nossa), o eixo do contar traz para a pesquisa especulativa a necessidade de escrever, pois interpretar e argumentar

[...] não nos parecem atividades suficientes. Em nossa opinião, esses dois eixos devem ser completados por um terceiro: o eixo do contar. O que queremos dizer com isso? Como vimos anteriormente, a pesquisa teórica e especulativa é, por um lado, a ocasião para um diálogo com certa literatura e, por outro lado, o lugar de um argumento que visa convencer um auditório¹⁰¹.

¹⁰⁰ Or, comme nous sommes dans l'impossibilité de démontrer, il nous faut donc argumenter.

¹⁰¹ ne nous semblent pas des activités suffisantes. À notre avis, ces deux axes doivent être complétés par un troisième : l'axe du raconter. Qu'entendons nous par là ? On l'a vu précédemment, les recherches théoriques et spéculatives sont, d'une part, l'occasion d'un dialogue avec une certaine littérature et, d'autre part, le lieu d'une argumentation visant à convaincre un auditoire.

De fato, se os eixos anteriores apresentam características de um diálogo entre as literaturas e a argumentação, vem com a perspectiva de convencer determinado público; dessas duas surge a necessidade de escrever sobre esse diálogo e como apresentar esse processo argumentativo.

Assim, inferimos que a pesquisa especulativa apresenta como característica principal a capacidade de produzir um problema, propor uma nova análise com base na interpretação e argumentação rigorosa, ou mais especificamente “problematizar é contar uma história”, e assim podemos mobilizar certas práticas de escrita.

À medida que construímos esse capítulo, observamos o quão próximo o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional se aproxima dos elementos da pesquisa especulativa, pois ocorreu um diálogo entre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional. E a partir desse diálogo construímos uma interpretação, evidenciando uma problematização e, agora, sentimos a necessidade de contar essa história recorrendo à Prática Literária.

Mesmo que este texto venha a se alimentar de algumas características literárias o que deve ficar claro é que esse é um texto de pesquisa acadêmica. No entanto, a nossa escrita não é um meio neutro que estamos utilizando para tentar responder a um problema. O que estamos apresentando é uma nova proposta, “conectando alguns elementos” do Pensamento Matemático Avançado com o Pensamento Computacional, surgindo assim o Pensamento Matemático-Computacional, e aí perguntamos: isso é responder a uma problematização?

Estamos fazendo uso de conceitos literários para que, por meio desses, possamos expressar, de certo modo, nosso entendimento sobre as leituras e como vamos argumentar sobre isso.

Assim, quando nos referimos ao uso da prática literária é porque em vários momentos emprestamos elementos da pedagogia, filosofia, história, arte e literatura. Dessa maneira o que estamos elaborando é uma montagem em que esses elementos “flutuam” durante o texto como um todo contribuindo para a construção desta tese.

Dessa maneira, tal construção pode ser considerada como um arranjo que cria um efeito por meio da retórica. Assim, uma pesquisa teórica

especulativa mobiliza elementos ecléticos em um processo combinatório a partir do qual o inesperado não está excluído.

Essa nossa afirmação está muito presente na construção do texto a respeito do Pensamento Matemático-Computacional, já que foi por meio do diálogo e certas interpretações que chegamos a algumas conclusões, levando-nos ao inesperado. Em nossas leituras e descobertas tudo se encaminhava para o uso em atividades de Matemática e Computação, mais especificamente na utilização do Computador para aprender Matemática.

No entanto, à medida que íamos construindo as nossas interpretações começamos a acreditar que o Pensamento Matemático-Computacional não está restrito a essas duas áreas do conhecimento, mas também a outras áreas: em que um padrão é observado, tornando possível evidenciar elementos do Pensamento Matemático-Computacional.

Por meio do Pensamento Matemático-Computacional mobilizamos elementos ecléticos em um processo combinatório, em que nada se exclui e sim inclui, até porque essa é uma teorização e não se encontra fechada, sendo possível no futuro inserir novos elementos.

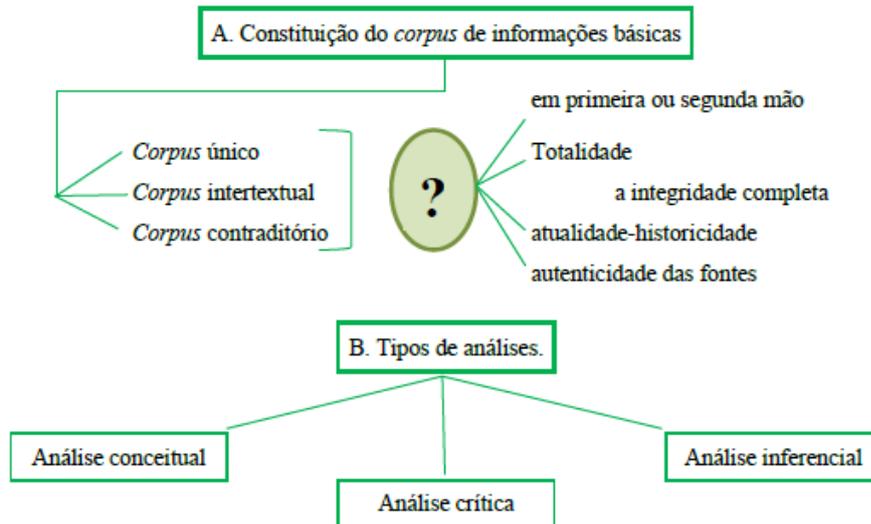
Na próxima seção apresentaremos algumas estratégias da pesquisa especulativa.

5.5 ESTRATÉGIAS DA PESQUISA ESPECULATIVA

Como dissemos anteriormente, a pesquisa especulativa é composta de declarações teóricas de outras declarações teóricas, diferenciando-se da pesquisa empírica, que busca teorizar a partir de análise de resultados aplicados em determinado contexto e, a partir desses, estabelecer sua argumentação.

No entanto, nenhuma teorização começa do zero, mesmo a pesquisa especulativa fornecendo uma liberdade metodológica para o pesquisador, necessita de algum material para a produção de suas declarações teóricas.

Antes de discutir as estratégias que essa possui, precisamos inicialmente considerar a questão do material que utilizamos para a realização da pesquisa, denominado a constituição preliminar do corpus das declarações básicas, conforme a figura a seguir.



Fonte: (VAN DER MAREN, 1996, p. 134) (tradução nossa)

Figura 7: Constituição do Corpus da Pesquisa Especulativa.

Durante o desenvolvimento da tese, a constituição do corpus de informações foi de característica intertextual, assim não houve necessidade de apresentar e discutir a constituição dos demais corpus apresentados pelo autor, bem como os tipos de análises.

Para Van der Maren (2004, p. 117, tradução nossa),

[...] um corpus intertextual não é apenas procurar declarações produzidas por vários autores sobre um tema ou por um único autor abordando diferentes leitores em diferentes situações, mas também identificar diferenças nas condições de produção desses enunciados. Falamos de um corpus intertextual na medida em que o contexto da renúncia, tanto do ponto de vista do transmissor quanto do ponto de vista dos receptores reais ou previstos, é considerado para determinar a forma e o conteúdo dos enunciados. Em uma perspectiva intertextual, o significado do enunciado é construído na interseção das condições de renúncia. Portanto, a interpretação correta e sutil de uma afirmação só será possível através do exame concomitante das diferenças entre as formas das afirmações e as diferenças entre os contextos ¹⁰².

Nesse sentido, esta tese apresenta como característica inicial a de um corpus intertextual, pois revela o que é comum, o que é compartilhado por

¹⁰² un corpus intertextuel revient non seulement à chercher des énoncés produits par plusieurs auteurs sur un thème ou par un seul auteur s'adressant à des lecteurs différents dans des situations variées, mais aussi à identifier les différences dans les conditions de production de ces énoncés. On parle de corpus intertextuel dans la mesure où le contexte de renonciation, tant du point de vue de l'émetteur que du point de vue des récepteurs réels ou envisagés, est considéré comme déterminant aussi bien la forme que le contenu des énoncés. Dans une perspective intertextuelle, le sens de l'énoncé se construit à l'intersection des conditions de renonciation. Dès lors, l'interprétation juste et nuancée d'un énoncé ne sera possible que par l'examen concomitant des différences entre les formes des énoncés et des différences entre les contextes.

enunciados além das variações contextuais e também permite destacar as flexibilidades das formulações construídas pelo autor.

Além da escolha do corpus intertextual é importante discutir a qualidade e validade do corpus, visto que sua credibilidade dependerá dessas.

5.5.1 Qualidade e Validade do Corpus.

De acordo com Van der Maren (2004, p. 178, tradução nossa): “[...] qualquer que seja o tipo de corpus previsto, a credibilidade da pesquisa especulativa dependerá também da qualidade e validade do corpus constituído”¹⁰³.

