



Universidade
Estadual de Londrina

EDILAINÉ REGINA DOS SANTOS

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO
ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DISCURSIVAS NÃO
ROTINEIRAS DE MATEMÁTICA**

EDILAINÉ REGINA DOS SANTOS

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO
ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DISCURSIVAS NÃO
ROTINEIRAS DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

Londrina
2008

**Catalogação na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca
Central da Universidade Estadual de Londrina.**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

S237e Santos, Edilaine Regina dos.

Estudo da produção escrita de estudantes do ensino médio em questões discursivas não rotineiras de matemática / Edilaine Regina dos Santos. – Londrina, 2008.
166f.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2008.

Inclui bibliografia.

1. Educação matemática – Teses. 2. Matemática – Estudo e ensino – Teses.

3. Prosa escolar – Análise – Teses. 4. Rendimento escolar – Avaliação – Teses.

I. Buriasco, Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina.

EDILAINÉ REGINA DOS SANTOS

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO
ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DISCURSIVAS NÃO
ROTINEIRAS DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof. Dr^a. Regina Luzia Corio de Buriasco.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica
Universidade Estadual Paulista

Prof^a. Dr^a. Doralice Aparecida Paranzini Gorni
Universidade Estadual de Londrina

Prof^a. Dr^a. Regina Luzia Corio de Buriasco
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 22 de fevereiro de 2008

Aos meus pais, Amadeu e Maria Amália, por
tudo o que me proporcionaram.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais pela educação, incentivo, paciência e carinho.

A professora Regina por ter acreditado em mim, em minha capacidade para a realização desta investigação.

Aos professores, Prof. Dr. Antonio Vicente M. Garnica, Prof^a. Dr^a. Doralice A. P. Gorni, Prof^a. Dr^a. Maria Tereza Carneiro Soares, Prof^a. Dr^a. Angela Marta P. das D. Savioli pelo zelo com o trabalho e pelas sugestões.

Aos meus irmãos e sobrinhos pelo incentivo.

Aos companheiros de UEL pelas conversas, por ouvirem as minhas idéias e discutirem comigo, pelos ombros amigos e pelos incentivos.

Ao GEPEMA pelas discussões, sugestões e oportunidade de crescimento.

A CAPES pela bolsa concedida e ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DISCURSIVAS NÃO ROTINEIRAS DE MATEMÁTICA.** 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

RESUMO

A proposta desta investigação é analisar a produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões discursivas não rotineiras de matemática com o propósito de compreender como lidam com questões desse tipo apresentadas em situação de avaliação. Nesta análise busca-se a interpretação que fazem do enunciado das questões; as estratégias e procedimentos que utilizam para resolvê-las; as relações estabelecidas do contexto do problema com outros contextos ou outras informações. Para esta investigação, que é predominantemente qualitativa de cunho interpretativo, realizada sob a luz da avaliação como prática de investigação, utilizam-se orientações presentes na análise de conteúdo. Considerando as semelhanças existentes entre as resoluções dos estudantes nas questões, foram construídos agrupamentos conforme as estratégias adotadas por eles. Dentre outros, foi possível identificar a interpretação que fizeram dos enunciados das questões; que algumas das interpretações e resoluções são diferentes das consideradas corretas; em alguns casos, as estratégias e procedimentos adotados para resolver cada uma. Também foi possível identificar que alguns estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos ou com outras informações.

Palavras-chaves: Educação Matemática, Avaliação Escolar como Prática de Investigação, Análise da Produção Escrita em Matemática, Contexto do Problema.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **STUDY OF THE WRITTEN PRODUCTION OF HIGH SCHOOL STUDENTS ON NON ROUTINE DISCURSIVE MATH QUESTIONS.** 2008. Dissertation (Masters in Science and Math Education) – Universidade Estadual de Londrina.

ABSTRACT

The objective of this investigation was to analyze the written production of High School students on non routine discursive Math questions, and to try to understand how they deal with this kind of questions in assessment context. In this analysis, we focused on the student's interpretation of the questions' directions, the strategies and procedures they use to solve them, and on the relationships they establish between the problem and other contexts or information. This predominantly qualitative and interpretative research, carried out within the concept of evaluation as an investigation practice, used the guidelines present in the content analysis. Taking into consideration the similarities found in the students' resolutions, they were grouped according to the strategies adopted. Among other things, it was possible to verify their interpretations of the questions' directions, and that some interpretations and resolutions were different from those considered correct. In some cases, the strategies and procedures used to solve each of the questions were also identified. Results also showed that some students related the context in which the question was presented to other contexts or information.

Key-words: Math Education; School Assessment Process as an Investigation Practice; Analysis of Written Production in Math; Problem Context.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>PROVA DE CIÊNCIAS</i>	40
Tabela 2: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>LIXO</i>	47
Tabela 3: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>NOTAS DE PROVAS</i>	57
Tabela 4: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>APOIO AO PRESIDENTE</i>	67
Tabela 5: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>CAMINHANDO 2</i>	77
Tabela 6: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>CAMINHANDO 3</i>	85
Tabela 7: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão <i>ASSALTOS</i>	94
Tabela 8: Agrupamento do que os estudantes mostram saber por meio de sua produção Escrita.....	101

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Distribuição dos itens de matemática, elaborados para a aferição de 2003, de acordo com as dimensões da estrutura do PISA.....	32
Quadro 2: Distribuição dos itens de matemática, elaborados para a aferição de 2003, de acordo com as dimensões da estrutura do PISA.....	34
Quadro 3: Questão <i>PROVA DE CIÊNCIAS</i> e informações sobre ela.....	39
Quadro 4: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>PROVA DE CIÊNCIAS</i>	41
Quadro 5: Questão <i>LIXO</i> e informações sobre ela.....	46
Quadro 6: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>LIXO</i>	48
Quadro 7: Questão <i>NOTAS DE PROVAS</i> e informações sobre ela.....	56
Quadro 8: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>NOTAS DE PROVAS</i>	58
Quadro 9: Questão <i>APOIO AO PRESIDENTE</i> e informações sobre ela.....	66
Quadro 10: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>APOIO AO PRESIDENTE</i>	68
Quadro 11: Questão <i>CAMINHANDO 2</i> e informações sobre ela.....	77
Quadro 12: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>CAMINHANDO 2</i>	78
Quadro 13: Questão <i>CAMINHANDO 3</i> e informações sobre ela.....	84
Quadro 14: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>CAMINHANDO3</i>	86
Quadro 15: Questão <i>ASSALTOS</i> e informações sobre ela.....	93
Quadro 16: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão <i>ASSALTOS</i>	95

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Resolução presente na prova E021A.....	44
Figura 2: Resolução presente na prova E031A.....	44
Figura 3: Resolução presente na prova E122A.....	46
Figura 4: Resolução presente na prova E132A.....	50
Figura 5: Resolução presente na prova E182A.....	51
Figura 6: Resolução presente na prova E081A.....	54
Figura 7: Resolução presente na prova E182A.....	60
Figura 8: Resolução presente na prova E212A.....	60
Figura 9: Resolução presente na prova E011A.....	61
Figura 10: Resolução presente na prova E081A.....	63
Figura 11: Resolução presente na prova E041A.....	65
Figura 12: Resolução presente na prova E162A.....	70
Figura 13: Resolução presente na prova E142A.....	72
Figura 14: Resolução presente na prova E222A.....	72
Figura 15: Resolução presente na prova E071A.....	74
Figura 16: Resolução presente na prova E031A.....	75
Figura 17: Resolução presente na prova E051A.....	75
Figura 18: Resolução presente na prova E071A.....	79
Figura 19: Resolução presente na prova E192A.....	79
Figura 20: Resolução presente na prova E202A.....	80
Figura 21: Resolução presente na prova E132A.....	81
Figura 22: Resolução presente na prova E212A.....	82
Figura 23: Resolução presente na prova E031A.....	83

Figura 24: Resolução presente na prova E101A.....	87
Figura 25: Resolução presente na prova E071A.....	89
Figura 26: Resolução presente na prova E071A.....	91
Figura 27: Resolução presente na prova E071A.....	91
Figura 28: Resolução presente na prova E122A.....	98
Figura 29: Resolução presente na prova E212A.....	98
Figura 30: Resolução presente na prova E132A.....	99
Figura 31: Resolução presente na prova E011A.....	100

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 DOS ‘ÓCULOS’	16
1.1 A Avaliação da Aprendizagem Escolar como Prática de Investigação.....	16
1.2 A Análise da Produção Escrita em Matemática.....	20
1.3 O Contexto do Problema.....	24
2 DO INSTRUMENTO.....	29
3 DO CAMINHO PERCORRIDO.....	33
3.1 Da Seleção das Questões à Correção das Provas.....	33
3.2 O Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem.....	36
3.3 As Entrevistas.....	36
3.4 Abordagem de Análise Utilizada.....	37
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PRODUÇÃO ENCONTRADA.....	39
4.1 Questão – <i>PROVAS DE CIÊNCIAS</i>	39
4.2 Questão – <i>LIXO</i>	46
4.3 Questão – <i>NOTAS DE PROVAS</i>	56
4.4 Questão – <i>APOIO AO PRESIDENTE</i>	66
4.5 Questão – <i>CAMINHANDO 1</i>	76
4.5.1 Questão – <i>CAMINHANDO 2</i>	77
4.5.2 Questão – <i>CAMINHANDO 3</i>	84
4.6 Questão – <i>ASSALTOS</i>	93
4.7 O que os estudantes mostram saber.....	101
5 DAS CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	104
REFERÊNCIAS.....	110
APÊNDICES.....	113
Apêndice A – Instrumento utilizado nesta investigação.....	114
Apêndice B – Roteiro para aplicação.....	131
Apêndice C – Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem.....	133
Apêndice D – Quadros Descritivos.....	136

INTRODUÇÃO

Iniciei meus estudos aos sete anos de idade freqüentando a pré-escola em Barra Bonita, cidade do interior do estado de São Paulo. Foi um dos momentos mais felizes de minha vida. Ir à escola para mim era uma alegria, um prazer ficar com os colegas de classe, com a professora, aprender a ler e a escrever.

Depois de certo tempo na escola, o que começou a não agradar muito foi o sentimento de temor provocado pelas palavras prova e reprovação. Parece que, depois de surgir esse sentimento, estudava para tirar boas notas e ficar distante da possibilidade de reprovar, pois os estudantes que tiravam notas ruins ou que ficavam retidos eram vistos com maus olhos pelos professores e colegas, e eu não queria ser vista com maus olhos por pessoa alguma.

Quando terminei o 1º Grau, atual Ensino Fundamental, decidi fazer o Magistério. Essa opção se deu pelo sentimento de tentar ‘melhorar’ o ensino e também pelo fato de que minhas irmãs eram professoras. Lembro que até brincava com o filho de uma vizinha: ele era o estudante e eu, a professora.

Com certeza aprendi muito e ‘cresci’ como pessoa durante o curso, mas percebi que ainda faltava algo. Ficava insatisfeita com as aulas de *Matemática* e de *Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática*. Parecia que o que via e estudava só reforçava em mim o que ouvia de outras pessoas: Matemática é para poucos, é muito difícil. Isso tudo fazia com que o sentimento que existia em mim de tentar ‘melhorar’ o ensino crescesse ainda mais e se fortalecesse. Então, decidi ser professora de Matemática.

Foi a partir dessa decisão e tendo o incentivo dos meus pais que, em 2002, mudei para Londrina para cursar a Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina.

Na graduação aprendi muito. Tive contato com ótimos professores e com a Educação Matemática. Até então tudo isso era novidade para mim. Ao mesmo tempo que ficava empolgada também ficava preocupada, pois percebia o quanto meu mundo era pequeno e o quanto ainda tinha para conhecer, estudar e aprender. Mas a vontade de crescer, de aprender era maior e as preocupações foram ficando em segundo plano, porém nunca deixadas de lado.

No último ano da graduação, comecei a participar do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, o GEPEMA. Passei a ter um contato maior com a Educação Matemática e com as questões da Avaliação em Educação Matemática.

No grupo, comecei a participar do projeto de pesquisa Análise da Produção Escrita de Alunos e Professores nas Provas de Questões Abertas de Matemática tendo como foco dos estudos a Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA 2002. Como estudante de iniciação científica, participei da investigação da relação entre o desempenho e as impressões de estudantes da 4^a série do Ensino Fundamental na Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002¹.

Com a participação no GEPEMA, nasceu o sonho de fazer o Mestrado em Educação Matemática. No final de 2005 participei da seleção e, em 2006, ingressei como estudante regular. A partir desse momento, certa dose de ansiedade e outra de curiosidade começavam a fazer parte de minha vida. O que iria encontrar pela frente? O que iria investigar?

Os resultados das investigações realizadas no interior do GEPEMA têm revelado que, sob a luz da avaliação como prática de investigação, a análise da produção escrita se mostra como uma alternativa promissora para conhecer como estudantes lidam com questões abertas de Matemática (VIOLA DOS SANTOS, 2007) e que grande parte dos estudantes mostra saber procedimentos freqüentemente trabalhados em sala de aula. Tais resultados vão de encontro às informações que são veiculadas na sociedade de que os estudantes brasileiros não sabem isso ou aquilo de Matemática quando da realização de provas dadas tanto pelo professor quanto por programas nacionais ou internacionais de avaliação do rendimento escolar.

Se, por meio da análise da produção escrita de estudantes em algumas questões abertas de matemática, em situação específica de prova, em sua maioria rotineiras, ou seja, questões freqüentemente trabalhadas em sala de aula e freqüentemente encontradas em livros didáticos, foi possível inferir² o que os estudantes mostram saber da matemática escolar, o que é possível inferir a respeito do que os estudantes sabem da matemática escolar ao resolver questões não rotineiras? Como esses estudantes lidam com questões desse tipo? Essas eram algumas das questões que começaram a instigar o GEPEMA.

¹ A última página da Prova de Questões Abertas de Matemática – AVA 2002 continha um questionário avaliativo que buscava colher as impressões dos alunos sobre a prova.

² É preciso deixar claro que tais inferências foram realizadas a partir da análise de algumas questões envolvendo algum conteúdo, e em um determinado momento histórico.

Na tentativa de obter resposta a essas questões, buscou-se, nesta investigação, analisar a produção escrita de estudantes do Ensino Médio em algumas questões da prova de Matemática do PISA 2003.

Além desta apresentação, a investigação está estruturada em quatro partes:

- a primeira, na qual é apresentado o referencial teórico que serve de base para esta investigação;
- a segunda, que apresenta os procedimentos metodológicos adotados,
- a terceira, na qual são apresentadas as descrições e análises da produção escrita encontrada em algumas questões, e
- a quarta, em que são apresentadas algumas considerações a respeito do trabalho realizado.

Espera-se que esta investigação possa servir de incentivo e contribuir com o trabalho do professor em sala de aula no que diz respeito à análise da produção escrita dos estudantes enquanto alternativa para a prática avaliativa, e também no que diz respeito a compreender como os estudantes lidam com a matemática trabalhada em sala de aula.

1. DOS ‘ÓCULOS’³

1.1 A Avaliação da Aprendizagem Escolar como Prática de Investigação

A avaliação faz parte do cotidiano das pessoas, embora nem todas percebam que são constantemente avaliadas nas mais diversas situações e com diferentes propósitos. No âmbito escolar, a avaliação também está presente e é elemento importante do processo de ensino e de aprendizagem, pois, por meio dela, tanto professores quanto estudantes podem obter informações que lhes sejam relevantes. Os professores podem, por exemplo, obter informações a respeito da aprendizagem de seus estudantes, com as quais seja possível identificar se suas intenções estão sendo atingidas, se serão necessárias novas ações. Já os estudantes podem obter informações a respeito do seu processo de aprendizagem, que os auxiliem a refletir e estabelecer estratégias que os conduzam ao reconhecimento e à superação das dificuldades encontradas nesse processo (GIMÉNEZ, 1997).

De um modo geral, no âmbito escolar, a avaliação pode assumir várias funções, ser realizada em diferentes situações e com diversos objetivos. Para Hadji (1993), as funções principais da avaliação são orientar, regular e certificar. Caso a intenção seja a de identificar características e conhecimentos dos estudantes antes de iniciar qualquer ação de formação, a avaliação dita diagnóstica tem a função de orientar as escolhas didáticas do professor em relação à formação dos estudantes de modo que atendam às características desses. Por outro lado, integrada à ação de formação, a avaliação formativa visa contribuir com a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que ela está a decorrer e os estudantes sobre o seu próprio percurso. Deste modo, sua função é a de regular e guiar o processo de aprendizagem. Entretanto, se a avaliação é utilizada com o objetivo de se fazer um balanço do rendimento do estudante após a sua formação, com a função de certificar, tem-se a chamada avaliação somativa.

A avaliação da aprendizagem escolar tem sido entendida como um momento obrigatório realizado, tradicionalmente, no final de cada bimestre e utilizada apenas para verificar o que os estudantes não aprenderam do conteúdo dado em sala, para classificá-los em bons ou maus estudantes e, por meio de notas enfatizadas como se fossem o aspecto

³ Termo utilizado pela professora Drª Regina Luzia Corio de Buriasco para se referir ao referencial teórico utilizado em uma investigação.

mais importante da avaliação e “operadas como se nada tivessem a ver com a aprendizagem” (LUCKESI, 2002, p.23), determinar os que continuarão os estudos.

Nessa perspectiva de avaliação, que focaliza apenas o produto final, raramente o que os estudantes sabem, o modo como lidam com os problemas e o que estão aprendendo são aspectos considerados. Parece que a preocupação reside apenas na sua aprovação ou reprovação e não na obtenção de informações que possam subsidiar as tomadas de decisões no processo de ensino e de aprendizagem.

Praticar uma avaliação com vistas a contribuir com professores e estudantes, para subsidiar as tomadas de decisões destes e nesses processos, de modo a possibilitar que o professor possa rever sua ação, suas escolhas didáticas e os estudantes, suas estratégias de estudo, implica em assumir a avaliação como prática de investigação com a qual se busque recolher informações e interpretá-las, com o objetivo de compreender os modos de pensar dos estudantes, os caminhos utilizados por eles na busca de uma solução para determinado problema, compreender suas dificuldades; prática com a qual se tome consciência do ocorrido nestes processos, se possa refletir e, posteriormente, executar intervenções (SACRISTÁN, 1998).

Sob esta perspectiva, a avaliação é realizada então como uma prática que possibilita ao professor a busca de desvelar o processo de aprendizagem dos estudantes, bem como acompanhar e participar dele (ESTEBAN, 2003; BURIASCO, 2004; PEREGO, 2005).

Segundo Esteban, a avaliação enquanto prática de investigação

se configura pelo reconhecimento dos múltiplos saberes, lógicas e valores que permeiam a tessitura do conhecimento. Nesse sentido, a avaliação vai sendo constituída como um processo que indaga os resultados apresentados, os trajetos percorridos, os percursos previstos, as relações estabelecidas entre as pessoas, saberes, informações, fatos, contexto (2000, p.11).

Numa avaliação assim praticada, enfatiza-se o caminho percorrido pelo estudante e não simplesmente um resultado obtido por ele; indaga-se o que ele fez com o propósito de se obter informações a respeito do que ele sabe e não apenas do que lhe falta, do que não sabe. Além disto, reconhece-se e valoriza-se a diversidade de caminhos percorridos na construção de soluções para os problemas, abre-se espaço para as diferenças entre os estudantes e para as muitas interpretações de uma mesma situação. Esta é a perspectiva de avaliação adotada neste trabalho.

Para Esteban (2003, p.24), a avaliação como prática de investigação ainda “tem o sentido de romper as barreiras entre os envolvidos no processo ensino/aprendizagem” e tem a finalidade de “que todos possam ampliar continuamente os conhecimentos que

possuem, cada um no seu tempo, por seu caminho, com seus recursos, com a ajuda do coletivo”.

Em Matemática, a avaliação tomada como prática de investigação possibilita investigar, analisar e discutir como os estudantes lidam com determinado problema, ou seja, como o interpretam, que estratégias e procedimentos⁴ utilizam para resolvê-lo, como expressam matematicamente suas idéias. Além disso, ao assumir uma postura de constante investigação na avaliação da aprendizagem do estudante, segundo Perego (2005), o professor pode ter uma visão mais abrangente do processo de aprendizagem dele. Dessa forma, “é possível participar ativamente desse processo, agindo realmente como mediador entre o aluno e o conhecimento matemático, procurando a estratégia didática adequada para cada intervenção necessária” (PEREGO, 2005, p.81).

A avaliação ao ser impregnada da idéia de investigação deixa de ser tomada como a etapa final de um ciclo e passa a ser realizada constantemente durante todo o processo de ensino e de aprendizagem.

Nesse sentido, vários instrumentos podem ser utilizados para obter informações com vistas a subsidiar a tomada de decisão nestes processos. Em muitos casos, a informação obtida por meio de um instrumento acaba por completar ou esclarecer uma informação que já fora obtida por outro. Entretanto é preciso se ter claro que um instrumento, muitas vezes, prioriza certos aspectos sobre outros. Por isso é importante saber o que cada instrumento é capaz de revelar, que informações é possível recolher com ele e que limitações ele possui.

O instrumento mais utilizado na avaliação da aprendizagem dos estudantes é a prova escrita que, muitas vezes, é tida como sinônimo de avaliação, e é elaborada com questões nas quais os estudantes pouco têm a oportunidade de justificar suas estratégias e os procedimentos utilizados. É preciso ficar claro que a crítica não deve ser feita ao instrumento prova escrita, mas sim ao modo como esse instrumento é utilizado.

Nas escolas, freqüentemente, segundo documentos do PISA, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes que tem como base teórica a Educação Matemática

⁴ Nesta investigação, a estratégia é entendida como o modo pelo qual se aborda um problema. Considerando, por exemplo, um problema que foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau, utilizar sistema de equações de primeiro grau seria a estratégia escolhida para resolver o problema, ou seja, é o modo como se aborda o problema. Já o procedimento é entendido como o modo pelo qual se desenvolve a estratégia. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) e que esse sistema foi resolvido pelo método da substituição, este seria então o procedimento, ou seja, o modo como se desenvolveu a estratégia.

Realística⁵ (OECD 2003; 2004a), em Matemática, é ensinado aos estudantes técnicas aritméticas, propriedades, relações geométricas, como resolver determinados tipos de equação e como resolver problemas que envolvem esses conhecimentos. Quando avaliados, os estudantes recebem problemas matemáticos semelhantes aos já trabalhados em sala que demandam apenas a aplicação desses conhecimentos. Segundo esses documentos, os estudantes precisam aprender também a utilizar a matemática para solucionar problemas não rotineiros em uma diversidade de situações e serem avaliados nesse mesmo contexto, pois consideram que os estudantes, além de aprender os aspectos estruturais da matemática que incluem o conhecimento de termos, procedimentos e conceitos básicos, que são usualmente ensinados na escola, devem aprender de que forma esses aspectos são estruturados e são utilizados. Essa justificativa baseia-se no fato de que se pode saber muito sobre “aspectos estruturais da matemática sem conhecer sua natureza ou a maneira de utilizá-los para a resolução de problemas”⁶ (OECD, 2004b, p.26).

Para isso, os problemas a serem apresentados aos estudantes devem ser desafiantes e abertos à matematização, ou seja, devem ser problemas que possibilitem que os estudantes analisem uma situação, traduzam o problema para um contexto matemático, tomem decisões a respeito dos conhecimentos matemáticos que lhes possam ser úteis para solucioná-lo, ou seja, que construam uma solução (HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; OECD, 2004a). De um modo geral, os problemas devem ser aqueles que oportunizem aprendizagens e possibilitem que os estudantes demonstrem o que sabem.

Ao fazer uso de problemas que possibilitem aos estudantes novas aprendizagens e a oportunidade de mostrar o que sabem, tanto em uma prova escrita como em outras atividades, ao assumir uma postura investigativa, o professor pode questionar-se a respeito de qual matemática os seus estudantes estão aprendendo, que entendimentos estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, o que sabem, que dificuldades encontram, e o que pode ser feito para auxiliá-los na superação destas.

⁵ Educação Matemática Realística, teoria de ensino e aprendizagem da educação matemática em construção que teve seu ponto de partida na idéia de Freudenthal da matemática como atividade humana. Esta teoria rejeita a produção focalizada, de uma única maneira de ensino no qual o conteúdo é dividido em pequenas partes sem sentido e nas quais os estudantes são convidados a fixar procedimentos de resolução e treinados por meio de exercícios, freqüentemente para serem feitos individualmente numa situação particular. Ao contrário, considera que os estudantes são participantes no processo de ensino e aprendizagem, no qual desenvolvem percepção, discernimento e ferramentas matemáticas. Além disto, considera que a aprendizagem matemática deve ser originada a partir da matematização de contextos ricos e ‘reais’, que possibilitem que os alunos tenham a oportunidade de ‘reinventar’ a matemática (FREUDENTHAL, 1991; ZULKARDI, 1999; MONTEIRO, 2005).

⁶ A resolução de problemas é tomada pelo PISA como a “capacidade de utilizar processos cognitivos para resolver situações transdisciplinares da vida real quando nem o caminho para a solução nem as áreas de letramento ou de currículo aplicáveis estão imediatamente óbvios”(OECD, 2004b).

Deste modo, a avaliação adquire um novo sentido, deixa de ser uma prática apenas realizada sobre o estudante e passa a ser realizada também sobre e para o professor, de modo a orientar e contribuir com a aprendizagem de ambos. Além disso, a avaliação deixa de ser vista como um elemento de ameaça e punição e passa a ser vista como uma oportunidade de aprendizagem e de ensino.

A defesa da idéia de avaliação como prática de investigação, que auxilie tanto professores quanto estudantes, subsidia-se na crença de que tal formato pode contribuir para uma prática escolar menos excludente, que não silencie as pessoas mas, valorize e aceite as diferenças.

1.2 A Análise da Produção Escrita em Matemática

A avaliação enquanto prática de investigação, como já mencionado, possibilita que o professor participe do processo de aprendizagem de seus estudantes, ao investigar, analisar como eles lidam com determinado problema, ou seja, como o interpretam, que estratégias e procedimentos utilizam para resolvê-lo, como expressam suas idéias.

Nessa perspectiva de avaliação, um dos caminhos que podem ser utilizados para compreender os modos de pensar dos estudantes e como lidam com problemas é a análise da produção escrita deles. Este foi o caminho escolhido nesta investigação para compreender como os estudantes lidam com questões discursivas, não rotineiras de matemática.

Toda produção escrita dos estudantes, seja ela obtida por meio de trabalhos, provas ou qualquer outro instrumento que possibilite o registro de suas idéias, é importante, pois, ao analisar e interpretar, por exemplo, a produção escrita dos estudantes na resolução de um problema, o professor pode perceber que, por meio dessa resolução, seja ela considerada totalmente correta, parcialmente correta ou incorreta, é possível obter informações sobre o que eles sabem do conteúdo envolvido, ter pistas do que podem vir a saber futuramente, além de também ter pistas de como ele, o professor, pode auxiliá-los em suas aprendizagens.

Em questões de matemática, a análise da produção escrita dos estudantes contribui, segundo Nagy-Silva e Buriasco, entre outras coisas,

para que o professor busque entender as respostas dadas e o porquê das estratégias escolhidas. Com essa atitude investigativa, o professor pode (re)conhecer que conhecimentos os alunos já possuem e quais ainda estão em construção (2005, p.504).

Trabalhos como os de Nagy-Silva (2005), Perego (2005), Segura (2005), Perego (2006), Negrão de Lima (2006), Alves (2006), Dalto (2007) e Viola dos Santos (2007), realizados no interior do GEPEMA, sobre a produção escrita de estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio, estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e professores que ensinam que Matemática na resolução da prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002, têm evidenciado que, por meio de uma análise interpretativa da produção escrita, é possível compreender como os estudantes e professores lidam com questões abertas de matemática e que conhecimentos matemáticos demonstram saber.

Ao analisar a produção escrita de estudantes da 4^a série do Ensino Fundamental, Negrão de Lima (2006), tendo por base o que se esperava que um estudante da 4^a série soubesse ao resolver cada questão, elaborou uma síntese a respeito do que estes estudantes já sabiam, do que estavam perto de saber e do que ainda não sabiam em relação aos conteúdos envolvidos em cada questão resolvida por eles. Nessa síntese, constatou, por exemplo, que 90% dos estudantes sabem utilizar informações contidas em gráfico de barras, 66% sabem utilizar informações contidas em tabelas, 4% estão próximos do esperado quanto a reconhecer a equação do 1º grau por tentativa como procedimento para a resolução de um problema e que 4% estão em processo de reconhecer a adição como procedimento para a resolução de um problema.

A análise realizada por essa autora também apontou que em questões que exigem para além do reconhecimento de palavras-chaves, sejam elas familiares ou não aos estudantes, estes encontram maior dificuldade. Tal fato também foi apontado nas investigações de Nagy-Silva (2005), Perego (2005) e Perego (2006).

No seu trabalho, realizado sobre a produção escrita de estudantes da 3^a série do Ensino Médio, Alves (2006) verificou, em questões situadas no campo da álgebra, que os estudantes recorrem primeiramente aos cálculos aritméticos, pouco utilizando os conteúdos curriculares que se têm expectativa de serem trabalhados em sala de aula. Além disto, constatou que a grande maioria dos estudantes busca resolver os problemas por meio de tentativas e procedimentos próprios.

Dalto (2007), em sua investigação constatou que menos de 20% dos estudantes que responderam à questão comum à 8^a série do Ensino Fundamental e 3^a série do Ensino Médio apresentou resolução considerada como correta. Entretanto o autor salienta que seria precipitado afirmar que os 80% restantes não sabem matemática. Ele destaca que em 87,6% das produções escritas dos estudantes foi possível perceber a execução de um

procedimento capaz de solucionar a questão, e que o desempenho dos estudantes na questão não é derivado do desconhecimento do instrumental matemático, mas está fortemente relacionado à compreensão do enunciado da questão, bem como à identificação do tipo de instrumental mais adequado para resolvê-la. Destaca que a maioria dos estudantes abordou o problema de maneira aritmética, que a linguagem sincopada⁷ foi a mais utilizada, o que parece mostrar que estão a caminho do processo de generalização.

Analisando a produção escrita de estudantes na questão comum às três séries avaliadas – da 4^a e 8^a série do Ensino Fundamental e 3^a série do Ensino Médio, Viola dos Santos (2007) observou que foram poucos os que utilizaram um conteúdo específico de sua série para resolver o problema envolvido. Contudo destaca que o fato desses conteúdos não terem sido encontrados em suas produções não implica que os estudantes os desconhecem. Em relação ao modo de interpretação do enunciado da questão, o autor constatou que 52% dos estudantes da 4^a série do Ensino Fundamental, 32% da 8^a série do Ensino Fundamental e 11% da 3^a série do Ensino Médio fizeram uma interpretação linear, ou seja, interpretaram cada frase do enunciado utilizando algum procedimento, encadeando-o passo a passo no decorrer de sua leitura e, ao final, apresentaram uma resposta proveniente desses procedimentos.

Ainda por meio da análise interpretativa da produção escrita dos estudantes, Viola dos Santos identificou cinco níveis de pensamento algébrico⁸ presentes nas provas: 1) expressa uma estrutura aritmética para resolver a questão; 2) expressa uma relação entre estruturas aritméticas para resolver a questão; 3) expressa relações entre estruturas aritméticas para resolver a questão, nas quais está presente a idéia de recorrência; 4) expressa relações entre estruturas aritméticas utilizando alguma linguagem algébrica para resolver a questão e, 5) expressa relações utilizando uma equação para resolver a questão.

Muitas informações podem ser obtidas a partir de uma análise interpretativa da produção escrita dos estudantes. Contudo é preciso considerar que, mediante essa análise, as informações obtidas sobre a aprendizagem dos estudantes devem ser vistas apenas como uma amostra possível, tanto das informações quanto da aprendizagem destes. Desse modo,

⁷ Dalto (2007) explica em sua investigação que na linguagem sincopada há a utilização de algumas abreviaturas incógnitas, mas os cálculos ainda são desenvolvidos por meio da linguagem natural.

⁸ Viola dos Santos (2007, p.42) caracteriza o pensamento algébrico “pela expressão de um processo que envolva alguma relação entre *estruturas aritméticas* por meio de ações sintáticas, que sigam regras procedimentais e formais, e, semânticas, que atribuam algum sentido lógico para a relação dessas estruturas. Por *estrutura aritmética* estamos entendendo o resultado da construção do procedimento utilizado na realização de uma operação por meio de um enunciado”.

não se pode afirmar que um estudante não sabe determinado conteúdo pelo fato de não se ter obtido uma informação sobre ele em sua produção escrita. Somente pode-se dizer algo a respeito do que o estudante fez, e não do que deixou de fazer.

O potencial da produção escrita em Matemática como elemento importante na avaliação da aprendizagem também é destacado por Heuvel-Panhuizen (1996). Segundo essa autora, a produção escrita do estudante pode refletir, de um lado, a sua aprendizagem e, de outro, a atuação do professor. Além disso, a autora destaca que por mais que as informações obtidas sejam meras impressões, aliadas à observação constante dos estudantes durante as atividades, à interpretação dessas observações e à reflexão, elas podem fornecer um ‘retrato’ do processo de ensino e de aprendizagem. Desse ponto de vista, durante o processo de formação do estudante, o professor, por meio de uma avaliação investigativa, pode obter vários ‘retratos’ de um mesmo processo, em tempos, condições diferentes. Retratos que possibilitarão que ele questione qual Matemática os estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que é trabalhado em sala de aula, quais dificuldades estão apresentando, o que pode ser feito para que estas sejam superadas por eles.

Em relação à produção escrita, Perrot (1998) salienta que, quando não for possível entender o que o estudante quis expressar em sua produção escrita, um diálogo com ele durante o trabalho em sala de aula pode ser muito útil. Observando-o durante o seu trabalho e conversando com ele, esclarecimentos podem ser obtidos e dúvidas podem ser sanadas. Por isso é importante que a sala de aula seja um espaço de diálogo entre professor e estudante, no qual este possa expressar suas idéias, justificar suas estratégias; um espaço não somente de socialização entre pessoas diferentes, mas um espaço de ‘construção’ de conhecimento.

Analizando a produção escrita dos estudantes, interpretando as informações presentes nessa produção, os professores podem também identificar possíveis dificuldades, analisar os erros encontrados e obter indícios do que pode ter levado esses estudantes a errarem e, a partir de tais informações e de conversas com eles, planejar novas ações de modo que estas possam contribuir com a aprendizagem dos envolvidos.

Nesse sentido, a análise da produção escrita constitui-se também uma alternativa para que o professor possa caminhar em direção a refletir sobre sua prática, sobre suas escolhas didáticas, e para que a reorientação da avaliação escolar aconteça (NAGY-SILVA, 2005).

1.3 O Contexto do Problema

Freqüentemente, são apresentados aos estudantes, em sala de aula, problemas que retratam situações do ‘mundo real’, que refletem situações da ‘vida diária’, problemas corriqueiros, na tentativa de tornar a Matemática mais interessante, de que os estudantes aprendam mais fácil ou rapidamente os conteúdos matemáticos, ou, ainda, de que percebam alguma relação entre a Matemática e o mundo em que vivem e que, por meio disso, venham a transferir o que aprenderam na escola para as situações fora dela.

No entanto o que não é muito considerado, nessa tentativa de tornar a Matemática menos abstrata ou incompreensível para os estudantes, é que os contextos em que os problemas são apresentados podem não fazer parte do ‘mundo’ em que esses estudantes vivem, podem não ter sentido e não ser ‘reais’ para eles, ou seja, estes problemas podem ser ‘reais’, muitas vezes, somente para quem os elaborou ou os propôs. Frente a isso, um problema proposto num contexto do ‘mundo real’ pode se tornar um problema tão mais complexo ou mais abstrato para os estudantes do que um problema cujo contexto é considerado puramente matemático.

Desse modo, o contexto, que poderia contribuir para que os estudantes interpretassem e solucionassem os problemas, pode acabar agindo como um distrator ou funcionar como uma barreira para interpretar a situação (BOALER, 1993).

Segundo Butts (1997), existem vários fatores que podem motivar um estudante a querer resolver um problema, mas uma consideração fundamental deve ser a maneira como o problema é formulado, ou o que é chamado aqui de contexto.

Para exemplificar o quanto o modo como o problema é formulado pode instigar o resolvedor, Butts apresenta três formulações diferentes do mesmo problema:

Seja $d(n)$ o número de divisores positivos do inteiro n . Prove que $d(n)$ é ímpar se e somente se n é um quadrado.

Quais são os inteiros positivos que têm um número ímpar de fatores? (Justifique sua resposta.).

Imagine n armários, todos fechados, e n homens. Suponha que o primeiro homem passe e abra todos os armários. Depois, que o segundo homem passe e feche um sim e outro não, começando pelo número 2. O terceiro homem, então, passa e altera o estado dos armários, de três em três, começando pelo número 3 (isto é, se está aberto, ele o fecha, e vice-versa). Se esse procedimento tiver continuidade até que todos os n homens tenham passado por todos os armários, quais então ficam abertos? (BUTTS, 1997, p.32)

Para Butts (1997), a terceira versão do problema ocasionaria, possivelmente, maior motivação aos estudantes do que os contextos do primeiro e segundo problemas.

Outro aspecto também não muito levado em consideração em sala de aula é que o contexto do problema pode não apenas motivar, mas influenciar o modo como os estudantes lidam com ele, ou seja, pode influenciar a interpretação, a escolha da estratégia, dos procedimentos para resolvê-lo. Para Barnett et all (1997, p. 116), “certos elementos do próprio problema podem influenciar no êxito ou no fracasso de um aluno que vai resolvê-lo”.

Nunes, Carraher, Schliemann (1995) realizaram uma investigação para estudar mais sistematicamente o desempenho de crianças de classe pobre em problemas de contexto informal e de contexto escolar⁹. Para isso, foram realizados dois testes com cinco crianças e adolescentes com idade entre 9 e 15 anos, cuja escolaridade variava entre 3^a e 8^a séries do Ensino Fundamental. No primeiro teste, denominado informal, os participantes eram avaliados no contexto em que naturalmente resolviam problemas de matemática. No segundo, teste formal, os participantes resolviam problemas sob a forma de operações aritméticas a serem realizadas sem qualquer contexto e sob a forma de problemas do tipo escolar. Estes autores observaram que o desempenho dos participantes foi superior no teste informal, no qual as operações estavam inseridas em situações ‘reais’. Em relação ao teste formal, constataram que o desempenho foi melhor nos problemas com situações imaginárias do que simplesmente em operações aritméticas isoladas de qualquer contexto. Assim sendo, os autores afirmam que os resultados indicam uma decisiva influência do contexto sobre a resolução dos problemas pelos participantes.

De modo geral, não se considera que a situação em que o problema está inserido pode afetar o desempenho do estudante, e que, além disso, este pode utilizar as relações que estabelece dessa situação com suas experiências, tanto da escola como fora dela, para dar sentido ao problema e, assim, solucioná-lo.

Em sua investigação, Viola dos Santos (2007) percebeu vários indícios de que os contextos que circunscrevem a vida dos estudantes estavam presentes tanto na interpretação do enunciado da questão como na elaboração da estratégia e na utilização dos procedimentos. Para ele,

⁹ Em razão do tempo em que um trabalho de mestrado tem que ser realizado, o contexto socioeconômico dos estudantes, ou seja, o contexto do estudante, e se há influência ou não desse na resolução dos problemas, não fará parte dos objetivos e análises desta dissertação.

ao resolver uma questão, os alunos não apenas utilizam seus conhecimentos matemáticos, mas também os conhecimentos da sua vida prática fora da escola que são constituídos inter-relacionados com os da escola (VIOLA dos SANTOS, 2007, p.101).

A influência do contexto do problema no desempenho dos estudantes também tem sido apontada por pesquisas tais como de Clementes (1980, apud, HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), Mack (1993, apud, HEUVEL-PANHUIZEN, 2005).

Em sua pesquisa, Clements comparou dois problemas de uma prova escrita cujo conteúdo era frações, na qual um problema era apresentado como um problema aritmético e o outro como um problema *de contexto* que foi denominado como *problema do bolo*. Dos 126 estudantes que realizaram a prova, 45% responderam corretamente o problema aritmético e 78% responderam corretamente o problema do bolo. Nas entrevistas que realizou com os estudantes, Clements constatou que estes se apoiam no contexto do problema para resolvê-lo. Neste caso, o contexto contribuiu para que o problema fizesse sentido para os estudantes.

Já no estudo de Mack (1993), em que os estudantes também trabalharam com um problema de frações, no caso um problema envolvendo pizza, o contexto do problema não ofereceu suporte para todos os estudantes. Nesse estudo, um estudante comentou que seria mais fácil trabalhar com um problema envolvendo sorvetes já que ele gostava de sorvetes e não gostava de pizza.

Esse último exemplo, segundo o ponto de vista desta investigadora, ilustra que nem sempre o contexto considerado pelo professor como familiar ao estudante de fato auxilia na resolução de determinado problema ou torna este mais fácil para aquele.

Ainda quanto à influência do contexto do problema e das relações estabelecidas com as experiências dos estudantes, podem ser mencionados os estudos de Cooper e Harries (2003) e Kastberg et all (2005).

Cooper e Harries (2003) analisaram as respostas dadas por estudantes a uma nova versão do *problema do elevador*, que, na sua versão original, desejava saber quantas vezes um elevador, que pode transportar até 14 pessoas, deveria subir ao andar superior, num horário de movimento, para transportar 269 pessoas. Na nova versão do item, os autores solicitaram aos estudantes que haviam respondido corretamente a versão original que respondessem e justificassem se respostas como 19,21429 vezes, 25 vezes ou 15 vezes, dadas por outros estudantes, poderiam ser consideradas corretas ou não.

Para alguns estudantes, 19,21429 vezes não deveria ser considerado correto, pois segundo eles os elevadores não fazem viagens fracionadas e, se fizessem 19 viagens,

algumas pessoas não iriam ao andar superior. Para outros, 19,21429 poderia ser considerado correto, já que era o resultado da divisão de 269 por 14. No caso de 25 vezes, os estudantes que consideraram incorreta a resposta argumentaram que nesse caso o elevador faria mais viagens do que o necessário já que poderiam subir, a cada viagem, 14 pessoas. Já os estudantes que consideraram correta a resposta justificaram que o elevador pode não ter subido sempre com 14 pessoas. No entanto estes estudantes consideraram que isso era quase impossível num horário de grande movimento e que se teria mais gastos com energia. Para a resposta 15 vezes, os que consideraram que seria uma resposta incorreta justificaram que o elevador só poderia transportar 14 pessoas por viagem e que se fosse 15 vezes ao andar superior teria ultrapassado a quantidade permitida de pessoas por viagem. Já os que disseram que 15 vezes poderia ser considerada uma resposta correta justificaram que algumas pessoas poderiam ter ido pelas escadas. Segundo os autores, nesse caso, a utilização das escadas é uma invenção dos estudantes, já que elas não são mencionadas no problema. Mesmo que o enunciado do problema não tenha mencionado que havia escadas ou que elas poderiam ser usadas, esses estudantes podem ter relacionado o contexto do problema com o ‘mundo real’ para considerar que a resposta estaria correta.

Desse modo, para Cooper e Harries, uma característica das respostas dos estudantes a problemas de contextos ‘reais’ é a de consultar suas considerações realísticas, que, segundo eles, são considerações do ‘mundo diário’, do dia-a-dia.

