



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

RENATA VIVIANE RAFFA RODRIGUES

**O CONTEXTO DE FORMAÇÃO A PARTIR DA  
EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA:  
APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS DE FUTUROS  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

---

Londrina  
2017

RENATA VIVIANE RAFFA RODRIGUES

**O CONTEXTO DE FORMAÇÃO A PARTIR DA  
EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA:  
APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS DE FUTUROS  
PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Coorientadora: Profa. Dra. Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira.

Londrina  
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Rodrigues, Renata Viviane Raffa.

O contexto de formação a partir da exploração de um caso multimídia: aprendizagens profissionais de futuros professores de matemática / Renata Viviane Raffa Rodrigues. - Londrina, 2017.  
210 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Coorientador: Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Formação Inicial de Professores - Tese. 2. Caso Multimídia - Tese. 3. Ensino Exploratório - Tese. 4. Visão Profissional de Futuros Professores de Matemática - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Oliveira, Hélia Margarida Aparício Pintão de. III. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. Título.

RENATA VIVIANE RAFFA RODRIGUES

**O CONTEXTO DE FORMAÇÃO A PARTIR DA EXPLORAÇÃO DE UM  
CASO MULTIMÍDIA:  
APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS DE FUTUROS PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de C. T.  
Cyrino  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Profa. Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira  
Universidade Federal da Bahia - UFBA

---

Profa. Dra. Raquel Gomes de Oliveira  
Universidade Estadual Paulista - UNESP

---

Prof. Dr. Everton José Goldoni Estevam  
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR

---

Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 12 de abril de 2017.

À disposição para  
questionar de Antonio,  
ajudar de Ivani,  
voar de Fernanda,  
amar de Haroldo e  
aprender de Alex, Ari, Caio, Davi, Diana,  
Fred, Íris, Isac, João, Joel, Lara, Nina,  
Tainá, Toni e Túlio.

## AGRADECIMENTOS

---

À Deus, por estar comigo.

À Márcia Cyrino, pela orientação, exemplo de perseverança, humanidade e capacidade de visão profissional do professor de Matemática, por oferecer todas as condições à realização desta pesquisa, sobretudo ao desenvolvimento de minha identidade profissional como formadora e pesquisadora da Educação Matemática.

À Hélia Oliveira, pela coorientação, paciência, acolhimento, apoio e incentivo constante, por dar sentido pleno à palavra “afável” e por tornar minhas experiências de aprendizagem exploratórias e desafiadoras.

Ao CNPq pelas bolsas concedidas durante o estudo de Doutorado Sanduíche no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IEUL).

Aos (futuros) professores de Matemática que aceitaram participar do “estudo piloto” no IEUL pela dedicação aos trabalhos realizados. À professora Ana Henriques, responsável pela disciplina, pelo auxílio e por conceder parte de suas aulas.

Aos membros da banca, pelas contribuições fundamentais no exame de qualificação e na defesa, em especial:

À Andréia Oliveira (Deinha), pelas questões para reflexão, principalmente sobre a aprendizagem profissional do professor de Matemática.

À Raquel Oliveira, pela compreensão do olhar das pesquisadoras no trabalho, pelas importantes sugestões para o aprofundamento de pontos relevantes do contexto de formação inicial de professores de Matemática.

Ao Everton Estevam, pelas sugestões de organização do trabalho e para a clareza das respostas parciais apresentadas nos capítulos deste trabalho tendo em vista à questão geral. Para bem além da participação na banca, obrigada pela amizade, criticidade, caronas e parceria de longa data, que nossas conversas continuem intermináveis.

Ao Bruno Teixeira, pela leitura criteriosa do trabalho e sugestões tão necessárias de ajustes, recortes e explicitação de aspectos pertinentes da investigação. Obrigada pelo respeito e atenção não só com o trabalho, mas também com a pessoa da pesquisadora.

À Alex, Ari, Caio, Davi, Diana, Fred, Íris, Isac, João, Joel, Lara, Nina, Tainá, Toni e Túlio, participantes desta pesquisa, com quem aprendi a essência do diálogo.

Ao CNPq e Fundação Araucária pelo financiamento do projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”.

Aos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem) que se dedicaram à elaboração do recurso multimídia. Em especial:

Ao Paulo, com quem hoje posso dividir os mais diversos sentimentos. Obrigada por sempre poder contar contigo.

Às nossas professoras Cristina, Loreni e Márcia Nagy, com quem continuamente aprendemos o que significa a profissão professor de Matemática. Em particular à Cris, por contribuir imensamente com as aprendizagens profissionais dos FP desta pesquisa.

À Laís, pela escuta, sinceridade, amparo e presença nos momentos bons e ruins. À Tânia e aos professores de sua Comunidade de Prática por compartilharem conosco sua percepção sobre aspectos do Ensino Exploratório.

Ao Ênio, Karina, Írio, Júlio, Helen, Gaspar, Linna e outros que participaram ou que participam do Gepefopem, pela disponibilidade de desenvolver atividades coletivas.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática, aos colegas de faculdade e de universidade, por viabilizarem a escrita deste trabalho, apoiando o meu afastamento. Em especial à Sandra, por prontamente oferecer sua ajuda nesse processo.

À Lenice, pela confiança, interlocução e contribuições à formação de professores.

Ao Írio, pela amizade e enfrentamento conjunto das visões tradicionais instituídas na formação inicial de professores de Matemática.

À Anderson, Cibele, Regina e Lúcia da Seção de Pós-Graduação do CCE/UEL, pelos esclarecimentos e trabalho prestados.

Aos donos do meu coração:

Haroldo, por todos os gestos de amor, carinho e compreensão, com quem sou mais feliz e melhor.

Ivani, por todo afeto, cuidado e abrigo, com quem pude enxergar e me sensibilizar com o outro.

À Antonio, pela garra, com quem pude explorar o chão, a água, o céu e encontrar um lugar para fazer o que eu gosto.

À Fernanda, por me fazer mais leve, com quem aprendi a olhar para mim.

À Alicinha, Memé e Cloe, pela doce companhia no colo da titia.

Perde-te na biblioteca. Exercita-te no escutar.  
Aprende a ler e escrever de novo. Conta a ti mesmo  
a tua própria história. E queima-a logo que a tenhas  
escrito. Não sejas nunca de tal forma que não possas  
ser de outra maneira.

Recorda-te de teu futuro e caminha até tua infância.  
E não perguntes quem és àquele que sabe a resposta,  
nem mesmo a essa parte de ti mesmo que sabe a  
resposta, porque a resposta poderia matar a  
intensidade da pergunta e o que se agita nessa  
intensidade. Sê tu mesmo a pergunta.

*Jorge Larrosa.*

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa. **O contexto de formação a partir da exploração de um caso multimídia**: aprendizagens de futuros professores de matemática. 2017. 208 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

## RESUMO

Esta pesquisa-intervenção, em que a pesquisadora assume o papel de formadora, situa-se em uma disciplina de prática como componente curricular de natureza interdisciplinar e integradora da teoria e da prática docente na formação inicial de professores de Matemática. Nesse campo, a investigação centra-se na questão geral: *Que elementos do contexto de formação, assente em um caso multimídia de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, oferecem oportunidades de aprendizagem profissional a futuros professores de Matemática?* A aula contemplada nesse caso é desenvolvida por uma professora experiente no Ensino Exploratório e volta-se à promoção do pensamento algébrico de alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Além de vídeos da aula, o recurso multimídia engloba o plano de aula, a tarefa matemática, áudios de entrevistas com a professora antes e após a aula, bem como as produções escritas dos alunos. Esta pesquisa segue uma metodologia de investigação qualitativa baseada na perspectiva interpretativa. Nessa direção, utiliza as respostas escritas que os futuros professores (FP) expressaram às questões integrantes do caso multimídia e as transcrições das discussões conjuntas de formação entre os FP e a formadora como fontes de dados. Os componentes da *visão profissional do professor* foram teórica e analiticamente adotados como indicadores dos conhecimentos e capacidades dos FP revelados no processo de *perceber e raciocinar* sobre aspectos relevantes do ensino e da aprendizagem nas mídias analisadas. Face ao ponto de partida dos 15 participantes desta pesquisa, os resultados da exploração, ao longo das duas primeiras etapas do caso multimídia, revelam evoluções na visão profissional dos sete grupos constituídos. O desenvolvimento dessa capacidade explícita aprendizagens mobilizadas sobre elementos nucleares do Ensino Exploratório - colaboração e comunicação, engajamento e autoridade matemática dos alunos, condizentes às abordagens de *inquiry* e à perspectiva dialógica, por conseguinte, difíceis de identificar e interpretar nas interações de sala de aula. De modo mais específico, os FP compreendem a constituição, articulação e sustentação de duas fases fundamentais em aulas dessa natureza - o desenvolvimento da tarefa e a discussão coletiva; bem como o papel do professor no seu planejamento e na promoção de aprendizagens e de interações dialógicas com e entre os alunos. Além disso, tomar decisões de ensino relativas à seleção e ao sequenciamento das resoluções dos alunos para a discussão coletiva caracteriza-se como uma capacidade profissional desafiadora para os FP, exigindo-lhes a percepção de aspectos do pensamento algébrico e compreensão matemática dos alunos combinada a outros elementos situacionais em jogo. Conclui-se que esse contexto oferece oportunidades diversificadas e substanciais de aprendizagem profissional a FP de Matemática ancorada em situações que representam mudanças significativas nos papéis tradicionais do professor e do aluno na cultura de sala de aula, cujos principais elementos associam-se ao formato e conteúdo das mídias; às questões propostas pelo multimídia; à organização e ao sequenciamento do multimídia; à dinâmica de exploração do caso multimídia e ao papel do formador no planejamento, suporte e orientação desse processo.

**Palavras-chave:** Formação inicial de professores. Caso multimídia. Ensino exploratório de Matemática. Visão profissional de futuros professores de Matemática.

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa. **The context of teacher education from the exploration a multimedia case: preservice mathematics teachers' learning.** 2017. 208 p. Thesis (Doctoral degree in Science Education and Mathematics Education) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

## ABSTRACT

This intervention research, in which the researcher assumes the role of teacher educator, takes place in a discipline of practice as a curricular component and integrative of theory and practice in Preservice Mathematics Teacher Education. In this field, the study focuses on the following research question: *Which elements of the teacher education context, based on a multimedia case of one lesson developed in an Exploratory Teaching perspective offer professional learning opportunities to preservice mathematics teachers?* The class contemplated in this case is developed by a teacher experienced in the Exploratory Teaching and returns to the promotion of the algebraic thinking of students of a 6th grade of Elementary School in a public school. In addition to videos of the class, the multimedia resource includes the lesson plan, the mathematical assignment, interviews with the teacher before and after class, as well as the written productions of the students. This research takes on a methodology of qualitative research based on the interpretive perspective. In this direction, it uses the written answers that the preservice teachers (PST) expressed to the questions integrating the multimedia case and the transcriptions of the joint discussions of formation between PST and teacher educator as sources of data. The components of the *teacher professional vision* were theoretic and analytically adopted as indicators of the knowledge and abilities of the PST revealed in the process of *noticing* and *reasoning* about relevant aspects of teaching and learning in the analyzed media. Considering the starting point of the 15 participants in this research, the results of the exploration, during the first two stages of the multimedia case, reveal evolutions in the professional vision of the seven PST groups constituted. The development of this capacity explicitly demonstrates mobilized learning about core elements of the Exploratory Teaching - collaboration and communication, engagement and mathematical authority of the students, consistent with the approaches of inquiry and the dialogic perspective, therefore, difficult to identify and interpret in the classroom interactions. More specifically, PST comprise the constitution, articulation and scaffolding of two fundamental phases in classes of this nature - the development of the task and the whole-class discussion; As well as the role of teachers in their planning and in promoting learning and dialogic interactions with and among students. In addition, making teaching decisions regarding the selection and sequencing of students' resolutions for whole-class discussion is characterized as a challenging professional capacity for PST, requiring them to perceive aspects of algebraic thinking and mathematical understanding of students combined with others elements in play. It is concluded that this context offers diverse and substantial opportunities of professional learning to Mathematics PST anchored in situations that represent significant changes in the traditional roles of the teacher and the student in the classroom culture, whose main elements are associated to the format and content of the media; to the questions proposed by multimedia; to organization and sequencing of multimedia; and to the dynamics of exploration of the multimedia case and to the role of the teacher educator in the planning, scaffolding and orientation of this process.