Dessa forma, para a construção desta tese buscamos texto de fontes primárias, pois além de melhor expressar as ideias dos autores não corremos o risco de estudar artigos que são a interpretação de um trabalho. Além disso, a busca pelos textos originais nos proporcionou uma visão íntegra do trabalho, sem alterações, bem como a própria ideia da construção do Pensamento Matemático-Computacional.

Entendemos que os autores utilizados escreveram outros artigos relacionando os respectivos trabalhos, no entanto, ao buscar textos na íntegra e originais, estamos tendo contato com a fonte primária do estudo ou teoria e isso contribui para o desenvolvimento da pesquisa.

Feito isso, vamos agora discutir como foram realizadas as análises textuais, conceituais e inferenciais.

5.5.2 Análise Conceitual

De acordo com Martineau, Simard e Gauthier (2001, p. 15, tradução nossa), uma análise do tipo conceitual tem:

[...] de definir termos é fundamental. O processo de análise conceitual permite a análise sistemática de um conceito em relação aos seus diversos campos de constituição e validade¹⁰⁴.

¹⁰³ Quel que soit le type de corpus envisagé, la crédibilité de la recherche spéculative reposera aussi sur la qualité et la validité du corpus constitué.

¹⁰⁴ de définition des termes est fondamentale. La démarche d'analyse conceptuelle permet l'analyse systématique d'un concept en relation avec ses divers champs de constitution et de validité.

Podemos afirmar que a análise conceitual exige a necessidade de definir corretamente os conceitos evitando-se ambiguidades.

De fato, existe um momento na nossa pesquisa em que temos a necessidade de definir alguns termos, tais como, Construção Simbólica e Mental, Refinamento e Conjunção; sendo assim, fizemos algumas pesquisas em dicionários da Língua Portuguesa na intenção de apresentar a definição formal, evitando deixar situações que possam levar futuros pesquisadores a um entendimento diferente dos termos definidos. No entanto, a pergunta principal é qual a necessidade de tais definições?

Os termos utilizados tanto por Dreyfus (2002) quanto pelos pesquisadores do Pensamento Computacional, não são suficientes para aquilo a que propomos, nesse sentido existe a necessidade de definir novos termos, e, a partir do momento em que isso ocorreu, a análise conceitual ficou sistemática, permitindo uma investigação científica dos termos e como esses se tornaram relevantes para o Pensamento Matemático-Computacional

Além disso, de acordo com Van der Maren (2004, p. 188, tradução nossa).

O propósito da análise conceitual é identificar o significado e as possibilidades da aplicação de um conceito ou noção, identificando os constituintes do campo semântico desse conceito ou noção e suas interações com outros campos¹⁰⁵.

Definimos termos e com isso conseguimos entender os significados dos termos utilizados e como esses compõem o Pensamento Matemático-Computacional permitindo observar as possibilidades de interações; e aplicações em outros campos científicos. Ao afirmarmos que: onde houver um padrão, é possível utilizar o Pensamento Matemático-Computacional, estamos inferindo as inúmeras possibilidades de evidenciá-lo nas diversas áreas do conhecimento.

Assim, a análise conceitual é a base da teorização, permitindo identificar melhor o que significa um conceito, dando segurança ao pesquisador quando esse apresentar suas afirmações.

Ao lermos os textos referentes ao Pensamento Matemático Avançado e Pensamento Computacional fizemos uma análise conceitual, possibilitando-nos um processo de leitura no qual identificamos os conceitos e os

¹⁰⁵ L'analyse conceptuelle a pour objectif de dégager le sens et les possibilités d'application d'un concept ou d'une notion en identifiant les constituants du champ sémantique de ce concept ou de cette notion et ses interactions avec d'autres champs.

seus respectivos significados e nos proporcionando a possibilidade de entender cada uma das etapas presentes e seus significados, em cada uma das teorias e, desta maneira, observamos a necessidade de fazer uma expansão, surgindo assim a ideia do Pensamento Matemático-Computacional.

Para fazer tal expansão necessitamos de uma análise inferencial, pois essa permite o desenvolvimento ou extensão de uma teoria.

5.5.3 Análise Inferencial

Para Van der Maren (2004, p. 193, tradução nossa), a análise inferencial

[...] tem por objetivo o desenvolvimento ou a extensão de teorias. A extensão de uma teoria existente e suas aplicações em seu campo original se realiza pela adição de elementos teóricos inferidos. O desenvolvimento de uma nova teoria em um dado domínio é obtido pela transferência de uma teoria de outro domínio seguindo a percepção de uma analogia entre domínios¹⁰⁶.

Na perspectiva apresentada pelo autor, fazemos uma análise inferencial. Elaboramos uma teorização no sentido citado. Quando o autor abordava a questão de transferência de domínio, nossas leituras focavam as áreas de atuação (Matemática e Computação), mas conforme íamos compreendendo cada uma das teorias (análise conceitual) começamos a inferir que era possível uni-las.

Ainda de acordo com Van der Maren (2004, p. 193, tradução nossa),

O uso do termo "extensão" corresponde àquele dado acima: na maioria dos casos, é uma questão de adicionar alguns elementos teóricos que tornam possível aplicar a teoria a um domínio redelimitado (ou aumentar escopo, ou restringi-lo pela especificação de condições)¹⁰⁷.

Quanto à questão de adicionar alguns elementos teóricos, isso ocorreu quando inserimos elementos de ambas as teorias para o desenvolvimento dessa teorização que defendemos.

¹⁰⁶ a pour objectif le développement ou l'extension de théories. L'extension d'une théorie existante et de ses applications dans son champ originel se réalise par l'ajout d'éléments théoriques inférés. Le développement d'une nouvelle théorie dans un domaine donné s'obtient par le transfert d'une théorie d'un autre domaine à la suite de la perception d'une analogie entre les domaines.

¹⁰⁷ L'utilisation du terme « extension » correspond à celle donnée plus haut : dans la majorité des cas, il s'agit bien d'adjoindre quelques éléments théoriques qui permettent d'appliquer la théorie à un domaine redélimité (soit d'en augmenter l'étendue, soit de la restreindre par des spécifications de conditions).

Feita essa discussão metodológica e como ela se enquadra e contribui no desenvolvimento deste trabalho, apresentaremos agora as primeiras concepções a respeito do Pensamento Matemático-Computacional.

6 PENSAMENTO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL: UMA TEORIZAÇÃO

Ao iniciar as discussões neste capítulo, nossa proposta é estabelecer uma comunicação entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional. Em nossas leituras detectamos alguns elementos em comum e outros um tanto divergentes com destaque para a abstração.

O ponto central dessa discussão é o entendimento que envolve a abstração e é a partir dele que mesclaremos o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional, surgindo assim a ideia de um Pensamento Matemático-Computacional.

Conforme já colocamos nos capítulos anteriores utilizaremos Dreyfus (2002) e as discussões do Workshop no ano de 2010, para essa mescla pretendida.

Ao focarem suas discussões no processo de abstração, tanto Dreyfus quanto os pesquisadores do Pensamento Computacional entendem que essa mescla de pensamento pode ocorrer quando menos se espera como se fosse um esquema em formação que começa aos poucos a estabelecer ligações e conexões.

Tomamos como linha mestra as concepções apresentadas por Dreyfus (2002), mas à medida que fomos construindo os processos que envolvem o Pensamento Matemático-Computacional, observamos que houve a necessidade de inserirmos nossos entendimentos sobre cada um dos processos envolvidos, quais sejam construção simbólica, construção mental, refinamento e conjunção. Essas fases serão desenvolvidas e exploradas nas seções seguintes.

6.1 CONSTRUÇÃO SIMBÓLICA

Antes de discutirmos este processo, queremos explanar o motivo pelo qual estamos utilizando o termo “construção”. De acordo com o dicionário de sinônimos¹⁰⁸, o termo pode significar elaboração, criação, entre outros. É nessa perspectiva que adotaremos esse termo, pois o Pensamento Matemático-Computacional visa, além de evidenciar as características dos processos

¹⁰⁸ <https://www.sinonimos.com.br/construcao/> (Acesso em 26/05/18).

apresentados por Dreyfus (2002), exibir processos do Pensamento Computacional. Assim, esse processo será denominado de Construção Simbólica. E essa construção nos ajudará chegar à mescla que buscamos entre os pensamentos.

Iniciaremos essa discussão a partir de algumas características das representações apresentadas por Dreyfus (2002), começando pela representação simbólica. O modo como são apresentados os símbolos no ensino básico e também superior, na maioria das vezes, é realizado de maneira muito próxima ao que aparece em livros didáticos, com a introdução de letras e com significados já pré-determinados.