Kastberg et all (2005) analisaram as respostas de estudantes a itens de matemática e de outras áreas de conteúdo de avaliações do NAEP – National Assessment of Educational Progress. Num item dessa avaliação, por exemplo, em que os estudantes deveriam observar três possíveis rotas para a construção de uma estrada de ferro ligando duas cidades e decidir qual dessas rotas seria mais viável em relação aos custos, os autores identificaram que alguns estudantes optaram por uma rota que não é a considerada correta. Nesse item, essa rota é a de menor distância visual entre as cidades, porém ela passa por terreno montanhoso, o que aumentaria os gastos com a construção. Para esses autores, alguns desses estudantes podem ter optado por esta rota com base no conhecimento matemático de que a menor distância entre dois pontos é uma reta e, por isso, podem ter inferido que com a rota mais curta os gastos também seriam menores; outros podem ter optado por essa rota por considerarem a experiência de terem viajado de trem e saber que eles passam por montanhas, e, além disso, consideraram o conhecimento matemático que garante que a menor distância entre dois pontos é uma reta. Assim, em alguns casos os estudantes relacionaram o contexto

do problema com suas experiências; em outros, eles ignoraram as experiências e privilegiaram os conhecimentos de uma área de conteúdo.

O que se pode perceber com os resultados dessas investigações é que os estudantes interagem com o contexto em que o problema é apresentado de maneiras muito diferentes e, muitas vezes, inesperadas pelo professor. Como usualmente a correção das respostas dos estudantes a problemas é fundamentada numa classificação padrão pré-estabelecida pelo professor, que relaciona a diferença da resposta do estudante a esse padrão com erro e a semelhança com acerto (ESTEBAN, 2003), as relações que ele faz do contexto com suas experiências raramente são levadas em consideração.

Observar apenas o resultado final, verificar se a resposta se classifica num determinado padrão, sem analisar o contexto do problema e sem analisar a produção escrita do estudante, o seu modo de lidar com o problema, e sem estabelecer um diálogo com ele nos casos em que não foi possível entender sua produção escrita, o que pensou, o que quis expressar, implica em deixar de analisar, por exemplo, que ele pode ter respondido incorretamente determinado problema porque tomou como referência suas experiências. Por conseguinte, o que pode estar sendo considerado incorreto pelo professor, para o estudante pode ser uma resposta plausível, coerente com as situações que vive.

Para Boaler (1993), a interação do estudante com o contexto do problema é algo individual, é um momento em que ele está construindo seus próprios significados. Ainda segundo esse autor, o reconhecimento de que o estudante está construindo significados não impossibilita o uso dos contextos, mas sugere que se deve levar em consideração a natureza deles e que o estudante pode estar trazendo para o contexto desse problema os seus próprios ‘contextos’.

Não está se defendendo aqui que qualquer resposta dos estudantes deve ser considerada correta, mas sim que a interpretação das resoluções destes deve levar em consideração as relações que cada estudante faz sobre o contexto do problema, se relaciona esse contexto com suas experiências, se integra conhecimento matemático com conhecimentos de outras áreas de conteúdos (KASTBERG et all, 2005).

Nesta investigação, isso foi feito por meio da análise da produção escrita dos estudantes em cada problema e por meio de entrevistas, nos casos em que não foi possível entender a produção escrita do estudante, o que ele quis expressar.

2. DO INSTRUMENTO

Em 1997, os países membros¹⁰ da OECD (Organization for Economic Co-operation and Development) criaram o PISA (Programme for International Student Assessment) com o intuito de obter informações sobre o que os estudantes com idade¹¹ entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses, independente da série em que estão e do tipo de instituição em que estudam, ou seja, estudantes próximos de concluir a escolarização obrigatória em seu país de origem, fazem com o que aprenderam na escola, e como estão sendo preparados para enfrentar os desafios de seu cotidiano. Com isso, objetivavam obter informações que pudessem contribuir para o desenvolvimento ou aprimoramento de políticas educacionais e de sistemas de ensino.

O PISA é utilizado também por países que não são membros da OECD, mas que são considerados parceiros¹², como é o caso do Brasil, que participa desde a primeira aplicação em 2000. Neste país, o PISA é coordenado pelo INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação.

Para verificar o desempenho dos estudantes nas áreas de Leitura, Ciências e Matemática, áreas de conhecimento focalizadas, o PISA propõe aos estudantes problemas que vão além dos que são usualmente apresentados em sala de aula e encontrados nos livros didáticos. São problemas fundamentados no conceito de letramento que, segundo documentos do PISA (OECD, 2004a), leva em consideração a capacidade que o estudante possui para analisar, interpretar e resolver problemas em situações diversas, raciocinar e comunicar-se de modo eficaz.

¹⁰ Alguns dos países membros da OCDE são: Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Coréia do Sul, Dinamarca, Eslováquia, Espanha, Estados Unidos, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Hungria, Irlanda, Islândia, Itália, Japão, Luxemburgo, México, Noruega, Nova Zelândia, Polônia, Portugal, Reino Unido, República Checa, Suécia, Suíça, Turquia.

¹¹ Segundo documento do PISA “para garantir a comparabilidade dos resultados através dos países, é preciso que o PISA avalie populações alvo comparáveis. Diferenças entre os países com relação à natureza e à extensão da educação e dos cuidados no pré-primário, à idade de ingresso na escolarização formal, e à estrutura do sistema educacional não permitem que as séries escolares sejam definidas em termos comparáveis internacionalmente. Portanto, para que sejam válidas comparações internacionais de desempenho educacional devem definir sua população, tomando como referência uma idade alvo. O PISA abrange estudantes com idade entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses no momento da avaliação, independentemente da série e do tipo de instituição em que estão matriculados, e de freqüentarem a escola em período integral ou parcial. A utilização dessa faixa de idade no PISA, através dos países e ao longo do tempo, permite uma comparação consistente do desempenho dos estudantes quando estão prestes a concluir a escolarização obrigatória” (OECD, 2005, p.27).

¹² Alguns dos parceiros da OECD são: Indonésia, Tailândia, Federação Russa, Liechtenstein, Tunísia, Hong Kong (China), Macau (China), Uruguai, Letônia, Sérvia e Montenegro.

A cada aplicação do PISA, realizada trienalmente, uma das áreas é enfocada. Com isso, cerca de dois terços do tempo de aplicação da aferição são destinados ao foco principal. Em 2000, o foco da avaliação foi Leitura; em 2003, Matemática foi o foco e, em 2006, sua mais recente realização, o PISA focalizou a área de Ciências.

Em Matemática, o conhecimento e habilidades dos estudantes são avaliados em três dimensões: em relação ao conteúdo matemático, em relação às situações em que os problemas são apresentados aos estudantes e em relação às competências necessárias para a resolução de um problema (OECD, 2004a).

Nos documentos do PISA, o conteúdo matemático é definido em termos de quatro idéias estruturadoras. Cada uma destas pode ser percebida como “uma espécie de noção geral que lida com alguma dimensão generalizada de conteúdo”, uma perspectiva dotada de um núcleo e de fronteiras relativamente indistintas que permitem a intersecção com outras idéias estruturadoras (OECD, 2004b). Assim sendo, são consideradas quatro idéias estruturadoras buscando atender aos requisitos do desenvolvimento histórico da Matemática, abrangência da área e linhas convencionais do currículo escolar de matemática: *Espaço e Forma* - área de conteúdo que está relacionada com a geometria, aborda fenômenos e relações espaciais; *Mudanças e Relações* - área que tem uma relação mais estreita com a álgebra, envolve manifestações matemáticas de mudança, assim como relações funcionais e dependência entre variáveis; *Quantidade* - área que tem relação com a aritmética, que aborda fenômenos numéricos, relações e padrões quantitativos, e *Incerteza* – que envolve fenômenos e relações probabilísticas e estatísticas (OECD, 2004a).

De acordo com documento do PISA (OECD, 2004a), quanto ao contexto, os problemas estão relacionados também a quatro tipos. *Situações Pessoais* - estão mais próximas das atividades cotidianas dos estudantes; tratam da maneira como um problema matemático afeta diretamente o indivíduo e demandam alto grau de interpretação para que o problema seja resolvido. *Situações Educacionais ou Ocupacionais* - estão relacionadas com as atividades dos estudantes na escola ou com a de seu ambiente de trabalho; tratam da maneira como o ambiente escolar ou o de trabalho podem exigir que o indivíduo enfrente determinando problema que requer uma solução matemática. *Situações Públicas* - tratam de situações relacionadas com a comunidade; requerem que o estudante observe aspectos de sua vizinhança, compreenda as relações existentes entre eles e avalie se esses aspectos podem ter consequências relevantes para a vida coletiva. *Situações Científicas* - são situações teóricas e que tendem a ser mais abstratas, com as quais os estudantes freqüentemente se defrontam na aula de matemática.

Para solucionar determinado problema, os estudantes devem envolver-se em um processo de matematização (OECD, 2004a), em que há a tradução do contexto ‘real’ do problema para o contexto matemático, a identificação de qual matemática pode ser útil para resolver esse problema, a construção da solução e tradução dela para o contexto original e, por fim, a sua comunicação. Os processos matemáticos aplicados pelos estudantes na resolução de um problema são identificados pelo PISA como competências matemáticas. Essas competências foram organizadas em três agrupamentos de modo que cada um pudesse refletir o modo pelo qual os processos matemáticos são tipicamente empregados pelos estudantes na resolução de um problema. Os agrupamentos são: *Reprodução* - as competências desse agrupamento envolvem basicamente a reprodução de conhecimentos, aplicação de algoritmos, manipulação de expressões contendo símbolos e fórmulas; *Conexões* - esse agrupamento é caracterizado pela demanda de maior interpretação e associação entre diferentes aspectos da situação do problema; *Reflexão* - as competências deste agrupamento são necessárias em situações que demandam reflexão por parte do estudante e exigem que ele generalize e explique seus resultados.

Para cobrir as dimensões da estrutura da avaliação, ou seja, para avaliar os estudantes em relação ao conteúdo matemático, em relação às situações em que os problemas são apresentados e em relação às competências, são elaborados itens de diferentes formatos. Alguns exigem que os estudantes construam uma resposta para o problema, que apresentem seus cálculos, que justifiquem os resultados obtidos. Esse tipo de item é chamado de item de *Resposta de Construção Aberta*. Em outro, os de *Resposta de Construção Fechada*, os estudantes são solicitados a construir uma resposta, no entanto não precisam explicar como se deu essa construção. Nos itens de *Resposta Curta*, os estudantes devem dar respostas breves, não sendo necessário que justifiquem a resposta. Também há itens em que se deve selecionar uma resposta para cada proposição apresentada, são os de *Múltipla Escolha Complexa*. Já nos de *Múltipla Escolha*, os estudantes optam por uma resposta dentre as opções apresentadas.

Para a aferição de Matemática de 2003 foram utilizados 85 itens que cobriam todas as diferentes dimensões da estrutura utilizada pelo PISA. O quadro a seguir mostra a distribuição desses itens de acordo com as dimensões da estrutura do PISA.

		Tipos de itens					Total
		Múltipla Escolha	Múltipla Escolha Complexa	Construção Fechada	Construção Aberta	Respostas Curtas	
Idéias estruturadoras	Espaço e Forma	4	4	6	4	2	20
	Mudança e Relações	1	2	4	11	4	22
	Quantidade	4	2	2	1	14	23
	Incerteza	8	3	1	5	3	20
	Total	17	11	13	21	23	85
Situações	Pessoal	5	3	1	3	6	18
	Educacional ou Ocupacional	2	4	6	2	6	20
	Pública	8	2	4	8	7	29
	Científica	2	2	2	8	4	18
	Total	17	11	13	21	23	85
Competências	Reprodução	7	0	7	3	9	26
	Conexões	5	9	4	9	13	40
	Reflexões	5	2	2	9	1	19
	Total	17	11	13	21	23	85

Quadro 1: Distribuição dos itens de matemática, elaborados para a aferição de 2003, de acordo com as dimensões da estrutura do PISA.

Fonte: OECD (2005, p.334)

Desses itens, 42 foram disponibilizados¹³ após o processo de análise e divulgação dos resultados pela OECD e pelo INEP no Brasil. Contudo, para esta investigação, foram selecionados 25 itens, totalizando 14 questões. Os critérios de seleção serão explicitados na seção referente aos procedimentos metodológicos.

¹³ Como os itens das provas de aferição do PISA compõem um banco de questões, apenas algumas são disponibilizadas publicamente.

3. DO CAMINHO PERCORRIDO

Esta investigação teve como objetivo geral analisar a produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões abertas e não-rotineiras de matemática, utilizando os seguintes indicadores de análise:

- a interpretação que eles fazem do enunciado das questões;
- as estratégias e procedimentos que utilizam para resolvê-las;
- o estabelecimento de relações do contexto em que a questão é apresentada com outros contextos.

Para isso, utilizou-se uma prova contendo questões de matemática consideradas não rotineiras, que foram retiradas de aferição do PISA, por serem já validadas.

A seguir é apresentado o caminho percorrido nesta investigação, desde a seleção das questões que compõem o instrumento até a abordagem utilizada para analisar a produção escrita dos estudantes.

3.1 Da Seleção das Questões à Correção das Provas

Como se busca, nesta investigação, estudar a produção escrita dos estudantes, dos 42 itens disponibilizados após o processo de análise e divulgação dos resultados pela OECD e pelo INEP no Brasil, selecionaram-se aqueles cuja resposta foi classificada pelo PISA como resposta de construção aberta, de construção fechada ou de construção curta. Com isso, 25 itens, totalizando 14 questões, foram selecionados para compor uma prova (Apêndice A). Destes, nove (9) são de *Resposta de Construção Aberta*, seis (6) de *Resposta de Construção Fechada* e dez (10) de *Construção Curta*. Quanto ao agrupamento de competências, nove (9) são de *Reprodução*, doze (12) de *Conexões* e quatro (4) de *Reflexão*. Em relação à situação, quatro (4) são *Pessoais*, quatro (7) *Educacionais ou Ocupacionais*, sete (7) *Públicas* e sete (7) *Científicas*. Quanto ao conteúdo, sete (7) são de *Mudanças e Relações*, oito (8) de *Quantidade* e dez (10) de *Incerteza*. Não foram selecionadas questões do conteúdo de espaço e forma, pois não foram disponibilizadas questões desse conteúdo que fossem de resposta de construção aberta, de construção fechada ou de construção curta. A partir dessa seleção, foi composto o quadro a seguir.

		Tipos de itens			Total
		Construção Aberta	Construção Fechada	Respostas Curtas	
Idéias estruturadoras	Mudança e Relações,	3	2	2	7
	Quantidade	2	0	6	8
	Incerteza	4	4	3	11
	Total	9	6	10	25
Situações	Pessoais	2	0	2	4
	Educacional ou Ocupacional	1	3	3	7
	Públicas	3	1	3	7
	Científicas	3	2	2	7
	Total	9	6	10	25
Competências	Reprodução	1	5	3	9
	Conexões	5	1	6	12
	Reflexão	3	0	1	4
	Total	9	6	10	25

Quadro 2: Distribuição dos itens de matemática, elaborados para a aferição de 2003, de acordo com as dimensões da estrutura do PISA.

Fonte: Dados da pesquisa.

Além das questões, a prova composta contém, na folha de rosto, um questionário informativo que os estudantes completaram com seus dados, instruções a respeito da prova; e, na última página, um questionário avaliativo que foi elaborado com a finalidade de obter dos estudantes suas impressões sobre a prova. Nesse questionário há cinco perguntas, das quais três são de múltipla escolha e duas discursivas.

Para este estudo, que foi desenvolvido no interior do GEPEMA, foram selecionados por meio de uma listagem fornecida pela direção de um colégio estadual de Londrina, 22 dos 92 estudantes do Ensino Médio que, no momento da aplicação da prova, estavam com idade entre 15 anos e 3 meses e 16 anos e 2 meses, portanto com a mesma idade-alvo do PISA. Desses 22 estudantes, 10 estavam na 1^a. série e 12 na 2^a. série do Ensino Médio. A aplicação da prova ocorreu no dia 22 de agosto de 2006, no período das 8 à 10 horas, em uma sala do próprio colégio.

A aplicação da prova ocorreu no dia 22 de agosto de 2006, no período das 8 às 10 horas, em uma sala do próprio colégio.

Com o objetivo de orientar o procedimento de aplicação, um roteiro (Apêndice B), com base no roteiro de aplicação utilizado pelo PISA, foi elaborado e seguido. O procedimento realizado foi:

- designou-se o lugar em que cada estudante deveria sentar;
- fez-se a conferência dos que iriam realizar a prova;
- distribuíram-se as provas e acompanhou-se o preenchimento da folha de rosto;
- realizou-se em voz alta a leitura das instruções contidas nas provas;
- informou-se que o tempo para a realização da prova seria de duas horas e que quem a terminasse antes deveria permanecer sentado em seu lugar até o término do tempo.
- solicitou-se que o questionário que se encontrava na última página da prova fosse respondido.

Com a conferência dos estudantes que iriam realizar a prova, constatou-se que, dos 24 estudantes selecionados e que aceitaram participar, dois não compareceram.

No canto direito, na parte superior da folha de rosto da prova anotou-se o código 1, referente à presença do estudante durante todo o período de realização da prova, ou o código 2, indicativo da ausência deste em algum momento durante a realização da prova.

Ao final do tempo reservado para a resolução das questões, todo o material foi recolhido e guardado.

Antes da correção dos itens, cada prova foi nomeada para fins de identificação. A nomeação foi constituída por duas letras e três dígitos: primeiramente a letra E, estudante; depois o número de cada estudante (01,02...); em seguida, o número correspondente à série do estudante (1^a ou 2^a série); por último, a letra indicativa da turma (A, B...). Por exemplo, E011A significa que a prova pertence ao estudante 01, da primeira série do Ensino Médio, da turma A.

Após essa nomeação, iniciou-se o processo de correção dos itens. Estes foram corrigidos com base no manual de correções do PISA: receberam crédito completo (indicado pelo código 2) os itens resolvidos corretamente, crédito parcial (indicado pelo código 1) os itens cuja resolução estava parcialmente correta, nenhum crédito (indicado pelo

código 0) os itens que foram resolvidos incorretamente e também nenhum crédito (indicado pelo código 9) os itens deixados em branco ou com frases como, por exemplo, “não sei” ou “não deu tempo”. Com essa correção foi possível ter uma idéia geral do que cada prova continha.

3.2 O Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem

Com o objetivo de obter dos professores dos estudantes que resolveram a prova informações que pudessem auxiliar na análise da produção escrita, foi utilizado um *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem*¹⁴, com três perguntas. Uma solicitava que o professor estimasse a porcentagem de seus estudantes que responderiam corretamente cada um dos itens da prova. A segunda indagava se o conteúdo necessário para que os estudantes resolvessem corretamente cada um dos itens havia sido ensinado durante aquele ano escolar e solicitava uma justificativa. A terceira solicitava que o professor avaliasse se o enunciado de cada questão era suficientemente claro para que seus estudantes compreendessem o que estava sendo pedido (Apêndice C). Os professores deveriam marcar com um X, na folha de resposta, a alternativa adequada a cada pergunta do questionário.

Esse questionário foi respondido pelos dois professores que lecionavam matemática para estudantes do Ensino Médio naquele colégio, no dia 13 de setembro de 2006, no período matutino, conforme escolha deles. Cada professor recebeu o questionário e o modelo da prova aplicada, para que pudessem analisar as questões e responder às perguntas.

Além do *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem*, os professores também responderam ao mesmo questionário avaliativo referente às impressões sobre a prova, presente na última página da prova aplicada aos estudantes.

3.3 As Entrevistas

Com o intuito de obter explicações em questões nas quais não foi possível entender o que os estudantes fizeram, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas.

Nessa modalidade de entrevista, o pesquisador, segundo Fiorentini e Lorenzato,

organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista,

¹⁴ Baseado em um Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem utilizado por BURIASCO(1999).

alterar a ordem dos mesmos e, inclusive, formular questões não previstas inicialmente (2006, p.121).

Para cada entrevista, organizou-se um roteiro de perguntas, que poderiam ser reformuladas de acordo com as dúvidas existentes nas resoluções de cada estudante, em cada questão.

As entrevistas foram conduzidas individualmente e foram realizadas no próprio colégio após as aulas, de modo a facilitar o deslocamento dos estudantes e o contato com eles.

Durante as entrevistas, que foram gravadas em áudio, os estudantes puderam resolver novamente a questão. Para tanto foi-lhes entregue uma folha contendo a cópia do enunciado da questão. Solicitou-se que eles explicassem o que estavam fazendo quando da resolução de cada questão.

Quando as dúvidas que motivaram a entrevista não eram sanadas e quando ocorria diferença entre a resolução atual do estudante e a realizada por ele no dia da aplicação da prova, pedia-se que ele olhasse o que havia feito da primeira vez e explicasse a resolução. Foram realizadas entrevistas com os estudantes: E031A, E041A, E061A, E071A, E081A, E091A, E101A, E132A, E152A, E142A, E152A, E202A, E212 e E222A.

3.4 A Abordagem de Análise Utilizada

Nesta investigação, que é predominantemente qualitativa e de cunho interpretativo, utilizou-se de orientações presentes na análise de conteúdo que, para Bardin, é

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (2004, p.37).

O estudo foi desenvolvido em três fases: a da pré-análise, a da exploração do material e a da inferência e interpretação.

A fase da pré-análise foi a fase de organização do material, neste caso a produção escrita dos estudantes nas resoluções das questões da prova em tela. Nessa fase foram realizadas leituras do material para conhecer os registros escritos. Inicialmente fez-se a leitura vertical das resoluções das questões, ou seja, realizou-se uma leitura de todas as

resoluções de um mesmo aluno. Em um segundo momento, procedeu-se à leitura das resoluções da mesma questão de todos os alunos, isto é, uma leitura horizontal. Em seguida, fez-se uma descrição detalhada do que foi encontrado em cada questão. Para organizar essas descrições foram elaborados quadros descritivos (Apêndice D).

Na fase de exploração do material foi realizada, a partir da descrição que se fez de cada questão, uma operação de classificação da produção escrita em agrupamentos, em razão da parte comum existente entre elas no que diz respeito às estratégias, segundo interpretação desta investigadora, adotadas pelos estudantes. Essa operação de classificação foi realizada com o objetivo de se ter uma representação simplificada dos dados.

Após a fase de classificação da produção escrita em agrupamentos, partiu-se para a última fase: a da inferência e interpretação. Segundo Bardin (2004, p.34), nessa fase, considerada como etapa intermediária entre a descrição e a interpretação, as inferências podem auxiliar a responder a dois tipos de problemas:

- o que conduziu a determinado enunciado?
- quais as consequências que determinado enunciado vai provavelmente provocar?

O primeiro diz respeito às causas da mensagem e o segundo refere-se aos possíveis efeitos das mensagens.

No caso desta investigação, procurou-se inferir a respeito de como os estudantes lidam com as questões, que interpretações fazem do enunciado, quais estratégias e procedimentos utilizam.

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PRODUÇÃO ENCONTRADA

Para o propósito desta investigação utilizou-se uma prova contendo algumas questões de Matemática do PISA. Contudo, tendo em vista o prazo para a sua realização, fez-se a opção por analisar as questões que apresentaram, com base na interpretação da produção escrita dos estudantes e algumas entrevistas, indícios de que eles estabeleceram alguma relação do contexto do problema com outros contextos e informações. Com isto, a investigação concentrou-se em sete (7) questões.

Nesta seção, para cada questão analisada, buscou-se apresentar: a classificação utilizada pelo PISA, alguma consideração sobre a questão e sobre a correção, o desempenho dos estudantes, as informações obtidas com o *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem*, os agrupamentos realizados, a descrição da produção escrita encontrada e, no decorrer desta, as informações obtidas em entrevistas com alguns estudantes e comentários interpretativos.

Ainda nesta seção, apresenta-se um agrupamento do que os estudantes mostram saber por meio de sua produção escrita.

4.1 Questão - PROVA DE CIÊNCIAS

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos.
Qual a média da Marli em ciências após as cinco provas?

Classificação do PISA

Área de conteúdo: Incerteza	Agrupamento de competências: Reprodução
Situação: Educacional	Tipo de item: Resposta de Construção Curta

Quadro 3: Questão PROVAS DE CIÊNCIAS e informações sobre ela.

Segundo a classificação presente nos documentos do PISA (OECD, 2004), esta questão envolve o cálculo da média aritmética e está relacionada com as atividades dos estudantes na escola, denominada como uma situação Educacional, e está vinculada à área de conteúdo denominada *Incerteza*, área que envolve o estudo de fenômenos e relações

probabilísticas e estatísticas. Ainda de acordo com essa classificação, nesta questão os estudantes não necessitam justificar o resultado obtido já que se trata de um *Item de Resposta de Construção Curta*.

Em relação à correção, receberiam crédito completo (código 2) as resoluções em que, por exemplo, os estudantes adicionassem corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e, em seguida, dividissem corretamente esse resultado por cinco ($60 + 60 + 60 + 60 + 80 = 320$ e $320 \div 5 = 64$). Também receberiam crédito completo as resoluções em que escrevessem uma expressão da média aritmética das quatro primeiras notas que é 60 para determinar o total de pontos das quatro primeiras notas

$$\left(\frac{a + b + c + d}{4} = 60, \quad a + b + c + d = 60 \times 4 = 240 \right), \text{ adicionassem corretamente o total obtido}$$

com a nota da última prova ($320 + 80 = 320$), e, em seguida, dividissem corretamente esse resultado por cinco ($320 \div 5 = 64$).

Já as resoluções tais como as que os estudantes adicionam corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e, em seguida, dividem incorretamente esse resultado por cinco obteriam crédito parcial (código 1).

Não receberiam crédito algum (código 0) as resoluções em que, por exemplo, os estudantes apenas efetassem a adição $60+60+60+60+80$.

Apresentam-se a seguir as informações sobre o desempenho dos estudantes nesta questão.

Tabela 1: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão *PROVA DE CIÊNCIAS*

Série	Créditos Atribuídos						Total da amostra			
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2	código 1	código 0	código 9						
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1 ^a E. M.	3	30,00	0	0,00	7	70,00	0	0,00		
2 ^a E. M.	4	33,33	0	0,00	8	66,67	0	0,00		
Total da amostra	7	31,82	0	0,00	15	68,18	0	0,00		
							22	100,00		

De acordo com o *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem* respondido pelos professores de matemática dos participantes, esperava-se que a porcentagem de acertos dos estudantes, tanto da 1^a série quanto da 2^a série, ficasse entre 41 e 60%. Contudo, por meio da correção realizada, constata-se que a porcentagem de acertos dos estudantes da 1^a série foi de 30% e dos estudantes da 2^a série foi de 33,3%. É possível que

esses professores tenham esperado que mais estudantes acertassem essa questão devido ao fato de que o contexto dela tenha sido considerado por eles como um contexto ‘real’, ou seja, uma situação que eles vivenciam ou vivenciaram em seu cotidiano escolar.

Mas como esses estudantes resolveram essa questão? Como a interpretaram?

Apresentam-se a seguir as resoluções dos estudantes nesta questão, que foram agrupadas considerando as semelhanças existentes entre elas. Esses agrupamentos foram construídos independentemente dos créditos atribuídos à questão e da série. Com base nesses agrupamentos foi realizada uma análise interpretativa, sob a luz do referencial teórico, do modo como os estudantes lidaram com a questão.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Efetua a adição $60+60+60+60+80$. Responde com o resultado obtido na adição $60+60+60+60+80$.	E011A, E142A, E212A
2	Efetua a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$, sendo 240 o resultado obtido na multiplicação 60×4 . Responde com o resultado obtido na adição $240+80$.	E041A, E091A, E132A
3	Efetua a adição $120+120$ e a adição $240+80$. Responde com o resultado obtido na adição $240+80$.	E172A
4	Efetua a multiplicação 60×4 , a adição $240+80$, sendo 240 o resultado obtido na multiplicação 60×4 , e a divisão $320:2$. Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 2$.	E081A
5	Efetua a adição $60+60+60+60+80$ e a divisão $320 \div 5$. Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 5$.	E061A, E182A, E202A
6	Efetua a multiplicação 60×4 , a adição $240+80$, sendo 240 o resultado obtido na multiplicação 60×4 , e a divisão $320 \div 5$. Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 5$.	E071A, E101A, E192A, E222A
7	Efetua a adição $60+80$. Responde com o resultado obtido na adição $60+80$.	E021A
8	Efetua a adição $100+60$ e a divisão $160 \div 5$. Responde com o resultado obtido na divisão $160 \div 5$.	E031A
9	Apenas responde.	E051A, E152A, E162A, E112A
10	Efetua a adição $80+60$, a divisão $140 \div 2$ e a divisão $140 \div 5$. Não responde.	E122A

Quadro 4: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão PROVA DE CIÊNCIAS.

Nos **grupos 1, 2 e 3**, os estudantes utilizam estratégias diferentes para solucionar o problema, no entanto chegam ao mesmo resultado, ou seja, concluem que a Média de Marli após as cinco provas é de 320 pontos.

Os estudantes E011A, E142A, E212A, do **grupo 1**, adicionam corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e apresentam o resultado dessa adição como resposta.

A multiplicação da média obtida por Marli [personagem do enunciado da questão] nas primeiras quatro provas de ciências pela quantidade de provas e a adição desse resultado à quinta nota foram realizadas corretamente pelos estudantes E041A, E091A, E132A, do **grupo 2**.

O estudante E172A, do **grupo 3**, efetua corretamente as adições $120+120$ e $240+80$. É possível que esse estudante tenha efetuado mentalmente a adição $60+60$, já que não há registro dessa operação.

Acredita-se, por meio da produção escrita desses estudantes, que eles interpretaram que Marli obteve 60 pontos em cada uma das quatro primeiras provas e, ainda, que para obter a média de Marli após as cinco provas bastava efetuar a adição das notas obtidas nas cinco provas. Em entrevistas com alguns desses estudantes (E142A, E041A e E132A), além de essas hipóteses serem confirmadas, constatou-se que, durante o bimestre, os professores aplicam uma prova que vale 40 pontos e trabalhos que valem 60 pontos, sendo a média do bimestre constituída pela soma desses pontos. Já a média final, que deve ser no mínimo de 240 pontos para que o estudante seja aprovado, é constituída pela adição das quatro médias bimestrais. Desse modo, para resolver o problema, esses estudantes podem ter relacionado o contexto do problema com o contexto da escola em que estudam, ou seja, podem ter relacionado a situação em que o problema é proposto com o modo pelo qual é efetuada a média deles nas disciplinas ao final de um ano letivo.

No **grupo 4**, o estudante E081A resolve o problema multiplicando, corretamente, a média de Marli nas quatro primeiras provas por quatro, adicionando corretamente esse resultado à nota obtida por ela na quinta prova e dividindo corretamente o resultado obtido por dois. Inicialmente acreditou-se que esse estudante havia dividido o resultado de $240+80$ por 2, pois poderia ter interpretado que a média seria igual ao total de pontos obtidos dividido pela quantidade de notas diferentes. Ao ser entrevistado, revelou que havia dividido 320 por dois, pois acreditava que toda nota deveria ser dividida por dois e porque, além disso, 320 ultrapassava o valor de 100 pontos que é mencionado no enunciado

da questão. Pode ser que o estudante acredite que toda nota deva ser dividida por dois devido ao fato de seus professores utilizarem, para compor a média da disciplina em um bimestre, notas provenientes de dois instrumentos avaliativos: trabalhos e provas.

Três provas pertencem ao **grupo 5**: E061A, E182A, E202A. Nelas, os estudantes resolvem corretamente a questão efetuando a adição $60+60+60+60+80$ e a divisão $320 \div 5$, ou seja, efetuam a adição de todas as notas obtidas por Marli e dividem o resultado dessa adição pela quantidade de provas realizadas.

Em sua prova, o estudante 202A ainda justifica a resposta: “*A média de Marli é 64, porque eu somei as 5 notas e dividi pelas 5 provas*¹⁵”.

Nas quatro provas (E071A, E101A, E192A, E222A) que constituem o **grupo 6**, os estudantes multiplicam corretamente a média de Marli nas quatro primeiras provas por 4, ou seja, efetuam a multiplicação 60×4 . Em seguida, adicionam corretamente a esse resultado à nota obtida por Marli na quinta prova. Respondem corretamente o problema utilizando o resultado obtido na divisão de 320 por 5, realizada corretamente.

Por meio da produção escrita tanto, dos estudantes do **grupo 5** como do **grupo 6**, pode-se inferir que eles interpretaram que Marli obteve 60 pontos em cada uma das quatro primeiras provas. Supõe-se que esses estudantes privilegiaram o conhecimento matemático de média aritmética para resolver essa questão, ou seja, supõe-se que uma possível conexão entre o contexto do problema e o contexto da escola não interferiu no modo de lidarem com o problema.

No **grupo 7**, que é composto por apenas uma prova (E021A), o estudante efetua corretamente a adição $60+80$ e responde que a média de Marli é de 140 pontos. Provavelmente esse estudante interpretou que a soma das notas das quatro primeiras prova de Marli foi de 60 pontos e que, para obter a média de Marli após as cinco provas, ele precisaria adicionar a essa soma a nota da quinta prova. Além disso, inicia a divisão de 140 por 50, escrevendo 70 como quociente, e a multiplicação de 50 por 70. Em nenhuma dessas operações o estudante concluiu os cálculos. Pode ser que, após ter efetuado a adição $60+80$, ele entendeu que para obter a média tivesse que dividir essa soma por cinco, contudo escreveu 50 ao invés de 5. Ao iniciar a multiplicação de 50 por 70, ele pode ter percebido que o resultado dessa multiplicação seria maior que 140, e por isso pode ter respondido o problema utilizando apenas o resultado da adição de $80+60$. Ele também realiza outros cálculos, mas não os utiliza para solucionar o problema. Ele efetua corretamente a divisão de 80 por 5 e,

¹⁵ A produção escrita dos estudantes foi reproduzida tal como foi encontrada em cada questão da prova.

corretamente, a multiplicação de 16 por 5, que é a prova real da divisão de 80 por 5. A partir desses procedimentos supõe-se que o estudante interpretou, em um primeiro momento, que o problema solicitava que fosse encontrada a média de Marli após a quinta prova.

The image shows handwritten calculations in blue ink. On the left, there is a division problem: $\frac{80}{5}$, with a remainder of 0. Next to it is a multiplication problem: 16×5 . To the right, the text "A média de 140 pontos." is written above a horizontal line. Below the line, there are three crossed-out calculations: $\frac{60}{80}$, $\frac{140}{150}$, and $\frac{50}{70}$.

Figura 1 – Resolução presente na prova E021A.

Em relação à prova E031A, pertencente ao **grupo 8**, o estudante efetua corretamente as seguintes operações: $100+60$, $160 \div 5$, $100+80=180$ e $100-80=20$. Contudo ele utiliza apenas $100+60$ e $160 \div 5$ para solucionar o problema, já que sua resposta provém da divisão de 160 por 5. Em relação à produção escrita desse estudante, o que mais suscitou curiosidade foi saber por que efetuou as adições $100+60$ e $100+80$ e a subtração $100-80$. Se para a sua resposta ele considerou o resultado obtido na adição $100+60$, por que não considerou o resultado obtido em $100-80$? Em relação ao procedimento $160:5$, foi suposto que o estudante dividiu o resultado obtido em $100+60$ por cinco, pois a pergunta menciona cinco provas.

The image shows handwritten calculations in blue ink. There are three addition problems: $100 + 60 = 160$, $100 + 80 = 180$, and $100 - 80 = 20$. To the right, the text "A média de Marli é de 32 pontos." is written above a horizontal line.

Figura 2 – Resolução presente na prova E031A.

Ao ser questionado sobre sua resolução, na entrevista, esse estudante explicou que efetuou a adição $100+60$, pois assim encontraria o total de pontos que Marli havia obtido. Para ele, Marli já havia obtido 100 pontos, e somando as notas das quatro provas ela havia conseguido mais 60 pontos. Em seguida, dividiu o resultado obtido por cinco, pois ela havia realizado 5 provas. Em relação à adição $100+80$ e à subtração $100-80$, o estudante revelou que não considerou o resultado de $100+80$ já que, se considerasse, a média

seria alta, e se considerasse 100-80, a média seria muito baixa. Constatou-se, nesse caso também, que o estudante relacionou o contexto do problema com o contexto da escola. Como a média mínima bimestral nessa escola é de 60 pontos, para ele $100+80=180$ seria muito alto em um bimestre, e $100-80=20$ seria muito baixo. Como esse estudante considerou que $100+80$ ou $100-80$ estaria errado, ele respondeu 32 pontos porque era um cálculo que já havia efetuado.

No grupo 9, formado por 4 provas (E051A, E152A, E162A, E112A), os estudantes apenas responderam à questão, ou seja, deram uma resposta, mas não realizaram, por escrito, cálculo algum.

O estudante E051A responde que a média de Marli foi de 240 pontos e que “*ela conseguiu passar direto sem o conselho*”. Pela colocação do estudante em relação ao ‘passar direto sem o conselho’, acredita-se que ele também tenha relacionado o contexto do problema com o contexto da escola. Possivelmente ele interpretou que Marli obteve 60 pontos nas quatro primeiras e que se adicionasse essas notas ela ficaria com 240 pontos que é o mínimo, ao final de um ano letivo, que um estudante na escola de E051A precisa ter para ser promovido para a série seguinte.

E112A responde que a média de Marli foi de 80 pontos, pois, segundo ele, a “*maior nota prevalece*”. Pode ser que ele tenha relacionado o contexto do problema com alguma situação que viveu em algum momento, ou seja, pode ter relacionado o contexto do problema com o fato de alguma vez algum professor ter considerado que a média final dos estudantes na disciplina seria a maior nota obtida por ele nas provas. No questionário avaliativo, que foi elaborado com a finalidade de obter dos estudantes suas impressões sobre a prova, este estudante apontou a questão 3.1 como sendo a mais fácil. Segundo ele, era a mais fácil “*porque era só ver qual era a nota mais alta, essa era a média*”.

A resposta dada pelo estudante E152A foi 70 pontos e 80 pontos a do estudante E162A. Em relação a essas provas, não é possível inferir o que esses estudantes interpretaram do enunciado da questão e em relação aos procedimentos por eles utilizados.

No grupo 10, o estudante E122A não responde a questão apesar de ter efetuado alguns cálculos. Esse estudante efetua corretamente a adição $80+60$ e, incorretamente, a divisão de 140 por cinco, sendo 140 o resultado obtido da adição de $80+60$. Contudo esses procedimentos foram invalidados pelo estudante. Então, efetua corretamente a adição $80+60$ e a divisão de 140 por 2. O que se pode inferir desses procedimentos é que ele provavelmente considerou que Marli obteve 60 pontos após as quatro provas, e que pode ter interpretado que a média seria obtida dividindo o total de pontos obtidos pela quantidade de

notas diferentes. Acredita-se também que esse estudante possa ter considerado que, apresentando os algoritmos das operações realizadas, ele estaria respondendo à questão.

Figura 3 – Resolução presente na prova E122A.

4.2 Questão - *LIXO*

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

Classificação do PISA

Área de conteúdo: Incerteza	Agrupamento de competências: Reflexão
Situação: Científica	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 5: Questão *LIXO* e informações sobre ela.

Esta questão envolve a leitura e interpretação de informação e exige que os estudantes tomem uma posição frente à forma como uma informação é apresentada (GAVE, 2004).

Por se tratar de uma questão do tipo *Resposta de Construção Aberta*, ela exige que o estudante apresente uma explicação para a resposta dada, que, nesse caso, diz respeito a justificar o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados.

Para isso, segundo documento do PISA (OECD, 2005), os estudantes devem refletir e identificar conceitos matemáticos relevantes ou fazer ligações com conhecimentos que podem ser relevantes para que planejem estratégias de resolução.

Quanto à correção, receberiam crédito completo (código 2) respostas do tipo: “as diferenças de comprimento das barras do gráfico seriam muito grandes”, ou, “não se pode representar uma barra para 1 a 3 anos”. Já respostas como: “porque alguns dias não têm definição de quantos dias seria”, seria atribuído crédito parcial (código 1). Às respostas como: “um pictograma é melhor”, ou, “não podemos verificar as informações”, não seria atribuído crédito algum (código 0).

As informações sobre o desempenho dos estudantes podem ser observadas na tabela a seguir.

Tabela 2: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão *LIXO*

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2	código 1	código 0	código 9						
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1 ^a E. M.	1	0,00	4	40,00	3	30,00	2	20,00	10 45,45	
2 ^a E. M.	0	8,33	3	25,00	9	66,67	0	0,00	12 54,55	
Total da amostra	1	4,55	7	31,82	12	50,00	2	9,09	22 100,00	

Para os professores, a porcentagem de acertos seria de 11 a 40% entre os estudantes da 1^a série e de 41 a 60% entre os da 2^a série. No entanto a porcentagem de crédito completo, tanto para estudantes da 1^a série quanto da 2^a série, não ficou dentro das expectativas dos professores, pois ficou muito aquém dessa expectativa.

Mas como os estudantes resolveram à questão? Que justificativas utilizaram para explicar o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados sobre o tempo de decomposição dos tipos de lixos apresentados na questão?

Das 22 provas, 11 foram agrupadas, independentemente dos créditos atribuídos e das séries, conforme mostra o quadro 5. Das demais, apenas duas não serão

comentadas: uma (E031A) por não apresentar registro algum e a outra (E091A) por apresentar apenas o registro “*Não consigo fazer*”.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Apresenta uma justificativa fundamentada na impossibilidade de representar os intervalos de tempo: 1 a 3 anos ou 20 a 25 anos.	E201A
2	Apresenta uma justificativa fundamentada na impossibilidade de representar os tempos de decomposição: alguns dias e/ou mais de 100 anos.	E112A, E222A
3	Apresenta duas justificativas: uma fundamentada na unidade de medida da variável tempo de decomposição e a outra fundamentada na impossibilidade de representar o tempo de decomposição “alguns dias”.	E071A
4	Apresenta duas justificativas: uma fundamentada na escala do gráfico e a outra na impossibilidade de representar o tempo de decomposição “alguns dias”. Além disso, menciona outra forma de apresentação de dados.	E212A
5	Apresenta uma justificativa diferente das descritas nos grupos anteriores mencionando outra forma de apresentação de dados.	E132A, E172A, E182A, E192A, E202A
6	Apresenta uma justificativa fundamentada no tamanho do gráfico.	E101A

Quadro 6: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *LIXO*.

No **grupo 1**, o estudante E201A apresenta uma justificativa fundamentada na impossibilidade de representar o intervalo de tempo 20 a 25, tempo de decomposição da goma de mascar.

Ele apresenta a seguinte justificativa: “*Porque se uma pessoa for ver esse gráfico não saberá decifra-lo corretamente. ex: goma de mascar vai de 20 a 25 anos, se ele riscar até 25 anos irá anular 20 anos, então irá de ser 25 anos. Então neste caso não é bom usar gráfico*”.

É possível que o estudante tenha pensado que se fosse representada apenas uma das extremidades do intervalo, o tempo de decomposição apresentado não corresponderia ao tempo de decomposição da goma de mascar. Talvez, por isso, ele tenha dito que, se uma pessoa fosse ver o gráfico, não saberia decifrá-lo corretamente, ou seja, não saberia identificar qual seria exatamente o tempo de decomposição da goma de mascar.

Em relação ao **grupo 2**, que é formado por 2 provas, tem-se que os estudantes apresentam uma justificativa fundamentada na impossibilidade de representar os tempos de decomposição: alguns dias e/ou mais de 100 anos. Neste grupo, em uma prova (E112A) o estudante se refere apenas ao tempo de decomposição “mais de 100 anos”, e na outra prova (E222A) o estudante se refere ao tempo de decomposição “alguns dias” e “mais de 100 anos”.

O estudante E112A apresenta a seguinte resposta para justificar que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados: “*Por que alguns lixos como o copo de plástico demora mais de 100 anos para se decompor como ele vai mostrar isso no gráfico de barras?*” Pode ser que este estudante tenha se detido apenas no tempo de decomposição do copo de plástico e não observado que em outros casos também não é possível representar o tempo de decomposição. Ou ele pode ter considerado que nos outros casos seria possível representar o tempo de decomposição dos lixos, inclusive o de jornais, que é “alguns dias”, e acreditado que somente o de copo de plástico, que é “mais de 100 anos”, não seria possível representar por não saber precisamente quanto tempo seria e por ser um tempo muito longo.