**Keywords:** Preservice Mathematics teacher education. Case multimedia. Exploratory Mathematics teaching. Preservice Mathematics teachers' professional vision.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |     |
|---|-----|
| Figura 1 - <i>Introdução do Caso Multimídia “Os colares”</i> .....  | 26  |
| Figura 2 - A tarefa “Os colares” na etapa <i>Antes da aula</i> .....  | 28  |
| Figura 3 - Quadro de referência ( <i>framework</i> ) na etapa <i>Reflexão após a aula</i> .....               | 29  |
| Figura 4 - <i>Desenvolvimento da tarefa</i> na seção <i>Fases da aula</i> na etapa <i>Antes da aula</i> ..... | 32  |
| Figura 5 - <i>Episódio 3</i> na seção <i>Desenvolvimento da tarefa</i> na etapa <i>A aula</i> .....           | 33  |
| Figura 6 - Tarefa “Os Colares” na etapa antes da aula .....   | 110 |
| Figura 7 - Tarefa “Os Colares” na etapa Antes da aula .....   | 146 |

## LISTA DE QUADROS

|  |     |
|--|-----|
| Quadro 1 - Caracterização dos participantes da pesquisa.....   | 41  |
| Quadro 2 - Formas de coleta e natureza dos dados da pesquisa .....   | 48  |
| Quadro 3 - Componentes do caso multimídia “Os colares” explorados com os FP .....  | 72  |
| Quadro 4 - Características da promoção de interações dialógicas com os alunos pela professora para o desenvolvimento da tarefa .....   | 75  |
| Quadro 5 - Características da promoção de interações dialógicas entre os alunos pela professora no desenvolvimento da tarefa .....   | 76  |
| Quadro 6 - <i>Feedback</i> da professora à atividade matemática dos alunos.....  | 79  |
| Quadro 7 - Elementos centrais e características matemáticas específicas do pensamento algébrico dos alunos.....  | 104 |
| Quadro 8 - Fase de discussão no Ensino Exploratório de Matemática .....  | 143 |
| Quadro 9 - Mídias do caso “os colares” da fase “discussão coletiva da tarefa” exploradas pelos FP .....  | 147 |
| Quadro 10 - Questões e incentivos na promoção de explicações pelos alunos.....   | 151 |
| Quadro 11 - Colaboração na aprendizagem coletiva .....   | 153 |
| Quadro 12 - Reconhecer outras formas de resolver a tarefa.....   | 154 |
| Quadro 13 - Comparar diferenças e semelhanças entre as resoluções.....   | 156 |
| Quadro 14 - As resoluções selecionadas e a ordem das apresentações.....  | 157 |
| Quadro 15 - Engajamento e participação dos alunos .....  | 159 |
| Quadro 16 - Autoridade matemática dos alunos e responsabilidade na aprendizagem individual e coletiva .....  | 160 |
| Quadro 17 - Ocorrência dos aspectos percebidos (AP) e a natureza dos raciocínios (NR) sobre eles nas análises da antecipação (T1) e de episódios (7 e 8) da discussão coletiva (T2) pelos grupos (G) de FP ..... | 162 |
| Quadro 18 - A ocorrência dos aspectos percebidos pelos FP a partir das questões relativas às mídias relativas à antecipação da discussão coletiva.....   | 163 |
| Quadro 19 - A ocorrência dos aspectos percebidos pelos FP a partir das questões relativas ao episódio 7 e ao episódios 8 da discussão coletiva .....   | 163 |
| Quadro 20 - A ocorrência das formas de raciocinar dos FP a partir das questões relativas à antecipação (T1) e aos episódios 7 e 8 da discussão coletiva (T2) .....   | 164 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|                  |  |
|------------------|--|
| <b>CoP</b>       | Comunidade de Prática  |
| <b>CoPs</b>      | Comunidades de Prática   |
| <b>CNE</b>       | Conselho Nacional de Educação  |
| <b>CNPQ</b>      | Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico  |
| <b>EF</b>        | Ensino Fundamental   |
| <b>EM</b>        | Ensino Médio   |
| <b>FP</b>        | Futuros Professores  |
| <b>Gepefopem</b> | Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática                          |
| <b>IEUL</b>      | Instituto de Educação da Universidade de Lisboa  |
| <b>PECEM/UEL</b> | Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina |
| <b>PLEMEF</b>    | Prática e Laboratório de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental  |
| <b>PIBID</b>     | Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência   |
| <b>PROJOVEM</b>  | Programa Nacional de Inclusão de Jovens  |
| <b>PPC</b>       | Projeto Pedagógico do Curso  |
| <b>NDE</b>       | Núcleo Docente Estruturante  |
| <b>UEL</b>       | Universidade Estadual de Londrina  |
| <b>UL</b>        | Universidade de Lisboa   |

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....   | 16 |
| <b>A PESQUISA E MINHA EXPERIÊNCIA COMO FORMADORA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA</b> .....                            | 17 |
| <b>A PESQUISA E AS ATIVIDADES DO GEPEFOPEM</b> .....  | 22 |
| <b>O RECURSO MULTIMÍDIA</b> .....   | 24 |
| <b>A PESQUISA E MINHA EXPERIÊNCIA NA UNIVERSIDADE DE LISBOA</b> .....   | 33 |
| <b>APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES NO CONTEXTO DE EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA</b> .....                   | 35 |
| <b>QUESTÃO GERAL E QUESTÕES ESPECÍFICAS DE PESQUISA</b> .....   | 38 |
| <b>ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO</b> .....  | 39 |
| <b>A disciplina Prática e Laboratório de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental - PLEMEF</b> .....                          | 39 |
| <b>Os futuros professores participantes da pesquisa</b> .....   | 41 |
| <b>Natureza da pesquisa e instrumentos de coleta de dados</b> .....   | 46 |
| <b>Análise dos dados</b> .....  | 48 |
| <b>A ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA</b> .....  | 50 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....  | 53 |
| <br>  |    |
| <b>CAPÍTULO 1</b> .....   | 62 |
| <b>COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO: VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA</b> .....                        | 62 |
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....   | 63 |
| <b>AS INTERAÇÕES DIALÓGICAS E A COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO</b> .....  | 65 |
| <b>A EXPLORAÇÃO DE VÍDEOS E A VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA</b> .....                                 | 69 |
| <b>CONTEXTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA</b> .....   | 71 |
| <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....   | 74 |
| <b>i) Promoção de interações dialógicas pela professora para o e no desenvolvimento da tarefa</b> .....                         | 74 |
| <b>ii) <i>Feedback</i> da professora com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática</b> ..... | 78 |
| <b>CONCLUSÕES</b> .....   | 83 |

|  |            |
|--|------------|
| CONSIDERAÇÕES FINAIS.....  | 86         |
| AGRADECIMENTOS.....  | 87         |
| REFERÊNCIAS.....   | 87         |
| <br>   |            |
| <b>CAPÍTULO 2.....</b>   | <b>92</b>  |
| <b>TOMAR DECISÕES PARA PROMOVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO<br/>DOS ALUNOS NA DISCUSSÃO COLETIVA: A PERCEPÇÃO DE FUTUROS<br/>PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....</b> | <b>92</b>  |
| <b>INTRODUÇÃO.....</b>   | <b>93</b>  |
| <b>PERCEPÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS.....</b>  | <b>96</b>  |
| <b>PERCEPÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS.....</b>   | <b>98</b>  |
| <b>DELINEANDO UM QUADRO CONCEITUAL SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO<br/>DOS ALUNOS.....</b>  | <b>101</b> |
| <b>SELECIONAR E SEQUENCIAR AS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS PARA DISCUSSÃO<br/>COLETIVA NO ENSINO EXPLORATÓRIO.....</b>  | <b>105</b> |
| <b>CONTEXTO DO ESTUDO.....</b>   | <b>109</b> |
| <b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS NA ANÁLISE DOS DADOS.....</b>   | <b>112</b> |
| <b>APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>  | <b>113</b> |
| <b>CONCLUSÕES.....</b>   | <b>124</b> |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>   | <b>127</b> |
| <b>AGRADECIMENTOS.....</b>   | <b>128</b> |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>  | <b>129</b> |
| <b>APÊNDICE.....</b>   | <b>133</b> |
| <br>   |            |
| <b>CAPÍTULO 3.....</b>   | <b>135</b> |
| <b>DESENVOLVIMENTO DA VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS<br/>PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A DISCUSSÃO COLETIVA<br/>ASSENTE EM DIFERENTES MÍDIAS.....</b>     | <b>135</b> |
| <b>INTRODUÇÃO.....</b>   | <b>136</b> |
| <b>CASOS MULTIMÍDIA E A VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES.....</b>   | <b>139</b> |
| <b>DISCUSSÃO COLETIVA NO ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA<br/>DIMENSÃO DIALÓGICA.....</b>  | <b>141</b> |
| <b>ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO E CONTEXTO DA PESQUISA.....</b>   | <b>145</b> |
| <b>PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS.....</b>   | <b>149</b> |

|  |     |
|--|-----|
| <b>APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....   | 150 |
| <b>Aspectos percebidos pelos FP e a natureza de seus raciocínios nas etapas de antecipação e de concretização da fase de discussão coletiva</b> .....  | 150 |
| <b>Elementos do caso multimídia a partir de uma apreciação global do desenvolvimento da visão profissional dos FP sobre a discussão coletiva</b> ..... | 161 |
| <b>CONCLUSÕES</b> .....  | 165 |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....  | 167 |
| <b>AGRADECIMENTOS</b> .....  | 168 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....   | 168 |
| <br>   |     |
| <b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA</b> .....   | 171 |
| <b>APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS DOS FP DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA</b> .....   | 174 |
| <b>ELEMENTOS DO CONTEXTO DE FORMAÇÃO QUE OFERECERAM OPORTUNIDADES DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL AOS FP</b> .....  | 177 |
| <b>Formato e conteúdos das mídias</b> .....  | 177 |
| <b>Questões do multimídia</b> .....  | 179 |
| <b>A organização e sequenciamento do multimídia</b> .....  | 180 |
| <b>A dinâmica de exploração do caso multimídia e o papel do formador</b> .....   | 181 |
| <b>ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....  | 185 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....   | 188 |
| <br>   |     |
| <b>ANEXO A</b> .....   | 199 |
| <b>ANEXO B</b> .....   | 203 |
| <b>ANEXO C</b> .....   | 205 |

## INTRODUÇÃO<sup>1</sup>

---

Os elementos das histórias das matemáticas subjacentes a diferentes imaginários culturais, especialmente na constituição lógico-histórica dos números inteiros, chamaram-me atenção e despertaram em mim o desejo pela pesquisa durante a realização das atividades do mestrado (RODRIGUES, 2009). Naquele período, meus estudos transitaram por algumas perspectivas no ensino de Matemática, de modo particular pelas Tecnologias Digitais (BELLONI, 2001; 2002) e História e Filosofia da Matemática na Educação Matemática (KOPNIN, 1978; SOUSA, 2004; 2007; 2009), bem como pela aprendizagem conceitual de alunos da Educação Básica à luz da teoria histórico-cultural (SFORNI, 2004; VYGOTSKY, 2001).

Em 2011, ingressei como docente em um curso de Licenciatura em Matemática. Durante a nova experiência, emergiram inquietações, questões e desafios com os quais, sozinha, não sabia como lidar. Em 2012, participei de um projeto de pesquisa e extensão de formação continuada para professores de Ciências e Matemática com uma equipe, entre cujos membros encontrei apoio e incentivo aos meus primeiros estudos sobre formação de professores. À medida que me tornava mais consciente da amplitude desse campo de pesquisa, surgiam novas questões e o desejo de investigá-las.