No entanto, Dreyfus tomando como argumentação teórica os pesquisadores Olson, Campebell em seu texto "*Representações e Falsas Representações: O Começo da Simbolização nas Crianças*"¹⁰⁹ (1994) e Harel e Kaput no texto intitulado "*O papel das entidades conceituais e seus símbolos na construção de conceitos matemáticos avançados*"¹¹⁰ (2002), entende que o processo de inserção dos símbolos pode ser suavizado, fazendo que, inicialmente, seja observada a necessidade de fazer alguma simbolização de determinado objeto.

Ou seja, deve-se discutir sobre o assunto e fazer algo sem a utilização da simbologia usual que a Matemática possui e verificar a necessidade de cada pessoa construir seus símbolos para representar determinado objeto matemático.

Nessa perspectiva, podemos fazer um trabalho em conjunto com o Pensamento Computacional, em especial quando se discute a importância da Linguagem e o papel das entidades conceituais (Harel e Kaput, 2002), e qual a sua relação com a linguagem Matemática. Nesse sentido, o Pensamento Computacional apresenta algumas características que estão associadas à discussão da linguagem e sua importância para a programação (por transpor a linguagem natural para a computacional), que podem ser agregadas à discussão da representação simbólica. Se um dos entes do Pensamento Computacional é a linguagem, essa tem sua notação e, como tal, apresenta uma utilidade que deve ser construída.

Claro que, na mesma linha de pensamento apresentada por Olson, Campebell, Harel e Kaput, a notação não deve ser o elemento principal, mas sim, uma porta de entrada para auxiliar novas formas de pensar.

¹⁰⁹ Representation and Misrepresentation: On the Beginnings of Symbolization in Young Children.

¹¹⁰ The Role of Conceptual Entities and Their Symbols in Building advanced Mathematical Concepts.

Dessa maneira, ao tentar estabelecer essa comunicação entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional, mais especificamente, entre as ideias da representação simbólica e a linguagem, é possível desenvolver novas habilidades, tais como: o significado de determinado símbolo e suas diversas representações, e mostrando que um mesmo objeto pode ter outros tipos de representação simbólica.

Assim, teremos dois tipos de ação. Uma quando do trabalho com lápis e papel e outra quando no computador. Contudo o processo algorítmico apresenta as mesmas características. Ao fazer esse tipo de distinção, intuitivamente faz-se uma pesquisa sobre a possibilidade de resolução do problema por meio de lápis e papel, bem como por meio de um instrumento tecnológico.

Esse tipo de atividade desperta e nos leva a pensar na ideia de que a notação pode fazer a substituição do conceito. Ou seja, quando a pessoa utilizar determinada notação, por trás dessa notação, existe todo um conceito.

A partir do momento que se consegue estabelecer a relação entre a notação e o conceito (que está por trás dessa) isso pode favorecer o desenvolvimento de outros tipos de representações de um mesmo objeto matemático.

Apesar de apresentarmos elementos que contribuam para a aprendizagem da Matemática, acreditamos que a Construção Simbólica do Pensamento Matemático-Computacional.

6.2 CONSTRUÇÃO MENTAL

Na mesma linha de pensamento que assumimos a Construção Simbólica adotaremos a Construção Mental, ou seja, como um procedimento de criação. Além disso, tomamos como elementos teóricos as mesmas características discutidas por Dreyfus (2002) sobre a representação mental, bem como as discutidas pelos pesquisadores a respeito do Pensamento Computacional.

Esse é um ponto da teoria bem complexo, pois entendemos que não é possível mensurar questões relacionadas a esse assunto, pois cada um constrói sua própria representação mental.

No entanto, é possível fazer alguma análise a partir do momento em que uma pessoa externaliza o seu pensamento e, sob essa perspectiva, um ente

que consideramos essencial é a visualização. Para tal, uma ação deste tipo não deve ser resumida à definição, exemplos e exercícios; ela deve ser algo dinâmico de modo a contribuir para o enriquecimento da representação mental.

Partindo do princípio que o desenvolvimento de uma Construção Mental está baseado em um sistema de representações; o Pensamento Computacional pode auxiliar, pois se levamos em conta a Automação dos Processos que Envolvem a Abstração, em que uma de suas características parte da construção de representações concretas, ou seja, algo concreto e tangível, entendemos que isso colabora para que se tenha uma representação mental rica e, além disso, contribui para a interação e observação de padrões.

Assim, o uso do computador no processo pode contribuir, pois alguns programas tais como Geogebra, Scilab, etc. permitem que se tenha pelo menos dois tipos de representações, a algébrica e a geométrica, e, nesse processo ocorrem algumas trocas de representações. Isso colabora para que uma pessoa comece a ter sua própria Construção Mental.

Devemos destacar que esse processo de criação é construído com base em representações concretas que são elaboradas utilizando-se os softwares citados e as ideias de Automação para processos envolvendo Abstração, dessa forma é possível construir sua representação concreta e arquitetar sua própria representação mental.

Por exemplo, a ação proposta não deve ser a costumeira (definição, exemplos e exercícios). Nesse tipo de atividade seria interessante que alguns conceitos fossem evidenciados durante a prática.

Esse tipo de tarefa pode levar certo tempo, pois as conclusões estão partindo de descobertas. Essa concepção pode contribuir para iniciar algumas discussões a respeito dos processos que envolvem a abstração.

Durante essa ação, intuitivamente está se realizando o processo de Modelagem, tratado por Dreyfus (2002) e pelos participantes do Workshop, quando discutem a natureza do Pensamento Computacional.

Levando em consideração ambas as definições do conceito de Modelagem, o processo como um todo parte de algo concreto e, além disso, durante a realização partimos de uma situação micro para uma macro, esperando assim que haja um entendimento do processo de modo e de forma detalhada.

Mais explicitamente, ao discutirmos a realização da atividade, começamos em algo concreto e, à medida que se inicia a discussão e a cada etapa descobrimos algo, que denominaremos de micro, e conforme o debate vai ocorrendo novos elementos vão sendo agregados. Assim, nesse movimento o processo passa por uma situação bem minuciosa e, desta maneira, começamos a ter não só uma visão global, mas também local sobre o conteúdo.

Por último, podemos utilizar ainda algumas das características do Pensamento Computacional – a depuração, pois permite olhar a atividade como um todo e verificar se existe ou não algum erro e, em caso positivo, fazer a correção para continuar. Nessa perspectiva, ocorrem condições para construir esquemas, resumos, tabelas, etc.

Esse tipo de atividade envolvendo o trabalho de Dreyfus (2002) e o Pensamento Computacional (2010) pode ser “a porta de entrada” para se iniciar algumas discussões a respeito dos processos que podem contribuir para a abstração.

Durante a leitura das próximas seções em vários momentos o leitor pode ter a impressão de que estamos evidenciados como fazer a implementação do Pensamento Matemático-Computacional, mas entendemos que ao fazê-lo estamos obtendo resultados que permitam uma sistematização do Pensamento Matemático-Computacional.

6.3 Refinamento

Utilizaremos a palavra refinamento, considerando que os processos envolvidos no Pensamento Matemático-Computacional têm como objetivo não somente identificar, mas mostrar uma perspectiva de como esse pode ser evidenciado. Nesse sentido e de acordo com o dicionário de sinônimos¹¹¹, refinar pode significar aprimorar, tornar mais puro, tornar mais forte e intenso.

É sob esse aspecto que isso ocorre no Pensamento Matemático-Computacional, partindo de problemas específicos para o geral, estamos aprimorando-o, tornando-o mais puro e, de certa maneira mais forte, pois o Refinamento está intrinsecamente ligado ao processo de Generalização do

¹¹¹ <https://www.sinonimos.com.br/refinar/> (Acesso em 27/05/18).

Pensamento Matemático Avançado, e esse, parte do particular para o geral. Intuitivamente ocorre um aprimoramento, “deixando de lado” o particular para se atentar ao geral e como deixá-lo mais significativo, pois começa a valer para todos os casos envolvidos na discussão de determinado conceito.

O processo de abstração está intimamente ligado ao processo de generalização, e é a partir desse que se inicia o “desprendimento” dos conceitos matemáticos, olhando para esse objeto somente como um ente matemático. Além disso, pode ser construído a partir de induções de particularidades identificando assim pontos comuns, visando a busca de padrões.

Nessa perspectiva, consideramos essa fase como uma das mais importantes para o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional, permitindo assim que se inicie o processo de abstração.

No entanto, antes de começar as atividades devemos escolher entre os tipos de Generalização que serão adotados. Retomando às discussões apresentadas no capítulo 3, de acordo com Harel e Tall (1989, p. 2, tradução nossa), temos três tipos de generalizações.

Generalização Expansiva ocorre quando o sujeito expande o intervalo de aplicabilidade de um esquema existente sem reconstruí-lo.

