Universidade Estadual de Londrina

GEFFERSON LUIZ DOS SANTOS

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS POR ACADÊMICOS DE UM CURSO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Londrina
2014

GEFFERSON LUIZ DOS SANTOS

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS POR ACADÊMICOS DE UM CURSO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor.

Orientadora: Profa. Dra. Rosana Figueiredo Salvi

Co-orientadora: Profa Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli

Londrina
2014

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

S237r Santos, Gefferson Luiz dos.

Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas / Gefferson Luiz dos Santos. – Londrina, 2014.

113 f. : il.

Orientador: Rosana Figueiredo Salvi.

Coorientador: Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.

Inclui bibliografia.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Contabilidade – Estudo e ensino – Teses. 3. Matemática – Semiótica – Teses. 4. Solução de problemas – Teses. 5. Educação matemática – Teses. I. Salvi, Rosana Figueiredo. II. Savioli, Angela Marta Pereira das Dores. III. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. Título.

CDU 51:37.02

GEFFERSON LUIZ DOS SANTOS

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS POR ACADÊMICOS DE UM CURSO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Rosana Figueiredo Salvi
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. André Gustavo Oliveira da Silva
Universidade Estadual do Paraná

Profa. Dra. Irinéa de Lourdes Batista
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina

Profa. Dra. Regina Célia Guapo Pasquini
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 24 de novembro de 2014.

À minha esposa Luciana pelo apoio e compreensão!

AGRADECIMENTOS

À Deus, que me concedeu o dom da vida e o conhecimento necessário para a realização desta tese.

As professoras Dra. Rosana Salvi Figueiredo e Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli, orientadora e co-orientadora, pela irrestrita atenção, pelas análises criticas e sugestões relevantes que contribuíram para a realização desta pesquisa e enriqueceram minha formação como pesquisador e educador matemático.

Aos professores Dr. André Gustavo Oliveira da Silva, Dra. Irinéa de Lourdes Batista, Dr. Méricles Thadeu Moretti, e à Dra. Regina Célia Guapo Pasquini, pelas preciosas contribuições e análises críticas proferidas na qualificação e que muito me honraram tê-los em minha banca de doutoramento.

A todos os professores do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática que compartilharam comigo muitos conhecimentos no decorrer de minha formação.

Ao grupo de pesquisa *GEMPEA*, pelo apoio e pelas discussões que me enriqueceram.

A minha esposa Luciana, que tem o dom, de tornar tudo mais leve e mais fácil de suportar. Sem você, tudo teria sido mais difícil.

Aos meus filhos Lucas, Larissa e Alícia, grandes presentes de Deus em minha vida.

Aos meus pais José e Maria, meu porto seguro, a vocês todo o meu respeito e gratidão pelas orações a cada viagem.

Aos meus tios Osvaldo, Neiva e Amélia pelo incentivo e pelas orações a cada viagem para que eu pudesse adquirir este título.

Aos meus irmãos Magno e Flávia, meu sobrinho Gabriel e aos meus primos Gerusa, Nathália e Pedro pelo incentivo.

A Faculdade de Telêmaco Borba por possibilitar e viabilizar a aplicação dos problemas presentes nesta tese e aos acadêmicos do curso de Ciências Contábeis pela importante contribuição.

SANTOS, Gefferson Luiz dos Santos. **Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas**. 2014. 114 fls. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar a produção escrita dos acadêmicos do 2º período do curso de Ciências Contábeis da Faculdade de Telêmaco Borba do objeto matemático Função à luz da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. Para tanto, foram aplicados sete problemas adaptados de livros didáticos do Ensino Médio que apresentavam uma linguagem semelhante aos problemas abordados na disciplina de Matemática Aplicada do referido curso. As produções escritas, provenientes da resolução dos problemas, foram agrupadas e a descrição de cada uma delas formou as unidades de registro. Estas, por sua vez, representam uma síntese dos modos de resolução usados pelos sujeitos da pesquisa na resolução de cada problema. Realizou-se um reagrupamento das resoluções, para a composição de duas unidades de contexto: a unidade de conversão e a de tratamento. Infere-se que os acadêmicos realizam o tratamento e conversão, transitando entre os diferentes registros semióticos (natural, numérico, algébrico, gráfico) demonstrando compreensão do objeto matemático estudado.

Palavras-Chaves: Educação Matemática. Representações Semiótica. Contabilidade. Resolução de Problemas.

SANTOS, Gefferson Luiz dos Santos. **The representation semiotic records by an academic course in accounting in solving problems.** 2014. 114 fl. Thesis (PhD in Science Education and Mathematics Education) – State University of Londrina, Londrina. 2014.

ABSTRACT

This study aims at analysing the academic written production on the mathematical object of Function of 2nd semester students of the Accounting course of Telêmaco Borba Faculty according to Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation. We applied seven adapted high school textbook problems with a language similar to the problems addressed in Applied Mathematics of the course. Written productions of the solution of the problems were grouped and the description of each of them formed the registration units. These, in turn, represent a synthesis of the resolution methods used by the research subjects in solving each problem. We then regrouped the resolutions into two connection units: treatment and conversion. Results show that the students perform treatment and conversion, moving between different semiotic records (natural, numerical, algebraic and graphical), demonstrating understanding of the studied mathematical object.

Key words: Mathematics Education. Semiotic Representations. Accounting. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Triângulo epistemológico 16
Figura 2 – Representação gráfica da função *3x²-10x+3*.................................. 31
Figura 3 – Síntese histórica da Contabilidade 50
Figura 4 – Evolução do ensino de Contabilidade no Brasil 52
Figura 5– Conteúdos de formação contábil... 56
Figura 6 – Matemática como instrumento da Contabilidade............................ 61
Figura 7 – Representação gráfica do problema 4 81
Figura 8 – Registro escrito do acadêmico A3 83
Figura 9 – Registro escrito do acadêmico A15 83
Figura 10 – Registro escrito do acadêmico A12 84
Figura 11 – Registro escrito do acadêmico A12 85
Figura 12 – Registro escrito do acadêmico A07 86
Figura 13 – Registro escrito do acadêmico A11 87
Figura 14 – Registro escrito do acadêmico A12 88
Figura 15 – Registro escrito do acadêmico A16 88
Figura 16 – Registro escrito do acadêmico A6 89
Figura 17 – Registro escrito do acadêmico A20 90
Figura 18 – Registro escrito do acadêmico A02 91
Figura 19 – Registro escrito do acadêmico A10 92
Figura 20 – Registro escrito do acadêmico A04 93
Figura 21 – Registro escrito do acadêmico A08 94
Figura 22 – Registro escrito do acadêmico A10 95
Figura 23 – Registro escrito do acadêmico A09 96
Figura 24 – Unidades de contexto e respectivas unidades de registro 97

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Disciplinas de ciências contábeis x conteúdos de Matemática 57

Quadro 2 – Visão geral da profissão contábil 58

Quadro 3 – Inter-relação entre os conteúdos de Matemática e
Ciências Contábeis 77

Quadro 4 – Unidades de registro de acordo com as conversões 98

Quadro 5 – Unidades de registro de acordo com os tratamentos 99

SUMÁRIO

PRÓLOGO **11**

INTRODUÇÃO **13**

CAPÍTULO 1 .... **15**
1 A SEMIÓTICA COMO FUNDAMENTO PARA COMPREENDER OS OBJETOS MATEMÁTICOS **15**
1.1 Semiótica e Educação Matemática 15
1.2 A Semiótica na Perspectiva de Raymond Duval 20
1.3 Os Objetos Matemáticos 28
1.3.1 O conceito de Função no processo de ensino e aprendizagem 29
1.4 Semiótica e Pensamento Algébrico 33
1.5 Resolução de Problemas 36
1.6 Semiótica e Linguagem 42

CAPÍTULO 2 .... **47**
2 A CONTABILIDADE **47**
2.1 Aspectos Históricos da Contabilidade 48
2.2 A Contabilidade no Brasil 51
2.3 O Curso de Contabilidade da Faculdade de Telêmaco Borba 58
2.4 Matemática e Contabilidade 60

CAPÍTULO 3 .... **65**
3 APORTES METODOLÓGICOS **65**
3.1 Caracterização da Pesquisa 65
3.2 Análise de Conteúdo 67
3.3 A Organização da Análise 72
3.4 As Unidades de Registro e o Processo de Categorização 73
3.5 Categorização 73
3.6 O *Corpus* da Pesquisa 74
3.7 A Coleta de Dados 75

CAPITULO 4 78
4.1 Análise dos Dados 78
4.1.1 Análise dos registros escritos do problema 1 83
4.1.2 Análise dos registros escritos do problema 2 85
4.1.3 Análise dos registros escritos do problema 3 86
4.1.4 Análise dos registros escritos do problema 4 89
4.1.5 Análise dos registros escritos do problema 5 92
4.1.6 Análise dos registros escritos do problema 6 93
4.1.7 Análise dos registros escritos do problema 7 94
4.2 As Unidades de Contexto 97

CONSIDERAÇÕES FINAIS 104

REFERÊNCIAS 107

PRÓLOGO

Desde o início da minha formação, sempre manifestei a vontade de ser professor. Ao término do Ensino Fundamental, em 1987, optei em frequentar o Curso de Formação de Docentes, antigo Magistério. No 2º ano do referido curso fiz o teste seletivo da Prefeitura de Telêmaco Borba, fui aprovado e assumi uma turma de 3º ano (2ª série) numa escola de periferia composta apenas por meninos. Estudava de manhã e exercia a docência no período da tarde. Finalizei o Curso de Formação de Docentes e continuei ministrando aulas na mesma escola municipal. Em 1992, ingressei na Universidade Estadual de Ponta Grossa que ofertou o curso de Licenciatura em Matemática em Telêmaco Borba.

Em 1993, iniciei a docência no Ensino Fundamental e Médio concomitante com meu trabalho nas Séries Iniciais. Finalizei minha graduação em 1995 e em 1998, optei pela docência no Ensino Fundamental (Séries Finais) e Ensino Médio, ministrando aulas de Matemática e Física.

Em 1998, iniciei a Especialização em Matemática na mesma universidade que me graduei e mais uma vez pude cursá-la em minha própria cidade, sem necessitar deslocar-me, porém, percebia que ainda havia inquietações. Demonstrar fórmulas e estudar teoremas não me satisfazia. Sentia que faltava algo que pudesse contribuir com minha docência. Nesse momento, apenas uma das disciplinas na Especialização me chamou a atenção e me despertou grande interesse em buscar novos conhecimentos: a disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática.

Em 2003 fui aprovado no Concurso Público da Secretaria Estadual de Educação do Paraná assumindo as aulas de Matemática e Física as quais permaneço até a presente data.

Iniciei a docência no Ensino Superior em 2005 ministrando aulas de Estatística Aplicada, Matemática Básica e Aplicada no Curso de Ciências Contábeis.

Em 2006, decidi dar continuidade aos meus estudos, me tornar um pesquisador, mas a grande dúvida surgiu: Onde? Como?

Pesquisando os programas das universidades mais próximas de minha cidade, encontrei na Universidade Estadual de Londrina o Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, que vinha ao encontro do que estava buscando. No segundo semestre de 2006, iniciei como aluno especial. No ano seguinte, também no 2º semestre cursei a disciplina Elementos de

Álgebra e Educação Algébrica e no final deste, participei da seleção. Fui aprovado e em 2008, iniciei o tão sonhado curso de Mestrado, como aluno regular. Adequei minha carga horária do colégio e continuei com as viagens semanais em busca do meu objetivo: tornar-me um pesquisador. Em fevereiro de 2010, ocorreu minha defesa de Mestrado que abordava como professores e alunos do ensino médio lidam com conteúdos algébricos em sua produção escrita. Buscando um aperfeiçoamento; decidi em julho de 2011 participar da seleção para o doutorado na mesma instituição que cursei o Mestrado; e este trabalho é fruto desse período de leituras, reflexões, artigos publicados, discussões no grupo GEMPEA[1] e participações em eventos à luz dos estudos de Raymond Duval, no que se refere aos registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática.

[1] Grupo de Estudos Multidisciplinar dos Processos de Ensino e Aprendizagem. Este grupo apoia-se na investigação, discussão, reflexão e aplicação de metodologias de pesquisa na educação geocientífica e matemática que permitam um olhar sobre processos de ensino e aprendizagem.

INTRODUÇÃO

O processo de aprendizagem da Matemática é marcado por conflitos envolvendo o docente, os estudantes e os objetos matemáticos aos quais os mesmos têm acesso ao conhecimento dessa ciência. Mas por que aprender Matemática? Inicia-se a responder tal questão atribuindo à Matemática uma ciência de necessidade social, capaz de resolver questões relacionadas às operações básicas como: porcentagem, juros, cálculo dos impostos, entre outras, além do seu caráter histórico que atribui a essa disciplina um grande destaque cultural; um dos primeiros conhecimentos gerados pela humanidade.

A Matemática é uma área do conhecimento que possui como particularidade múltiplos registros e, na maioria das vezes, o seu ensino desconsidera tal particularidade, gerando dificuldades de articulação e mobilização entre as diferentes representações de um objeto matemático e, consequentemente, uma menor apreensão do mesmo; podendo reduzir sua aprendizagem a um processo mecânico (DUVAL, 1995).

Os Registros de Representação Semiótica (RRS), de Raymond Duval, tratam de aspectos cognitivos relacionados à aquisição de conhecimentos matemáticos. A teoria dos RRS tem como ideia central que a aprendizagem dos conceitos matemáticos está pautada no uso e na coordenação de diferentes registros de representações.

Para Duval (1995), ao levantar-se a questão da aprendizagem da Matemática devemos considerar os conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do estudante, observando seus registros escritos e buscando um modelo que seja pertinente para analisar e interpretar tais registros. Dessa maneira, acredita-se que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) possa auxiliar a encontrar respostas aos questionamentos, visando uma maior compreensão dos objetos matemáticos e do processo de aprendizagem.

Duval (1995) alerta para a necessidade de um trabalho didático voltado a essa atividade cognitiva; à necessidade de um trabalho intenso com a língua materna, com foco na leitura e compreensão das representações semióticas.

Ao longo da Educação Básica o ensino de funções constitui-se como conteúdo estruturante nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica de

Matemática[2]. Contudo, esse conceito muitas vezes, não é compreendido pelos estudantes, os quais chegam ao Ensino Superior com dificuldades na compreensão e reconhecimento das funções elementares que são estudadas no Ensino Médio, constituindo-se em um desafio para que os mesmos possam atribuir significados aos objetos matemáticos. Diante desse contexto, buscou-se no objeto matemático Função, um olhar mais acurado na tentativa de compreender como as formas de linguagens e códigos, utilizadas para expressar tal objeto, são compreendidas e mobilizadas por acadêmicos do Curso de Ciências Contábeis em sua estrutura cognitiva.

A presente pesquisa tem como objetivo identificar e analisar os diferentes registros de representação semiótica utilizados por acadêmicos de um curso de Ciências Contábeis em problemas que envolvem o objeto matemático Função. Com esta finalidade investigou-se a questão: **Quais os registros de representação semiótica mobilizados pelos acadêmicos sobre o conceito Função e como tais sujeitos os articulam por meio do *tratamento* e da *conversão*[3]?**

A estrutura do texto compreende quatro capítulos, além da Introdução e das Considerações Finais. Na Introdução apresenta-se o tema, as justificativas e o objetivo da pesquisa. O capítulo um apresenta um estudo acerca da semiótica para compreender os objetos matemáticos. No capítulo dois trata da Matemática e da Contabilidade: um resgate histórico e o vínculo que esta ciência possui com o conhecimento matemático. O capítulo três apresenta os aportes metodológicos que fundamentam a pesquisa. As análises e a síntese dos dados são apresentadas no quarto capítulo. Em seguida, apresentam-se as Considerações Finais e as Referências Bibliográficas utilizadas na pesquisa.

---

[2] As Diretrizes Curriculares de Matemática (2008) são caracterizadas como um documento norteador das aulas de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio no Estado do Paraná que buscam compreender a Matemática desde suas origens até sua constituição como campo científico e como disciplina no currículo escolar brasileiro para ampliar a discussão acerca dessas duas dimensões.

[3] Termo utilizado pelo pesquisador Raymond Duval no estudo sobre as representações semióticas.

CAPÍTULO 1

Considerando que esta pesquisa abordou os registros de representação semiótica, neste capitulo apresenta-se um estudo a respeito da semiótica e sua contribuição para a Educação Matemática na compreensão e aquisição do conhecimento.

1 A SEMIÓTICA COMO FUNDAMENTO PARA COMPRENDER OS OBJETOS MATEMÁTICOS

A Semiótica é uma filosofia científica da linguagem. Seu campo de estudo trata dos signos, dos processos significativos e da maneira como se relacionam na natureza e na cultura.

Apesar de a Semiótica ser ainda uma ciência muito jovem, a reflexão sobre o signo e a significação é tão antiga quanto o pensamento filosófico.

A jovem ciência denominada Semiótica se originou em três locais de culturas muito diferentes: União Soviética, Europa Ocidental e Estados Unidos da América. Emergindo, ao mesmo tempo, em espaço e paternidades diferentes, gerou o início de uma "consciência semiótica", ou seja, consciência da linguagem.

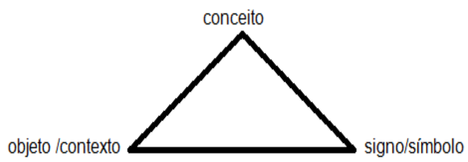
1.1 Semiótica e Educação Matemática

Nos últimos anos, os educadores matemáticos têm desenvolvido pesquisas com perspectivas teóricas baseadas na Semiótica buscando a análise e compreensão dos signos e dos processos que abarcam o ensino e aprendizagem da Matemática. Steinbring (2006) considera que os signos (matemáticos) demandam determinados sistemas de sinais ou símbolos a fim de registrar e codificar o conhecimento matemático, além de possuir as funções semióticas e epistemológicas.

Na visão deste autor, a função semiótica corresponde ao signo matemático que, sob certos aspectos, significa algo para alguma coisa, cuja evidência consiste em privilegiar o caráter representacional do signo.

A função epistemológica corresponde ao papel do signo na perspectiva da construção do saber e do pensamento matemático. Baseado nas referidas funções, Steinbring (2006) propõe uma relação ilustrada por um “triângulo epistemológico” cujos “vértices” se encontram conectados.

Figura1 – Triângulo epistemológico



Fonte: Steinbring, 2006, p. 133

O triângulo nos auxilia a compreender as ações entre seus vértices, mútuas e produzidas ativamente na interação entre o professor e os estudantes, ou entre os próprios estudantes. Steinbring (2006) faz uma ressalva ao afirmar que o conhecimento matemático não deve ser traduzido e interpretado apenas por uma mera leitura de signos, símbolos ou princípios. Essa leitura requer experiência e conhecimento subentendido, ou seja, entender os signos com conjecturas, bem como atitudes e maneiras de utilizá-lo.

Na concepção de Otte (2006) a generalização desempenha um papel essencial na determinação do signo, sob a perspectiva da construção do saber e do pensamento matemático. Miskulin *et al.*, (1996) afirmam que a

> representação possui uma função instrumental e um caráter de semioticidade. Ambas são complementares e indissociáveis. A semioticidade é abordada por diferentes modos de representação: gestos, imagem, linguagem, entre outros. A instrumentalidade de representação garante ao sujeito a possibilidade de refletir sobre os objetivos e meios com os quais atua (MISKULIN *et al.*, 1996, p.12).

As autoras apontam para uma relação entre a representação e seu caráter semiótico. Num contexto matemático, por exemplo, na resolução de problemas, se reconhece uma mobilidade crescente de representações, as quais permitem ao estudante pensar sobre as possibilidades dos processos matemáticos e suas relações.

A representação é o conteúdo apreendido pelos sentidos, pela imaginação, pela memória ou pelo pensamento. Ao estabelecer um sistema de representação observam-se avanços e retrocessos temporários, pois quando um dado conhecimento é expresso por diferentes sistemas de representação, torna-se mais compreensível pelo sujeito e ao concebê-lo em diferentes perspectivas, maior é a sua capacidade de sintetização (MISKULIN *et al.*, 1996).

A Semiótica funciona como um mapa lógico que delineia os diferentes aspectos por meio dos quais uma análise pode ser conduzida, trazendo, porém, alguns recortes no conhecimento específico da história, teoria e prática de um determinado processo de signos. Convém ressaltar que uma das principais causas para o fortalecimento, a constituição e desenvolvimento da Matemática foi a organização de uma linguagem particular para representá-la: uma linguagem semiotizada.

Ao se estabelecer essa linguagem simbólica para representar cálculos, iniciada com Viète no fim do século XVI, tornou-se aceitável o desenvolvimento de cálculos complexos por meio da linguagem algébrica, a formalização das operações aritméticas e, por fim, a abstração em matemática (EVES, 2007). Isso também se deve ao fato de que a partir da segunda metade do século XVII, no mundo ocidental moderno, a representação, segundo Foucault (1992), passa a ocupar um lugar central na estrutura geral dos saberes. Os modos pelos quais as ideias matemáticas são representadas por uma determinada cultura, num determinado momento histórico, são essenciais para se entender como essas culturas compreendem e utilizam essas ideias. Os conceitos matemáticos, cognitivamente diferentes dos conceitos de outras ciências, não são diretamente perceptíveis ou observáveis; necessitando, assim, de representações semióticas para suas aquisições (MAGGIO; NEHRING, 2012). Quando dizemos construção dos conceitos, estamos nos referindo a três ações fundamentais: [...] a ação de representá-los, de tratar as representações obtidas no registro estabelecido e de convertê-las de um registro para outro (D'AMORE, 2005).

Conforme Font, Godino e D’Amore (2004), existem múltiplos enfoques e concepções acerca da noção de representação que podem ser explicadas por áreas do conhecimento humano interessadas sobre esse tema. Isso ocorre porque ao tratarmos de representação, tratamos também de conhecimento, significado, compreensão, modelização, que são noções essenciais para a Educação Matemática e demais ciências que se ocupam da cognição humana.

> A cognição é o processo pelo qual o mundo de significados tem origem. Esses significados não são entidades estáticas, mas pontos de partida para a atribuição de outras significações que possibilitam a origem da estrutura

> cognitiva, sendo as primeiras equivalências utilizadas como uma ponte para a aquisição de novos significados (SANTOS, 2006, pág. 101).

Segundo Eysenck e Keane (1990) a representação se caracteriza por uma correspondência entre duas entidades que são postas em relação referencial por um indivíduo e que permite evocar os objetos representados, ainda que eles não estejam presentes. Vergnaud (1998) também ressalta a necessidade do estudo das representações assinalando duas razões: a primeira é que experimentam-se representações como imagens internas, gestos e palavras. A segunda é que as palavras ou símbolos que utilizamos para a comunicação não se referem diretamente a realidade, mas a entidades representadas: objetos, propriedades, relações, processos e ações acerca das quais não existe acordo entre duas pessoas.

Greeno e Hall (2007) também ressaltam a importância das representações, afirmando que estas são ferramentas para a comunicação e o raciocínio sobre conceitos e informação em Matemática e outros domínios da ciência. Os autores ainda ressaltam a importância do empenho dos estudantes na escolha e na construção das suas próprias representações na resolução de um problema matemático.

> Define-se a representação da mesma maneira que se define o signo linguístico, quer dizer, como uma relação entre alguma coisa (forma, traço objeto ...) visualmente ou auditivamente apreendida e a evocação de outra coisa que está ausente ou da qual a realidade é simplesmente mental: o próprio da representação é "evocar o que sobrecarrega o domínio perceptivo e motor" (GREENO; HALL, 2007, p.83).

De acordo com Goldin (2002), um dos objetivos da educação matemática é o desenvolvimento, pelos estudantes, de sistemas internos de representação eficientes que correspondam de maneira lógica com os sistemas externos da Matemática, convencionalmente instituídos.

> A representação semiótica é imprescindível na formação cultural da humanidade, ou seja, na produção do conhecimento, uma vez que este é veiculado e limitado pelas representações. Limitado porque, para se ter conhecimento, é preciso que o objeto do conhecimento esteja em presença do sujeito do conhecimento – é preciso que o objeto do conhecimento seja dado a conhecer, o que ocorre por meio das representações. Estas possibilitam o acesso aos objetos do conhecimento. Por isso mesmo é que podemos dizer que "conhecer" é uma atividade essencialmente de natureza semiótica (COLOMBO, 2008, p.22).

Goldin e Kaput (2006) fazem uma distinção entre representações internas e externas. As representações internas estão ligadas a possíveis configurações mentais dos indivíduos (docentes ou estudantes) e são construídas por eles a partir da observação de comportamentos. Estas representações não podem ser mostradas ou comunicadas a outras pessoas, apenas podem ser inferidas a partir das representações externas pelo próprio indivíduo.

As representações externas ou semióticas, por sua vez, são aquelas compostas por sistemas de signos que possuem regras próprias de significação e funcionamento, concebidas pelo homem para mediar as relações com o conhecimento e as coisas do mundo, ou seja, são instrumentos com os quais externam-se as representações mentais para fins de comunicação, tornando-as acessíveis a outras pessoas, podendo ser principalmente notacionais e formais, como os sistemas de numeração, a escrita de expressões algébricas para designar relações e operações ou linguagens de programação. Outras expressam relações de maneira visual ou gráfica, como figuras geométricas, gráficos, diagramas ou esquemas. As representações externas podem, assim, denotar e descrever objetos materiais, propriedades físicas, ações e relações, ou objetos que são muito mais abstratos (GOLDIN, 2002).

Apesar da distinção entre as representações internas e externas, alguns pesquisadores enfatizam e justificam, nas suas teorias, a importância de uma relação quase direta entre ambas. Goldin (2002) admite que existe

> considerável semelhança entre sistemas de representação internos de um indivíduo e os sistemas de representação externos, os quais são diretamente observáveis – particularmente porque o comportamento que queremos explicar por meio de sistemas internos é manifestado externamente (GOLDIN, 2002, p. 136).

Goldin (2002) também salienta a importância do acesso às representações externas para descrever o que os estudantes ou docentes fazem internamente, uma vez que só é possível fazer inferências sobre as representações internas dos estudantes por meio da produção de representações externas: “as representações internas encontram-se codificadas fisicamente e a sua descrição a nível cerebral ainda não é conhecida em detalhe” (GOLDIN, 2002, p. 210).

Hiebert e Carpenter (2002, p.66) destacam que “a forma como um aluno se relaciona com ou gera uma representação externa, revela a forma como representou essa informação internamente". Para Goldin (2002), não só o externo representa o interno quando, por exemplo, o acadêmico expressa o que tem em mente ao desenhar um gráfico, mas também o interno representa o externo, ou seja, o estudante visualiza o que é descrito por um gráfico ou por uma fórmula algébrica.