Para E222A, o gráfico de barras não é o mais apropriado “*porque no jornal é apenas alguns dias diferente do copo de plástico que é mais de 100 anos, ficaria um pouco difícil a visualização desses dados*”. O estudante pode ter achado que seria difícil a visualização pelo fato de o tempo de decomposição de um tipo de lixo ser pequeno e de o outro tempo ser grande, mas ambos não definidos precisamente.

O estudante E071A, cuja prova pertence ao **grupo 3**, apresenta duas justificativas para o fato de o gráfico de barras não ser o mais apropriado para apresentar os dados sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixos. Uma justificativa está fundamentada na unidade de medida da variável tempo de decomposição, e a outra está fundamentada na impossibilidade de representar o tempo de decomposição “alguns dias”. Ele responde: “*O gráfico teria que apresentar o tempo em ano, e além disto, ‘alguns dias’ não tem definição correta de quantos dias seria*”. Neste caso, o estudante pode ter compreendido que não faz sentido utilizar unidades de medidas diferentes para a mesma variável, e, por esse motivo, responde que o gráfico teria que apresentar o tempo em ano. Contudo é possível que, pelo fato de o tempo de decomposição de copos de plástico estar em anos (mais de 100 anos), ele não tenha percebido a impossibilidade de representá-lo em um gráfico de barras. Por isso, pode ter considerado apenas o tempo de decomposição de jornais (alguns dias) para compor a sua segunda justificativa.

No **grupo 4**, o estudante E212A apresenta duas justificativas e, além disso, menciona outra forma para apresentar os dados. As justificativas dele se fundamentam na escala do gráfico e a outra na impossibilidade de representar o tempo de decomposição “alguns dias”. Este estudante responde: “*Porque ele deve usar um quadro mostrando cada tempo de decomposição. O gráfico de barras não é muito apropriado porque ele teria que fazer de 0,5 a 0,5 cm para mostra o tempo de decomposição das caixas de papelão e o jornal não teria como mostrar no gráfico de barras*”. Esse estudante adotou que cada 0,5 ano do tempo de decomposição dos tipos de lixos seria representado por 0,5 cm. Talvez essa opção tenha se dado pelo fato de o menor tempo preciso de decomposição ser o da caixa de papelão, que é exatamente 0,5 ano. Ele pode ter acreditado que a escala deveria ser adotada em função do menor tempo ou em função do tempo mais preciso. Além disso, pode ter pensado que, se essa fosse a escala a ser adotada, talvez ficasse complicado representar mais de 100 anos já que teria que colocar no gráfico uma barra de 100 cm. A outra justificativa de E212A está relacionada com a impossibilidade de representar graficamente alguns dias. Talvez isso possa ter ocorrido devido à escala adotada, ou por não se ter precisamente quantos dias para que ocorra a decomposição de jornais.

O **grupo 5** é constituído por seis provas (E132A, E172A, E182A, E192A, E202A). Nelas, os estudantes apresentam uma justificativa diferente das descritas nos grupos anteriores e mencionam outra forma de apresentação de dados que poderia ser utilizada para esse caso do tempo de decomposição dos vários tipos de lixos.

O estudante E132A apresenta a seguinte justificativa:

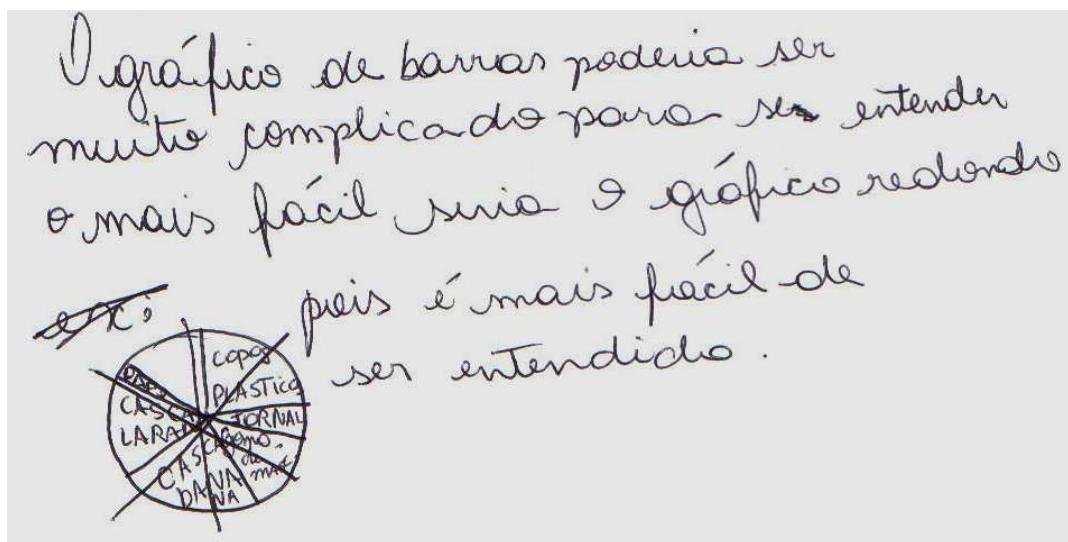


Figura 4: Resolução presente na prova E132A.

O que pode ter levado este estudante a considerar que o gráfico de barras poderia ser complicado para se entender? O que o levou a considerar que o gráfico de setor seria mais fácil? Como teria certeza de que a representação gráfica que fez mostraria o tempo de decomposição dos vários tipos de lixos apresentados pelo problema? Estas foram algumas perguntas que levaram a entrevistá-lo.

Na entrevista, ele respondeu que preferia o gráfico de pizza (termo utilizado), pois era mais fácil, mas não sabia dizer se este gráfico era mais apropriado do que o de barras. Então, começou a esboçar o gráfico de barras, mas não terminou e concluiu que o único tempo que poderia representar era o da caixa de papelão porque era 0,5 ano. Quando questionado a respeito de como teria certeza de que o gráfico desenhado por ele (gráfico de setor) mostraria o tempo de decomposição, ele respondeu que iria ter certeza pelo tamanho que indicaria em cada parte. Para ele o tempo de copo de plástico deveria ter a maior parte no gráfico de setor porque o tempo de decomposição era maior. Já o tempo de jornais deveria ter a menor parte no gráfico, pois o tempo de decomposição era de apenas alguns dias.

A **Figura 5** apresenta a resposta dada pelo estudante E182A:

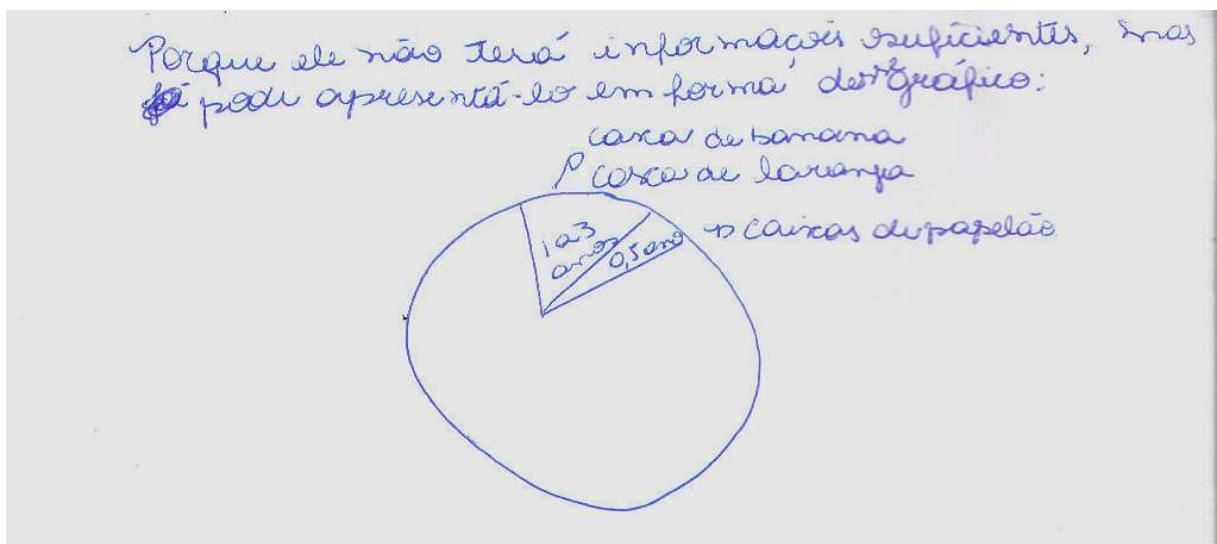


Figura 5: Resolução presente na prova E182A.

É possível que o estudante tenha considerado que não teria informações suficientes pelo fato de não saber com precisão a quantidade de dias necessária para a decomposição dos jornais e a quantidade de anos para a decomposição de copos de plástico. Ou, ainda, que no gráfico de barras seria impossível representar os intervalos de tempo: 1 a 3 anos ou 20 a 25 anos. No entanto ele pode ter considerado que a falta de precisão no tempo de decomposição de alguns tipos de lixo não dificultaria a construção de um gráfico de setor.

O estudante E172A apresenta a seguinte justificativa: “*talvez não seja porque um quadro seja melhor*”. Pode ser que, para esse estudante, um quadro tenha sido uma forma de apresentação de dados considerada melhor, porque o problema apresenta os dados deste modo e ele, supostamente, não teve dificuldades para entender as informações apresentadas.

Em sua prova, o estudante E192A responde: “*O gráfico de barras não é todos que o entende, é um pouco mais difícil de se fazê-lo e é bem mais fácil fazer uma tabela*”. Talvez ao explicar que o gráfico é mais difícil de fazer do que uma tabela, o estudante tenha pensado, nesse caso, na dificuldade de representar uma barra para o tempo de decomposição dos jornais, por exemplo. Desse modo, a tabela, talvez fosse mais fácil, justamente por não haver a necessidade de precisar o tempo de decomposição dos tipos de lixos.

Na prova do estudante E202A, também pertencente ao **grupo 5**, verificou-se a seguinte justificativa: “*Porque as pessoas tem que ficar assimilando o tempo de decomposição com os tipos de lixo e com isso elas perdem algum tempo, já num gráfico como este [o estudante refere-se à tabela apresentada no enunciado da questão], fica mais fácil ver as características*”. Para esse estudante, possivelmente, o fato de o gráfico de barras não ser o mais apropriado diz respeito apenas ao tempo que se gasta para associar as informações indicadas no eixo do tipo de lixo e no eixo do tempo de decomposição. Talvez ele nem tenha se atentado para o tempo de decomposição dos lixos, na variação de alguns tempos. Essa hipótese foi confirmada durante a entrevista com o estudante, já que ele apresentou justificativa semelhante ao resolver novamente a questão. Ele ainda explicou que uma tabela facilitaria a interpretação do leitor, pois as informações estão “*mais juntas*”. Depois de questionado se tendo os tempos de decomposição apresentados seria possível esboçar um gráfico, o estudante pensou e disse que seria complicado representar alguns dias num gráfico de barras, e que esse motivo, associado ao fato de ter que ficar associando as informações no gráfico, justificaria o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado.

Na única prova que constitui o **grupo 6**, o estudante apresenta uma justificativa fundamentada no tamanho do gráfico. A justificativa dada por ele para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado é a seguinte: “*Pois seria muito grande o gráfico*”. Provavelmente ele tenha se detido apenas no fato de que o tempo de decomposição de copos de plástico é muito grande, e isto dificultaria o desenho de um gráfico de barras já que o gráfico, como o próprio estudante respondeu, seria muito grande.

Agora serão comentadas as provas que não foram incluídas nos grupos anteriores por não possuírem características comuns com eles.

O estudante E011A responde que o gráfico de barras não é o mais apropriado, “*pois ele [refere-se ao aluno que pretende mostrar os dados] está fazendo uma pesquisa com vários tipos de decomposição, e o resultado sempre será o mesmo*”. Pode ser que ele tenha pensado que seria possível desenhar um gráfico, mesmo tendo intervalos de tempo ou tempos indefinidos, e que, pelo fato de os tempos serem os mesmos, não haveria necessidade de desenhar um gráfico se os dados estão apresentados em um quadro. Talvez, para ele, o gráfico de barra seja apropriado quando os dados se modificam e quando não se tem um quadro apresentando os dados.

A justificativa do estudante E041A é: “*o tempo de decomposição é muito longo o único material que ele poderia mostrar era o jornal*”. Inicialmente acreditou-se que esse estudante pudesse ter se baseado apenas no tempo de decomposição do copo plástico, que é de mais de 100 anos, para apresentar uma justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para mostrar o tempo de decomposição dos vários tipos de lixos. Além disso, que, para reforçar sua resposta, ele teria respondido que o jornal seria o único que poderia mostrar pelo fato de seu tempo de decomposição ser de apenas alguns dias.

Mas por que o estudante optou por jornais? Se ele fosse representar graficamente, como faria? Estas foram dúvidas que levaram a entrevistá-lo. Durante a entrevista, o que se pôde perceber é que, para esse estudante, se os alunos fossem realizar a experiência para mostrar o tempo de decomposição dos lixos, o tempo de 1 a 3 anos [tempo de decomposição das cascas de banana e laranja], o de 20 a 25 anos [tempo de decomposição da goma de mascar] e o de mais de 100 anos [tempo de decomposição do copo plástico] não seriam possíveis de serem mostrados, pois não daria tempo de os alunos verificarem se isso é verdadeiro ou não. Para ele, o que seria possível de um aluno verificar seria o tempo de decomposição das caixas de papelão [0,5 ano] e dos jornais [alguns dias]. Ainda, segundo E041A, o tempo de 1 a 3 anos seria possível dependendo do tempo que os alunos teriam ainda para estudar. Ele exemplificou que, se os alunos estivessem na 5^a série, isto seria possível. Desse modo, o que se pode perceber é que o estudante não ficou restrito ao gráfico de barras e que a resposta dada por ele era plausível à situação que havia pensado.

Para E051A, o gráfico de barras não é apropriado porque, segundo ele, “*é só olhar bem o tanto de anos que demoram para decompor esses lixo que nós jogamos fora*”. É possível que ele tenha relacionado o contexto do problema com outras informações sobre o tempo de decomposição de outros tipos de lixo, sobre campanhas ambientais que são veiculadas

por diferentes meios de comunicação. Além disso, pode ter pensado que, se outros dados sobre o tempo de decomposição fossem utilizados, o gráfico seria muito grande já que existem lixos que demoram muito tempo para se decompor como copos de plásticos.

“Pois existem números muito grande e outros muito pequenos” foi a justificativa dada por E061A. Acredita-se que ele esteja se referindo aos tempos de decomposição “mais de 100 anos” e “alguns dias”. Pode ser que tenha considerado que o gráfico de barras não seria o mais apropriado devido à impossibilidade de representar uma barra para “alguns dias” e outra para “mais de 100 anos”. Durante a entrevista, o estudante respondeu que o gráfico de barras não seria o mais apropriado devido à grande diferença nos tempos de decomposição, e que com isso teria uma diferença muito grande no comprimento das barras, pois uma seria muito grande, devido ao tempo mais de 100 anos, e outra muito pequena, devido ao tempo alguns dias. Mas explicou que essa diferença não impediria o uso do gráfico de barras, somente dificultaria para desenhar o gráfico.

Para E081A, o gráfico de barras pode ser utilizado para mostrar os resultados. Ele justifica: *“eu acho que não tem nenhum problema eu fiz e consegui, porque vai dar problema?”* e apresenta o gráfico de barras mostrado a seguir.

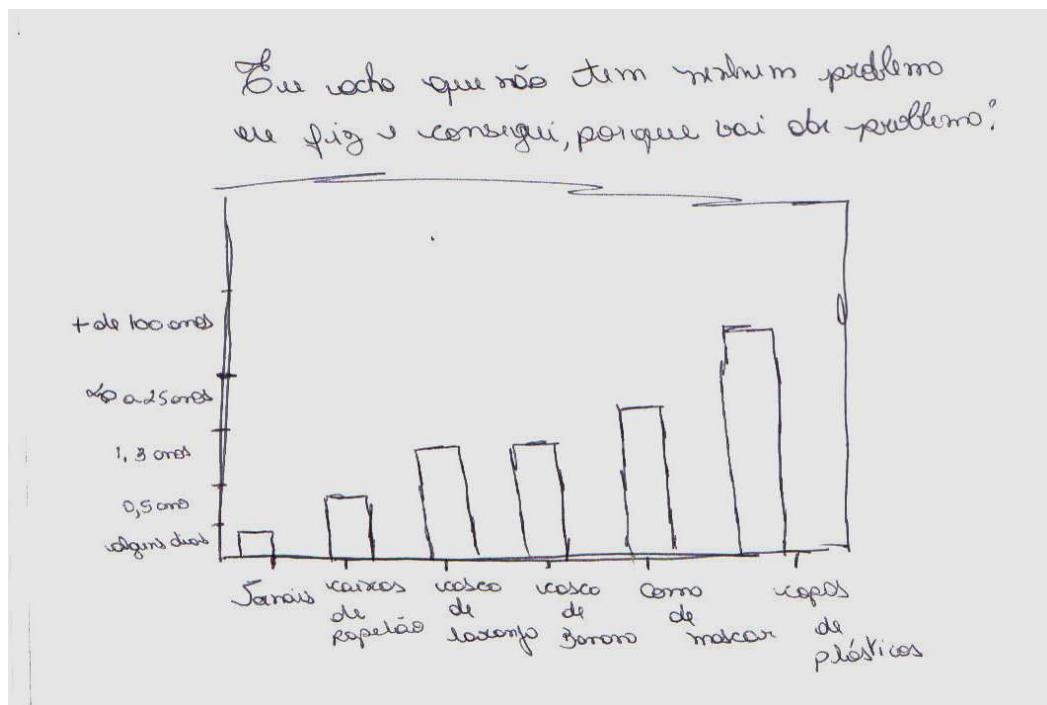


Figura 6: Resolução presente na prova E081A.

Para ele, o fato de os tempos de decomposição de jornais e de copos plásticos não serem precisos não impossibilita que o gráfico de barras seja utilizado. O que se

pode perceber é que o estudante desenha um gráfico ordenando as barras do menor para o maior tempo de decomposição, e que relaciona corretamente no gráfico os tipos de lixo e seus respectivos tempos de decomposição. Durante a entrevista, E081A desenhou o gráfico novamente e disse que estava fazendo para ver o que estava errado e saber depois por que ele não era apropriado. Depois de esboçar o gráfico, o estudante disse que considerar que o gráfico não seja apropriado não significa considerar que o gráfico não seja certo. Com isso, deixa o gráfico como resposta. Essas respostas esclareciam as dúvidas existentes em relação ao motivo que o levou a desenhar o gráfico e a responder que não havia problema. Depois de suas explicações e de alguns minutos pensando, o estudante disse que o gráfico de barras não era o mais apropriado porque não dava para representar, por exemplo, o tempo 1 a 3 anos.

No caso do estudante E142A, é provável que tenha estabelecido uma relação do contexto do problema com outras informações sobre o tempo de decomposição de outros tipos de lixo, sobre campanhas ambientais que são veiculadas por diferentes meios de comunicação ou nas escolas. Ele apresenta a seguinte justificativa: “*Porque tem informações sobre frutas e todos sabemos que cascas de frutas fazem até bem para a terra como adubo natural. O mais apropriado seria ele falar sobre ferro, pneus e vidro*”. Pode ser que o gráfico de barras para esse estudante não seja o mais apropriado por conter informações sobre o tempo de decomposição de lixos orgânicos. Na entrevista, ele informou que seria possível fazer o gráfico, mas teria que ter as porcentagens para cada tipo de lixo. Quando questionado a respeito das porcentagens, que não são informações contidas no problema, disse que com os jornais, por exemplo, não colocaria ou colocaria no máximo 15 dias. Mas, quando lhe foi perguntado sobre como teria certeza que era esse o tempo exato de decomposição do jornal, o estudante ficou pensativo e respondeu que não faria o gráfico por, nesse caso, conter informações sobre lixos orgânicos. Para ele, o gráfico deveria ser feito somente com materiais que demoram mais tempo para se decompor e não orgânicos. Também confirmou que relacionou o problema com informações conhecidas por ele na escola e na televisão.

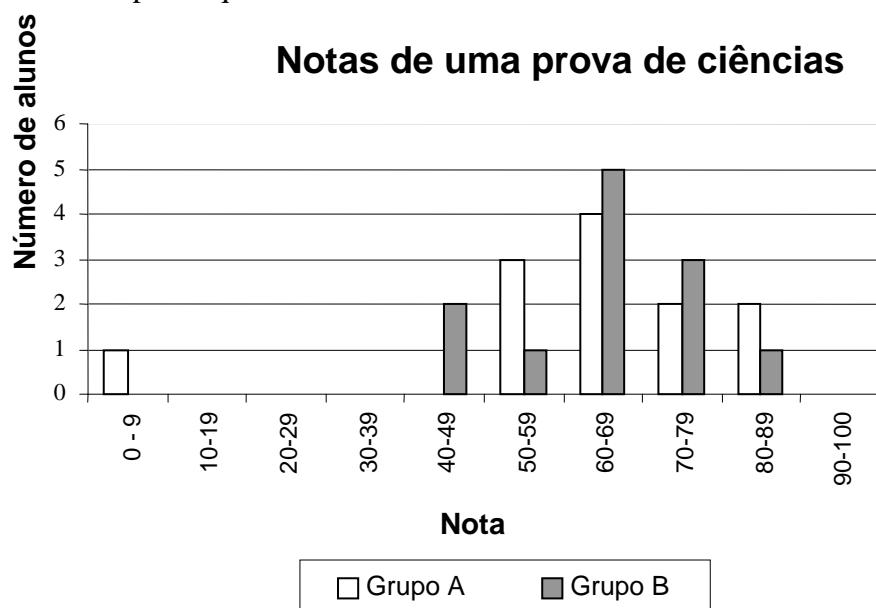
As justificativas, “*porque no gráfico ficaria mais difícil para se entender as informações*” e “*pois ele não mostra o tempo certo ele mostra aproximadamente*”, foram dadas, respectivamente, pelos estudantes E122A e E162A. Provavelmente, esses estudantes levaram em consideração, para dar suas respostas, os intervalos de tempo e os tempos “alguns dias” e “mais de 100 anos”. Porém pode ser que E122A tenha considerado que tais tempos pudessem ser representados no gráfico, mas, como seria mais difícil de entender, não seria o mais apropriado. Já E162A, disse que não daria para representar esses tempos por não se ter os tempos precisamente, apenas aproximações.

O estudante E152A responde: “*Por causa do tempo de decomposição*”. Contudo ele coloca entre parênteses que não entendeu. Talvez ele tenha percebido que não seria possível representar graficamente os dados por não ter precisamente, por exemplo, o tempo de decomposição de jornais, mas pode ter encontrado dificuldade em argumentar sua resposta e colocado entre parênteses que não entendeu.

4.3 Questão - NOTAS DE PROVAS

O gráfico abaixo mostra os resultados de um prova de ciências de dois grupos denominados Grupo A e Grupo B.

A nota média para o Grupo A é de 62,0 e para o Grupo B é de 64,5. Os alunos são aprovados nesta prova quando tiram nota 50 ou acima.



Analizando o gráfico acima, o professor afirma que, nesta prova, o Grupo B foi melhor que o Grupo A.

Os alunos do Grupo A não concordam com o professor. Eles tentam convencer o professor de que o Grupo B não foi necessariamente o melhor.

Utilizando o gráfico, dê um argumento matemático em que os alunos do Grupo A poderiam se apoiar.

Classificação do PISA

Área de conteúdo: Incerteza	Agrupamento de competências: Conexões
Situação: Educacional	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 7: Questão NOTAS DE PROVAS e informações sobre ela.

Nesta questão, que está vinculada a área de conteúdo *Incerteza*, os estudantes, segundo relatório sobre os resultados do PISA 2003 (GAVE, 2004), devem fazer a comparação das distribuições para, então, respondê-la, isto é, devem fazer a comparação das notas dos grupos A e B. Para isso, além de interpretar as informações fornecidas, precisam analisá-las e ao apresentar a resposta - se o grupo A foi melhor ou não - expor as razões ou argumentos que a justificassem (OECD, 2005).

Respostas tais como “mais alunos do Grupo A do que do Grupo B foram aprovados nessa prova”, obteriam crédito completo (código 2), enquanto que respostas do tipo “o Grupo A tem melhor resultado no intervalo de 80-89 e no intervalo de 50-59” não receberiam crédito algum (código 0).

Quanto ao desempenho dos estudantes, tem-se que apenas 10% dos estudantes da 1^a série e 16,7% da 2^a série acertaram a questão. As informações sobre o desempenho dos estudantes nesta questão podem ser observadas na tabela a seguir.

Tabela 3: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão *NOTAS DE PROVAS*

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9			
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1 ^a E. M.	1	10,00	0	0,00	9	90,00	0	0,00	10 45,45	
2 ^a E. M.	2	16,67	0	0,00	7	58,33	3	25,00	12 54,55	
Total da amostra	3	13,64	0	0,00	16	72,72	3	13,64	22 100,00	

Em relação à porcentagem de acertos esperada pelos professores, tem-se que em relação aos estudantes da 1^a série era de 11% a 40% e, em relação aos estudantes da 2^a série, de 41% a 60%. Talvez essa expectativa por maior porcentagem de acertos esteja relacionada ao fato de que, para os professores desses estudantes, o conteúdo que eles acreditavam estar envolvido nessa questão já fora trabalhado em sala de aula, em 2006, ano da aplicação dessa questão, ou em anos anteriores. Além disso, eles podem ter acreditado também que, pelo fato de a questão envolver uma situação de sala de aula, ou seja, por ser uma situação mais próxima da vida dos estudantes, estes se sairiam melhor. Mas, como foi dito, nem sempre o contexto considerado pelo professor como familiar ao estudante de fato auxilia na resolução de determinado problema ou torna este mais fácil para aquele.

Quanto às resoluções dos estudantes, tem-se que com 17 provas, das 22 que compõem a amostra desta investigação, independentemente dos créditos atribuídos e da série do estudante, foram formados seis grupos de acordo com as semelhanças existentes entre as

estratégias adotadas na resolução da questão. As demais provas, por não possuírem características comuns com esses grupos, ficaram de fora deles. No entanto as que apresentaram resoluções são descritas e analisadas.

A seguir o quadro dos grupos formados a partir das resoluções dos estudantes apresenta o modo como lidaram com a questão.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Apresenta um argumento fundamentado no número de alunos que foram aprovados.	E021A, E152A, E222A
2	Apresenta um argumento fundamentado no intervalo de notas.	E031A, E061A, E162A, E202A, E212A, E182A E071A
3	Apresenta um argumento fundamentado na adição das notas.	E011A
4	Apresenta um argumento fundamentado no número de alunos dos grupos A e B.	E081A
5	Apresenta um argumento fundamentado na nota média do grupo A e na nota suficiente para a aprovação.	E051A
6	Apresenta um argumento fundamentado na afirmação do professor de que o grupo B foi melhor.	E091A, E101A, E112A, E172A,

Quadro 8: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *NOTAS DE PROVAS*.

Três provas constituem o **grupo 1**: E021A, E152A e E222A. Nesse grupo os estudantes apresentam um argumento, correto, fundamentado no número de alunos que foram aprovados.

O estudante E021A apresenta o seguinte argumento: “*So 1 aluno do GRUPO A reprovo [aluno cuja nota pertence ao intervalo 0-9] quando no grupo B foram 2 [alunos cujas notas pertencem ao intervalo 40-49]. E 11 alunos do GRUPO A passarão, quando no grupo B foram 10. logo o GRUPO A foi a melhor*”.

É possível, que neste caso, o estudante tenha efetuado mentalmente, pois não há registro das adições $3+4+2+2$ e $1+5+3+1$ para encontrar, respectivamente, o número de alunos do grupo A e o grupo B que tiraram nota 50 ou acima, ou seja, para obter o número de alunos que foram aprovados em cada grupo.

O estudante E152A responde: “*Porque o grupo A teve maior número de alunos acima da média 5,0*”. Já o estudante E222 A: “*11 alunos do grupo A foram aprovados*

enquanto só 10 do grupo B foram aprovados mesmo com a média 64,5. Ou seja mais de 50% do grupo A foi aprovado”.

Acredita-se que tanto o estudante E152A como o E222A tenham efetuado mentalmente as mesmas adições que o estudante E021A, para encontrar o número de alunos que foram aprovados em cada grupo, já que não há registro dessas operações.

No caso do estudante E222A, para afirmar que mais de 50% dos estudantes do grupo A foram aprovados, ele pode ter pensando que, como apenas um aluno desse grupo não obteve nota 50, ou acima, então, mais da metade dos alunos foi aprovada. Acredita-se, por meio dos argumentos apresentados por esses estudantes, que os aspectos mais relevantes para que eles solucionassem a questão foram a informação de que os alunos são aprovados quando tiram nota 50, ou acima, e o gráfico que, nesse caso, também exerceu papel de portador do contexto.

No **grupo 2**, composto por sete provas (E031A, E061A, E162A, E202A, E212A, E182A, E071A), os estudantes apresentam um argumento fundamentado no intervalo de notas.

O estudante E031A apresenta a seguinte resposta: “*Eles poderia se apoiar entre 60-69*”. Essa resposta provocou certa curiosidade, pois nesse intervalo de nota, observando o gráfico, o grupo B foi melhor do que o grupo A. Saber o motivo que levou o estudante a escolher esse intervalo foi o que levou a entrevistá-lo. Ao ser entrevistado, ele explicou que considerou esse intervalo, pois tanto a nota média do grupo A [62,0] como a nota do grupo B [64,5], fornecidas pelo enunciado da questão, estão entre 60 e 69. Além disto, durante a entrevista constatou-se que, para esse estudante, a questão solicitava que ele encontrasse, utilizando as notas fornecidas no enunciado da questão, o intervalo no qual o grupo A tivesse maior possibilidade de alcançar a nota do grupo B. Então, para ele, o grupo A teria maiores chance de empatar com o grupo B no intervalo 60-69, pois neste o grupo B não teria como obter mais notas já que a coluna que o representa não ultrapassa a linha do número 5 [em relação ao eixo que indica o número de alunos], enquanto que a coluna que representa o grupo A poderia ultrapassá-la. Também se pôde constatar que para esse estudante todos os alunos do grupo A tinham nota igual a 62,0 e todos os alunos do grupo B tinham nota igual a 64,5. Parece que a informação de que os alunos são aprovados na prova quando tiram nota 50, ou acima, não foi relevante para esse estudante, já que em momento algum ele se refiriu a essa informação.

O estudante E061A argumenta: “*observando o gráfico podemos ver que alguns alunos do grupo A tiraram nota maior que do grupo B*”.

Argumentos semelhantes também foram apresentados pelos estudantes E182A e E212A.

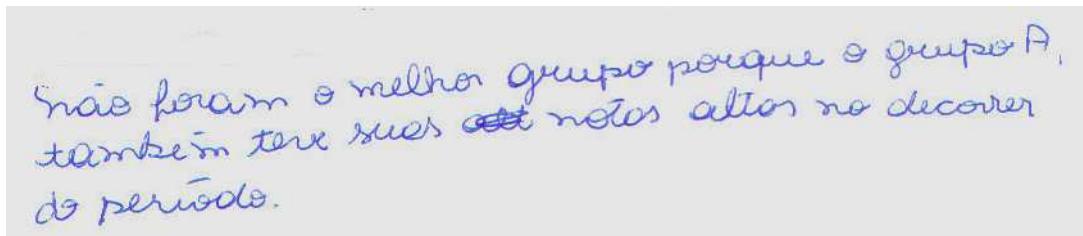


Figura 7 – Resolução presente na prova E182A.

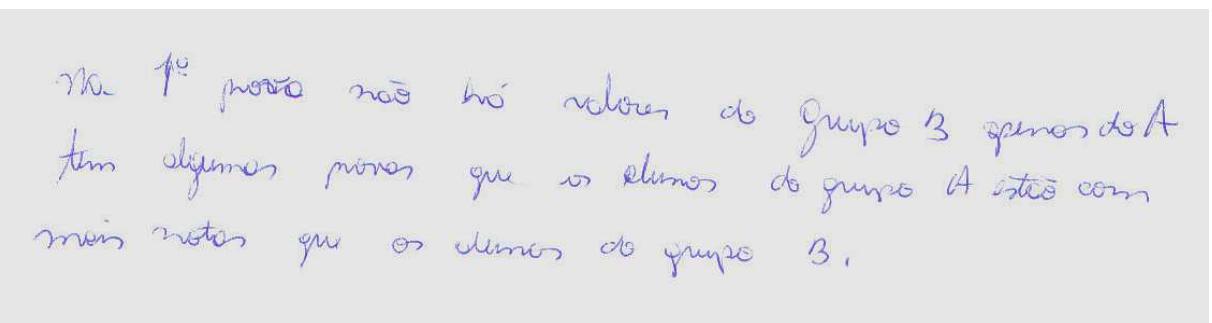


Figura 8 – Resolução presente na prova E212A.

Acredita-se que, nesses casos, os estudantes tenham se fundamentado nos intervalos de notas 50-59 e 80-89, nos quais o grupo A foi melhor do que o grupo B, para apresentar seus argumentos. Desse modo, o procedimento que eles podem ter realizado foi o de analisar o número de alunos do grupo A e grupo B nos intervalos de notas, comparando-os a fim de identificar os intervalos em que o número de alunos do grupo A foi maior do que o do grupo B.

Esse procedimento também pode ter sido adotado pelos estudantes E162A e E202A cujos argumentos se fundamentam nos intervalos 50-59 e 80-89. O estudante E162A argumenta: “*Uma das maiores notas do grupo B foi de 60-69 com 5 alunos, já o grupo A teve mais nota de valor 80-89, 50-59, ou seja o grupo teve em média as melhores notas*”, e o estudante E202A: “*eu diria ao professor que mais alunos do grupo A tiraram notas de 80 à 89 e de 50 à 59, e por isso os alunos do grupo B não foram necessariamente melhores*”.

O estudante E071A apresenta o seguinte argumento: “*Poderiam [alunos do grupo A] falar que se saíram com notas equilibradas entre um e outros pontos e que o grupo B teve notas umas lá embaixo e outras lá em cima*”. Esse estudante pode também ter se fundamentado nos intervalos de notas para responder a questão. Ele chega a anotar as notas

médias dos grupos A e B, próximo a sua resposta, mas parece não utilizá-las. Isso gera a hipótese de que talvez, em sala de aula, durante a resolução de problemas, os estudantes sejam incentivados a anotar os dados fornecidos pelo enunciado do problema que possam ser relevantes para a sua resolução.

O que se pode inferir em relação a esse grupo, tendo como base os argumentos apresentados, é que, para esses estudantes, a informação mais relevante para a resolução da questão foi o gráfico contido nela.

Em relação à prova E011A, pertencente ao **grupo 3**, o estudante apresenta um argumento fundamentado na adição das notas. Esse estudante responde: “*Somando as notas do A e as notas do grupo B*”. Além da resposta, o estudantearma a adição $40+50+60+70+80$ na qual cada parcela é o limitante inferior dos intervalos 40-49, 50-59, 60-69, 70-79 e 80-89, respectivamente. Contudo anula essa operação e, ao lado, inicia, possivelmente, já que não há o sinal da operação que está sendo realizada, a adição $0+40+50+60+70$ na qual cada parcela é o limitante inferior dos intervalos 0-9, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79, respectivamente. Novamente, esse estudante não efetua a operação. É provável que ele tenha percebido que no primeiro procedimento estava faltando adicionar a nota 0 do intervalo 0-9. Talvez isto se deva ao fato de que a coluna desse intervalo de nota não está hachurada, tornando-se pouco perceptível ao estudante. Com o segundo procedimento, é possível que tenha percebido que, efetuando somente essa adição, não conseguiria argumentar que o grupo A fora melhor, pois pode ter pensando em como comprovaria que essas notas foram as obtidas por esse grupo. Com isso, ele desiste de realizar essa adição.

Assim, como talvez não tenha tido certeza em relação a quais notas seriam do grupo A e quais seriam do grupo B, para efetuar uma adição de modo a encontrar o total de pontos de cada grupo, ele opta por apresentar a resposta já anteriormente mencionada.

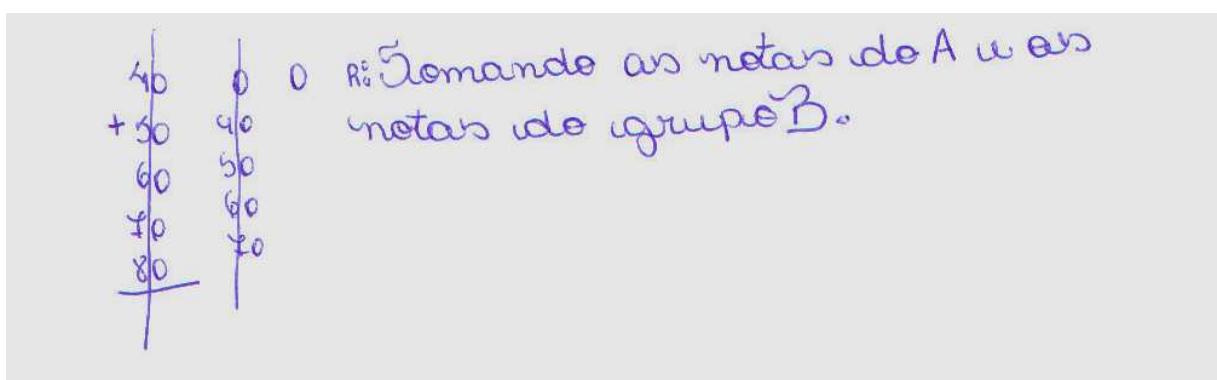


Figura 9 – Resolução presente na prova E011A.

O estudante E081A, cuja prova constitui o **grupo 4**, aborda o problema de duas maneiras. Em uma delas ele efetua, mesmo não colocando o sinal da operação, as adições $9+59+60+70+89$ e $49+50+69+79+80$, nas quais cada parcela é um dos limitantes de cada intervalo de nota. Parece que na adição $9+59+60+70+89$ o estudante tentou obter a soma das notas do grupo A. Para isso, parece ter relacionado o número de alunos com as notas. Isto é, para determinar cada parcela dessa adição, ele pode ter se baseado na quantidade de alunos em cada intervalo de nota. Exemplificando: se a quantidade de alunos do grupo A fosse maior em determinado intervalo de notas, ele optaria pela maior nota do intervalo para constituir cada parcela da adição, se a quantidade fosse menor, optaria pela menor nota do intervalo. No intervalo 0-9, o estudante parece ter optado pelo número 9, pois há apenas a barra que indica o número de alunos do grupo A. Talvez em 50 a 59 e 80 a 89 ele tenha escolhido 59 e 89, pois nesses intervalos o número de alunos do grupo A é maior do que o do grupo B. Já em relação a 60-69 e 70-79, é possível que ele tenha selecionado os números 60 e 70, pois nesses intervalos o número de alunos do grupo A é maior do que o do grupo B.

Na adição $49+50+69+79+80$, parece que ele tentou obter a soma das notas do grupo B. Em 40-49, o estudante pode ter selecionado para esta adição o número 49, pois nesse intervalo aparece apenas a barra que indica o número de alunos do grupo B. Em 50-59 e em 80-89, talvez tenha optado por 50 e 80, pois nesses intervalos o número de alunos do grupo B é maior do que o do grupo A. Já nos intervalos 60-69 e 70-79, é provável que tenha selecionado 69 e 79, pois nesses intervalos o número de alunos do grupo B é maior do que o do grupo A. Observando os resultados obtidos com essas adições, 287 com a adição $9+59+60+70+89$ e 318 com a adição $49+50+69+79+80$, o estudante pode ter percebido que não seria possível argumentar que os alunos do grupo A foram melhor do que os do grupo B já que a soma das notas do grupo B, segundo os procedimentos realizados por ele, é maior do que a soma das notas do grupo A. Isso pode tê-lo levado a abordar o problema de outra maneira.

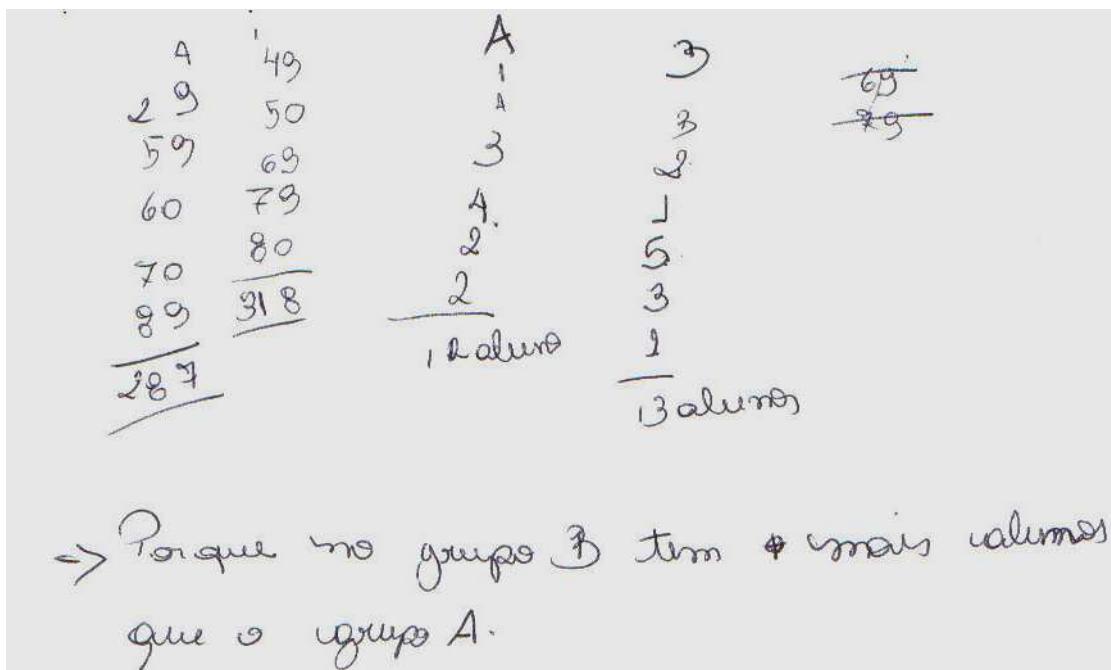


Figura 10 – Resolução presente na prova E081A.

A segunda estratégia adotada diz respeito a obter a quantidade de alunos pertencentes aos grupos A e B. Para isso, o estudante efetua, ao que tudo indica, já que não coloca o sinal da operação, as adições $1+3+4+2+2$ e $2+1+5+3+1$, nas quais cada parcela é o número de alunos do grupo A e B, respectivamente, em cada intervalo de notas. Na primeira adição, o estudante obteve o número 12 como resultado e na segunda, o número 13. Baseado nesta estratégia, ele apresenta o seguinte argumento: “*Porque no grupo B tem mais alunos que o grupo A*”. Assim, para esse estudante, o grupo A poderia convencer o professor de que o grupo B não foi necessariamente o melhor, fundamentando-se no fato de que o grupo B tem mais alunos.

No **grupo 5**, constituído por apenas uma prova, o estudante E051A apresenta um argumento fundamentado na nota média do grupo A e na nota suficiente para a aprovação: “*Eles também pode ser aprovado sim porque o grupo A está com 62,0 ponto e só poderia ser reprovado quem tirou 50 ponto para baixo*”.

Por meio da produção escrita desse estudante, acredita-se que o gráfico não se mostrou como um elemento descritor de uma situação e como fornecedor de informações.