Generalização Reconstitutiva ocorre quando o sujeito reconstrói um esquema existente para ampliar seu alcance de aplicabilidade.

Generalização Disjuntiva ocorre quando se move de um contexto familiar para um novo, o sujeito constrói um esquema novo, disjunto, para lidar com o novo contexto e adiciona-o à matriz de esquemas disponíveis.

Sugerimos a generalização reconstitutiva, que permite a cada nova etapa a reelaboração do esquema envolvido na aprendizagem de um conteúdo. Mesmo com essa sugestão, temos total liberdade para escolher qual adotar.

Partindo dessa escolha, encontramos elementos dentro do conceito do Pensamento Computacional que podem contribuir para chegarmos ao processo de Generalização, apresentado por Dreyfus (2002).

Dentre as características destacamos duas: O Pensamento Computacional Como Uma Ferramenta Cognitiva e Como Automação de Abstrações.

Sob esse aspecto, assim como o Pensamento Matemático, o Pensamento Computacional é uma atividade humana que contribui na resolução de problemas. Assim sendo, faremos uma inferência bastante contundente: ambos são

atividades humanas, portanto, o Pensamento Matemático-Computacional também o é.

Retomando a discussão, o processo de Generalização apresentado por Dreyfus (2002) tem como características a indução de particularidades e a busca de padrões. Nessa mesma linha, o Pensamento Computacional como Automação de Abstrações apresenta como elemento essencial a observação de padrões.

A busca por padrões é algo comum tanto no Pensamento Matemático como no Computacional, e colaboram para o processo de Abstração.

diSessa e Astrachan (2010) argumentam que, a partir do momento em que começamos esse movimento de diálogo, iniciamos a falar a respeito de tecnologias.

Temos ciência de que buscamos elementos dentro de duas teorias (ambas cognitivas) que têm como foco o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional e situações que estão ligadas às disciplinas que envolvem Matemática e Computação.

O Refinamento pode ser considerado como conjunto de ações que envolvem a busca por padrões, a reflexão sobre esses e a capacidade de diálogo e arguição.

À medida que esse processo vai ocorrendo isso vai contribuindo não só para o desenvolvimento do pensar, mas também, para sua capacidade de diálogo, elementos esses que podem ser significativos tanto para sua formação profissional, quanto para sua formação cidadã.

Outra característica do conceito de Generalização apresentado por Dreyfus (2002) é a questão da verificação do domínio de validade e é sobre essa perspectiva que adotamos os conceitos apresentados por Harel e Tall (1989), no caso a Generalização Reconstitutiva que, como já descrito permite reconstruir o esquema e a cada nova etapa do conteúdo esse esquema fica mais enriquecido. Além disso, aceita uma discussão do domínio de validade de um esquema para esse novo conceito que surge nesse momento.

Nessa linha, algumas características do Pensamento Computacional podem ser inseridas e, dessa maneira agregar elementos a esse movimento podendo colaborar para a aprendizagem.

As características que consideramos que podem ser significativas nesse processo de Refinamento são: Depuração, Testes e Paralelismo. Para tal, o

conceito de paralelismo pode ajudar no sentido de mostrar até onde esse conceito se mantém de forma igualitária e a partir de qual momento a introdução de novos elementos reconstrói o assunto estudado.

Assim, a depuração, característica essa que permite que seja realizada uma análise cuidadosa, a partir do momento em que iniciamos a verificação, de forma minuciosa, todos os passos que realizamos dentro de uma atividade de Refinamento podem contribuir para que observemos até onde esse esquema construído atua. Dessa maneira, temos um esquema, e a partir do momento em que agregamos novas atividades, esperamos com o processo de reconstrução agregar o novo esquema ao já construído anteriormente.

Já o teste permite-nos discutir até onde o antigo esquema tem validade e como essa inserção de novos elementos altera o raio de atuação dessa nova estrutura.

Desta maneira, o Refinamento do Pensamento Matemático-Computacional, que tem como base a Generalização Reconstitutiva, apresenta como fundamentos a busca, a reflexão e a discussão a respeito dos padrões.

Para o desenvolvimento dessa generalização, um trabalho com algumas características do Pensamento Computacional, tais como, paralelismo, uma análise dos passos e verificação do raio de ação de cada esquema novo, é reconstruído.

6.4 Conjunção

De acordo com o dicionário de sinônimos o termo *conjunção*¹¹² refere-se à associação e combinação de diversas coisas; assim, optamos por esse termo, pois além do processo de Sintetização discutido por Dreyfus (2002), este ocorre por meio de alguns processos, como por exemplo, Automação de uma Abstração do Pensamento Computacional. Portanto, assumiremos o termo *Conjunção* para essa etapa do Pensamento Matemático-Computacional.

Segundo a visão de Dreyfus (2002), a sintetização é o processo que estabelece uma conexão entre os assuntos de um conteúdo. É nesse movimento que se pode experienciar a evolução do Pensamento Matemático.

¹¹² <https://www.sinonimos.com.br/conjuncao/> (Acesso em 29/05/18).

Assumiremos, para o Pensamento Matemático-Computacional, as mesmas características apresentadas por Dreyfus (2002), ou seja, é nesse processo que se inicia uma conexão entre os conteúdos. No entanto, adicionaremos elementos característicos do Pensamento Computacional e assim refinaremos o conceito de Conjunção.

Partindo desse pressuposto, entre alguns entendimentos sobre o que se considera Pensamento Computacional, existe um que se aproxima da apresentação conceitual que Dreyfuss faz, sendo essa a que tenta estabelecer a união entre ciência e engenharia.

Podemos observar que ambos (tanto o Pensamento Matemático quanto o Pensamento Computacional), apesar de diferentes dimensões, estão preocupados em estabelecer uma conexão entre algo. Sob esse aspecto, tomaremos alguns elementos e características tanto do Pensamento Matemático como do Computacional, para construirmos o processo de Conjunção do Pensamento Matemático-Computacional.

A primeira característica que precisa ser assumida nesse processo é que devemos nos desprender das operações que fazem parte (entendemos que as atividades que as envolvem podem ser trabalhadas nos processos de construção simbólica e mental) do conteúdo, e sim ter um olhar mais detalhado sobre os assuntos em si.

Desta forma, as ideias do Pensamento Computacional como uma Linguagem também podem contribuir, pois para o pesquisador Neils Bohr (2010) esse tipo de atividade auxilia não só a entender sobre diversas situações, mas como podem estar conectadas.

Assim, na elaboração dessas ações é importante levantar questionamentos que permitam observar essa correlação entre os assuntos.

No interior da realização dessa atividade, intuitivamente, ocorre o processo de concretização defendido pelos pesquisadores tais como Kahn (2010), que entendem o Pensamento Computacional como Automação de Abstrações. No entanto, de modo um pouco diferenciado, pois está se desenvolvendo esse processo, e não se está partindo de algo, como já discutido na construção das representações mentais. Ou seja, essa concretização está partindo de dentro para fora, pesquisas e discussões acontecem e há o desenvolvimento de conceitos de

Visualização. Sob esse aspecto, a partir do momento em que as concretizações estão ocorrendo, o processo de Conjunção também está.

Acreditamos que esse processo pode evidenciar algumas características do Pensamento Computacional Sem o Uso do Computador, tais como a Depuração, Simulação e Modelagem Participativa.

A atividade em grupo pode ser encarada como uma Modelagem Participativa, pois, de acordo com Danish (2010), é um momento em que podem usar suas habilidades de modo a refinar e entender a atividade. Desta maneira, a Modelagem Participativa se aproxima da ideia do Pensamento Computacional como uma Ferramenta Cognitiva, a diferença é que para a primeira é dentro da atividade do grupo que os elementos podem se expressar, enquanto que na segunda o grupo pode aprender com a diversidade cultural.

Além disso, pode evidenciar a Depuração já que, para que ocorra a conexão entre os assuntos, é interessante que seja feita uma busca por elementos que estejam próximos e, a partir daí, comecem essa conexão. Desta maneira, ocorre um processo depurativo diferenciado, fazendo-se uma varredura.

Assim, a última fase realizada dentro do grupo seria a Simulação Participativa, pois é nessa etapa que testam suas hipóteses e verificam se estão corretas. Nesse movimento percebemos como as diversas situações estão interligadas e como colaboram para a formação do conceito.

Portanto, como o Refinamento, a Conjunção para o Pensamento Matemático-Computacional necessita da etapa de apresentação e nessa podemos evidenciar o processo de criação de representações, que é o momento em que observamos a construção da Visualização e, nessa perspectiva, a conexão entre os assuntos.

Além disso, nessa fase pode ser observado o Pensamento Computacional em um Contexto sem Computador, visto que nos processos anteriores o computador tem uma presença significativa, porque são processos que estão ligados ao entendimento de operações, ou seja, ao como fazer. A Conjunção, em nosso entendimento, pode ter o auxílio do computador, contudo, as conexões ocorrem no estudo e nos debates.