A pesquisa sobre representações indica que por meio da interação entre sistemas de representação externa, desenvolvem-se sistemas de representação interna para os estudantes serem capazes de produzir novas representações externas. Esta interação auxilia a compreensão e o desenvolvimento de conceitos matemáticos (ZHANG, 1997).

Estudar a Semiótica torna-se interessante e desafiador principalmente no que se refere à Educação Matemática, pois a matemática guarda uma forte dependência das formas de representações e da manipulação[4] dos seus objetos. Um dos estudiosos das representações semióticas é Raymond Duval que discorremos a seguir.

1.2 A Semiótica na Perspectiva de Raymond Duval

Segundo Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação, conhecer o desenvolvimento da Semiótica se faz necessário para compreender o papel dos registros de representação semiótica[5] na compreensão e a apreensão do conhecimento matemático. Na história da Matemática as representações semióticas desempenham um papel importante na produção do conhecimento matemático quando se analisa a sua origem, nos primeiros esforços do homem primitivo para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número; ou no Oriente Antigo como uma ciência prática ligada à agricultura, engenharia e comércio; ou ainda nos rituais religiosos e até mesmo na arte (EVES, 2007).

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica é uma teoria cognitivista que trata da organização dos conceitos, tendo se mostrado relevante para a realização de pesquisas no campo da Didática da Matemática. As teorias cognitivistas procuram entender as capacidades, os processos, estratégias e

---

[4] Habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais, poupando-o da perda de tempo e energia com detalhes secundários.

[5] Qualquer notação, signo ou conjunto de símbolos que representa (quer apresentar) algum aspecto do mundo externo ou de nossa imaginação, na ausência dela (EYSENCK; KEANE, 1990).

representações mentais básicas e implícitas ao comportamento apresentado pelos estudantes em situações de aprendizagem matemática e têm fornecido contribuições teóricas acerca da representação semiótica enquanto forma de se expressar os objetos matemáticos (COLOMBO *et al.*, 2007).

Investigações realizadas no Brasil (BASSOI, 2006; SILVA, 2008; ARGENDHI, 2008) tem utilizado esse referencial quando as pesquisas dizem respeito à aquisição de conhecimento e à organização de situações de aprendizagem. Duval, em suas pesquisas, tem como foco, o funcionamento do pensamento humano, principalmente o funcionamento cognitivo da atividade matemática.

A produção de uma representação externa pode apenas se efetuar por meio da operacionalização de um sistema semiótico. Essas representações estão estreitamente ligadas a um estado de desenvolvimento e de domínio de um sistema semiótico que, segundo essa teoria, são registros de representação a partir de regras, convenções, códigos, essenciais para a atividade do pensamento (DUVAL, 2003).

Duval (2003) estabeleceu três tipos de representação:

- as representações mentais ou subjetivas;
- as representações internas ou computacionais;
- as representações semióticas.

As representações mentais são o conjunto de imagens conscientes dos acadêmicos, suas concepções e ideias que possuem acerca do objeto matemático Função. As representações internas ou computacionais são as representações tratadas internamente de maneira inconsciente, sem que o acadêmico pense em todos os passos para o tratamento deste objeto, mas que traduzem as representações externas. As representações semióticas são externas e conscientes ao acadêmico, relacionadas a um sistema particular de signos de um objeto matemático (língua natural[6], língua formal, escrita algébrica, escrita gráfica, figuras). Essas representações, compostas por diferentes signos, apresentam regras próprias de significação e funcionamento.

Duval (2009) aponta três funções principais das representações semióticas:

[6] Registro na língua materna, ou seja, a primeira língua que se aprende e que geralmente corresponde ao grupo étnico-linguístico com que o indivíduo se identifica culturalmente.

- no desenvolvimento das representações mentais;
- na realização de diferentes funções cognitivas;
- na produção de conhecimentos.

As representações mentais dependem da interiorização das representações externas (signos), ou seja, das representações semióticas que os estudantes constroem do mundo externo na construção do conhecimento. Tais representações buscam identificar os objetos matemáticos e a internalização dos signos contribuem para a representação de tais objetos.

Duval (2009) pontua que as representações semióticas não são apenas um meio para comunicação de ideias; elas são indispensáveis para a atividade cognitiva de pensamento, que envolvem o desenvolvimento das representações mentais permitindo representações diferentes de um objeto, na medida em que podem manifestar sistemas semióticos totalmente diferentes. São aquelas que possibilitam o contato dos acadêmicos com os símbolos, levando-os de forma consciente e objetiva, a elaborar a representação a partir dos estímulos tais como pontos, traçados, caracteres, letras e outros símbolos matemáticos.

É por meio das representações semióticas que determinadas funções cognitivas essenciais do pensamento humano são efetuadas.

À representação de um objeto matemático por meio de signos, Duval chama de "*semiósis"* e chama de "*noésis*" a aquisição conceitual deste objeto. Ambas, *semiósis* e *noésis são* formadas por atividades cognitivas distintas, sendo possível tanto examiná-las como relacioná-las entre si. "É a *semiósis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*" (DUVAL, 2009, p.17), implicando não somente uma variedade de sistemas semióticos, mas também a possibilidade de colocá-los em correspondência.

A compreensão do papel da *semiósis* no funcionamento do pensamento e na forma como se desenvolve o conhecimento, está relacionada com a variedade dos tipos de signos que podem ser utilizados na representação de um objeto matemático, o qual pode ser representado discursivamente por uma equação algébrica, por uma argumentação na língua natural, ou de forma não discursiva a partir de um gráfico cartesiano, cada um com regras internas de representação próprias. Esta diversificação dos registros de representação semiótica é a constante do desenvolvimento do conhecimento individual, científico ou cultural (DUVAL, 2009).

> Os registros semióticos constituem os graus de liberdade de que um sujeito pode dispor para objetivar a si próprio uma ideia ainda confusa, um sentimento latente, para explorar informações ou simplesmente para poder comunicá-las a um interlocutor (DUVAL, 2009, p.37).

Segundo Duval (2009) para que um sistema de representação semiótica seja considerado um registro de representação, são necessárias três atividades cognitivas:

- a formação de uma representação identificável;
- o *tratamento* de um registro de representação;
- a *conversão* de um registro de representação.

Para que uma representação seja identificável é necessário, partindo de um registro de representação, saber qual é o objeto matemático que está sendo representado, portanto, é necessário que ocorra uma seleção de características e de dados do objeto a ser representado e que o acadêmico utilize um sistema de representação estabelecido socialmente, um sistema já existente. Partindo do enunciado em registro natural, o acadêmico identifica uma relação de dependência entre as grandezas (variáveis), generaliza esta relação e apresenta uma lei de formação algébrica. Para Duval (2009) a formação de uma representação poderia ser comparada a uma tarefa de descrição.

O *tratamento* de um registro de representação implica em transformar a representação do objeto matemático conservando o próprio registro de origem, caracterizando assim uma transformação interna a um registro. O acadêmico pode utilizar-se apenas do registro numérico para encontrar a solução de um problema que lhe é proposto sem generalizar a situação, não apresentando uma lei de formação algébrica.

A *conversão* é a transformação em outro registro conservando sua totalidade ou apenas parte das características do objeto matemático em questão. A conversão consiste em transitar entre os diferentes registros de representação. O que pode-se observar é que a um objeto matemático estão integrados outros registros de representação e segundo Duval (2009) um único registro não contempla todas as características do objeto matemático em estudo necessitando de outros registros complementares. Utilizando-se de outros registros, o acadêmico realiza a conversão entre os registros de representação.

No estudo de Funções, para transitar de um registro algébrico para um registro gráfico, é necessária a articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos registros. Para que esta conversão ocorra é necessário que o acadêmico saiba diferenciar abscissa de ordenada, identificar na lei de formação algébrica e no registro gráfico as variáveis da função, a relação entre os valores das abscissas e ordenadas.

Os sistemas de representação semiótica como o registro natural, simbólico, gráfico e geométrico, cumprem a função de representação, comunicando os registros destes sistemas e possibilitando as operações cognitivas de tratamento e conversão.

O autor considera a formação e o tratamento, ligadas a *semiósis.* A conversão de um sistema de representação a outro ou a utilização simultânea de vários registros de representação, ele considera como algo apreendido pela maior parte dos estudantes, ou seja, como *noésis.* A *semiósis* corresponde aos diferentes registros de repreentação do objeto matemático Função. A *noésis* corresponde ao conceito de Função. Segundo Duval (2009) não existe *semiósis* sem *noésis*.

Tomando-se como exemplo uma função do 2º grau, seria o acadêmico relacionar a parábola, observando sua concavidade voltada para cima ou para baixo de acordo com o coeficiente de x^2 da função quadrática, os zeros dessa função com os pontos em que a parábola intercepta o eixo x, seu ponto de máximo ou de mínimo com os vértices.

A coordenação entre os diferentes registros é ressaltada por Duval como necessária para a aprendizagem na Matemática, na conceitualização de um objeto matemático. Esta coordenação implica na identificação, reconhecimento e conceitualização deste objeto nos diferentes registros de representação.

Os estudantes habitualmente não reconhecem o mesmo objeto por meio de diferentes sistemas semióticos de representação (DUVAL, 2003). Para analisar a atividade matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003), ressalta ser indispensável realizar uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações que são basilares para essa análise, *o tratamento* e *a conversão* de registros de representações semióticas.

> Os tratamentos semióticos não podem ser efetuados independentemente de um sistema semiótico de representação. E essa função de tratamento pode

> ser completada apenas por representações semióticas e não pelas representações mentais (DUVAL, 2009, p.16).

O *tratamento* é uma transformação da representação em outra de mesma natureza, uma transformação interna, mobilizando apenas um registro de representação.

A *conversão* compreende a transformação de certa representação em outra, num outro sistema semiótico, de modo a preservar a totalidade ou parte da representação inicial, sendo necessária a organização pelo sujeito que a efetua. É uma atividade de transformação representacional fundamental que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. A conversão é uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida (DUVAL, 2009, p.59).

Segundo o autor, a atividade de conversão não deve ser considerada como uma mera codificação, não sendo trivial, nem cognitivamente neutra, pois esta exige uma percepção global e qualitativa que não é permitida pela atividade de codificação. É esta habilidade que torna possível relacionar os coeficientes positivos ou negativos de uma função apresentada em linguagem algébrica com os pontos de intersecção com os eixos ou com a inclinação de uma reta representada no plano cartesiano. Quando esta mobilização for estabelecida, as variáveis cognitivas específicas do funcionamento de cada um dos registros estão sendo articuladas.

Na Matemática, a todo o momento, a substituição se faz presente na representação de uma forma por outra: passa-se do registro natural para o registro algébrico e deste, para o registro gráfico ou geométrico; transforma-se uma relação expressa algebricamente para uma expressão aritmética ou geométrica. Abordar um conteúdo no qual se possa converter e tratar as diversas representações não é algo tão simples podendo se constituir em uma dificuldade de aprendizagem, um ponto de bloqueio da aprendizagem na Matemática. O conhecimento das diferentes representações é de grande valia para que os estudantes possam escolher qual a mais adequada na resolução de um problema.

Segundo Duval (1999), as representações podem preencher as funções de comunicação, o tratamento, a objetivação e identificação de um objeto matemático. A primeira é a função de transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos e, consequentemente, demanda a utilização de um código comum entre eles. A segunda é a função que transforma uma representação em outra, utilizando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado. A terceira, a objetivação, corresponde ao uso de um registro de representação para permitir a um indivíduo se conscientizar daquilo que ainda não o tinha feito, compreendendo as atividades de conceitualização, compreensão e a conversão. É o trabalho de exteriorização sendo esta a função essencial para analisar a relação entre a diversidade de registros e o funcionamento cognitivo do pensamento. A função de identificação torna-se importante e é imediatamente utilizada quando é preciso encontrar, ou reencontrar, um dado ou informação, ao analisar um problema.

Os estudos de Duval inserem-se nas pesquisas atuais que concebem o educando como o sujeito que adquire conhecimentos a partir da interação entre os vários elementos que compõem o ato pedagógico – o professor, o meio, a linguagem, o estudante, o saber matemático e suas representações semióticas, ou seja, o funcionamento cognitivo implicado na aprendizagem da matemática com vistas a desenvolver a capacidade de raciocínio, análise e visualização (DUVAL, 2003).

A compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêutica e heurística dos enunciados estão intimamente ligados à mobilização e à articulação quase imediatas de muitos registros de representação semiótica (DUVAL, 2009, p.20).

> Toda atitude intelectual que se opera de um raciocínio, de uma explicação, de uma descrição, de um cálculo, de uma resolução de problema, implica frequentemente que as representações semióticas sejam convertidas para serem tratadas. A mudança de registro constitui uma variável cognitiva que se revela fundamental em didática: ela facilita consideravelmente a aprendizagem ou pode oferecer procedimentos de interpretação (DUVAL, 2009, p.81).

A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos (a linguagem, a escrita algébrica ou os gráficos cartesianos) e em poderem ser convertidas em representações equivalentes em outro sistema semiótico, podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza. A noção de representação semiótica pressupõe a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema para outro. Traçar a curva correspondente a uma equação do segundo grau, ou passar do enunciado de uma relação à escritura literal dessa relação consistiria em “mudar a forma pela qual um conhecimento é representado” (DUVAL, 2009, p.33).

Os obstáculos encontrados nas representações relativas ao raciocínio, à compreensão dos textos, à aquisição de tratamentos lógicos e matemáticos confrontam três fenômenos que estão conectados:

- diversificação dos registros de representação semiótica;
- diferenciação entre o representante e o representado;
- a coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica.

A linguagem natural e as linguagens simbólicas na Matemática, tais como esquemas, figuras geométricas, gráficos cartesianos ou tabelas, não podem ser formadoras de um mesmo registro, pois são sistemas de representação diferentes entre si com questões de aprendizagem particulares. Tais linguagens nos permitem o acesso aos objetos matemáticos, expressando ideias, conceitos, propriedades, estruturas, relações em diferentes situações. E para seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático.

O segundo fenômeno é a diferenciação entre representação e objeto representado. Em geral, esse fenômeno é associado ao entendimento e uma representação, à compreensão do que ela representa. Com relação aos objetos matemáticos e suas representações, Duval (2003, p. 21) alerta “não se deve jamais confundir um objeto e sua representação”. Na aprendizagem da matemática é comum a confusão entre o objeto matemático e a sua representação. Quando se fala em função, por exemplo, acredita-se que o objeto matemático função é o “f (x)” ou y, quando, na verdade, essas são apenas representações de tal objeto. A diferenciação entre representante e representado nesse mesmo exemplo, diz respeito a separar a forma e o conteúdo. Para Duval (2009), a diversificação e coordenação de registros é que favorece a compreensão dessa diferenciação.

Para a compreensão em Matemática, é importante que essa distinção seja estabelecida e fique clara para os acadêmicos. Na resolução de um problema não se utiliza apenas uma representação semiótica para encontrar a solução, mas se lida com as representações de modo a encontrar uma resposta para o problema. Quando o acadêmico faz a conversão de um registro para outro, procede a transformação de uma representação dada em outro registro, mantendo o mesmo objeto matemático, conservando sua totalidade ou apenas parte do conteúdo da representação inicial.

Pode-se afirmar que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, segundo Duval (2011), difere das demais por considerar a importância da mobilização de diferentes registros de representação, para apreensão de um objeto matemático. Esse aspecto é relevante na matemática, porque seus objetos não estão diretamente perceptíveis. A peculiaridade dessa teoria também reside no fato de ser considerada como representação semiótica, uma situação que apresente uma ideia mais abrangente, como as equações, distinguindo-a de um traço ou um símbolo isolado, como letras ou algarismos (DUVAL, 2011). O autor lembra também sobre o fato de que os estudantes frente às atividades em Matemática lidam somente com representações semióticas dos objetos matemáticos, contribuindo para gerar conflito entre os objetos matemáticos e suas representações. Mas o que são os objetos matemáticos? Qual seu papel no processo de ensino e aprendizagem? São estas questões que se busca elucidar a seguir.

1.3 Os Objetos Matemáticos

Os objetos matemáticos caracterizam-se pela aparição de "conteúdos formais", ausentes da lógica (GRANGER, 1990). Duval (2009, p.1-2) considera como objeto matemático: os números, as funções, as retas, etc., e suas representações como as escritas decimais, fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras. Tais objetos não são acessíveis pela percepção ou numa experiência imediata, tornando-se necessário lhes atribuir representantes que possibilitem efetuar seu tratamento. O grau de complexidade desse tratamento depende do tipo de sistema semiótico que utilizamos para representá-lo. Duval (2009) afirma que, no percurso de acesso ao objeto que queremos representar são necessários vários registros de representação.

Para tanto, faz-se necessário que os vários registros que o estudante dispõe possam se interligar. Essa interligação é a condição para a compreensão, pois, é essa condição que possibilita a diferenciação entre os objetos matemáticos e suas representações. O uso de diferentes formas de representações desses objetos está relacionado com a construção do conhecimento principalmente no contexto escolar.

Esse recurso a diversos registros parece ser uma condição necessária para que os objetos matemáticos possam ser reconhecidos em cada uma de suas representações possíveis (DUVAL, 2009).

> Os símbolos são necessários para identificar objetos matemáticos, tornar claro suas propriedades e suas relações com outros objetos. A língua natural e os símbolos matemáticos [...] são partes importantes no processo de conceitualização e também no controle e regulamentação de esquemas e algoritmos, na resolução de novos problemas e no raciocínio sobre eles, isto é, na combinação e transformação de relações, planejamento, escolha de dados e operações (VERGNAUD, 1988, p.15).

Na atividade matemática, a utilização de registros de representação justifica-se pela possibilidade de comparação entre os diferentes registros, explicitando sua complementaridade e assim permitir a diferenciação entre representante e representado.

Os objetos existem como construções mentais e se tornam conhecidos por meio de suas representações. Isso implica afirmar-se que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática precisa considerar o par objeto – representação, pois, para possibilitar a compreensão dos objetos matemáticos, é necessário “transitar” entre suas representações. Toda elaboração mental em Matemática é realizada em algum tipo de registro que pode ser: natural, algébrico, geométrico ou gráfico. Partindo do registro escolhido, podem-se criar relações, propriedades, generalizações e até construirmos teorias matemáticas. Diferentemente da Física, da Química ou da Biologia, nas quais os fenômenos são observáveis e podem ser estudados em muitas de suas ocorrências em Matemática.

Os signos matemáticos que adquirem vida própria na sua estrutura, e que para os estudantes são “abstratos e sem sentido”, são diferentes das palavras da linguagem usual, que possuem diferentes sentidos e que são bem mais atrativas na perspectiva do estudante (SILVEIRA, 2002).

Sendo o objeto matemático Função, o foco dessa pesquisa, considera-se pertinente abordar sua importância no processo de ensino e aprendizagem.

1.3.1 O conceito de Função no processo de ensino e aprendizagem

O conceito de Função é nuclear para a construção do conhecimento matemático e abordado em todos os níveis de ensino de maneira explícita ou implícita. Sua importância se justifica devido à diversidade de interpretações e representações: tabelas, figuras, regras matemáticas ou modelos. Os registros de representação semiótica são basilares para a aprendizagem conceitual e podem ser determinantes no que os estudantes aprendem.

A capacidade de representar e identificar o mesmo conceito em diferentes representações os permite observar relações importantes e desenvolver uma compreensão do conceito. Estas múltiplas representações conduzem os estudantes a uma compreensão mais abrangente do conceito assim como do problema ou situação que pode estar sendo representada.

Segundo Duval (2003) há a necessidade da existência de muitos registros de representação para o funcionamento do pensamento humano, ligada essencialmente aos custos de tratamento de cada registro e às limitações representativas específicas a cada um.

> As representações diferentes de um mesmo objeto não têm, evidentemente, o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado (DUVAL, 2003, p.18).

A língua falada pode ser considerada uma forma de representação e um veículo de transposição da linguagem informal à linguagem matemática abstrata. As regras matemáticas fazem alusão às propriedades, à simbologia, às expressões algébricas e às demais representações matemáticas, próprias da linguagem matemática.

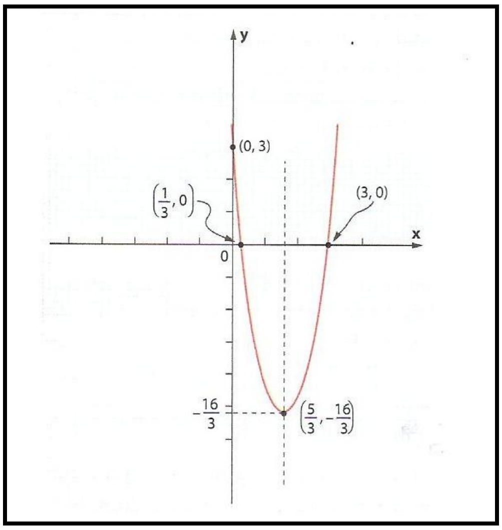
No estudo das Funções é necessário promover a distinção entre o conceito de função e os diferentes registros de representação semiótica, principalmente o registro gráfico que possui um grande potencial na compreensão de tal distinção. A aprendizagem das funções deve contemplar o estabelecimento e a compreensão de relações entre os vários tipos de representação (a gráfica, a algébrica e a tabular), pois isso promove o desenvolvimento de diversas conexões e a compreensão efetiva do conceito de Função (KAPUT, 1999; MESA, 2004; KIERAN, 2006). Para uma melhor compreensão do objeto matemático desta pesquisa, apresentam-se tais representações:

- *Represente graficamente a função quadrática $f(x) = 3x^2 - 10x + 3$:*

Para tal representação o acadêmico, partindo da representação algébrica ($3x^2$-10x+3), pode construir uma tabela (representação tabular) atribuindo valores para a variável x e encontrando valores para a variável y e, posteriormente, construir sua representação gráfica:

x	*y*
0	*3*
1/3	*0*
5/3	*-16/3*
3	*0*

Figura 2 – Representação gráfica da função f(x)= $3x^2-10x+3$



A construção, a interpretação e a manipulação dos registros de representação para a relação funcional entre duas variáveis sejam de caráter simbólico, tabular, geométrico ou outro, proporcionam diversos pontos de contato com aspectos de natureza algébrica (KAPUT, 1999).

De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics*[7] (2007), os estudantes devem aprender as características dos diversos tipos de Funções,

[7]Conselho Nacional de Professores de Matemática fundado em 1920. É considerada a maior organização do mundo preocupada com a Educação Matemática, com mais de 80.000 membros nos EUA e Canadá, e internacionalmente. O Conselho Nacional de Professores de Matemática se apresenta como "a voz pública da educação matemática, apoiando os professores para garantir a aprendizagem matemática equitativa da mais alta qualidade para todos os alunos por meio da visão, liderança, desenvolvimento profissional e de pesquisa".

estabelecendo relações entre eles, e compreender as relações entre tabelas, gráficos e símbolos, avaliando as vantagens e desvantagens de cada representação.

É necessário considerar as conversões entre outras representações e não limitar o ensino das representações de Funções apenas à conversão da representação algébrica para a representação gráfica, podendo levar os estudantes a interpretar uma Função como sendo uma fórmula, ou vendo a função apenas como uma equação, não sabendo como dar sentido à própria definição (KIERAN, 2006).

Para Sajka (2003) o conceito de Função muitas vezes está ligado ao conceito de fórmula, e, às vezes, os estudantes associam este conceito ao processo gráfico, no qual uma fórmula é necessária para desenhá-lo, mas a própria capacidade para manipular os símbolos, e operar com eles, não é suficiente para a sua compreensão estrutural do objeto matemático.

Duval (2006b) considera o caso das Funções Lineares, no qual, a observação da expressão algébrica e do gráfico, ou o conhecimento em como desenhar o gráfico a partir da expressão algébrica, não são suficientes para o reconhecimento da mesma função por meio destes dois tipos de representação. É necessário um maior aprofundamento cognitivo – ser capaz de distinguir como é que dois gráficos que parecem visualmente semelhantes são matematicamente diferentes.

Para Berger (2010) a dificuldade em adquirir um conceito matemático, como o de Função, aumenta se considerarmos apenas uma representação para um objeto matemático. É de toda a conveniência utilizar mais do que uma representação, destacando junto aos estudantes a utilidade de cada uma delas e estando atento aos casos em que alguma representação possa ser menos conveniente ou, até mesmo, um obstáculo para a aprendizagem.

As atividades propostas aos estudantes deverão visar a manipulação das propriedades específicas de cada uma das representações e proporcionar a conversão entre elas para que os mesmos alcancem a compreensão do conceito de Função.

Tomando como premissa que a Semiótica é a ciência da linguagem, também consideramos pertinente abordar o pensamento algébrico, o qual pode ser expresso por meio de uma linguagem, a linguagem algébrica.

1.4 Semiótica e Pensamento Algébrico

A construção de conceitos matemáticos está associada à capacidade do sujeito representar, compreender, comunicar e tratar informações (BRASIL, 1999). Mas para que isto ocorra, os estudantes precisam estar inseridos em um processo de aprendizagem que instrumentalize, estruture e amplie sua capacidade cognitiva de pensar matematicamente. Um dos ramos da Matemática que muito contribui para pensar matematicamente é a Álgebra. Ainda não existe um consenso acerca da melhor abordagem para o ensino da Álgebra, que compreende um "pensar algébrico" que não é basicamente formalizado e uma "escrita algébrica" que consiste no uso das representações simbólicas de que a Álgebra formal faz uso.

Para Kaput (2005), a visão tradicional da Álgebra está relacionada com a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações. Assim, a Álgebra escolar tem foco no ensino de um conjunto de procedimentos que, na visão dos alunos, não têm relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o seu dia-a-dia. Além disso, para o autor, a Álgebra dedica-se a instrumentalizar os estudantes para produzir sequências de símbolos corretas e não enfatiza a compreensão dos conceitos e do raciocínio matemático. De acordo com sua visão, as aplicações empregadas são artificiais, pelo fato de que os alunos não têm a oportunidade de conjecturar sobre as suas próprias experiências, nem de organizar os seus conhecimentos.

Acredita-se que um aporte teórico que articula o pensamento algébrico a respeito dos conhecimentos matemáticos é a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval na qual um objeto matemático deve passar, necessariamente, por diferentes representações que possibilitam conhecê-lo e significá-lo. Dessa forma, entende-se que a utilização dos registros de representação semiótica pode dar significado[8] aos conhecimentos da Álgebra tornando-os mais acessíveis ao estudante que busca conhecê-los, qualificando assim, o processo de aprendizagem na área.

[8] Segundo Lins e Gimenez (1997), o termo significado assume a característica de ser o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e sim o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significados é, então, falar a respeito de um objeto.