Nas quatro provas (E091A, E101A, E112A, E172A) que formam o **grupo 6**, os estudantes apresentaram um argumento fundamentado na afirmação do professor de que o grupo B foi melhor.

O estudante E091A argumenta: “*Os alunos do Grupo B foram melhores os do Grupo A não podem reclamar*”.

“*Eles* (alunos do grupo A) poderiam se apoiar em estudar mais e seguir o exemplo do grupo B” foi o argumento apresentado por E112A e “*Trocando de grupo*” foi o apresentado por E172A.

“*Eles* (alunos do grupo A) não tem escolha pois o grupo B foi o melhor” foi o argumento apresentado por E101A. Este estudante também tenta resolver o problema apresentando outro argumento: “*somando as notas de todos*”, mas o anula.

É possível que estes estudantes tenham levado em consideração apenas as informações de que a nota média para o Grupo A é de 62,0 e para o Grupo B é de 64,5, e de que o professor afirma de que, naquela prova, o Grupo B fora melhor do que o Grupo A. A primeira porque a nota média do grupo B foi maior, e a segunda por ser uma afirmação do professor. Possivelmente eles tenham pensado: “se o professor está afirmado, então está certo”. Isto gera a hipótese de que esses estudantes, assim como outras pessoas, tenham a visão de que o professor sempre está certo, sabe tudo, não comete equívocos.

Em relação às provas que não foram incluídas nos grupos anteriores por não possuírem características comuns com eles, comentar-se-ão apenas duas, já que as outras três não apresentam registro escrito algum.

O estudante E142A responde a questão argumentando que os estudantes poderiam se apoiar no número 3 e 4 da tabela. É possível que nesse caso ele tenha se referido ou ao número 3 e 4 do eixo que indica o número de alunos ou ao terceiro e quarto intervalos de notas que apresentam colunas referentes às notas dos alunos dos grupos A e B. Em relação a essa última hipótese, o estudante pode ter efetuado uma adição da quantidade de alunos do grupo A cuja nota está no intervalo 50-59 e 60-69, e uma adição da quantidade de alunos do grupo B cuja nota está nestes intervalos. Com essas adições ele pode ter percebido que o grupo A nesses intervalos possui mais alunos do que o grupo B nos mesmos intervalos. Desse modo, ele pode ter acreditado que, com base nesses resultados, os alunos do grupo A, então, poderiam convencer o professor.

O que realmente esse estudante fez? O que pensou? Essas dúvidas levaram a entrevistá-lo. Durante a entrevista, o estudante respondeu que o grupo A foi melhor, pois dois alunos tinham as melhores notas, intervalo 80-89, enquanto que apenas um aluno do grupo B tinha nota nesse intervalo. Como sua resposta foi diferente da resposta apresentada por ele na prova, pediu-se que olhasse o que havia feito da primeira vez e explicasse a resolução.

Contudo ele revelou que não se recordava do que havia entendido e pensado na questão para apresentar a resposta: “*no número 3 e 4 na tabela*”.

A **Figura 11** apresenta o argumento dado pelo estudante E041A.

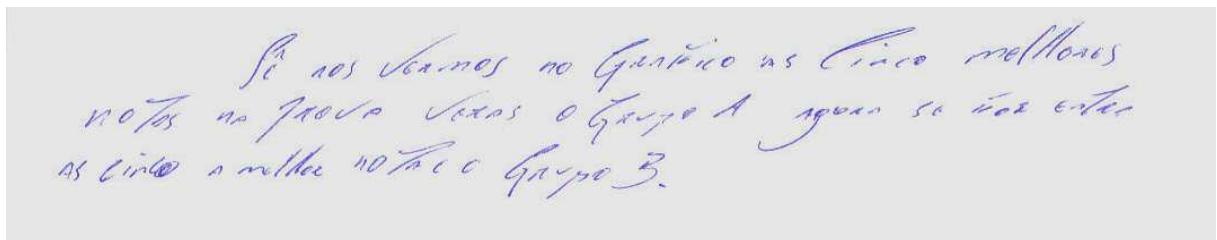


Figura 11 – Resolução presente na prova E041A.¹⁶

Além desse argumento, o estudante também efetua as adições $1+3+4+2+2$ e $2+1+5+3+1$ para obter o número de alunos em cada grupo. A primeira ele efetua corretamente. A segunda, ele efetua incorretamente. Ele obteve 12 como resultado da primeira e 11 da segunda. Apesar de ter realizado essas adições, o estudante não utiliza os resultados obtidos para argumentar por que o grupo B não foi necessariamente o melhor, talvez porque acreditasse que com quantidades diferentes de alunos em cada grupo isso não seria possível.

Supõe-se, com base na resposta apresentada, que E041A esteja considerando como as cinco melhores notas os intervalos 40-49, 50-59, 60-69, 70-79 e 80-89. Mas o que será que ele considerou para responder que se olhar as cinco melhores notas então verá o grupo A e caso contrário o grupo B? Ao ser questionado sobre sua resolução, o estudante revelou que as cinco melhores notas, às quais se referiu, eram as quantidades de colunas apresentadas no gráfico para cada grupo. Isto é, ele considerou cinco notas contando a quantidade de colunas representadas para cada grupo [para o grupo A, considerou as colunas dos seguintes intervalos: 0-9, 50-59, 60-69, 70-79 e 80-89; para o grupo B, considerou as colunas dos intervalos 40-49, 50-59, 60-69, 70-79 e 80-89]. Além disso, se fossem considerados esses intervalos, o grupo A seria o melhor porque o grupo B tirou duas notas ruins, que seriam as colunas dos intervalos 50-59 e 80-89, enquanto que o grupo A só tirou uma nota ruim, que é a representada pela coluna do intervalo 0-9. O que se pôde perceber, com essa explicação, é que o estudante se fundamentou nos tamanhos das colunas para dizer se as notas eram boas ou não, ou seja, quanto maior o tamanho da coluna maior era a nota do aluno, quanto menor, pior era a nota. Em relação às adições, o estudante disse que as efetuou

¹⁶ “Se nos vermos no Gráfico as cinco melhores notas na prova Verás o Grupo A agora se não entrar as cinco melhores é o Grupo B”.

porque, como na questão se pede um argumento matemático, ele achou que tinha que efetuar algum cálculo, mas como não conseguiu utilizar os resultados para resolvê-la, utilizou o argumento das cinco melhores notas.

4.4 Questão - APOIO AO PRESIDENTE

Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

Classificação do PISA	
Área de conteúdo: Incerteza	Agrupamento de competências: Conexões
Situação: Pública	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 9: Questão APOIO AO PRESIDENTE e informações sobre ela.

Também por se tratar de uma questão do tipo *Resposta de Construção Aberta*, os estudantes devem apresentar explicações que justifiquem a resposta dada, que, nesse caso, diz respeito à escolha do jornal que forneceria resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro.

Seriam consideradas corretas, nesta questão, as respostas que indicassem o Jornal 3 como o que forneceria o resultado mais provável e que, além disso, apresentassem duas ou mais justificativas corretas. Seriam consideradas corretas as justificativas que mencionassem o fato de a amostra selecionada ser maior, de a seleção ter sido ao acaso, de

que os entrevistados eram somente eletores e a data da pesquisa estar mais próxima da eleição.

As respostas que apresentassem o Jornal 3 como o que forneceria o resultado mais provável e que apresentassem apenas uma justificativa correta seriam consideradas como parcialmente corretas.

Respostas indicando os outros jornais não receberiam crédito algum.

Nesta questão, a porcentagem de acertos segundo os professores ficaria entre 11% e 40%, tanto para os estudantes da 1^a série quanto para os da 2^a série. Contudo essa porcentagem só foi atingida em relação à 1^a série. Em relação à 2^a série, a porcentagem de acertos foi apenas de 8,35%.

A tabela a seguir apresenta o desempenho dos estudantes.

Tabela 4: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão *APOIO AO PRESIDENTE*

Série	Créditos Atribuídos						Total da amostra			
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2	código 1	código 0	código 9	N	%				
1 ^a E. M.	2	20,00	0	0,00	8	80,00	0	0,00		
2 ^a E. M.	1	8,33	0	0,00	10	83,33	1	8,33		
Total da amostra	3	13,64	0	0,00	18	81,82	1	4,54		
							22	100,00		

Em relação às resoluções encontradas, as que possuem semelhanças foram agrupadas. Com isto, foram formados 13 grupos. Três provas ficaram fora desses grupos por não possuírem características comuns com eles e uma por não apresentar registro escrito.

Os grupos formados são apresentados a seguir:

Grupo	Estratégia	Provas
1	Responde que é o jornal 2 e dá apenas uma explicação fundamentada no fato de as pessoas selecionadas terem direito a voto.	E041A
2	Responde que é o jornal 2 e dá duas explicações: uma fundamentada na porcentagem apresentada e a outra no tamanho da amostra.	E021A
3	Responde que é o jornal 2 e dá duas explicações: uma fundamentada no fato de as pessoas terem direito a voto e a outra na porcentagem apresentada.	E162A
4	Responde que é o jornal 3 e dá duas explicações: uma fundamentada no tamanho da amostra e a outra na seleção por acaso.	E202A
5	Responde que é o jornal 3 e dá três justificativas: uma fundamentada na data da pesquisa, outra no tamanho da amostra e a terceira na seleção por acaso.	E081A
6	Responde que é o jornal 3 e dá três explicações: uma fundamentada na data da pesquisa, outra no tamanho da amostra e a outra no fato de as pessoas selecionadas terem direito a voto.	E061A
7	Responde que é o jornal 4 e dá apenas uma explicação fundamentada no fato de os eleitores telefonarem para votar.	E122A, E091A, E152A
8	Responde que é o jornal 4 e dá apenas uma explicação fundamentada na porcentagem apresentada.	E172A
9	Responde que é o jornal 4 e dá duas explicações: uma fundamentada na porcentagem apresentada e a outra no tamanho da amostra.	E142A
10	Responde que é o jornal 4 e dá duas explicações: uma fundamentada na porcentagem apresentada e a outra na data da pesquisa.	E132A, E222A
11	Responde que é o jornal 4 e dá duas explicações: uma fundamentada no fato de os eleitores telefonarem para votar e a outra na porcentagem apresentada.	E101A, E212A
12	Responde que é o jornal 4 e dá duas explicações: uma fundamentada na porcentagem apresentada e a outra no tamanho da amostra.	E112A, E071A
13	Responde que é o jornal 4 e dá duas explicações: uma fundamentada na data da pesquisa e a outra no fato de as pessoas telefonarem para votar.	E011A

Quadro 10: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *APOIO AO PRESIDENTE*.

Na prova E041A, pertencente ao **grupo 1**, o estudante responde que o jornal 2 forneceria o resultado mais provável para se prever o nível de apoio ao presidente. Ele apresenta apenas uma explicação para justificar a sua resposta. Essa explicação está fundamentada no fato de as pessoas selecionadas terem direito a voto: “*porque ali vem mostrando candidatos que podem votar não pessoas que ligaram para o jornal 4 falando que iria votar nele entre esses podem estar pessoas que não votam*”. Com esta explicação percebe-se que o estudante descarta a possibilidade de o jornal 4 fornecer o resultado mais provável justamente pelo fato de que podem estar telefonando para votar pessoas que não têm direito a voto.

Mas por que ele escolheu o jornal 2 se nos jornais 1 e 3 também participaram pessoas com direito a voto? O que se supôs, apesar de não constar na produção escrita, foi que o estudante teria levado em consideração a porcentagem, que foi maior no jornal 2.

Em entrevista com esse estudante, essa suposição foi confirmada. Além disso, constatou-se que ele estabeleceu uma relação do contexto do problema com as informações veiculadas por meios de comunicação tais como televisão e jornais. Segundo ele, esses tipos de pesquisas são realizados nas ruas e não com pessoas realizando ligações, e mais especificamente com leitores do próprio jornal que realiza a pesquisa.

No **grupo 2**, o estudante E021A também responde o jornal 2, contudo apresenta duas explicações, uma fundamentada na porcentagem apresentada e a outra no tamanho da amostra. Esse estudante responde: “*o jornal 2, pois iria ter mais votos, além de ser 500 pessoas a maioria iria votar nele*”. Acredita-se que a explicação fundamentada na porcentagem apresentada esteja presente no trecho “*iria ter mais votos*” e a fundamentada no tamanho da amostra, no trecho “*além de ser 500 pessoas*”. Mas, se as explicações desse estudante estão fundamentadas na porcentagem apresentada e no tamanho da amostra, então por que ele não respondeu o jornal 4, já que a porcentagem é maior e o tamanho da amostra também? Supõe-se que ele, assim como o estudante cuja prova pertence ao grupo 1, tenha associado essa situação com o modo como as pesquisas eleitorais são realizadas e apresentadas pelos meios de comunicação, ou seja, de que as pesquisas geralmente são realizadas nas ruas e não por meio de ligações das pessoas.

Essa suposição também é feita em relação à resolução do estudante E162A, pertencente ao **grupo 3**.

Jornal 2 não a pesquisa foi feita no dia 20 de janeiro com 500 cidadãos com direito a voto e teve o uma das maiores porcentagens, com menos números de pessoas.

Figura 12 – Resolução presente na prova E162A.

Neste caso, as explicações estão fundamentadas no fato de as pessoas terem direito a voto e na porcentagem apresentada.

Em relação ao **grupo 4**, tem-se que o estudante E202A responde corretamente a questão apresentando as seguintes explicações: “*jornal 3, porque este jornal ouviu mais pessoas nas ruas ao acaso*”. Desse modo, estas explicações estão fundamentadas no tamanho da amostra, ou seja, no fato de a pesquisa ter sido realizada com 1000 eleitores, e no fato de terem sido selecionados ao acaso. É provável que este estudante também tenha estabelecido alguma relação entre a situação apresentada com o modo como as pesquisas eleitorais são realizadas e apresentadas pelos meios de comunicação, pois ele utiliza em sua resolução a expressão “nas ruas”, que na questão não aparece em momento algum.

Na prova E081A, que constitui o **grupo 5**, o estudante apresenta corretamente três explicações para justificar a escolha do jornal 3 como o que forneceria o resultado mais provável para se prever o nível de apoio ao presidente. Ele explica que a pesquisa foi realizada mais perto da data da eleição, com mais cidadãos, e que estes foram escolhidos ao acaso. Ou seja, ele fundamenta as suas explicações na data em que a pesquisa foi realizada, no tamanho da amostra e na seleção por acaso. Talvez o que tenha levado o estudante a optar pelo jornal 3 e não pelo jornal 4, já que a pesquisa realizada por este também foi no dia 20 e com 1000 pessoas, é o fato de que no jornal 3 as pessoas são selecionadas ao acaso, o que não ocorre com o jornal 4.

O estudante E061A, **grupo 6**, fundamenta, corretamente, suas explicações, para justificar a sua escolha pelo jornal 3, na data da pesquisa, no tamanho da amostra e no fato de as pessoas selecionadas terem direito a voto. Segundo ele, “*Foi o jornal 3 pois realizou a pesquisa em uma data próxima a eleição [20 de janeiro] com um número maior de pessoas com direito a voto [1000 pessoas]*”. Pode ser que esse estudante tenha pensado que, se a pesquisa fosse realizada com uma amostra maior de pessoas com direito a voto e numa data mais próxima da eleição, os resultados apresentados por ela seriam mais confiáveis.

Desse modo, para ele, assim como para os estudantes dos grupos 4 e 5, a porcentagem apresentada não interferiu na escolha do jornal.

Mas e por que ele não optou pelo jornal 4? Talvez essa opção não tenha acontecido por acreditar que no jornal 4 nem todas as pessoas que telefonaram para a redação a fim de votar poderiam votar, ou seja, teriam direito a voto.

Nas provas que constituem o **grupo 7**, E091A, E122A e E152A, os estudantes respondem que o jornal 4 forneceria o resultado mais provável. Para justificar a resposta, eles dão apenas uma justificativa que está fundamentada no fato de os eleitores telefonarem para votar.

O estudante E091A explica: “[...]os eleitores telefonaram para o jornal dando suas opiniões e os outros selecionaram as pessoas por acaso”.

“Porque os eleitores telefonaram para a redação que estão a fim de votar” foi a explicação dada por E122A, e “porque foram os leitores que ligaram, então estava com o voto decidido, os outros não estavam esperando” foi a dada por E152A.

Em relação a essas provas, pode ser que os estudantes tenham interpretado que, no jornal 4, as 1000 pessoas já estavam com o voto decidido e, por isso, telefonavam para dar suas opiniões. Outra suposição é que eles podem ter interpretado também que essas 1000 pessoas iriam apoiar o presidente.

Quanto à prova do estudante E152A, é possível que ele tenha interpretado que, na pesquisa realizada pelo jornal 4, as pessoas telefonavam para votar, enquanto que nas demais eram os jornais que telefonavam às pessoas para saber as suas opiniões. Em entrevista com esse estudante, essa hipótese, assim como as anteriores, foi confirmada.

Em relação à única prova pertencente ao **grupo 8**, tem-se que o estudante E172A também apresenta apenas uma justificativa, fundamentada na porcentagem apresentada na questão, para responder que o jornal 4 fornece o resultado mais provável para prever o nível de apoio ao presidente. Ou seja, para ele, o fato desse jornal apresentar a maior porcentagem bastou para considerá-lo como resposta. Desse modo, é possível que as outras informações apresentadas na questão não tenham sido consideradas relevantes por esse estudante ou, ainda, que ele tenha privilegiado apenas a parte percentual já que é essa a informação mais destacada pelos meios de comunicação quando veiculam informações das pesquisas eleitorais ou de outras.

No **grupo 9**, o estudante apresenta duas explicações para justificar a escolha pelo jornal 4. Uma dessas explicações está fundamentada na porcentagem apresentada e a outra no tamanho da amostra.

Jornal 4

No Jornal 4 o nível de pesquisa era mais alto que os outros.

No Jornal 4 já tinha 1000 leitores do jornal que já iriam votar no presidente, e os outros que não liam o jornal também poderiam votar no presidente.

Figura 13 – Resolução presente na prova E142A.

Com base na segunda explicação dada por esse estudante, acredita-se que ele tenha interpretado que os 1000 leitores do jornal 4, que telefonaram para votar, iriam, certamente, apoiar o presidente, e que, além disso, outras pessoas, além das 1000 indicadas na questão, poderiam ligar para dar seu voto.

Duas provas (E132A e E222A) formam o **grupo 10**. Nestas provas os estudantes fazem a opção pelo jornal 4 e fornecem duas explicações: uma fundamentada na porcentagem apresentada, que é maior (44,5%), e a outra na data da pesquisa (20 de janeiro, portanto próxima ao dia 25).

O estudante E222A também apresentou outras explicações.

O jornal 3 que pesquisou com 1.000 cidadãos com direito a voto e o jornal 4, de leitores que telefonaram para votar então responde que esses cidadãos já estavam com sua opinião formada.

A porcentagem do jornal 4, é maior e está mais perto da data das eleições.

Figura 14 – Resolução presente na prova E222A.

É possível que o estudante tenha interpretado que nessa questão ele deveria escolher dois jornais e apresentar justificativas para a sua escolha. Por isso ele pode ter respondido o jornal 3 e o jornal 4. Também é possível que ele tenha optado por esses jornais devido ao fato de ambos possuírem amostra de 1000 eleitores e, para justificar, utilizado as informações que estão logo após a quantidade de pessoas que participaram. Contudo ele pode ter voltado a ler a questão e interpretado depois que deveria escolher um jornal e dar duas explicações para justificar essa escolha, e não escolher dois jornais. Mas, ainda em relação à primeira resposta do estudante, acredita-se que ele pode ter interpretado que os cidadãos já estavam com sua opinião formada pelo fato de os leitores terem telefonado para a redação a fim de votar e para apoiar o presidente.

No **grupo 11**, que é constituído pelas provas E101A e E212A, os estudantes apresentam duas explicações, uma fundamentada no fato de as pessoas telefonarem para votar e a outra na porcentagem apresentada, para justificar a escolha pelo jornal 4.

O estudante E101A responde: “*pois deixaram a escolha da população querer participar ou não*” e “*e o que mais teve opinião dos leitores*”. O que se supõe, nesse caso, é que para ele somente na pesquisa realizada pelo jornal 4 as pessoas tinham a opção de querer votar ou não. É possível que essa interpretação decorra do trecho “telefonaram para a redação a fim de votar” do enunciado da questão.

Para E212A, o jornal 4 forneceria o resultado mais provável: “*1º por ser os votantes que ligam até a redação para votar, e não aquela pressão dos jornalistas ligar em casa atrás de votos. 2º Pelo votos da pesquisa os outros tem: 36,5% (jornal 1), 41,0% (jornal 2), 39,0% (jornal 3) e a do jornal 4 tem 44,5%*”. Pode ser que esse estudante tenha interpretado que, nas demais pesquisas, os jornalistas ligaram para as casas das pessoas selecionadas para que elas participassem daquela. Além disso, pode ser que ele tenha estabelecido uma relação do contexto do problema com alguma situação vivenciada por ele ou por alguém próximo dele.

Os estudantes E071A e E112A, cujas provas formam o **grupo 12**, respondem que o jornal que forneceria o resultado mais provável seria o jornal 4, e para justificar essa opção apresentam duas explicações. Uma delas está fundamentada na porcentagem apresentada. A outra está fundamentada no tamanho da amostra.

jornal 4.

- Os jornais que têm pesquisa entre ~~500~~⁵⁰⁰ pessoas, se saiu na frente em relação à porcentagem, não teria um bom apoio ao presidente, apesar de não ter se saído na frente.
- O jornal 4 apresenta uma pesquisa entre 1000 pessoas, portanto a porcentagem ficando maior, representa também um maior número de pessoas apoiando o presidente.

Figura 15 – Resolução presente na prova E071A.

O que se supõe, a partir da resolução apresentada pelo estudante E071A, é que num primeiro momento ele tenta argumentar que, apesar de as pesquisas realizadas pelos demais jornais apresentarem uma boa porcentagem, elas não forneceriam o resultado mais provável por terem sido realizados com uma quantidade maior de pessoas.

Para justificar a sua opção, E112A explica: “*Porque a porcentagem foi a maior 44,5% e se fosse no dia 25 de janeiro a eleição o presidente iria ganhar com 1000 votos já ganhos*”. É provável que este estudante tenha interpretado que já era certo que os 1000 leitores do jornal iriam apoiar o presidente. Essa certeza talvez esteja associada ao fato de que o jornal realizou a pesquisa com seus próprios leitores e de que estes telefonaram para a redação já com a finalidade de votar no presidente.

O **grupo 13** é constituído apenas por uma prova. Nela o estudante E011A também fornece duas explicações para justificar que o jornal 4 forneceria o resultado mais provável para prever o nível de apoio ao presidente. As explicações desse estudante são: “*a pesquisa foi realizada no dia 20 de janeiro*” e “*eles telefonaram a fim de votar, pois os outros jornais não indicava se eles estavam querendo votar*”. Desse modo, o estudante fundamentou suas explicações na data da pesquisa, 20 de janeiro, portanto próxima da eleição se ela fosse realizada no dia 25 de janeiro, e no fato de as pessoas telefonarem para votar. Pode ser que, pelo fato de que no jornal 4 há a explicação de que os leitores telefonaram para a redação a fim de votar e pelo fato de que nos outros jornais isso não acontece, ele tenha interpretado que nas outras pesquisas as pessoas não queriam votar. Talvez para ele, as pessoas tenham votado

porque o voto é obrigatório. Pode ser, então, que o estudante tenha estabelecido uma relação do contexto do problema com as eleições realizadas para presidente ou para outro cargo.

Das provas que ficaram de fora dos grupos apresentados, têm-se duas em que os estudantes respondem jornal 3 e jornal 4, como os que forneceriam o resultado mais provável, uma que responde somente o jornal 3 e outra que não apresenta registro escrito algum.

Os estudantes E031A e E051A parecem ter interpretado que deveriam escolher dois jornais e apresentar justificativas para a escolha de cada um deles.

O jornal 3 e o jornal 4, pois a pesquisa
deles foram realizadas 20 de janeiro.

Figura 16 – Resolução presente na prova E031A.

O NO 3º JORNAL OS PESQUISADORES TINHA REALIZADO UMA AMOSTRA EM 2006 JANEIRO 1000 CIDADÃOS VOTARAM PARA SELECIONAR O PRESIDENTE. É NO 4º JORNAL TAMBÉM MOSTRA QUE 44,5% DESCOBRIRAM QUE EM 20 DE JANEIRO COM 1000 LEITORES QUE TELEFONARAM PARA VOTAR PARA ESCOLHER O PRESIDENTE.

Figura 17 – Resolução presente na prova E051A.

O estudante E031A, porém, apresenta apenas uma explicação que está fundamentada no fato de que as pesquisas foram realizadas no dia 20 de janeiro, portanto mais próxima da eleição se ela fosse realizada no dia 25 do mesmo mês. Acredita-se que, nesse caso, ele também tenha, apesar de não constar em sua resolução, levado em consideração a quantidade de pessoas que participaram dessas pesquisas, no caso 1000 pessoas. Essa suposição se deve ao fato de esse estudante não ter optado também pelo jornal 2, que também realizou sua pesquisa em 20 de janeiro, contudo com amostra de 500 pessoas.

Duas explicações são apresentadas por E051A: uma fundamentada no tamanho da amostra e a outra na data em que as pesquisas foram realizadas.

Nestes casos, parece que o fato de uma pesquisa ter sido realizada com pessoas com direito a voto e selecionadas ao acaso e a outra com leitores do próprio jornal que telefonaram a fim de votar não interferiu na escolha por esses jornais.

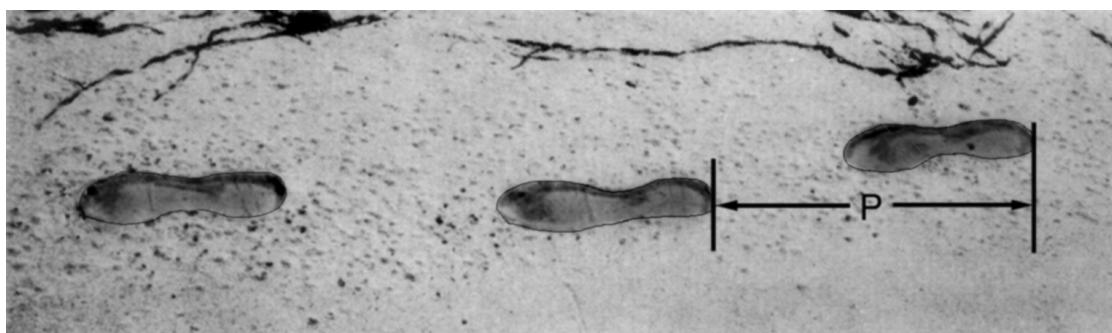
Em sua prova, o estudante E182A faz a opção pelo jornal 3 e explica: “nessas pesquisas algumas estão alteradas, também existe o percentual de erro, e nem quase todas as pessoas que foram entrevistadas iriam votar”. Pode ser que esse estudante tenha relacionado o contexto do problema com as informações sobre eleições apresentadas pelos meios de comunicação, pois menciona em sua explicação que existe o percentual de erro, que, em momento algum, foi mencionado no enunciado.

Mas e por que escolheu o jornal 3? Sua escolha pode ter se dado por ter pensado que, se a pesquisa fosse realizada com uma amostra maior de pessoas com direito a voto e numa data mais próxima da eleição, os resultados apresentados por ela seriam mais confiáveis. Talvez a explicação de que “[...] nem quase todas as pessoas que foram entrevistadas iriam votar” esteja relacionada com o fato de acreditar que no jornal 4, apesar de as pessoas telefonarem para a redação a fim de votar, estariam participando pessoas que não têm direito a voto.

4.5 Questão – CAMINHANDO 1

A questão 9 é constituída de dois itens: 9.1 e 9.2, e de uma parte comum a eles. As produções escritas em cada um desses itens serão descritas e analisadas separadamente.

A figura mostra as pegadas de um homem caminhando. O comprimento do passo P



é a distância entre a parte posterior de duas pegadas consecutivas.

Para homens, a fórmula $\frac{n}{P} = 140$ dá uma relação aproximada entre n e P, onde

n = número de passos por minuto, e

P = comprimento do passo em metros

4.5.1 Questão – CAMINHANDO 2

Se a fórmula se aplica ao caminhar de Heitor e ele anda 70 passos por minuto, qual é o comprimento do passo de Heitor? Mostre como você resolveu.

Classificação do PISA	
Área de conteúdo: Mudanças e Relações	Agrupamento de competências: Reprodução
Situação: Pessoal	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 11: Questão CAMINHANDO 2 e informações sobre ela.

Para resolver esse item, que envolve uma expressão com variável e em que se parte de uma relação de proporcionalidade para resolvê-lo, os estudantes, segundo documento do PISA (GAVE, 2004), precisam substituir n na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ por 70 passos por minuto e usar propriedades da proporção para obter o valor de P , ou seja, o comprimento do passo em metros. Desse modo, pelo fato de os estudantes terem que manipular uma expressão contendo símbolos, aplicar propriedades e realizar algum cálculo é que esse item pertence ao *Agrupamento de Competências de Reprodução*.

As resoluções em que, por exemplo, a substituição do número 70 na fórmula, a divisão de 70 por 140 foram feitas corretamente e na qual a resposta dada foi que o comprimento do passo é igual a 0,5 m ou 50 cm, receberiam crédito completo (código 2). As resoluções em que há a substituição correta de 70 na fórmula, mas os estudantes efetuam, por exemplo, a divisão de 140 por 70 e, como consequência, respondem que o comprimento do passo é de 2 m obteriam crédito parcial (código 1). Outras resoluções como, por exemplo, $140+70$ ou $70 \div 60$ não receberam crédito (código 0).

Tabela 5: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão CAMINHANDO 2

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9			
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1 ^a E. M.	1	10,00	3	30,00	6	60,00	0	0,00	10	45,45
2 ^a E. M.	3	25,00	6	50,00	3	25,00	0	0,00	12	54,55
Total da amostra	4	18,20	9	40,90	9	40,90	0	0,00	22	10,00

A **Tabela 5** mostra que apenas 10% dos estudantes da 1^a série obtiveram crédito completo, ou seja, acertaram completamente o item, 30% acertaram parcialmente e, por isso, receberam crédito parcial, e 60% não obtiveram crédito algum. Em relação aos estudantes da 2^a série, tem-se que a maioria dos estudantes, 50%, acertou parcialmente o item, enquanto 25% receberam crédito completo e outros 25% não obtiveram crédito algum.

Os professores dos estudantes tanto da 1^a série quanto da 2^a série estimaram que a porcentagem de acertos estivesse entre 41 e 60%, o que não foi corroborado pela correção realizada. Talvez os professores tenham estimado essa porcentagem por acreditar que os estudantes não teriam dificuldades em substituir uma variável por determinado valor e realizar algum cálculo para encontrar o valor de P .

Mas por que será que a porcentagem de acertos não foi maior ou não ficou entre o intervalo esperado pelo professores? Como os estudantes resolveram?

Para apresentar o modo como os estudantes lidaram com esse item, foram construídos grupos, independente dos créditos atribuídos às resoluções e das séries dos estudantes. Foram formados 5 grupos com 19 resoluções. Três provas (E112A, E142A e E172A) ficaram de fora desses grupos por não possuírem características semelhantes.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Substitui n por 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Manipula a fórmula e responde.	E021A, E041A, E061A, E071A, E091A, E122A, E132A, E152A, E162A, E182A, E192A, E202A, E212A, E222A
2	Efetua apenas a divisão $140 \div 70$ e responde.	E051A, E081A,
3	Efetua a adição $140+70$ e a subtração $170-70$ e responde.	E031A
4	Efetua apenas a divisão $70 \div 60$ e responde.	E011A
5	Efetua as divisões $140 \div 70$ e $70 \div 140$ e responde.	E101A

Quadro 12: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *CAMINHANDO 2*.

O **grupo 1** é constituído por 14 provas. Nestas, os estudantes substituíram n por 70, número de passos por minuto, na fórmula apresentada na parte comum dos itens 9.1 e 9.2, manipularam-na, realizando alguma operação, e apresentaram como resposta o resultado obtido na operação realizada.

Em cinco dessas 14 provas, os estudantes (E071A, E122A, E182A, E192A e E222A) substituíram corretamente o número de passos de Heitor na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, efetuaram corretamente a divisão de 70 por 140 e responderam corretamente que o comprimento do passo de Heitor é de 0,50 m.

70 passos por minuto

$$\frac{70}{P} = 140$$

$$\frac{70 \times 5}{140} = 140$$

$$\frac{350}{140} = 140$$

$$P = 0,5$$

Figura 18: Resolução presente na prova E071A.

O estudante E071A efetuou as multiplicações 70×1 e $140 \times p$ e igualou os resultados, isto é, $140p = 70$, para posteriormente obter o valor de p . Em seguida, realizou corretamente a divisão de 70 por 140. Além disso, pode-se perceber que o estudante ainda efetua a multiplicação 140×5 para verificar se o resultado obtido na divisão estava correto.

Em outra prova, o estudante E192A realiza outro procedimento. Ele efetua a divisão $140 \div 70$ obtendo que o comprimento do passo é igual a 2. Contudo essa operação é anulada pelo estudante.

$$n = 70 \text{ passos}$$

$$P = ?$$

$$\frac{70}{P} = 140$$

$$140P = 70$$

$$P = \frac{70}{140}$$

$$P = 0,5 \text{ metros}$$

$$140 \div 70 = 2$$

$$P = 2$$

Figura 19: Resolução presente na prova E192A.

Talvez o estudante tenha percebido que 2 metros seria uma medida muito grande para o comprimento de um passo de pessoa e por isso tenha anulado este procedimento.

Ainda em relação ao grupo 1, tem-se que em seis provas (E021A, E041A, E061A, E091A, E152A e E202A) os estudantes substituíram corretamente o número de passos na fórmula, e, em seguida, realizaram o mesmo procedimento realizado e anulado pelo estudante E192A, isto é, os estudantes efetuaram a divisão de 140 por 70 obtendo que o comprimento do passo de Heitor é igual a 2 metros. Esses estudantes podem ter considerado que 2 metros seria a resposta do problema justamente por esse resultado ter sido obtido por meio de uma operação realizada corretamente por eles. Outra possibilidade é que eles não tenham voltado ao contexto do problema para verificar se essa resposta seria plausível ou não.

$$\frac{N}{P} = 140 \quad \frac{70}{P} = \frac{140}{1} \quad 70 = 140P$$

$$P = \frac{140}{70}$$

$$P = 2 \text{ m.}$$

EU USEI UM POUCO DA REGRa DE 3.

Figura 20: Resolução presente na prova E202A.

O estudante ainda escreve que usou um pouco de regra de três. Talvez ele tenha tentado explicar como chegou em $140p=70$. Na entrevista, o estudante substituiu corretamente o número de passos na fórmula e, em seguida, efetuou corretamente, com dificuldade, a divisão de 70 por 140 e respondeu que o comprimento do passo era de 0,5 metros. Como a resolução não foi igual à apresentada na prova, ele foi questionado a respeito da divisão de 140 por 70. O estudante explicou que no dia da prova fez $140 \div 70$ porque não conseguia fazer $70 \div 140$. Quando questionado se a resposta apresentada por ele (2 metros) era plausível para o comprimento do passo de uma pessoa, o estudante disse que sim, se a pessoa desse um salto, mas que no momento da prova não havia pensado nisso. Em relação à regra de três, ele explicou que em $\frac{70}{p} = \frac{140}{1}$ ele tinha uma fração igual à outra fração e, por isso, teria que ‘multiplicar cruzado’. Então, estaria utilizando a regra de três.

Em duas provas (E132A e E162A), também do grupo 1, os estudantes substituíram corretamente o número de passos na fórmula e, em seguida, efetuaram corretamente a multiplicação 140×70 , utilizando o resultado obtido para responder ao problema.

The image shows handwritten mathematical work on a white background. On the left, there is a vertical list of numbers: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49. To the right of this list, there are two equations: $\frac{m}{P} = 140$ and $\frac{70}{P} = 140$. Below these equations, the value of P is calculated as $P = 140 \cdot 70$ and then $P =$. To the far right, there is a multiplication calculation: $\begin{array}{r} 140 \\ \times 70 \\ \hline 9800 \end{array}$. At the bottom, the student writes the sentence "Ele andou 9800 metros."

Figura 21: Resolução presente na prova E132A.

No caso do estudante E132A, é possível que, levando em consideração a resposta dada, tenha interpretado que deveria encontrar o total de metros que Heitor caminhou. Por isso realizou a multiplicação 140×70 .

Pode ser que o estudante E162A, que realizou o mesmo procedimento que E132A, tenha feito também essa interpretação do problema.

Pertence também ao grupo 1 a prova do estudante E212A, que substitui corretamente o número de passos na fórmula e, em seguida, efetua corretamente a subtração $140 - 70$, respondendo que o comprimento do passo é igual a 70 metros. Por que será que fez essa operação?

Para alguns estudantes, quando se tem uma igualdade envolvendo números e letras, estas devem ficar de um lado da igualdade e números do outro lado com o sinal contrário ao que possuem. Por isso é comum ouvir ‘passa pra lá com o sinal trocado’. Conseqüência de um ensino que prioriza os tais ‘macetes’.

Desse modo, pode ser que E212A tenha efetuado a subtração $140 - 70$, porque 70, que é positivo, estava do lado da igualdade em que estava o P e desse lado só deveria ficar letras, então ‘passou 70’, com sinal negativo, para o outro lado da igualdade. Com letra de um lado e números de outro, ele efetua a subtração dos números para encontrar o valor de P .

$$\frac{n}{p}$$

$$\frac{40}{p} = 140$$

$R = 40 \text{ m é o comprimento do passo}$

$$\frac{140}{70} = 2$$

Figura 22: Resolução presente na prova E212A.

Estas hipóteses provocaram a entrevista com o estudante. Durante a entrevista pôde-se perceber certa dificuldade de E212A na manipulação de $\frac{70}{P} = 140$. Em determinado momento o estudante escreveu $n = \frac{0,80}{140}$. Em outro, $n = 0,80 \times 140$. Porém em nenhum destes casos efetuou as operações e respondeu ao problema. Quando questionado sobre o motivo de não realizar as operações, o estudante revelou que para isto precisaria de uma calculadora. Em relação à sua resolução na prova, disse que não sabia o motivo que o tinha levado a efetuar uma subtração. Depois de suas explicações, uma outra hipótese surgiu para a resolução do estudante. Pode ser que, como no momento da prova não possuía calculadora, ele tenha efetuado a subtração 140-70 porque seria menos trabalhoso.

Em relação ao **grupo 2**, os estudantes E051A e E081A efetuaram a divisão $140 \div 70$. O estudante E051A obteve 20 como quociente e o estudante E081A obteve 2 como quociente. O estudante E051A também apresenta uma justificativa para ter realizado esta operação: “Eu peguei 70 passos que Heitor tinha dado por minuto e dividi para ver quantos comprimento ele tinha dado e ele comprimentou 20 passos”. É provável que ele tenha interpretado que deveria obter quanto Heitor caminhou. Por isso talvez tenha respondido que “comprimentou 20 passos”.

Para o estudante E081A, o comprimento do passo de Heitor é de 2 cm. Além da divisão $140 \div 70$, ele também efetua corretamente a multiplicação para verificar o resultado da divisão realizada anteriormente. Também apresenta o registro de $\frac{70}{140}$. Pode ser que o estudante tenha pensado em outro procedimento, que não foi concretizado, talvez por acreditar que esse procedimento não resolveria o problema.

No **grupo 3**, o estudante E031A efetua corretamente a adição 140+70 e a subtração 140-70, contudo utiliza apenas o resultado obtido na subtração para responder ao problema.

$$\begin{array}{r}
 140 \\
 + 70 \\
 \hline
 210
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 210 \\
 - 70 \\
 \hline
 140
 \end{array}$$

O comprimento de passo de Heitor
é de 70 "é comprimento".

Figura 23: Resolução presente na prova E031A.

A adição parece ter sido a primeira estratégia adotada pelo estudante, pois se pode perceber que ele havia respondido que o comprimento do passo de Heitor era de 210. Talvez o estudante tenha considerado que este valor não seria aceitável para a situação e por isso tenha feito a subtração 140-70.

O estudante E011A, cuja prova pertence ao **grupo 4**, efetua apenas, incorretamente, a divisão de 70 por 60, respondendo que o comprimento do passo de Heitor é de 1,11 metros. É possível que o estudante tenha realizado essa divisão pelo fato de que Heitor andou 70 passos por minuto. Ele pode ter considerado que, como um minuto corresponde a 60 segundos, então, deveria dividir 70 por 60 para encontrar o comprimento do passo.

Em relação ao último grupo, **grupo 5**, tem-se que o estudante E101A efetua, incorretamente, a divisão $140 \div 70$ e, incorretamente, a divisão $70 \div 140$, respondendo incorretamente a questão. É possível que a primeira estratégia do estudante tenha sido a divisão de 140 por 70, e que ele a tenha abandonado por considerar que 20 metros, quociente obtido, não poderia ser uma resposta plausível para o comprimento do passo de uma pessoa. Talvez isto o tenha levado a efetuar a divisão de 70 por 140. Primeiramente, ele obtém 4,2815

como o quociente desta divisão. Até chega a escrever $\frac{n}{p} = \frac{70}{140} = 4,2\dots$, mas acaba por anular. Depois escreve $\frac{70}{140} = 2m$. Ele pode ter considerado que 2 metros seria a resposta, porque, se multiplicasse 70 por 2, obteria 140.

Agora, em relação às provas que ficaram de fora dos grupos, tem-se que os estudantes ou apenas tiraram os dados do problema escrevendo, por exemplo, que $n=70$

passos por minuto, ou substituem o número de passos na fórmula, não efetuando cálculo algum.

4.5.2 Questão – *CAMINHANDO 3*

Bernardo sabe que o comprimento de seu passo é de 0,80 m. A fórmula se aplica ao caminhar de Bernardo.

Calcule a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Mostre como você resolveu.

Classificação do PISA	
Área de conteúdo: Mudanças e Relações	Agrupamento de competências: Conexão
Situação: Pessoal	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 13: Questão *CAMINHANDO 3* e informações sobre ela.

Calcular o número de passos por minuto, quando o comprimento do passo é de 0,80 metros, deve ser a primeira atitude do estudante, para calcular a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Para isso, conforme documento do PISA (OECD, 2004), os estudantes devem fazer a substituição do comprimento do passo na expressão $\frac{n}{P} = 140$ e a manipular de modo a obter n=112 passos por minuto. Em seguida, fazer a conversão de unidades, ou seja, converte passos por minuto para metros por minuto e passos por minuto para quilômetros por hora.

Pelo fato de este item dizer respeito à relação entre o número de passos por minuto, ao comprimento do passo e por envolver relações entre unidades de conversão, ele está situado na área de conteúdo *Mudanças e Relações* (OECD, 2005). Como requer a manipulação de expressão algébrica e a execução de uma seqüência de cálculos, que exigem a compreensão de fórmulas de conversão e unidades de medidas, é considerado pelo PISA como complexo.

Na correção, receberiam crédito completo (código 2) as resoluções em que o estudante calcula corretamente o número de passos por minutos, independentemente de apresentar ou não o registro da substituição do número de passos na fórmula, e, em seguida, calcula corretamente a velocidade em metros por minutos, que é de 89,6, e em quilômetros por hora, que é de 5,4.

As resoluções que apresentam apenas o cálculo correto do número de passos por minuto (112 passos por minuto), ou apresentam o cálculo correto do número de passos por minuto e outros cálculos incorretos, por exemplo, foi atribuído crédito parcial (código 1). Já resoluções tais como $0,80 \div 60$ ou $0,80 \times 60$, não receberam crédito algum (código 0).