Desta maneira, a Conjunção para o Pensamento Matemático-Computacional, também é uma atividade humana, na mesma perspectiva que os pesquisadores defendem o Pensamento Computacional.

É nessa perspectiva, de que esse processo pode ocorrer como uma breve aproximação do processo de abstração apresentado por Dreyfus (2002), que, uma vez que ao deixar de lado o processo operatório e sim ater-se aos conceitos, tal movimento pode contribuir para o próximo processo.

Sob esse aspecto, inferimos que a Conjunção para o Pensamento Matemático-Computacional pode contribuir na experiencição da evolução do pensamento científico.

6.5 Abstração

Nesta seção discutiremos, ou melhor, apresentaremos as ideias iniciais a respeito do processo de abstração para o Pensamento Matemático-Computacional. Durante o desenvolvimento da tese em vários momentos o colocamos como um dos mais importantes tanto para o Pensamento Matemático quanto para o Pensamento Computacional e assim por meio dessas leituras construímos algumas características, que explanaremos a seguir.

De acordo com os pesquisadores que defendem o Pensamento Computacional como sendo uma Ferramenta Cognitiva, a resolução de um problema deve ser preferencialmente realizada em grupos, pois essa é uma atividade em que se utilizam ferramentas mentais. Em cada etapa essas ferramentas ficam cada vez mais refinadas.

Ao passar pelos processos de Refinamento e Conjunção trabalhando em grupos, de certa maneira, podemos constatar certo refinamento por parte dos integrantes e, dessa forma, nesse momento de discussões a respeito de processos de abstração não poderia ser diferente.

Para esta tese, tomaremos como ideia as discussões apresentadas por Harel e Tall (1989) que consideram uma passagem da Abstração Genérica para a Formal.

Nessa perspectiva, ao elaborar uma atividade, devemos inicialmente partir do seguinte princípio: a atividade não deve focar somente em uma representação. A atividade deve contemplar pelo menos dois tipos de representação, como por exemplo, a algébrica e a geométrica, pois desta forma acreditamos que ao fazer a relação entre os diversos tipos de representação contribuimos no processo de abstração.

Desta maneira, iniciando as atividades por meio de um processo de Generalização, partindo de um caso específico para uma situação mais geral, a ideia é que possa ser construído um Representante Genérico.

Como construir esse Representante Genérico?

A noção intuitiva do Pensamento Computacional pode auxiliar nesse processo, porque nos fornece três argumentos que ajudam no desenvolvimento do Representante Genérico, sendo eles: tratamento da informação; uso de algoritmos e; gerenciamento e entendimento de problemas complexos. Explicaremos agora como cada um desses três argumentos auxilia nessa construção.

Partindo do princípio de que iniciaremos essa discussão por meio de um processo de Generalização, ou seja, de uma particularidade para algo mais abrangente, estamos fazendo um tratamento de informações, construindo as próprias ferramentas cognitivas, na tentativa de observar os padrões envolvidos na atividade.

Assim, a próxima etapa seria o uso de algoritmos. Na construção dessa ferramenta cognitiva devemos questionar, mais especificamente de fazer com que seja explicado como chegou a determinada conclusão e como ela pode valer para outros valores ou situações que foram tratadas nesse caso.

E com esse processo finalizado a construção do representante genérico parte de uma atividade realizada em conjunto, e isso pode ser um elemento importante no processo de Abstração.

Além disso, esse representante genérico, construído em comum acordo, passa a ser algo concreto e tangível o que é uma das características do Pensamento Computacional como Automação de Abstração, e para o Pensamento Matemático-Computacional esse passa a ser o resultado de uma Construção Mental.

A ideia por trás dessa transformação é desvincular-se do estudo numérico, focar no objeto, trabalhar isoladamente as propriedades e uni-las e, por fim, construir a definição.

Tentaremos explicar cada um dos passos acima citados. O primeiro já se encontra na construção do algoritmo, ou seja, deixamos o tratamento de informações de lado e passamos a observar somente a conclusão pela qual os resultados nos levaram.

A ação de observar a conclusão pela qual os resultados nos levaram nos obriga¹¹³ a se desvincular do processo numérico e passar a questionar sobre o objeto que foi escolhido como Representante Genérico, e a partir desse representante percorrer o processo contrário, ou seja, observar o caminho contrário daquele discutido no processo de Refinamento e Conjunção “do geral para o particular”.

Fazer com que haja teste desse Representante, construção do domínio de validade e, por meio de questionamentos tentar expandir esse domínio, verificando possíveis similaridades com outros problemas ou atividades realizadas, bem como questionar ou analisar possíveis erros em tal escolha.

Com esses questionamentos, evidenciamos algumas das características do Pensamento Computacional tais como, a depuração, testes, recuperação de dados e paralelismo.

Ao tentar expandir esse domínio e na verificação de possíveis erros está ocorrendo um teste e, em uma análise geral, está ocorrendo também um processo de depuração, pois o processo de Abstração para o Pensamento Matemático-Computacional é realizado em grupo e deve ser discutido no interior desse, mas também, deve ser levado a uma discussão global, quando possível.

Quais as vantagens de se construir um Representante Genérico?

A construção desse Representante Genérico não é um trabalho fácil, no entanto, o fato de ser desenvolvido em conjunto, pode fazer com que o processo de abstração chegue a mais pessoas e deixe de ser algo individualizado. Sobre a questão das vantagens, a primeira é de ser desenvolvido em conjunto, a segunda é que permite um isolamento das propriedades, a terceira seria a construção da definição e por último a ideia de aproximar a definição com a forma de resolver. Explicitaremos cada uma delas.

Sobre a ideia de o Representante ser desenvolvido em conjunto, respeitamos as concepções de Psicologia Cognitiva quando pesquisadores afirmam que “[...] é o estudo de como as pessoas percebem, aprendem, lembram-se de algo e pensam sobre informações” (Sternberg, p.19, 2008), ou seja, o processo de abstração é realizado no âmbito do indivíduo. No entanto, isso não quer dizer que o trabalho coletivo não possa contribuir (para o processo de abstração) e é possível

¹¹³ Utilizamos o termo obrigar pois entendemos que ao assumir as ideias do Pensamento Matemático-Computacional ele acaba tendo somente o caminho de focar no objeto.

que por meio destes, outras pessoas (que em muitos casos não conseguiriam passar pelo processo de abstração) possam compreender e até atingir esse processo. A atitude coletiva faz com que entendam pelo menos parte do processo de abstração.

Essa construção em conjunto vai ao encontro de algumas ideias a respeito do Pensamento Computacional como uma Linguagem e a Importância para a Programação, pois, de acordo com Resnick (2010), dentro dessa característica, e aliado ao Representante Genérico, serve como um ponto inicial para o desenvolvimento de novas formas de pensar. Além disso, tal atividade mental foca no processo e na abstração. Ou seja, essa forma de construção do Representante Genérico pode servir como elemento inicial para novos descobrimentos.

Sobre a questão de isolamento das propriedades, realizada a construção do Representante Genérico, a próxima etapa seria a discussão das propriedades, pois seria interessante fazer um estudo separado de cada uma das propriedades que estão envolvidas no conceito.

Nessa perspectiva, os representantes Simbólicos podem colaborar. Fazendo um estudo comparativo com pelo menos dois tipos de Representações, constroem suas próprias observações.

Esse estudo pode atuar na construção da própria definição do conceito, à medida que fazemos essa atividade com as demais etapas que podem ser discutidas com o Representante Genérico.

Assim, a discussão envolvendo as propriedades de forma isolada, dentro de uma das vertentes sobre o que se considera como Pensamento Computacional, por alguns pesquisadores, é um processo que foca na abstração.

Ao assumirmos que o Pensamento Computacional é algo ainda em aberto combinando elementos de outras vertentes entendemos que podemos, à medida que observamos essas características (no caso do processo de abstração), considerá-las para o Pensamento Matemático-Computacional.

Ao estudarmos as propriedades isoladas identificamos elementos que fazem parte do Pensamento Computacional contribuindo no processo de Abstração.

Apresentaremos uma discussão sobre a construção do conceito do Pensamento Matemático-Computacional.

Para que se possa evidenciar o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional, devemos então realizar um movimento contrário ao que ocorre normalmente em uma sala de aula, ou seja, primeiro estabelecer uma Representação Simbólica, na sequência uma Representação Mental sobre determinado assunto. Feito isso passamos para o processo de Abstração sendo esses o Refinamento e a Conjunção, a partir daí retomamos e tentamos construir um Representante Genérico e por meio desse podemos discutir as propriedades isoladamente.

Realizadas essas atividades, vários aspectos do Pensamento Matemático-Computacional são evidenciados e por meio de discussões chegar à definição desse conceito.