A fluência nas representações semióticas e compreensão da Álgebra constituem-se alicerce para o desenvolvimento das capacidades de empregá-la na resolução de problemas matemáticos e no desenvolvimento do pensamento algébrico. A discussão acerca do estudo das ideias fundamentais da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico têm conduzido a uma reflexão sobre o que é o pensamento algébrico, que se admite, evolui com o estudo da Álgebra e que deve capacitar o estudante no uso da Matemática.

Existe um consenso, no sentido de que o pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial.

Segundo Kaput (2005) o raciocínio algébrico e o uso de representações algébricas como gráficos, tabelas, planilhas eletrônicas e fórmulas, são instrumentos intelectuais poderosos e, é lamentável que os estudantes muitas vezes se afastem da Matemática por não entenderem o significado dos conteúdos estudados, deixando de desenvolver competências e habilidades ligadas ao simbolismo algébrico. Para esse autor, o grande anseio é fazer a Álgebra acessível a todos os alunos e ensinar criando um ambiente na sala de aula que possibilite a aprendizagem com compreensão.

De acordo com o NCTM (2000), a fluência no simbolismo algébrico auxilia os estudantes a representarem e resolverem problemas em muitas áreas do currículo, por exemplo, os estudantes devem poder operar fluentemente com expressões algébricas, combinando-as e expressando-as em formas alternativas, de modo que os estudantes sejam capazes de encontrar soluções exatas de equações e Funções que estão presentes no estudo da Física, da Química, da Estatística, etc. A relação que a Álgebra tem com os símbolos está no fato de que para pensar sobre ideias e conceitos matemáticos é necessária uma representação interna, de forma que o cérebro seja capaz de operar e comunicar estas ideias e conceitos.

> [...] A possibilidade de representar com uma letra um conjunto de valores e o fato de poder manipulá-los de uma forma simples é, de fato, o que faz a álgebra ser de grande utilidade, muito embora os alunos não cheguem a compreender e aproveitar esta vantagem. Para poder compreender o sentido dos símbolos é necessário que seja interiorizado a dupla relação entre as situações concretas e as expressões algébricas (KLÜSENER, 2006, p.85).

As representações são o elo entre essas situações e as expressões algébricas possibilitando-nos a comunicação. Os signos externos de representação têm um análogo mental e a relação entre essas duas modalidades de representação foi expressa por Duval (2009), para quem as representações mentais e as representações externas não podem ser vistas como domínios diferentes, pois o desenvolvimento das representações mentais acontece com a interiorização das representações externas e a diversificação das representações de um objeto, aumenta a capacidade cognitiva do sujeito e, por conseguinte, suas representações mentais.

Assim, compreende-se que o desenvolvimento das representações mentais necessita de funções cognitivas que podem ser preenchidas pelas representações semióticas. Para o autor, as representações, especificamente as semióticas, servem de suporte para que exista comunicação no universo matemático, visto que, "[...] elas são produções constituídas pelo emprego de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica, gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático [...]" (DUVAL, 2009, p. 14).

Neste contexto, entende-se que, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e, especificamente, da Álgebra pode ser potencializado por meio do uso dos registros de representação semiótica, como forma de desenvolver um processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), tradicionalmente o ensino de Álgebra se sustenta na crença de que o pensamento algébrico somente se manifesta e desenvolve-se a partir do cálculo literal. No entanto, essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que a linguagem algébrica é, também, resultado de uma forma especial de pensamento e de leitura do mundo, não se reduzindo somente a um instrumento técnico-formal para facilitar a resolução de certos problemas.

Na busca por uma caracterização do pensamento algébrico, esses autores concluem que não existe uma única forma de expressá-lo. Fato é que essa forma de pensamento se manifesta em todos os campos da matemática e de outras áreas do conhecimento como a Contabilidade, foco desta pesquisa.

Por fim, esses autores indicam como elementos caracterizadores do pensamento algébrico: a percepção de regularidades e de aspectos invariantes, as tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e o processo de generalização.

1.5 Resolução de Problemas

No desenvolvimento da pesquisa em ensino de matemática, uma tendência clássica inevitavelmente se faz presente: Resolução de Problemas. Conhecer diferentes registros de representação semiótica de um objeto matemático pode tornar a matemática um meio para potencializar a Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas sempre foi um tópico especial, afinal, o desenvolvimento da Matemática enquanto ciência se estabeleceu numa sequência de problemas resolvidos e a resolver. Os problemas fazem parte de uma tendência considerada atualmente fundamental para a Educação Matemática, chamada de Metodologia de Resolução de Problemas. Essa metodologia foi adquirindo diferentes compreensões ao longo do tempo. Já foi concebida como uma meta, um processo ou uma habilidade básica.

A metodologia da Resolução de Problemas pode ser entendida como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, possibilitando aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciarem as informações que estão ao seu alcance. Esta é a perspectiva evidenciada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

Dante (2000) assinala o trabalho com resolução de problemas matemáticos como a principal forma de se alcançar os objetivos da Matemática em sala de aula, entre eles, o de “fazer o aluno pensar produtivamente”.

Para que uma dada situação seja considerada um problema, essa deverá implicar um processo de reflexão e de tomada de decisões quanto ao caminho a ser utilizado para sua resolução, ou seja, uma situação é reconhecida como problema, na medida em que não há procedimentos automáticos de resolução imediata.

Dante (2003) caracteriza situações-problema como “problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados” (p. 20), podendo ser utilizados conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que despertem interesse. Ou seja:

> situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos.

> Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. (DANTE, 2003, p. 20).

Os processos cognitivos envolvidos no que se entende por resolução de problemas têm sido estudados no campo da Psicologia há algum tempo. (COSTA, 2008) Entre os pesquisadores das áreas das ciências e matemática, esse interesse é justificado pelo fato de resolução de problemas, raciocínio e pensamento se constituírem bases dessas disciplinas no tocante a instrumentos de avaliação da aprendizagem.

Para D'Ambrosio (2010, p.01), problema é uma situação, real ou abstrata, ainda não resolvida, em qualquer campo do conhecimento e de ação.

Como meta, a Resolução de Problemas seria o alvo do ensino da Matemática. Assim, o ensino deveria fornecer aos alunos todas as informações e conceitos para que depois estes pudessem resolver problemas. Como processo, a Resolução de Problemas assume outra postura por volta dos anos 70 até os anos 80 cuja ênfase é dada nos procedimentos.

Alguns fatores podem influenciar no desempenho dos estudantes durante a resolução de problemas. Pozo *et al*. (1998, p. 53) apresentam alguns desses fatores:

> – diferenças no significado de uma palavra ou expressão na linguagem cotidiana e na linguagem matemática;
> – diferentes significados que assume uma mesma palavra ou expressão (ex: 'mais');
> – ordem em que os dados são apresentados e como são apresentados (ex: por extenso, por meio de algarismo, aparecem na ordem inversa em que serão utilizados);
> – presença de dados irrelevantes para a solução do problema;
> – caráter hipotético dos problemas matemáticos (os dados e as situações geralmente são fictícias, não reais).

A compreensão do problema é fundamental para que haja mobilização para resolvê-lo. É necessário que a linguagem seja acessível a quem o resolve. A linguagem matemática tem um significado muito preciso e precisamos ser cuidadosos com o uso dessa linguagem evitando ambiguidades.

Ao focar a atenção sobre Resolução de Problemas e como esta pode se tornar um componente integrante do currículo, é preciso ter em mente algumas questões:

> – Qual é a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje?
> – Quais perspectivas orientadas para o futuro são necessárias sobre o ensino e aprendizagem de resolução de problemas incluindo um foco no desenvolvimento de conceitos matemáticos através da resolução de problemas?
> – Como podem os estudos de hábeis resolvedores de problemas contribuírem para o desenvolvimento de teoria que possa guiar projetos de experiências de aprendizagem que valem a pena?
> – Por que modelos e perspectivas de modelação são uma poderosa alternativa para as visões existentes sobre resolução de problemas? (ENGLISH *et al.* 2008, p.6)

A Resolução de Problemas na *práxis* da Matemática é uma metodologia que merece atenção por parte de todos os docentes. É a partir deles que se pode envolver os estudantes em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático e possibilitando o exercício do raciocínio lógico. Com essa metodologia, o estudante aprende a montar estratégias, raciocinar logicamente e verificar se sua estratégia foi válida, o que colabora para um amadurecimento das estruturas cognitivas.

Segundo Onuchic e Allevato (2008) no início da década de 70, iniciaram-se as investigações sistemáticas acerca da Resolução de Problemas e suas implicações curriculares passando os educadores matemáticos a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção fazendo com que este cenário se expandisse para o mundo todo.

A publicação Currículo e Padrões de Avaliação (NCTM, 1989) menciona que a Resolução de Problemas deve ser o objetivo principal de todo o ensino de matemática e uma parte integrante de toda a atividade matemática. E que os estudantes devem resolver problemas para investigar e compreender os conteúdos matemáticos.

Quanto ao processo de formação dos conceitos, Vygotsky destaca a importância do papel do problema nesse processo:

> a formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa em que todas as funções intelectuais básicas tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou a palavra, como meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução de um problema (VYGOTSKY, 1999, p. 72-73).

Diante do fato de que um conceito não se forma por acaso, pois é fruto de uma operação mental a serviço da atividade prática, da resolução de problemas, convém ressaltar que um dos principais objetivos da resolução de problemas matemáticos é procurar fazer com que o aluno pense na busca de possíveis caminhos para a sua resolução e, para que isso aconteça, o ideal é propor situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a resolvê-las.

> o processo da formação de conceitos [...] é um ato real e complexo do pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento [...], pois pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção, memória, lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar (VYGOTSKY, 1999, p. 104).

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática baseia-se nas atividades que os estudantes desenvolvem e estas, por sua vez, dependem das tarefas que lhes são apresentadas. Entre as diversas atividades matemáticas, a Resolução de Problemas e as atividades de investigação são as que estão mais próximas (PONTE *et al*., 2003).

A atividade matemática dos estudantes pode consistir em procurar regularidades, elaborar questões para as quais não têm resposta imediata, testar as primeiras conjecturas, estabelecer argumentos possíveis e provas formais para validar (ou não) tais conjecturas e generalizá-las. Desta maneira, a atividade investigativa pode proporcionar um maior contato fundamental para aproximar o ‘aprender Matemática’ do ‘fazer Matemática’.

Abrantes (1994) defende que a metodologia da Resolução de Problemas conduz os estudantes ao desenvolvimento da imaginação e da criatividade, exigindo capacidades que se estabelecem muito para além do cálculo e da memorização de definições e procedimentos. Estas capacidades, frequentemente nomeadas de ‘ordem superior’, surgem associadas à comunicação, ao espírito crítico, à modelação, à análise de dados, às demonstrações e a outros processos de natureza metacognitiva.

O desenvolvimento de processos de pensamento mais avançado, elaborado, deve ser propiciado por experiências em resolução de problemas e o trabalho de ensino de matemática deve acontecer num ambiente de investigação orientada em resolução de problemas.

> Em nossa visão, a compreensão de Matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar. Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande numero de ideias matemática implícitas nele, construir relações entre as varias ideias matemáticas contidas num problema. Ressalte-se que as indicações de que um estudante entende, interpreta mal ou entende ideias matemáticas específicas surgem, com frequência, quando ele resolve um problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008).

Schoenfeld (2006) ressalta que a Matemática requer, para além de ações rotineiras, que o aluno identifique e se aproprie do sentido que cada procedimento matemático tem. Para ajudar os estudantes a pensar matematicamente, o autor defende a tese de envolvê-los em um *microcosmo de cultura matemática*, entendido como o ambiente em que os estudantes se tornam membros de uma comunidade matemática que faz Matemática, tendo a resolução de problema como ponto de partida para as discussões.

Para que a resolução de problema seja a via de acesso para o pensamento matemático, Schoenfeld (2006) indica problemas estéticos traduzidos por quatro propriedades: a primeira de acessibilidade à compreensão, sem excessos de vocabulários e formalismos de cálculo, que o autor chama de *maquinarias*. Outra propriedade destacada foca problemas com múltiplas soluções. De acordo com o autor, problemas dessa natureza conduzem o aluno a se desvincular da crença de que há apenas uma maneira de resolver um problema, bem como de conscientizar-se da ideia de que a essência da resolução não está em obter uma resposta, mas as ligações que dela podem surgir. Nessa direção, as novas conexões possibilitam as múltiplas aproximações com os processos de resolução, possibilitando novas saídas e tomadas de decisão.

Como terceira propriedade, Schoenfeld (2006) considera os problemas como possibilidades de fundamentar tópicos e técnicas matemáticas, ou seja, como “terreno de treino”, para o desenvolvimento de instrumentos heurísticos dos estudantes. E a última, enfoca os problemas aberto-fechados, extensíveis e generalizáveis, que, quando bem explorados, funcionam como problemas “germes”, como intitula Schoenfeld, conduzem a mais problemas e ao domínio do fazer matemática.

Com essas características, o autor estabelece o que são atividades com sentido matemático, pois estas ajudam a percepção dos padrões e regularidades, a organização mental e, simbolicamente, o planejamento e a resolução de problemas. Desse conjunto de propriedades, Schoenfeld (2006) ressalta a importância da escolha de problemas, de forma a estabelecer uma situação propícia para o envolvimento intelectual do aluno, capaz de empurrar as fronteiras do seu próprio conhecimento.

A Resolução de Problemas, na perspectiva desse autor, é o caminho que conduz o aluno a aprender a pensar. Pensar este que, segundo Schoenfeld (2006), só é possível com atividades com sentido matemático, isto é, atividades que levem o estudante a modelar e simbolizar, comunicar, analisar, explorar, conjecturar e provar.

Para Tenreiro e Vieira (2010), a Resolução de Problemas surge como um contexto para os alunos usarem as suas capacidades de pensamento, prioritariamente de pensamento crítico (formulação de hipóteses, análise, generalização, avaliação, entre outras habilidades).

No início da atividade, o professor procura envolver os estudantes no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a atividade, verifica se eles estão a trabalhar de modo produtivo, formulando questões, representado a informação dada, ensaiando e testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais as conclusões a que os estudantes chegaram, como as justificam e se tiram implicações interessantes. O professor tem de manter um diálogo com os estudantes enquanto estes trabalham com a tarefa proposta, e no final cabe-lhe conduzir a discussão coletiva. Ao longo de todo este processo, entende-se que é necessário criar um ambiente propício à aprendizagem, estimular a comunicação entre os alunos e assumir uma variedade de papéis que favoreçam a sua aprendizagem.

Neste trabalho abordou-se a resolução de problemas na compreensão do objeto matemático Função, vinculada a aspectos como investigar, interrogar, discutir, elaborar processos complexos, encadeamento de ideias e procedimentos matemáticos.

1.6 Semiótica e Linguagem

O papel da linguagem no desenvolvimento e na aprendizagem de conceitos vem sendo objeto de estudos em Educação Matemática, servindo como um eixo condutor nas aulas de matemática para a compreensão de seus significados.

As relações estabelecidas entre os problemas matemáticos e as linguagens (linguagem natural e a linguagem matemática) auxiliam a compreensão dos significados atribuídos pelos estudantes nos processos de leitura, escrita e interpretação do texto matemático, bem como situá-lo. Dessa maneira, se entendidas tais relações, permitirá aos seus envolvidos (estudantes e professores) avançarem nas atividades propostas em aulas de matemática.

A linguagem sempre esteve presente durante toda historia da humanidade, sendo um referencial de interação entre o ser humano, no qual este organiza seu pensamento de forma a expressar compreensivelmente seu discurso oral ou escrito.

Na linguagem utiliza-se um sistema de signos, códigos e regras de comunicação para que haja sentido em sua representação.

Compreender o que um símbolo ou um conjunto de símbolos representa é de essencial importância nas relações comunicativas e no estabelecimento de uma competência oral e escrita.

Vygotsky (1998) complementa que a linguagem é o mais elaborado sistema de signos presente na cultura humana, por meio da qual podemos organizar e expressar nosso pensamento.

Para Lorensatti (2009) a linguagem matemática como expressão de linguagem simbólica atua no nível semântico e sintático, ou seja, em nível de significação e de combinações de signos utilizando símbolos, sinais e notações com significado claro e preciso associados às operações ou mesmo a relações funcionais em que regras, propriedades e estruturas podem ser operadas num mundo próprio, sendo este o ponto fundamental do desenvolvimento matemático como área de conhecimento.

> O conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de caráter formal, que difere muito das linguagens naturais. A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referência ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica – considerada como a autêntica linguagem matemática – os números, em si abstratos, serem

> substituídos por letras, que tem caráter muito mais genérico (GRANELL, 2003, p. 260).

O ensino e a aprendizagem de Matemática são mediados pela linguagem e esta linguagem possui uma simbologia própria que se relaciona de acordo com determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser compreendido por quem o utiliza.

Ao ler um símbolo matemático, é preciso entender o significado conferido a ele. A apropriação dessas ideias é de fundamental importância no processo de construção do conhecimento matemático. Buscar entender o significado de um conceito matemático no estudante envolve saber como este percebe a Matemática, o que é Matemática para ele e como este lida com a linguagem matemática ou até mesmo se este percebe a Matemática como uma linguagem.

Segundo Granell (2003) está compreendido, na linguagem matemática, um processo de "tradução" da linguagem natural para uma linguagem formalizada, específica dessa área. Os enunciados emitidos em língua natural são escritos de modo análogo em símbolos matemáticos. Essa tradução "é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis" (GRANELL, 2003, p. 261).

Ler e compreender implica decodificar, construir e atribuir significado; é um ato interativo entre o texto e o leitor e nem sempre é uma tarefa fácil, pois os símbolos e as regras da Matemática não constituem uma linguagem familiar. A interação deve ocorrer entre os conhecimentos prévios desse leitor e as informações novas contidas no texto que está sendo lido.

O resultado da compreensão é a construção de uma representação mental decorrente dessa interação. Assim, pode-se dizer que "ler e compreender um problema matemático escrito significa saber decodificá-lo linguisticamente, reconstruí-lo no seu significado matemático para poder codificá-lo novamente em linguagem matemática" (LORENSATTI, 2009, p.96).

Como ressalta Granell (2003), na linguagem natural o sentido atribuído às palavras utilizadas é amplo e por isso, esses termos não expressam o rigor necessário de uma linguagem formalizada. As palavras, em algumas situações, têm significados distintos daqueles utilizados no cotidiano. Por exemplo, utiliza-se, com frequência, nas aulas sobre frações: "*precisamos reduzir ao mesmo denominador*". Reduzir, em nosso cotidiano, tem o significado de *tornar menor*. Se não for explicado o sentido dessas palavras em contexto de uso, um estudante poderá entender *reduzir* como sendo *converter* ou *trocar*.

A leitura de textos que envolvem Matemática, seja na conceitualização específica de objetos desse componente, seja na explicação de algoritmos, ou na resolução de problemas, transcende a compreensão do léxico: demanda do leitor uma leitura interpretativa. Para interpretar, o estudante precisa de um referencial linguístico e, para decodificar os códigos matemáticos, precisa de um referencial de linguagem matemática. Para "traduzir" da língua materna para a linguagem matemática, isto é, do problema escrito em português para as sentenças matemáticas, é preciso uma coleta de informações para, após, interpretá-las, ou seja, "codificá-las ou traduzi-las para um novo código ou linguagem" (POZO, 1998).

O simbolismo da matemática como expressão do simbolismo de uma linguagem é invenção do ser humano e é adotado convencionalmente para assegurar uma capacidade maior de sintetizar certas ideias matemáticas.

Para que isso aconteça, faz-se necessária a compreensão do enunciado do problema e das informações que ele apresenta, bem como das relações conceituais que produzem significado a essas informações.

A linguagem, os símbolos e os padrões matemáticos quando bem assimilados e empregados ordenadamente em outros campos do conhecimento são ferramentas de comunicação e sistematização fundamentais que enriquecem a capacidade de transmissão, simplificando os modos de pensar.

Menezes (1999) defende que a linguagem matemática assume três principais componentes: linguagem oral, linguagem escrita e linguagem pictórica e que

> A linguagem matemática dispõe de um conjunto de símbolos próprios, codificados, e que se relacionam segundo determinadas regras, que supostamente são comuns a certa comunidade que as utiliza para comunicar, exercendo papel fundamental nos avanços científicos, funcionando como uma espécie de metaciência, na medida em que perpassa e estrutura outras ciências (MENEZES, 1999).

À luz da concepção de Vygotsky pode-se compreender que a linguagem ao tornar-se racional, propicia o surgimento das duas funções básicas da linguagem: a principal de intercâmbio social, isto é, o sistema de linguagem é criado para que ocorra comunicação entre os semelhantes e, a segunda de pensamento generalizado, ou seja, é a linguagem que ordena e indica o real – é por meio desta função que a linguagem torna-se um instrumento do pensamento.

Vygotsky sustenta que durante a evolução dos seres humanos, surgem duas importantes raízes do desenvolvimento: o uso de instrumentos e a fala humana. E o pensamento e a linguagem ao se unirem propiciam o desenvolvimento do pensamento verbal, mais elaborado e superior, e da linguagem racional. O funcionamento psicológico torna-se mais sofisticado e complexo, possibilitando ao homem abstrair e não apenas pautar-se no concreto, como também utilizar elementos mediadores, instrumentos e signos, para intermediar as relações com o outro e com o meio em que vive.

> [...] a linguagem humana, sistema simbólico fundamental na medição entre sujeito e objeto de conhecimento, tem, para Vygotsky, duas funções básicas: a de intercâmbio social e a de pensamento generalizante. Isto é, além de servir ao propósito de comunicação entre indivíduos, a linguagem simplifica e generaliza a experiência, ordenando as instâncias do mundo real em categorias conceituais cujo significado é compartilhado pelos usuários dessa linguagem. Ao utilizar a linguagem para nomear determinado objeto estamos, na verdade, classificando esse objeto numa categoria, numa classe de objetos que têm em comum certos atributos. A utilização da linguagem favorece, assim, processos de abstração e generalização (OLIVEIRA, 1992, p. 27).

Oliveira (1992), ao citar Vygotsky, afirma que as palavras, enquanto signos mediadores das relações do indivíduo com o mundo são generalizações. Cada palavra refere-se a uma classe de objetos, constitui-se em um signo e em uma forma de representação da categoria de objetos e de conceitos.

> [...] A linguagem, portanto, é condição necessária, mas não suficiente para a construção de operações lógicas. Ela é necessária, pois sem o sistema de expressão simbólica que constitui a linguagem, as operações permaneceriam no estado de ações sucessivas, sem jamais se integrar em sistemas simultâneos ou que contivessem, ao mesmo tempo, um conjunto de transformações solidárias. Por outro lado, sem a linguagem as operações permaneceriam individuais e ignorariam, em consequência, esta regularização que resulta da troca individual e da cooperação (PIAGET, 1967, p. 92).

Com o aparecimento da função semiótica e, por conseguinte, dos instrumentos de representação, o sujeito que age passa a ser um sujeito que conhece suas ações. Para Piaget os instrumentos de representação (jogo simbólico, imitação diferida, linguagem) permitem a interiorização dos esquemas de ação de uma forma parcial e progressiva; trata-se de um longo processo de conceitualização com transformações dos esquemas de ação e sua reconstrução num nível superior.

A linguagem é uma condição necessária, mas não suficiente para a construção das operações lógicas. Os mecanismos de passagem de um estado de desenvolvimento a outro são os processos de abstração que se realizam sobre os objetos e, sobretudo, as abstrações via pensamento que se aplicam às ações e a suas coordenações.

No capítulo seguinte será abordada a relação percebida entre a Matemática e a Contabilidade.

CAPITULO 2

2 A CONTABILIDADE

Este trabalho constitui-se de uma pesquisa científica acadêmica que busca investigar, especificamente, como os registros de representação semióticas podem contribuir para a formação de um acadêmico de Ciências Contábeis. Assim sendo, e essencial que tais conhecimentos sejam analisados, a começar pela Contabilidade.

A Contabilidade é a ciência que estuda, interpreta e registra os fenômenos que afetam o patrimônio de uma empresa. Ela alcança sua finalidade por meio do registro e análise de todos os fatos pautados na formação, movimentação e variações do patrimônio administrativo, vinculado à empresa, com o intuito de garantir seu controle e fornecer a seus administradores as informações indispensáveis à ação administrativa, bem como a seus titulares (proprietários do patrimônio) e demais pessoas a ele relacionadas, as informações sobre o estado patrimonial e o resultado das atividades desenvolvidas pela empresa para alcançar os seus objetivos.

Segundo Barros (2005, p.17) a “contabilidade é uma ciência social que estuda e pratica as funções de controle e de registro relativas aos atos da Administração e da Economia. É desse modo, a ciência que trata do controle do patrimônio das entidades”.

Para compreender melhor o conceito de contabilidade, faz-se necessário conhecer o que é patrimônio[9]. O patrimônio compreende o conjunto de bens, direitos e obrigações vinculado a uma pessoa ou entidade. É o objeto de estudo da Contabilidade, abrangendo tudo o que a pessoa tem (bens e direitos) e tudo o que a pessoa deve (obrigações). Do ponto de vista contábil, são considerados apenas os bens, direitos e obrigações que podem ser avaliados em moeda.

Além do controle do patrimônio das empresas, a contabilidade tem como principal finalidade fornecer subsídios de ordem econômica e financeira para promover a tomada de decisões por parte dos seus usuários: investidores, fornecedores, bancos, governo, sindicatos, funcionários (RIBEIRO, 2005). A Contabilidade é a ferramenta que auxilia a administração a tomar decisões. Ela

[9] Foi Vincenzo Masi, contabilista italiano, quem pela primeira vez, em 1923, definiu patrimônio como objeto da Contabilidade (SANTOS; SCHMIDT, 2006).

coleta os dados econômicos, mensurando-os monetariamente, registrando-os e sumarizando-os em forma de relatórios ou comunicados, que contribuem sobremaneira para a tomada de decisões.

2.1 Aspectos Históricos da Contabilidade

A história da Contabilidade é tão antiga quanto à própria história da civilização. Está ligada às primeiras manifestações humanas, da necessidade social de proteção à posse e de perpetuação e interpretação dos fatos ocorridos com o objeto material de que o homem sempre dispôs para alcançar os fins propostos.

> [...] Assim como o homem progrediu, a Contabilidade, como uma ferramenta indispensável para o progresso da humanidade, perseguiu esse progresso. O epítome do enredo evolutivo da Contabilidade leva ao desfecho de que, assim como qualquer ramo do conhecimento intimamente relacionado com o contexto social, a História do Pensamento Contábil (HPC) é produto do meio social em que o usuário está inserido, tanto em termos de espaço como em termos de tempo (SCHMIDT, 2000, p.12).