Ainda que residisse a uma distância de 550 km do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – PECEM/UDEL, esse processo me encorajou, em 2013, a iniciar o doutorado. Nesse contexto, as questões que me levaram a participar do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem foram se desdobrando, sendo refinadas e, ao mesmo tempo, as discussões promovidas pelo grupo me possibilitaram vislumbrar novas possibilidades e perspectivas para a formação de professores de Matemática.

Dessa forma, para apresentar a constituição da questão geral e questões específicas desta investigação, revisitarei alguns desses contextos, seus sujeitos, bem como os elementos empíricos, teóricos e metodológicos que influenciaram o delineamento desta pesquisa.

---

<sup>1</sup> Nesta apresentação e na seção que a segue, os textos estão escritos na primeira pessoa do singular, uma vez que eles procuram retomar a trajetória pessoal e profissional da pesquisadora.

## **A PESQUISA E MINHA EXPERIÊNCIA COMO FORMADORA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

No início de 2011, comecei a lecionar em um curso de Licenciatura em Matemática localizado no Mato Grosso do Sul, cujo quadro apresentava apenas dois professores da área de Educação Matemática. Conforme constava no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) vigente de 2010 a 2014, as práticas como componente curricular estavam distribuídas na carga horária de algumas disciplinas no formato “Teoria+Prática”.

De acordo com as componentes curriculares cursadas no âmbito da universidade, as experiências formativas dos futuros professores (FP)<sup>2</sup> estavam cindidas nos seis distintos agrupamentos disciplinares que seguem: Matemática (45,45%); Educacional (15,15%); Eletiva (15,15%); Educação/Ensino de Matemática (12,12%); Inter/multidisciplinar<sup>3</sup> (Eixos temáticos – 12,12%); Informática<sup>4</sup> (6,06%) e Física (3,03%). Apesar de “no papel” a carga horária das práticas curriculares constarem em várias disciplinas matemáticas e de Informática, “na prática” o não reconhecimento da interligação “Teoria+Prática”, não possibilitava a abordagem ou a conexão dos conteúdos estudados, a partir de elementos retratados no contexto escolar, também no âmbito de seu ensino (SOUSA NETO; SILVA, 2014).

Em alguns estudos mais abrangentes desenvolvidos sobre as propostas das disciplinas formadoras nos cursos de Pedagogia, e nas Licenciaturas em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas no Brasil (GATTI, 2011), a análise da matriz curricular e ementas dessas três licenciaturas indica que “a questão das Práticas, exigidas pelas diretrizes curriculares desses cursos, mostra-se problemática, pois, às vezes, se coloca que estão embutidas em diversas disciplinas, sem especificação clara, às vezes aparecem em separado mas com ementas muito vagas” (GATTI, 2011, p. 217).

Cyrino (2016a) afirma que, nas disciplinas de conteúdo matemático, a prática como componente curricular deve ser considerada

[...] como uma oportunidade para articular os conhecimentos matemáticos acadêmicos com os ensinados na sala de aula da Educação Básica, de modo que se possa negociar significados (nem sempre acessíveis aos alunos, mas necessários para o professor), compreender as relações entre os alunos e a

---

<sup>2</sup> A partir daqui, a sigla FP será utilizada como abreviatura para os termos: futuros professores.

<sup>3</sup> Essas disciplinas são oferecidas em diferentes Unidades Acadêmicas na forma de eixos temáticos inter/multidisciplinares.

<sup>4</sup> Disciplina de área comum a todos os cursos da Unidade Acadêmica em questão.

matemática (dificuldades, erros comuns, diferentes significados), refletir a respeito de estratégias para o ensino desses conteúdos, e não como um momento para resolução de listas de exercícios que tenham como objetivo simplesmente a sua fixação. (CYRINO, 2016a, p. 82)

Além disso, a autora defende que nas disciplinas relativas ao ensino de Matemática a prática curricular também deve possibilitar “uma aproximação e um diálogo da matemática escolar com outras áreas do conhecimento” e que considere as diferentes ‘dimensões do sistema educacional’ (CYRINO, 2016a, p. 86).

Contudo, minhas primeiras experiências de formação, em particular ao ministrar as disciplinas de Informática na Educação Matemática, e Prática e Laboratório de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental (PLEMEF), apesar de os FP desenvolverem atividades de ensino com softwares ou análises de materiais curriculares da Educação Básica, ainda estavam muito orientadas pelas vagas e extensas ementas (GATTI, 2011) e influenciadas pela visão histórica dessas disciplinas como cursos de perspectivas ou abordagens de ensino de Matemática (GROSSMAN; HAMMERNESS; MCDONALD, 2009).

Minhas experiências iniciais como formadora também me possibilitaram acompanhar vários FP iniciando os estágios, na segunda metade do curso, e as dificuldades que lhes vinham à tona nessa etapa da formação.

No que se refere ao estágio de observação, Teixeira e Cyrino (2014) consideram a análise crítica da prática pedagógica de professores como um importante componente do processo de mobilização ou desenvolvimento de elementos relacionados à identidade profissional docente de futuros professores de Matemática. Entretanto, esses autores complementam que uma análise crítica não é algo que se desenvolva facilmente, concordando com Mewborn (2000) sobre alguns pontos que precisam ser considerados nas experiências de campo dos estagiários na observação de aulas no contexto escolar.

Se a intenção é que a observação seja significativa, futuros professores precisam aprender a observar. Aprender a observar envolve identificar a miríade de fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem, escolher em quais fatores prestar atenção, coletar dados através da observação, e fazer perguntas pertinentes sobre os dados. (MEWBORN, 2000, p. 42)

Como orientadora de estágio, eu percebia que muitos FP, durante o estágio de observação, manifestavam dificuldades matemáticas de natureza conceitual na interpretação do pensamento matemático dos alunos, bem como na análise do ensino de conteúdos matemáticos, mesmo após a realização de estudos em diferentes campos disciplinares. O auxílio desses FP aos alunos reduzia-se a recitar-lhes as resoluções das tarefas propostas. Nos relatórios de

estágio, de modo geral as análises consistiam em descrições cronológicas dos eventos mais explícitos da sala de aula ligados às ações e procedimentos cotidianos dos professores, aos conteúdos trabalhados e aos recursos utilizados. No período que precedia a regência, a tensão que já lhe é própria, gerava muita ansiedade nos FP, uma vez que grande parte deles não fazia ideia de como preparar uma aula, fosse ela tradicional ou ancorada em perspectivas que o aluno tenha participação (inter)ativa<sup>5</sup> no processo de aprendizagem.

Apesar de depararem com situações problemáticas em sala de aula, tais como o uso de celular, indisciplina ou dificuldades matemáticas profundas explicitadas pelos alunos, a maioria desses FP costumava apresentar a intenção de desenvolver aulas que despertassem o interesse e envolvimento dos alunos na realização de tarefas matemáticas. Todavia, somente “um contacto estabelecido ao nível puramente teórico, em termos de conhecimento declarativo, não garante uma efectiva formação de conhecimento profissional por parte dos futuros professores” (PONTE; OLIVEIRA, 2002, p. 9). E, portanto, não possibilitava a muitos FP conectarem e transformarem seus conhecimentos na construção e no desenvolvimento de atividades de ensino.

Na enunciação dessa problemática, não estou desconsiderando o papel fundamental do professor formador de orientar e oferecer suportes aos FP em suas experiências de estágio, de observação e de regência, bem como durante a elaboração do relatório de estágio (TEIXEIRA; 2009; 2013).

Minha intenção é destacar o problema de a formação inicial de professores não ser pensada a partir de características específicas à atividade docente<sup>6</sup> desde o início do curso e por todos os docentes envolvidos nesse processo.

Ao compreender aspectos implícitos nas práticas de formação desenvolvidas no curso, percebi que essa problemática era estabelecida na medida em que o formato do curso, junto às diferentes concepções de formação dos docentes que nele atuavam, abria um fosso entre os conhecimentos acadêmicos construídos pelos FP e os conhecimentos da prática de sua futura profissão como professores de Matemática da Educação Básica. Dentre os vários fatores internos e externos ligados a essa questão, destaco o problema da falta de articulação dos

---

<sup>5</sup> Adaptação do termo com base na concepção de Góes (2000, p. 25), de que o conhecimento não é construído a partir de suportes puramente individuais, isolados dos instrumentos de mediação social, por isso “o sujeito não é passivo nem apenas ativo: é inter(ativo)”.

<sup>6</sup> Dentre outras características consideradas inerentes à atividade docente, o Parecer CNE/CP 9/2001 destaca as seguintes: “orientar e mediar o ensino para a aprendizagem dos alunos; comprometer-se com o sucesso da aprendizagem dos alunos; assumir e saber lidar com a diversidade existente entre os alunos; incentivar atividades de enriquecimento cultural; desenvolver práticas investigativas; elaborar e executar projetos para desenvolver conteúdos curriculares; utilizar novas metodologias, estratégias e materiais de apoio; desenvolver hábitos de colaboração e trabalho em equipe” (BRASIL, 2001a, p. 4).

estudos desenvolvidos na universidade com os elementos do futuro campo profissional dos professores de Matemática. A não efetivação das práticas curriculares é mais um exemplo do distanciamento da formação inicial da prática profissional do professor de Matemática.

Tal como exposto no Parecer n. 28, de outubro de 2001,

a prática não é uma cópia da teoria e nem esta é um reflexo daquela. A prática é o próprio modo como as coisas vão sendo feitas cujo conteúdo é atravessado por uma teoria. Assim a realidade é um movimento constituído pela prática e pela teoria como momentos de um dever mais amplo, consistindo a prática no momento pelo qual se busca fazer algo, produzir alguma coisa e que a teoria procura conceituar, significar e com isto administrar o campo e o sentido desta atuação. (BRASIL, 2001b, p. 9)

Nessa perspectiva, “a prática como componente curricular é, pois, uma prática que produz algo no âmbito do ensino” (BRASIL, 2001b, p. 9). De acordo com Cyrino (2016a), no Brasil, a discussão sobre a prática como componente curricular foi desencadeada pelas “Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica”, a partir das indicações estabelecidas pelo Conselho Nacional de Educação no Parecer CNE/CP n. 9, de maio de 2001 (BRASIL, 2001a), nas Resoluções CNE/CP n. 1 e n. 2, de fevereiro de 2002 (BRASIL, 2002a; 2002b), e reafirmadas por meio da Resolução CNE/CP n. 2, de julho de 2015 (BRASIL, 2015). Em especial, o Parecer CNE/CP 9/2001 assinala que a reflexão sistemática sobre práticas profissionais deve ocupar lugar central nas licenciaturas, a partir de uma concepção de prática como componente curricular “como uma dimensão do conhecimento que tanto está presente nos cursos de formação, nos momentos em que se trabalha na reflexão sobre a atividade profissional, como durante o estágio, nos momentos em que se exercita a atividade profissional” (BRASIL, 2001a, p.23).

Com base nessas orientações e com o objetivo de construir condições necessárias à sustentação de uma formação docente mais condizente ao exercício da profissão do professor de Matemática, como membro do Núcleo Docente Estruturante (NDE), participei das discussões e negociações no processo de reestruturação do PPC. No novo projeto (aprovado no final do ano de 2014) as práticas curriculares foram reintegradas em um conjunto interligado de disciplinas em que o componente da prática é o núcleo dessas disciplinas e não a “menor” parte delas<sup>7</sup>.

A trajetória da implementação do PPC anterior mostrou que as reformulações estabelecidas no âmbito documental são importantes, todavia não foram suficientes para promover mudanças efetivas no modelo de formação inicial de professores instituído no curso.

---

<sup>7</sup> Essas discussões também foram importantes para explicitar a necessidade de reposição/ampliação do quadro de professores da área de Educação Matemática na universidade.