Ou seja, para o Pensamento Matemático-Computacional uma das últimas atividades a serem realizadas é a apresentação do conceito. O que apresenta algumas vantagens, como, o fato de o Representante Genérico ter sido desenvolvido em conjunto, e as discussões das propriedades serem realizadas de forma isolada. A junção dessas propriedades pode ser mais significativa na construção da definição, visto que essa será realizada em conjunto. E por último discutiremos a aproximação da definição com a resolução de exercícios.

Realizado todo esse processo, o trabalho será de estabelecer um elo, ou seja, agora é possível estabelecer uma conexão entre a definição e a resolução de exercícios, mostrando como ela está inserida dentro da atividade.

Tais atividades realizadas contribuem de forma significativa ao processo de Abstração, mais especificamente na parte Genérica, pois apresentam características mais operacionais.

Dentro dessa atividade, como um todo é possível evidenciar algumas características do Pensamento Computacional sem o Uso do Computador: criações de representações, modelagem participativa e simulação participativa. Descreveremos cada uma delas.

É importante salientar que, para o Pensamento Matemático-Computacional, o processo de Abstração é realizado por meio de atividades em grupo e em discussão com todos, dessa forma o Representante Genérico é construído e assim as atividades acima apresentadas podem ocorrer.

Nessa perspectiva, o próprio Representante Genérico é um processo de criação de representações. Mas como criaram?

Para chegarem a ele, houve a necessidade de se fazer uma modelagem no sentido de criarem um modelo que representava o assunto em questão e novamente isso não foi somente apresentada pelos elementos do grupo, mas sim em uma discussão envolvendo-os como um todo. Dessa forma ocorreu o processo de modelagem participativa.

Nas discussões a respeito das propriedades, bem como, na construção da definição podem ser evidenciadas essas características, pois ao estudar as propriedades de forma isolada, há a necessidade de simular, bem como formar e apresentar a relação da propriedade com o Representante Genérico.

Nesse sentido, a simulação pode ser a primeira atividade, pois pode partir de alguns exemplos numéricos até chegar à propriedade em si. A expressão “até chegar” pode remeter à ideia da construção do modelo, ou seja, a propriedade desvinculada dos exemplos numéricos e, por último, essa criação será apresentada aos demais participantes.

Essa discussão como um todo pode nos levar à Abstração Genérica, que apresenta uma característica mais operacional do conceito. Assim podemos inferir que para que ocorra abstração no Pensamento Matemático-Computacional, a construção da definição seria uma das últimas atividades realizadas, em que se espera culminar na construção da Definição de um conceito. Podemos discutir outros elementos teóricos que não precisam satisfazer as etapas acima discutidas, eles possuem uma carga cognitiva mais leve, no entanto mais profundas, e, além disso, discutiremos sobre elementos ligados ao conceito que em muitos casos são chamados de Teoremas.

Tal etapa do processo de Abstração é conhecida como Abstração Formal, cujo foco está no objeto, ou seja, o estudo aqui deixa de ter um vínculo numérico.

Como estamos discutindo situações que envolvem alguns Teoremas o conhecimento operatório (como resolver) já não tem tanta valia para esse estudo.

Passada essa fase, a ação começa a ser a de questionador, pois estamos elaborando um processo de organização das ideias. Ou seja, à medida que se vai elaborando perguntas é possível responde-las e assim organizar as ideias. E por último retomar as discussões e ir apresentando os resultados obtidos e novamente questionar para que assim possamos chegar a uma conclusão única.

Essa discussão aqui apresentada seria uma maneira de auxiliar no processo de entendimento de um Teorema e como demonstrá-lo; seriam aqueles “cinco segundos” entre eles. Mason (1989) chama esses segundos de mudança de atenção.

Agora quanto à demonstração de um Teorema, essa apresenta características algorítmicas e, por conta disso, é possível fazer alguns processos já discutidos.

Nesse momento, uma discussão sobre métodos dedutivos é importante não só para a Matemática, mas para as Ciências como um todo.

A Abstração Formal, para o Pensamento Matemático-Computacional, apresenta as seguintes características: primeiro é uma atividade que deve ser realizada em grupos; é uma atividade em que o indivíduo sinta liberdade para pensar em possíveis respostas; tem que apresentar suas ideias; nesse momento alguém precisa ajudar a organizar essas atividades e representá-las utilizando o método dedutivo.

Dessa forma, para que se possa evidenciar a Abstração para o Pensamento Matemático-Computacional, deve-se passar pelas duas fases, Abstração Genérica e Formal.

Após essa discussão, apresentamos um quadro do Pensamento Matemático-Computacional, dividindo-o entre as características ligadas às Representações bem como as conectadas à abstração.

Quadro 03: Quadro sobre o Pensamento Matemático-Computacional

Ideias Iniciais	Características
Construção Simbólica	<ul style="list-style-type: none"> • Construção da Notação; • Relação entre Conceito e Simbologia
Construção Mental	<ul style="list-style-type: none"> • Baseado em Sistema de Representações (algébrica, geométrica, tabular, etc) • Representações Concretas • Interações e Observação de Padrões
Refinamento	<ul style="list-style-type: none"> • Ações que envolvem padrões • Reflexões • Diálogo e arguição
Conjunção	<ul style="list-style-type: none"> • Conexão entre os assuntos da disciplina • Experienciação da evolução do Pensamento Científico
Abstração	<ul style="list-style-type: none"> • Representante Genérico • Construção da Definição • Estudo de Teoremas

Fonte: Construção Nossa

Assim, o Pensamento Matemático-Computacional apresenta algumas características. Com relação à Construção Simbólica: a construção dos símbolos, relação entre o símbolo e o conceito e outros tipos de representação de um conceito (algébrico, geométrico, etc.), sendo essas construídas por meio das ideias de Representação Simbólica e a Linguagem e sua Importância para a Computação. A Construção Mental está baseada em um sistema de representações, dessa maneira pode-se construir uma representação concreta e por meio dessa fazer interações e observações. Suas ideias surgiram a partir das reflexões dos processos de representação mental e Automação que envolvem Processos de Abstração.

Quanto ao Refinamento estão relacionadas às que envolvem padrões, que é o início do processo de abstração e contribuem para que se tenha algumas reflexões bem como para o diálogo e arguições. Está intrinsicamente ligado a Generalização, Ferramenta Cognitiva e Automação de Processos de Abstração. Já a Conjunção é o processo pelo qual se pode observar a evolução do Pensamento Matemático-Computacional, pois é nesse processo que podemos conectar os assuntos de uma disciplina observando assim o desenvolvimento do Pensamento Científico.

Gostaríamos de discutir um pouco mais sobre o processo de abstração por entendermos que é sobre esse assunto que tivemos maior dificuldade para compreensão; assim, queremos apresentar a nossa perspectiva a respeito.

Primeiramente, afirmamos que é no processo de Conjunção que evidenciamos não só a evolução do Pensamento Matemático-Computacional, mas também o desenvolvimento do Pensamento Científico; assim, somos levados a crer que o processo de abstração está inserido dentro da Conjunção.

Ao apresentarmos a Abstração Genérica e seu Representante, estamos construindo a definição de um conteúdo matemático e tal situação está inserida na Conjunção, pois está contribuindo para a construção de um conceito. Suas ideias estão relacionadas aos processos de Sintentização, Linguagem como uma Ferramenta para a Computação, Automação de Processos de Abstração e em um Contexto Sem o Uso de Computadores.

Com relação à Abstração temos a construção da Definição de um Representante Genérico e Estudo de Teoremas. Além disso, ao abordamos o assunto de Abstração Formal, estamos discutindo questões envolvidas tanto no teorema quanto na demonstração. Nessa perspectiva, entendemos que o processo de Abstração encontra-se isolado, desconexo de qualquer outra parte relacionada a um conceito matemático e o foco está somente no teorema e em resolvê-lo.

Assim, para o Pensamento Matemático-Computacional o processo de abstração pode estar inserido dentro da Conjunção quando este ajuda na construção do conceito e, ao mesmo tempo, pode estar desvinculado do conceito, focando somente no teorema e sua demonstração.

Deste modo, temos o seguinte esquema do Pensamento Matemático-Computacional, em que as linhas pontilhadas significam que essas ideias estão interligadas, podendo relacionar-se entre si.