A Contabilidade surgiu nos primórdios da civilização, na época em que os homens primitivos representavam seus patrimônios (rebanhos, metais e outros bens) por meio de desenhos e gravações. Em alguns registros gravavam a cara do animal cuja existência se queria controlar e o número correspondente às cabeças existentes.

Durante muito tempo foi considerada como a arte da escrituração contábil que utilizava técnicas específicas que foram se aperfeiçoando e especializando. Deixando a caça, o homem voltou-se à organização da agricultura e do pastoreio.

A organização econômica acerca do direito do uso do solo acarretou em separar atividade, rompendo a vida comunitária, surgindo divisões e o senso de propriedade. Assim, cada pessoa criava sua riqueza individual. Ao morrer, o legado deixado por esta pessoa não era dissolvido, mas passado como herança aos filhos ou parentes. A herança recebida dos pais (pater, patris), denominou-se patrimônio.

> A Contabilidade nasceu com a civilização e jamais deixará de existir em decorrência dela; talvez, por isso, seus progressos quase sempre tenham coincidido com aqueles que caracterizam os da própria evolução do ser humano (SÁ, 1997, p.16).

O termo passou a ser utilizado para quaisquer valores, mesmo que estes não tivessem sido herdados. A origem da Contabilidade está ligada a necessidade de registros do comércio. Há indícios de que as primeiras cidades comerciais eram dos fenícios. A prática do comércio não era exclusiva destes, sendo exercida nas principais cidades da Antiguidade. Os sumérios e babilônicos, assim como os assírios, faziam os seus registros em peças de argila, retangulares ou ovais, ficando famosas as pequenas tábuas de Uruk (SÁ, 1997).

Na cidade de Ur, na Caldeia, encontram-se, em escavações, importantes documentos contábeis: tabela de escrita cuneiforme, onde estão registradas contas de custos diretos referentes a mão de obra e materiais. Isto significa que, há 5.000 anos antes de Cristo, o homem já considerava fundamental apurar os seus custos (ZANLUCA, 2009).

Tudo indica que foram os egípcios os primeiros povos a utilizar o valor monetário em seus registros utilizando como base, uma moeda, cunhada em ouro e prata, denominada "*shat*". Os gregos aperfeiçoaram o modelo egípcio, estendendo a escrituração contábil às várias atividades, como administração pública, privada e bancária (SÁ, 1997).

A atividade de troca e venda dos comerciantes semíticos requeria o acompanhamento das variações de seus bens quando cada transação era efetuada. As trocas de bens e serviços eram seguidas de simples registros ou relatórios sobre o fato. Mas as cobranças de impostos, na Babilônia já se faziam com escritas, embora rudimentares.

À medida que o homem começava a possuir maior quantidade de valores, preocupava-lhe saber quanto poderiam render e qual a melhor forma de aumentar as suas posses; pois tais informações não eram de fácil memorização quando já em maior volume necessitando de registros.

Segundo Iudícibus (2001) no período medieval já se utilizavam, de forma rudimentar, o débito e o crédito, oriundos das relações entre direitos e obrigações, e referindo-se inicialmente a pessoas. O comércio exterior incrementou-se por intermédio dos venezianos, surgindo, como consequência das necessidades da época, o livro-caixa, que recebia registros de recebimentos e pagamentos em dinheiro.

No início do século XIV, já se encontravam registros apontados de custos comerciais e industriais, nas suas diversas fases: custo de aquisição; custo de transporte e dos tributos; juros sobre o capital, referente ao período transcorrido entre a aquisição, o transporte e o beneficiamento; mão de obra direta agregada; armazenamento; tingimento, etc., o que representava uma apropriação bastante analítica para época (SÁ, 1997).

O aperfeiçoamento e o crescimento da Contabilidade foram a consequência natural das necessidades geradas pelo capitalismo, nos séculos XII e XIII. O período moderno foi a fase da pré-ciência. Os empréstimos, as empresas comerciais, e os investimentos em dinheiro determinaram o desenvolvimento de escritas especiais que refletissem os interesses dos credores e investidores e, ao mesmo tempo, fossem úteis aos comerciantes, em suas relações com os consumidores e os empregados.

O aparecimento da obra de Frei Luca Pacioli (1445-1517), contemporâneo de Leonardo da Vinci (1542-1519), que viveu na Toscana, no século XV, marca o início da fase moderna da Contabilidade.

Embora o século XVII tivesse sido o berço da era científica e Pascal já tivesse inventado a calculadora, a ciência da Contabilidade ainda se confundia com a ciência da Administração, e o patrimônio se definia como um direito, segundo postulados jurídicos. Nessa época, na Itália, a Contabilidade já chegara à universidade sendo lecionada a aula de comércio da corte, em 1809(SÁ, 1997).

Apresenta-se uma síntese da Contabilidade na história buscando evidenciar alguns fatos históricos relevantes na evolução desta ciência.

Figura 3 – Síntese histórica da Contabilidade

Mundo Antigo	•Período que se inicia com as primeiras civilizações e vai ate´1202 da Era Cristã com a Edição do Liber Abaci (livro de Cálculo de Leonardo Fibonacci)
Mundo Medieval	•Período que vai de 1202 da Era Cristã até 1494 quando são publicadas as Partidas Dobradas de Luca Paccioli, enfatizando a teoria contábil do débito e do crédito.
Mundo Moderno	•Período que vai de 1494 até 1840 com a publicação da obra " A Contabilidade Aplicada à Administração Privada e Pública" de Francesco Villa.
Mundo Científico	•Período que se inicia em 1840 até os dias atuais.

Fonte: Sistematização do site ttp://www.portaldecontabilidade.com.br/tematicas/historia.htm

2.2 A Contabilidade no Brasil

O desenvolvimento da Contabilidade sempre esteve associado à evolução da humanidade. Esta associação é ressaltada e abordada por estudiosos, sob distintas perspectivas.

> Em termos de entendimento da evolução histórica da disciplina, é importante reconhecer que raramente o "estado da arte" se adianta muito em relação ao grau de desenvolvimento econômico, institucional, e social das sociedades analisadas, em cada época. O grau de desenvolvimento das teorias contábeis e de suas práticas está diretamente associado, na maioria das vezes, ao grau de desenvolvimento comercial, social e institucional das sociedades, cidades ou nações (IUDÍCIBUS, 2001, p.31).

As provas do desenvolvimento da Contabilidade associado à evolução da sociedade são as primeiras preocupações com o ensino comercial, o surgimento e a atuação dos pensadores contábeis, os esforços e a necessidade de padronização (cuja consequência natural é formulação de regras e a padronização das demonstrações contábeis), a criação dos órgãos de classe e os eventos realizados por estes organismos. Estes movimentos ocorreram também no Brasil nos séculos XVI, XVII e XVIII, e com maior intensidade a partir do século XIX, principalmente pela vinda da Família Real e como consequência de diversos acontecimentos históricos ocorridos no País, em seus estágios políticos de Reino Unido, Império e República (SÁ, 1997).

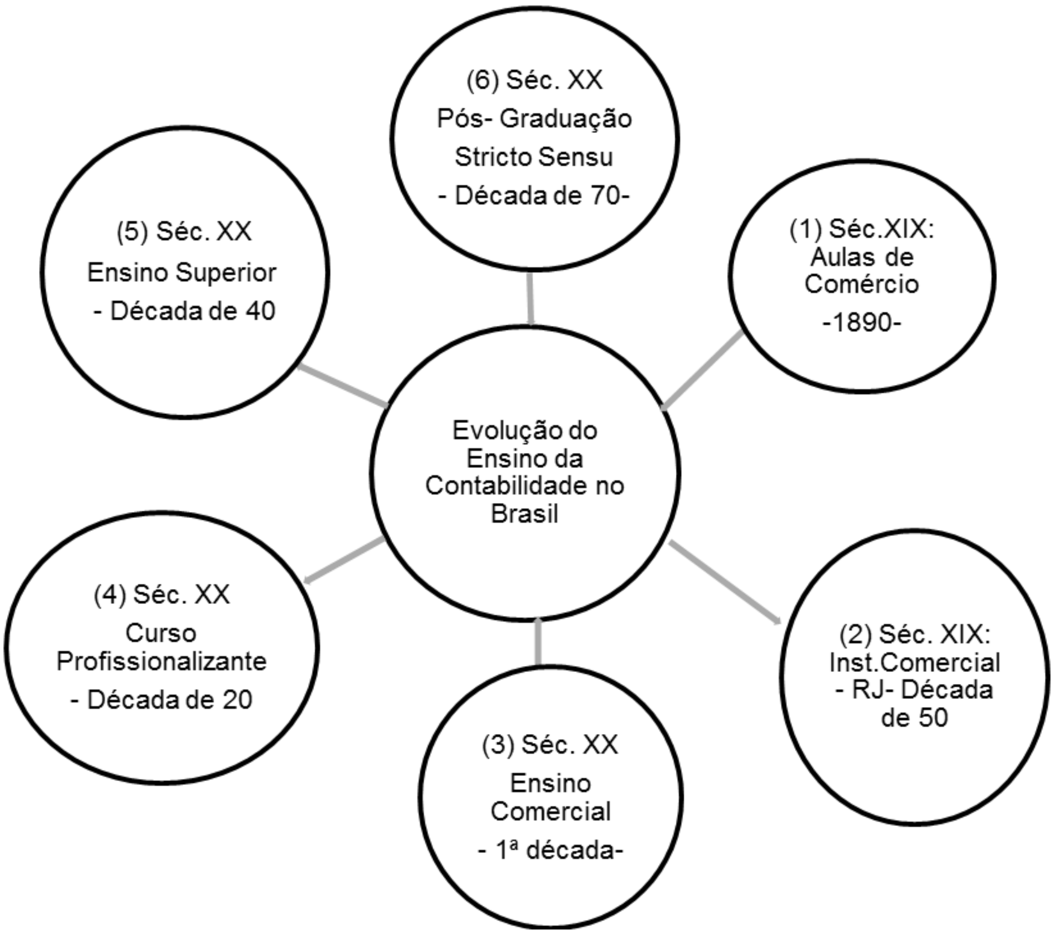
A partir da mudança econômica, política e social desencadeada com a vinda da Família Real para o Brasil, e a consequente evolução da Colônia, que depois se tornou Reino Unido, Império e finalmente República, à Contabilidade foram apresentados vários desafios, superados de acordo com os fatos relatados.

As primeiras regulamentações criaram as necessidades iniciais para o ensino comercial, e a demanda por profissionais melhor qualificados foi o ponto de partida para as primeiras ações rumo à organização da profissão e criação dos órgãos de classe. Observou-se que, à medida que o desenvolvimento se intensificou com os passar dos anos e, principalmente, a partir do século XX, novas situações se apresentaram, exigindo respostas mais rápidas e consistentes da Contabilidade e de seus profissionais.

Este processo permanece nos dias atuais, em função da velocidade e do impacto que as mudanças atualmente causam. O desafio de adaptação à realidade é permanente e cada vez maior, e o sucesso da Contabilidade e de seus profissionais em grande parte está ligado à capacidade de percepção e de oferecimento de respostas aos desafios que lhes forem apresentados.

Segundo Sá (1997) este dinamismo marcou o desenvolvimento da sociedade, e por consequência da Contabilidade e de seus profissionais. A evolução estudada começou no século XIX, com a instituição formal das Aulas de Comércio e do Instituto Comercial do Rio de Janeiro. No século XX, abrangeu o ensino comercial, os cursos profissionalizantes, a criação do ensino superior e a pós-graduação s*tricto sensu* em Contabilidade. As sementes para o ensino comercial e de Contabilidade no Brasil foram lançadas no século XIX, com a vinda da Família Real Portuguesa, em 1808. Até então, a atividade comercial brasileira resumia-se à venda dos bens produzidos para o mercado internacional.

Figura 4 – Evolução do ensino da Contabilidade no Brasil



Fonte: PELEIAS *et al*. Evolução do Ensino da Contabilidade no Brasil: uma análise histórica, 2007

Internamente, o comércio era composto, em sua maioria, de mercadorias importadas ou destinadas à exportação e, outra parte, ao abastecimento dos grandes centros urbanos. Ao tornar-se sede do Império Português, a colônia sofre alterações na sua situação econômica, política e social da colônia, dentre as quais preocupação do governo com os negócios públicos e privados.

Para Schmidt (2000, p. 205) os estudos do comércio tiveram seus passos iniciais na obra de Visconde de Cairu (José Antonio Lisboa) publicada em 1804, intitulada Princípios de Economia Política. Em 1809, ele tornou-se o primeiro a apresentar um sistema de direito comercial e a realizar os primeiros estudos de economia política no Brasil.

Uma preocupação para o Governo Imperial era a lisura usada na escolha e nomeação dos "lentes", assim chamados os docentes da Aula de Comércio cujo período letivo original era de dois anos, com exames finais abordando disciplinas como Direito Comercial, Prática das Principais Operações e Atos Comerciais, e a Arte da Arrumação de Livros. No capítulo dos objetos do ensino, o regulamento definia para o segundo ano, a oferta das disciplinas História Geral do Comércio e Arrumação e Prática de Livros. Os livros deveriam ser escriturados pelos alunos e apresentados quando solicitados (SCHMIDT, 2000).

Os critérios para cursar as Aulas de Comércio eram: ter mais que quatorze anos, obter aprovação no exame da Gramática da Língua Nacional, Aritmética e Língua Inglesa ou Francesa. Os bacharéis em Letras do Colégio Pedro II e os aprovados no primeiro ano da Escola Militar estavam dispensados do exame admissional. As disciplinas eram ministradas por um único professor (lente) a cada ano, admitida a possibilidade de haver um substituto (SCHMIDT, 2000).

A década de 50 do século XIX foi palco de outros eventos importantes para o ensino comercial e contábil brasileiro. Ocorreu a reforma da Aula de Comércio da capital imperial, que estabeleceu novo estatuto à Aula de Comércio da Corte, formando um curso de estudos denominado Instituto Comercial do Rio de Janeiro, porém mantendo-se a duração do curso em dois anos. Grandes mudanças ocorreram na grade curricular: o conteúdo foi distribuído em quatro cadeiras, sendo a primeira de Contabilidade e Escrituração Mercantil (SÁ, 1995).

Saes e Cytrynowicz (2001, p.41) mencionam que o Governo Imperial identificou a necessidade de maior atenção à gestão dos negócios, que reorganizou o ensino comercial e definiu novos estatutos para o Instituto Comercial do Rio de

Janeiro. A duração do curso passou de dois para quatro anos, permitindo-se a admissão de maiores de treze anos de idade, aprovados em exame de Gramática Nacional e Caligrafia. As disciplinas do curso foram distribuídas nos quatro anos e a disciplina Escrituração Mercantil passou a ser oferecida no 3º e 4º anos.

A partir da Proclamação da República, o Instituto Comercial do Rio de Janeiro foi substituído pela Academia de Comércio do Rio de Janeiro, declarada de utilidade pública e seus diplomas oficialmente reconhecidos.

Os títulos dos diplomas concedidos abrangiam dois níveis, já que a academia possuía dois cursos: um de formação geral e prática, que habilitava para as funções de guarda-livros, perito judicial e empregos da área da Fazenda; outro de nível superior, cujo ingresso considerava o curso geral como preparatório, habilitava os candidatos para os cargos de agentes-consultores, funcionários dos Ministérios das Relações Exteriores, atuários das seguradoras, chefes de contabilidade de bancos e de grandes empresas comerciais (SCHMIDT, 2000).

Em 1926 foram instituídos os cursos profissionalizantes ou de Ensino Técnico Comercial um com formação geral de quatro anos e outro, superior, de três anos. O curso geral conferia o diploma de Contador e o superior o título de graduado em Ciências Econômicas. Para ingresso no curso geral, a idade mínima era de treze anos e, no curso superior, dezessete anos. Esse Decreto estabeleceu as disciplinas oferecidas para ambos os cursos, especificadas para cada ano de sua duração.

Segundo Schmidt (2000) em 1945 surgiu o curso superior de Ciências Contábeis e Atuariais, com duração de quatro anos, concedendo o título de Bacharel em Ciências Contábeis aos seus concluintes. Em sua primeira edição, a grade curricular do curso tinha como disciplinas específicas: Contabilidade Geral, Organização e Contabilidade Industrial e Agrícola, Organização e Contabilidade Bancária, Organização e Contabilidade de Seguros, Contabilidade Pública e Revisões e Perícia Contábil.

Na implantação do ensino superior de Contabilidade, o governo do Estado de São Paulo instituiu a Faculdade de Ciências Econômicas e Administrativas – FCEA, instalada como dependência da Universidade de São Paulo, no mesmo ano. A criação da FCEA, posteriormente denominada Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – FEA lançou as bases do primeiro núcleo de pesquisa Contábil no Brasil, com relevantes contribuições para a área.

A Lei nº 1401, de 31.07.1951, desdobrou o curso de Ciências Contábeis e Atuariais nos cursos de Ciências Contábeis e de Ciências Atuariais, e instituiu diplomas distintos para ambos os cursos. Essa lei permitiu que os cursos fossem concluídos em três anos, desde que as condições de oferta e os horários assim o permitissem. Esse normativo excluiu a disciplina de Organização e Contabilidade de Seguros do curso de Ciências Contábeis mantendo as demais disciplinas.

A implantação dos primeiros programas *Stricto Sensu* em Contabilidade no Brasil ocorreu nos anos 1970 cujo programa pioneiro foi o Programa de Mestrado da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo. Na mesma década foi criado o Programa de Mestrado em Ciências Contábeis da Fundação Getúlio Vargas, no Rio de Janeiro, que em 1991 foi reestruturado e transferido para a Universidade Estadual do Rio de Janeiro. Em 1978 foi implantado o Programa de Doutorado em Ciências Contábeis na FEA/USP, pioneiro e único com alunos em nosso País, que influencia de maneira decisiva a pesquisa contábil brasileira, pois a maioria absoluta dos doutores em Ciências Contábeis brasileiros é egressa desse Programa. Ainda, em 1978, foi implantado o Programa de Estudos Pós-Graduados em Ciências Contábeis da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, fortemente apoiado por professores da FEA/USP. Ao longo da década de 1980, não foram implantados novos programas *stricto sensu* em Contabilidade, o que voltaria a ocorrer na década de 1990 e início do século XXI (SCHMIDT, 2000).

O curso de graduação em Ciências Contábeis deve contemplar um perfil profissional que revele a responsabilidade social de seus egressos e sua atuação técnica e instrumental, articulada com outros ramos do saber e, portanto, com outros profissionais, evidenciando o domínio de habilidades e competências inter e multidisciplinares (CNE/CES de 16/12/06).

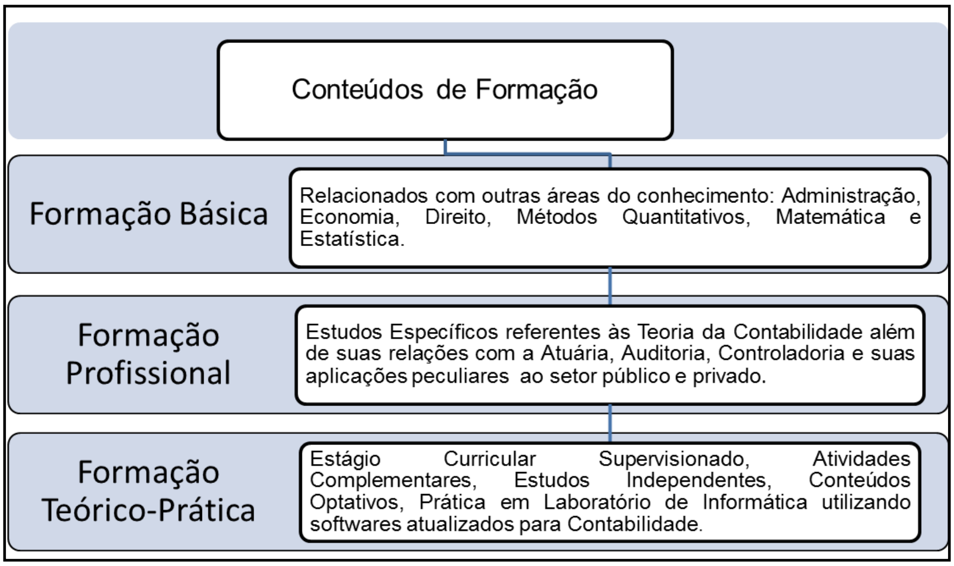
Uma das competências e habilidades dos bacharéis em Ciências Contábeis é demonstrar uma visão sistêmica e interdisciplinar da atividade contábil (RESOLUÇÃO CNE/CES 10/04). Os problemas propostos ao *corpus* dessa pesquisa buscam a interdisciplinaridade entre a Matemática, utilizando uma linguagem pertinente à Matemática e também à Contabilidade tais como: custo fixo, lucro, custo mínimo, etc.

A Resolução 10/04 traçou as diretrizes para os cursos universitários, sugerindo perfis para os egressos dos cursos de Ciências Contábeis:

a) ser proficiente:
   - No uso da linguagem contábil, sob a abordagem da teoria da comunicação (semiótica);
   - Na visão sistêmica, holística e interdisciplinar da atividade contábil;
   - No uso de raciocínio lógico e crítico-analítico para a solução de problemas;
   - Na elaboração de relatórios que contribuam para o desempenho eficiente e eficaz de seus usuários;
   - Na articulação, motivação e liderança de equipes multidisciplinares para a captação de dados, geração e disseminação de informações contábeis (RESOLUÇÃO CNE/CES 10, 16 DE DEZEMBRO DE 2004).

Quanto aos conteúdos de formação contábil apresenta-se a seguinte hierarquia:

Figura 5 – Conteúdos de formação contábil



Fonte: o próprio autor

A Contabilidade está ligada aos cálculos matemáticos, na determinação de valores de impostos, no balanço comercial de empresas, na elaboração dos cálculos trabalhistas, cálculo de folhas de pagamento, fechamento de balancetes, prestação de contas, imposto de renda pessoa física e jurídica entre outras situações, podemos utilizar algumas noções de contabilidade nas aulas de Matemática, principalmente nas situações envolvendo porcentagem como, por exemplo, a elaboração de um holerite (contracheque), demonstrando o detalhamento do salário do funcionário, os acréscimos (gratificação, horas extras e etc.) e as deduções (INSS, imposto de renda, adiantamento salarial).

A seguir apresentam-se algumas disciplinas componentes da grade de Ciências Contábeis e os conteúdos de Matemática que auxiliam tais disciplinas a se consolidarem no currículo de Ciências Contábeis:

Quadro 1 – Disciplinas de Ciências Contábeis x Conteúdos de Matemática

Disciplina	Conteúdos de Matemática
Contabilidade Introdutória	Quatro operações.
Contabilidade Comercial	As quatro operações/ Porcentagem/ Juro Simples e Composto.
Contabilidade de Custos	Quatro operações/ Regra de Três Simples/ Regressão Linear.
Contabilidade Industrial	Quatro operações, Regra de Três Simples/ Medidas de Posição Central.
Contabilidade Pública	Regressão Linear.
Contabilidade Gerencial	Função do 1º e 2º Graus/ Juro Simples e Composto.
Contabilidade Atuarial	Métodos de Análise Estatística.
Contabilidade da Construção Civil	Quatro operações, Regra de Três Simples/ Regressão Linear.
Contabilidade Internacional	Quatro operações.
Contabilidade de Agronegócios	Quatro operações, Porcentagem, Juro Simples e Composto/ Regressão Linear.
Contabilidade Hospitalar	Quatro operações, Porcentagem/ Juro Simples e Composto/ Regressão Linear.
Contabilidade Tributária	Quatro Operações/ Regressão Linear.

Fonte: Adaptado do Projeto Político Pedagógico do Curso de Ciências Contábeis da FATEB.

Com relação ao mercado de trabalho, Pinheiro (2008, p. 24) menciona que, "devido à complexidade de normas e regulamentação, tornou-se importante ter uma especialização na carreira". Iudícibus e Marion (20 02, p. 44), referindo-se à "contabilidade como profissão", expõem algumas das alternativas de especialização e o campo de atuação para o profissional contábil, depois de graduado.

Quadro 2 – Visão geral da profissão contábil

Campo de Atuação	**Especialização**
Empresas	*Planejador Tributário* *Analista Financeiro* *Contador Geral* *Cargos Administrativos* *Contador de Custo* *Contador Gerencial* *Atuário*
Autônomo	*Auditor* *Consultor* *Empresário Contábil* *Perito Contábil* *Investigador*
Ensino	*Professor* *Pesquisador*
Órgão Público	*Contador Público* *Agente Fiscal de Rendas* *Tribunal de Contas* *Oficial Contador* *Diversos Cargos Públicos*

Fonte: Adaptado de Iudícibus e Marion (2002, p.47)

2.3 O Curso de Contabilidade da Faculdade de Telêmaco Borba

O curso de Contabilidade da Faculdade de Telêmaco Borba é estruturado com ênfase em Controladoria, no qual todas as disciplinas estão voltadas para um objetivo único, que é a formação de um contador, em especial o *controller*[10], com as características desejadas pelo mercado de trabalho. Além da maior indústria de papel e celulose da América Latina, a Klabin S/A, o município de Telêmaco Borba conta com um parque industrial constituído por mais de 80 empresas colocando a cidade como centro de referência nacional desse setor. As empresas do município dispõem de madeira certificada dentro dos princípios e critérios do FSC – *Forest Stewardship Council* – que atestam que a madeira é oriunda de florestas bem manejadas. A grande parte da produção é exportada para os Estados Unidos, Canadá, países da Europa e também da Ásia.

[10] Profissional da Controladoria ou Contabilidade de gestão, que tem como função coordenar o processo de gestão, nos aspectos econômico, financeiro e patrimonial.

Com duração de quatro anos seriado e regime semestral, este curso tem como propósitos:

> – Formar profissionais competentes, técnica e cientificamente, com formação humanística e visão global, de mercado, negócios e de comércio globalizado, capaz de desempenhar com eficiência e eficácia a profissão abraçada e exercê-la plenamente, sem discriminação de qualquer espécie; [...]
> – Engajar-se nas tecnologias mais avançadas de ensino da contabilidade, visando proporcionar aos acadêmicos uma maior e melhor aceleração de aprendizagem. Ensejar aos alunos oportunidade de conhecer e manipular recursos e instrumentos de informática e comunicação, presentes nos segmentos profissionais mais modernizados, com a finalidade de que apreendam o que convém sobre este instrumental, para utilização no exercício de sua futura profissão, o que neste curso é o aprimoramento e contínuo conhecimento das habilidades da Contabilidade para gerir dados para tomada de decisões de gestão, exigido pelo mundo globalizado;
> – Adotar metodologias variadas de ensino, capazes de proporcionar melhor aproveitamento pelos alunos, além de valorizar o conhecimento inerente ao profissional competente e com capacidade de compreensão da importância do contínuo aperfeiçoamento, do espírito crítico, da pró–atividade e da autoconfiança; que deve permear o conhecimento nas mais variadas áreas de estudo da Ciência da Contabilidade (FATEB, 2006, p.05).