Segundo informações do *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem*, a porcentagem de acertos, tanto dos estudantes da 1^a série quanto dos estudantes da 2^a série, estaria entre 41 e 60%. Entretanto, conforme a correção realizada, não houve crédito completo, ou seja, nenhum estudante, tanto da 1^a série quanto da 2^a série acertou completamente essa questão. A porcentagem dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes pode ser encontrada na tabela que segue.

Tabela 6: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão *CAMINHANDO 3*

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	
1 ^a E. M.	0	0,00	2	20,00	8	80,00	0	0,00	10	
2 ^a E. M.	0	0,00	1	8,33	8	66,67	3	25,00	12	
Total da amostra	0	0,00	3	13,64	16	72,72	3	13,64	22	
									100,00	

Das 22 provas, apenas três (E132A, E172A e E182A) não apresentam registro algum. Uma (E192A) apresenta apenas o registro “P=0,80m” e outra (E142A) apenas o registro “ $\frac{N}{P}$ ” e “0,80”. As restantes apresentam diferentes estratégias de resolução. Destas, 13 foram agrupadas, independentemente dos créditos atribuídos e das séries, e quatro (E112A, E031A, E162A e E061A) ficaram de fora dos agrupamentos por não possuírem características comuns com estes, mas serão comentadas.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Substitui P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Manipula a fórmula. Apresenta a velocidade em metros por minuto e em quilômetro por hora.	E222A, E101A
2	Substitui P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Manipula a fórmula. Apresenta apenas a velocidade em metros por minuto.	E212A, E202A
3	Substitui P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Manipula a fórmula. Não apresenta as velocidades.	E071A, E091A, E122A, E152A
4	Efetua a multiplicação $0,80 \times 3,6$ e a divisão $0,80 \div 3,6$. Apresenta a velocidade em metros por minuto e em quilômetros por hora.	E081A
5	Efetua a multiplicação $0,80 \times 3,6$. Apresenta apenas a velocidade em quilômetro por hora.	E021A
6	Efetua a divisão $0,80 \div 3,6$. Apresenta apenas a velocidade em quilômetro por hora.	E051A
7	Efetua a divisão $0,80 \div 3,6$ e a divisão $20 \div 3,6$. Apresenta a velocidade em metros por minuto e em quilômetros por hora.	E041A
8	Efetua a multiplicação $0,80 \times 3,6$, a divisão $28,80 \div 1000$ e a divisão $0,80 \div 60$. Apresenta a velocidade em metros por minuto e em quilômetros por hora.	E011A

Quadro 14: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *CAMINHANDO 3*.

Nos grupos 1, 2 e 3, encontram-se as resoluções em que, primeiramente, os estudantes substituíram corretamente P por 0,80, comprimento do passo de Bernardo, na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, manipularam-na, realizando alguma operação. Contudo, no grupo 1, é apresentada a velocidade em metros por minuto e em quilômetro por hora, no grupo 2, é apresentada apenas a velocidade em metros por minuto e no grupo 3 não são apresentadas as velocidades.

No **grupo 1**, o estudante E222A obteve, por meio da multiplicação $0,80 \times 140$, decorrente da manipulação da fórmula $\frac{n}{P} = 140$, que o número de passos por minuto (n) é igual a 112. Em seguida, para obter a velocidade em metros por minuto, ele

efetua corretamente a divisão $112 \div 60$. Talvez tenha efetuado essa operação por acreditar que, dividindo 112 por 60 minutos, encontraria a velocidade em um minuto. Para obter a velocidade em quilômetros por hora, efetua corretamente a divisão $80 \div 5$ obtendo 16 como quociente e também efetua corretamente a multiplicação 16×100 . O estudante escreve na frente dessa operação “ 160km ”. Em seguida, efetua incorretamente a multiplicação 160×140 obtendo $n = 8000$ e, incorretamente, a divisão $8000 \div 60$. Pode ser que, nesse caso, o estudante tenha pensado que, dividindo o comprimento do passo em metros, dado nesse item, que é de 0,80, pelo comprimento do passo em metros encontrado por ele no item 9,1, que é de 0,5, e depois multiplicando o resultado por 100, encontraria o comprimento do passo em quilômetros; assim como efetuando a multiplicação 160×140 , encontraria o número de passos por hora e, dividindo o resultado dessa multiplicação por 60, obteria a velocidade em uma hora. Apresenta “ $1,86\text{ m/mim}$ ” e “ $1,22\text{ km/h}$ ”, respectivamente, como as velocidades em metros por minutos e em quilômetro por hora.

Durante a entrevista, o estudante explicou que, em $112 \div 60$, dividiu por 60, pois um minuto tem 60 segundos, e que, em $8000 \div 60$, dividiu por 60, porque uma hora tem 60 minutos. Quando questionado se, em $112 \div 60$ a resposta seria em metros por segundo e, em $8000 \div 60$, seria em quilômetros por minuto, o estudante disse que não, pois o problema pedia em metros por minuto e em quilômetros por hora.

Na outra prova, pertencente ao **grupo 1**, o estudante E101A apresenta a seguinte resolução:

The image shows handwritten mathematical work on a light gray background. At the top left, there is a crossed-out calculation: $\frac{m}{min} \div \frac{m}{0,80} = \frac{2}{0,80}$. To its right is a correct formula: $V = \frac{m}{P} = V = \frac{2}{0,80}$. Below these, there is a conversion factor: $\frac{Km}{h} =$. To the right of this is the result: $V = 2,5\text{ m/min}$ and 9 Km/h . Further down, there is a calculation: $20,8$ divided by 8 (with a remainder of 4) and multiplied by $3,6$ (with a result of $75,0$). To the right of this is a division problem: $16 \div 8$ (with a remainder of 8), followed by another division: $8 \div 8$ (with a remainder of 0), and finally $32 \div 40$ (with a remainder of 32).

Figura 24: Resolução presente na prova E101A.

Ele efetua, corretamente, a divisão $0,2 \div 0,80$ e, corretamente, a multiplicação $2,5 \times 3,6$, sendo 2,5 o quociente da divisão de 0,2 por 0,8. Apresenta 2,5 como a velocidade em metros por minuto e 9 como a velocidade em quilômetros por hora.

Mas por que utilizou 3,6 em sua resolução, sendo que esse valor não é dado na questão?

Geralmente em Física utilizam-se as relações entre as unidades para transformar a velocidade de km/h em m/s e vice-versa. Pelo *Sistema Internacional de Medidas*, tem-se que $1\text{km/h} = \frac{1\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{10^3\text{m}}{3,6 \times 10^3\text{s}} = \frac{1\text{m}}{3,6\text{s}} = \frac{1}{3,6}\text{m/s}$. Assim, de modo geral, conclui-se que, para transformar km/h em m/s, basta dividir o valor por 3,6, e para transformar m/s para km/h, basta multiplicar o valor por 3,6¹⁷. Por isso, E101A pode ter acreditado que multiplicando 2,5, que está em metros por minuto, por 3,6 obteria a velocidade em quilômetros por hora. Neste caso, acredita-se que o estudante tenha relacionado o problema com a disciplina de Física, mais especificamente com as informações do *Sistema Internacional de Medidas* que são trabalhadas nessa disciplina.

O **grupo 2** é constituído de duas provas. Nestas, os estudantes E202A e E212A substituem corretamente P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, manipulam-na, realizando alguma operação, e apresentam apenas a velocidade em metros por minuto.

O estudante E202A substitui corretamente P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, contudo ele substitui a letra n pela letra V , indicando velocidade. Em seguida, efetua incorretamente a multiplicação $140 \times 0,80$ obtendo 11,2. Ele responde que a velocidade é igual a “*V=11,2 metros por minuto*”, mas não apresenta a velocidade em quilômetros por hora. Ele ainda justifica: “*Eu alterei a unidade N (número de passos por minuto) por V(velocidade), mas não consegui transformar em quilômetros por hora*”.

A subtração 140-80, decorrente da manipulação da fórmula, é efetuada corretamente pelo estudante E212A, porém na fórmula ele escreve 0,80 e na subtração apenas 80. É possível que, assim como no item 9.1, ele tenha efetuado a subtração 140-80, porque 80, que é positivo, estava do lado da igualdade em que estava o n , lado onde só deveriam ficar letras, então ‘passou 80’, com sinal negativo, para o outro lado da igualdade. Com letra de um

¹⁷ Mais informações podem ser obtidas no site <<http://educar.sc.usp.br/fisica/conceito.html>>.

lado e números de outro, ele efetua a subtração dos números para encontrar o valor de n , apresentando “60m/m” como a velocidade em metros por minuto.

No **grupo 3**, os estudantes E071A, E091A, E122A e E152A substituem corretamente P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, manipulam-na, realizando alguma operação, mas não apresentam a velocidade, nem em metros por minuto, nem em quilômetro por hora.

A prova do estudante E071A apresenta a seguinte resolução:

The handwritten work shows the following steps:

$$\frac{n}{0,80} = 140 \quad (\text{cancelled})$$

$$n = 112 \text{ passos por min.}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times 0,80 \\ \hline 11200 \end{array}$$

$$V = ? \text{ m/m} \quad V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad V = \frac{0,80}{112}$$

$$V = ? \text{ km/h}$$

Figura 25: Resolução presente na prova E071A.

Nesse caso, o estudante obtém corretamente o número de passos por minuto e tenta obter a velocidade (V) dividindo a distância percorrida (ΔS) pelo tempo gasto (Δt). Para tanto, ele considera que a distância (ΔS) percorrida por Bernardo é igual ao comprimento de seu passo (0,80 metros) e que o tempo gasto por ele (Δt) é igual a n , ou seja, 112 passos por minuto. Efetuando essa divisão, é possível que tenha acreditado que encontraria a velocidade em metros por minuto.

Mas o que fez o estudante utilizar $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$? Provavelmente utilizou essa

fórmula pelo fato de o problema solicitar que fosse calculada a velocidade, e esse ser um dos modos de ela ser obtida utilizando-se expressões físicas. Desse modo, é possível que o estudante tenha relacionado o contexto do problema com os contextos dos problemas estudados na disciplina de Física, privilegiando assim conhecimentos desta.

Na entrevista, o estudante revelou que, na época em que realizou essa prova, estava estudando sobre velocidade na disciplina de Física e que associou esse problema com os problemas trabalhados durante as aulas. Revelou também que, se tivesse terminado os cálculos, a velocidade encontrada seria em metros por minuto, pois 0,80 é dado em metros e

112 em passos por minuto. Quando questionado sobre o motivo que o levou a não concluir os cálculos, ele disse que achou difícil a questão.

O estudante E091A, após a substituição de P por 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$,

apenas efetua, corretamente, a multiplicação $140 \times 0,80$, obtendo $n=112$ passos. Também inicia a divisão de 140 por 112, mas não conclui a operação. Além disto, escreve: “*não sei fazer*”.

E122A efetua a multiplicação $140 \times 0,80$ e escreve $n=11200$, depois $n=11200$ m e $n=1k$.

Em sua prova, E152A escreve $n = 140 \div 80$, mas não efetua a operação. Também efetua, incorretamente, a operação $140 \times 0,80$, anulando-a.

Na única prova que forma o **grupo 4**, o estudante E081A não apresenta a substituição de P por 0,80 na fórmula. Ele efetua, incorretamente, a multiplicação $0,80 \times 3,6$, obtendo 28,80, e, incorretamente, a divisão $0,80 \div 3,6$, obtendo 2 como quociente. Também efetua as multiplicações 36×3 e 36×2 . Talvez estas multiplicações tenham sido realizadas para verificar se o resultado obtido com a divisão estava correto. O estudante apresenta o resultado obtido com a multiplicação $0,80 \times 3,6$ como a velocidade em quilômetros por hora, e o resultado obtido com a divisão $0,80 \div 3,6$ como a velocidade em metros por minuto. Neste caso, talvez E081A acreditasse que multiplicando 0,80 por 3,6 obteria a velocidade em quilômetros por hora e, dividindo 0,80 por 3,6, a velocidade em metros por minuto, sem atentar para o fato de que na divisão de um valor por 3,6 obtém-se o resultado em metros por segundo.

Acredita-se também que o estudante relacionou o problema com a disciplina de Física, mais especificamente com as informações do *Sistema Internacional de Medidas* que são trabalhadas nessa disciplina, assim como os estudantes E021A (grupo 5), E051A (grupo 6), E041A (grupo 7) e E011A (grupo 8), cujas provas são comentadas a seguir.

No **grupo 5**, o estudante E021A apenas efetua, incorretamente, a multiplicação $0,80 \times 3,6$, obtendo 28 como produto. Apresenta esse resultado como a velocidade em quilômetro por hora. Para esse estudante, como 0,80 é dado em metros, talvez bastasse multiplicar por 3,6 para obter a velocidade em quilômetros por hora.

O estudante E051, cuja prova forma o **grupo 6**, não apresenta a substituição de P por 0,80 na fórmula. Ele efetua, incorretamente, a divisão $0,80 \div 3,6$, obtendo 2,7 como quociente. Apresenta este resultado como a velocidade em quilômetros por hora. Ainda

justifica: “Eu peguei 0,80m que ele tinha dado e dividi por 3,6 quilômetros para saber qual velocidade ele tinha caminhado”. A divisão $0,80 \div 3,6$ também é realizada pelo estudante E041A do **grupo 7**. Além disso, efetua a divisão $20 \div 3,6$ e apresenta a velocidade em metros por minuto e em quilômetros por hora. No espaço seguinte à questão *CAMINHANDO 3*, o estudante apresenta a resolução:

The handwritten work shows the following steps:

$$\begin{aligned} v &= \text{Velocidade} = 20 \text{ Km/H} \\ R &= 0,80 \text{ m} \\ \frac{0,80}{3,6} &= \frac{80}{360} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} \text{ m/s} \\ &\text{Final result: } 5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Figura 26: Resolução presente na prova E041A.

E na página seguinte:

The handwritten work shows the following steps for the division $0,80 \div 3,6$:

$$\begin{aligned} &1200 \cancel{|} 3,6 \\ &\cancel{180} | 5 \\ &\underline{020} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 36 \\ \times 5 \\ \hline 180 \end{array} \\ &\begin{array}{r} 4 \\ 36 \\ \times 7 \\ \hline 252 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array} \end{aligned}$$

Figura 27: Resolução presente na prova E041A.

O estudante efetua a divisão $0,80 \div 3,6$ para obter a velocidade em quilômetros por hora. Obtém 2 como quociente. Como 0,80 e 3,6 não possuem a mesma

quantidade de casas após a vírgula, talvez tenha pensado depois que deveria acrescentar um zero no quociente. Então, a velocidade em quilômetros por hora seria igual a 20 (figura x). Para encontrar a velocidade em metros por minuto, ele efetua a divisão de 20 por 3,6. Só que, neste caso, parece que ele igualou a quantidade de casas após a vírgula, passando a efetuar então a divisão de 200 por 36. Utiliza o quociente obtido para apresentar a velocidade em metros por segundo.

Na prova que constitui o **grupo 8**, o estudante E011A efetua, incorretamente, a multiplicação $0,80 \times 3,6$ obtendo 28,80. Em seguida, efetua, incorretamente, a divisão $28,80 \div 1000$ obtendo 2,8 como quociente, valor utilizado para apresentar a velocidade em quilômetros por hora. Também efetua, incorretamente, a divisão $0,80 \div 60$, obtendo 1,2 como quociente, valor utilizado para apresentar a velocidade em metros por minuto. Possivelmente, multiplicou 0,80, cuja unidade é em metros, por 3,6, porque acreditou que obteria a velocidade em metros por hora e que, dividindo o resultado por 1000, encontraria a velocidade em quilômetros por hora. Quanto à divisão $0,80 \div 60$, pode ser que o estudante tenha pensado que, como 0,80 está em metros, se dividisse esse valor por 60 minutos, encontraria a velocidade em um minuto, ou seja, a velocidade em metros por minuto.

Agora, em relação às provas que ficaram de fora dos agrupamentos apresentados por não possuírem características comuns com eles, tem-se que os estudantes E112A, E031A, E162A e E061A realizaram algumas operações, mas não apresentaram as velocidades em quilômetros por hora e em metros por minuto.

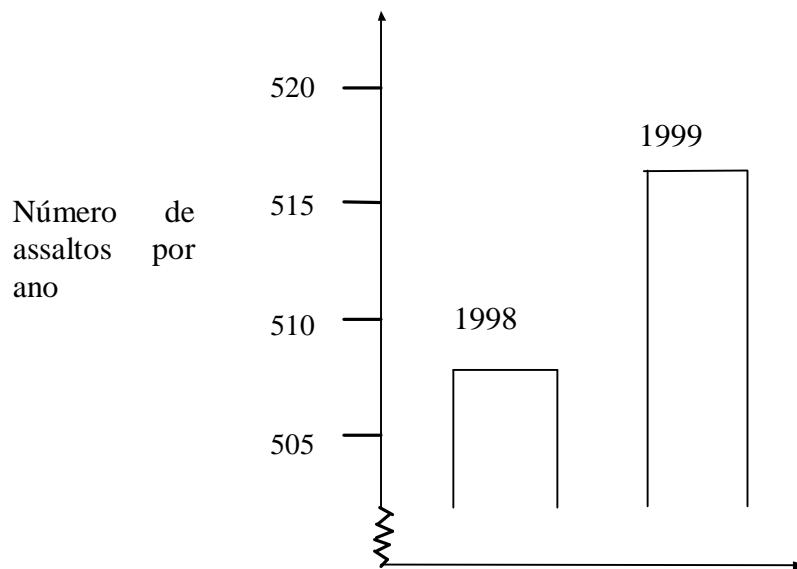
O estudante E112A efetua, corretamente, a multiplicação $0,80 \times 60$ e, incorretamente a multiplicação 48×60 , sendo 48 o resultado da primeira multiplicação efetuada por ele. Ele escreve “*48,00 passos por minuto*” e “*288 passos por horas.kilômetros*”.

O estudante E031A efetua, incorretamente, a subtração $0,80 - 70$, obtendo 0,10. Já o estudante E162A efetua corretamente a multiplicação $0,80 \times 1000$. O estudante E061A inicia a divisão $140 \div 0,80$, mas não conclui a operação. Nestes casos não é possível inferir o que os estudantes podem ter pensado em relação a esse item.

4.6 Questão - ASSALTOS

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.



Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Classificação do PISA

Área de conteúdo: Incerteza	Agrupamento de competências: Conexões
Situação: Pública	Tipo de item: Resposta de Construção Aberta

Quadro 15: Questão ASSALTOS e informações sobre ela.

Segundo relatório sobre os resultados do PISA 2003, esta questão, que está vinculada à área de conteúdo *Incerteza*, demanda uma tomada de decisão frente a uma afirmação baseada na leitura de um gráfico de barras, exigindo que os estudantes tenham “sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores” (GAVE, 2004, p.116).

Em relação à correção, obteriam crédito completo (código 2) respostas tais como: “Não é razoável. O gráfico inteiro deveria ser exibido”, “Não é razoável, pois 10 não representa um aumento muito grande comparado a um total de 500”. Agora, respostas como:

“Não, porque de 508 para 515 não é um grande aumento”, “Mais ou menos. De 507 para 515 é um aumento, mas não grande”, receberiam crédito parcial (código 1). Já respostas como: “Não é razoável” (sem explicações), “Sim, o número de assaltos praticamente dobrou”, não receberiam crédito algum (código 0).

Apresenta-se a seguir o desempenho dos estudantes nesta questão.

Tabela 7: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão ASSALTOS

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9			
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1 ^a E. M.	1	10,00	3	30,00	6	60,00	0	0,00	10 45,45	
2 ^a E. M.	0	0,00	2	16,67	10	83,33	0	0,00	12 54,55	
Total da amostra	1	4,54	5	22,73	16	72,73	0	0,00	22 100,00	

Os professores dos estudantes, conforme o *Questionário sobre Oportunidade de Aprendizagem*, estimaram que a porcentagem de acerto dos estudantes da 1^a série estaria entre 41 e 60% e dos estudantes da 2^a série, entre 11 e 40%. Contudo, observando os dados da **Tabela 7**, constata-se uma divergência entre a estimativa dos professores e a porcentagem de créditos completos atribuída às resoluções dos estudantes, conforme correção realizada com base no manual de correção do PISA.

Com 18 provas foram formados oito grupos, independentemente dos créditos atribuídos e das séries dos estudantes. Cinco provas, E011A, E132A, E152A e E172A, que não foram incluídas nos grupos serão comentadas posteriormente.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Responde não e a explicação está fundamentada na diferença do número de assaltos entre 1998 e 1999.	E071A, E162A
2	Responde não e a explicação está fundamentada em um aumento percentual.	E091A
3	Responde não e a explicação está fundamentada no fato de o gráfico não apresentar o número certo de assaltados para cada ano.	E051A
4	Responde não e a explicação está fundamentada na aparência do gráfico.	E101A
5	Responde sim e a explicação está fundamentada no fato de o gráfico não apresentar o número certo de assaltados para cada ano.	E142A
6	Responde sim e a explicação está fundamentada na diferença do número de assaltos entre 1998 e 1999.	E112A, E192A
7	Responde sim e a explicação está fundamentada no aumento do número de assaltos de 1998 para 1999.	E041A, E081A, E202A
8	Responde sim e a explicação está fundamentada na aparência do gráfico.	E021A, E031A, E061A, E122A, E182A, E212A, E222A

Quadro 16: Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *ASSALTOS*.

No **grupo 1**, no qual estão as provas E071A e E162A, os estudantes consideraram que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico e a explicação para esta resposta está fundamentada na diferença do número de assaltos entre 1998 e 1999.

O estudante E071A responde: “*Não. Pois o número de assaltos aumentou de 508 para 516, ou seja, aumentou somente 8 assaltos, então o repórter não faz uma interpretação razoável, ele faz uma interpretação pelo tamanho das barras que indicam o aumento*”. O gráfico não apresenta precisamente o número de assaltos em 1998 e 1999. Então, o estudante estima o número de assaltos para cada ano: 508 para 1998 e 516 para 1999. A partir dessa estimativa, ele calcula a diferença de assaltos de um ano para outro e obtém que essa diferença é de oito assaltos. Por considerar que o aumento de somente oito assaltos de um ano para o outro não é significativo, ele responde que o repórter não faz uma interpretação razoável e sim uma interpretação pelo tamanho das barras. É possível que, para considerar o

aumento de oito assaltos como não significativo, o estudante tenha comparado esse valor com o total de assaltos em cada ano ou com o total de assaltos de pelo menos um dos anos. Para o estudante, o repórter se baseou apenas no tamanho das barras que, analisadas somente pelo tamanho, induzem o leitor a acreditar que o aumento de assaltos de um ano para o outro é muito grande.

O estudante E162A não estima o número de assaltos para cada um dos anos, mas apresenta também 8 assaltos como a diferença de 1998 para 1999. Contudo responde que o aumento foi “*de mais ou menos 8 assaltos*”. Provavelmente o fato de o gráfico não apresentar precisamente o número de assaltos para cada ano o tenha levado a escrever “mais ou menos”. Além disso, o estudante explica que não houve um grande aumento, mas sim um pequeno aumento. Acredita-se que, para fazer essa consideração, E162A tenha comparado a diferença estimada do número de assaltos com o total de assaltos em cada ano ou com o total de assaltos de pelo menos um dos anos.

Em relação ao **grupo 2**, tem-se que o estudante E091A não considera a afirmação do repórter como razoável e que a explicação para isto está fundamentada em um aumento percentual. Segundo o estudante, o índice de assaltos subiu 10% mais ou menos, mas não apresenta como chegou a esse valor. Durante a entrevista, quando questionado sobre como obteve 10%, o estudante disse que não se lembrava exatamente, mas que provavelmente havia feito 518-508.

Na prova que constitui o **grupo 3**, o estudante E051A fundamenta sua explicação no fato de que não há um valor preciso no gráfico indicando o número de assaltos em cada ano, ou seja, fundamenta-se na escala do gráfico para explicar que o repórter não apresenta uma interpretação razoável do gráfico. Para ele, “*se for comparar com o gráfico ele não consegue dizer o mais certo o tanto de números de assalto que esta ocorrendo por ano*”. Talvez o estudante quisesse explicar que, se fosse comparar a afirmação do repórter com o gráfico, este não conseguiria dizer precisamente o número de assaltos em cada ano para, então, afirmar que houve um grande aumento.

Em relação a esses três grupos, pode-se considerar, de certo modo, que os estudantes não se deixaram influenciar por uma apresentação tendenciosa de informação.

No **grupo 4** está a prova do estudante E101A que considerou que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Ele apresentou a seguinte explicação para justificar sua resposta: “*ele (o repórter) só disse o que viu no gráfico*”. Pode ser que, para este estudante, o repórter tenha dito que houve um grande aumento no número de assaltos, porque levou somente em consideração a aparência do gráfico: a barra

correspondente ao número de assaltos de 1999 é maior, quase o dobro, da barra correspondente ao número de assaltos de 1998.

Para E142A, cuja prova forma o **grupo 5**, a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico pelo fato de este não ter especificado o número certo de assaltos. Talvez para esse estudante, como o repórter não especificou o número de assaltos em cada ano, é provável que ele tenha afirmado que houve um aumento com base no tamanho das barras. Agora, é possível que, se o repórter tivesse especificado o número de assaltos ou se o gráfico apresentasse os números para cada ano, o estudante considerasse que o aumento não foi muito grande.

No **grupo 6**, no qual estão as provas E112A e E192A, os estudantes consideraram que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico e a explicação para esta resposta está fundamentada na diferença do número de assaltos entre 1998 e 1999.

O estudante E112A responde: “*Sim. Porque se todo ano esse aumento continuar estamos perdidos. O aumento é sim grande porque aumento 9 roubos a mais de um ano para o outro*”. Nesse caso, o estudante não estima o número de assaltos para cada um dos anos, mas considera que a diferença de 9 assaltos de um ano para o outro é significativa.

Já o estudante E192A considerou que houve um aumento de quase 10 assaltos de 1998 para 1999. Ele considerou que em 1998 houve um pouco menos de 510 assaltos, mas não estimou a quantidade de assaltos. Ele não fez referência ao número de assaltos de 1999. Talvez tenha estimado mentalmente e, por considerar que era apenas uma estimativa e que poderia não ser o número exato de assaltos em cada ano, não registrou na prova.

Três provas constituem o **grupo 7**. Nelas os estudantes responderam que a afirmação do repórter é sim uma interpretação razoável do gráfico e apresentaram uma explicação fundamentada no aumento do número de assaltos de 1998 para 1999.

Em sua explicação, o estudante E041A considerou que entre 1998 e 1999 o número de assaltos cresceu de 505 para 515, valores estimados por ele.

Para o estudante E081A havia um aumento no número de assaltos, mas justificou que não sabia se o aumento de 507 para 517 era um grande aumento. Ainda considerou que, de 507 para 517 - valores estimados por ele para o número de assaltos, respectivamente, para 1998 e 1999 -, houve um aumento de 10% mais ou menos, e que achava isso preocupante. Além disso, o estudante realiza corretamente a subtração 515-510, que aparentemente não é utilizada na explicação para justificar a resposta dada. É possível que

o estudante tenha realizado a subtração 515-510 para verificar a escala do gráfico. Já em relação a 10%, provavelmente ele deve ter efetuado a subtração 517-507 e verificado que a diferença é de 10 assaltos, por isso considerou que o aumento de 1998 para 1999 foi de 10%.

Segundo o estudante E202A, o número de assaltos de 1998 estava abaixo de 510 e em 1999 já passava de 515, por isso considerava a afirmação do repórter uma interpretação razoável do gráfico.

A explicação dada pelos estudantes E021A, E031A, E061A, E122A, E182A, E212A, E222A, cujas provas constituem o **grupo 8**, para considerarem que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico, provavelmente tenha sido, fundamentada na aparência do gráfico. De um modo geral, os estudantes deste grupo responderam que houve sim um grande aumento no número de assaltos de 1998 para 1999. Nenhum deles, porém, estimou o número de assaltos para cada ano.

É possível, que eles tenham comparado os tamanhos das barras e, levando em consideração que a barra do ano de 1999 é maior, concluído que o número de assaltos aumentou significativamente. Essa hipótese é reforçada com as explicações dadas pelos estudantes E122A e E212A, que mencionaram que o número de assaltos praticamente dobrou.

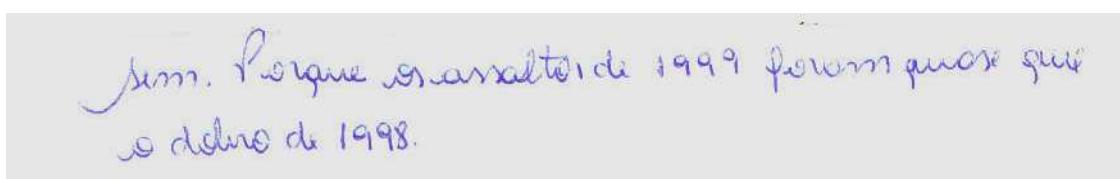


Figura 28: Resolução presente na prova E122A.

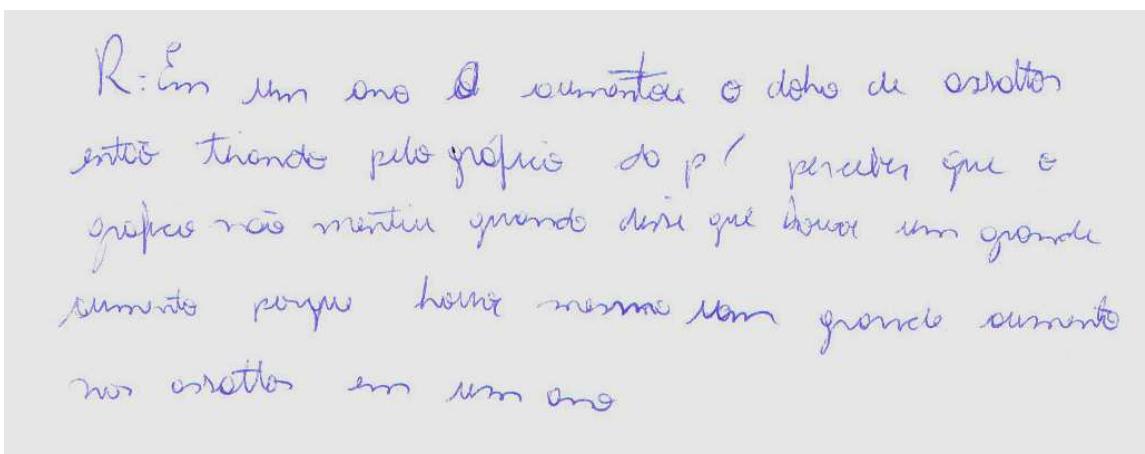


Figura 29: Resolução presente na prova E212A.

Cinco provas não foram incluídas nos grupos por não terem características comuns com eles.

O estudante E172A pondera que a afirmação do repórter é uma interpretação mais ou menos razoável do gráfico, “*porque ele [o repórter] aumentou muito*”. Considera-se que o estudante identificou que houve um aumento no número de assaltos, mas não tão grande como colocou o repórter.

A **Figura 30** mostra a resposta dada por E132A.

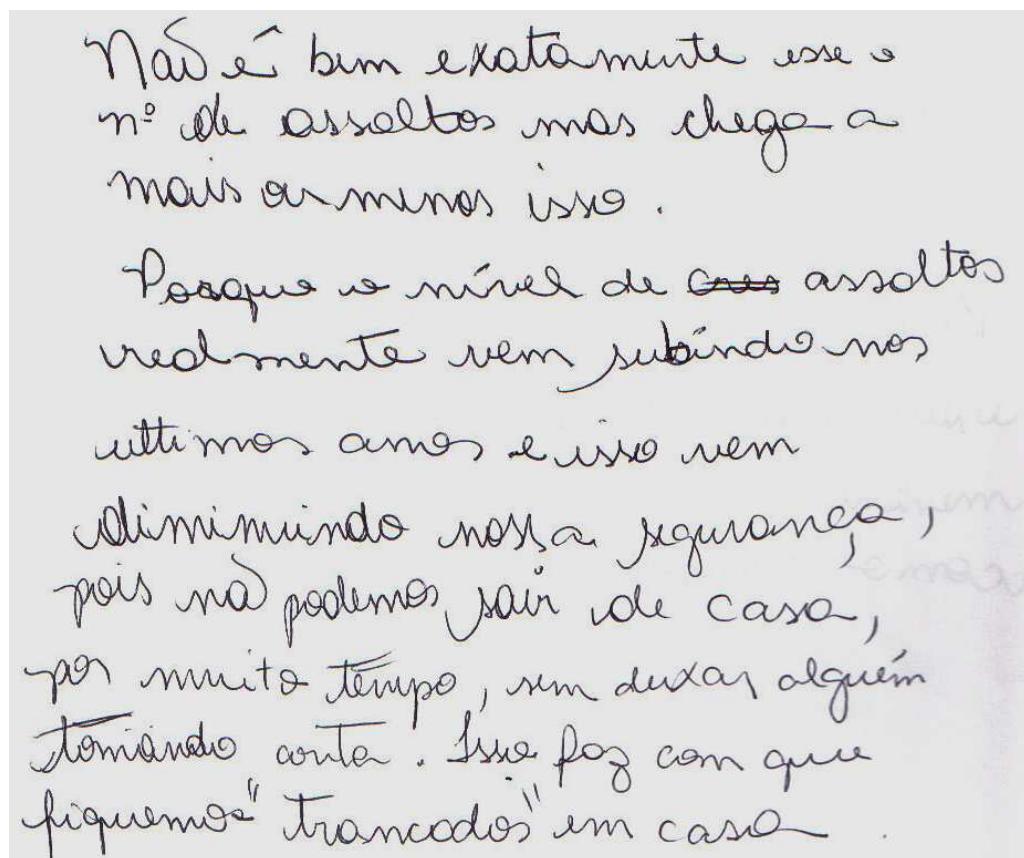


Figura 30: Resolução presente na prova E132A.

É provável que o estudante tenha relacionado o contexto do problema com informações sobre assaltos, insegurança freqüentemente transmitidas pelos meios de comunicação, para responder que o número de assaltos não é exatamente o apresentado pelo gráfico, mas chega perto.

Para E152A, a interpretação é, sim, razoável, “*pois não houve um grande aumento*”, enquanto que E011A responde:

Não. Por aumentou gravemente e o índice de 1998 era de 508 mas em 1999 aumentou para 116.

Figura 31: Resolução presente na prova E011A.

Nestes casos, não é possível inferir algo, pois os estudantes apresentam justificativas contraditórias às respostas apresentadas.

4.7 O que os estudantes mostram saber

Tendo em vista a produção escrita dos estudantes, a análise realizada em algumas das questões e o que foi possível ver em cada produção, fez-se um inventário a respeito do que eles mostram saber de matemática ao resolver essas questões discursivas não rotineiras.

Um aspecto importante a ser ressaltado, a partir desse inventário é que não se pode afirmar que um estudante não sabe determinado conteúdo matemático pelo fato de não se ter obtido informação sobre ele em sua produção escrita. Somente pode-se dizer algo a respeito do que ele fez e não do que deixou de fazer. Outra consideração a ser feita é que, mesmo quando uma resolução não é considerada correta, é possível identificar algo a respeito do que os estudantes sabem. Contudo, em casos em que os estudantes iniciaram uma operação, por exemplo, e não a concluíram, não foi possível fazer inferências.

Apresenta-se a seguir o agrupamento do que os estudantes mostraram saber por meio de sua produção escrita.

Tabela 8: Agrupamento do que os estudantes mostram saber por meio de sua produção escrita

Grupos	O que os estudantes mostram saber	Porcentagem em cada série		Porcentagem do total da amostra
		1 ^a E. M.	2 ^a E. M.	
1	Resolver uma ou mais operações aritméticas envolvendo números naturais	100,00	91,67	95,45
2	Resolver uma ou mais operações aritméticas envolvendo números decimais	50,00	22,73	45,45
3	Calcular média aritmética	30,00	33,33	31,82
4	Reconhecer tabela ou quadro como forma de apresentar dados	0,00	33,33	18,18
5	Reconhecer gráfico de setor como forma de apresentar dados	0,00	16,67	9,09
6	Reconhecer a impossibilidade de representar intervalos de tempo em um gráfico de barras	10,00	0,00	4,55
7	Reconhecer a impossibilidade de representar tempos indeterminados em um gráfico de barra	10,00	25,00	18,18
8	Selecionar dados de um gráfico de barras, resolver adições com números inteiros e apresentar explicações	30,00	8,33	18,18
9	Relacionar informações em um texto com um gráfico de barras e apresentar explicações	10,00	16,67	13,64
10	Comparar dados de um gráfico de barras e apresentar explicações	40,00	41,67	40,91
11	Substituir números naturais em uma fórmula para aplicá-la	60,00	83,33	72,73
12	Calcular um termo desconhecido em uma proporção	30,00	41,67	36,36

Constatou-se que no **grupo 1** 100% dos estudantes da 1^a série do Ensino Médio e 91,67% da 2^a série do Ensino Médio da amostra desta investigação sabem resolver corretamente uma ou mais operação aritmética envolvendo números naturais, seja adição, subtração, multiplicação ou divisão.

Quanto às operações aritméticas envolvendo números decimais, **grupo 2**, identificou-se que 50% dos estudantes da 1^a série e 22,73% das provas 2^a série mostram saber realizá-las.

O **grupo 3** diz respeito ao cálculo de média aritmética. Verificou-se que 30% das provas da 1^a série e 33,33% das 2^a série apresentam registro de que esta foi realizada corretamente pelos estudantes.

Em 18,18% das provas do **grupo 4** foi possível identificar, por meio da produção escrita, que os estudantes sabem reconhecer tabela ou quadro como forma de apresentação de dados. Neste inventário verificou-se que essas provas são de estudantes da 2^a série. Contudo não se pode dizer que os estudantes da 1^a série não sabem fazer este reconhecimento porque não fizeram referências a esses conteúdos em suas respostas.

Essa consideração de que os estudantes não sabem por que não fizeram referência em suas respostas também deve ser feita em relação ao reconhecimento de gráfico de setor como forma de apresentação de dados, como descrito no **grupo 5**, e ao reconhecimento da impossibilidade de representar intervalos de tempo em um gráfico de barras, como mostra o **grupo 6**. A inferência de que os estudantes sabem reconhecer o gráfico de setor como forma de apresentação de dados foi possível por meio da produção escrita dos estudantes da 2^a série, e a de que sabem reconhecer a impossibilidade de representar intervalos de tempo em um gráfico de barras, por meio da produção escrita dos estudantes da 1^a série.

Em relação ao **grupo 7**, identificou-se que em 18,18% das provas os estudantes apresentam registro que possibilita inferir que reconhecem a impossibilidade de representar tempos indeterminados em um gráfico de barra. Exemplo disso é o registro do estudante E071A que, para justificar que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados sobre tempo de decomposição de vários tipos de lixo, apresenta, entre as suas justificativas, a de que '*alguns dias*' não tem definição correta de quantos dias seria". Dentre esses 18,18% de estudantes, 10% são da 1^a série e 25% da 2^a série.

Também em 18,18% das provas, constatou-se que os estudantes sabem selecionar dados de um gráfico de barras, resolver adições com esses dados e apresentar explicações. A maioria das provas pertencente a esse grupo – **grupo 8** – é de estudantes da 1^a série.

Das 22 provas, tem-se que, no **grupo 9**, 13,64 % dos estudantes sabem relacionar informações em um texto com um gráfico de barras e apresentar explicações. É o caso em que um estudante, por exemplo, identificou no enunciado da questão - *NOTAS DE PROVAS* a nota com a qual os alunos são aprovados em Ciências para depois identificar no gráfico de barras quantos foram reprovados e quantos foram aprovados e, assim, apresentar

um argumento que justificasse o fato de que o grupo B não foi necessariamente o melhor na prova.

Em 40,91% das provas foi possível identificar que os estudantes sabem comparar dados presentes em gráfico de barras e apresentar explicações a partir dessa comparação. Essas provas foram enquadradas no **grupo 10**.

No que diz respeito ao **grupo 11**, foi possível identificar que em 72,73% da provas os estudantes sabem substituir corretamente números em uma fórmula para então aplicá-la. É o caso da questão *CAMINHANDO 2* e *CAMINHANDO 3*. Na questão *CAMINHANDO 2*, os estudantes precisam substituir n na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ por 70, para depois obter o valor de P . Em *CAMINHANDO 3* precisam fazer a substituição de P na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ para depois obter n .

Referente ao **grupo 12**, foi possível inferir que 30% dos estudantes da 1^a série e 41,67% da série sabem calcular um termo desconhecido em uma proporção. Essa inferência foi possível mediante registro do tipo $\frac{70}{P} = 140 \Rightarrow 140P = 70 \Rightarrow P = \frac{70}{140}$ no caso da questão *CAMINHANDO 2*.

5. DAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se analisar a produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões abertas não rotineiras de matemática com o propósito de compreender como lidam com questões desse tipo quando apresentadas em situação de avaliação. Isso foi realizado sob a luz da avaliação como prática de investigação, que consiste em assumir uma postura investigativa com a qual se busca recolher informações e interpretá-las, compreender os modos de pensar dos estudantes, questionar e buscar compreender os caminhos utilizados por eles na resolução de um problema.

Ao se fazer a opção pela análise da produção escrita para o desenvolvimento desta investigação, pensou-se em apresentá-la como um dos caminhos que pode ser adotado em sala de aula pelo professor para implementar esta perspectiva de avaliação, na busca de investigar, analisar e compreender como os estudantes interpretam um problema, que estratégias e procedimentos utilizam para resolvê-lo, como expressam suas idéias, e assim como obter informações sobre o que sabem ao resolver questões discursivas.

Deixando o resultado final um pouco de lado e enfatizando o caminho percorrido pelo estudante, pôde-se, nesta investigação, obter, por meio tanto da análise e interpretação de resoluções consideradas totalmente corretas, parcialmente corretas quanto incorretas, informações sobre o que mostram saber de matemática. Essas informações foram agrupadas e apresentadas na **Tabela 8**.

Por meio da análise realizada também foi possível identificar a interpretação que os estudantes fizeram dos enunciados das questões; em alguns casos, as estratégias e procedimentos adotados por eles para resolver cada uma e, em outros, apenas as estratégias, já que estas coincidiam com os procedimentos, o que de certo modo dificulta o inventário destes. A questão *PROVA DE CIÊNCIAS* exemplifica este fato.

Nos casos em que os estudantes não apresentaram resposta, não foi possível fazer inferências a respeito das estratégias adotadas uma vez que a resposta é aspecto importante para a identificação da estratégia adotada pelo estudante. Talvez, nesses casos, tenham acreditado que, apresentando apenas os algoritmos das operações, estariam respondendo à questão, o que é muito comum nas aulas de matemática. Dar, de forma explícita, a resposta às tarefas propostas é um procedimento ainda muito pouco valorizado, no entanto é importante que durante as aulas os estudantes sejam incentivados a, além de registrarem suas idéias, apresentarem respostas às questões, pois é mediante estas que o

professor poderá identificar as estratégias adotadas, fazer inferências em relação a elas e planejar ações de modo a auxiliá-los.

Ainda em relação à interpretação do enunciado da questão pelos estudantes, constatou-se que, em alguns casos, tanto as resoluções quanto as interpretações apresentados são diferentes das consideradas corretas, no entanto plausíveis para os estudantes. Exemplo disso é a resposta dada pelo estudante E142A na questão – *LIXO*. O estudante responde que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar o tempo de decomposição de alguns tipos de lixos, pois alguns tempos apresentados são de frutas, o que para ele serve como adubo natural.

Aliando as entrevistas à análise da produção escrita, foi possível constatar ainda que, em algumas dessas interpretações e resoluções diferentes das consideradas corretas, os estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos, outras informações. Esse é um aspecto que não é muito levado em consideração durante as aulas. É possível que o professor amplie sua compreensão quanto ao que os estudantes estão pensando e ao modo como lidam com problemas se passar a considerar que esse tipo de relação é possível, e, frente a isto, investigar, buscando identificar que relação foi feita.