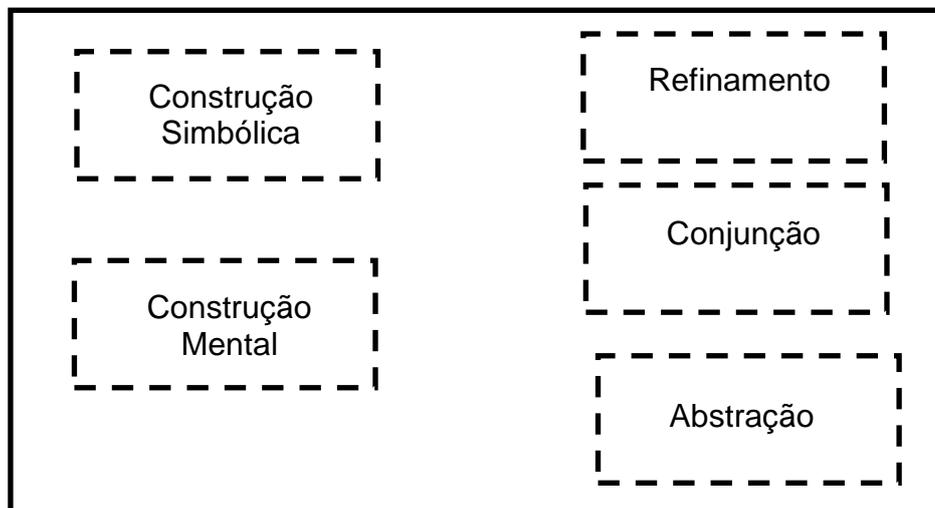


Figura 8 – Pensamento Matemático-Computacional

Feita essa discussão, apresentamos as considerações finais a respeito do Pensamento Matemático-Computacional.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta tese teve como objetivo construir uma teorização tendo com base os processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e as concepções do Pensamento Computacional (2010), tendo como perguntas norteadoras: **“É possível unir as discussões apresentadas por Dreyfus (2002) sobre os processos que envolvem o Pensamento Matemático Avançado e as apresentadas pelos pesquisadores que discutem o Pensamento Computacional? E, a partir dessas discussões, construir assim uma teorização chamada Pensamento Matemático-Computacional?”**

Assim, entendemos que ao responder a essas perguntas estamos alcançando o nosso objetivo, qual seja construir uma teorização tendo como base os processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e as concepções do Pensamento Computacional (2010). Nessa perspectiva, ao olharmos para a primeira pergunta, é possível unir?

Sim é possível fazer essa união entre os processos apresentados por Dreyfus (2002) a respeito do Pensamento Matemático Avançado e as discussões apresentadas pelos vários pesquisadores como Linn (2010), Sproul (2010), Khan (2010) a respeito do Pensamento Computacional, no entanto em vários momentos da construção da tese foram realizadas reflexões e nesse sentido o aporte metodológico foi de suma importância, pois uma das fundamentações da pesquisa especulativa é dar liberdade ao pesquisador para imaginar.

E foi com esse viés que essa tese surgiu, imaginando, pois como já afirmamos anteriormente sentimos a necessidade de construirmos a nossa própria nomenclatura, porque as apresentadas não eram suficientes para o nosso propósito, ou seja, ao definirmos a Construção Simbólica, Construção Mental, Refinamento e Conjunção, fomos imaginando uma imaginação baseada nas ideias do Pensamento Matemático Avançado e do Pensamento Computacional; como os processos iam se unindo e como eles deram significados aos processos acima referidos.

Ao refletir sobre a segunda pergunta norteadora, nesse momento da tese, podemos dizer que à medida que íamos estudando sobre o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional o Pensamento Matemático-Computacional ia surgindo “naturalmente”.

Naturalmente?

Bem não foi tão naturalmente, mas à medida que líamos sobre os assuntos já supracitados, fazíamos um exercício de imaginar e nesse processo sentíamos a necessidade de nomeá-lo e assim pensamos no Pensamento Matemático-Computacional.

Portanto, após essas reflexões e outras “viagens” podemos dizer que o Pensamento Matemático-Computacional emergiu de três áreas do conhecimento, a Psicologia, a Matemática e a Computação. Da Psicologia seria uma extensão das teorias cognitivas, da Matemática a procura por soluções criativas e da Computação o como encontrar essas soluções.

Nessa perspectiva, assumiremos que o Pensamento Matemático-Computacional surgiu do ponto de vista psicológico, contudo não abrindo mão das considerações matemáticas e computacionais.

O desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional se encontra dentro de atividades que envolvem não somente a resolução de problemas (nesse sentido pode, e temos certeza que vai, ultrapassar as barreiras da matemática e computação) mas no estudo e construção de definições e teoremas.

Dessa maneira, acreditamos que a forma para se observar o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional encontra-se principalmente no diálogo.

Entendemos que isso é uma questão de ponto de vista.

Ponto de vista? Como assim?

Isso mesmo, o Pensamento Matemático-Computacional é uma questão de olharmos para o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional.

Assim, inferimos que o Pensamento Matemático Avançado está mais interessado nos estudos que envolvem a estrutura de determinado conceito, enquanto que o Pensamento Computacional pode ser entendido como uma metodologia durante a realização das atividades.

Ou seja, uma visão geométrica a respeito do Pensamento Matemático Avançado seria:

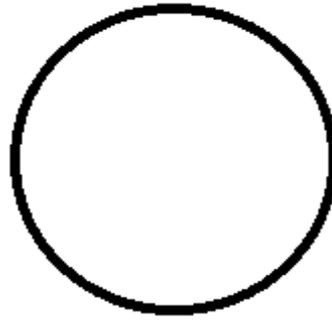


Figura 9 – Nossa visão geométrica a respeito do Pensamento Matemático

Por que uma circunferência?

Para nós a circunferência representa uma excelente ideia do ponto de vista estrutural, pensando no início e término de um ciclo. Da mesma forma que o Pensamento Matemático Avançado, desde os processos de representação e de Abstração.

Já para o Pensamento Computacional a representação geométrica seria:

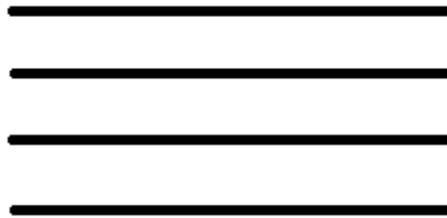


Figura 10 - Nossa visão geométrica à respeito do Pensamento Computacional

Sendo que as retas paralelas representam os métodos na realização das atividades, e cada método se preocupa com a resolução de uma atividade específica.

Agora se mudarmos o ângulo de visão, temos a representação geométrica do Pensamento Matemático-Computacional:

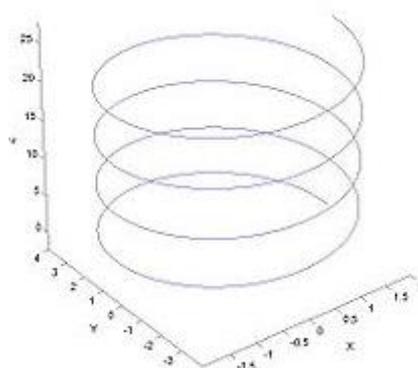


Figura 11 – Representação Geométrica do Pensamento Matemático-Computacional.

O Pensamento Matemático-Computacional pode ser representado por uma hélice, pois ao olharmos sob uma nova perspectiva, observamos que tanto a estrutura do Pensamento Matemático Avançado (circunferência) e o método do Pensamento Computacional (retas paralelas) estão conectados, assim o Pensamento Matemático-Computacional tenta discutir tanto as estruturas quanto as metodologias de modo formar um só elemento.

O foco da nossa atenção está na hélice do Pensamento Matemático-Computacional, pois envolve considerações a respeito do pensamento criativo da Matemática, mas também o como encontrar essas soluções.

Além disso, a hélice nos traz a ideia que passamos pelo mesmo ponto, mas em um nível diferente.

Esperamos que esse movimento do Pensamento Matemático-Computacional possa contribuir na aprendizagem, no entanto, o fato de ser um assunto novo pode ainda ter outras considerações, sugestões e críticas. Acreditamos que, com este trabalho, outros pesquisadores das diversas áreas do conhecimento possam dar sua contribuição para que esse tema seja consolidado.

Mesmo assim podemos dizer que o Pensamento Matemático-Computacional deve ser entendido como uma atividade mental e cultural. Logo não existe uma verdade absoluta, mas sim diversas formas de pensar; em que vários aspectos estão relacionados ao contexto.

REFERÊNCIAS

BARCELOS, T. S; SILVEIRA, I, F. Pensamento Computacional e Educação Matemática: Relações para o Ensino de Computação na Educação Básica. In: Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Anais. [s.n], jul 2012. Curitiba. Disponível: <http://www.imago.ufpr.br/csbc2012/anais_csbc/eventos/wei/artigos/Pensamento%20Computacional%20e%20Educacao%20Matematica%20Relacoes%20para%20o%20Ensino%20de%20Computacao%20na%20Educacao%20Basica.pdf> Acesso em 19/04/2018.

BARCELOS, T. et. al. Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática: uma Revisão Sistemática da Literatura. In: IV Congresso Brasileiro de Informática na Educação. **Anais**. Maceió, out 2015, p. 1369 – 1378. Disponível em: < <http://www.br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/6393> > Acesso em 19/04/2018.