Essa divergência não é algo específico a este curso ou somente às licenciaturas em Matemática. Gatti (2011), ao analisar a estrutura do conjunto de disciplinas e suas ementas de projetos pedagógicos das Licenciaturas em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas, aponta que o conteúdo desses documentos não tem repercussão no que acaba sendo realizado nesses cursos.

Em meio à resistência para que as mudanças ocorram de fato na formação inicial de professores permeiam algumas visões tradicionais, tais como: a consideração do formador como centro do processo de formação; o desenvolvimento de práticas formativas que não condizem com as necessidades e características próprias do contexto escolar; a priorização do domínio específico dos conteúdos da disciplina a ser lecionada de modo desconectado de seus aspectos didáticos e pedagógicos; bem como a abordagem de conteúdos didáticos e pedagógicos de forma puramente teórica. De modo geral, essas visões sustentam-se pela ideia de que o domínio segmentado dos conteúdos das diferentes áreas, por si só, é autoformativo e a aprendizagem da prática docente é dada pela aplicação direta deste em campo ou mediante cursos de treinamento em serviço (SAVIANI, 2009). Essa perspectiva parece ser um ponto forte na desconsideração ou desintegração de conhecimentos, capacidades e elementos da visão e da identidade profissional do professor, tanto entre si quanto uns dos outros, no processo de formação, estabelecendo, portanto, uma relação dicotômica ou hierárquica entre teoria e prática.

Dentre outras indagações que envolvem a complexidade de se contrapor a essas visões tradicionais e aos interesses instituídos na formação, ao defender a importância de se considerar as demandas da escola básica e o desenvolvimento profissional integral de futuros professores de Matemática (GATTI, 2011; CYRINO, 2013a), apresento os questionamentos/inquietações iniciais, especialmente ligadas às práticas curriculares, que fomentaram esta pesquisa: - *Como as disciplinas que contêm a prática curricular como núcleo podem contemplar elementos gerais do contexto escolar ou próprios da sala de aula de Educação Básica?* Nesse sentido, - *de que modo a prática curricular pode oferecer um contexto de formação que reconheça a natureza integrada entre prática e teoria na construção de conhecimentos e desenvolvimento de capacidades profissionais do professor de Matemática?* - *Que aprendizagens profissionais podem ser mobilizadas pelos futuros professores em contextos com essas características?* - *Qual o papel do formador e dos FP nesse processo?*

Esses são os questionamentos que emergiram com minhas experiências profissionais em um curso de Licenciatura em Matemática e que me ajudam, neste momento, a reconstituir as origens desta pesquisa. Hoje, considero que esse processo representa também uma professora iniciante tornando-se formadora e pesquisadora na/da formação de professores de Matemática,

não por um movimento individual e espontâneo, mas de emancipação profissional, suportado social e afetivamente no contexto do Gepefopem.

### **A PESQUISA E AS ATIVIDADES DO GEPEFOPEM<sup>8</sup>**

A abertura desse espaço tem a intenção de mostrar por meio de que vozes e com que olhares esta pesquisa é constituída. Não se trata de uma revisão das pesquisas do Gepefopem, mas da tentativa de apontar elementos de alguns desses trabalhos, bem como dos estudos e ações coletivas desenvolvidas no interior do grupo, que influenciaram nas concepções e perspectivas assumidas nesta investigação, orientando nossas escolhas teóricas e metodológicas.

Além das regulamentações publicadas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), no contexto internacional muitas pesquisas têm defendido que os elementos da prática docente devem constituir o núcleo para estruturar e dinamizar propostas interdisciplinares e integradoras da teoria e da prática na formação inicial de professores (BRASIL, 2001a; 2001b; 2002a; 2002b; 2015; OLIVEIRA; HANNULA, 2008; GROSSMAN; HAMMERNESS; MCDONALD, 2009; GROSSMAN et al., 2009; LAMPERT, 2009; IMBERNÓN, 2011). De modo particular, as pesquisas desenvolvidas pelo Gepefopem compactuam com essa percepção e apontam os reflexos de se considerar demandas da prática do professor em ações formativas que intentem o desenvolvimento docente e a constituição da identidade profissional (CYRINO, 2016c, 2016d). Essas ações distinguem-se, portanto, de programas de formação nos moldes dos cursos de treinamento (CYRINO, 2013b).

Para tanto, algumas dessas pesquisas assumem os pressupostos da teoria social da aprendizagem que concebe a prática como um conjunto de estruturas, princípios, instrumentos, significados e dinâmicas sócio-historicamente (re)construídas e negociadas continuamente na orientação e sustentação de atividades desenvolvidas e condicionadas pelas necessidades e percepções emergentes dos contextos em que a profissão é exercida (CYRINO, 2013b; 2016a; NAGY, 2013; BALDINI, 2014; GARCIA, 2014; ESTEVAM, 2015).

Em oposição a uma visão dicotômica ou hierárquica da relação teoria e prática, esses pressupostos também suportam a presente pesquisa, concordando que

[...] a prática não se restringe a hábitos ou procedimentos desenvolvidos em uma base automática e individual, ou a um *modus operandi*; envolve “todas as relações implícitas, convenções tácitas, sinais sutis, regras favoráveis não reveladas, intuições reconhecíveis, percepções específicas, sensibilidades

---

<sup>8</sup> A partir desta seção os textos estão escritos na primeira pessoa do plural.

bem afinadas, entendimentos personificados, suposições latentes e visões de mundo compartilhadas” (WENGER, 1998, p.47). A prática é um processo contínuo, social e interativo, localizada no tempo e no espaço (CYRINO, 2016a, p. 81).

Embora Wenger (1998) tenha utilizado essa definição de prática para se referir a Comunidades de Prática (CoPs)<sup>9</sup>, consideramos que ela é pertinente no contexto desta investigação. Não porque o grupo investigado se caracterize como uma CoP, mas pelas características da prática que é analisada por este grupo.

De acordo com o que tem sido apontado pelas pesquisas do Gepefopem sobre os elementos constituintes de uma CoP (CYRINO, 2013b; ESTEVAM, 2015), não entendemos o contexto no qual esta pesquisa foi desenvolvida – um grupo de FP cursando uma componente de prática curricular que antecede o estágio – como uma CoP. Isso porque, dentre outras circunstâncias, não podemos desconsiderar as limitações de tempo, as exigências curriculares e de aprovação/reprovação pré-instituídas no âmbito de uma disciplina oferecida no 4º semestre e obrigatória à conclusão de um curso de Licenciatura em Matemática. Contudo, estamos considerando as oportunidades de aprendizagem profissional que podem ser oferecidas a FP de Matemática a partir de elementos evidenciados nas práticas de outros professores experientes.

A concepção de prática, como referida, não está limitada a um conjunto de ações (CYRINO, 2016b), tampouco fixada a um local físico (BALL; COHEN, 1999). Ball e Cohen (1999) argumentam que aprender sobre a prática do professor não se restringe a contemplar situações ocorridas necessariamente em tempo real, dado que outras oportunidades podem ser construídas a partir de “cópias do trabalho dos alunos, vídeos de sala de aula, materiais curriculares, e notas do professor” (1999, p. 14). De modo semelhante, o Parecer CNE/CP 9/2001 especifica que

[...] Esse contato com a prática profissional, não depende apenas da observação direta: a prática contextualizada pode ‘vir’ até a escola de formação por meio das tecnologias de informação – como computador e vídeo –, de narrativas orais e escritas de professores, de produções dos alunos, de situações simuladas e estudo de casos. (BRASIL, 2001a, p. 57)

Esses pressupostos então nos expandem as possibilidades de se pensar a formação inicial e continuada de professores. No entanto, nas dissertações e teses brasileiras analisadas por Rodrigues et al. (2014), a mídia vídeo na formação de professores que ensinam Matemática,

---

<sup>9</sup> CoPs, segundo Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 4-5), “são grupos de pessoas que compartilham uma preocupação, um conjunto de problemas ou uma paixão por um tópico e que aprofundam seus conhecimentos e capacidades nessa área interagindo de forma contínua [...]. Ao longo do tempo, eles desenvolvem uma perspectiva única sobre o seu tópico, bem como um corpo de conhecimento comum, práticas e abordagens.”

basicamente, refere-se a videoconferências ou videoaulas em contextos de Educação à Distância e aos vídeos (animações produzidas) para apresentação de tópicos matemáticos no campo das Tecnologias de Informação e Comunicação. Esses resultados indicam que, nas pesquisas de mestrado e doutorado, têm sido raras<sup>10</sup> as discussões sobre a utilização de vídeos de sala de aula, sobretudo em contextos em que o professor em formação assiste a vídeos que retratam situações de ensino de Matemática, produz e compartilha análises sobre componentes importantes da prática observada (RODRIGUES et al., 2014).

Assim, inspirado pelo projeto português, referente à construção e investigação da utilização de casos multimídia na formação inicial e continuada de professores (FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; OLIVEIRA; CARVALHO, 2014), o Gepefopem, com a colaboração da professora Hélia Oliveira e por meio de um projeto<sup>11</sup> de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e o Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IEUL), iniciou em 2013 a construção de um recurso multimídia para apoiar análises e reflexões sobre a prática de professores experientes com a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática<sup>12</sup> (CYRINO, 2016b).

## O RECURSO MULTIMÍDIA

Em seu trabalho de mestrado, Rodrigues (2015) apresenta que o processo de elaboração do recurso multimídia contemplou a combinação de experiências e o desenvolvimento pessoal, profissional e de pesquisa dos membros do Gepefopem na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática. Em uma plataforma *online* o recurso multimídia<sup>13</sup> atualmente é composto por quatro casos multimídia em diferentes domínios da Matemática e etapas de escolaridade, nos anos iniciais, no 6º e no 9º ano do Ensino Fundamental, bem como no 1º ano do Ensino Médio. Os elementos que constituem os casos multimídia foram construídos e articulados pelo reconhecimento de necessidades e perspectivas para formação

---

<sup>10</sup> Atualmente, no âmbito do Gepefopem, o uso de vídeos (presentes no recurso multimídia) no desenvolvimento profissional de formadores, professores ou futuros professores de Matemática tem sido investigado, de modo particular em cada estudo, nos trabalhos de Rodrigues (2015), Estevam (2015) e Mota (2016).

<sup>11</sup> Apoio: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

<sup>12</sup> Professores que há alguns anos têm desenvolvido estudos e práticas de ensino de Matemática baseadas no Ensino Exploratório no contexto educacional em que atuam.

<sup>13</sup> Disponível em <http://rmfp.uel.br>. Mas o acesso a cada caso multimídia ocorre mediante *login* e senha, uma vez que, conforme compromisso firmado com as escolas e pais dos alunos, a exploração dos casos multimídias atende somente às finalidades de pesquisa e de formação de professores, mediante a sua utilização responsável assumida por formadores e pelos professores em formação.

de professores que ensinam Matemática, bem como para o desenvolvimento de investigações em diferentes contextos formativos (CYRINO, 2016b).

Tradicionalmente, casos desenvolvidos para estudo na formação de professores contêm transcrições de interações verbais e são apresentados no formato de texto, mas, hoje em dia, o avanço tecnológico tem facilitado à inserção de outros tipos de mídia (McGRAW et al., 2007). Para Bates (2005), o termo mídia descreve formas genéricas de comunicação associadas a modos particulares de representação de conhecimentos. Para o autor, as tecnologias são utilizadas para as mídias produzirem e difundirem informações e conhecimentos de modo cada vez mais aprimorado e em diferentes formatos e estilos. A multimídia digital, viabilizada pelo uso de computador/tablet/celular e da internet, por exemplo, engloba diferentes tipos de mídias, tais como elementos de texto, áudio e vídeo, além de características próprias como a animação e a interatividade (RODRIGUES et al., 2014).

Devido as suas características comunicacionais, de modo especial o vídeo possibilita uma visão detalhada e completa de uma aula, estendendo esse potencial à formação de professores, uma vez que “permite proporcionar uma representação real de um objeto multifacetado e complexo, ampliando a oportunidade de o conhecer e de o estudar” (OLIVEIRA; CANAVARRO, MENEZES, 2014, p. 431).