Tendo esses princípios como premissas, apresenta-se como missão da referida instituição ofertar um curso que forme profissionais com conhecimento prático e teórico em contabilidade, dando-lhe condições para o exercício da profissão de contador, na função de *controller*.

Com vistas nesses objetivos entende-se que o egresso desse curso deve possuir uma formação pluralizada em termos de conhecimentos, podendo dedicar-se aos registros contábeis, à controladoria, às análises financeiras ou de custos com reflexos em uma contabilidade gerencial, como também, em casos específicos de exercício da profissão em instituições financeiras, públicas, de terceiro setor ou onde quer que se necessite de um profissional preparado.

Além disso, no desenvolvimento da especialização dentro da própria graduação, deverá dominar com considerável habilidade, as tarefas desejáveis de controladoria, nos setores público e privado.

A exigência do presente e as expectativas do futuro indicam o profissional que se deve formar. Sua preparação deverá ser diversificada, sistêmica e intensiva, com habilidades na resolução pronta de problemas, educação permanente, capacidade de adaptação às mudanças do ambiente, perfil crítico e criativo, vocação para trabalho em equipe, comprometimento ético, capacidade organizacional e postura multidisciplinar.

Por isso, o profissional que se forma deverá ter senso crítico e ético na análise dos problemas que terá de enfrentar nas atividades que vier a desenvolver, considerando-os como um todo, nos aspectos técnicos, humanos, sociais, éticos e políticos.

O profissional contador que se pretende, deverá estar suficientemente preparado e capacitado para discernir o grau de importância do setor onde trabalha nas economias nacional e internacional bem como suas inter-relações com os diversos setores da sociedade, em sua visão globalizada e altamente competitiva.

Com regime semestral o curso de Ciências Contábeis oferta a disciplina de Matemática Básica no 1º semestre letivo. Esta disciplina tem como objetivos:

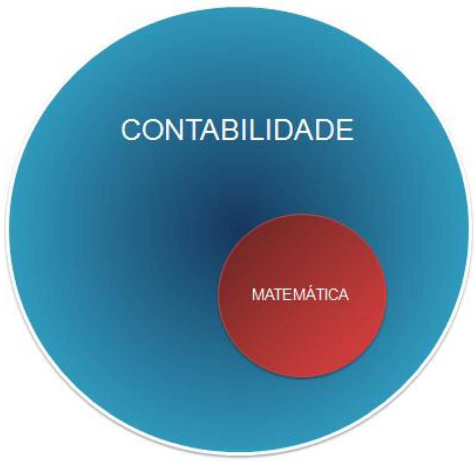
> – Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam desenvolver estudos posteriores.
> – Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-o na interpretação das ciências, na atividade tecnológica e nas atividades do cotidiano.
> – Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade.
> – Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação (FATEB, 2006, p.08).

2.4 Matemática e Contabilidade

Atualmente, o objetivo dos cursos de graduação em Ciências Contábeis fundamenta-se em fornecer ao acadêmico, conhecimentos teóricos que possam ser aplicados nas suas atividades profissionais. Para isso é necessário que as disciplinas que compõem a grade curricular do curso sejam complementares e possuam aplicação prática. Dentre as várias disciplinas oferecidas no curso de graduação em Ciências Contábeis, existem duas áreas necessárias e imprescindíveis a todo profissional, seja para atuação em negócios de terceiros, empresas ou para administrar as finanças pessoais: a Matemática e a Contabilidade.

Schoenfeld (2006) ressalta que a matemática requer, para além de ações rotineiras, que o estudante identifique e se aproprie do sentido que cada procedimento matemático tem. Para ajudar os estudantes a pensar matematicamente, o autor defende a tese de envolvê-los em um microcosmo de cultura matemática, entendido como o ambiente em que os estudantes “fazem” matemática, tendo a resolução de problema como ponto de partida para as discussões e a via de acesso para o pensamento matemático.

Figura 6 – Matemática como instrumento da Contabilidade



Fonte: o próprio autor

Considera-se que a Matemática é um microcosmo na Contabilidade, servindo como um instrumento para que esta ciência possa desenvolver-se.

A Contabilidade e a Matemática são duas ciências que utilizam dados quantitativos expressos por números e que evoluíram desde a Antiguidade. Sempre caminharam juntas, paralelamente ao desenvolvimento econômico e social. Esse desenvolvimento influenciou diretamente todas as atividades relacionadas à cultura, ciência e educação.

O aparecimento dos números e da moeda foram premissas para a evolução e o desenvolvimento dessas ciências. A Matemática se desenvolveu a partir das necessidades intrínsecas do ser humano como seus primeiros esforços na sistematização dos conceitos de grandeza, forma e número (BOYER, 1996). A evolução das civilizações e o desenvolvimento das atividades comerciais estimularam a permanência do conceito de número e do processo de contagem.

> A aquisição da faculdade de contar e a descoberta fundamental do princípio da base representaram um papel considerável na história das civilizações. Elas favoreceram um grande número de criações, de invenções, e até mesmo de revoluções nos mais diversos campos – como, por exemplo, na economia e nas trocas comerciais (IFRAH, 2006, p.71).

A Matemática é uma ciência presente em nosso cotidiano que contribui com a humanidade para compreender, organizar e desenvolver melhor o mundo e suas relações sociais e econômicas, constituindo-se numa das áreas do conhecimento em que a Contabilidade se ampara para fundamentar o seu caráter científico.

> Contabilidade é uma ciência matemático-social, cujo campo de aplicação é o patrimônio; tem como meios os dados quantitativos e qualitativos de gestão; os seus instrumentos são o cálculo e os registros; as suas funções são de observação, análise, coordenação, síntese e exposição; os seus fins são: controlar, informar e orientar a administração patrimonial (D'AURIA, 1969, p.08).

Sendo a Matemática e a Contabilidade, duas ciências que caminham lado a lado, considera-se pertinente fazer alusão à interdisciplinaridade.

A interdisciplinaridade corresponde a uma nova consciência da realidade, a um novo modo de pensar, que resulta em um ato de reciprocidade e integração entre áreas diferentes do conhecimento, visando tanto à produção de novos conhecimentos, como à resolução de problemas, de modo global e abrangente.

A interdisciplinaridade no Curso de Ciências Contábeis é importante para que o futuro contador seja um profissional dotado de visão sistêmica da realidade e possa se formar um ser pensante e crítico, capaz de relacionar a prática contábil com outros ramos do conhecimento.

Tal conhecimento se realiza num contexto dinâmico e não em uma perspectiva fragmentada, porém o Ensino Superior na sua prática pedagógica permanece com amarras em teorias de aprendizagem não acompanhando muita das vezes, os avanços científicos e tecnológicos presentes hoje e que se desenvolvem com rápida velocidade.

Paiva (2009, p. 93) ressalta que "a interdisciplinaridade dentro do próprio curso de Ciências Contábeis é praticamente inexistente". A razão é que os conteúdos/disciplinas são lecionados de forma desarticulada. Ademais, afirma que o acadêmico não consegue formar uma compreensão global e indivisível da Contabilidade como Ciência, por receber uma visão fragmentada de várias Contabilidades: gerencial, comercial, industrial, pública, bancária, sem integração entre as disciplinas.

A importância da interdisciplinaridade para o curso de Ciências Contábeis encontra respaldo na necessidade de colocação do futuro Contador no mercado de trabalho, cuja dinâmica, na atualidade, requer das organizações um controle interno gerencial cada vez mais acurado, bem como um controle externo que satisfaça as exigências fiscais e legais.

O contador que teve sua formação de maneira interdisciplinar pode apresentar maiores condições para atuar nas mudanças que ocorrem nos ambientes internos e externos das organizações, fornecendo de forma confiável, ágil e temporal, relatórios gerenciais a todos os níveis organizacionais para a tomada de decisão, de modo a minimizar os riscos e aperfeiçoar as oportunidades. Esses profissionais poderão relacionar a teoria adquirida na universidade com a realidade, devendo nela intervir em um processo de mudança social, com foco na cidadania e em uma educação fortalecida pela complementaridade entre as disciplinas estudadas.

Assumindo essa postura buscou-se no objeto matemático Função algumas das aplicações da Matemática à Contabilidade por meio de problemas adaptados de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, os quais apresentam em seus enunciados termos que apresentam termos comuns à linguagem matemática e a linguagem contábil buscando minimizar a visão fragmentada na produção e socialização do conhecimento.

A necessidade da interdisciplinaridade na produção e na socialização do conhecimento na educação é estudada por vários autores que pesquisam as teorias curriculares e as epistemologias pedagógicas (FAZENDA, 2002; FRIGOTTO, 2005; GADOTTI, 2006) e a própria legislação vigente apontam a interdisciplinaridade como ferramenta substancial para o autodesenvolvimento acadêmico.

A interdisciplinaridade é a base para a construção do conhecimento global, irrestrito e capaz de se ampliar e de se renovar, por isso pressupõe romper com as fronteiras das disciplinas. “Faz- se necessário não somente integrar conteúdos, mas uma atitude, isto é, postura interdisciplinar. Atitude de busca, envolvimento, compromisso e reciprocidade, diante do conhecimento” (FAZENDA, 2006, p.08).

Andrade (2002, p. 65) complementa ressaltando que “uma das atitudes interdisciplinares, que carece estar presente no processo educacional, é uma real revisão curricular, integrando conteúdos afins, analisando e refazendo os programas, procurando uma interação e evitando repetições de conteúdos”. Klein (2000) aponta algumas interações entre as disciplinas que podem contribuir para a interdisciplinaridade:

> a) o intercâmbio de metodologias, instrumentos e conceitos entre as disciplinas;
> b) a parceria entre disciplinas, para a resolução de problemas que ultrapassem os limites de cada uma;
> c) o aumento de temas e métodos de estudo e pesquisa que surgiram do intercâmbio entre as disciplinas, gerando uma necessidade de maiores interações;
> d) o surgimento de uma nova disciplina, devido a uma maior aproximação de conceitos e métodos entre diferentes disciplinas com o mesmo objeto de estudo (KLEIN, 2000, p.12).

É possível a interação entre disciplinas aparentemente distintas, pois em algum momento elas irão convergir. Esta interação é uma maneira complementar ou suplementar que possibilita a formulação de um saber crítico-reflexivo. Por meio dessa perspectiva, a interdisciplinaridade surge como uma forma de superar a fragmentação entre as disciplinas, proporcionando um diálogo entre essas, relacionando-as entre si para a compreensão da realidade.

Deste modo propõe-se que o conteúdo matemático seja abordado por meio da metodologia da resolução de problemas buscando viabilizar a interdisciplinaridade com vistas à formação de um profissional crítico e reflexivo e não apenas um realizador de tarefas rotineiras.

CAPITULO 3

Este capítulo visa apresentar os caminhos percorridos durante a investigação desde a pesquisa empírica com a coleta de dados para compor o *corpus*.

3 APORTES METODOLÓGICOS

3.1 Caracterização da Pesquisa

O presente estudo está inserido no âmbito de pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Garnica (2004) ressalta que em uma pesquisa qualitativa a constituição das compreensões do investigador estão pautadas na trajetória que tais compreensões e os meios de obtê-las pode ser re(configurados).

É com essa abordagem que se desenvolveu a investigação, buscando construir novas compreensões do objeto de estudo, com base em experiências e nos referenciais teóricos que subsidiaram a pesquisa.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 78), o processo de pesquisa se caracteriza por ser dinâmico e "constituído por um movimento constante de idas e vindas que não flui linearmente", mas podemos descrever as principais etapas para efeito de orientação do leitor. A todo o momento retomaram-se os estudos teóricos, delimitando melhor o problema, sistematizando mais adequadamente a análise, buscando sempre aproximar os dados empíricos dos referenciais teóricos estudados e permitindo a evolução das compreensões obtidas.

Godoy (1995a, p.62) ressalta a diversidade existente entre os trabalhos qualitativos e enumera um conjunto de características essenciais capazes de identificar uma investigação qualitativa, as quais se reconhecem e são mencionadas na presente pesquisa:

a) o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental: os estudos denominados qualitativos têm como foco o estudo e a análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Nessa abordagem valoriza-se o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada. Para esses pesquisadores um fenômeno pode ser mais bem observado e compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte. Aqui o pesquisador deve aprender a usar sua própria pessoa como o instrumento mais confiável de observação, seleção, análise e interpretação dos dados coletados.

b) o caráter descritivo: o registro escrito desempenha um papel fundamental, tanto no processo de obtenção dos dados, quanto na disseminação dos resultados. A preocupação de um pesquisador qualitativo é com o processo, como o fenômeno se manifesta nas atividades, os procedimentos e não o produto final.

c) o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador: os pesquisadores qualitativos objetivam compreender os fenômenos que estão sendo estudados a partir da perspectiva dos sujeitos da pesquisa. Considerando todos os pontos de vista como importantes, este tipo de pesquisa “ilumina", elucida o dinamismo interno das situações, na maioria das vezes, invisível para observadores externos.

d) enfoque indutivo: os pesquisadores qualitativos não estabelecem hipóteses *a priori,* não se preocupam em buscar dados ou evidências que confirmem ou neguem tais suposições. Partem de questões ou focos de interesse amplos, que vão se tornando mais diretos e específicos no desenvolvimento da investigação. As abstrações são construídas a partir dos dados. Quando um pesquisador qualitativo planeja desenvolver algum tipo de teoria sobre o que está estudando, constrói o quadro teórico aos poucos, à medida que coleta os dados e os examina.

e) o significado é essencial na abordagem qualitativa: o enfoque dos dados pesquisados devem sempre confirmar a perspectiva dos significados atribuídos pelos sujeitos da pesquisa. O significado ou sentido que eles dão aos fenômenos vivenciados é foco da pesquisa qualitativa.

Os aportes teóricos e a realização dessa pesquisa possibilitaram a reflexão das questões metodológicas que circundam as representações semióticas na Educação Matemática e suas potencialidades na compreensão do pensamento matemático.

Posteriormente, iniciou-se um levantamento bibliográfico com o intuito de encontrar livros, artigos científicos, teses, dissertações e outros materiais que de alguma forma pudessem colaborar para nossos estudos teóricos e para a delimitação do tema e construção da problemática de pesquisa.

À medida que os estudos teóricos avançaram a percepção acerca da problemática da pesquisa também evoluiu. A revisão de literatura permitiu selecionar mais adequadamente o que era importante para os objetivos. Os estudos teóricos basearam-se nos debates a respeito das representações semióticas, recorrendo a estudos no âmbito nacional e internacional.

Essa leitura possibilitou a compreensão das questões discutidas pela literatura e, como o objetivo era a linguagem matemática e suas representações, buscaram-se pesquisas que abordassem esse tema no âmbito da Educação Matemática. Realizou-se um levantamento de fontes que apresentassem essa discussão, que contribuíram para delimitar o foco.

No início de uma pesquisa, o investigador, muitas vezes, não tem ainda de maneira clara uma questão norteadora, ele necessita de leituras pertinentes ao tema que vão conduzindo para a formulação de uma questão. Segundo Araújo e Borba,

> O processo de construção da pergunta diretriz de uma pesquisa é, na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos, até que, após certo período de amadurecimento, surge a pergunta (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 27).

Na referida investigação, esse processo não foi diferente. A questão norteadora sofreu mudanças e avanços que foram possibilitados à medida das leituras, das discussões com o grupo de pesquisa GEMPEA e por meio da participação em eventos.

3.2 Análise de Conteúdo

A abordagem qualitativa, na qual se ampara essa pesquisa, tem se assegurado como promissora possibilidade de investigação em pesquisas realizadas na área da Educação Matemática. As pesquisas qualitativas, cada vez mais, vêm utilizando a análise textual na busca pela compreensão dos fenômenos investigados (MORAES; GALIAZZI, 2007).

Para Navarro e Días (1999, p. 177), “as análises textuais delimitam um grande campo metodológico”, buscando realizar uma tarefa interpretativa dos fenômenos estudados e apoiam-se nas várias formas da expressividade humana.

Duas importantes metodologias de análise textual têm sido usadas com frequência nas pesquisas qualitativas: a análise de conteúdo e a análise de discurso.

A problemática da investigação situa-se numa perspectiva qualitativa, na qual se buscou descrever e interpretar a produção escrita dos acadêmicos do curso de Contábeis ao compreender o objeto matemático Função. Os dados que compõem o *corpus* da análise são os registros escritos.

Escolheu-se como metodologia de análise de dados a análise de conteúdo, pois esta possibilita uma interpretação dos dados que “oscila entre os dois pólos do rigor da objetividade, da fecundidade e da subjetividade” (BARDIN, 2006, p. 7), atendendo aos objetivos da investigação.

A análise de conteúdo busca a interpretação dos discursos por meio de uma análise sistematizada das comunicações. Bardin (2004, p. 7) define que, atualmente, a análise de conteúdo é “um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a ‘discursos’ (conteúdos e continentes) extremamente diversificados”. Em outras palavras, pode-se compreender a análise de conteúdo como

> [...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2004, p. 37).

Para isso, é necessário que o pesquisador extrapole aquela primeira leitura do texto, atingindo um nível interpretativo, de forma que a análise de conteúdo atue como um “filtro epistemológico que restringe o conjunto das interpretações possíveis, em relação a um determinado corpus textual, dentro de certo marco teórico” (NAVARRO; DÍAS, 1999, p. 181).

Segundo outra definição, apresentada por Moraes (1999), a análise de conteúdo não constitui apenas uma técnica de análise de dados, mas uma metodologia de pesquisa profícua para as investigações qualitativas na área da educação.

Como metodologia de pesquisa, a análise de conteúdo compreende alguns procedimentos que devem ser observados pelo investigador. Esse cuidado metodológico é necessário para assegurar não somente o rigor da análise, mas também as possibilidades de interpretações diante do material analisado.

Buscando-se um resgate histórico, foi nos Estados Unidos, no início do século XX, que a análise de conteúdo se desenvolveu, principalmente durante a Segunda Guerra Mundial com a análise de jornais e periódicos suspeitos de propaganda subversiva. Com o desenvolvimento das pesquisas buscou-se cada vez mais o rigor científico das análises.

A partir das contribuições de outras áreas, a análise de conteúdo foi progredindo metodológica e epistemologicamente. As discussões acerca da abordagem quantitativa e qualitativa em relação às pesquisas também estavam presentes na análise de conteúdo.

> Na análise quantitativa, o que serve de informação é a *frequência* com que surgem certas características do conteúdo. Na análise qualitativa é a *presença* ou a *ausência* de uma dada característica de conteúdo ou de um conjunto de características num determinado fragmento de mensagem que é tomado em consideração (BARDIN, 2006, p. 18).

Além dos avanços metodológicos, dois aspectos foram importantes para impulsionar a análise de conteúdo: a menor rigidez com relação à exigência da objetividade pautada na minúcia da análise de frequências e maior aceitação da combinação entre a compreensão clínica e a contribuição da estatística.

Quanto à linguística, “a análise de conteúdo é confrontada (e eventualmente comparada) com uma disciplina solidamente constituída e metodologicamente confirmada, mas em que a finalidade é diferente” (BARDIN, 2006, p. 22). Diante desses impasses, a análise de conteúdo protegeu-se e prosseguiu basicamente em sua perspectiva.

A análise de conteúdo pode servir como instrumento para diversificadas pesquisas das ciências humanas que envolvem a comunicação. Segundo Moraes,

> A matéria-prima da análise de conteúdo pode constituir-se de qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não verbal, como cartas, cartazes, jornais, revistas, informes, livros, relatos autobiográficos, discos, gravações, entrevistas, diários pessoais, filmes, fotografias, vídeos, etc. Contudo os dados advindos dessas diversificadas fontes chegam ao investigador em estado bruto, necessitando, então, ser processados para,

> dessa maneira, facilitar o trabalho de compreensão, interpretação e inferência a que aspira a análise de conteúdo (MORAES, 1999, p. 10).

Uma vez que a análise de conteúdo busca compreender as comunicações além do que está mencionado, exige algumas regras que devem seguir dois objetivos: a superação da incerteza, no sentido de que a análise feita não apresenta um caráter pessoal, podendo ser válida e generalizável; e a contribuição efetiva para novas compreensões além dos seus significados imediatos.

Uma das funções da análise de conteúdo é a função heurística, a análise de conteúdo enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão à interpretação. É a análise de conteúdo “para ver o que dá” (BARDIN, 2006, p. 25).

A análise de conteúdo é um processo empírico, que não possui um único delineamento, mas possui regras básicas, como a delimitação do campo de estudo, a descrição analítica e a inferência. É um conjunto de técnicas de análise das comunicações, com um vasto campo de atuação, constituindo os mais diferentes tipos de comunicação.

A descrição analítica busca o tratamento da informação contida nas mensagens, “funciona segundo procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens” (BARDIN, 2006, p. 29).

O tratamento descritivo constitui a primeira fase do procedimento. Porém, a análise de conteúdo não se satisfaz apenas com a descrição dos conteúdos das mensagens, é necessário que o pesquisador possa inferir conhecimentos a partir do material analisado, trazendo contribuições para sua e também outras áreas do conhecimento.

Para atingir o caráter sistemático e objetivo da análise, o processo de construção de categorias deve obedecer a algumas regras básicas, “embora estas regras sejam, de fato, raramente aplicáveis” (BARDIN, 2006, p. 31).

As categorias devem ser homogêneas (não misturar temas diferentes); exaustivas (esgotar a totalidade do texto); exclusivas (um mesmo elemento não pode ser classificado em duas categorias diferentes); e adequadas ou pertinentes (coerentes com o conteúdo e os objetivos da pesquisa).

O trabalho de fragmentação do texto é feito pelo pesquisador, o qual delimita as unidades de codificação ou registro, que podem ser uma palavra, uma frase, dependendo do material analisado. Esse procedimento pode ser denominado de análise categorial e consiste na classificação dos elementos constitutivos do texto de acordo com as categorias, de forma objetiva e sistemática.

A finalidade de qualquer análise de conteúdo "é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não)" (BARDIN, 2006, p. 34).

Sendo a primeira etapa da análise a descrição das características do texto e a interpretação a última etapa, pode-se considerar que a inferência é o procedimento intermediário que possibilita a passagem de uma etapa à outra, de forma explícita e controlada. A análise de conteúdo reside na articulação entre "a superfície dos textos, descrita e analisada (pelo menos alguns elementos característicos) e os fatores que determinaram estas características, deduzidas logicamente" (BARDIN, 2006, p. 35-36).

Ao domínio da análise de conteúdo pertence qualquer análise que promova a explicitação e sistematização do conteúdo das mensagens, de forma objetiva e sistematizada, a partir de um conjunto de técnicas que se complementam, com a finalidade de atingir uma interpretação fundamentada.

A análise de conteúdo contribui no sentido de fornecer ao leitor informações que são possíveis a partir de uma leitura crítica de uma mensagem. Em outras palavras, uma leitura que extrapole o explícito e que contribua para conhecermos mais sobre um texto. Este "saber mais" configura-se como as inferências que o analista faz a partir do estudo, dos dados e dos referenciais que o guiam.

Dessa forma, conforme Bardin (2004, p. 130), "a análise de conteúdo constitui um bom instrumento de indução para se investigarem as causas (variáveis inferidas) a partir dos efeitos (variáveis de inferência ou indicadores; referências no texto)".

É a partir da análise que podemos apresentar as conclusões que obtivemos por meio do estudo, que vão ao encontro das nossas preocupações iniciais, hipóteses e objetivos da pesquisa. Dessa forma, é necessário que o pesquisador apresente as inferências possíveis, para uma melhor compreensão da pesquisa proposta.

Durante a fundamentação teórica desenvolvida anteriormente, evidenciamos como a literatura compreende essa relação, de forma que a parte empírica da pesquisa visa inferir, por meio dos dados e do aporte teórico, argumentos e conclusões que evidenciam a fecundidade desse conhecimento para a Educação Matemática.

3.3 A Organização da Análise

Essa fase envolve a organização da análise que deve estar em consonância com os objetivos da pesquisa e uma precisão no encadeamento desta. Essa etapa corresponde a

> [...] um período de intuições, mas tem por objeto tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise (BARDIN, 2006, p. 89).

A escolha dos documentos que serão analisados; os objetivos do estudo e a elaboração de indicadores que vão fundamentar a interpretação dos dados são fatores preponderantes que compõem essa fase. “A escolha de documentos depende dos objetivos, ou, inversamente, o objetivo só é possível em função dos documentos disponíveis; os indicadores serão construídos em função das hipóteses” ou inversamente (BARDIN, 2006, p. 89).

O pesquisador deve estar atento a esses elementos e à relação entre eles, revisitando-os, reelaborando-os sempre que necessário.

De acordo com Bardin (2006) a análise temática consiste na exploração não estruturada e sistemática dos documentos que pode envolver. Esta análise constitui-se das seguintes etapas:

a) *Pré- Análise*: também conhecida como “leitura flutuante”, esta etapa constitui-se no primeiro contato do pesquisador com os documentos que se propõe a analisar. Nesse momento ele conhece o texto e gera suas primeiras impressões. Aos poucos, a leitura torna-se mais precisa, em função dos seus pressupostos teóricos;
b) *Exploração do Material:* os documentos selecionados devem fornecer informações a respeito do tema estudado, pois irão compor o *corpus* da pesquisa. Na perspectiva de Bardin (2006, p. 90), o “*corpus* é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos”;

c) *A formulação de objetivos*: os objetivos constituem a finalidade do estudo ao qual se propõe;
d) *Tratamento dos resultados e inferências:* a fim de analisar os dados obtidos, o pesquisador, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então indicar inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas emergentes na pesquisa. Esta parte será descrita a seguir, discutindo-se a unidades de registro e o processo de categorização.

3.4 As Unidades de Registro e o Processo de Categorização

As unidades de registro correspondem às unidades de significação que pretendemos analisar e devem responder aos objetivos da pesquisa. Podem ser compreendidas como segmentos do conteúdo do texto, que visam à categorização. Neste trabalho as unidades de registro foram organizadas a partir dos problemas propostos aos acadêmicos.

Segundo Bardin (2006), as unidades de registro podem ser de natureza e dimensões variadas, como qualquer palavra do texto (substantivos, adjetivos, verbos, advérbios, etc.) ou um tema. Os temas são muito utilizados nas análises e podem ser compreendidos como afirmações acerca de um assunto, ou as ideias, enunciados, proposições com significado. Os temas são utilizados como unidades de registro "para estudar motivações de opiniões, de atitudes, de valores, de crenças, de tendências, etc." (BARDIN, 2006, p. 99).