BERTOLAZI, K. S. Conhecimentos e Compreensões Revelados por Estudantes de Licenciatura em Matemática sobre Sistemas de Equações Lineares. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

BLAKE, B. Disciplinary Applications of Computational Thinking. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 36 – 40.

BONI, K. T. Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental em tarefas não rotineiras. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

BUSSMANN, C. J. C. Conhecimentos Mobilizados por Estudantes do Curso de Matemática sobre o Conceito de Grupo. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

BUSSMANN, C. J. C; SAVIOLI, A. M. P. D; POLEGATTI, G. A. Contribuição Para o Desenvolvimento de Representações Mentais: Uma proposta de atividade de ensino. **Anais SIPEMAT**, Belém do Pará, 2018.

CUNHA. A. G. **Dicionário Etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa**, Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1986, p.839.

COMITEE FOR THE WORKSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Motivation — Why Should Anyone Care About Computational Thinking ?; **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, Washington DC, 2010, p. 3 – 6.

COMITEE FOR THE WORKSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Computational Thinking as the Automation of Abstractions; **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, Washington DC, 2010, p. 16 – 17.

COMITEE FOR THE WORKSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. The Relationship of Computational Thinking to Mathematics and Engineering; **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, Washington DC, 2010, p. 33.

COMITEE FOR THE WORKSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Testing; **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, Washington DC, 2010, p. 41.

COMITEE FOR THE WORKSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Modeling; **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, Washington DC, 2010, p. 42 - 44.

DANISH, J. Computational Thinking in Contexts Without Programming a Computer. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 20 - 26.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**; Kluwer Academic, New York, Dordecht, London, Moscow, 2002, p. 25 – 40.

ELIAS, H. R. Dificuldade de Estudantes de Licenciatura em Matemática na Compreensão de Conceitos de Grupos e/ou Isomorfismo de Grupos. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

FERNANDES, H, B; SILVEIRA, I, F. A Plataforma code.org online: Desenvolvendo do Pensamento Computacional e a Matemática. **Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo**. Málaga, p. 1 – 8, ago 2017. Disponível em: <www.eumed.net/rev/atlante/2017/08/matematica-pensamento-computacional-html> Acesso em 19/04/2018.

FERNANDES, R. K. **Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

FOX, E; Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 13 – 16.

FOX, E; Testing. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 41.

GERETI, L. C. V. Processos do Pensamento Matemático Avançado em Resoluções de Questões do ENADE. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

HAREL, G; KAPUT, J; The Role of Conceptual Entities and their symbols in building Advancede Mathematical Concepts. In: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**; Kluwer Academic, New York, Dordecht, London, Moscow, 2002, p. 82 – 93.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 113-172.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Objetivo, Rio de Janeiro, 2009, p. 2922.

JESUS, M. S. Um Estudo das Concepções de Licenciados em Matemática à luz da Teoria APÓS a respeito do conceito de Anel. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

JORGE, J. L. Teoria dos Conjuntos: Processos Manifestados do Pensamento Matemático Avançado. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

KAY, A. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 13 – 16.

KHAN, K. Computational Thinking as the Automation of Abstractions. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 16 – 17.

KIRNEV, D. C. B. Dificuldades Evidenciadas em Registros Escritos a respeito de Demonstrações Matemáticas. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

LINN, M. C. Preface. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of**

Computational Thinking, National Academies Press, Washington – DC, 2010, p. vii – viii.

LINN, M. C. Computational Thinking in Contexts Without Programming a Computer. In: Comitê for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washington – DC, 2010, p. 20 - 26.

MARINS, A. S. Pensamento Matemático Avançado em Tarefas Envolvendo Transformações Lineares. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

MARTINEAU, S.; SIMARD, D.; GAUTHIER, C. Recherches théoriques et spéculatives: considérations méthodologiques et épistémologiques. **Recherches Qualitatives**, Montreal, v. 22, n. 3, p. 32, 2001.

MASON, J. Mathematical Abstraction Seen as a Delicate Shift of Attention. **For the Learning of Mathematics**, Bremen, v. 9, n. 2, 1989, p. 2 – 8. Acessado em <https://flm-journal.org/index.php?do=show&lang=en&showMenu=9%2C2> em 25/04/2016.

MENEZES, D. B; NETO, H. B. Pensamento Matemático Avançado: Origem e Características. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 04, n.10, 2017 p. 26 – 35.

MOURSUND, D; Computational Thinking as a Cognitive Tool. In: Comitê for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washington – DC, 2010, p. 16 – 17.

Nunes, J. D. S; Cabral, C. L. O. **A PRÁTICA PEDAGÓGICA DOS PROFESSORES DO ENSINO SUPERIOR: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**, 2018. Acessado em <https://www.ea2.unicamp.br/mdocs-posts/a-pratica-pedagogica-dos-professores-do-ensino-superior-algumas-consideracoes/> em 12/03/2019 às 16:46.

OLSON, D. R; CAMPBELL, R. N; Representation and Misrepresentation: On the Beginnings of Symbolization in Young Children. In: TIROSH, D; **Implicit and Explicit Knowledge an Educational Approach**, Ablex Publishing, New Yourk, 1994, p. 83 – 96. Acessado em: <https://www.researchgate.net/publication/893482958> em 17/11/2016.

PEPECE JÚNIOR, A. R. Análise da produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

PINTO, M. M. F. Educação Matemática no Ensino Superior. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n.36, p. 223 – 238, dez 2002.

PIZA, C. Ap. M. Registro de Representação Semiótica e uso Didático da História da Matemática: Um estudo sobre a Parábola. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

PLOT. B. **Écrire une thèse ou un mémoire en sciences humaines**. Paris. Librairie, Honoré Champion Éditeur, 1986.

POPPER, K. **Em busca de um mundo melhor**. Lisboa: Fragmentos, 1988.

RESNICK, M. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. . In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 13 – 16.

RESNICK, M. Data Mining and Information Retrieval. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 41.

ROUSSEAU. Jean-Jacques. **Discurso sobre a Origem e o Fundamentos da Desigualdade entre os homens**. Tradução de Lourdes Santos Machado. São Paulo: Abril Culturual, 1973.

Ribeiro, L; et. Al. Entendendo o Pensamento Computacional, 2017. Acessado em <https://arxiv.org/abs/1707.00338> em 30/01/2019 às 16:32.

SALGUEIRO, N. C. G. Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SANTOS, G. L. Como professores e alunos do ensino médio lidam com conteúdos algébricos em sua produção escrita. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SCHLANGER, J. **L'invention intellectuelle**. Paris. Fayard, 1983.

SILVA, D. P. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SILVA, E, C. O Pensamento Computacional e a Compreensão do Conceito de Congruência (Módulo N) Desenvolvido por duas Estudantes. In: Congresso Internacional de Educação e Tecnologias e Encontro de Pesquisadores em Educação à Distância, São Carlos. **Anais**. São Carlos [s.n], 2018.

SILVA, E. M. Compreensão de Estudantes de um Curso de Matemática a respeito do Conceito de Indução Finita. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SILVA, E. P. Aspectos do pensamento algébrico e da Linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SILVA, M. M; MIORELLI, S, T; KOLOGESKI, A, L. Estimulando o Pensamento Computacional com o Projeto Logicando. **Revista Observatório**, Palmas, v. 4, n. 3, p. 206 – 238, maio 2018.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**, trad: OLIVEIRA. K; BOSNIC. I. Person. São Paulo, 2011, p. 529.

SOUZA, M. L. Dependência e Independência Linear: Um Estudo a Respeito das Dificuldades e Concepções de Licenciados em Matemática. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em <<http://www.uel.br/pos/mecem/dissertacoes.htm>>. Acesso em 15 out. 2018.

SPROUL, R; Computational Thinking Across Different Disciplines. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 40 – 41.

SUSSMAN, G. Computational Thinking as a Range of Concepts Applications. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 10 – 13.

VAN DER MAREN, J.-M. **Méthodes de recherche pour l'éducation**. Bruxelles: De Boeck and Larcier, 1996.

VINNER, S; The Role of Definitions in The Teaching and Learning of Mathematics. In: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**; Kluwer Academic, New York, Dordecht, London, Moscow, 2002, p. 65 – 79.

WING, J.M. Computational Thinking. In: **Communications of the ACM**. New York: vol 49, nº 3, march 2006, p 33 – 35.

WING, J. M. The Landscape of Computational Thinking. In: Comitee for the Workshop on Computational Thinking; National Research Council. **Report of a Workshop on**

the Scope and Nature of Computational Thinking, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 8 – 10.

WING, J. M. Computational Thinking: What and Why. Disponível em: <https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf> acesso em 10 out 2017.