Considerando que, casos costumam preservar características contextuais e o (des)embaraçar próprio de um evento ou de uma série de eventos de modo a permitir múltiplas leituras e interpretações dele(s) (McGRAW et al. 2007; CLARKE; HOLLINGSWORTH; GORUR, 2013), nos casos multimídia construídos pelo Gepefopem os recortes de vídeos foram selecionados e concatenados para retratar situações relevantes das aulas. Além disso, esses casos congregam outras mídias (textos e áudios) ligadas tanto à preparação da aula como à reflexão do professor após a aula. Nessa perspectiva, essas mídias foram integradas com o objetivo de constituir “uma estrutura narrativa, propondo-se uma análise que acompanha o desenrolar da ‘história da aula’” (OLIVEIRA; CANAVARRO, MENEZES, 2014, p. 435) em cada caso multimídia, oferecendo ao professor em formação a oportunidade de “conhecer e refletir a respeito de elementos constituintes da sua profissão na busca do seu desenvolvimento profissional” (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 26).

Em diferentes campos do saber matemático, os casos multimídia construídos neste contexto apresentam um aspecto comum que merece atenção: as aulas que estão na sua origem pautam-se na perspectiva do Ensino Exploratório, uma prática de ensino inovadora, cuja promoção é considerada desafiante e exigente para os professores (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Dessa forma, a expressão “caso multimídia” além de se referir à integração de diferentes tipos de mídias armazenadas em uma plataforma *online*, designa a utilização do potencial comunicacional e tecnológico desses dispositivos para propor a análise de elementos da prática do professor por meio de questões problematizadoras com a intencionalidade de destacar características que são próprias às aulas de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório. Intenciona-se ainda, a partir de sua organização e conteúdos, representar o processo docente de preparação e realização de aulas dessa natureza, de modo a oferecer suportes tanto às/nas reflexões sobre ele como para colocá-lo em prática.

Em sua *Introdução* são apresentadas informações sobre a escola, a turma e a experiência profissional do professor protagonista de cada caso (FIGURA 1)<sup>14</sup>. Também podem ser acessados os vídeos de segmentos da aula – chamados de episódios; o enunciado da tarefa matemática proposta (FIGURA 2); o plano de aula elaborado pelo professor (ANEXO A); a produção escrita dos alunos com suas resoluções da tarefa; e recortes dos áudios das entrevistas sobre as intenções do professor antes da aula e de suas reflexões após a aula.

Esse conjunto de materiais está integrado e organizado horizontalmente no recurso para que a exploração do caso se aproxime do desenrolar da prática do professor de preparar, implementar e refletir sobre a aula ao/no desenvolvimento de ações futuras (CYRINO, 2016b). Como podem ser observadas nas Figuras 1, 2 e 3, essas etapas denominam-se: *Antes da aula*; *A aula*; *Reflexão após a aula*; e *Colocar em prática*. Assim, para apoiar o aprimoramento ou expansão de seu próprio quadro de referência, construído de maneira indutiva ao longo da exploração do(s) caso(s) multimídia, bem como para subsidiar planejamento e implementação de uma aula na etapa *Colocar em prática*, no final da *Reflexão após a aula* (FIGURA 3), o professor em formação conta com um quadro de referência, (*framework*)<sup>15</sup> (ANEXO B), sobre ações do professor em aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.

Figura 1– *Introdução do Caso Multimídia “Os colares”*

<sup>14</sup> Para ilustrar algumas dessas ideias as figuras selecionadas são extraídas do caso “Os colares” de modo a apresentar alguns de seus componentes.

<sup>15</sup> A elaboração desse *framework* pelo Gepefopem baseou-se no *i*) estudo e discussão do texto de Stein et al. (2008) que destaca cinco práticas (antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões entre as respostas dos alunos) como fundamentais à promoção de discussões matemáticas (com toda a turma) produtivas à aprendizagem dos alunos; na adoção da dinâmica da aula segundo as *ii*) quatro fases do Ensino Exploratório (Introdução da tarefa, Realização da tarefa, Discussão da tarefa e Sistematização das aprendizagens matemáticas) apresentadas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012); e nos *iii*) conhecimentos como estudantes (de graduação ou pós-graduação), nas experiências como docentes da Educação Básica ou como formadores de professores dos membros do grupo (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

The screenshot shows a web interface with a top navigation bar containing the logo 'recursos multimídia na formação do professor' and menu items: 'CASOS MULTIMÍDIA', 'SEMINÁRIO', 'MATERIAIS', 'GEPEFOPEM', 'CONTATOS', and 'LOGOUT'. Below the navigation bar is a main heading 'Caso Multimídia 1: "Os Colares"' and a sub-navigation bar with buttons for 'Introdução do Caso Multimídia', 'Antes da aula', 'A aula', 'Reflexão após a aula', and 'Colocar em prática'. The main content area features a sidebar with 'Contexto', 'Como usar o caso', and 'Autoria' on the left, and a main text block titled 'Introdução do Caso Multimídia' on the right. The text describes a classroom experience aimed at reflecting on teaching and learning processes.

**recursos multimídia**  
na formação do professor

CASOS MULTIMÍDIA SEMINÁRIO MATERIAIS GEPEFOPEM CONTATOS LOGOUT

## Caso Multimídia 1: "Os Colares"

Introdução do Caso Multimídia Antes da aula A aula Reflexão após a aula Colocar em prática

**Contexto**

**Como usar o caso**

**Autoria**

### Introdução do Caso Multimídia

O Caso Multimídia "Os Colares" trata de uma experiência de sala de aula a ser explorada em um ambiente de formação na busca de permitir reflexões sobre os processos de ensino e de aprendizagem e uma possível articulação entre conhecimentos teóricos e práticos que envolvem o trabalho do professor.

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Figura 2 – A tarefa “Os colares”<sup>16</sup> na etapa *Antes da aula*

## Caso Multimídia 1: “Os Colares”

Introdução do Caso Multimídia

Antes da aula

A aula

Reflexão após a aula

Colocar em prática

### A tarefa

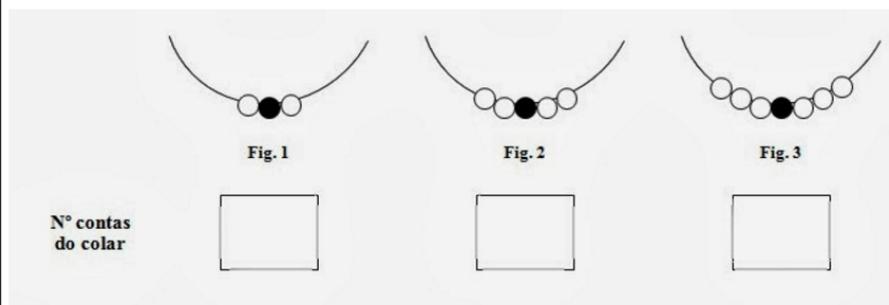
Planejamento da aula

Quadro síntese

### A tarefa

#### Tarefa – Os colares

A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.



1. Indique acima o número **total** de contas de cada figura.
2. Continuando esta sequência de colares, quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura seguinte?
3. E quantas contas teria o colar correspondente a figura 8?
4. Descubra quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.
5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 contas? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.
6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

<sup>16</sup> Adaptado de: PEDRO, I. J. C. R. Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

Figura 3 – Quadro de referência (*framework*) na etapa *Reflexão após a aula*

**Caso Multimídia 1: "Os Colares"**

Introdução do Caso Multimídia | Antes da aula | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

Antes da aula  
A aula  
Quadro de referência (framework)

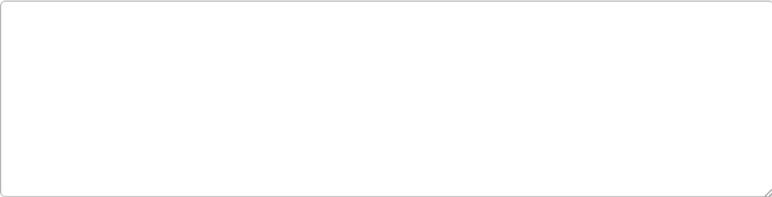
### Quadro de referência (framework)

O Framework é um quadro de referência que apresenta uma síntese de ações do professor na perspectiva de Ensino Exploratório.

framework.pdf pdf | 44.17 KB

1. Discuta as semelhanças e diferenças entre seu quadro síntese e o framework.





Gravar/Imprimir

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

As aulas que constituem os casos multimídia foram desenvolvidas em diferentes escolas da rede pública estadual do Paraná e incidem sobre áreas desafiantes às pesquisas em Educação Matemática: o Ensino de Álgebra, a Educação Estatística e Medidas. O caso “Os colares” decorre de uma aula no 6º ano do Ensino Fundamental (EF) visando ao desenvolvimento de aspectos do pensamento algébrico dos alunos; o caso “Plano de Telefonia” decorre de uma aula no 1º ano do Ensino Médio (EM) envolvendo a construção do conceito de função, em particular da função linear e afim, bem como a exploração de suas representações gráficas a partir da utilização do GeoGebra; e o caso “Brigadeiros” decorre de uma aula no 9º ano do EF, em torno dos significados e propriedades da média aritmética (RODRIGUES et al., 2016). O caso ainda em construção trata de uma aula no 5º ano do EF (anos iniciais), envolvendo área e perímetro.

Conforme referimos, um elemento comum nesses casos multimídia é a adoção do Ensino Exploratório como perspectiva no Ensino de Matemática, tendo em vista o acesso de professores em formação a aulas dessa natureza (CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Dessa forma, os casos retratam o papel exigente e importante que diferentes docentes assumem no planejamento criterioso da aula (Etapa *Antes da aula*), bem como na promoção da aprendizagem dos alunos (Etapa *A aula*).

Segundo Oliveira e Cyrino (2016), o Ensino Exploratório nas aulas de Matemática tem como orientações gerais elementos considerados fundamentais nas abordagens de ensino referentes à *Inquiry<sup>17</sup> based Mathematics Education* (IBME) (ARTIGUE; BLOMHOJ, 2013), sendo eles, *engajamento, inquirição, colaboração, comunicação e reflexão* (no CAPÍTULO 1 consta uma discussão mais aprofundada a esse respeito). A perspectiva de *inquiry teaching* foi amplamente difundida pela reforma curricular proposta pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2007) voltada à promoção de oportunidades de aprendizagem baseadas no *inquiry*, denotadas por Hiebert (2003) como condições propiciadas aos alunos que favoreçam o seu envolvimento em tarefas e que lhes possibilitem aprender matemática com compreensão<sup>18</sup>. De modo particular, o Ensino Exploratório pode ser desenvolvido em três ou quatro fases a partir de tarefas exploratórias, investigações ou problemas (PONTE, 2005; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

A seleção ou elaboração das tarefas é de especial relevância no Ensino Exploratório, e essa decisão está mais ligada às características da tarefa do que à sua classificação. As tarefas propostas no Ensino Exploratório são ancoradas no currículo, mas, além disso, elas procuram considerar as experiências de aprendizagem dos alunos, as situações que podem se tornar desafiantes para eles, as diferentes possibilidades de resolução ou solução da tarefa, bem como a natureza da atividade matemática que pode ser desenvolvida pelos alunos (FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Influenciado pela perspectiva dialógica, no Ensino Exploratório o conteúdo e a forma dos enunciados são indissociáveis de seu contexto e o processo pelo qual seus significados são “compartilhados está muito longe de ser uma simples transmissão e recepção” (WELLS, 2004, p. 106). Dessa forma, a *comunicação*, entre pares ou coletivamente, que considera a ideia do outro na construção conjunta de conhecimento, tem função de destaque em aulas de Matemática no Ensino Exploratório (MESTRE; OLIVEIRA, 2012; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Nessa

---

<sup>17</sup> Na literatura não é consensual a tradução de *inquiry*, as traduções encontradas usam os termos inquirição ou investigação. Ao longo do texto preferimos manter o termo *inquiry* no original, uma vez que consideramos que seu significado muitas vezes não corresponde às variações na leitura que é feita dos termos inquirição ou investigação no Brasil.