3.5 Categorização

A categorização pode ser entendida como um processo de classificação de elementos que constituem um conjunto por aproximação. As categorias são classes que reúnem sob um título um grupo de unidades de registro, cujo agrupamento é realizado em função de características comuns desses elementos.

Para Bardin (2006), constitui-se num processo estruturado com duas dimensões: isolar os elementos (construção das unidades de registro) e classificá-los com a finalidade de organizar o material analisado, agrupando os elementos por analogia. O processo de categorização pode ocorrer de duas maneiras distintas:

quando é fornecido um sistema de categorias, de modo que os elementos são encaixados nelas e quando o sistema de categorias não é fornecido, ele é construído como resultado da classificação por analogia.

Segundo Bardin (2006) um conjunto de categorias considerado significativo deve possuir algumas qualidades:

- exclusão mútua: um mesmo elemento não pode ser classificado em duas ou mais categorias ao mesmo tempo;
- homogeneidade: a análise deve ser norteada por um mesmo princípio de organização;
- pertinência: é considerada pertinente a categoria que está adaptada ao material analisado e ao quadro teórico definido. As categorias devem refletir as intenções da investigação;
- objetividade e fidelidade: diferentes partes de um mesmo material devem seguir o mesmo processo de categorização;
- produtividade: um conjunto de categorias que produza bons resultados;

As regras auxiliaram o pesquisador na constituição de um conjunto de categorias consistentes. No que se refere à exclusão mútua, na interpretação de Moraes e Galiazzi (2007) se um mesmo elemento pode apresentar várias leituras, se um mesmo material pode ter diferentes interpretações, podemos considerar que

> [...] aceitamos que uma mesma unidade possa ser classificada em mais de uma categoria, ainda que com sentidos diferentes. Isso representa um movimento positivo no sentido da superação da fragmentação, em direção a descrições e compreensões mais holísticas e globalizadas (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 27).

As categorias são construídas por meio da análise profunda do pesquisador sobre o *corpus*. Mas também é necessário que o investigador construa relações entre as várias categorias em busca de novas compreensões do fenômeno estudado, neste caso, o objeto matemático Função.

3.6 O *Corpus* da Pesquisa

Compõe o *corpus* da pesquisa, a produção escrita de vinte acadêmicos do 2º período do curso de Ciências Contábeis da Faculdade de Telêmaco Borba de sete problemas intercodificados subjetivamente pelo grupo GEMPEA.

A análise das resoluções dos problemas apresentadas pelos acadêmicos do Curso de Ciências Contábeis que compõem os registros escritos foram realizadas qualitativamente, com o intuito de perceber e descrever indícios que pudessem tornar um dado relevante e esclarecedor referente à investigação realizada, na disciplina de Matemática Aplicada, que possui uma carga horária de 72 horas semestrais, com 4 horas/aula semanais.

A composição do *corpus* implicou em algumas escolhas e, pelas quais foram respeitados alguns cuidados metodológicos como assegurar que nenhuma parte dos elementos que constituem o *corpus* da pesquisa fosse excluída no processo de análise, estabelecendo uma coerência entre o tema e as intenções dos problemas aplicados, tomando-se o cuidado entre os registros escritos coletados e os objetivos da pesquisa que nortearam a análise.

3.7 A Coleta de Dados

A coleta de dados ocorreu no início do 2º semestre durante as aulas da disciplina de Matemática Aplicada do curso de Ciências Contábeis com 72 horas/aulas semanais, sendo ministrada pelo próprio pesquisador. Optou-se fazer a coleta de dados, no início do 2º semestre com o intuito de investigar os registros de representação semiótica mobilizados pelos acadêmicos sobre o objeto matemático Função conteúdo este abordado na disciplina de Matemática Básica ministrada no 1º semestre, com carga horária semestral de 72 horas e quatro horas/aula semanais e que aborda os seguintes conteúdos: conjuntos numéricos, funções elementares, funções exponencial e logarítmica, matrizes e sistemas lineares. Todos os conteúdos propostos foram trabalhados, porém a ênfase maior foi dada na abordagem do conteúdo sobre Funções.

Foram aplicados sete problemas envolvendo objeto matemático Função, aplicação esta feita pelo próprio pesquisador que também procedeu ao recolhimento dos registros para o prosseguimento da pesquisa.

Como o pesquisador era também o docente da turma foco da pesquisa, no primeiro semestre as quatro aulas semanais foram divididas em dois momentos: duas aulas expositivas para retomar os conteúdos abordados no Ensino Fundamental e Médio, buscando identificar lacunas que os acadêmicos pudessem apresentar, reforçando conceitos e aplicando exercícios que exigiam apenas a memorização de técnicas e regras e duas aulas abordando a Metodologia da Resolução de Problemas.

Abordou-se tal metodologia acompanhando os alunos ora individualmente ora em duplas durante a resolução dos problemas, questionando os caminhos apresentados estimulando os acadêmicos a pensar sobre o resultado obtido e possibilitando a aquisição de um raciocínio lógico além de estimular a argumentação dos mesmos, tentando acabar com o estigma de que a Matemática é muito difícil e apenas alguns conseguem aprendê-la.

Ao finalizar os problemas, organizava-se um semicírculo para que o os acadêmicos expusessem os caminhos encontrados e as respostas obtidas. Uma vez que com uma turma de 20 acadêmicos esse tipo de trabalho pode ser feito.

Como já estavam no segundo período, já não eram tão tímidos para expor suas ideias, para conjecturar, discutir e questionarem-se e isso foi um fator preponderante nas aulas. Embora esses dados não tenham sido diretamente tomados, estes serviram como um auxílio pedagógico.

Por meio de problemas buscou-se reforçar e ampliar os conceitos adquiridos na Educação Básica mostrando a dependência entre as grandezas como, por exemplo: o preço de um produto que depende da demanda de mercado; o custo total de uma indústria depende da quantidade de produto fabricada; a receita e o lucro das vendas que dependem da quantidade que foi vendida, etc.

Apresenta-se o quadro abaixo mostrando algumas aplicações do conteúdo matemático no universo das Ciências Contábeis:

Quadro 3 – Inter-relação entre os conteúdos de Matemática e Ciências Contábeis

Conteúdos de Matemática	**Conteúdos de Contabilidade**	**Aplicabilidade**
Função do 1º Grau	*Função Custo*	*A função custo está relacionada aos gastos efetuados por uma empresa, indústria, loja, na produção ou aquisição de algum produto. O custo constitui-se de duas partes: uma fixa e outra variável. Podemos representar uma função custo usando a seguinte expressão: $C(x) = C_f + C_v$, onde $C(x)$ é o custo total, C_f é o custo fixo e C_v, o custo variável.*
Função do 2º Grau	*Função Receita*	*A função receita ligada ao faturamento bruto de uma entidade, dependendo do número de vendas de determinado produto $R(x) = px$, no qual p: preço de mercado e x: nº de mercadorias vendidas.*
Função Exponencial	*Função Lucro*	*A função lucro diz relacionada ao lucro líquido das empresas, lucro oriundo da diferença entre a função receita e a função custo: $L(x) = R(x) – C(x)$.*

Fonte: O próprio Autor

CAPÍTULO 4

Neste capítulo apresenta-se a análise dos dados coletados à luz da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.

4.1 Análise dos Dados

Para a referida pesquisa a matéria prima da análise de conteúdo foram os registros escritos dos acadêmicos do 2º período do curso de Ciências Contábeis da Faculdade de Telêmaco Borba.

O ambiente de aplicação da pesquisa foi a Faculdade de Telêmaco Borba situada no município de Telêmaco Borba.

Os registros escritos dos acadêmicos facilitaram a interpretação e as inferências a respeito do processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático Função.

De acordo com o quadro teórico e analítico a questão que norteou a referida pesquisa foi: *Quais os registros de representação semiótica mobilizados pelos acadêmicos sobre o conceito função e como tais sujeitos os articulam por meio do tratamento e da conversão?*

O enfoque indutivo está ligado ao contexto de Ciências Contábeis, a formação de contador numa abordagem interdisciplinaridade tendo a Matemática como um conteúdo de formação para a área contábil.

Apresenta-se a seguir os procedimentos para constituição das unidades de registro:

Optou-se pela codificação do registro escrito de cada problema pelos acadêmicos por ReA1, ReA2, ..., ReA20. Portanto, ReA1 significa o registro escrito do acadêmico um; ReA2 significa o registro escrito do acadêmico dois e assim sucessivamente.

Os registros escritos de cada problema, considerados análogos, foram agrupados e a descrição de cada grupo de registro escrito formou as unidades de registro. Após a exploração dos registros apresentados pelos acadêmicos foram compostas as unidades de registro. Estas por sua vez, representam uma síntese dos modos de resolução usados pelos sujeitos da pesquisa na resolução de cada problema.

As unidades de registro que emergiram dos registros escritos observados são descritas na sequência, além dos seus significados para os registros escritos referentes aos sete problemas. As unidades de registros foram codificadas por URA, URB etc. A URA significa unidade de registro A; URB significa unidade de registro B e assim sucessivamente.

URA – Explicitou o enunciado do registro natural para o registro numérico: nessa UR considera-se que o acadêmico interpretou os dados do problema explicitando seu raciocínio por meio de uma expressão numérica numa tabela.

URB – Explicitou o enunciado do registro natural para o registro algébrico: nessa UR considera-se que o acadêmico interpretou os dados do problema e explicitando, o seu raciocínio por meio de uma expressão algébrica.

URC – Explicitou o enunciado do registro algébrico para o registro numérico: nessa UR considera-se que o acadêmico interpretou os dados do problema e explicitando, o seu raciocínio por meio de expressão numérica.

URD – Explicitou o enunciado do registro natural para o registro algébrico passando pelo registro numérico: nessa UR considera-se que o acadêmico interpretou os dados do problema explicitando-o por meio de uma tabela, partindo de uma expressão numérica e generalizando a situação dada por meio de uma expressão algébrica.

URE – Explicitou o enunciado do registro gráfico para o registro algébrico: nessa UR considera-se que o acadêmico interpretou os dados do problema e explicitou o seu raciocínio por meio de uma equação algébrica.

URF – Mobilizou operações numéricas para resolver o problema: nessa UR considera-se que o acadêmico realizou operações aritméticas para resolver o problema.

URG – Mobilizou operações algébricas e numéricas para resolver o problema: nessa UR considera-se que o acadêmico realizou operações algébricas e aritméticas para resolver o problema.

Mediante as unidades de registros relacionadas, procedeu-se a discussão referente aos registros escritos apresentados nos problemas. Primeiramente, apresentam-se os problemas aplicados para a coleta de dados, os quais foram adaptados de livros didáticos utilizados no Ensino Médio e que apresentam alguma linguagem recorrente aos dos livros didáticos utilizados na disciplina de Matemática Aplicada.

Problema 1

Um vendedor recebe mensalmente um salário mensal composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 2.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês. Qual é a função que representa seu salário mensal?

Este problema tem como objetivo estimular a generalização, pois a generalização matemática envolve “uma afirmação de que uma propriedade ou técnica é válida para um conjunto de objetos matemáticos” (CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008). Esperava-se como resposta um registro algébrico, uma função linear, decorrente de uma lei de formação explicitada pelo problema.

Problema 2

O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui: uma parcela fixa, denominada bandeirada e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 5,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,90. Qual o preço a ser pago por uma corrida de 10 km?

Este problema tem como objetivo estimular a generalização, levando o acadêmico a determinar uma representação algébrica que possa agilizar o processo de resolução e assim encontrar o valor da quilometragem de maneira mais rápida.

De acordo com Stacey (1989) as tarefas de padrões, em contextos figurativos, podem envolver dois tipos de generalização: a generalização próxima, que se refere à descoberta do termo seguinte, que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas, e a generalização distante, que implica a descoberta do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais.

Este tipo de generalização faz uso do reconhecimento global da estrutura do padrão. Uma vez que ageneralização envolve pensamentos de ordem superior como sejam raciocínio, abstração, pensamento holístico, visualização e flexibilidade, a capacidade de generalizar vai permitir caracterizar e diferenciar os estudantes uns dos outros.

A generalização é considerada pelo NCTM (2000) como uma das principais finalidades do ensino da matemática. Neste sentido os padrões, pela sua natureza, constituem o contexto privilegiado para trabalhar a matemática e são um modo de encorajar os estudantes a explorar ideias importantes como sejam a conjectura e a generalização, promovendo o pensamento algébrico e, em particular, o simbolismo que lhes está associado.

Problema 3

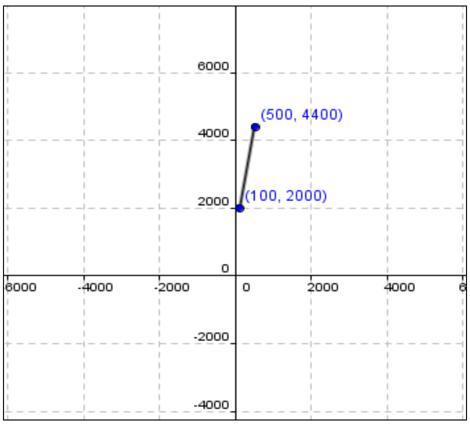
O preço da corrida de táxi na cidade R é calculado adicionando um valor fixo de R$ 2,50 a R$ 1,30 por cada quilômetro rodado, enquanto na cidade S o preço é obtido adicionando um valor fixo de R$ 3,40 a R$ 1,25 por quilômetro rodado. A partir de quantos quilômetros rodados, o táxi da cidade R deixa de ser mais barato que o da cidade S?

O objetivo deste problema é obter a representação algébrica de uma equação que possa fornecer um preço a partir do qual o valor cobrado em uma cidade se torna mais barato que a outra.

Problema 4

Uma indústria produz calçados e o custo total de sua produção está representado no gráfico, abaixo, no qual o eixo r representa a quantidade a ser produzida e o eixo y, representa o custo para tal produção. Qual a função que representa esta situação?

Figura 7 – Representação gráfica do problema 4



Este problema exige do acadêmico a coordenação entre os registros gráfico e algébrico.

De acordo com Hart (1981), as habilidades gráficas desenvolvem-se por meio de uma sequência de níveis em compreensão: o primeiro nível está relacionado com a compreensão de novas convenções, enquanto o segundo refere-se ao momento da aplicação destas. O que foi introduzido no primeiro nível torna-se operacional. O terceiro nível envolve tanto a abstração quanto a aplicação de um profundo conhecimento matemático, para a solução de problemas, como por exemplo, identificar a relação entre um gráfico e sua representação algébrica.

Problema 5

O lucro de uma empresa é dado pela lei $L(x) = - x^2 + 8x - 7$, em que x é a quantidade vendida(em milhares de unidades) e L é o lucro (em milhares de reais). Qual a quantidade que se dever vender para obter o lucro máximo?

Com este problema espera-se que o acadêmico identifique que a função lucro apresentada representa uma equação do 2º grau e que para encontrar a quantidade a ser vendida e obter o lucro máximo ele pode calcular as coordenadas do vértice da parábola que representa essa função. Sendo a parábola a representação gráfica da função lucro de uma empresa e qualquer que seja a função contínua num intervalo fechado [a, b], há um máximo e mínimo neste intervalo.

Problema 6

Uma empresa produtora de doces verificou que o custo por pacote de um quilograma (em reais) para a produção mensal de x toneladas de balas pode ser calculado por meio da seguinte lei matemática: $C(x) = 0{,}0001x^2 - 0{,}1x + 30$, com $100 \leq x \leq 800$. Quantas toneladas deverão ser produzidas para se obter um custo mínimo por quilograma? E qual o valor desse custo mínimo?

Espera-se que o acadêmico interprete a situação dada apresentando a quantidade que deve ser produzida para se obter um lucro mínimo por quilograma além do valor desse custo mínimo.

Problema 7

Um caminhão custa hoje R$ 100 000,00 e sofre uma desvalorização de 10% por ano de uso. Qual a função matemática que representa essa situação?

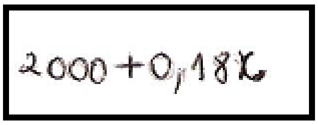
Este problema trata da depreciação ou desvalorização que se constitui no custo ou na despesa decorrentes do desgaste ou da obsolescência de bens como máquinas, veículos, móveis, etc. Espera-se que o acadêmico interprete a situação dada apresentando a expressão algébrica que sintetize o seu raciocínio. Também se espera que o acadêmico perceba a dependência entre a variável preço e ano.

Apresentam-se os registros escritos de cada problema mobilizados pelos acadêmicos:

4.1.1 Análise dos registros escritos do problema 1

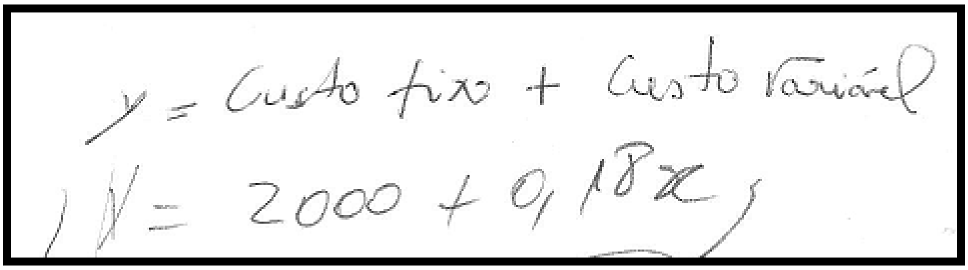
Neste problema foram explicitados registros escritos às unidades URB e URD. Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada e a posterior análise:

Figura 8 – Registro escrito do acadêmico A3



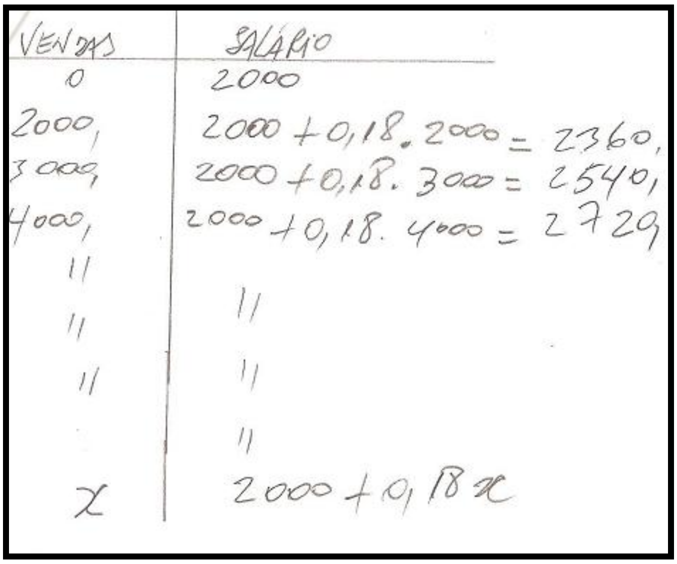
URB$_1$: O acadêmico apresentou apenas a função salário mensal, sem recorrer a tabelas ou a linguagem numérica, de maneira correta apresentando a conversão da taxa percentual em taxa unitária. Ao generalizar o acadêmico apresentou uma forma de pensamento matemático, deixando de ser uma apresentação de cálculos aritméticos.

Figura 9 – Registro escrito do acadêmico A15



URB$_2$: O acadêmico apresentou a função do 1º grau f(x) = ax +b, associando os coeficientes a e b, coeficiente angular e valor inicial respectivamente ao custo variável e fixo da função custo total. Para representar o valor da comissão que depende das vendas do mês, este utiliza a variável x. Infere-se que o mesmo compreende o padrão estabelecido, expressando por meio de uma função do 1º grau, além de compreender o significado da letra numa expressão algébrica. A generalização de padrões oportuniza uma nova forma de comunicação quando tratamos da linguagem algébrica, propiciando ao acadêmico analisar a situação proposta e expressá-la numa linguagem mais elaborada. De acordo com Frobisher (2007), os padrões permeiam toda a matemática e o seu estudo permite chegar a ideias matemáticas poderosas como a generalização e a álgebra.

Figura 10 – Registro escrito do acadêmico A12



VENDAS	SALÁRIO
0	2000
2000,	2000 + 0,18 . 2000 = 2360,
3000,	2000 + 0,18 . 3000 = 2540,
4000,	2000 + 0,18 . 4000 = 2720,
//	//
//	//
//	//
	//
x	2000 + 0,18x

URD: O acadêmico apresentou os dados na forma tabular que relaciona o valor total das vendas realizadas durante um determinado mês(x) e o salário mensal(y) a ser recebido que é composto por um salário mensal de R$ 2000,00 (valor fixo) e um valor variável de 18% que corresponde â comissão do vendedor, valor este calculado sobre o total de vendas no mês. Inicialmente, os acadêmicos realizam o tratamento na forma tabular. Percebendo as regularidades, realizou a conversão apresentando a função de generalização da situação dada, a qual permite calcular o salário mensal para qualquer quantidade de vendas.

Flores e Moretti (2006) ressaltam que compreender os processos cognitivos requeridos no uso de tabelas, no ensino de Matemática, significa entender o funcionamento representacional que gera apreensões de leitura e tratamentos específicos.

Segundo Duval (2002), para considerar a contribuição cognitiva das tabelas, e suas diferentes utilizações, faz-se necessário diferenciar dois importantes pontos: a própria organização representacional, ou seja, a composição semiótica das tabelas, e as funções cognitivas que elas preenchem.

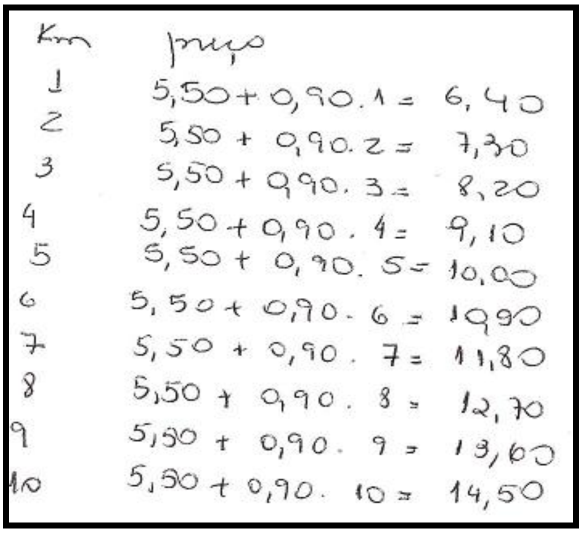
As tabelas possibilitam a interação entre o enunciado do problema e a representação simbólica da Matemática. Nesse registro em específico, a organização de uma tabela possibilitou ao acadêmico, a generalização do problema apresentado além da mudança entre os registros. As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações funcionais e o seu uso é pertinente quando se pretende encontrar relações generalizadas, como aquelas oriundas de situações que envolvem relações de recorrência.

4.1.2 Análise dos registros escritos do problema 2

Neste problema foram explicitados registros escritos às unidades URA e URB.

Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

Figura 11 – Registro escrito do acadêmico A12



Km	preço
1	5,50 + 0,90.1 = 6,40
2	5,50 + 0,90.2 = 7,30
3	5,50 + 0,90.3 = 8,20
4	5,50 + 0,90.4 = 9,10
5	5,50 + 0,90.5 = 10,00
6	5,50 + 0,90.6 = 1090
7	5,50 + 0,90.7 = 11,80
8	5,50 + 0,90.8 = 12,70
9	5,50 + 0,90.9 = 13,60
10	5,50 + 0,90.10 = 14,50

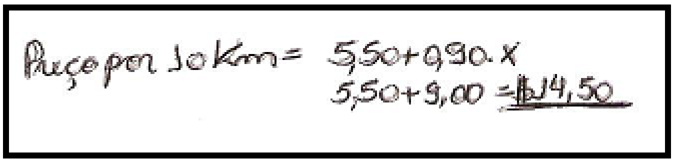
URA: O acadêmico A12 coordenou a língua natural e o registro numérico. Utilizando apenas os dados na forma tabular num mesmo tratamento, apresentou o resultado esperado.

A leitura de cada uma das linhas pode ocorrer de duas maneiras distintas, porém com o mesmo significado: se rodarmos um quilômetro pagaremos R$ 6,40 ou pagaremos R$ 6,40 por um quilômetro rodado, calculando até o décimo quilômetro rodado, valor este solicitado no problema.

Por meio das tabelas, dispondo os dados em linhas e colunas, o acadêmico pode estabelecer relações entre as linhas e as colunas separadamente e também de maneira simultânea.

Quanto às transformações citadas por Duval, observa-se que já na construção dos dados os acadêmicos realizaram vários tratamentos a fim de obter os valores pagos correspondentes à quantidade de quilômetros rodados, convertendo as informações apresentadas no enunciado da questão em registro natural para o registro numérico.

Figura 12 – Registro escrito do acadêmico A07



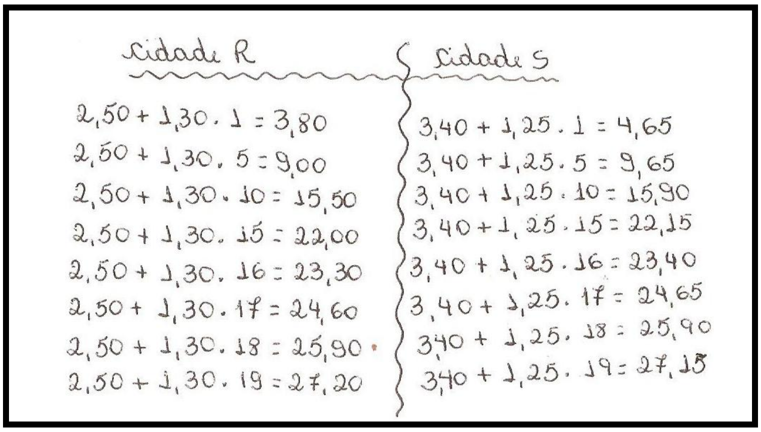
URB: O acadêmico apresentou a função preço e calculou o preço a ser pago por uma corrida de 10 km, sem recorrer à forma tabular ou apresentar outros procedimentos que o conduziram a tal generalização. A generalização matemática envolve “uma afirmação de que uma propriedade ou técnica é válida para um conjunto de objetos matemáticos” (CARRAHER, MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008).

4.1.3 Análise dos registros escritos do problema 3

Neste problema foram explicitados registros escritos às unidades URA URB.

Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

Figura 13 – Registro escrito do acadêmico A11



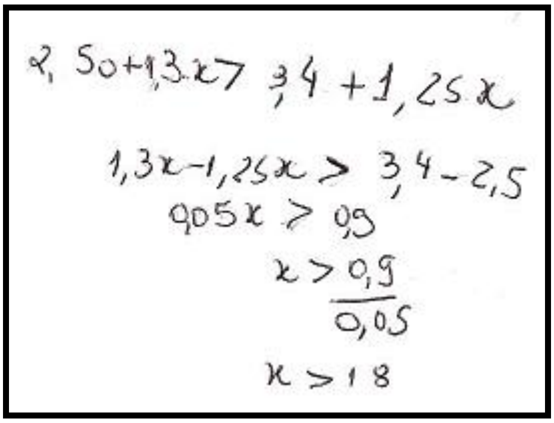
URA: O acadêmico A11 apresenta os dados na forma tabular que contém os valores cobrados nas duas cidades apresentando um valor fixo e outro valor variável de acordo com a quilometragem rodada, coordenando o registro natural e numérico. O acadêmico aumentou a quilometragem rodada sucessivamente até o momento em que o valor cobrado na cidade R se tornou mais caro que a cidade S. Pode-se observar que nesse registro o acadêmico não realizou o cálculo para cada quilômetro percorrido até obter a resposta desejada, calculando o valor a cada 5 km no início e a partir do 15º km, calcula cada quilometragem em específico para encontrar a solução desejada.

As tabelas possuem determinadas vantagens como, por exemplo, o fato de permitirem a visualização dos dados de forma separada, preenchendo assim, explicitamente, a função cognitiva de identificação (DUVAL, 1999).

A utilização de uma tabela dupla permite a visualização mais eficaz dos valores cobrados em cada cidade. As tabelas constituem-se num instrumento para o estudo das relações funcionais, uma vez que seus valores podem iniciar a investigação de dependência entre as variáveis, possibilitando a elaboração de hipóteses sobre seu comportamento, sua representação gráfica e algébrica.

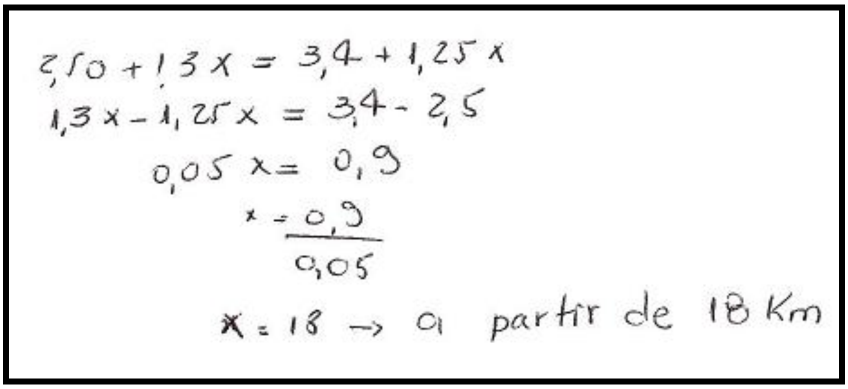
URB: Ressaltam-se dois registros escritos que se consideram relevantes para serem analisados:

Figura 14 – Registro escrito do acadêmico A12



URB$_1$: O acadêmico A12 estabelece a lei de associação para a corrida de táxi de cada uma das cidades (uma função do 1º grau do tipo ax + b) e de acordo com os dados do problema apresenta uma inequação, ou seja, uma desigualdade literal que é satisfeita por certos valores, letras ou incógnitas que nela estão presentes. O acadêmico utiliza o sinal de desigualdade (>) entre as duas expressões algébricas com o intuito de apresentar a quilometragem a partir da qual o valor cobrado na cidade S deixa de ser mais caro.

Figura 15 – Registro escrito do acadêmico A16

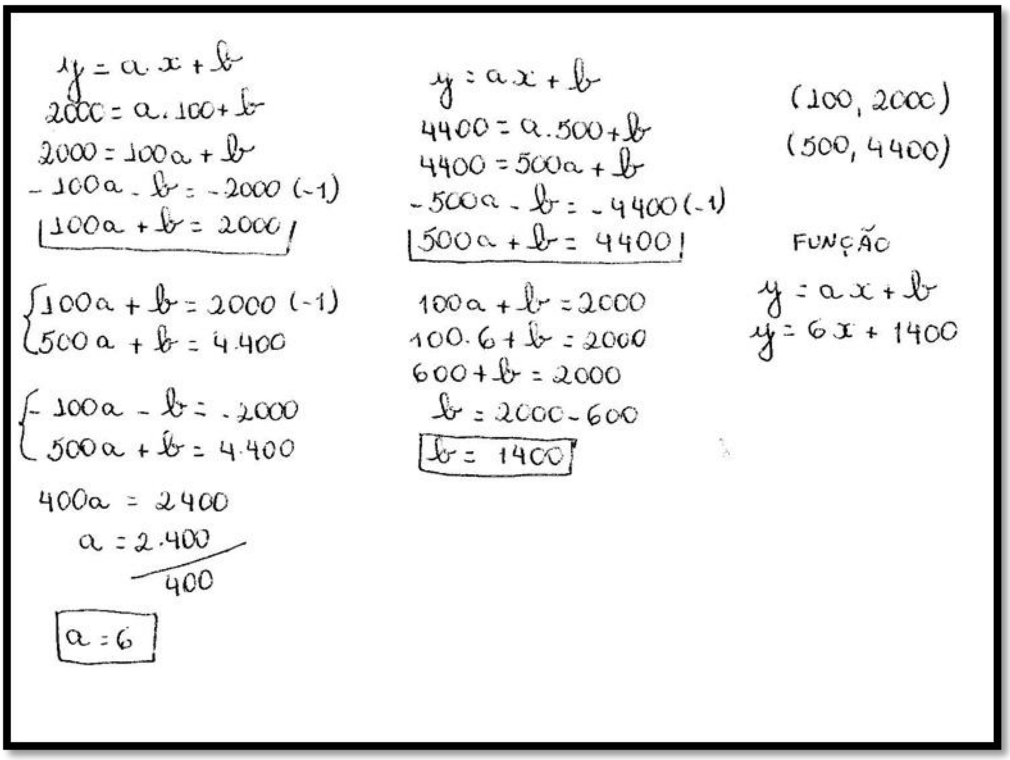


URB$_2$: O acadêmico A16 estabelece uma lei de associação, neste caso, uma função do 1º grau, para cada uma das situações apresentadas nas diferentes cidades apresentando uma equação, ou seja, uma igualdade entre duas expressões algébricas, as duas leis de associação, encontrando a quilometragem cujo valor cobrado é igual nas duas cidades.

4.1.4 Análise dos registros escritos do problema 4

Neste problema foram explicitados registros escritos somente à unidade URE. Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

Figura 16 – Registro escrito do acadêmico A06



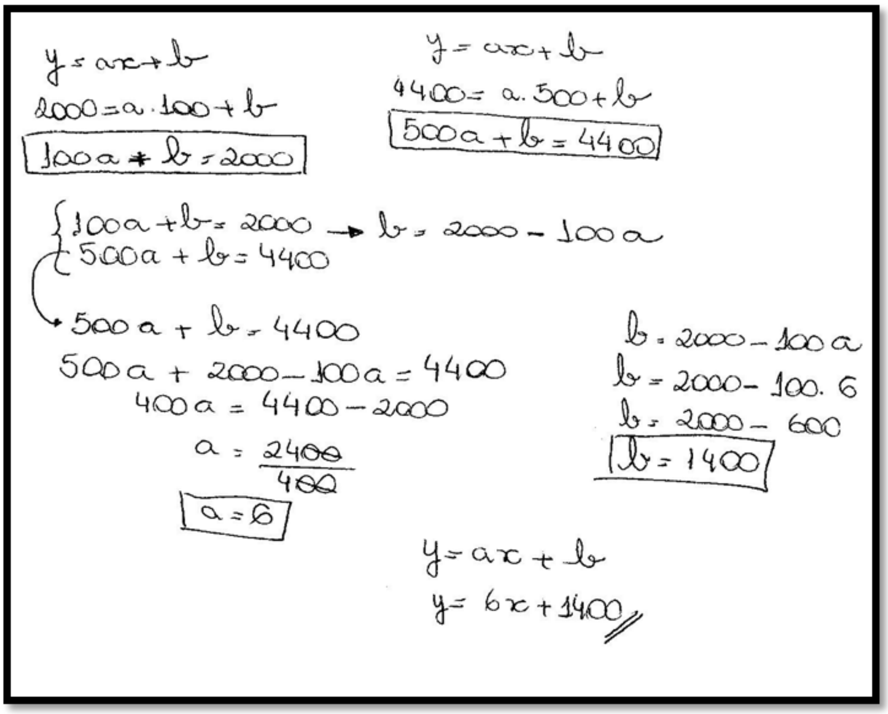
URE$_1$: O acadêmico A06 partindo da lei de formação da função do 1º grau *f(x) = ax+b* e dos pontos apresentados no gráfico, encontra as equações, organiza um sistema e o resolve pelo método da adição, encontrando os valores dos coeficientes de a e b e consequentemente a função que originou o gráfico dado.

Infere-se que o acadêmico visualizou o gráfico apresentado (uma reta) associando esta representação a uma função linear, substituiu os valores dos pontos apresentados no gráfico, encontrando duas equações de 1º grau com duas variáveis. Em seguida, organizou um sistema de equações e pelo método da adição, determina os valores de a e b, reescrevendo a função que representa o gráfico dado.

Segundo Duval (2011) na abordagem ponto a ponto são introduzidas e definidas as representações gráficas. Em referência aos dois eixos graduados, um par de números permite identificar um ponto (e, inversamente, um ponto se traduz por um par de números). Este modo associativo limita-se a alguns valores particulares e aos pontos marcados no plano referencial. Esta abordagem favorece quando se quer traçar o gráfico correspondente de uma equação do primeiro grau ou o gráfico de uma equação do segundo grau. Favorece ainda quando se quer "ler" as coordenadas de algum ponto interessante (porque é ponto de intersecção com os eixos ou com alguma reta, porque é máximo, etc.).

A representação gráfica é um recurso para a análise de dados. Lidar com gráficos, para organizar e comunicar dados e informações, implica numa análise do funcionamento representacional deste modo de representação. Tratando-se das funções, os gráficos apresentam uma peculiaridade, pois, além do apelo visual possibilitam a observação de determinados "comportamentos", que em outras representações não são tão perceptíveis.

Figura 17 – Registro escrito do acadêmico A20



$y = ax + b$
$2000 = a \cdot 100 + b$
$\boxed{100a + b = 2000}$

$y = ax + b$
$4400 = a \cdot 500 + b$
$\boxed{500a + b = 4400}$

$\begin{cases} 100a + b = 2000 \rightarrow b = 2000 - 100a \\ 500a + b = 4400 \end{cases}$

$500a + b = 4400$
$500a + 2000 - 100a = 4400$
$400a = 4400 - 2000$
$a = \frac{24\cancel{00}}{4\cancel{00}}$
$\boxed{a = 6}$

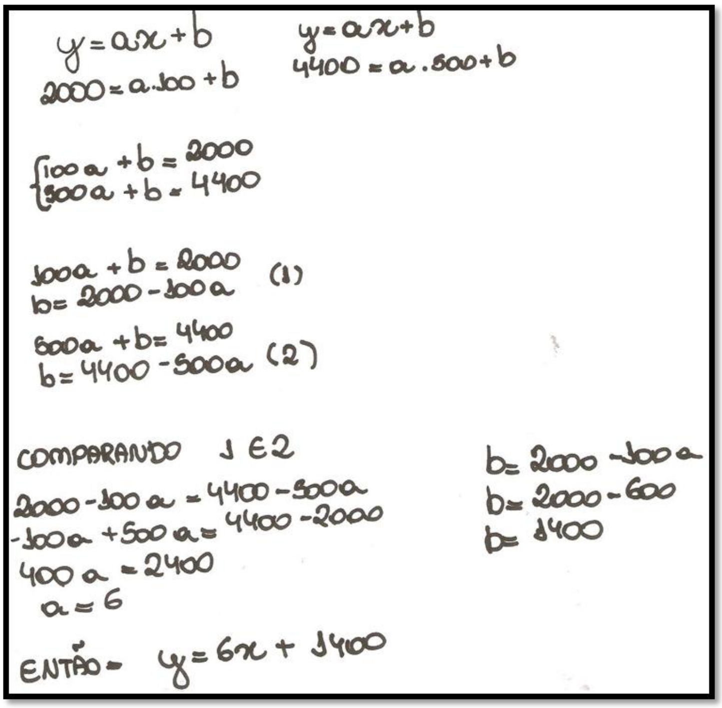
$b = 2000 - 100a$
$b = 2000 - 100 \cdot 6$
$b = 2000 - 600$
$\boxed{b = 1400}$

$y = ax + b$
$y = 6x + 1400$

URE$_2$: No segundo modo de resolução, o acadêmico A20 partindo da lei de formação da função do 1º grau *f(x) = ax+b* e dos pontos apresentados no gráfico, organizou um sistema de duas equações e duas variáveis (a e b) e o resolveu pelo método da substituição, encontrando os valores dos coeficientes de a e b apresentando a função que possui tal representação gráfica.

De acordo com Hart (1981), as habilidades gráficas desenvolvem-se por meio de uma sequência de níveis em compreensão: o primeiro nível está relacionado com a compreensão de novas convenções, enquanto o segundo refere-se ao momento da aplicação destas. O que foi introduzido no primeiro nível torna-se operacional. O terceiro nível envolve tanto a abstração quanto a aplicação de um profundo conhecimento matemático, para a solução de problemas, como por exemplo, identificar a relação entre um gráfico e sua expressão algébrica. O conjunto traçado/eixos forma uma imagem que representa o objeto matemático Função. Toda modificação desta imagem, implica uma modificação na expressão algébrica correspondente, determina uma variável visual pertinente para a interpretação gráfica. É importante proceder a uma análise de congruência entre dois registros de apresentação de um objeto ou de uma informação. O acadêmico não se encontra na presença da associação “um ponto - um par de números”, mas na presença da associação “variável visual de representação - unidade significativa da expressão algébrica”.

Figura 18 – Registro escrito do acadêmico A02



$y = ax + b$

$2000 = a.100 + b$

$y = ax + b$

$4400 = a.500 + b$

$$\begin{cases} 100a + b = 2000 \\ 500a + b = 4400 \end{cases}$$

$100a + b = 2000$ (1)

$b = 2000 - 100a$

$500a + b = 4400$ (2)

$b = 4400 - 500a$

COMPARANDO 1 E 2

$2000 - 100a = 4400 - 500a$

$-100a + 500a = 4400 - 2000$

$400a = 2400$

$a = 6$

$b = 2000 - 100a$

$b = 2000 - 600$

$b = 1400$

ENTÃO = $y = 6x + 1400$

URE$_3$: No terceiro modo de resolução, o acadêmico A02 partindo da lei de formação da função do 1º grau f(x)= ax+b e dos pontos apresentados no gráfico, determinou as equações, organizou um sistema e o resolveu pelo método da comparação, encontrando os valores dos coeficientes de a e b e consequentemente a função que originou o gráfico dado.

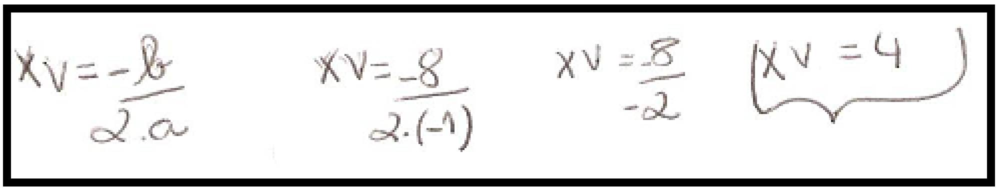
É necessário que o acadêmico saiba organizar e operar com os dados contidos nesse modo de representação de forma objetiva. A representação gráfica de uma função implica na apropriação de significados, de conceitos tais como: as características específicas a cada função, sua representação no plano cartesiano, seus coeficiente e variáveis envolvidas. Tais conhecimentos precisam ser abstraídos e generalizados.

Para ler, interpretar, analisar ou organizar dados em gráficos e/ou tabelas é necessário que haja o domínio do funcionamento representacional. A passagem da representação gráfica para a representação algébrica exige uma interpretação global, ou seja, uma interpretação que depende da análise semiótica visual e algébrica (DUVAL, 2011).

4.1.5 Análise dos registros escritos do problema 5

Neste problema foram explicitados registros escritos da unidade URC. Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

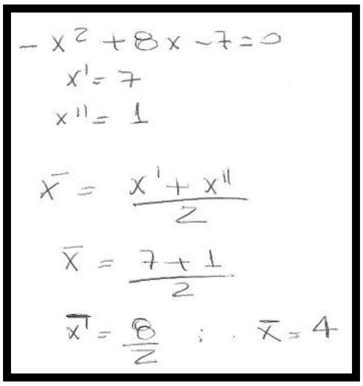
Figura 19 – Registro escrito do acadêmico A10



URC$_1$: Nesta unidade de registro, o acadêmico A10 aplica a fórmula x_v= -b/2a para calcular a quantidade a ser vendida e obter o lucro máximo. Ao visualizar a representação algébrica da função lucro, o acadêmico associou esta à função quadrática, remetendo a sua representação gráfica, uma parábola e por meio da abscissa do ponto do vértice dessa parábola, encontra a quantidade vendida em milhares de unidades, obtendo assim o lucro máximo.

Quando se lê um símbolo matemático, é necessário entender o significado que lhe é atribuído, pois o mesmo traduz uma ideia e refere a algum objeto matemático, evitando assim, uma atividade mecanizada (DANYLUK, 1993).

Figura 20 – Registro escrito do acadêmico A04

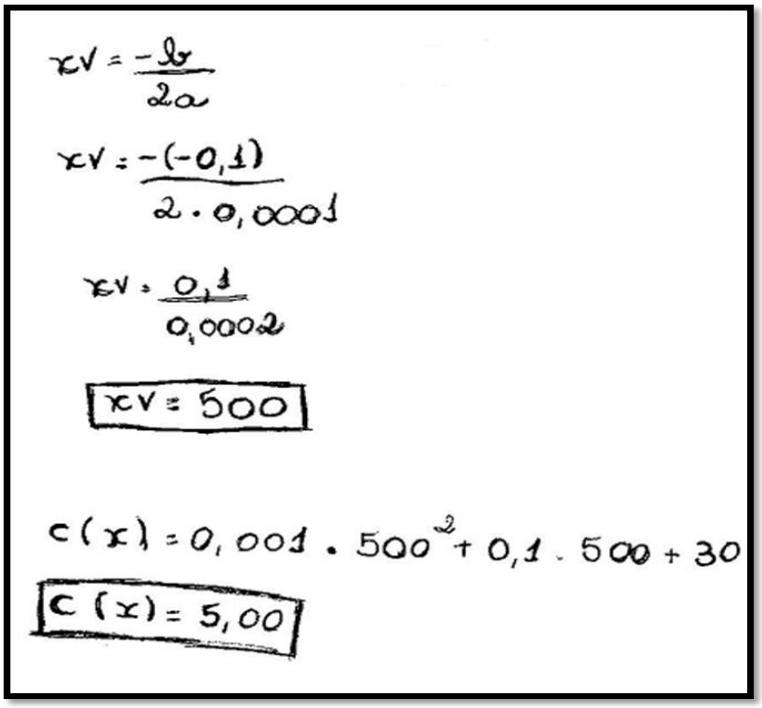


URC$_2$: Nesta unidade de registro, o acadêmico A04 calculou a média aritmética das raízes função lucro, que é uma função quadrática, encontrando a quantidade a ser vendida em milhares de unidades para obter o lucro máximo. Infere-se que o acadêmico reconhece na linguagem algébrica a função quadrática, além de compreender que o vértice da parábola em questão tem uma característica própria, ele sempre se encontra "equidistante" de ambas as raízes, ou seja, a coordenada *"x"* do vértice fica exatamente no meio das coordenadas das duas raízes.

4.1.6 Análise dos registros escritos do problema 6

Neste problema foram explicitados registros escritos somente à unidade URC. Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

Figura 21 – Registro escrito do acadêmico A08



$$xv = \frac{-b}{2a}$$

$$xv = \frac{-(-0,1)}{2 \cdot 0,0001}$$

$$xv = \frac{0,1}{0,0002}$$

$$\boxed{xv = 500}$$

$$c(x) = 0,001 \cdot 500^2 + 0,1 \cdot 500 + 30$$

$$\boxed{c(x) = 5,00}$$

URC: O acadêmico A08 encontrou a quantidade mínima a ser produzida utilizando a coordenada da abscissa do vértice de uma parábola e substitui esse valor na função custo apresentada, encontrando assim o valor desse custo mínimo. Inferimos que o acadêmico reconhece na função dada uma função quadrática devido as suas características expressas na forma algébrica, considerando também que esta possui como gráfico uma parábola com concavidade voltada para cima e a coordenada x do vértice pode lhe fornecer a quantidade mínima a ser produzida.

4.1.7 Análise dos registros escritos do problema 7

Neste problema foram explicitados registros escritos às unidades URB e URD. Elencam-se os registros escritos que representam cada unidade de registro formada:

Figura 22 – Registro escrito do acadêmico A10

$$f(x) = 100000 . (1 - 0,10)^x$$
$$f(x) = 100000 . 0,9^x$$

URB: O acadêmico A10 apresenta a função exponencial f(x) = b. a^x decorrente da desvalorização do caminhão que é de 10 % a cada ano. Infere-se que o acadêmico compreende que a desvalorização varia de acordo com os anos de uso. Apesar da ausência do sinal da igualdade, há evidências da ocorrência do objeto estudado e sua representação algébrica.

Segundo Duval (2003), a originalidade da atividade matemática está relacionada ao fato de que sejam mobilizados, simultaneamente, ao menos dois registros de representação distintos para um mesmo objeto, bem como na frequente mudança de um registro para outro. Identificar as variáveis envolvidas e características da função, assim como o tipo de variação que está ocorrendo. O fato de o acadêmico utilizar a letra x para representar os anos de uso e f(x) representa o custo do caminhão com os anos de uso.

Em Matemática, toda comunicação se estabelece com base em representações, para seu ensino precisamos levar em consideração os diferentes registros de representação de um objeto matemático (DAMM, 1999).

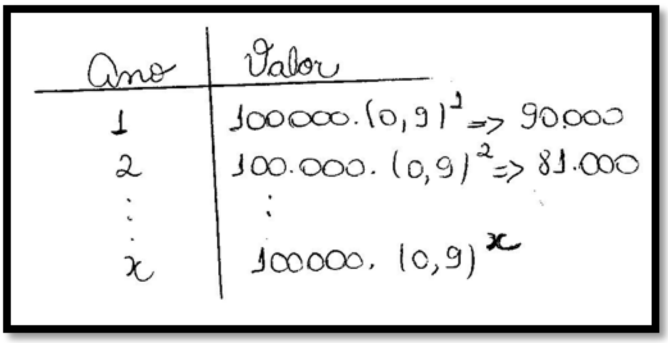
De acordo com Stacey (1989) as tarefas de padrões, em contextos figurativos, podem envolver dois tipos de generalização: a generalização próxima, que se refere à encontrar o termo seguinte, que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas, e a generalização distante, que implica a compreensão do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais.

Este tipo de generalização faz uso do reconhecimento global da estrutura do padrão. Uma vez que ageneralização envolve pensamentos de ordem superior como sejam raciocínio, abstração, pensamento holístico, visualização e flexibilidade, a capacidade de generalizar vai permitir caracterizar e diferenciar os estudantes uns dos outros.

A generalização é considerada pelo NCTM (2000) como uma das principais finalidades do ensino da matemática. Neste sentido os padrões, pela sua natureza, constituem o contexto privilegiado para trabalhar a matemática e são um modo de encorajar os estudantes a explorar ideias importantes como sejam a conjectura e a generalização, promovendo o pensamento algébrico e, em particular, o simbolismo que lhes está associado.

Quando se observa os registros escritos dos acadêmicos, percebe-se que o primeiro e terceiro fenômenos apontados por Duval ficaram explícitos, pois houve o uso de uma diversidade de representações semióticas e também se encontram indícios que apontam para a coordenação de ao menos dois registros de representação.

Figura 23 – Registro escrito do acadêmico A09



Ano	Valor
1	$100000.(0,9)^1 \Rightarrow 90.000$
2	$100.000.(0,9)^2 \Rightarrow 81.000$
⋮	⋮
x	$100000.(0,9)^x$

URD: O acadêmico A09 organiza os dados de forma tabular e calcula a desvalorização no 1º e 2º anos e em seguida apresenta a situação de forma generalizada, ou seja, o acadêmico transita da linguagem natural para a linguagem algébrica, passando pela linguagem numérica.

Partindo da observação das relações entre as grandezas (ano de uso do caminhão e depreciação) o acadêmico generalizou um padrão para o problema apresentado estabelecendo uma lei de associação, utilizando a expressão *f(x)*, remetendo-se a uma função.

Pode-se inferir também que o mesmo compreende o conceito de potência relacionando-o com a função exponencial tendo como base a linguagem algébrica para expressar seu pensamento matemático, ainda que não apresentou o sinal de igualdade.

As representações gráficas na forma tabular apresentam determinadas vantagens, como por exemplo, permitir a visualização dos dados de forma separada preenchendo assim, explicitamente, a função cognitiva de identificação mencionada por Duval.

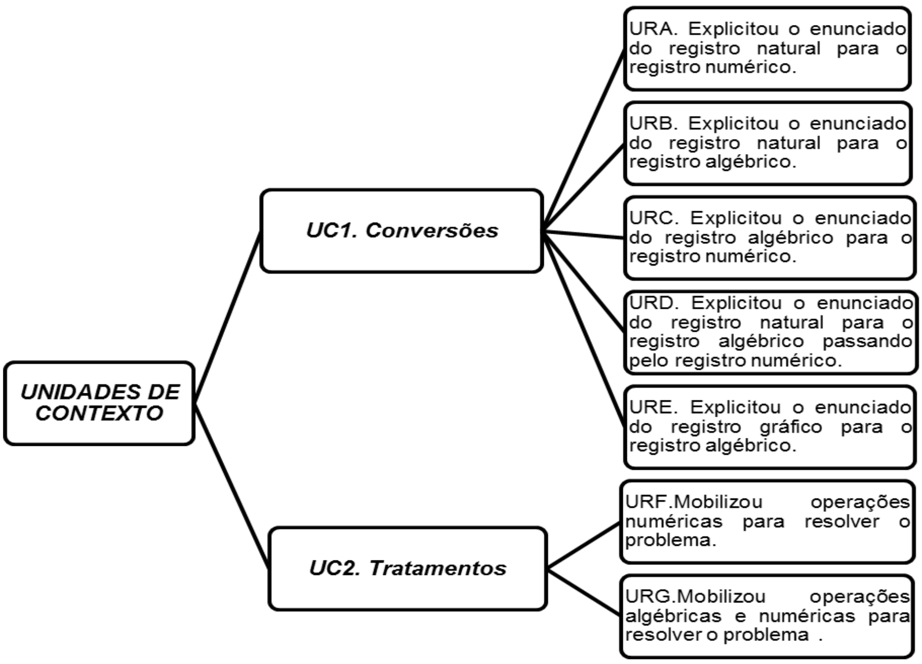
4.2 As Unidades de Contexto

Após a construção das unidades de registro e a partir dos registros escritos dos acadêmicos referentes aos 07 problemas, reagruparam-se novamente as descrições das resoluções em unidades de contexto.