Quanto à análise realizada sobre a produção escrita em cada questão, tem-se, por exemplo, que a análise referente à questão *PROVAS DE CIÊNCIAS* apontou que foram feitas sete (7) interpretações diferentes do enunciado da questão, o que, consequentemente, ocasionou estratégias de resolução também diferentes. Dentre estas, verificou-se que, em pelo menos quatro (4), os estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com o modo pelo qual são efetuadas suas próprias médias nas disciplinas ao final de um ano letivo. Desse modo, para eles, efetuar a adição de todas as notas obtidas por Marli e apresentar 320 como sendo a média obtida por ela após as provas era plausível. Daí a importância de se assumir uma postura investigativa durante a avaliação, pois, desse modo, o professor pode questionar-se a respeito de qual matemática seus estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, que dificuldades estão encontrando, e assim buscar alternativas para contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem. Isso porque, nesse exemplo, mesmo o conteúdo – médias – tendo sido apresentado nas aulas, os alunos não fizeram diferença entre o conceito aritmético de média e o conceito particular utilizado pela escola no cálculo dela. Com isso, o contexto particular em que a palavra ‘média’ foi utilizado sobrepôs-se ao conceito matemático ensinado.

Na questão *LIXO*, também foi constatado que alguns estudantes relacionaram o contexto da questão com outras informações sobre o tempo de decomposição de lixos, sobre campanhas ambientais, para dar uma justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados fornecidos na questão. Além disto, outros se detiveram apenas em algumas informações contidas no enunciado para construir uma justificativa. Isso, de certo modo, contribuiu para que o índice de acerto nessa questão fosse baixo.

Quanto ao trabalho com gráficos, este estudo evidenciou que é relevante os estudantes serem incentivados a questionar-se sobre a necessidade de representar dados por meio de gráficos, a analisar se certos dados podem ser ou não representados graficamente, a analisar que representação é mais adequada para tais dados e a apresentar justificativas para isto. Talvez a falta desse tipo de tarefa tenha sido a maior dificuldade dos estudantes na questão *LIXO*.

Em relação à questão *NOTAS DE PROVAS*, foi possível verificar que a maioria dos estudantes, para construir um argumento justificando que o grupo B não foi necessariamente o melhor na prova de ciências, só se ateve ao gráfico de barras e não utilizou, por exemplo, a informação do texto que afirma que os alunos são aprovados quando tiram nota 50 ou acima. Talvez isso tenha acontecido por acreditarem que os gráficos apenas sintetizam as informações presentes num texto anteriormente apresentado. Contudo foi possível identificar que 13,64% dos estudantes sabem relacionar informações de um texto com um gráfico de barras e apresentar explicações, no caso da questão, construir um argumento justificando que o grupo B não foi necessariamente o melhor na prova. Ainda sobre essa questão, não se identificou, mediante a análise da produção escrita nem com as entrevistas realizadas, que os estudantes estabeleceram alguma relação do contexto da questão com outros contextos ou informações para construir um argumento.

Na questão *APOIO AO PRESIDENTE*, inferiu-se que alguns relacionaram a situação apresentada com o modo como pensam que as pesquisas eleitorais que conhecem são realizadas e apresentadas pelos meios de comunicação ao optarem pelo jornal que forneceria o resultado mais provável para prever o nível de apoio ao presidente e, assim, apresentar explicações que justificassem essa opção. Essa inferência foi possível mediante as produções dos estudantes e também com as entrevistas realizadas. Em relação à escolha por um dos jornais, percebeu-se que, em pelo menos sete (7) dos treze (13) grupos construídos a partir das resoluções, a porcentagem apresentada na questão foi um dos fatores decisivos. Como suposto, talvez tenham privilegiado esta informação, pois é a mais destacada pelos meios de

comunicação quando veiculam informações sobre pesquisas eleitorais. Acredita-se que uma das maiores dificuldades nesta questão refere-se à interpretação da palavra acaso. Talvez por terem dificuldades quanto a isto, alguns estudantes tenham optado pelo Jornal 4 que é o único dos jornais apresentados que não traz a informação de que as pessoas foram selecionadas ao acaso. A impressão, frente aos desempenhos dos estudantes nessa questão e à análise realizada, é que raramente assuntos como estes são abordados em sala de aula e que as aulas que envolvem assuntos sobre ‘tratamento da informação’ limitam-se apenas a exercícios de organização de dados, sem explorar as tomadas de decisão que poderiam estar envolvidas.

Destaca-se, desse modo, a importância de que a interpretação seja uma tarefa a ser desenvolvida constantemente em todas as disciplinas, sem deixar a responsabilidade a cargo somente de uma. Além disso, os estudantes devem ser estimulados a fazer discussões sobre aspectos tais como as variáveis envolvidas em uma pesquisa, sobre a representatividade de uma amostra, entre outros.

Com a análise realizada na produção escrita dos estudantes na questão *CAMINHANDO 2*, foi possível constatar que, das vinte e duas (22) provas, quatorze (14) apresentaram a substituição correta de n por 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$. Contudo em apenas cinco (5) destas foi possível identificar a manipulação correta da fórmula e a realização da divisão de 70 por 140. Nas demais provas, parece que os estudantes tiveram certa dificuldade em manipular a fórmula e concluir que o valor de P seria obtido por meio da divisão de 70 por 140. Nestes casos, constatou-se que eles efetuaram, na maioria das vezes, a divisão de 140 por 70.

O que se pôde perceber também com a análise é que eles realizam procedimentos, muitas vezes, sem saber bem o que estão fazendo; resolvem por meio de determinado procedimento porque chegam a situações semelhantes ao que professor resolveu em sala de aula. Se os estudantes, em muitos dos procedimentos realizados, tivessem feito a validação da resposta, teriam percebido que, para a situação apresentada, ela não era admissível. Esta parece ser uma prática não muito realizada por eles em sala de aula. É recomendável que sejam estimulados a isto para que possam perceber que nem sempre um resultado obtido mediante uma operação matemática realizada corretamente tem sentido para uma determinada situação, ou seja, é a resposta correta para ela.

Na questão *CAMINHANDO 3*, os estudantes adotaram estratégias diversificadas para obterem a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Em seis(6) das vinte e duas(22) provas foi utilizado um dado que

não foi fornecido no enunciado da questão. Com a análise e com as entrevistas constatou-se que, pelo fato de a questão solicitar a velocidade em metros por minuto e em quilômetros por hora, os estudantes relacionaram a situação com outras trabalhadas na disciplina de Física. Como em situações semelhantes utilizaram a informação de que para transformar um valor de quilômetro por hora em metros por segundo basta dividi-lo por 3,6 e para transformar de metros por segundo em quilômetro por hora, multiplicá-lo por 3,6, acreditaram que isto também poderia ser utilizado na questão.

Em casos como o da questão *CAMINHANDO 3*, algumas dúvidas poderiam ter sido sanadas se os estudantes tivessem apresentado explicações para justificar a utilização de determinada estratégia ou procedimento. Esse pode ser um recurso a ser utilizado pelo professor em sala de aula.

Quanto à questão *ASSALTOS*, observou-se que apenas cinco (5) provas apresentaram explicações que, de certo modo, indicam que os estudantes não se deixaram influenciar por uma apresentação tendenciosa da informação. A maior parte das explicações dadas foi fundamentada apenas na aparência do gráfico, mais especificamente no fato de este não apresentar o número de assaltos em 1998 e em 1999.

Promover um espaço em sala de aula no qual os estudantes tenham a oportunidade de ler, analisar e discutir informações apresentadas em gráficos, de expor o que estão pensando e tomar decisões baseados nisso pode ser um meio de o professor auxiliá-los a desenvolver certas atitudes como posicionar-se criticamente frente a determinadas informações.

Analizando a produção escrita de dois (2) estudantes, verificou-se que, para justificar o fato de concordarem com a afirmação do repórter de que houve um grande aumento no número de assaltos de um ano para o outro, utilizaram explicações que sugerem uma possível relação da situação em que a questão é apresentada com informações sobre assaltos, insegurança, freqüentemente veiculadas pelos meios de comunicação.

Como se pôde perceber, em determinados casos, as entrevistas foram essenciais para complementar as informações obtidas por intermédio da análise da produção escrita e, assim, compreender como os estudantes lidaram com as questões. De maneira análoga, o professor pode utilizar-se do diálogo constante em sala de aula com o intuito de complementar uma informação já obtida para poder desvelar o processo de aprendizagem de seus estudantes e, assim, subsidiar a tomada de decisão, tanto no processo de ensino quanto no de aprendizagem.

E o que se pode dizer em relação ao fato de as questões serem não-rotineiras? Frente ao desempenho dos estudantes e à análise realizada, acredita-se que alguns questionamentos precisam ser feitos:

- os conteúdos trabalhados nas escolas fornecem subsídios suficientes para que os estudantes dêem conta de resolver questões não rotineiras?
- as escolas não têm se limitado a treinar os estudantes para a resolução de problemas específicos que envolvem apenas técnicas e deixado de lado outros aspectos, tais como interpretação e análise?
- as questões analisadas representam situações de fato reais para os estudantes brasileiros?

São questionamentos que devem ser motivos de reflexão, e de investigações futuras.

Em relação a esta investigação, alguns esclarecimentos precisam ser feitos. Em momento algum se teve como intenção fazer julgamentos em relação à prática dos professores dos estudantes participantes, mas sim contribuir com eles, e com outros, no que diz respeito à avaliação da aprendizagem escolar, fornecendo subsídios para que reflitam sobre suas práticas para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem.

É importante destacar, novamente, que ao defender a idéia de uma avaliação como prática de investigação, acredita-se que se pode contribuir para uma prática escolar menos excludente, que não silencia pessoas. E é acreditando nisso que se espera que este trabalho possa servir de incentivo e contribuir com o trabalho do professor em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática.** 2006. 158 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** 3 ed. Lisboa: Edição 70 Ltda., 2004.

BARNETT, J. C. et all. Problemas de livros didáticos: complementando-os e entendendo-os. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997.

BOALER, J. The role of contexts in the Mathematics Classroom: do they make mathematics more real? **For the Learning of Mathematics**, v. 13, n.(2). p.12-17, 1993. Disponível em:< http://Stanford.edu/~joboaler/FLM_1993%20paper.doc>. Acesso: 14/06/07

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática:** um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Marília. Tese. (Doutorado em Educação). Universidade Estadual Paulista, 1999.

_____. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P. et al (orgs.). **Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento.** Curitiba: Champagnat, 2004.

BUTTS,T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997.

COOPER, B.; HARRIES, T. Children's use of realistic considerations in problem solving: some English evidence. **Journal of Mathematical Behavior**, v.22, p.451-465, 2003.

DALTO, J. O.. **A produção escrita em matemática : análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002.** 2007. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

ESTEBAN, M. T. **Avaliar:** ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: 23ª Reunião Anual da ANPEd, 2000. Caxambu. CD-ROM – 2000. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reuniões/23/textos/0611t.PDF>> Acesso: 08/01/07.

_____. A avaliação no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. **Avaliação:** uma prática em busca de novos sentidos. 5 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. p.7-28.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education,** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GAVE. **Resultados do Estudo Internacional PISA 2003.** Lisboa, 2004. Disponível em:<<http://www.gave.min-edu.pt>>. Acesso: 09/03/06

GIMÉNEZ, J. **La evaluación em matemáticas:** una integración de perspectivas. Madrid: Sínteses, 1997.

HADJI, C. **A Avaliação, Regras do jogo.** Das intenções aos Instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto, 1993.

HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education.** 1996 . Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University.

HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, v 25, n 2, p.2-9, 2005.

KASTBERG et all. Context matters in assessing students' mathematical power. **For the Learning of Mathematics**,v 25 n. 2, p. 10-15, 2005.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 12 ed. São Paulo: Cortez, 2002.

MONTEIRO, C. et al. As fracções e o desenvolvimento do número relacional. **Educação e matemática**, n.84, setembro/outubro de 2005

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática.** 2005. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina, 2005.

NAGY-SILVA, M. C; BURIASCO, R. L.C. de. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 11, n. 3, p. 499-511, 2005.

NEGRÃO de LIMA. R. C. **Avaliação em Matemática: Análise da Produção Escrita de Alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em Questões Discursivas.** 2006. 181 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Londrina, 2006.

NUNES, T.; CARRAHER, D. W.; SCHILEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In: NUNES, T.; CARRAHER, D. W.; SCHILEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero.** 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

OECD. **The PISA 2003 – Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.** Paris, 2003. Disponível em: <<http://www.pisa.oecd.org>>.>. Acesso: 23/04/07

OECD. **Learning for Tomorrow's World - First Results from PISA 2003.** Paris, 2004a. Disponível em: <<http://www.pisa.oecd.org>>. Acesso: 23/04/07.

OECD. **Estrutura de avaliação PISA 2003:** conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas. Tradução B & C Revisão de textos. São Paulo: Moderna, 2004b.

OECD. **Aprendendo para o mundo de amanhã.** Primeiros resultados do PISA 2003. São Paulo: Moderna, 2005.

PEREGO, S. C. **Questões Abertas de Matemática: Um estudo de Registros Escritos.** 2005. 103 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2005.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática.** 2006. 128 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2006.

PERROT, G. A leitura da produção dos alunos. **Pró-Mat informa**, n.1, p.49-57, 1998.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: Sacristán, J. G; PÉREZ GOMES, A. I. Compreender e transformar o ensino. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. cap.10, p. 295-351.

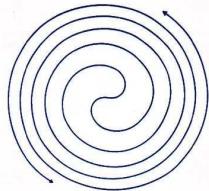
SEGURA, R. O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões discursivas de Matemática.** 2005. 176 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Londrina, 2005.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua Produção escrita em matemática.** 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

ZULKARDI, Z.. **How to design lessons based on the realistic approach.** University of Twente, 1999. Disponível em: <http://www.geocities.com/ratuilma/rme.html>

APÊNDICES

APÊNDICE A



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e
Avaliação

Nome.....

Data de nascimento:/...../..... Sexo: feminino

masculino

..... a. Série do Ensino Fundamental Ensino Médio

Turno: matutino vespertino

Endereço Residencial:

.....
.....
.....
.....
.....

INSTRUÇÕES PARA O ALUNO

Leia cuidadosamente cada questão.

Use apenas caneta para resolver cada questão.

Resolva todas as questões da prova.

Você deve resolver todas as questões da forma mais completa possível, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver cada questão.

Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizar na resolução da questão.

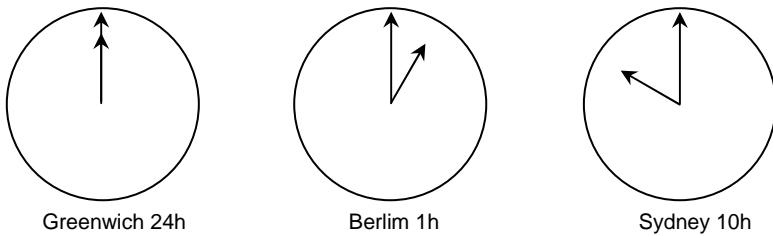
Se perceber que resolveu algo errado, passe um traço por cima e resolva corretamente.

Confira as resoluções antes de entregar a prova.

BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark (de Sydney, na Austrália) e Hans (de Berlim, na Alemanha) comunicam-se com freqüência por meio de uma “sala de bate-papo” da Internet. Eles precisam conectar-se à Internet, ao mesmo tempo, para poderem bater papo.

Para determinar um horário apropriado para bater papo, Mark consultou uma tabela de fusos horários do mundo e encontrou o seguinte:



Questão 1: BATE-PAPO PELA INTERNET

Que horas são em Berlim quando são 19 horas em Sydney?

Questão 2: BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark e Hans não podem bater papo das 9h às 16h30 de seus horários locais respectivos, porque eles devem ir para a escola. Além disso, não poderão bater papo entre 23h e 7h porque estarão dormindo.

Qual seria um bom horário para Mark e Hans baterem papo? Escreva os horários locais na tabela abaixo.

Local	Horário
Sydney	
Berlim	

TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling, de Singapura, estava preparando-se para uma viagem de 3 meses à África do Sul como aluna de intercâmbio. Ela precisava trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por *rands* sul-africanos (ZAR).

Questão 1: TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling descobriu que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o *rand* sul-africano era:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por *rands* sul-africanos a esta taxa de câmbio.

Quantos *rands* sul-africanos Mei-Ling recebeu?

Questão 2: TAXA DE CÂMBIO

Ao retornar a Singapura após 3 meses, Mei-Ling ainda tinha 3 900 ZAR. Ela trocou novamente por dólares de Singapura, observando que a taxa de câmbio tinha mudado para:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu?

Questão 3: TAXA DE CÂMBIO

Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD.

Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus *rands* sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

PROVAS DE CIÊNCIAS

Questão 1: PROVAS DE CIÊNCIAS

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos.

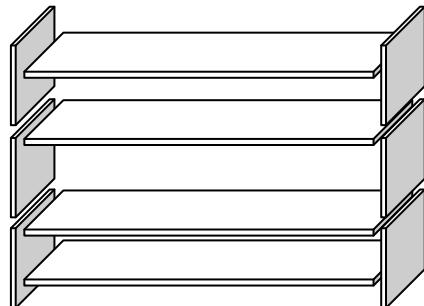
Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?

ESTANTES

Questão 1: ESTANTES

Para construir uma estante completa, um marceneiro precisa do seguinte material:

- 4 pranchas grandes de madeira,
- 6 pranchas pequenas de madeira,
- 12 braçadeiras pequenas,
- 2 braçadeiras grandes e
- 14 parafusos.



O marceneiro possui em estoque 26 pranchas grandes de madeiras, 33 pranchas pequenas de madeira, 200 braçadeiras pequenas, 20 braçadeiras grandes e 510 parafusos.

Quantas estantes completas o marceneiro poderá fazer?

LIXO

Questão 1: LIXO

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

OPÇÕES

Questão 1: OPÇÕES

Em uma pizzaria, você pode pedir uma pizza básica com duas coberturas: queijo e tomate. Você pode igualmente compor sua própria pizza com as seguintes coberturas **extras**: azeitonas, presunto, cogumelos e salame.

Rose quer pedir uma pizza com duas coberturas **extras** diferentes.

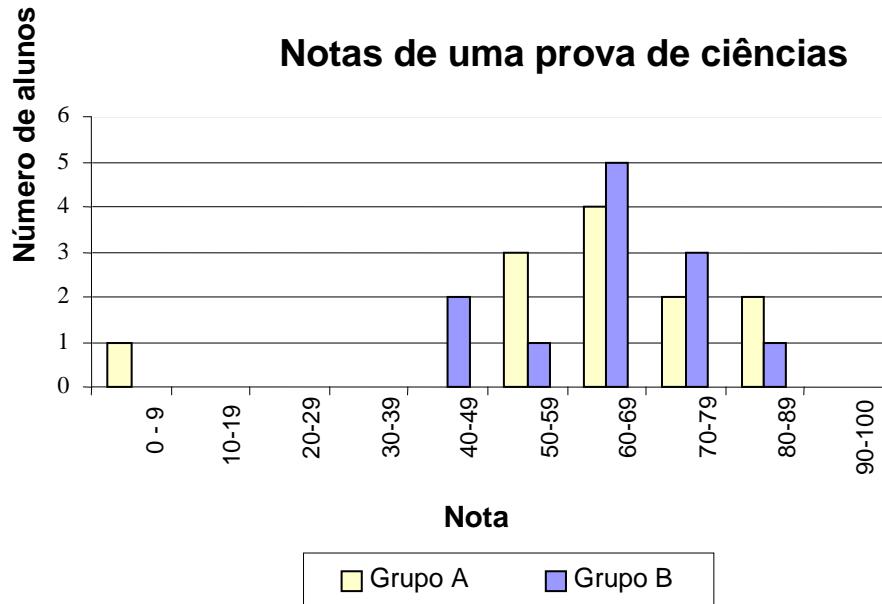
A partir de quantas combinações diferentes Rose pode escolher?

NOTAS DE PROVA

Questão 1: NOTAS DE PROVA

O gráfico abaixo mostra os resultados de uma prova de ciências de dois grupos denominados Grupo A e Grupo B.

A nota média para o Grupo A é de 62,0 e para o Grupo B é de 64,5. Os alunos são aprovados nesta prova quando tiram nota 50 ou acima.



Analizando o gráfico acima, o professor afirma que, nesta prova, o Grupo B foi melhor do que o Grupo A.

Os alunos do Grupo A não concordam com o professor. Eles tentam convencer o professor de que o Grupo B não foi necessariamente o melhor.

Utilizando o gráfico, dê um argumento matemático em que os alunos do Grupo A poderiam se apoiar.

APOIO AO PRESIDENTE

Questão 1: APOIO AO PRESIDENTE

Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

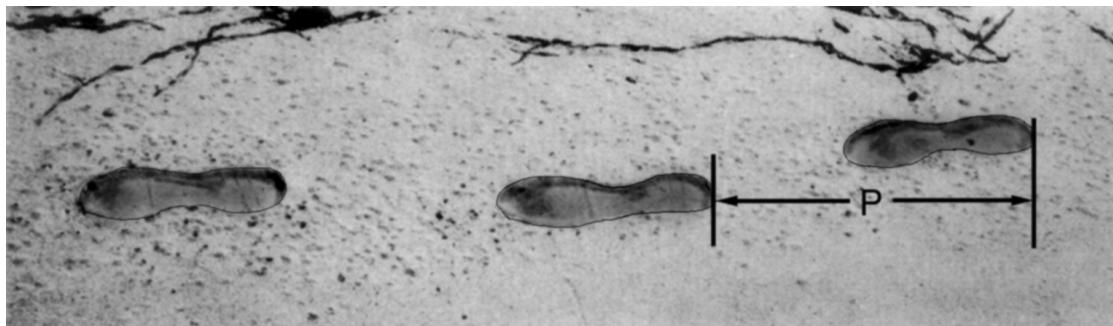
Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

CAMINHANDO



A figura mostra as pegadas de um homem caminhando. O comprimento do passo P é a distância entre a parte posterior de duas pegadas consecutivas.

Para homens, a fórmula $\frac{n}{P} = 140$ dá uma relação aproximada entre n e P , onde

n = número de passos por minuto, e

P = comprimento do passo em metros.

Questão 1 : CAMINHANDO

Se a fórmula se aplica ao caminhar de Heitor e ele anda 70 passos por minuto, qual é o comprimento do passo de Heitor? Mostre como você resolveu.

Questão 2 : CAMINHANDO

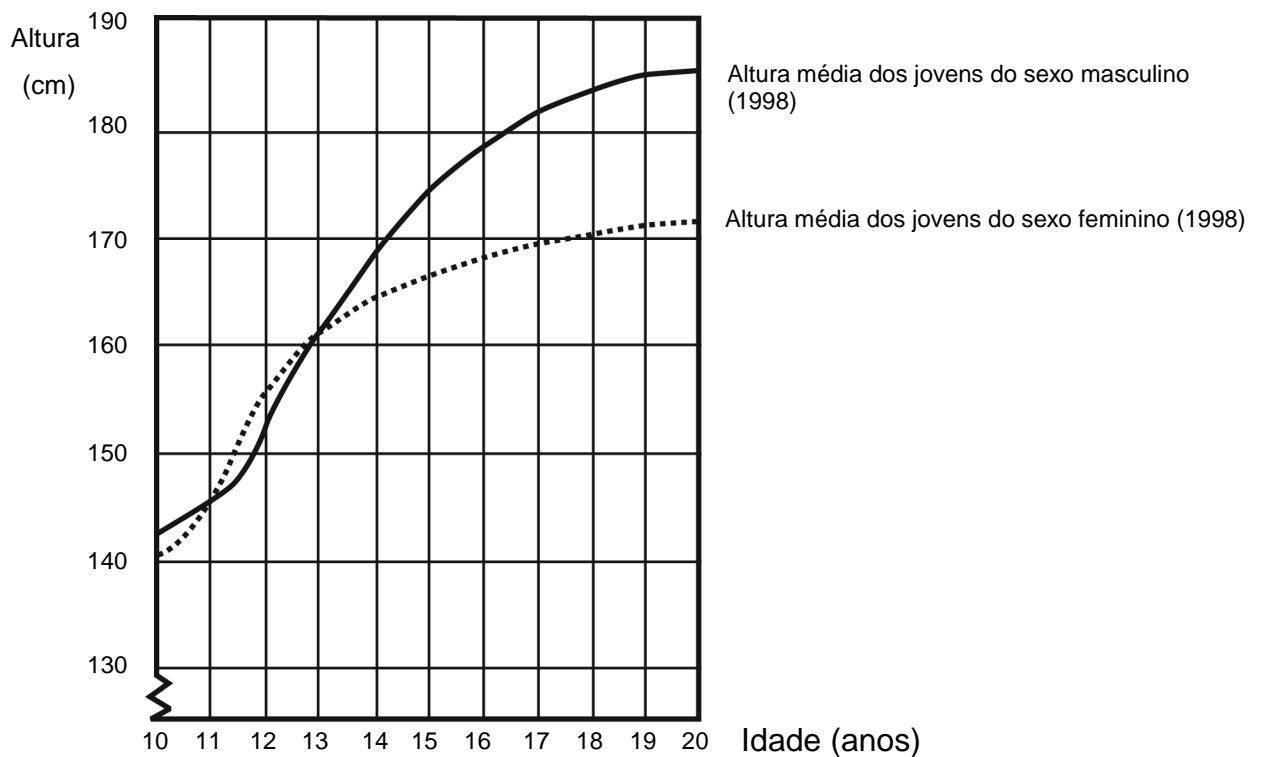
Bernardo sabe que o comprimento de seu passo é de 0,80 m. A fórmula se aplica ao caminhar de Bernardo.

Calcule a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Mostre como você resolveu.

CRESCEDO

OS JOVENS ESTÃO FICANDO MAIS ALTOS

A altura média dos jovens dos sexos masculino e feminino na Holanda, em 1998, encontra-se representada no gráfico abaixo.



Questão 1: CRESCENDO

Desde 1980, a altura média das mulheres de 20 anos aumentou em 2,3 cm, chegando a aproximadamente 170,6 cm. Qual era a altura média das mulheres de 20 anos de idade em 1980?

Questão 2: CRESCENDO

De acordo com esse gráfico, durante qual período de sua vida, em média, as meninas são mais altas do que os meninos de sua idade?

Questão 3: CRESCENDO

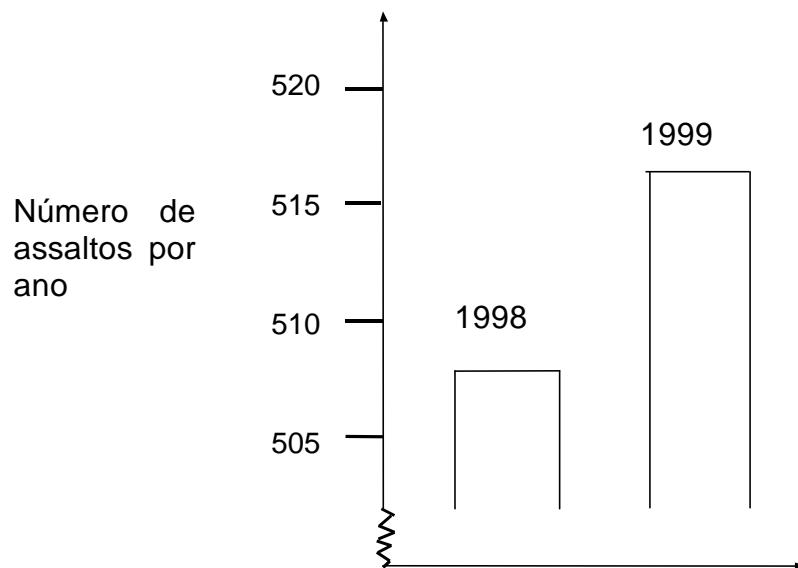
Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.

ASSALTOS

Questão 1: ASSALTOS

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

- O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.

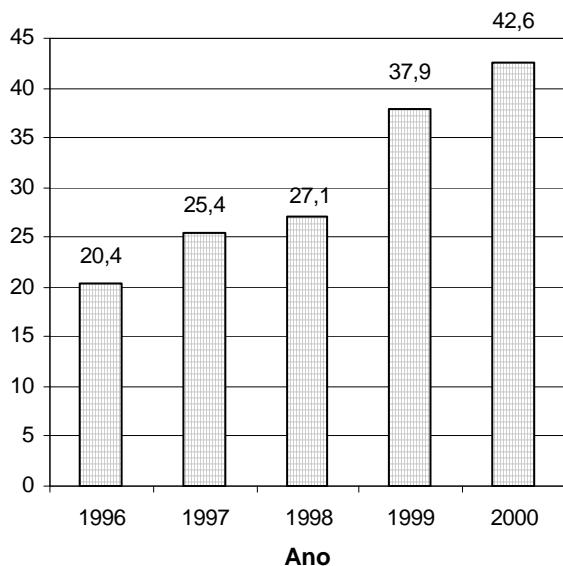


Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico?
Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

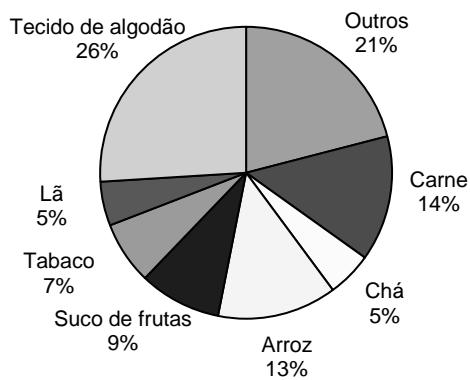
EXPORTAÇÕES

Os gráficos abaixo fornecem informações relacionadas às exportações da Zedelândia, um país que utiliza o zed como sua moeda corrente.

Total das exportações anuais da Zedelândia em milhões de zeds, 1996-2000



Distribuição das exportações da Zedelândia em 2000



Questão 1: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total (em milhões de zeds) das exportações de Zedelândia em 1998?

Questão 2: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total das exportações de suco de frutas de Zedelândia em 2000?

TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Questão 1: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Tiago, Rui, Beto e Dirceu formaram uma equipe de treinamento em um clube de tênis de mesa. Cada jogador joga uma vez contra cada um dos outros jogadores. Eles reservaram duas mesas de treino para estes jogos. para treinamento para estas partidas.

Complete a tabela dos jogos apresentada abaixo escrevendo os nomes dos jogadores que disputarão cada partida.

	Mesa de treinamento 1	Mesa de treinamento 2
1 ^a rodada	Tiago - Rui	Beto – Dirceu
2 ^a rodada - -
3 ^a rodada - -

Questão 2: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Hélio faz parte de uma equipe de treino de seis pessoas. Eles reservaram o número máximo de mesas que podem ser utilizadas simultaneamente pela sua equipe.

Se todos jogarem entre si uma vez, quantas mesas utilizarão? Quantas partidas serão disputadas ao todo? Quantas rodadas serão necessárias? Anote suas respostas na tabela abaixo.

Número de mesas:	
Número de partidas:	
Número de rodadas:	

Questão 3: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Dezesseis pessoas participam do torneio de tênis de um clube. O clube de tênis de mesa possui mesas suficientes disponíveis.

Determine o número mínimo de **rodadas** se todos os concorrentes jogarem uns contra os outros uma vez.

VÔO ESPACIAL

A estação espacial Mir permaneceu em órbita por 15 anos e deu cerca de 86.500 vezes em torno da Terra durante o tempo em que esteve no espaço.

A permanência mais longa de um astronauta na Mir foi de aproximadamente 680 dias.

Questão 1: VÔO ESPACIAL

Aproximadamente quantas vezes este astronauta voou ao redor da Terra?

Questão 2: VÔO ESPACIAL

O peso total da Mir era 143 000 kg. Quando a Mir retornou à Terra, cerca de 80% da estação queimou-se na atmosfera. O restante quebrou-se em aproximadamente 1500 pedaços e caiu no Oceano Pacífico.

Qual é o peso médio dos pedaços que caíram no Oceano Pacífico?

Questão 3: VÔO ESPACIAL

A Mir girou ao redor da Terra a uma altura de aproximadamente 400 quilômetros. O diâmetro da Terra mede cerca de 12 700 km e sua circunferência, cerca de 40 000 km ($\pi \times 12700$).

Dê uma estimativa da distância total que a Mir percorreu durante as 86 500 revoluções realizadas enquanto estava em órbita. Arredonde sua resposta para a dezena de milhão mais próxima.

1. O que você achou dessa prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Mediana.
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

O que você achou do tamanho da prova ?

- (A) Muito longa.
- (B) Longa.
- (C) Adequada.
- (D) Curta.
- (E) Muito curta.

Para você, o tempo foi

- (A) mais que o necessário para fazer a prova,
- (B) suficiente para fazer a prova.
- (C) faltou tempo para fazer a prova.

Qual a questão que você achou mais fácil? Por que?

Qual a questão que você achou mais difícil? Por que?

APÊNDICE B

ROTEIRO PARA APLICAÇÃO

As instruções para os alunos estão **em destaque** e devem ser lidas para os mesmos. As demais são para os aplicadores.

Recomenda-se que se chegue à escola no mínimo 45 antes da aplicação. Esse tempo deverá ser suficiente para:

- verificar se a sala está preparada adequadamente para a aplicação;
- disponibilizar um relógio para que seja possível a visualização do horário;
- levar o material para a sala da aplicação. Todo o material deverá ficar sobre a mesa do aplicador antes da chegada dos alunos.

Enquanto os alunos forem entrando, designe o lugar em que eles devem sentar.

Faça a conferência dos alunos que irão realizar a prova. Confira também se todos os alunos possuem caneta esferográfica. Caso algum aluno não tenha, entregue-lhe uma.

Antes de distribuir a prova diga:

Não Abram a prova antes que eu os autorize.

Depois que todos tiverem a prova e a caneta, acompanhe o preenchimento da folha de rosto com os alunos. Em seguida, leia alto e pausadamente as instruções contidas na mesma.

Estão previstas duas horas e quinze minutos para a realização da prova (quinze minutos para a leitura do material e duas horas para a prova). Diga aos alunos:

Vocês têm duas horas para resolver a prova.
 Quem terminar a prova antes das duas horas previstas pode revisar a prova e permanecer sentado em seu lugar até o término do tempo.
 Escrevam a resposta logo após resolverem cada questão.
 Ao terminar a prova responda o questionário que se encontra na última página.

Marque na lousa o horário em que será iniciada a prova e o horário de término da mesma.

Pergunte aos alunos:

Vocês têm alguma dúvida?

Após o início da prova não é permita a entrada de mais alunos.

Durante a aplicação nenhum aluno deve deixar a sala salvo aqueles que passarem mal ou que precisarem deixar a sala temporariamente. Se isto ocorrer, o material deve ser recolhido; o horário de saída e de volta, o motivo da saída e o local para onde foi devem ser anotados na prova do referido aluno pelo aplicador.

Qualquer circunstância incomum também deve ser registrada na capa da prova (se for de um aluno) e/ou no relatório.

Anote na prova o código:

- 1 – se o aluno esteve presente durante toda a sessão;
- 2 – se o aluno não esteve presente em toda a sessão

Ao terminar o tempo diga:

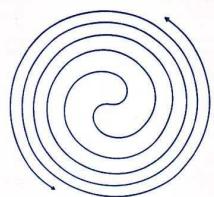
Agora vou recolher as provas. Por favor, fiquem sentados até que eu recolha todas as provas.

Depois de recolhidas todas as provas diga:

Muitíssimo obrigada por colaborarem para o desenvolvimento dessa investigação.

Autorize a saída dos alunos.

APÊNDICE C



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação

QUESTIONÁRIO SOBRE OPORTUNIDADE DE APRENDIZAGEM

Prezado(a) Professor(a)

Estamos empenhadas em fazer um estudo para conhecer:

- como os alunos lidam com as informações contidas nos enunciados de questões apresentadas em um contexto não-rotineiro;
- quais conhecimentos matemáticos utilizam;
- quais os procedimentos/estratégias que utilizam para resolvê-las e como o fazem;
- quais os erros mais freqüentes e qual a natureza deles;
- que linguagem matemática utilizam nas resoluções que apresentam.

Na busca de maiores informações é de fundamental importância que você compartilhe conosco a sua experiência, analisando cada questão da prova que seus alunos responderam.

Desde já agradecemos sua valiosa colaboração e solicitamos que para cada questão da prova do aluno responda cada uma das três perguntas abaixo marcando com um **X** na folha de respostas a alternativa adequada.

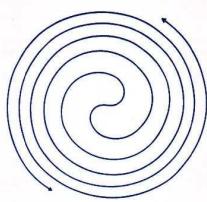
1. Que porcentagem dos seus alunos você acha que responderá corretamente esta questão? (Escolha somente uma das alternativas seguintes)
 - A) Entre 0 e 10% dos alunos, ou seja, praticamente nenhum aluno.
 - B) Entre 10 e 40% dos alunos, ou seja, poucos alunos.
 - C) Entre 41 e 60% dos alunos, ou seja, mais ou menos a metade dos alunos.
 - D) Entre 61 e 90% dos alunos, ou seja, muitos alunos.
 - E) Entre 90 e 100%, ou seja, praticamente todos os alunos.

2. Durante este ano escolar você ensinou o conteúdo necessário para seus alunos responderem corretamente esta questão?

- A) Sim.
- B) Não, porque já havia sido ensinado em séries anteriores a esta.
- C) Não, porque será ensinado em séries posteriores a esta.
- D) Não, porque não considero este conteúdo importante.
- E) Não, porque não houve tempo.
- F) Não,
porque.....
.....
.....
.....

3. O enunciado da questão é suficientemente claro para que seus alunos compreendam o que está sendo pedido?

- A) Sim.
- B) Não.



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação
Matemática e Avaliação

QUESTIONÁRIO SOBRE OPORTUNIDADE DE APRENDIZAGEM

Data de aplicação: 13/09/2006

FOLHA DE RESPOSTAS

APÊNDICE D

Prova	Código	Descrição – Questão 1.1 - BATE PAPO PELA INTERNET
E011A	0	Escreve que há 3 horas de diferença entre Sydney e Berlim (considerou que em Berlim é 1 hora da tarde) e responde incorretamente que serão 22 horas em Berlim quando forem 19 horas em Sydney. Não apresenta cálculo algum.
E021A	2	Efetua corretamente a subtração 10–1 para encontrar a diferença de fuso horário entre Sydney e Berlim (10 h horário em Sydney e 1 hora horário correspondente em Berlim). Efetua corretamente a subtração 19–9 para encontrar o horário em Berlim quando em Sydney são 19 horas. Responde corretamente com o resultado obtido na subtração 19–9.
E031A	0	Responde incorretamente que são 20 horas em Berlim quando são 19 horas em Sydney. Não apresenta cálculo algum.
E041A	0	Responde incorretamente 22 horas. Apresenta uma justificativa para a resposta: justifica que Berlim tem 3 horas a mais do que Sydney (considerou que em Berlim é 1 hora da tarde). Faz um esquema colocando os horários para Sydney a partir das 19:00 horas. Em cima desse horário escreve 7:00 horas. Provavelmente está considerando 19 horas=7 horas. Escreve que Berlim tem 3 horas a mais que Sydney e coloca no esquema, abaixo de 19 horas, 8 e na frente 20, 9 e na frente 21, 10 e na frente 22.
E051A	0	Responde incorretamente 20 horas. Escreve Sydney 20 h, mas racha 20 h e coloca 20h9s.
E061A	2	Efetua corretamente a adição 1+9 (horário de Berlim mais a diferença de fuso horário). Responde corretamente 10 horas.
E071A	2	Efetua corretamente a subtração 10–1 para encontrar a diferença de fuso horário entre Sydney e Berlim. Efetua corretamente a subtração 19–9 para encontrar o horário em Berlim quando em Sydney são 19 horas. Responde corretamente com o resultado obtido na subtração 19–9.
E081A	0	Escreve que Sydney tem 3 horas de diferença de Berlim (considerou que em Berlim é 1 hora da tarde) e responde incorretamente que serão 21 horas em Berlim quando forem 19 horas em Sydney. (escreve 19,20,21 e embaixo 3 horas).
E091A	0	Responde incorretamente 9 horas. Não apresenta cálculo algum.
E101A	0	Responde incorretamente 16 horas. Apresenta uma justificativa para a resposta: justifica que de Berlim para Sydney são 9 horas a mais.
E112A	0	Responde incorretamente 22 horas. Não apresenta cálculo algum.
E122A	2	Responde corretamente 10 horas (havia respondido 22 h, mas riscou). Não apresenta cálculo algum.
E132A	9	Não apresenta registro algum.
E142A	0	Responde incorretamente 9 horas (Desenha dois relógios: um indicando 7 horas e outro indicando 1 hora). Não apresenta cálculo algum.
E152A	2	Escreve que a diferença de fuso horário entre Sydney e Berlim é de 9 horas (não realiza operação alguma para encontrar essa diferença). Efetua corretamente a subtração 19–9 para encontrar o horário em Berlim quando em Sydney são 19 horas. Responde corretamente com o resultado obtido na subtração 19–9.
E162A	0	Responde incorretamente 22 horas. Não apresenta cálculo algum.
E172A	0	Responde incorretamente 22 horas. Não apresenta cálculo algum.
E182A	2	Responde corretamente 10 horas. Não apresenta cálculo algum.
E192A	2	Responde corretamente 10 horas. Não apresenta cálculo algum.
E202A	2	Escreve 9 horas entre Berlim e Sydney (no enunciado da questão), ou seja, considerou que a diferença de fuso horário entre as duas cidades é de 9 horas. Efetua corretamente a subtração 19–9 para encontrar o horário de Berlim quando forem 19 horas em Sydney,

		e responde corretamente com o resultado obtido nesta operação. Justifica que o horário colocado é devido à diferença de fuso horário de 9 horas.
E212A	0	Desenha dois relógios: um indicando 10 h Sydney e outro indicando 7 h Berlim. Na frente do relógio de Sidney escreve que serão 10 horas em Sydney, coloca 10 entre parentes e risca, escreve 22 h. Na frente do relógio de Berlim escreve serão 19 horas em Berlim. Escreve que são 3 horas de diferença (havia escrito 4, mas colocou esse 4 entre parênteses) e responde incorretamente que serão 22 horas em Berlim quando forem 19 horas em Sydney.
E222A	2	Responde corretamente 10 horas. Apresenta uma justificativa para a resposta: justifica: “a diferença de fuso horário é de 9h, assim quando for 19h em Sydney será 10h em Berlim”. Não apresenta cálculo algum.