<sup>18</sup> Além do processo de (re)conhecer conteúdos e procedimentos matemáticos, também há a mobilização de raciocínios e ideias, a comunicação matemática, e outras experiências de aprendizagem dos alunos que se estendem à resolução de novas tarefas (NCTM, 2007).

linha, no Capítulo 1, apresentamos uma discussão mais aprofundada da visão de FP sobre aspectos da comunicação no Ensino Exploratório.

No recurso multimídia apresentado, as aulas que constituem os casos seguiram sucessivamente quatro fases do Ensino Exploratório, denominadas<sup>19</sup>: *Proposição e apresentação da tarefa*; *Desenvolvimento da tarefa*; *Discussão coletiva da tarefa*; e *Sistematização*. Na primeira fase, o professor provê recursos e a organização necessária à apropriação e ao (des)envolvimento(da) com a tarefa. Em pequenos grupos, na segunda fase da aula, os alunos elaboram estratégias matemáticas para resolver a tarefa e o professor promove interações com e entre os alunos, oferecendo-lhes suportes sem prejudicar a autonomia de sua atividade matemática (explicações mais detalhadas constam no CAPÍTULO 1). Ao observar as produções dos alunos e com base em seu planejamento, o professor efetiva a *seleção e sequenciamento das resoluções da tarefa* (explicações mais detalhadas constam no CAPÍTULO 2), convidando os alunos para discuti-las com a sala toda. Na discussão coletiva da tarefa, a partir da gestão da aprendizagem e da participação dos alunos, o professor intenta que estes explicitem as ideias matemáticas que fundamentaram seu modo de resolver a tarefa, compartilhando-as e estabelecendo conexões entre elas (explicações mais detalhadas constam no CAPÍTULO 3). Diante das necessidades curriculares específicas dos contextos escolares, dos objetivos da aula e com base nas produções matemáticas expostas pelos grupos no decorrer da aula, o professor promove a sistematização de conceitos, ideias ou procedimentos de modo a propiciar a sua (re)apresentação e registro pelos alunos (STEIN et al., 2008; CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

A navegação pelas etapas *Antes da aula*, *A aula* e *Reflexão após a aula*, em cada caso, é verticalmente orientada segundo essas quatro fases (FIGURA 4 e FIGURA 5), bem como por questões sobre os aspectos que se destacam nas mídias que caracterizam cada uma delas. Além disso, as respostas a essas questões podem ser digitadas em um quadro que aparece após as questões problematizadoras e armazenadas no próprio recurso em um arquivo em PDF (FIGURA 3).

---

<sup>19</sup> Alguns termos foram adequados às especificidades do contexto brasileiro, mas as designações e descrições às quatro fases do Ensino Exploratório são baseadas em Canavarro, Oliveira e Menezes (2012): (1) Introdução da tarefa; (2) Realização da tarefa; (3) Discussão da tarefa; e (4) Sistematização das aprendizagens.

Figura 4 – Desenvolvimento da tarefa na seção *Fases da aula* na etapa *Antes da aula*

## Caso Multimídia 1: "Os Colares"

Introdução do Caso Multimídia
Antes da aula
A aula
Reflexão após a aula
Colocar em prática

A tarefa

Planejamento da aula

Intenções e Finalidades da aula

Fases da aula

Proposição e apresentação da tarefa

Desenvolvimento da tarefa

Discussão coletiva da tarefa

Sistematização

Reflexões

Quadro síntese

### Desenvolvimento da tarefa



[2. desenvolvimento da tarefa.pdf](#) pdf | 12.1 KB

1. Quais elementos a professora considera necessários, no plano de aula, para o desenvolvimento dessa tarefa?
2. Selecione dois desses elementos que lhe pareçam mais importantes e justifique.
3. Comente as expectativas da professora quanto:
  - a) ao monitoramento do trabalho
  - b) ao desempenho dos alunos.

**Fonte:** [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Figura 5 – Episódio 3 na seção *Desenvolvimento da tarefa* na etapa *A aula*.

## Caso Multimídia 1: "Os Colares"

Introdução do Caso Multimídia
Antes da aula
A aula
Reflexão após a aula
Colocar em prática

Proposição e apresentação da tarefa

Desenvolvimento da tarefa

Episódio 2

Episódio 3

Episódio 4

Episódio 5

Episódio 6

Produção Escrita dos Alunos

Discussão coletiva da tarefa

Sistematização

### Episódio 3



The YouTube Flash API was [officially deprecated](#) on January 27th, 2015.

Descrição Episódio 3.pdf pdf | 119.91 KB

1. Identifique as ações da professora neste episódio.
2. Que estratégias são utilizadas pelos alunos?
3. Que questionamentos a professora desenvolve para auxiliar o trabalho dos alunos?  
Comente.
4. Identifique que interações ocorrem nesse episódio. Qual a importância dessas interações para uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório?

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

Essa organização do recurso multimídia, com entradas verticais estendidas que cruzam uma linha horizontal, foi estruturada de modo que, com a exploração dos casos, o (futuro) professor possa imbricar-se nas etapas do desenvolvimento da atividade profissional docente, constituindo uma visão geral dela e do/no contexto do Ensino Exploratório de Matemática. No entanto, essa trajetória não é suposta como algo linear, já que, está articulada a um movimento que passa por imersões nos eventos e aspectos particulares que constituem cada uma dessas etapas, em cada um dos casos multimídia e com suas especificidades.

**A PESQUISA E MINHA EXPERIÊNCIA NA UNIVERSIDADE DE LISBOA**

A parceria de pesquisa da professora Márcia Cyrino com a professora Hélia de Oliveira, desde 2008, deu origem ao projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática” apoiado financeiramente pelo CNPq e Fundação Araucária. Essa parceria e o apoio do CNPq, possibilitou-me o desenvolvimento de um estudo de doutorado sanduíche, no período de janeiro a julho de 2014, no IEUL, com a orientação da professora Hélia de Oliveira.

De modo geral, as oportunidades de participar de algumas atividades de formação inicial de professores de Matemática no IEUL, de aulas em algumas escolas públicas daquela região, dos seminários de pesquisas de doutorado e de eventos da área, contribuíram significativamente ao meu desenvolvimento pessoal e profissional, bem como à reflexão desse processo na elaboração coletiva dos primeiros casos multimídia no âmbito do Gepefopem.

Nesse contexto, tive a oportunidade de realizar um “estudo piloto” que precedeu à coleta de dados no contexto brasileiro e auxiliou-nos a pensar questões mais pontuais para a constituição dos capítulos/artigos desta pesquisa. Além da participação da professora Hélia como orientadora e formadora, o estudo piloto realizado na Universidade de Lisboa contou com o auxílio da professora Ana Henriques, que disponibilizou nove aulas, de 2 horas e 30 minutos cada, e apoiou as ações desenvolvidas no campo da disciplina Didática da Matemática II (2013/2014), do curso de Mestrado em Ensino de Matemática para formação de professores de Matemática do 3.º ciclo do ensino básico e ensino secundário<sup>20</sup>.

Com essa equipe, tive a oportunidade de participar como formadora da seleção de textos para discussão e de mídias para exploração do caso multimídia “Cubos com autocolantes”<sup>21</sup>, do planejamento criterioso e atualizações necessárias das ações, bem como do processo de formação. Buscando ser compatível com a perspectiva do Ensino Exploratório, as ações centraram-se no trabalho autônomo dos pares de FP e em discussões e sínteses conjuntas com o grupo todo.

Cabe salientar que a preparação de sessões de discussões e sínteses conjuntas de formação consideraram as análises das respostas escritas dos pares de FP às questões dispostas na plataforma do recurso. O fechamento da disciplina envolveu a elaboração e a apresentação de planos de aula na perspectiva do Ensino Exploratório pelos pares de FP.

---

<sup>20</sup> Em Portugal, o 1º ciclo do Ensino Básico refere-se aos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental no Brasil, o 2º e 3º ciclos do Ensino Básico em Portugal referem-se aos quatro últimos anos do Ensino Fundamental no Brasil e o Ensino Secundário em Portugal refere-se aos três anos do Ensino Médio no Brasil.

<sup>21</sup> OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Cubos com autocolantes – caso multimédia, 2012. Extraído de <http://p3m.ie.ul.pt/caso1-cubos-com-autocolantes-1-ciclo>.

Todo suporte humano e material fornecido para a e por meio da concretização desse estudo foi de essencial importância ao planejamento do encaminhamento metodológico da formação desenvolvida no Brasil. Da mesma forma, eles serviram para antecipação de procedimentos de coleta e análise de dados, bem como para o aprimoramento dos quadros teóricos desta pesquisa de doutorado em sua totalidade.

#### **APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES NO CONTEXTO DE EXPLORAÇÃO DE UM CASO MULTIMÍDIA**

Para Lins (2003), a Licenciatura em Matemática precisa ser compreendida como parte do desenvolvimento profissional contínuo de professores. Dessa forma, tornam-se objetivos desse processo “educar o olhar do futuro professor para ver a diferença e lidar com ela e educar os hábitos dele para o trabalho cooperativo com colegas” em que os estudos matemáticos ou pedagógicos funcionam como meio e não como suas finalidades (LINS, 2003, s/n). De modo semelhante, no Parecer CNE/CP 9/2001, firma-se a concepção de que a formação inicial de professores não se restringe à construção “dos conhecimentos específicos em torno dos quais [o professor] deverá agir, mas, **também**, [comprometer-se com a] compreensão das questões envolvidas em seu trabalho, sua identificação e resolução, autonomia para tomar decisões, responsabilidade pelas opções feitas” (BRASIL, 2001a, p. 29, grifo nosso). Nessa perspectiva, entendemos que o conceito de aprendizagem profissional de futuros professores de Matemática não pode se limitar à visão cartesiana da acumulação de conhecimentos de maneira desconectada das capacidades, subjetividades ou contexto profissional dos sujeitos.

Segundo a perspectiva dialógica<sup>22</sup>, concordamos com Wells (2004, p. 78) quando afirma que “nós não possuímos conhecimento em qualquer sentido literal; em vez disso, nós estrategicamente reconstruímos uma versão dele pelo uso do que nós podemos lembrar para ‘re-conhecer’ de uma forma adequada à situação atual”. Na mesma direção, Boyd e Markarian (2015, p. 273) descrevem duas formas diferentes de se conceber o conhecimento, uma pelo *o que é conhecido* e outra pelo *processo de conhecer* “cujo saber é reconhecido”. Na primeira concepção “o conhecimento é visto como algo a ser depositado e consumido” e, nesse caso, a aplicação de testes passa a fazer sentido; na segunda, o conhecimento é concebido “como ancoragem contextual para o pensamento e aprendizagem”, em que fomentar raciocínios

---

<sup>22</sup> Para esclarecer a constituição do termo “dialógico”, Wegerif (2010) explica que ‘Dia’ e ‘lógica’ são termos de palavras gregas que significam, respectivamente, ‘através de’/‘atravessar’ e ‘discurso’/‘razão’, dessa forma, “‘dialógica’ significa literalmente ‘raciocinar através da diferença’” (WEGERIF, 2010, p. 25).

através da diferença faz mais sentido ao professor (BOYD; MARKARIAN, 2015, p. 273) e também a nós no processo de formação docente.

O vídeo tem sido apontado como recurso que possibilita o foco na natureza situacional e contextualizada da aprendizagem profissional dos professores, uma vez que, ao possibilitar reflexões sobre artefatos da prática do professor permite a consideração, em sua abrangência, dos vários aspectos interligados também constituintes dos conhecimentos e capacidades do professor, tal como emergem nas interações de sala de aula (PUTNAM; BORKO, 2000; BORKO et al., 2011). Aliado a esses fatores, sobretudo no cenário internacional, os avanços tecnológicos e as possibilidades digitais específicas da mídia vídeo promoveram um aumento considerável da utilização desse recurso na formação de professores e nas pesquisas que tangem essa temática (BLOMBERG et al., 2013).