Foram elaboradas duas unidades de contexto e organizadas a partir das resoluções dos acadêmicos mediante os sete problemas:

- **Unidade de Contexto 1 – Conversões:** nessa UC foram agrupados os registros escritos dos acadêmicos que coordenaram os registros natural, numérico, algébrico e/ou gráfico.
- **Unidade de Contexto 2 - Tratamentos:** Nessa UC foram agrupados os registros escritos dos acadêmicos que realizaram tratamentos algébricos e/ou aritméticos na resolução dos problemas.

Figura 24 – Unidades de contexto e respectivas unidades de registro



Fonte: o próprio autor

Na UC1 foram agrupadas as resoluções dos acadêmicos que converteram o enunciado em registro natural para o registro algébrico ou numérico; do registro algébrico para o registro numérico ou do registro gráfico para o algébrico. No quadro 4 apresentamos os dados obtidos a partir dos registros escritos dos acadêmicos após a resolução dos problemas propostos, agrupados em suas UR correspondentes.

Quadro 4 – Unidades de registro de acordo com as conversões

Problemas	***Unidades de Registro***	***Acadêmico***	***Porcentagem de Acertos***
Problema 01	*URB*	*ReA1/ ReA2/ ReA5/ ReA6/ ReA7/ ReA11/ ReA13/Re A14*	*75%*
	URC	*ReA3/ ReA15/ ReA12/ReA16/ ReA18/ ReA19/ ReA20*	
Problema 02	*URA*	ReA1/ReA2/ ReA3/ ReA4/ ReA5/ ReA6/ReA8/ ReA12/ ReA14/ ReA15/ ReA16/ ReA17/ ReA19/ ReA20	100%
	URB	ReA7/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA13/ ReA18	
Problema 03	*URA*	ReA1/ ReA2/ ReA3/ ReA4/ ReA5/ ReA6/ ReA7/ ReA8/ ReA9 /ReA10/ ReA11/ReA13/ ReA14/ ReA15/ ReA17/ ReA19/ ReA20	100%
	URB	ReA12/ ReA16/ ReA18/	
Problema 04	*URD*	ReA2/ReA3/ ReA6/ ReA7/ ReA8/ ReA9/ ReA10/ ReA12/ ReA13/ ReA14/ ReA15/ ReA17/ ReA19/ ReA20/	70%
Problema 05	*URD*	ReA2/ ReA3/ ReA4/ ReA5/ ReA6/ ReA7/ ReA8/ ReA9/ ReA10/ ReA12/ ReA13/ ReA14/ ReA15/ ReA16/ ReA17/ ReA18/ ReA19/ ReA20	90%
Problema 06	*URB*	ReA2/ ReA4/ ReA5/ ReA7/ ReA8/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA13/ ReA14/ ReA16/ ReA17/ ReA18/ ReA19	70%
Problema 07	*URC*	ReA1/ ReA2/ ReA4/ ReA5/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA12/ ReA13/ ReA15/ ReA17/ ReA18/ ReA19/ ReA20/	70%

Fonte: O próprio autor

Embora Duval (2003) reconheça a importância do *tratamento* em atividades de matemática, o autor destaca que é a *conversão* que aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos implícitos à compreensão no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, devido às relações que os acadêmicos estabelecem entre as características de cada registro envolvido nas conversões.

Segundo Duval (2005), a *conversão* pode ser considerada sob dois aspectos: do ponto de vista matemático, utilizada somente para a escolha um determinado registro no qual teríamos um tratamento de forma mais fácil, menos trabalhosa possível ou ainda, para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se realizam em outro registro. Do ponto de vista cognitivo, a atividade de conversão é a responsável pelos mecanismos que conduzem os acadêmicos a verdadeira compreensão dos conceitos dos objetos matemáticos.

A *conversão*, segundo Duval, otimiza o estabelecimento de uma maneira eficaz de análise dos componentes pertinentes ao conteúdo de dois registros semióticos na representação de um objeto matemático. É no ato da conversão da representação de um objeto matemático, de um registro para outro, que o acadêmico é avaliado quanto ao seu efetivo entendimento matemático do objeto matemático função, possibilitando a construção do conhecimento.

Na UC2 foram agrupadas as resoluções dos acadêmicos que mobilizaram tratamentos algébricos e/ou aritméticos ou cálculo mental para resolver o problema. No quadro 5 apresentam-se os dados obtidos desses estudantes após a resolução dos problemas propostos da tarefa, agrupados em suas UR correspondentes.

Quadro 5 – Unidades de registro de acordo com os tratamentos

Problemas	***Unidades de Registro***	***Acadêmico***
Problema 01	*URF*	*ReA1/ ReA2/ ReA5/ ReA6/ ReA7/ ReA11/ ReA13/ ReA14*
	URG	*ReA3/ ReA15/ ReA12/ ReA16/ ReA18/ ReA19/ ReA20*
Problema 02	*URF*	*ReA1/ ReA2/ ReA3/ ReA4/ ReA5/ ReA6/ ReA8/ ReA12/ ReA14/ ReA15/ ReA16/ReA17/ ReA19/ ReA20*
	URG	*ReA7/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA13/ ReA18*

Problema 03	*URF*	*ReA1/ ReA2/ ReA3/ ReA4/ ReA5/ ReA6/ReA7/ReA8/ReA9/ ReA10/ ReA11/ReA13/ReA14/ReA15/ ReA17/ ReA19/ ReA20*
	URG	*ReA12/ ReA16/ ReA18*
Problema 04	*URG*	*ReA2/ ReA3/ ReA6/ ReA7/ ReA8/ ReA9/ ReA10/ ReA12/ ReA13/ ReA14/ ReA15/ ReA17/ ReA19/ ReA20/*
Problema 05	*URG*	*ReA2/ ReA3/ReA4/ReA5/ ReA6/ ReA7/ReA8/ReA9/ReA10/ReA12/ ReA13/ ReA14/ ReA15/ ReA16/ ReA17/ Re18/ ReA19/ReA20*
Problema 06	*URG*	*ReA2/ ReA4/ ReA5/ ReA7/ ReA8/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA13/ ReA14/ ReA16/ ReA17/ReA18/ ReA19*
Problema 07	*URG*	*ReA1/ ReA2/ ReA4/ReA5/ ReA9/ ReA10/ ReA11/ ReA12/ ReA13/ ReA15/ ReA17/ ReA18/ ReA19/ ReA20*

Fonte: o próprio autor

Os *tratamentos* estão vinculados à forma de representação dos objetos os quais contém conteúdos próprios e não ao estudo do objeto matemático em si; por isso, é um equívoco reduzir a conversão a uma simples forma de tratamento ou mesmo de codificação. Não são regras de correspondência para passar de um registro a outro ou simplesmente codificações que caracterizam uma conversão, mas sim, a apreensão global e qualitativa que a conversão permite inserir nas mudanças de registros.

> Um tratamento é uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema. O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismo e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números (DUVAL, 2009, p.57).

Os *tratamentos* são operações que envolvem transformações de registro e que ocorrem sobre o mesmo sistema semiótico de representação. Ou seja, é a transformação dessa representação no próprio registro em que esta se originou. Por exemplo, para encontrar os zeros de uma função, o acadêmico utiliza-se de manipulações algébricas nas quais é requisitado um conjunto de operações de tratamento obedecendo-se a regras de tratamento próprias a cada registro, em que sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro.

De acordo com Duval (2009), o *tratamento* não deve ser o único processo de ensino empregado, para não caracterizar uma excessiva importância à forma, como se esta fosse responsável pela descrição de uma informação. Também é preciso ponderar que o *tratamento* depende do sistema de representação semiótica utilizado (DUVAL, 2009, p. 43).

Os registros de representação são elementos característicos da ciência matemática. É por meio deles que são definidos os vários tratamentos que podem ser empregados no estudo dos objetos matemáticos. Cada registro constitui uma representação do objeto matemático com tratamentos teóricos distintos e, portanto com significados distintos para o acadêmico. Cada representação propicia olhares e compreensões distintas, sendo mais ou menos conveniente para a análise do objeto matemático em estudo.

A teoria dos registros de representação semiótica apresentada por Raymond Duval contribui para a realização de pesquisas no campo da Didática da Matemática, principalmente no que diz respeito à aquisição do conhecimento e a forma como se processa a aprendizagem, auxiliando na organização de situações de aprendizagem, uma vez que se apresenta como uma maneira didático/metodológica que o docente pode utilizar quando busca a conceitualização e a aquisição de conhecimentos matemáticos.

A Matemática, em particular, trabalha a todo o momento com objetos abstratos e, segundo Duval, para apropriar-se de um determinado objeto matemático, o sujeito deve recorrer a sua representação.

Neste trabalho para resolver os problemas apresentados sobre o objeto matemática Função, os acadêmicos recorreram às representações semióticas preconizadas por Duval sem confundir o objeto matemático Função com suas diferentes representações (numérica, algébrica, gráfica).

O acesso aos objetos estudados acontece por meio de conversões estabelecidas entre os diferentes registros de representação empregados. Por isso, é necessário e importante que sejam desenvolvidas diferentes maneiras de abordar um determinado objeto matemático a fim de verificar as relações existentes entre os registros, buscando a conversão entre eles.

Quando o acadêmico se depara com o objeto matemático Função, ele tem necessidade de trabalhar com as representações deste objeto. Tais representações possibilitam a comunicação, objetivação e o tratamento deste objeto.

As representações semióticas do objeto matemático Função foram necessárias à sua conceitualização, pois este não está diretamente acessível à percepção e o fato de dispor de no mínimo dois registros de representação diferentes para este mesmo objeto, articulando-o naturalmente, é essencial para a compreensão da Matemática.

De acordo com Duval, essa é a única possibilidade que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação do objeto caracterizado, e para isso, quanto maior o número de registros existentes, maiores são as possibilidades de trocas. Pode-se acrescentar o fato que a pluralidade de sistemas de representação permite uma diversificação de representação de um mesmo objeto o que aumenta as capacidades cognitivas dos acadêmicos e consequentemente potencializa as suas representações mentais.

A conversão das representações, de um sistema semiótico a outro, além de compreender uma operação cognitiva, caracteriza uma mudança de forma. Essa transformação tem que ser privilegiada por não ser nem evidente nem espontânea para a maior parte dos acadêmicos.

Segundo Duval, as representações semióticas se complementam, pois possuem diferentes conteúdos e cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. “Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado” (DUVAL, 1993, p.18). A representação é indispensável na formação e construção do conhecimento, pois este é veiculado pelas representações. É necessário que o objeto do conhecimento (Função) seja dado a conhecer, o que ocorre por meio das representações. Um fator preponderante a ser considerado na elaboração das atividades bem como no seu encaminhamento refere-se à congruência semântica, importante e necessária quando se articular dois registros por meio da *conversão*.

Duval (2003) enuncia que para ser congruente, uma conversão deve satisfazer três condições:

1. Correspondência semântica, ou correspondência uma a uma entre os elementos significantes: para cada elemento simples no registro de saída tem um elemento simples correspondente no registro de chegada.

2. Unicidade semântica terminal: cada unidade significante no registro de saída tem uma única unidade significante no registro de chegada.

3. Ordem que compõe cada uma das representações: diz respeito à forma de apresentação de cada uma das representações.

Compreender o papel das representações semióticas no desenvolvimento do pensamento humano e, especificamente, no desenvolvimento da matemática enquanto ciência permite refletir sobre o seu ensino sob um ponto de vista diferenciado: considerar além das definições e conceitos, as representações semióticas dos objetos matemáticos como instrumento de mediação, como forma de comunicação, de acesso, de organização e de tratamento do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria dos registros de representação semiótica apresentada por Raymond Duval contribui com a semiótica e para a realização de pesquisas no campo da Didática da Matemática, principalmente no que diz respeito à aquisição do conhecimento e a forma como se processa a aprendizagem, auxiliando na organização de situações de aprendizagem, uma vez que se apresenta como uma maneira didático/metodológica que o docente pode utilizar quando busca a conceitualização e a aquisição de conhecimentos matemáticos.

A presente pesquisa teve como objetivo identificar e analisar os diferentes registros de representação semiótica utilizados por acadêmicos de um curso de Ciências Contábeis em problemas que envolvem o objeto matemático Função. Com esta finalidade investigou-se a questão: *Quais os registros de representação semiótica mobilizados pelos acadêmicos sobre o conceito Função e como tais sujeitos os articulam por meio do tratamento e da conversão?*

Para atingir tal objetivo propôs-se a resolução de sete problemas sobre o objeto matemático Função com diferentes tipos de representações para que os acadêmicos pudessem manipular e transitar entre elas e assim fosse possível a coleta e análise dos dados necessários para a realização desta pesquisa. Os resultados obtidos na investigação indicam que:

- A correspondência existente entre o *tratamento* e a *conversão* de um objeto, ou seja, entre as formas de registro de representação, indicam a funcionalidade do pensamento humano no sentido de mostrar a compreensão acerca do objeto matemático estudado;
- A teoria dos registros de representação semiótica apresenta-se como uma possibilidade de interação entre os acadêmicos e as atividades cognitivas de pensamento promovendo a aprendizagem das estruturas além de permitir a transposição dos obstáculos da utilização do ensino mecânico focado na memorização;
- É possível amenizar essa situação, provendo o acadêmico de instrumentos que lhe possibilitem aprender Matemática. Um dos caminhos para a concretização da aprendizagem pode estar relacionado ao ato do acadêmico aprender a representar um objeto matemático por

meio de múltiplas representações, utilizando-se de um sistema de registros, símbolos e sinais;

- A utilização das representações semióticas no estudo e análise de resolução de problemas envolvendo o objeto matemático Função, permite a comunicação entre as diversas formas de registros e pode facilitar o tratamento e a conversão de tal objeto;
- Refletir o ensino de Matemática a partir dos pressupostos dos múltiplos registros de representação semiótica em Matemática e das operações de tratamento e conversão entre esses registros pode ser um caminho que possibilite a compreensão da Matemática pelos acadêmicos, além de auxiliar o docente na busca de estratégias metodológicas que potencializem essa disciplina;
- A evolução da aprendizagem matemática está associada ao desenvolvimento de novos sistemas semióticos relacionados aos já existentes e conhecidos dos acadêmicos. Dessa forma, a formação do pensamento científico possui estreita relação com os simbolismos específicos que servem para representar os objetos e suas relações, ou mesmo, pode-se afirmar que é inseparável deles;
- A capacidade de coordenar variações de grandeza, de manipular notações matemáticas, gráficas e/ou numéricas é uma habilidade indispensável que deve ser gradativamente construída para que o acadêmico possa internalizar determinados conhecimentos matemáticos e prosseguir em seus estudos. A aprendizagem está associada ao fato de o aluno reconhecer o mesmo objeto matemático em diferentes representações e que esse reconhecimento é responsável pelo sucesso dos acadêmicos nas mobilizações de conteúdos matemáticos em diferentes situações;
- As representações semióticas usadas em Matemática cumprem funções primordiais, tais como a comunicação, tornando visíveis e acessíveis as representações mentais; o desenvolvimento das representações mentais, que dependem da interiorização das representações semióticas; a realização de diferentes funções cognitivas além do tratamento e a produção de conhecimento;

- A análise cognitiva das conversões e dos tratamentos de representações semióticas pode contribuir no entendimento de como os acadêmicos aprendem e podem encontrar dificuldades ao estudar muitos conceitos matemáticos;
- A realização de atividades baseando-se nos conceitos desenvolvidos por Duval podem melhorar a compreensão de conteúdos considerados complexos e aproximar o acadêmico de uma aprendizagem que busque a construção conceitual para além do aprendizado simplesmente procedimental, permitindo que consiga fazer relações entre as diferentes representações de um objeto matemático e trabalhar com elas;
- Este estudo confirma que o desenvolvimento da compreensão de um conceito matemático envolve trabalhar com as suas diferentes representações, realizando conexões entre elas e identificando e compreendendo a sua riqueza e as suas limitações e que a Matemática quando trabalhada na perspectiva da Resolução de Problemas tem muito a contribuir com outras ciências.

Espera-se que esta pesquisa contribua para a formação de profissionais competentes em suas atribuições contábeis, comprometidos com sua realidade social. Um profissional crítico, ético, com atitude de busca. Que profissionais de outras áreas do conhecimento que tem como instrumento a Matemática voltem o olhar para o processo de aquisição do conhecimento, buscando tanto compreender os registros produzidos por seus estudantes quanto conhecer novos modos de abordar os conteúdos de suas disciplinas além de atingir outros pesquisadores que também concentram seus estudos na caracterização de um objeto matemático, apontando possibilidades de novos estudos vislumbrados em função do que foi realizado.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. **O trabalho de projeto e a relação dos alunos com a matemática**: a experiência do projeto MAT 89, APM. 1994.

ANDRADE, Cacilda Soares de**. O ensino de contabilidade introdutória nas universidades públicas do Brasil.** Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2002.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Tradução de L. de A. Rego & A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2006.

BARROS, Sidney Ferro. **Contabilidade básica**. 2. ed. São Paulo: IOB Thomson, 2005.

BERGER, M. A semiotic view of mathematical activity with a computer algebra system. **Revista Latinoamericana de Investigacion em Matemática Educativa**, 13 (2), p.159-186, 2010.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio***.* Brasília: MEC/SEF, 1999.

______. Ministério da Educação – Conselho Nacional de Educação Câmara. **Diretrizes curriculares nacionais para o curso de graduação em ciências contábeis**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rces10_04.pdf. Acesso em: 23 maio 2014.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. (Ed.), **Second handbook of mathematics teaching and learning**. (pp.669-705). Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2007.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de Representação Semiótica e Parâmetros Curriculares Nacionais: interfaces presentes e possíveis**,** IX Encontro Nacional de Educação Matemática – IX ENEM, 2007. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática – IX ENEM**, 2007. v. único. p. 1-15.

COSTA, J. L. **Provas e validações em geometria em um grupo de dimensão colaborativa.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, São Paulo, 2008.

DAMM, R. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC,1999. p.135-153.

D´AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

______. **Algumas reflexões sobre a resolução de problemas**. Disponível em http://issonaoeproblemaseu.blogspot.com/2010/09/algumas-reflexoes-sobre-resolucaode.html . 2010. Acesso em: 25 abr. 2014.

D' AURIA, F. Tendências positivas da contabilidade e à obra primeiros princípios da contabilidade. **Revista de Contabilidade e Comércio,** n.º 143, Vol. XXXVI, 1969.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Escrituras, 2005.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso magistério e professores do 1º grau. 12. ed. São Paulo: Ática, 2003.

______. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

DUVAL, R. **Representation, vision and visualization:** cognitive functions in mathematical thinking. Basic Issues for Learning, 1999.

______. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003, p.11-33.

______. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 61: 103-131, 2006 b.

______. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. (Coleção Contextos das Ciências, Fascículo I).

______. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

______.Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT**, ISSN 1981-1322, Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

EISENCK, M.W.; KEANE, M.T. **Cognitive psychology:** a student's handbook. Hove, U. K: Lawrence Erlbaum, 1990, 557 p.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: Unicamp, 2007.

FATEB. FACULDADE DE TELÊMACO BORBA. **Proposta Pedagógica do Curso de Ciências Contábeis**, 2006.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade:** um projeto em parceria. 5. ed. São Paulo: Loyola, 2002.

______. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro**: afetividade ou metodologia? 5. ed. São Paulo: Loyola, 2006.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. & MIGUEL, A. Contribuição para um repensar ... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol. 4, nº 1 [10]. Campinas: Cortez, p.78-91, 1993.

FLORES, C. R., MORETTI, M. T. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto da análise para a aprendizagem matemática. In: **REREMAT**, UFSC, p. 26 – 38, 2006.

FONT, V.; GODINO, J. D.; D'AMORE, B. **Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática**. 2004. Disponível em http://www.ugr.es/local/jgodino . Acesso em: 10 jan. 2014.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas:** uma arqueologia das ciências humanas. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

FRIGOTTO, G. A interdisciplinaridade como necessidade e como problema nas ciências sociais. In: JANTSCH, Ari Paulo; BIANCHETTI, Lucídio (Orgs.). **Interdisciplinaridade:** para além da filosofia do sujeito. Petrópolis: Vozes, 2005.

FROBISHER, L. et al. **Learning to teach shape and space**. Cheltenham, UK: Nelson Thornes, 2007.

GADOTTI, M. **Interdisciplinaridade:** atitude e método. São Paulo: Instituto Paulo Freire. Disponível em: www.paulofreire.org . Acesso em: 26 dez. 2006.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.

GODOY, A. S., Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades, In: **Revista de Administração de Empresas**, v.35, n.2, Mar./Abr. 1995a, p. 57 - 63.

GOLDIN, G. A. Representational systems, learning and problem solving in mathematics. **Journal of Mathematical Behavior**, 2002, 17(2), 137-165

______.,& KAPUT J. J. A joint perspective on the idea of representations in learning and doing mathematics. In: STEFFE, Leslie P. & NESHER, Pearla (Eds.), **Theories of mathematical learning** (pp. 397-432). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

GRANELL, C.G. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Org.). **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2003.

GRANGER, G. O formal e o transcendental na matemática. **Estudos Avançados**. 1990, vol.4, n.10, pp. 151-158. ISSN 0103-4014.

GREENO, J. G., & HALL, R. P. Practicing representation: Learning with and about representational forms. **Phi Delta Kappan,** *78*(5), 361-367, 2007.

HART, K. et al. **Children's understanding of mathematics**. p. 11-16. London: John Murray, 1981, 231p.

HIEBERt, J., & CARPENTER, T. Learning and teaching with understanding. In: GROUWS, D. A. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. Reston, VA: NCTM, 2002, (pp. 65-97).

IFRAH, Georges. **Os números**: história de uma grande invenção. 8. ed. São Paulo: Globo, 1996.

IUDÍCIBUS, S. de. **Teoria da contabilidade**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

______.; MARION, José Carlos. **Introdução à teoria da contabilidade:** para o nível de graduação. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E., & ROMBERG, T. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding.** Mahwah: Erlbaum, 1999, (pp. 133-155).

______. **Teaching and learning a new algebra with understanding**. Disponível em http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/KaputAlgUnd.pdf, 2005. Acesso em: 20 fev. 2014.

KIERAN, C. Research on the learning and teaching of algebra: a broadening of sources of meaning. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Ed.). **Handbook of research**

on the psychology of mathematics education. Rotterdam: Sense, 2006, (pp. 11-50).

KLEIN, J. T. **Interdisciplinarity**: history, theory and practice. Detroit: Wayne State University Press, 2000.

KLÜSENER, R. Ler e escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, I.C.B. *et al*. (Org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2006.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997

LORENSATTI, E.J.C. Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, maio/ago. 2009.

MAGGIO, D. P.; NEHRING, C. M. Saberes docentes acerca das representações semióticas do conceito de função. **Boletim GEPEM** (Online), v. 61, p. 95-108, 2012.

MENEZES, L. **Matemática, linguagem e comunicação**, 1999. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/20_ect3.html. Acesso em: 20 ago. 2013.

MESA, V. Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: an empirical approach. **Educational Studies in Mathematics**, 56, 255-286, 2004.

MISKULIN, R. G. S; *et al*. **Análise micro genética dos processos cognitivos em contextos múltiplos de resolução de problemas**. Campinas: NIED NIED/UNICAMP, memo. nº 31, 43 p., 1996. Disponível em http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/memos/Memo31.PDF Acesso em: 02 jan. 2014.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n.37, p. 7-32, 1999.

______.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

NCTM. **Princípios e normas para a matemática escolar**. Lisboa: 2000. APM.

______. **Princípios e normas para a matemática escolar**. Lisboa: 2007. APM.

ONUCHIC, L. R., ALLEVATO, N. S. G. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas – aritmética, álgebra e geometria. In:

Anais da primeira escola de inverno de educação matemática de Santa Maria – UFSM, 2008, p. 1-7.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a peircean's semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 61, n. 1-2, 2006, p. 1-38.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba: SEED, 2008.

PAIVA, S. B. O Ensino da Contabilidade: em busca da interdisciplinaridade. **Revista Brasileira de Contabilidade**, Brasília, v. 28, n. 120, p. 89-93, 1999.

PELEIAS, I. R**.** Evolução do Ensino da Contabilidade no Brasil: uma análise hhistórica. **Revista Contabilidade e Finanças da USP**, p. 19 – 32, Junho 2007.

POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RIBEIRO, M. de S. **Contabilidade ambiental**. São Paulo: Saraiva, 2005.

SÁ, A. L. de. **História geral e das doutrinas da contabilidade**. São Paulo: Atlas, 1997.

SAES, F. A. M.; CYTRYNOWICZ, R. O ensino comercial na origem dos cursos superiores de economia, contabilidade e administração. **Revista Álvares Penteado**, v. 3, n. 6, p. 37-59, junho/2000, São Paulo.

SAJKA, M. A secondary school student understands of the concept of function – a case study. **Educational Studies in Mathematics**, 53, 229-254, 2003.

SANTOS, J. A. S. Teorias da aprendizagem: comportamentalista, cognitivista e humanista. **Revista Científica Sigma**, 2. v. 2, n.2. 2006. Macapá: IESAP.

SCHIMIDT, P.; SANTOS, J. L. **Fundamentos de controladoria**. São Paulo: Atlas, 2006.

______. **História do pensamento contábil**. Porto Alegre: Bookman, 2000.

SCHOENFELD, A. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P., LEAL, L. C., & PONTE, J. P. (Eds.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projeto MPT, 2006.

SILVEIRA, M. R. A. O contexto em matemática e seus conceitos. **Educação Matemática em revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 13 – nº 20/21, dezembro de 2006.

STACEY, K. Finding and using patterns in linear generalizing problems. **Educational Studies in Mathematics**, 20(2), pp. 147-164, 1989.

STEINBRING, H. What makes a sign a mathematical sign? – an epistemological perspective on mathematical interaction. **Educational Studies in Mathematics.** Netherlands, v. 61, n. 1-2, p. 133-162, 2006.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, 17(2), 167-181, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

ZANLUCA, J. C. **Contabilidade do terceiro setor**. Portal Tributário® Editora e Maph Editora. 2009. Disponível em http://www.portaltributario.com.br/downloads. Acesso em: 20 mar. 2013.

ZHANG, J. J. The nature of external representations in problem solving. **Cognitive Science**, 21(2), 1997, p.179-217.