Prova	Código	Descrição – Questão 1.2 - BATE PAPO PELA INTERNET
E011A	0	Desenha alguns relógios marcando horários para Sydney e relógios marcando horários correspondentes para Berlim, há a diferença de 3 horas nos horários. São quatro relógios: o primeiro marcando 9:00 em Sydney e 12:00 em Berlim, o segundo marcando 4:00 em Sydney e 7:00 em Berlim, o terceiro marcando 11:00 em Sydney e 2:00 em Berlim e o quarto marcando 8:00 em Sydney e 11:00 em Berlim. Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 17h em Sydney e 20h em Berlim. O primeiro horário está correto, mas o correspondente não. Indica por meio de setas que 16:30 corresponde a 4:30 e 23:00 corresponde a 7:00.
E021A	2	Responde corretamente com um intervalo de tempo para cada cidade. Responde 16:30 às 18:00 em Sydney e 7:30 às 9:00 em Berlim. Efetua corretamente as adições 7:30+9:00 (7:30 é um horário em que pode ser iniciada a conversa, pois Mark e Hans não podem falar das 23 às 7 já que dormem nesse intervalo de tempo e 9:00 é a diferença de fuso horário entre Berlim e Sydney) e 9:00+9:00 (Mark e Hans podem falar até 9:00 de seus horários locais) Realiza incorretamente 16:30+9:00=01:30, mas risca.
E031A	9	Não apresenta registro algum
E041A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 18h em Sydney e 20h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E051A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 8h em Sydney e 6h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E061A	0	Responde incorretamente com um intervalo de tempo para cada cidade. Responde 16:30 às 20:00 em Sydney e 19:30 às 23:00 em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E071A	0	Responde incorretamente com um intervalo para as duas cidades. Responde 16:30 às 23h para as duas cidades. Na frente do horário de Sydney escreve 10h e no Berlim escreve 1h.
E081A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 19:30h em Sydney e 16:30h em Berlim. Na frente dos horários dados como resposta escreve “para entrarem e começar a conversar”. Escreve que não podem das 9 h às 16:30 e das 23 h às 7 h. Escreve das 16:30 às 22h e das 7h às 9h são horários livres. Escreve 3 horas de diferença. Escreve em Sydney 19:30 e Berlim 16:30.
E091A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 8h em Sydney e 22h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E101A	2	Responde corretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 17h em Sydney e 8 h em Berlim. Escreve que não pode das 9 h às 16:30 e das 23 h às 7 h. Escreve que pode das 16:30 às 22h e das 7h às 9. Efetua corretamente a subtração 17-9.

E112A	0	Responde incorretamente com um intervalo para cada cidade. Responde 7 às 9h em Sydney e 16:30 às 23:00 em Berlim. Escreve que não podem das 9h às 16:30 e das 23h às 7h.
E122A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 16:30h em Sydney e 22:30h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E132A	0	Responde incorretamente com um intervalo para cada cidade. Responde 16:40 e 22h em Sydney e 17h às 20h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E142A	9	Não apresenta registro algum.
E152A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 17h em Sydney e 2h em Berlim. O primeiro horário está correto, mas o correspondente não. Não apresenta cálculo algum.
E162A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 14h em Sydney e 17h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E172A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 7h em Sydney e 10h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E182A	2	Responde corretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 17h em Sydney e 8h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E192A	2	Responde corretamente com um intervalo de tempo para cada cidade. Responde 16:30 às 18:00 em Sydney e 7:30 às 9:00 em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E202A	0	Responde incorretamente com um intervalo para cada cidade. Responde 21h às 22h em Sydney e 12h às 13h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E212A	0	Responde incorretamente com horários específicos para as duas cidades. Responde 22h em Sydney e 19h em Berlim. Não apresenta cálculo algum.
E222A	0	Responde incorretamente com um intervalo para cada cidade. Responde 10h às 19h em Sydney e 1h às 10h em Berlim. Não apresenta cálculo algum. Havia escrita 9h as 16:30 para as duas cidades.

Prova	Código	Descrição – Questão 2.1 - TAXA DE CÂMBIO
E011A	0	Efetua várias multiplicações, corretamente: $4,2 \times 8$; 42×20 ; 42×40 ; 42×50 ; 42×71 ; 42×52 ; 42×72 , e incorretamente: 42×63 ; 42×67 e 42×70 , que não resolvem o problema e responde incorretamente com o resultado obtido da multiplicação 42×71 .
E021A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa operação.
E031A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa operação.
E041A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa operação. Efetua incorretamente a divisão de 12600,0 por 4,2 (fez a prova real). Também realiza corretamente outras multiplicações: 420×10 , 420×5 e 420×3 .
E051A	0	Efetua incorretamente a divisão $3000:4,2$ que não resolve o problema e responde incorretamente com um valor não obtido na divisão. Também realiza corretamente outras

		multiplicações: 42x2; 42x3; 42x4; 42x10; 42x9; 42x8; 42x5; 42x6; 42x7.
E061A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa operação.
E071A	2	Efetua corretamente a multiplicação $4,2 \times 3000$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou a taxa de câmbio pelo valor que Mei-ling tinha para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa operação.
E081A	2	Efetua corretamente a multiplicação $4,2 \times 3000$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou a taxa de câmbio pelo valor que Mei-ling tinha para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E091A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E101A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente, com o resultado obtido nessa multiplicação. Escreve, indicando por uma seta, que 3000SGD corresponde a 126000 ZAR .
E112A	2	Inicia a divisão $3000:4,2$. Risca o algoritmo. Efetua incorretamente a multiplicação $4,2 \times 7$. Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E122A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E132A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E142A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com outro valor. Na multiplicação obteve 126,000, mas respondeu 12,600. Escreveu 126,000, mas riscou.
E152A	2	Efetua corretamente a multiplicação $4,2 \times 3000$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou a taxa de câmbio pelo valor que Mei-ling tinha para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu. Apresenta somente a multiplicação, não escreve a resposta e nem a indica.
E162A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E172A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-

		africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E182A	2	Inicia a divisão de 3000 por 4,2, mas não termina a divisão. Efetua corretamente as multiplicações 42×2 ; 42×3 ; 42×5 ; 42×4 ; 42×7 e incorretamente a multiplicação 42×12 . Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E192A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E202A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E212A	1	Efetua incorretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E222A	2	Efetua corretamente a multiplicação $3000 \times 4,2$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu, ou seja, multiplicou o valor que Mei-ling tinha pela taxa de câmbio para encontrar quantos rands sul-africanos ela recebeu, e responde corretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.

Prova	Código	Descrição – Questão 2.2 - TAXA DE CÂMBIO
E011A	0	Monta incompletamente e incorretamente uma regra de três relacionando 3900 com 4,0 e não relaciona a incógnita com outro valor. Não apresenta outros cálculos. Não responde e nem indica a resposta.
E021A	1	Efetua corretamente a divisão $3900:4,0$, mas risca o algoritmo. Efetua incorretamente a divisão $3900:4,0$ para encontrar quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu, e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua incorretamente a multiplicação $97,5 \times 4,0$ para confirmar se o resultado obtido era a resposta.
E031A	0	Efetua incorretamente a divisão $3900:3$, dados retirados do enunciado da questão, que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão.
E041A	1	Efetua incorretamente a divisão de $3900:4,0$ e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua corretamente multiplicações – 40×7 , 40×9 e 40×5 – para auxiliar na divisão de 3900 por 4,0.
E051A	1	Efetua incorretamente a divisão de $3900:4,0$ e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua corretamente multiplicações – $4,0 \times 5$, 40×7 , 40×8 , 40×9 e 40×10 – para auxiliar na divisão de 3900 por 4,0.
E061A	2	Efetua corretamente a divisão $3900:4$ para encontrar quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu e responde corretamente com o resultado obtido nessa divisão.
E071A	1	Efetua incorretamente a divisão $3900:4,0$ e responde corretamente com o resultado obtido nessa divisão. (Rever)
E081A	0	Efetua incorretamente a multiplicação $3900 \times 4,0$ que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E091A	0	Efetua corretamente a multiplicação $3900 \times 4,0$ que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E101A	0	Efetua corretamente a multiplicação $3900 \times 4,0$ que não resolve o problema e responde

		incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação. Escreve, indicando por uma seta, que 3900ZAR corresponde a 156000 SGD. Efetua corretamente as adições 9+9 e 18+18.
E112A	1	Efetua incorretamente a multiplicação 3900x4,0. Efetua corretamente a subtração 15600-12600, mas risca essas operações. Efetua incorretamente a divisão de 3900:4,0 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua corretamente multiplicações- 4,0x8, 4,0x9, 4,0x7- para auxiliar na divisão de 3900 por 4,0.
E122A	0	Efetua corretamente a multiplicação 3900x4,0 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E132A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 3900x4,0 que não resolve o problema e responde incorretamente com outro valor decorrente da multiplicação.
E142A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 3900x4,0 que não resolve o problema e responde corretamente.
E152A	1	Efetua incorretamente a divisão 3900:4,0 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua incorretamente a multiplicação 97,5x4,0 para confirmar se o resultado obtido era a resposta.
E162A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 3900x4,0 que não resolve o problema. Apresenta somente a multiplicação, não escreve a resposta e nem a indica.
E172A	0	Inicia a multiplicação 3900x4,0 que não resolve o problema, não termina os cálculos. Responde incorretamente 3900.
E182A	1	Efetua incorretamente a divisão 3900: 4,0 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão. Efetua corretamente multiplicações- 4,0x2, 4,0x3, 40x4, 40x8, 40x5, 40x9- para auxiliar na divisão 3900: 4,0.
E192A	2	Efetua corretamente a divisão 3900:4 e responde corretamente com o resultado obtido nessa divisão
E202A	1	Efetua incorretamente a divisão 3900:4,0 e responde corretamente com o resultado obtido nessa divisão. (rever)
E212A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 3900x4,0 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E222A	2	Efetua corretamente a divisão 3900:4 e responde corretamente com o resultado obtido nessa divisão.

Prova	Código	Descrição – Questão 2.3 - TAXA DE CÂMBIO
E011A	9	Não apresenta registro algum
E021A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: coloca que houve prejuízo, pois se a taxa de câmbio fosse 4,2 ZAR receberia mais que 97,5 SGD.
E031A	0	Responde que foi um pouco vantajoso, pois quando a taxa era 4,2 ele tinha 126000 rands e quando a taxa era de 4,0 ela ficou com 13,733.
E041A	0	Responde que não foi vantajoso. Utiliza os resultados das divisões 3900:4,0 e 3900:4,2 (efetuadas incorretamente) para justificar. Responde que quando trocou por 4,0 recebeu 9,75 e se fosse trocar por 4,2 receberia 92,84.
E051A	0	Responde que sim e justifica: “porque em vez de aumentar a taxa acabaram diminuindo o preço da taxa que era 4,2 zar e agora é 4,0 zar.”.
E061A	2	Responde que sim. Justifica: se fosse 4,2, teria recebido menos dólares. Não efetuaram a divisão de 3900 por 4,2.
E071A	2	Responde que sim. Justifica: se fosse 4,2, teria recebido menos dólares. Não efetuaram a divisão de 3900 por 4,2.

E081A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “com isso ela perdeu 4,40 zar”. Não apresenta cálculo algum.
E091A	0	Responde sim e justifica: “pois aumentou o valor do seu dinheiro”. Não apresenta cálculo algum.
E101A	0	Responde sim e justifica: “ela ficou com mais dinheiro quando voltou”.
E112A	2	Responde sim e justifica que a taxa de câmbio da África do sul cobrou 4,0 zar por dólares de Singapura e se fosse a antiga cobrança 4,2 zar.
E122A	0	Responde sim e justifica: “porque da 1ª vez recebeu 12600 e da 2ª vez 15600.”
E132A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “pois quando estava em 4,2 ela recebeu mais do que quando estava com 4,0.”
E142A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “ela perdeu dinheiro quando trocou de 4,0zar de 4,2zar”.
E152A	2	Responde que foi vantajoso e justifica: se fosse 4,2 receberia menos do que se fosse 4,0. Para esta justificativa utiliza os resultados das divisões 3900:4,0 e 3900:4,2 efetuadas incorretamente. A divisão 3900:4,2 foi realizada para esta questão e a divisão 3900:4,0 para a questão 2.2.
E162A	0	Responde sim e justifica, mas a justificativa não é adequada: “pois o seu valor aumenta, então neste caso ela terá mais dinheiro”.
E172A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “ela ficou com menos dólares”.
E182A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “na hora de trocar ela acabou perdendo parte do dinheiro, já se ela fosse comprar esses dólares ela não perderia nada”.
E192A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “ela trocou 1SGD por 4,2 ZAR e na volta troca 1SGD por 4,0 ZAR, isso quer dizer que ela perdeu um pouco de dinheiro nessa troca”.
E202A	2	Responde que de certa forma foi e justifica “tinha 3000SGD e multiplicou por 4,2 e recebeu seu dinheiro em ZAR, com os rands que sobrou ela dividiu apenas por 4,0 e isso dá uma vantagem, se ela tivesse dividido por 4,2 não iria sobrar tanto dinheiro”.
E212A	0	Responde sim e justifica: “ela teve o lucro de 700,00 dólares”. Não apresenta cálculo algum.
E222A	0	Responde que não foi vantajoso e justifica: “a taxa mais baixa ela acaba tendo um prejuízo se estivesse no mesmo valor não teria tanto prejuízo”.

Prova	Código	Descrição – Questão 3.1 – PROVAS DE CIÊNCIAS
E011A	0	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova, e responde incorretamente com o resultado obtido nessa adição.
E021A	0	Efetua operações com dados do enunciado da questão que não resolvem o problema: efetua incorretamente a divisão $80:5$, 80 é o valor obtido na última prova e 5 é a quantidade de provas realizadas, efetua corretamente a adição $60+80$, 60 é a média de pontos nas quatro primeiras provas. Inicia a divisão de 140, resultado obtido na adição $60+80$, por 50, mas riscou o algoritmo. Inicia a multiplicação 50×70 , não termina e riscou o algoritmo. Responde incorretamente com o resultado obtido na adição $60+80$.
E031A	0	Efetua corretamente operações com dados do enunciado da questão que não resolvem o problema: adição $100+60$, a divisão $160:5$, a adição $100+80$ e a subtração $100-80$. Responde incorretamente com o resultado obtido na divisão $160:5$.
E041A	0	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$, sendo 240 resultado obtido na multiplicação anterior. Responde incorretamente com o resultado obtido nessa adição.

E051A	0	Responde incorretamente 240 pontos. Não apresenta cálculo algum.
E061A	2	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido nesta divisão.
E071A	2	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$, sendo 240 resultado obtido nessa multiplicação. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão.
E081A	0	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$. Efetua corretamente a divisão $320:2$ ($320:2=160$). Escreve que nas 4 primeiras provas obteve 60 pontos e na quinta prova obteve 80 pontos, e desse modo ela tem 160 pontos.
E091A	0	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$. Na frente do resultado dessa última adição escreve pontos.
E101A	2	Escreve os pontos obtidos em cada prova (1 e embaixo 60, 2 e embaixo 60, 3 e embaixo 60, 4 e embaixo 60, 5 e embaixo 80). Na frente coloca o sinal de igual e escreve 320. Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão.
E112A	0	Escreve os pontos obtidos nas provas e na frente de cada um escreve 100, que é o valor de cada prova. Responde 80 pontos e justifica que a maior nota prevalece.
E122A	0	Efetua corretamente operações com dados do enunciado da questão que não resolvem o problema: a adição $80+60$ e a divisão $140:2$. Efetua incorretamente a divisão $140:5$. Risca o algoritmo dessa divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E132A	0	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$. Monta o algoritmo da multiplicação 240×5 , mas risca. Responde incorretamente com o resultado obtido na adição.
E142A	0	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova, e responde incorretamente com o resultado obtido.
E152A	0	Responde incorretamente 70 pontos. Não apresenta cálculo algum.
E162A	0	Responde incorretamente 80 pontos. Não apresenta cálculo algum.
E172A	0	Efetua corretamente a adição $120+120$ e a adição $240+80$. Responde incorretamente com o resultado obtido na adição $240+80$.
E182A	2	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão.
E192A	2	Efetua corretamente a multiplicação 60×4 e a adição $240+80$. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão.
E202A	2	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão. Justifica o resultado obtido, colocando que somou as 5 notas e o resultado dividiu por 5 provas.
E212A	0	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas

		obtidas em cada prova. Responde incorretamente com o resultado obtido.
E222A	2	Efetua corretamente a adição $60+60+60+60+80$, valores que correspondem as notas obtidas em cada prova. Efetua corretamente a divisão $320:5$, ou seja, divide corretamente a quantidade de pontos obtidos nas cinco provas pela quantidade de provas realizadas. Responde corretamente com o resultado obtido na divisão.

Prova	Código	Descrição – Questão 4.1 – ESTANTES
E011A	2	<p>Efetua multiplicações (corretamente: 12×5, 12×7, 12×9, 12×14, 12×16, 12×17, 12×19, 12 é o número de braçadeiras pequenas que precisa para fazer uma estante completa) para obter o número que multiplicando 12 se aproxima de 200 que é a quantidade de braçadeiras pequenas disponíveis para construir estantes.</p> <p>Efetua multiplicações (corretamente: 14×24, 14×29, 14×35, 14×36, 14×51, incorretamente: 14×34, 14 é o número de parafusos que precisa para fazer uma estante completa) para obter o número que multiplicando 14 se aproxima de 510, que é a quantidade de parafusos disponíveis para construir estantes.</p> <p>Escreve $26=6$, $33=5$, $200=16$, $20=10$ e $510=35$, sendo que 26, 33, 200, 20 e 510 são as quantidades de materiais que o marceneiro possui no estoque, e 6, 5, 16, 10 e 35 a quantidade de estante que é possível construir a partir dos materiais necessários (possivelmente realizou cálculo mental). Exemplificando: com 26 pranchas grandes de madeiras é possível construir 6 estantes, sendo preciso para cada uma 4 pranchas grandes de madeira.</p> <p>Responde corretamente que poderá fazer 5 estantes completas.</p>
E021A	2	<p>Efetua corretamente as divisões $26:4$, $33:6$, $20:2$, isto é, divide a quantidade de pranchas grandes, de pranchas pequenas e de braçadeiras grandes que possui pela quantidade, respectivamente, de pranchas grandes, de pranchas pequenas e de braçadeiras grandes que precisa para fazer uma estante.</p> <p>Inicia a divisão $200:12$, ou seja, inicia a divisão da quantidade de braçadeiras pequenas que possui pela quantidade de braçadeiras que precisa para fazer uma estante, mas racha o algoritmo. Responde corretamente que poderá fazer 5 estantes.</p>
E031A	0	<p>Efetua corretamente operações com dados do problema que não resolvem o problema: a adição $26+33$, a multiplicação 200×2 e a subtração $400-510$. Na frente do resultado de $26+33$ escreve pranchas. Escreve 4000 braçadeiras e 3490 parafusos. Não responde e não indica a resposta.</p>
E041A	1	<p>Efetua corretamente as divisões $26:4$, $33:6$, $20:2$, $510:14$, isto é, divide a quantidade de pranchas grandes, de pranchas pequenas, de braçadeiras grandes e de parafusos que possui pela quantidade, respectivamente, de pranchas grandes, de pranchas pequenas e de braçadeiras grandes e parafusos que precisa para fazer uma estante.</p> <p>Efetua incorretamente a divisão $200:12$.</p> <p>Responde incorretamente 4 estantes.</p>
E051A	0	Não apresenta cálculo algum e responde incorretamente 3 estantes completas.
E061A	1	<p>Efetua corretamente as divisões: $26:4$, $20:2$, $200:12$. Efetua incorretamente a divisão $33:6$. Inicia a divisão de 510 por 14, obtendo 3 como quociente e deixando resto.</p> <p>Responde incorretamente que pode fazer 6 estantes completas. Respondeu 6 porque efetuou incorretamente a divisão $33:6$. obteve 6,1.</p>
E071A	2	<p>Efetua corretamente as divisões: de $26:4$, $33:6$, $20:2$, $200:12$ e $510:14$, isto é, divide corretamente a quantidade de materiais que possui pela quantidade de materiais que precisa para fazer uma estante.</p> <p>Responde corretamente 5 estantes completas.</p>

E081A	1	Escreve a quantidade de materiais que precisa para fazer uma estante completa e na frente de cada material escreve a quantidade que o marceneiro possui de cada um no estoque. Escreve 36 pranchas pequenas ao invés de 33 pranchas pequenas. Efetua corretamente as divisões: 26:4, 20:2 e 36:6 (36 não é dado do problema). Efetua incorretamente a divisão 200:12. Efetua corretamente algumas multiplicações para encontrar o número que multiplicando o número 12 resultasse em um número mais próximo de 200: 12x12, 12x14, 12x20, 12x19. Iniciou a multiplicação 12x18, mas não terminou os cálculos. Monta o algoritmo da divisão 510:14, mas não efetua os cálculos. Responde incorretamente 6 estantes completas.
E091A	2	Distribui corretamente a quantidade de materiais que possui em agrupamentos, utilizando riscos, de acordo com a quantidade de materiais que precisa para fazer uma estante. Faz isto, para as pranchas grandes, as pranchas pequenas, para as braçadeiras grandes e para os parafusos. Percebe que é possível fazer 5 agrupamentos. Então conclui que é possível fazer 5 estantes completas. Responde corretamente que é possível fazer 5 estantes completas e que sobraram materiais. Coloca que de 26 pranchas grandes sobrarão 6 pranchas, de 33 pranchas pequenas sobrarão 3, de 20 braçadeiras grandes sobrarão 10, de 510 parafusos sobrarão 440, pois serão usados apenas 70.
E101A	1	Efetua corretamente as divisões: de 26:4, 33:6, 20: 2, 200:12 e 510:14. Efetua a adição do número 12, sucessivamente, 6 vezes ($12+12=24$, depois $24+12=36$, $36+12=48$, $48+12=60$, $60+12=72$ e $72+12=84$). Efetua a adição do número 14, após multiplicá-lo por 2, sucessivamente 7 vezes. Efetua a divisão $840:2=420$ (deixa resto), $420:2=210$ e $210:2=1,50$ e riscou (fez um X no resultado) Responde incorretamente que é possível fazer uma estante completa e que sobram materiais.
E112A	1	Efetua corretamente as divisões: 26:4, 33:6, 20: 2, 200:12 e 510:14. Responde incorretamente 24 estantes completas.
E122A	2	Efetua corretamente as divisões: 26:4, 33:6, 20: 2, 200:12 e 510:14. Efetua corretamente as multiplicações 14×6 , 14×5 , 14×4 , para auxiliar a divisão 510:14. Escreve 6 pranchas grandes, 5 pranchas pequena, 16 braçadeiras pequenas, 10 braçadeiras grandes e 36 parafusos, que são a quantidades de estantes possível de serem feitas com cada quantidade de material que o marceneiro possui no estoque. Responde corretamente 5 completas.
E132A	2	Escreve corretamente os múltiplos de 4 até o numero 40. Escreve corretamente os múltiplos de 6 até o número 60. Efetua corretamente as divisões: 26:4, 33:6. Efetua incorretamente a divisão 200:12 (Escreveu 12:200, mas fez um x por cima desse registro). Arma a divisão 510:14, mas não realiza os cálculos (escreveu 14:510, mas fez um x nesse registro). Responde corretamente 5 estantes completas e coloca que sobrará 1 prancha grande e 3 pequenas.
E142A	2	Efetua corretamente as divisões: 26:4, 33:6, 20:2. Monta o algoritmo da divisão 200:12 e 510:14, mas não realiza os cálculos. Efetua corretamente multiplicações (14×14 , 32×14 , 35×14) para obter um valor mais próximo de 510. Responde corretamente que é possível fazer 5 estantes completas.
E152A	2	Efetua multiplicações corretamente - 12×10 , 12×15 , 12×16 , 14×30 , 14×40 , 14×37 e 14×36 - e incorretamente - 12×17 e 14×35 - para obter valores que estão mais próximo de 200 e de 510, que são respectivamente, a quantidade de braçadeiras pequenas e de parafusos disponíveis no estoque do marceneiro. Escreve 36, 10, 6, 5, 16, que são a quantidade de estantes que é possível fazer com o material disponível no estoque a partir das quantidades necessárias para construir uma estante. Responde corretamente 5 estantes completas.

E162A	0	<p>Efetua corretamente a divisão 200:12. Efetua corretamente a multiplicação 12x16 (obtém 192) e efetua corretamente a adição 192+8. (fez essa multiplicação e adição como prova real da divisão)</p> <p>Escreve 24 pg (pranchas grandes) sobra 2 (considerou 24 ao invés de 26 pranchas grandes, possivelmente realizou a divisão 24:6 mentalmente) e 30 sobra 3. Responde incorretamente 4 estantes e justifica que faltarão p.g. e que sobrarão outros materiais.</p>
E172A	0	Responde incorretamente 6 estantes. Inicia a divisão 26:4, mas risca o algoritmo.
E182A	2	<p>Faz dois ‘esquemas’ para saber quantas estantes é possível fazer com a quantidade de pranchas grande e pequenas que possui: (coloca um embaixo do outro) 4-1, 8-2, 13-3, 16-4, 20-5, 24-6, 28 (não coloca nada na frente); 6-1, 12-2, 18-3, 54-4, 30-5, 36 (não coloca nada na frente). Efetua corretamente as divisões de 20:2, 26:4, 33:6, 510:14 e 200:12.</p> <p>Escreve 4->6, 6->5, 12->16, 2->10, 14->36, sendo os primeiros números de cada indicação a quantidade de material que o marceneiro precisa para fazer uma estante e os segundos números a quantidade de pranchas que é possível fazer com a quantidade de material que o marceneiro possui no estoque.</p> <p>Responde corretamente que é possível fazer 5 estantes completas.</p> <p>Efetua multiplicações para auxiliar na divisão 200:12 e 510:14, corretamente: 12x2, 12x5, 12x10, 12x15, 12x6, 12x16, 12x17, 14x2, 14x4, 14x3, incorretamente: 14x6</p>
E192A	2	<p>Efetua corretamente as divisões de 20:2, 26:4, 33:6, 510:14 e 200:12.</p> <p>Responde corretamente 5 estantes completas e coloca que sobrarão materiais.</p>
E202A	1	<p>Efetua corretamente as divisões de 20:2, 26:4, 33:6, e 512:14 (coloca 512 e não 510).</p> <p>Efetua incorretamente a divisão de 200 por 12. Efetua várias multiplicações (12x5, 12x12, 12x20, 12x19, 12x18, 12x17, 12x16, 14x14, 14x20, 14x50, 14x45) para obter valores que se aproximam de 200 e 510. Responde incorretamente 16 estantes</p>
E212A	2	<p>Arma as divisões 200:12, 20:2, 510:14, mas não as efetua. Escreve os múltiplos, incorretamente, de 12 até o número 200. Efetua corretamente as adições 80+12, 92+12, 104+12, 116+12, e incorretamente 128+12.</p> <p>No enunciado da questão coloca 7 sobre 2 (na frente de pranchas grandes), 5 sobre 3 (na frente de pranchas pequenas), 17 sobre 0 (na frente de braçadeiras pequenas) e 10 sobre 0 (na frente de parafusos). Responde 5 estantes justificando “5 estantes completas porque o número de pranchas pequenas é inferior ao tanto que ele precisa”.</p>
E222A	2	<p>Efetua corretamente as divisões de 20:2, 26:4, 33:6, 510:14 e 200:12. Efetua corretamente as multiplicações 12x6, 12x7 14x4, 14x5, 14x6, 14x7, 14x3 para auxiliar as divisões 510:14 e 200:12.</p> <p>Escreve 6 pranchas grandes, 5 pranchas pequena, 16 braçadeiras pequenas, 10 braçadeiras grandes e 36 parafusos, que são a quantidade de estante que é possível fazer com cada quantidade de material que o marceneiro possui no estoque. Responde corretamente 5 estantes completas.</p>

Prova	Código	Descrição – Questão 5.1 – LIXO
E011A	0	Responde: “Pois ele está fazendo uma pesquisa com vários tipos de decomposição e o resultado sempre será o mesmo.”
E021A	2	Responde:” Porque se uma pessoa for ver esse gráfico não saberá decifrá-lo corretamente. Ex: Goma de mascar vai de 20 a 25 anos, se ele riscar até 25 anos ira anular 20 anos, então ira de ser 25 anos de decomposição. Então neste caso não é bom usar gráfico.”

E031A	9	Não apresenta registro algum.
E041A	0	Responde: "Porque o tempo de decomposição é muito longo e o único material que ele poderia mostrar era o jornal."
E051A	1	Responde: "O gráfico de barras não é apropriado porque é só olhar bem o tanto de anos que demoram para decompor esses lixo que nós jogamos fora."
E061A	1	Responde: "Pois existem números muito grandes e outros muito pequenos."
E071A	1	Responde: "O gráfico teria que apresentar o tempo em anos, e além disso, 'alguns dias' não tem definição de quantos dias seria."
E081A	0	Esboça um gráfico de barras com os dados da tabela e responde: "Eu acho que não tem nenhum problema eu fiz e consegui, porque vai dar problema?"
E091A	9	Escreve que não consegue fazer.
E101A	1	Responde: "Pois seria muito grande o gráfico."
E112A	1	Responde: "Por que alguns lixos como o copo plástico demora mais de 100 anos para se decompor como ele vai mostrar isso no gráfico de barras?"
E122A	0	Responde: "Por que no gráfico ficaria mais difícil para se entender as informações."
E132A	0	Esboça um gráfico de setor com os tipos de lixo da tabela que está na questão e responde: "O gráfico de barras poderia ser muito complicado para se entender o mais fácil seria o gráfico redondo pois é mais fácil de ser entendido."
E142A	0	Responde: "Porque tem informações sobre frutas e todos sabemos que cascas de frutas fazem até bem para a terra como um adubo natural. O mais apropriado seria ele falar sobre ferro, pneus e vidro."
E152A	0	Responde: "Por causa do tempo de decomposição." Escreve, entre parênteses, que não entendeu.
E162A	0	Responde: "Ele não mostra o tempo certo, ele mostra aproximadamente."
E172A	0	Responde: Talvez não seja porque um quadro seja melhor".
E182A	0	Esboça um gráfico de setor com os tipos de lixo e responde que não terá informações suficientes, mas que pode apresentá-las em forma de gráfico de setor. Esboça o gráfico de setor e nesse gráfico escreve o tempo de decomposição para casca de laranja e banana e para caixas de papelão.
E192A	0	Responde: "O gráfico de barras não é todos que entende, é um pouco mais difícil de se fazê-lo e é bem mais fácil fazer uma tabela."
E202A	0	Responde: "Porque as pessoas tem que ficar assimilando o tempo de decomposição com os tipos de lixo e com isso elas perdem algum tempo, já num gráfico como este (refere-se a tabela), fica mais fácil ver as características."
E212A	1	Responde que deveria usar um quadro e não o gráfico, pois ele teria que fazer o gráfico de 0,5 em 0,5 cm para mostrar o tempo de decomposição da caixa de papelão e não teria como mostrar o tempo do jornal.
E222A	1	Responde: "O gráfico de barras não é apropriado porque no jornal é apenas alguns dias, diferente do copo plástico que é mais de 100 anos, ficaria um pouco difícil a visualização desses dados."

Prova	Código	Descrição – Questão 6.1 – OPÇÕES
E011A	0	Escreve todas as combinações possíveis, com repetição, de serem feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: "azeitonadas e presunto, azeitonas e cogumelos, azeitonas e salame, presunto e azeitonas, presunto e cogumelos, presunto e salame, cogumelos e azeitonas, cogumelos e presunto, cogumelos e salame, salame e azeitonas, salame e presunto, salame e cogumelos". Responde incorretamente 12 combinações diferentes.

E021A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona+presunto, azeitona+cogumelo, azeitona+salame, presunto+cogumelos, presunto+salame e cogumelo+salame”. Responde corretamente 6 tipos de combinações.
E031A	0	Responde que:”ela pode escolher 1, com queijo, tomate, azeitona, cogumelos e salame”.
E041A	0	Responde 4 combinações. Não apresenta as combinações.
E051A	0	Responde:”Rose pode pedir uma pizza do jeito que ela prefere com duas bordas e também da pra ela escolher mais uma pizza com duas extras do jeito que ela gosta.”
E061A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona e presunto, azeitona e cogumelo, azeitona e salame, presunto e cogumelos, presunto e salame, cogumelo e salame”. Responde corretamente que pode escolher 6 combinações diferentes.
E071A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “1+2, 1+3, 1+4, 2+3, 2+4, 3+4”, sendo 1 azeitonas, 2 presunto, 3 cogumelos, 4 salame. Responde corretamente 6 combinações diferentes.
E081A	0	Indica, por meio de um ‘esquema’ as combinações com as coberturas queijo, tomate, azeitona, presunto, cogumelo e salame. Responde incorretamente 36 combinações diferentes. Escreve $6 \times 6 = 36$.
E091A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona, presunto; azeitona, cogumelo; azeitona, salame; presunto, cogumelos; presunto, salame e salame, cogumelo”. Responde corretamente 6 combinações diferentes.
E101A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona e presunto, azeitona e cogumelo, azeitona e salame, presunto e cogumelo, presunto e salame , cogumelo e salame”. Responde corretamente 6 combinações diferentes.
E111A	0	Responde a partir de 5 combinações diferentes. Não apresenta as combinações.
E122A	0	Responde a partir de 4. Não apresenta as combinações.
E142A	0	Responde 4 combinações. Não apresenta as combinações.
E152A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “queijo e tomate=azeitonas e presunto, queijo e tomate =azeitona e cogumelo, queijo e tomate=azeitona e salame, queijo e tomate=presunto e cogumelos, queijo e tomate= presunto e salame, queijo e tomate=cogumelo e salame”. Responde corretamente 6 combinações.
E162A	2	Responde 6 e justifica escrevendo todas as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitonas e presunto, cogumelos e salame, azeitonas e cogumelos, presunto e salame, azeitona e salame, presunto e cogumelo”.
E172A	0	Responde a partir de 4. Não apresenta as combinações.
E182A	2	Faz um esquema (árvore de possibilidades), utilizando a primeira letra de cada palavra, para escrever todas as combinações possíveis (com repetição) que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame:). A seguir escreve todas as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona-presunto, cogumelos-salame, presunto-cogumelo, salame-presunto, salame-azeitona, cogumelos-azeitonas”. Responde corretamente 6 combinações diferentes.
E192A	2	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “azeitona e presunto, cogumelos e salame, azeitonas e cogumelo, presunto e salame, azeitonas e salame, cogumelos e presunto”. Responde a partir de 6 combinações.
E202A	2	Faz um esquema (árvore de possibilidades) para escrever todas as combinações possíveis

		(com repetição) que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame. Risca as repetidas. Responde corretamente 6 combinações diferentes. Justifica que as opções riscadas já estavam combinadas.
E212A	1	Escreve as combinações diferentes que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame: “presunto e salame, azeitonas e presunto, cogumelos e salame, azeitonas e cogumelo, salame e azeitonas, cogumelos e presunto”. Responde 5 combinações diferentes.
E222A	0	Faz um ‘esquema’ para indicar as possíveis combinações que podem ser feitas com azeitonas, presunto, cogumelos e salame (repete a combinação com salame e presunto): azeitonas-presunto, azeitonas-cogumelos, azeitonas-salame, presunto-cogumelos, presunto-salame, cogumelos-salame, salame-presunto. Responde 7 combinações.

Prova	Código	Descrição – Questão 7.1 – NOTAS DE PROVAS
E011A	0	Monta o algoritmo da adição $40+50+60+70+80$, mas risca o algoritmo não chegando a efetuar os cálculos. Responde: “ <i>somando as notas do grupo A e as notas do grupo B.</i> ”
E021A	2	Fundamenta-se no número de alunos que foram aprovados e reprovados em cada grupo. Responde que só um aluno do grupo A reprovou enquanto que 2 no grupo B reprovaram, e que 11 alunos do grupo A foram aprovados enquanto que no grupo B foram 10 alunos.
E031A	0	Fundamenta-se num intervalo de notas em que o grupo B foi melhor. Responde: “ <i>Eles poderiam se apoiar entre 60-69.</i> ”
E041A	0	Efetua corretamente a adição $1+3+4+2+2$ para encontrar a quantidade de alunos do grupo A. Efetua incorretamente a adição $2+1+5+3+1$ (obtém 11) para encontrar a quantidade de alunos do grupo B. Responde: “Se nos vermos no gráfico as cinco melhores notas na prova verás o grupo A agora se não entrar as cinco a melhor nota é o grupo B”
E051A	0	Responde: “ <i>Eles também podem ser aprovado sim porque o grupo A está com 62,0 pontos e só poderia ser reprovado quem tirou 50 ponto para baixo.</i> ”
E061A	0	Responde: “ <i>Observando o gráfico podemos ver que alguns alunos do grupo A tiraram nota maior que do grupo B.</i> ”
E071A	0	Escreve a média do grupo A e a média do grupo B: “ $A=62,0$, $B=64,5$ ”. Responde: “ <i>Poderiam falar que se saíram [o grupo A] com notas equilibradas entre um e outros pontos e que o grupo B teve notas umas lá embaixo e outras lá em cima.</i> ”
E081A	0	Efetua corretamente a adição $9+59+60+70+89$ (notas obtidas pelo grupo A, sendo 9, 59 e 89 as maiores notas do intervalo colocado no gráfico e 60 e 70 as menores) e efetua incorretamente a adição $49+50+69+79+80$ (notas obtidas pelo grupo B, sendo 49, 69 e 79 as maiores notas do intervalo colocado no gráfico e 50 e 80 as menores). Efetua incorretamente a adição $2+1+5+3+1$ (número de alunos no grupo B, obtém 13) e efetua corretamente a adição $1+3+4+2+2$ (número de alunos no grupo A). Responde: “ <i>Porque no grupo B tem mais alunos que o grupo A.</i> ”
E091A	0	Responde: “ <i>Os alunos do grupo B foram melhores. Os do grupo A não podem reclamar.</i> ”
E101A	0	Responde: “ <i>Eles não tem escolha pois o grupo B foi melhor.</i> ”
E112A	0	Responde: “ <i>Eles poderiam se apoiar em estudar mais e seguir o exemplo do grupo B.</i> ”
E122A	9	Não apresenta registro algum
E132A	9	Não apresenta registro algum
E142A	0	Responde: “ <i>No número 3 e 4 na tabela.</i> ”
E152A	2	Responde: ”Porque o grupo A teve maior número de alunos acima da média 5,0.”
E162A	0	Responde: “Uma das maiores notas do grupo B foi de 60-69 com 5 alunos, já o grupo A

		teve mais notas de valor 80-89, 50-59, ou seja, o grupo teve em média as melhores notas”.
E172A	0	Responde: “ <i>trocando de grupo.</i> ”
E182A	0	Responde: “Não foram o melhor grupo porque o grupo A também teve suas notas altas no decorrer do período.”
E192A	9	Não apresenta registro algum.
E202A	0	Responde: “eu diria ao professor que mais alunos do grupo A tiraram notas de 80 à 89 e de 50 à 59, e por isso os alunos do grupo B não foram necessariamente melhores”.
E212A	0	Responde: “Na 1ª prova não há valores do grupo B apenas do A, tem algumas provas que os alunos do grupo A estão com mais notas que os alunos do grupo B.”
E222A	2	Responde: ”11 alunos do grupo A foram aprovados, enquanto só 10 do grupo B foram aprovados mesmo com a média 64,5. Ou seja, mais de 50% do grupo A foi aprovado.”

Prova	Código	Descrição – Questão 8.1 – APOIO AO PRESIDENTE
E011A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve jornal 4 e na frente 44,5%. Escreve “ <i>a pesquisa foi realizada no dia 20 de janeiro. Eles telefonaram a fim de votar, pois os outros jornais não indicava se eles estavam querendo votar</i> ”.
E021A	0	Responde incorretamente o Jornal 2: “ <i>pois iria ter mais votos, além de ser 500 pessoas, a maioria iria votar nele.</i> ”
E031A	0	Responde incorretamente o Jornal 3 e o Jornal 4: “ <i>pois a pesquisa deles foi realizada 20 de janeiro</i> ”.
E041A	0	Responde incorretamente o Jornal 2. Escreve: “ <i>porque ali vem mostrando candidatos que podem votar não pessoas que ligaram para o jornal 4 falando que iria votar nele entre esses podem estar pessoas que não votam</i> ”.
E051A	0	Responde incorretamente o Jornal 3 e o Jornal 4: ” <i>No 3º jornal os pesquisadores tinham realizado uma amostra em 20 de janeiro, 1000 cidadãos votaram para selecionar o presidente. E no 4º jornal também mostra que 44,5% descobriram que em 20 de janeiro com 1000 eleitores que telefonaram para votar para escolher o presidente</i> ”.
E061A	2	Responde corretamente o Jornal 3 A explicação baseia-se no fato da pesquisa ter sido realizada mais próxima da data da eleição o e ao maior número de pessoas com direito a voto.
E071A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “ <i>Os jornais têm pesquisa entre 500 pessoas, se saiu na frente em relação à porcentagem, não teria um bom apoio ao presidente, apesar de não ter saído na frente</i> ”. Logo a seguir escreve: “ <i>o jornal 4 apresenta uma pesquisa entre 1000 pessoas, portanto a porcentagem ficando maior, representa também um maior número de pessoas apoiando o presidente</i> ”.
E081A	2	Responde corretamente o jornal 3. A explicação baseia-se no fato da pesquisa ter sido realizada mais próxima da data da eleição, ao maior número de cidadãos e que os eleitores foram escolhidos ao acaso.
E091A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “ <i>pois os eleitores telefonaram para o jornal dando suas opiniões e os outros selecionaram as pessoas por acaso</i> ”.
E101A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “ <i>Pois deixaram a escolha da população querer participar ou não</i> ” e “ <i>E o que mais teve opinião dos eleitores</i> ”.
E112A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “Porque a porcentagem foi a maior 44.5% e se fosse no dia 25 de janeiro a eleição, o presidente iria ganhar com 1000 votos já ganhos”.
E122A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: ”Porque os eleitores telefonam para a redação que estão a fim de votar”.

E132A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “O jornal 4 pois são 44,5% e foi realizada em 20 de janeiro e as eleições aconteceriam em 25 de janeiro”.
E142A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “No jornal 4 o nível da pesquisa era mais alto que os outros”. “No jornal 4 já tinha 1000 eleitores do jornal que já iriam votar no presidente e os outros que não liam o jornal também poderiam votar no presidente”.
E152A	0	Responde incorretamente o jornal 4. Escreve: “Jornal 4, porque foram os eleitores que ligaram, então estavam com o voto decidido, os outros não, estavam esperando.”
E162A	0	Responde incorretamente o jornal 2. Escreve: “pois a pesquisa foi feita no dia 20 de janeiro com 500 cidadãos com direito a voto e teve uma das maiores porcentagens com menos números de pessoas”.
E172A	0	Responde incorretamente o Jornal 4. Escreve: “porque a porcentagem dele é maior”.
E182A	0	Responde corretamente o jornal 3 justificando, mas a justificativa não é adequada. Responde: “O jornal 3. Porque nessas pesquisas algumas estão alteradas, também existe o percentual de erro e nem quase todas as pessoas que foram entrevistadas iriam votar.”
E192A	9	Não apresenta registro algum.
E202A	2	Responde corretamente o jornal 3. Escreve: “porque este jornal ouviu mais pessoas nas ruas ao acaso”.
E212A	0	Responde incorretamente o jornal 4. Escreve: “por ser os votantes que ligam até a redação para votar e não aquela pressão dos jornalistas ligando em casa atrás dos votos. Pelo voto da pesquisa os outros tem 36,5%, 41,0%, 39% e a do Jornal 4 tem 44,5%”.
E222A	0	Responde incorretamente o jornal 3 e o jornal 4. Escreve: “O jornal 3 que pesquisou com 1000 cidadãos com direito a voto e o jornal 4, de eleitores que telefonaram para votar então supõe-se que esses cidadão já estavam com sua opinião formada”. Depois escreve: “A porcentagem do jornal 4 é a maior e está mais perto da data da eleição”.