Vários estudos têm evidenciado diferentes potencialidades do vídeo à formação inicial e continuada de professores de diversas áreas (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; SHERIN, 2007; SHERIN; VAN ES, 2009; SANTAGATA; GUARINO, 2011; BORKO et al., 2011; BLOMBERG et al. 2013; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; SEIDEL; STÜRMER, 2014; MITCHELL; MARIN, 2015). Dentre outras, destacamos suas possibilidades de: retratar a complexidade da sala de aula, retomando os acontecimentos tal como eles se desenvolveram junto aos elementos envolvidos no seu contexto situacional; destacar aspectos significativos do ensino e da aprendizagem, difíceis de serem observados dentro da multiplicidade de eventos simultâneos que ocorrem na sala de aula; e (re)ver gradativamente, com focos e perspectivas diferentes, uma mesma situação por diversas vezes. De acordo com esses estudos, a utilização do vídeo ou trechos de vídeo de aula(s) podem favorecer aprendizagens profissionais relacionadas aos processos de perceber (*noticing*), raciocinar ou refletir sobre a própria prática ou sobre a prática de outro (futuro) professor.

Afastando-se de uma visão técnica e descontextualizada das dimensões do conhecimento, algumas pesquisas que investigam a utilização de vídeos na formação de professores têm assumido a ideia de conhecimento profissional integrado, associando-o à conexão que é feita entre os aspectos observados pelo (futuro) professor e o seu conhecimento sobre a situação analisada. Tal ideia tem por base o conceito desenvolvido por Goodwin (1994) de visão profissional (GROSSMAN et al., 2009; SHERIN; VAN ES, 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

Nos últimos anos, devido ao seu potencial para desenvolver e revelar elementos chave no/do processo de aprendizagem docente, apresentado como a capacidade de *perceber* e *interpretar* as características relevantes nos eventos de sala de aula (SHERIN 2007; VAN ES;

SHERIN, 2002), a visão profissional do professor tem recebido cada vez mais atenção nas pesquisas sobre a formação inicial de professores (SHERIN; VAN ES, 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

De acordo com Mason (2002) “perceber” (*noticing*) envolve o reconhecimento de oportunidades de ação para *tomar decisões* embasadas na compreensão que se tem da situação sob reformas alternativas de agir, utilizando ou adaptando estratégias de ensino. Essa capacidade pode apontar indícios quanto ao conhecimento dos professores sobre aspectos significativos no ensino e na aprendizagem em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN; VAN ES 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

Na formação inicial de professores, a capacidade de *perceber* aspectos relevantes do ensino e da aprendizagem em sala de aula é reconhecida como um processo que se expande ao longo do tempo, uma vez que não é facilmente desenvolvido pelos FP (VAN ES; SHERIN, 2002). Dessa forma, McDuffie et al. (2014) entendem que o desenvolvimento dessa capacidade seja iniciado o quanto antes na formação inicial e por meio de suportes específicos à sua mobilização.

No processo de compreender uma situação particular, além de *perceber* os aspectos que se salientam a sua atenção o (futuro) professor *interpreta-os*, construindo significados para eles com base em diferentes ideias ou conceitos. Para tanto, o (futuro) professor pode ser incentivado a *raciocinar* sobre eles, com base no que (re)conhece no processo de compreender a situação analisada.

Com base nesses pressupostos, a visão profissional do (futuro) professor tem sido descrita em termos de dois componentes subjacentes a esses processos perceptivos: a *atenção seletiva* e o *raciocínio baseado no conhecimento* (SHERIN, 2007; SHERIN; VAN ES, 2009). Na diversidade de elementos que permeiam a sala de aula, a *atenção seletiva* elege o(s) aspecto(s) para os quais o professor decide/escolhe orientar sua atenção, de acordo com o que lhe parece importante. O *raciocínio baseado no conhecimento* envolve a mobilização/reconstrução do que se sabe sobre a situação, seus elementos conceituais e contextuais como, por exemplo, conhecimento do assunto, sobre o currículo ou das falas anteriores dos alunos, bem como sobre as conexões estabelecidas entre eles (SHERIN, 2007; SHERIN; VAN ES, 2009).

Algumas pesquisas qualitativas empíricas relativas ao uso do vídeo na formação têm apontado padrões nos resultados referentes ao modo pelo qual professores em formação raciocinam sobre os eventos de sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009). Com base nessas pesquisas, Seidel e Stürmer (2014) indicam três aspectos

emergentes e distintos do modo de raciocinar desses professores, descritos como: *descrição*, *explicação* e *previsão*. Assim, utilizando esse quadro como estrutura de análise, o desenvolvimento de pesquisas empíricas de larga escala, no campo específico da formação inicial, contribuiu com o processo de caracterizar a natureza do raciocínio de FP, bem como à compreensão de algumas inter-relações entre essas três dimensões (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015).

Assim, a capacidade de perceber aspectos importantes em uma aula, a natureza do raciocínio sobre eles e as ideias que o ancoram podem ser teórica e analiticamente adotadas como indicadores tanto do conhecimento profissional integrado manifestado pelos FP quanto do desenvolvimento de sua visão profissional sobre elementos da prática de ensino do professor (SHERIN; VAN ES, 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

Portanto, nesta pesquisa, consideramos que o quadro constituído com base nesses elementos pode ser utilizado para análise da aprendizagem profissional de FP de Matemática em um contexto formativo assente em um caso multimídia, sobretudo relacionada aos aspectos que envolvem uma aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório.

#### **QUESTÃO GERAL E QUESTÕES ESPECÍFICAS DE PESQUISA**

A confluência dessas experiências pessoais e profissionais junto ao referencial teórico e metodológico procedentes de diferentes contextos influenciou a constituição desta pesquisa, oferecendo-nos condições na busca por responder a seguinte questão geral: *Que elementos do contexto de formação, assente em um caso multimídia de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, oferecem oportunidades de aprendizagem profissional a futuros professores de Matemática?*

Para responder a essa questão mais abrangente, consideramos necessário responder a questões mais específicas, agrupadas e nomeadas da seguinte forma:

i. Que aspectos da comunicação no Ensino Exploratório chamam a atenção dos FP? Qual a natureza dos raciocínios sobre esses aspectos? O que os aspectos destacados e a natureza dos raciocínios dos FP sobre eles, bem como as relações desses processos com os elementos do contexto podem indicar quanto ao desenvolvimento da visão profissional dos FP?

ii. Que aspectos do pensamento algébrico são reconhecidos e interpretados pelos FP na análise da produção escrita dos alunos? Que critérios são considerados pelos FP nas opções que eles fazem sobre a seleção e sequenciamento dessas resoluções visando à promoção do

pensamento algébrico dos alunos na discussão coletiva? Que elementos do contexto podem ter mobilizado ou apoiado os processos perceptivos para a tomada de decisões dos FP?

iii. Que aspectos da *discussão coletiva* no Ensino Exploratório chamam a atenção dos FP e qual a natureza do seu raciocínio sobre esses pontos de enfoque ao explorarem mídias inerentes à antecipação da aula e a sua concretização pela professora? Que relações podem ser identificadas nas diferentes etapas de exploração (antecipação e concretização da aula) de um caso multimídia quanto ao desenvolvimento da visão profissional dos FP sobre a *discussão coletiva* no Ensino Exploratório? Que elementos do contexto podem ter contribuído para o desenvolvimento da visão profissional dos FP?

Essas são, portanto, as questões e reflexões norteadoras da pesquisa, tendo o caso multimídia “Os colares” como recurso à análise de elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório e a disciplina Prática e Laboratório de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental – PLEMEF como campo desta investigação.

## ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

### **A disciplina Prática e Laboratório de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental – PLEMEF**

Os dados da pesquisa foram coletados no decorrer de uma disciplina de prática curricular, intitulada PLEMEF, de 72 horas-aula, oferecida no 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática, conforme constava no Projeto Pedagógico do Curso e apresentado na primeira seção deste texto. A PLEMEF ocorreu de agosto a dezembro de 2014, com 3h e 20min de duração por semana (segundas e quartas, das 9h15min às 10h55min), sendo a pesquisadora docente responsável pela disciplina. O plano de ensino foi organizado em torno do estudo das seguintes temáticas circunscritas no âmbito do Ensino Fundamental (EF): processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra; a comunicação em aulas de Matemática; o currículo e a seleção ou elaboração de tarefas; e o planejamento de aulas. Tendo em conta as exigências específicas da PLEMEF, a exploração do caso multimídia “Os colares” foi integrada a esse contexto de formação.

Devido ao espaço e tempo em que a PLEMEF está situada no contexto curricular geral do curso, ela decorre depois de os FP estudarem disciplinas referentes a quatro diferentes áreas do conhecimento: Inter/multidisciplinar (eixos temáticos); Informática; Matemática; e

Educação. Desse modo, além de ter sido o primeiro contato dos FP com um caso multimídia referente à prática do professor em sala de aula e no contexto do Ensino Exploratório de Matemática, foi também a primeira disciplina relativa, essencialmente, à Educação Matemática.

Assim, no total foram realizados 31 encontros para o desenvolvimento de três conjuntos de ações de formação com objetivos específicos, porém interligados:

*i)* Onze encontros para o estudo e discussão de quatro textos com atenção às temáticas: **a)** Ensino Direto (transmissivo), Ensino Exploratório, tarefas matemáticas e a gestão curricular combinando diferentes tipos de tarefas, a partir de Ponte (2005); **b)** Características das tarefas, seus níveis de demanda cognitiva e atividade matemática desenvolvida em sala de aula, com base em Stein e Smith (2009); **c)** Desenvolvimento do pensamento algébrico em um estudo de caso no EF, a partir de Matos e Ponte (2008); **d)** Ações comunicativas do professor de Matemática, com base em Menezes (et al. 2014).

*ii)* Onze encontros para exploração das seções Antes da aula, A aula e Reflexão após a aula do caso multimídia “Os colares”.

*iii)* Nove encontros para elaboração de planos de aula na perspectiva do Ensino Exploratório e centrados no estudo de equações do 1º grau no EF.

Em consonância com a dinâmica da aula no Ensino Exploratório, essas ações de formação foram encaminhadas a partir da sequência:

- 1) Apresentação e apropriação da proposta com orientações gerais para o seu (des)envolvimento;
- 2) Interações dialógicas nos pequenos grupos (6 duplas e 1 trio) para produção de respostas escritas, a partir de questões norteadoras;
- 3) *Feedback* escrito da formadora às respostas produzidas por cada grupo quanto à amplitude dos aspectos identificados nas mídias, à consistência da argumentação e à coerência com a finalidade das questões;
- 4) Discussões conjuntas com todos os FP sobre a natureza e conteúdo dos recursos explorados, visando à (re)construção de um referencial coletivo sobre as ações do professor e sua importância à aprendizagem dos alunos no contexto do Ensino Exploratório.

O agrupamento das produções escritas em *i)*, *ii)* e *iii)* foi o material utilizado para avaliação dos trabalhos realizados em grupo e a avaliação de cunho individual foi pautada nas produções escritas individualmente e sem consulta pelos FP no final da exploração do caso e antes de iniciar a elaboração dos planos de aula.

## Os futuros professores participantes da pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida com FP de Matemática que cursavam a disciplina PLEMEF no ano de 2014, que tiveram frequência maior ou igual a 75% das aulas, dado que esse critério abarca aqueles que tiveram participação na análise do caso multimídia, na elaboração de planos de aula e nas discussões conjuntas promovidas na formação. Dessa forma, dos 22 licenciandos matriculados na disciplina PLEMEF, 15 foram selecionados como participantes da pesquisa.