Prova	Código	Descrição – Questão 9.1 – CAMINHANDO
E011A	0	Escreve $\frac{n}{P} =$ e na frente escreve $\frac{70}{70}$ e $\frac{1}{70}$, mas r иска. Efetua incorretamente a divisão 70:60 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão.
E021A	1	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Efetua corretamente a divisão 140:70 e indica incorretamente o resultado dessa divisão como resposta.
E031A	0	Efetua corretamente a adição 140+70 e corretamente a subtração 140-70, que não resolvem o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na subtração. Na resposta havia colocado: “o comprimento do passo de Heitor é de 210 ‘o comprimento’”, mas riscou 210 e colocou 70.
E041A	1	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n, $\frac{70}{P} = 140$). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Efetua corretamente a divisão 140:70 e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. (Efetua corretamente a multiplicação 70x2 e a divisão 140:2.)
E051A	0	Efetua incorretamente a divisão 140:70 que não resolve o problema. Justifica: “eu peguei

		<i>70 passos que Heitor tinha dado por minuto e dividi para ver quantos comprimento ele tinha dado e ele comprimentou 20 passos.”</i>
E061A	0	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui incorretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, faz $\frac{70}{p} = \frac{x2}{140}$. Efetua corretamente a divisão 140:70 e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão.</p>
E071A	2	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a corretamente. Efetua corretamente a divisão de 70 por 140. Responde corretamente 0,5 m como resposta.</p>
E081A	0	$\frac{70}{140}$ <p>Escreve $\frac{70}{140}$, mas não efetua a divisão. Efetua corretamente a divisão 140:70 e a multiplicação 70×2 que não resolvem o problema. Indica incorretamente 2cm como resposta.</p>
E091A	1	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Efetua corretamente a divisão 14:7, pois riscou o zero de 140 e de 70, e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão</p>
E101A	0	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui incorretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$, faz $\frac{n}{p} = \frac{70}{140}$. Efetua incorretamente a divisão 140:70. Efetua incorretamente a divisão 700:140. Indica a divisão 800:140, mas não realiza os cálculos. Escreve $\frac{70}{140} = 2m$. Efetua corretamente multiplicações: 140×2, 140×3, 140×4, 140×5, 140, 6, 140×7, 140×8. Não responde a questão.</p>
E112A	0	Escreve $n=70$ passos por minutos e $P=70$ centímetros. Não apresenta cálculo algum. Não indica e nem responde.
E122A	2	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a corretamente. Efetua corretamente a divisão 70:140. Efetua corretamente as multiplicações 140×4, 140×5 e 140×6. Escreve $p=0,50m$. (As multiplicações foram realizadas para auxiliar na divisão de 70 por 140.)</p>
E132A	1	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P=140.70$ e $P=$. Efetua corretamente a multiplicação 140×70 e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.</p>
E142A	0	$\frac{N}{P} = \frac{140}{P}$ <p>Escreve $\frac{N}{P} = \frac{140}{P}$ e $\frac{70}{?} = 140$. Não apresenta cálculo algum. Não indica e nem responde.</p>
E152A	1	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Efetua corretamente a divisão 140:70 e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão</p>
E162A	1	$\frac{n}{P} = 140$ <p>Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P=140.70$. Efetua corretamente a multiplicação 140×70 e indica incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.</p>

E172A	0	Escreve N=70, P=? e 70/P. Não apresenta cálculo algum. Não indica e nem responde.
E182A	1	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Escreve 140P=70 e $P = \frac{70}{140}$, mas r искает tudo o que fez. Efetua corretamente a divisão 140:70. Escreve $140P = \frac{70}{140}$. Efetua incorretamente a divisão 700:140. Obtém 0,5. Indica P=0,5 m. Efetua incorretamente a divisão 700:140 e a multiplicação 100x0,5.
E192A	2	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a corretamente e resolve corretamente. Escreve P=0,5 metros como resposta. Havia escrito $P = \frac{140}{70}$ e P=2, mas riscou e colocou isto entre parênteses.
E202A	1	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a incorretamente escrevendo $P = \frac{140}{70}$. Efetua corretamente a divisão 140:70=2 e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. Escreve “eu sei um pouco de regra de 3”.
E212A	1	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Efetua corretamente a subtração 140-70 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na subtração.
E222A	2	Substitui corretamente 70 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de n). Manipula-a corretamente e resolve corretamente. Escreve P=0,5. Efetua incorretamente a divisão 700:140.

Prova	Código	Descrição – Questão 9.2 – CAMINHANDO
E011A	0	Efetua incorretamente a divisão 0,80:60 e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado dessa divisão. Efetua incorretamente a multiplicação 0,80x3,6 (obtém 28,80). Efetua incorretamente a divisão 28,80:1000 e responde incorretamente a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido nessa divisão.
E021A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 0,80x3,6 e responde incorretamente a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido. Não responde a velocidade em metros/minuto (não apresenta cálculo para esta parte).
E031A	0	Escreve 0,80m:70, mas não efetua a divisão. Efetua incorretamente a subtração 0,80-70 (0,80 é dado da questão 9.2 e 70 da questão 9.1) e responde incorretamente com o resultado obtido nessa subtração (responde 10 minutos).
E041A	0	Efetua incorretamente a divisão 0,80:3,6. Efetua incorretamente a divisão 200:3,6. Escreve v=velocidade=20km/h. Escreve v=20km/h e logo abaixo 5m/s.
E051A	0	Efetua incorretamente a divisão 0,80:3,6 e responde a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido justificando: “eu peguei 0,80 que ele tinha dado e dividi por 3,6 quilômetros para saber qual a velocidade ele tinha caminhado 2,7km/h”. Não responde a velocidade em metros/minuto (não apresenta cálculo para esta parte).

E061A	0	Escreve $\frac{n}{0,80} =$ (substituiu 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ no lugar de P). Efetua incorretamente a divisão $140 : 0,8$. Só apresenta o algoritmo, não responde e nem indica a resposta.
E071A	1	Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua corretamente a multiplicação $140 \times 0,80$. Escreve $n=112$ passos por min. Escreve $V=?$, $v = \frac{\Delta S}{\Delta T}$ e $v = \frac{0,80}{112}$. Arma a divisão $0,80:112$, mas efetua a divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E081A	0	Efetua incorretamente a multiplicação $0,80 \times 3,6$ e responde incorretamente a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido nesta multiplicação. Efetua incorretamente a divisão $0,80:3,6$ e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado obtido nesta divisão.
E091A	1	Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua corretamente a multiplicação $140 \times 0,80$. Escreve $n=140 \times 0,80 = 112$. Inicia a divisão $140:112$, mas não termina a divisão e riscou o algoritmo. Escreve “não sei fazer”.
E101A	0	Escreve $\frac{n}{P} = \frac{n}{0,80} = \frac{2}{0,80}$, mas riscou. Escreve $v = \frac{n}{P}$ e $v = \frac{2}{0,80}$ (2 é resultado que o aluno obteve na questão 9.1, que para o aluno é o comprimento do passo de Heitor). Efetua corretamente a divisão $2:0,8$ e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado obtido nessa divisão. Efetua corretamente a multiplicação $2,5 \times 3,6$ e responde incorretamente a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido nesta multiplicação.
E111A	0	Escreve $P=0,80m$ (retirou o dado do enunciado da questão) Efetua corretamente a multiplicação $0,80 \times 60$ (obtém 48,00) e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado obtido nesta multiplicação. Efetua corretamente a multiplicação 48×60 e responde incorretamente a velocidade em quilômetros/hora com o resultado obtido nesta multiplicação. (o aluno escreve passos por minutos e passos por horas quilômetros)
E122A	0	Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua incorretamente a multiplicação $140 \times 0,80$. Escreve $n_1=11200$, $n=1120m$ e $n=1k$. Não indica a resposta e nem responde.
E132A	9	Não apresenta registro algum
E142A	0	Escreve $\frac{n}{P}$ e $0,80$. Não responde e nem indica a resposta.
E152A	0	Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Escreve $\frac{n}{0,80} = \frac{140}{1} = n = 140 : 0,80$, mas não efetua a divisão. Efetua incorretamente a multiplicação $140 \times 0,80$. Riscou essa multiplicação. Não responde e nem indica a resposta.
E162A	0	Escreve $P=0,80m$, $Km=0,80 \times 1000$ e efetua corretamente esta multiplicação, e escreve $km=800$.
E172A	9	Não apresenta registro algum
E182A	9	Escreve $P=0,80m$ e $\Delta V = $ velocidade m/m, embaixo de m/m, km/h. Escreve $0,80 \times 36,4 = e$

		0,80:36,4=. Não efetua nenhuma dessas operações. Não responde e nem indica a resposta.
E192A	0	Escreve P=0,80m. Não apresenta cálculo algum. Não responde e nem indica a resposta.
E202A	0	Escreve $\frac{N}{P} = 140$ e $\frac{V}{P} = 140$. Substitui 0,80 na fórmula $\frac{V}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua incorretamente a multiplicação $140 \times 0,80$ e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado obtido nesta multiplicação justificando: "eu alterei a unidade n (número de passos por minuto) por V(velocidade), mas não consegui transformar em quilômetros por hora".
E212A	0	Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua corretamente a subtração $140-80$ e responde incorretamente a velocidade em metros/minuto com o resultado obtido na subtração. Não responde a velocidade em quilômetros/hora (não apresenta cálculo para esta parte).
E222A	1	Escreve $\frac{n}{P} = 140$ e $P=0,80$ (retirou os dados do enunciado) Substitui corretamente 0,80 na fórmula $\frac{n}{P} = 140$ (no lugar de P). Efetua corretamente a multiplicação $140 \times 0,80$. Efetua corretamente a divisão $112:60$ e indica incorretamente $n=112,00:60=1,86\text{m/min}$ como resposta. Efetua incorretamente a divisão $8000: 60$ e indica incorretamente $n=800:60 = 1,22\text{ km/h}$ como resposta.

Prova	Código	Descrição – Questão 10.1 – CRESCENDO
E011A	0	Responde incorretamente 170,6 cm. Não apresenta cálculo algum.
E021A	2	Efetua corretamente a subtração $170,6-2,3$. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E031A	0	Efetua corretamente a adição $170+2,3$ que não resolve o problema. Responde incorretamente com o resultado obtido nesta adição.
E041A	0	Efetua corretamente a subtração $1998-1980$ que não resolve o problema. Não responde e nem indica a resposta.
E051A	0	Efetua corretamente a subtração $2006-1980$ que não resolve o problema, risca o algoritmo. Responde incorretamente com outro número que não é o resultado da subtração $2006-1980$ (respondeu 170 centímetros).
E061A	2	Efetua corretamente a subtração $170,6-2,3$. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E071A	2	Efetua corretamente a subtração $170,6-2,3$. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E081A	0	Efetua incorretamente a multiplicação $18 \times 2,3$. Escreve que em 1980 aumentou 2,3 cm. Escreve que em 1980 as mulheres tinham 1,50 de altura.
E091A	2	Efetua corretamente a subtração $170,6-2,3$. Só apresenta a subtração. Na frente do resultado desta subtração escreve cm.
E101A	1	Efetua incorretamente a subtração $171-2,3$. Responde incorretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E111A	2	Responde corretamente 168,3 cm. Não apresenta cálculo algum.
E122A	2	Efetua corretamente a subtração $170,6-2,3$. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.

E132A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E142A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E152A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E162A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Só apresenta a subtração. Na frente do resultado desta subtração escreve cm.
E172A	0	Responde incorretamente 1,80. Não apresenta cálculo algum.
E182A	0	Multiplica incorretamente 170,6x100. Obtém 170,600. Riscal o algoritmo. Multiplica incorretamente 170 por 100. Obtém 1,7000. Responde incorretamente com outro valor que não foi obtido nas operações realizadas(1,72m). Escreve uma justificativa para essa resposta: "Reduzi as informações aproximadas e cheguei nesse resultado".
E192A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E202A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E212A	2	Efetua corretamente a subtração 170,6-2,3. Responde corretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E222A	0	Responde incorretamente 170,6 cm. Não apresenta cálculo algum.

Prova	Código	Descrição – Questão 10.2 – CRESCENDO
E011A	2	Responde “entre 11 a 12 anos”.
E021A	2	Responde: “Dos 11 anos aos 13 anos.”
E031A	0	Responde: “No período de 23 anos de idade”.
E041A	1	Responde: “durante os 11 anos as meninas são maiores que os meninos”.
E051A	0	Responde: “No gráfico nenhuma porque as mulheres eram mais baixas do que os homens e a minha idade se comparar com algumas meninas ela pode ser maior do que eu”.
E061A	1	Responde: “Entre os 12 e 13 anos de idade.”
E071A	2	Responde entre os 11,12,13 anos de idade. O número 13 está riscado com um x.
E081A	1	Responde: “Entre seus 12 e 13 anos”.
E091A	1	Responde: “aos 12 e 13 anos.”
E101A	2	Responde: “Dos 11 anos aos 13 anos.”
E111A	1	Responde: “Aos doze anos”.
E122A	0	Responde incorretamente 1998.
E132A	0	Responde: “A partir dos 12 anos.”
E142A	2	Responde: “Dos 11 anos aos 13 anos.”
E152A	1	Responde com 12 anos.
E162A	1	Responde: “Mais ou menos dos 11 aos 12 anos e meio de idade.”
E172A	1	Responde: “Aos doze anos”.
E182A	2	Responde: “As meninas são mais altas durante os 11 anos aos 13 anos.”
E192A	2	Responde: “Entre 11 anos até aos 13 anos de idade.”
E202A	2	Responde: “Dos 11 aos 13 anos.”
E221A	1	Responde: “12 anos”.
E222A	1	Responde: “Entre os 12 e 13.”

Prova	Código	Descrição – Questão 10.3 – CRESCENDO
E011A	0	Responde que nessa idade os meninos começam a crescer mais.
E021A	0	Responde: “Porque a linha aparece abaixo da linha que representa o sexo masculino, determinando que o sexo feminino cresce lentamente depois dos 12 anos”.
E031A	0	Responde porque as meninas são mais novas que os meninos.
E041A	0	Responde “Sim depois dos 12 anos as meninas demoram para crescer e os meninos são mais rápidos”.
E051A	0	Responde: “Porque as meninas são mais lentas do que os homens no crescimento. Porque os homens já são mais desenvolvidos e tem mais hormônios do que as meninas”.
E061A	0	Responde: “Pois a altura das meninas após os 12 anos até os 20 anos subiu de 160 para um pouco mais de 170, já os meninos de 160 para quase 190 cm”.
E071A	0	Responde: “Pois a linha pontilhada, que representa as meninas, até os 12 anos se mantém junto com a linha que representa os meninos, mas a partir daí, a linha ‘feminina’ deixa de acompanhar a linha ‘masculina’, ficando bastante abaixo.”
E081A	0	Responde: “Podemos ver que a linha das meninas fica em baixo da dos homens, por isso concluímos isso”.
E091A	0	Responde: “As meninas depois dos 12 anos ficam mocinhas diminuindo o seu crescimento”.
E101A	0	Responde: “Pois os meninos continuam se desenvolvendo e as meninas não, talvez por causa dos hormônios”.
E111A	0	Responde: “Porque as meninas se formam mais rápidas que os meninos, por isso elas demoram um pouco mais para crescer”.
E122A	9	Não apresenta registro algum.
E132A	0	Responde: “Porque a partir de 98 os jovens que estão crescendo mais, por isso as meninas não estão crescendo como antes”.
E142A	0	Responde: ”No gráfico após os 12 anos a altura dos meninos começa a cair e a dos meninos a subir”.
E152A	0	Responde: “média dos jovens do sexo mas. é mais alto”.
E162A	0	Responde: “Pela idade das meninas que tem até um certo tempo de crescimento”.
E172A	0	Responde: ”Porque elas se desenvolvem mais rápido”.
E182A	0	Responde: ”Usando a altura média de 1998, na Holanda”.
E192A	0	Responde: “Porque elas crescem menos do que os meninos”.
E202A	0	Responde: “Porque os meninos crescem mais rápido durante os 12 aos 20 anos”.
E212A	2	Responde: “Porque o desenho do gráfico está mais estável para as meninas enquanto os meninos subiam na escala, os meninos permaneciam na mesma reta (170,6)”.
E222A	2	Responde: “Está traçado com linhas pontilhadas que não sobem como a linha dos meninos”.

Prova	Código	Descrição - Questão 11.1 - Assaltos
E011A	0	Responde não justificando: “Não. Por que aumentou gravemente e o índice de 1998 era de 508 mas em 1999 aumentou para 116”.
E021A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: ”Sim. Porque o gráfico mostra que teve um aumento grande de assaltos de 1998 a 1999”.
E031A	0	Responde: “Quando ele mostra a diferença de assaltos. Que 1998 era poucos assaltos, para 1999 aumentou ainda mais número de assaltos”.
E041A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: ”Sim. Porque entre 1998 e 1999 cresceu de 505 para 515 o número de assaltos”.

E051A	1	Responde não justificando : “se for comparar com o gráfico ele não consegue dizer o mais certo o tanto de números de assaltos que está ocorrendo por ano”.
E061A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: “Sim, pois o número de assaltos realmente aumentou”.
E071A	2	Responde não justificando que a quantidade de assaltos aumentou, mas não faz uma comparação com o total: “Não. Pois o número de assaltos aumentou de 508 para 516, ou seja, aumentou somente 8 assaltos, então o repórter não faz uma interpretação razoável, ele faz uma interpretação pelo tamanho das barras que indicam o aumento”.
E081A	0	Responde sim justificando: “podemos ver que subiu, não sei se foi muito de 517 para 507, 10% + ou -, subiu um pouco. Acho que já é preocupante”. (Efetua corretamente a subtração 515-510.)
E091A	1	Responde não, justificando em termos de aumento percentual. No entanto, a percentagem está errada: “Não, pois o índice de assalto subiu um 10% mais ou menos”.
E101A	1	Responde não justificando: ”Não. ele só disse o que viu no gráfico”.
E112A	0	Responde sim justificando: “Sim. Porque se todo ano esse aumento continuar estamos perdido. O aumento é grande sim porque aumentou 9 roubos a mais de um ano para outro”.
E122A	0	Responde sim mencionando que o número de assaltos quase dobrou: “Sim. Porque os assaltos de 1999 foram quase que o dobro de 1998”.
E132A	0	Responde: “Não é bem exatamente esse o número de assaltos, mas chega a mais ou menos isso. Porque o nível de assaltos realmente vem subindo nos últimos anos e isso vem diminuindo nossa segurança, pois não podemos sair de casa, por muito tempo sem deixar alguém tomando conta. Isso faz com que fiquemos trancados em casa”.
E142A	1	Responde sim e justifica que o repórter não especificou o número certo de assaltos: “Sim. O repórter não especificou o número certo de assaltos”.
E152A	0	Responde sim justificando que não houve aumento: ”Sim, pois não houve um grande aumento”.
E162A	1	Responde não justificando que a quantidade de assaltos aumentou, mas não faz uma comparação com o total: ”Não, pois pelo gráfico o aumento foi de mais ou menos 8 assaltos. Eu acho que não houve um ‘grande aumento’, mas sim um pequeno aumento”.
E172A	0	Responde: ”Mais ou menos porque ele aumentou muito”.
E182A	0	Responde sim: ”Sim. Porque ele relata brevemente o que está no gráfico”.
E192A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: ”Sim. Que em 1998 houve um pouco menos de 510 assaltos já em 1999 houve um aumento de quase 10 assaltos a mais”.
E202A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: ”Sim porque o número de assalto de 98 era abaixo de 510 e em 99 já passava de 515”.
E212A	0	Responde: ”Em um ano aumentou o dobro de assaltos, então tirando pelo gráfico dá para perceber que o gráfico não mentiu quando disse que houve um grande aumento porque houve mesmo um grande aumento nos assaltos em um ano”.
E222A	0	Responde sim justificando que houve aumento no número de assaltos: ”Sim, o gráfico mostra o aumentando de assaltos que só vem aumentando conforme os anos”.

Prova	Código	Descrição – Questão 12.1 – EXPORTAÇÕES
E011A	2	Responde corretamente 27,1.
E021A	0	Efetua corretamente a multiplicação $27,1 \times 27,1$ e responde incorretamente com o resultado obtido nesta multiplicação.
E031A	0	Responde incorretamente 2 milhões de zeds.

E041A	2	Responde corretamente 27,1.
E051A	2	Responde corretamente 27,1.
E061A	2	Responde corretamente 27,1.
E071A	2	Responde corretamente 27,1.
E081A	2	Responde corretamente 27,1.
E091A	2	Responde corretamente 27,1.
E101A	2	Responde corretamente 27,1.
E112A	2	Responde corretamente 27,1.
E122A	2	Responde corretamente 27,1.
E132A	9	Não apresenta registro algum.
E142A	2	Responde corretamente 27,1.
E152A	2	Responde corretamente 27,1.
E162A	2	Responde corretamente 27,1.
E172A	2	Responde corretamente 27,1.
E182A	2	Responde corretamente 27,1.
E192A	2	Responde corretamente 27,1.
E202A	2	Responde corretamente 27,1.
E212A	2	Responde corretamente 27,1.
E222A	2	Responde corretamente 27,1.

Prova	Código	Descrição – Questão 12.2 – EXPORTAÇÕES
E011A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E021A	0	Efetua corretamente a adição 9+9 e responde incorretamente com o resultado obtido nesta adição.
E031A	0	Efetua corretamente a subtração 42,6-9 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E041A	0	Efetua corretamente a divisão 42,6:9 que não resolve o problema e responde incorretamente 9%. (Efetua corretamente multiplicações para auxiliar na divisão: 90x4, 90x6, 90x5, 90x7)
E051A	0	Responde incorretamente 42,6 milhões. Não apresenta cálculo algum.
E061A	1	Efetua incorretamente a divisão 42,6:10,0. Efetua incorretamente a multiplicação 0,4206x9. Responde incorretamente com o resultado obtido nesta multiplicação.
E071A	0	Escreve 42,6-9%. Efetua corretamente a multiplicação 42,6x9. Efetua corretamente a subtração 42,6-38,0. Responde incorretamente com o resultado obtido nesta subtração.
E081A	0	Responde incorretamente 9 milhões. Não apresenta cálculo algum.
E091A	2	Monta uma regra de três corretamente relacionando 42,6 com 100% e 9% com a incógnita. Obtém $x = \frac{383,4}{100}$. Efetua incorretamente a divisão 383,4:1000. Responde corretamente com o resultado obtido nesta divisão.
E101A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E112A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E122A	0	Responde incorretamente 42,6 milhões. Não apresenta cálculo algum.
E132A	9	Não apresenta registro algum.
E142A	0	Responde incorretamente 9% da exportação. Não apresenta cálculo algum.
E152A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E162A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.

E172A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E182A	0	Responde incorretamente 9% de exportação de suco de frutas. Não apresenta cálculo algum.
E192A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E202A	0	Efetua incorretamente a multiplicação $42,6 \times 9$. Risca o algoritmo. Responde incorretamente 9%..
E212A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.
E222A	0	Responde incorretamente 9%. Não apresenta cálculo algum.

Prova	Código	Descrição – Questão 13.1 – TORNEIO DE TÊNIS DE MESA
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Dirceu e Beto-Dirceu. 3ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu.
E031A	0	Responde corretamente na 2ª rodada Dirceu-Tiago e Beto-Rui, mas responde incorretamente na 3ª rodada Tiago-Beto e Rui-Tiago (repete Tiago na terceira rodada)
E041A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Dirceu-Rui e 3ª rodada: Rui-Beto e Dirceu-Tiago.
E051A	0	Responde corretamente na 2ª rodada Tiago-Beto e Rui-Dirceu, mas responde incorretamente na 3ª rodada Dirceu-Rui e Tiago-Dirceu (repete Dirceu na terceira rodada)
E061A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3ª rodada: Beto-Rui e Dirceu-Tiago.
E071A	0	Responde na 2ª rodada: Tiago-Beto e Beto-Rui (repete Beto) e na 3ª rodada: Tiago- Dirceu e Rui-Dirceu (repete Dirceu)
E081A	0	Responde na 2ª rodada: Rui-Beto e Rui-Dirceu (repete Rui) e na 3ª rodada: Tiago-Dirceu e Tiago-Beto (repete Tiago)
E091A	0	Responde corretamente na 2ª rodada: Rui-Dirceu e Tiago- Beto, mas na 3ª rodada repete um jogo que foi realizado na 1ª rodada: Beto-Dirceu e Rui-Tiago (repete Rui-Tiago).
E101A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu e 3ª rodada: Rui-Beto e Tiago-Dirceu.
E112A	0	Responde na 2ª rodada: Tiago-Beto e Dirceu-Tiago (repete Tiago) e na 3ª rodada: Beto-Rui e Beto-Rui (repete o mesmo jogo)
E122A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu e 3ª rodada: Tiago- Dirceu e Rui-Beto.
E132A	0	Responde corretamente na 2ª rodada: Rui-Beto e Tiago-Dirceu, mas na 3ª rodada repete um jogo que foi realizado na 1ª rodada: Dirceu -Beto e Rui-Tiago (repete Dirceu -Beto).
E142A	0	Responde na 2ª rodada: Rui-Beto e Tiago-Beto (repete Beto) e na 3ª rodada: Tiago-Dirceu e Dirceu-Rui (repete Dirceu)
E152A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3ª rodada: Tiago-Dirceu e Beto-Rui.
E162A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3ª rodada: Rui-Beto e Tiago-Dirceu.
E172A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Tiago-Dirceu. 3ª rodada: Dirceu-Rui e Rui-Beto.
E182A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3ª rodada: Rui-Beto e Tiago-Dirceu.
E192A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Dirceu e Beto-Rui. 3ª rodada: Tiago-Beto e Dirceu-Rui.
E202A	2	Responde corretamente. 2ª rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3ª rodada: Tiago-Dirceu e Beto-Rui.
E212A	0	Responde corretamente na 2ª rodada: Tiago- Beto e Rui-Dirceu, mas na 3ª rodada repete os jogos realizados na 2ª.

E222A	2	Responde corretamente. 2 ^a rodada: Tiago-Beto e Rui-Dirceu. 3 ^a rodada: Tiago-Dirceu e Beto-Rui.
-------	---	--

Prova	Código	Descrição – Questão 13.2 – TORNEIO DE TÊNIS DE MESA
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	0	Efetua corretamente a divisão 6:2. Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 9 partidas e incorretamente 3 rodadas.
E031A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 6 partidas e incorretamente 3 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E041A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 2 partidas e incorretamente 3 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E051A	0	Responde incorretamente 6 mesas, incorretamente 5 partidas e incorretamente 7 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E061A	0	Faz esquemas para encontrar o número de partidas. Num primeiro esquema relaciona 1 com 2, 3 com 4, 5 com 6, 1 com 3, 2 com 4, sendo que 1,2,3,4,5 e 6 estão representando as pessoas que vão disputar as partidas. Riscalha esse esquema. Num segundo esquema relaciona 1 com 4 e 1 com 6, 2 com 5, 3 com 4 e 3 com 6. Num terceiro esquema relaciona 1 com 3, 1 com 4 e 1 com 6, 2 com 4 e 2 com 5, 3 com 5 e 3 com 6, 4 com 6. Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 10 partidas e incorretamente 4 rodadas.
E071A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 12 partidas e incorretamente 12 rodadas. Não apresenta cálculo algum
E081A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 6 partidas e incorretamente 9 rodadas.
E091A	0	Responde incorretamente 6 mesas, incorretamente 36 partidas e incorretamente 6 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E101A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 18 partidas e incorretamente 6 rodadas. Havia escrito 18 rodadas, mas riscou. Não apresenta cálculo algum.
E112A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 3 partidas e incorretamente 3 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E122A	0	Responde incorretamente 6 mesas, incorretamente 12 partidas e incorretamente 24 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E132A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 6 partidas e incorretamente 12 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E142A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 8 partidas e incorretamente 4 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E152A	2	Faz esquema relacionando números de 1 a 6 que representam as pessoas que participam do treino para encontrar o número de partidas e o número de rodadas. Responde corretamente 3 mesas, corretamente 15 partidas e corretamente 5 rodadas.
E162A	0	Faz um esquema relacionando letras de A a F que representam as pessoas que participam do treino para encontrar o número de partidas e número de rodadas. Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 18 partidas e incorretamente 6 rodadas.
E172A	0	Responde incorretamente 2 mesas, incorretamente 6 partidas e incorretamente 3 rodadas. Havia escrito 6 rodadas, mas riscou. Não apresenta cálculo algum.
E182A	0	Faz um esquema relacionando números de 1 a 6 que representam as pessoas que participam do treino para encontrar o número e partidas. Efetua corretamente a multiplicação 6x3 e corretamente a multiplicação 6x6. Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 3 partidas e incorretamente 18 rodadas.
E192A	2	Responde corretamente 3 mesas, corretamente 15 partidas e corretamente 5 rodadas. Não

		apresenta cálculo algum.
E202A	0	Responde corretamente 3 mesas, 18 partidas e 18 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E212A	0	Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 3 partidas e incorretamente 6 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E222A	0	Faz um esquema relacionando os números de 1 a 6 (que representam as pessoas que participa do treino) com a letra H (que representa Hélio) para encontrar o número de rodadas. Responde corretamente 3 mesas, incorretamente 30 partidas e incorretamente 6 rodadas.

Prova	Código	Descrição – Questão 13.3 – TORNEIO DE TÊNIS DE MESA
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	0	Efetua corretamente a divisão 16:2 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão.
E031A	0	Efetua corretamente a subtração 16-4. Só apresenta o algoritmo. Não indica a resposta e nem responde.
E041A	0	Responde incorretamente no mínimo 2 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E051A	0	Responde incorretamente no mínimo 10 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E061A	0	Responde incorretamente no mínimo 10 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E071A	0	Efetua corretamente a multiplicação 16x2 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa operação.
E081A	0	Escreve 17 pessoas (na questão são 16) e que vai faltar uma pessoa. Efetua corretamente a divisão 17:2 e escreve 8 mesas. Efetua corretamente as multiplicações 17x2 e 8x2 que não resolvem o problema e responde incorretamente com o resultado obtido em 8x2.
E091A	0	Escreve 16 pessoas e 8 rodadas. Não apresenta cálculo algum
E101A	0	Efetua corretamente a multiplicação 16x16 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa operação.
E112A	0	Efetua corretamente a divisão 16:2 e responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão.
E122A	0	Responde incorretamente 32 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E132A	0	Faz um esquema relacionando números de 1 a 12 (quantidade de rodadas dada como resposta na questão 13.2) para encontrar o número de rodadas. Nesse esquema na primeira linha relaciona 1 com 2, 3 com 4, 5 com 6, 7 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na segunda linha, faz a mesma relação só que inicia em 2 com 1. Na terceira linha, relaciona 3 com 1, 2 com 4, 5 com 6, 7 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na quarta linha, relaciona 4 com 1, 2 com 3, 5 com 6, 7 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na quinta linha, relaciona 5 com 1, 2 com 3, 4 com 6, 7 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na sexta linha, 6 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 7 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na sétima linha relaciona 7 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 8, 9 com 10, 11 com 12. Na oitava linha, 8 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 7, 8 com 10, 11 com 12. Na nona linha, 9 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 7, 8 com 10, 11 com 12. Na décima linha, relaciona 10 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 7, 8 com 9, 11 com 12. Na penúltima linha, relaciona, 11 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 7, 8 com 9, 10 com 12. Na última linha, 12 com 1, 2 com 3, 4 com 5, 6 com 7, 8 com 9, 10 com 11. Efetua corretamente a multiplicação 12x6 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa operação.
E142A	0	Responde incorretamente 8 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E152A	2	Responde corretamente 15 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E162A	0	Faz um esquema relacionando letras de A a Q que representam as pessoas que participam

		do treino para encontrar o número de rodadas. Responde incorretamente 6 rodadas.
E172A	0	Responde incorretamente 6 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E182A	0.	Faz esquema relacionando números de 1 a 16 que representam as pessoas que participam do treino para encontrar o número de rodadas. Responde incorretamente 8 rodadas.
E192A	0	Escreve 8 mesas. Efetua corretamente a multiplicação 15×8 . Não responde e nem indica o número de rodadas.
E202A	0	Efetua corretamente a adição $16+16+16$ e a multiplicação 48×3 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E212A	0	Responde incorretamente 16 rodadas. Não apresenta cálculo algum.
E222A	0	Efetua corretamente a multiplicação 15×16 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação (240 rodadas).

Prova	Código	Descrição – Questão 14.1 – VÔO ESPACIAL
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	0	Escreve que não conseguiu resolver. Não apresenta cálculo algum.
E031A	0	Efetua incorretamente a subtração $86500-680$, (dados fornecidos pelo enunciado da questão) que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa subtração.
E041A	0	Efetua corretamente a subtração $86500-680$ e incorretamente a divisão $680:30$, que não resolvem o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa subtração. Efetua incorretamente a multiplicação 30×3 . Obtém 60)
E051A	0	Responde que o astronauta voou 685 dias em volta da Terra. Não apresenta cálculo algum.
E061A	2	Efetua corretamente a multiplicação 365×2 , para saber quantos dias há em dois anos. Efetua corretamente a divisão $86500:15$, para saber quantas voltas a Mir deu por ano. Obtém 5766 deixando resto. Efetua corretamente a multiplicação 5766×2 e responde corretamente com o resultado obtido nesta operação (responde aproximadamente 11532 vezes).
E071A	0	Efetua corretamente a divisão $86500:15$, para saber quantas voltas a Mir deu por ano (Obtém 5766,666 deixando resto). Efetua incorretamente a divisão de $680:365$, para saber quantos anos corresponde 680 dias (Obtém 1,8666). Responde incorretamente com o resultado obtido nessa divisão (aproximadamente 1 volta). Efetua multiplicações, corretamente: 15×5 , 15×6 , 15×7 , 15×9 , 365×2 , 365×8 , 365×9 e 365×7 ,e incorretamente: 365×6 .
E081A	0	Monta o algoritmo da divisão $680:15$, que não resolve o problema, não efetua a divisão. Responde incorretamente 12 mil voltas (escreve 12:00 mil voltas, e na frente escreve 2 anos) (havia escrito + de 20 vezes, mas riscou. Efetuou corretamente a subtração $15-2$).
E091A	0	Efetua incorretamente a divisão $85600:680$, ou seja, divide a quantidade de voltas pela quantidade de dias que o astronauta permaneceu na Mir, que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa operação.
E101A	0	Efetua corretamente a divisão $86500:15$ para saber quantas voltas a Mir deu por ano. Responde incorretamente com um valor que não foi obtido na divisão: "ele voou 1 vez só". Efetua corretamente as multiplicações: 15×5 , 15×6 , 15×7 , 15×8 .
E111A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 365×15 e efetua incorretamente a divisão $86500:680$. Responde incorretamente com o resultado obtido na divisão (responde aproximadamente 126 voltas). Efetua corretamente as multiplicações 680×2 , 680×4 , 680×7 , 680×6 para auxiliar na divisão de 86500 por 680.
E122A	0	Efetua corretamente a multiplicação 365×15 e efetua corretamente a divisão $86500:680$.

		Responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. Efetua corretamente as multiplicações 680×2 , 680×3 , 680×5 , 680×6 , 680×7 , 680×8 .
E132A	0	Monta o algoritmo da divisão $86500:680$, não efetua a divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E142A	0	Efetua incorretamente as multiplicações 680×15 e 68×90 . Efetua corretamente as multiplicações 680×80 , 680×62 , 680×64 , 680×66 e 680×67 . Responde incorretamente 67 vezes.
E152A	0	Efetua corretamente a divisão $85500:15$ e responde incorretamente com outro valor que não foi obtido na divisão (responde 10.vezes)
E162A	0	Efetua corretamente as multiplicação 680×2 , 12×4 , 12×5 , 12×3 , 15×30 . Efetua corretamente a divisão $680:12$. Efetua incorretamente a adição $1360+680$ e responde incorretamente com o resultado obtido na adição. Inicia a divisão $450:12$, mas não a termina.
E172A	0	Responde incorretamente 86500. Não apresenta cálculo algum.
E182A	0	Efetua incorretamente a divisão $86500:680$ e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. Efetua corretamente as multiplicações 680×2 e 680×8 .
E192A	0	Efetua corretamente a multiplicação 365×15 . Obtém 5475. Efetua corretamente a divisão $86500:5475$. Efetua corretamente as multiplicações 5475×5 , 5475×2 , 5475×3 , Efetua incorretamente a multiplicação 5475×9 . Efetua corretamente as adições 16425×5475 (16425 é o resultado da multiplicação 5475×3), $21900+5475$ (21900 é resultado da adição anterior), $27375+5475$ (27375 é resultado da adição anterior), $32850+5475$ (32850 é resultado da adição $27375+5475$), $38325+5475$ (38325 é resultado da adição $32850+5475$). Não responde e nem indica a resposta.
E202A	0	Responde incorretamente 20 mil. Não apresenta cálculo algum.
E212A	0	Monta o algoritmo da divisão $86500:680$ (dados fornecidos pelo enunciado da questão) que não resolve o problema, não efetua a divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E222A	2	Efetua corretamente a multiplicação 365×15 . Efetua corretamente a multiplicação $680:365$. Efetua corretamente a adição $365+365$. Efetua corretamente a subtração $730-680$ (730 é resultado da adição $365+365$). Efetua corretamente a divisão $86500:15$. Obtém 5766 deixando resto. Efetua a multiplicação 5766×10 . Risca o zero do resultado. Efetua corretamente a multiplicação 5766×2 e responde corretamente com o resultado obtido na multiplicação 5766×2 . Responde aproximadamente 11532 voltas. Efetua corretamente as multiplicações 365×7 , 365×9 , e incorretamente a multiplicação 365×8 .

Prova	Código	Descrição – Questão 14.2 – VÔO ESPACIAL
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	0	Efetua corretamente a divisão $143000:100$ (Obtém 1430. No resultado 1430 risca o zero). Efetua corretamente a multiplicação 1500×1430 . Efetua corretamente a multiplicação 1500×143 , mas erra no resultado final. Efetua incorretamente a multiplicação 143×80 . (Obtém 114400). Efetua corretamente a subtração $143000-114400$. Responde incorretamente com o resultado obtido nessa subtração.
E031A	0	Efetua corretamente a subtração $143000-1500$ que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa subtração.
E041A	0	Monta incompletamente e incorretamente uma regra de três, relacionando 1500 com 80% e não relacionando 143000 com a incógnita (não escreve a incógnita). Efetua incorretamente

		a multiplicação 143000x80 (obtém 11360000, mas rиса um zero). Efetua corretamente a subtração 1136000-1500. Não responde e nem indica a resposta.
E051A	0	Responde incorretamente 1500 pedaços. Não apresenta cálculo algum. (responde com um dado do problema.)
E061A	0	Efetua corretamente a divisão 143000:10 e a multiplicação 14300x3 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação.
E071A	2	Efetua corretamente a multiplicação 143000x80, ou seja, multiplica o peso da Mir pela porcentagem da estação que queimou. (Obtém 11440000. No resultado risca os dois últimos zeros). Efetua corretamente a subtração 143000-114400, ou seja, subtrai do peso da Mir o peso que foi queimado para saber o peso restante da estação. Efetua incorretamente a divisão 28600:1500, ou seja, divide o peso restante da estação pela quantidade de pedaços que caiu no mar para saber o peso médio de cada pedaço (Obtém 19,1666 em vez de 19,0666). Responde corretamente com o resultado obtido nesta divisão (corretamente por que responde aproximadamente 19,16 kg). Efetua corretamente as multiplicações: 1500x2, 15000x6, 15000x8, 15000x9.
E081A	0	Escreve 143.000, 80% e 1500, que são dados do enunciado da questão. Efetua incorretamente as multiplicações 15x20 e 15x15. Efetua corretamente a multiplicação 15x8 (parece 18). Efetua incorretamente a subtração 143-80 e incorretamente a divisão 600:15. Responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. (responde + ou - 20000kg).
E091A	0	Escreve que não sabe. Não apresenta cálculo algum.
E101A	1	Resolve corretamente uma regra de três na qual escreve que 143000 corresponde a 100% e x corresponde a 80%. Escreve $100\% = 143000$ e $80\% = 114000$. Efetua incorretamente a subtração 143000-114000 e responde incorretamente com o resultado obtido na subtração.
E111A	0	Efetua incorretamente a divisão 1500:80 que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. Efetua corretamente as multiplicações 1500x8, 1500x9, 80x2, 80x8, 80x9.
E122A	9	Não apresenta registro algum.
E132A	0	Monta o algoritmo da divisão 143000:1500, não efetua a divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E142A	9	Não apresenta registro algum.
E152A	0	Responde incorretamente 900 g. Não apresenta cálculo algum.
E162A	0	Efetua incorretamente a divisão 143000:1500 (a resposta é uma aproximação do resultado da divisão). Efetua corretamente as multiplicações 15x3, 15x5, 15x6.
E172A	0	Efetua corretamente a multiplicação 143x15 (escreve 143000 e 1500, mas risca os dois últimos zeros de cada um) e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E182A	9	Não apresenta registro algum.
E192A	9	Não apresenta registro algum.
E202A	0	Responde incorretamente 7000kg. Não apresenta cálculo algum.
E212A	0	Monta o algoritmo da divisão 143000:1500 (dados fornecidos pelo enunciado da questão) que não resolve o problema, não efetua a divisão. Não responde e nem indica a resposta.
E222A	0	Efetua corretamente a divisão de 143000:1500 e responde incorretamente com o resultado obtido na divisão. Efetua corretamente as multiplicações 15x5, 15x8, 15x6, 15x7, 1500x6, 1500x7, 1500x5, 1500x9.

Prova	Código	Descrição – Questão 14.3 – VÔO ESPACIAL
E011A	9	Não apresenta registro algum.
E021A	0	Escreve que não conseguiu resolver. Não apresenta cálculo algum.
E031A	9	Não apresenta registro algum.
E041A	0	Efetua corretamente a adição $400+12700+40000$ (dados fornecidos pelo enunciado da questão) que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido nessa adição.
E051A	0	Responde incorretamente $12\ 000\ 000\ 000$. Não apresenta cálculo algum.
E061A	0	Responde incorretamente 1300000 . Não apresenta cálculo algum.
E071A	0	Efetua corretamente a adição $12700+40000$ (obtém 52700) e a multiplicação 52700×400 que não resolvem o problema. Responde incorretamente com o resultado obtido nessa multiplicação (o resultado da multiplicação foi aproximado para 22 000 000). Escreve que não sabe como fazer.
E081A	0	Escreve 400 quilômetros, diâmetro da Terra: 12700km e circunferência da Terra: 40000km. Passa um traço e escreve 86 500. (todos são dados do enunciado da questão). Responde incorretamente 12 milhões(escreve 12 milhões mais ou menos). Não apresenta cálculo algum. Escreve que não entendeu a pergunta.
E091A	0	Escreve que não consegue fazer. Não apresenta cálculo algum.
E101A	0	Efetua corretamente a multiplicação 40000×12700 . Efetua corretamente a adição $14+14$. Responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E111A	0	Efetua corretamente a adição $12700+40000$ e responde incorretamente com o resultado obtido na adição.
E122A	0	Efetua corretamente a multiplicação 12700×400 . Só apresenta o algoritmo da multiplicação. Não responde e nem indica a resposta.
E132A	9	Em branco. Não apresenta cálculo algum.
E142A	0	Efetua corretamente a multiplicação 40000×400 e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E152A	0	Efetua corretamente a multiplicação 865×400 (escreveu 86500×40000 , mas riscou os dois zeros de 86500 e dois zeros de 40000) e responde incorretamente com um valor que é uma aproximação da resposta.
E162A	0	Efetua incorretamente a multiplicação 86500×12700 e responde incorretamente (a resposta é uma aproximação do resultado da multiplicação).
E172A	9	Não apresenta registro algum.
E182A	9	Não apresenta registro algum.
E192A	9	Não apresenta registro algum.
E202A	0	Escreve $\pi = 1,4$ e $1,4 \times 12700$. Efetua incorretamente a multiplicação $12700 \times 1,4$ que não resolve o problema e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação.
E212A	9	Não apresenta registro algum.
E222A	0	Efetua corretamente a adição $12700+400+40000$ (obtém 53100 e riscou os dois zeros do resultado). Efetua corretamente a multiplicação 531×865 (escreve 86500, mas riscou os dois zeros) e responde incorretamente com o resultado obtido na multiplicação 531×865 .
E172A	9	Não apresenta registro algum.
E182A	9	Não apresenta registro algum.