No Quadro 1, apresentamos algumas informações sobre esses participantes obtidas pelas respostas individuais a um questionário aplicado na primeira aula de PLEMEF (11/08/2014) e extraídas de uma narrativa escrita individualmente pelos FP presentes (01/09/2014), que visava à análise de uma experiência pessoal de ensino ou de aprendizagem de Matemática. Na última coluna procuramos reunir os principais aspectos, de seu ensino ou de sua aprendizagem, narrados pelos FP e ao quê esses aspectos foram vinculados para explicar por que lhes chamaram atenção, ou lhes foram importantes. De modo a atender o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (ANEXO C), assinado pelos participantes, os FP são identificados por nomes fictícios, preservando-os o anonimato.

Quadro 1 - Caracterização dos participantes da pesquisa

| Futuros professores |      | Onde reside          | Experiência geral com Ensino de Matemática | Experiência específica narrada      | Excertos da narrativa   |
|---------------------|------|----------------------|--|-------------------------------------|---|
| 1                   | João | Dourados (Indápolis) | Como aluno                                 | Como aluno do curso de Licenciatura | “[...] aprendi muito. <b>O professor</b> [da faculdade] foi muito <b>simples</b> em suas <b>explicações</b> . [...] Eu <b>prestava atenção</b> [...], outros nem tanto. [...] o que mais me surpreendeu foi a paciência e vontade de que os alunos aprendessem, por parte do professor. [...] mas não consigo entender porque eles [os outros alunos] estavam tão distantes. <b>A sintonia entre o professor e alguns alunos estava em estações diferentes</b> . [...] Será que o professor não <b>levou em conta a vivência dos alunos?</b> [...] <b>O que o professor poderia ter feito? Essa é a questão que pretendo descobrir</b> . [...] [mas] vai que [...], é assim que eles aprendem, <b>mesmo desligados de tudo</b> .” |

| Futuros professores |       | Onde reside          | Experiência geral com Ensino de Matemática | Experiência específica narrada                             | Excertos da narrativa   |
|---------------------|-------|----------------------|--|--|---|
| 2                   | Nina  | Dourados (Indápolis) | Seis meses no PIBID <sup>23</sup>          |  | *Não estava presente na aula em que a narrativa foi desenvolvida. Isso vale para as demais células em branco dessa coluna.  |
| 3                   | Caio  | Dourados             | Seis meses no PIBID                        |  | “[...] [na] <b>preparação das aulas</b> [para alunos de 8º ano do EF no PIBID], cuidamos [Caio e Nina] para que nada fugisse do assunto proposto [equações do 1º grau]. Introduzimos o conceito de 1º e 2º termos, <b>explicamos resolução dos exercícios e aplicamos</b> [outros exercícios].”   |
| 4                   | Fred  | Dourados             | Como aluno                                 | Como aluno do Ensino Médio                                 | “[...] [No Ensino Médio] em <b>sua explicação</b> sobre matrizes percebi que a professora [graduada, mas não em Licenciatura em Matemática] até possuía conhecimento, <b>mas não conseguia transmiti-lo</b> , quando <b>aplicava exercícios</b> para a fixação do conteúdo, ela mostrava <b>desinteresse em ajudar os alunos</b> [...], sem <b>tirar dúvidas</b> , também <b>no quadro</b> , deixando <b>lacunas na aprendizagem dos alunos</b> , ‘assim como na minha’.” |
| 5                   | Isac  | Dourados             | Como aluno                                 | Como aluno do curso de Licenciatura                        | “[...] foi <b>explicado</b> de forma <b>bem clara</b> sobre o método de integração por substituição, em seguida foram resolvidos exercícios, muito <b>bem escolhidos e organizados</b> , pois ilustravam <b>situações diferentes</b> e de certa forma <b>a teoria era completada por meio deles</b> . [...] <b>os alunos tinham tempo para tentar ou fazer os exercícios e depois</b> ela [a professora] <b>explicava.</b> ”  |
| 6                   | Íris  | Dourados             | Como aluno                                 | Como aluno   | “Quando eu estava na escola <b>ainda tinha mais facilidade em aprender matemática</b> [...]. [...] ao <b>ajudar</b> [uma amiga] eu via que <b>ela entendia o que eu estava falando</b> . Ela dizia que não entendia com a professora, porque ela tinha <b>medo de pedir explicação</b> , pois a professora [...] não gostava que o aluno pedisse para ela <b>explicar novamente.</b> ”  |
| 7                   | Tainá | Dourados             | Seis meses no PROJOVEM <sup>24</sup>       | Como professora substituta em uma aula para o 6º ano do EF | “[...] como <b>professora substituta</b> [...] para uma turma de 6º ano [...], <b>não foi ‘exatamente’ uma aula</b> , pois <b>só apliquei uns exercícios</b> na qual <b>a professora já havia explicado o conteúdo</b> a eles e feito exercícios também. Foi mais uma revisão do que eles tinham visto, e <b>não precisei</b>   |

<sup>23</sup> O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, representa uma iniciativa para o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a Educação Básica financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, que concede bolsas aos acadêmicos matriculados nos cursos de licenciatura de Instituições de Educação Superior (IES) e integrados a projetos em parceria com escolas de Educação Básica da rede pública de ensino. Os objetivos desse programa estão disponíveis em <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>>. Acesso em 28 de set. 2015.

<sup>24</sup> Trata-se do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (PROJOVEM) gerido por um órgão federal com a parceria de estados e municípios, visa à formação profissional, inserção ou reinserção no sistema educacional, formação básica no Ensino Fundamental, dentre outras atividades para jovens de baixa renda de modo contextualizado ao mercado de trabalho e de acordo com os objetivos das modalidades: PROJOVEM Urbano; Adolescente; Trabalhador; ou Campo Saberes da Terra. Informações disponíveis em <http://www.brasil.gov.br/educacao/2012/04/programa-capacita-jovens-para-o-mercado-de-trabalho>. Acesso em 28 set. 2015.

| Futuros professores |       | Onde reside | Experiência geral com Ensino de Matemática | Experiência específica narrada   | Excertos da narrativa   |
|---------------------|-------|-------------|--|--|---|
|                     |       |             |  |  | <b>gritar</b> ou <b>chamar atenção de ninguém</b> , pois além de poucos alunos, eles eram cientes que aquilo valia nota.”   |
| 8                   | Lara  | Dourados    | Um ano no PIBID                            | Como bolsista do PIBID, atuando com alunos do 6º e 7º anos do EF no contexto escolar | “[...] a outra turma [alunos de 6º e 7º do PIBID] com quem estou atualmente é melhor, os alunos são preguiçosos, porém, não atrapalham os outros, mas <b>não precisa chamar atenção</b> , pois [...] [uma aluna] <b>é esforçada e pergunta</b> então o outro aluno acaba fazendo também, <b>pois vê ela fazendo e tem interesse também.</b> ”   |
| 9                   | Alex  | Dourados    | Um ano no PIBID                            | Como bolsista do PIBID, atuando com alunos do 9º ano do EF no contexto escolar       | “[...] Como <b>sempre planejo a aula</b> [para alunos do 9º ano do PIBID] <b>faço uma lista de exercícios e resolvo os exercícios</b> , essa aula era a aplicação do teodolito na trigonometria, [...] [deixei] imagens para os alunos melhor assimilarem o que pediam os enunciados [...]. Chegando na escola <b>apresentei</b> o conteúdo [seno, cosseno, tangente...], até aí tudo bem, <b>os alunos compreenderam as explicações e conseguiram resolver os exercícios</b> . Mas na hora que foi para a manipulação do teodolito <b>eles não conseguiram entender</b> e não conseguiram fazer a aplicação, <b>e quanto mais eu tentava explicar, mais eles ficavam confusos</b> e mais <b>eu ficava frustrado</b> porque <b>eu não consegui passar a aplicação do material</b> . Tive que <b>parar com a aula prática e ficar só nos exercícios.</b> ” |
| 10                  | Toni  | Vicentina   | Seis meses no PIBID                        | Como bolsista do PIBID atuando com alunos do Ensino Médio no contexto escolar        | “Em uma aula ministrada pelo PIBID [...] <b>me deparei com uma grande dificuldade dos alunos</b> em resolver funções que tinham frações, pois eles não sabiam calcular o mmc (mínimo múltiplo comum). <b>Por um momento não soube o que fazer</b> , pois [função] era o que a professora tinha me pedido para ensinar [...]. Tive que ensinar mmc, ao invés de função.”   |
| 11                  | Ari   | Vicentina   | Seis meses no PIBID                        | Como aluno do curso de Licenciatura  | “No primeiro dia que tive contato com vetores [na faculdade] foi <b>frustrante</b> . [...], <b>aquelas setas não significavam nada</b> , [...] mas no final das contas os vetores acabaram se tornando importantes para mim, pois foi por meio deles que <b>eu aprendi o que era estudar.</b> ”   |
| 12                  | Tulio | Vicentina   | Seis meses no PROJOVEM                     |  |   |
| 13                  | Davi  | Vicentina   | Seis meses no PROJOVEM                     | Como aluno   | “[...] foi uma das aulas [referente à Educação Básica, mas fora do ambiente escolar] <b>mais prazerosas</b> e que mais <b>surtiu efeito</b> . [...]. Não me lembro muito bem <b>a questão</b> , mas lembro que <b>fiquei muito curioso</b> para saber a resposta. [...] lembro que <b>resolvi por tentativas</b> , sendo elas inúmeras, mas <b>deu certo!</b> Não me recordo ao certo a reação do professor, apenas recordo da minha reação, foi a melhor possível, depois  |

| Futuros professores |       | Onde reside   | Experiência geral com Ensino de Matemática                                   | Experiência específica narrada | Excertos da narrativa  |
|---------------------|-------|---------------|--|--------------------------------|--|
|                     |       |               |  |                                | <b>quis ver o professor resolvendo e era muito diferente do meu método [...]</b> aquela aula foi a melhor possível.” |
| 14                  | Joel  | Jateí         | Como aluno   |                                |  |
| 15                  | Diana | Rio Brilhante | Como professora substituta do 6º ano do EF em uma escola pública onde reside |                                |  |

**Fonte:** A autora.

Segundo o quadro 1, dos quinze participantes, nove moram em Dourados, a segunda maior cidade do Mato Grosso do Sul, com 210.218<sup>25</sup> habitantes. Dois deles residem em Indápolis, distrito dessa cidade, localizado a 35 quilômetros da universidade; quatro outros fixam-se em Vicentina - MS, uma cidade de 6.020 habitantes, a aproximadamente 56 quilômetros de Dourados; outro ainda reside em Jateí - MS, uma cidade de 4.044 habitantes a aproximadamente 74 quilômetros de Dourados. Por fim, um participante é de Rio Brilhante - MS, um município de 34.078 habitantes, a aproximadamente 70 quilômetros de Dourados. Essas informações indicam que alguns licenciandos viajavam longas distâncias para estudarem. Há entre os estudantes diferenças socioeconômicas ligadas aos contextos onde vivem.

O quadro também indica que cinco licenciandos (33,34%) não tiveram experiências, propriamente com a atividade de ensino de Matemática, mas apenas como alunos. Três licenciandos (20%) atuam no PROJOVEM e, de acordo com os objetivos desse programa, as experiências educacionais dos FP ocorrem com regularidade, porém são mais gerais, dado que o foco pode não ser, necessariamente, o ensino de Matemática; seis licenciandos (40%), como bolsistas do PIBID, frequentemente lidam com o ensino de Matemática, especificamente em período contra turno com alunos do Ensino Fundamental, indicados pelos professores da escola, devido às suas dificuldades matemáticas manifestadas nas aulas. Uma licencianda (6,67%) já possui experiência como professora substituta em um 6º ano do Ensino Fundamental na rede pública de ensino. No Mato Grosso do Sul, a falta de professores<sup>26</sup>, não só de Matemática, tem

<sup>25</sup> O número de habitantes nos municípios foi apresentada conforme o levantamento do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) publicado no Diário Oficial da União, Brasília, DF, n. 165, p. 105, 28 ago. 2014. Seção I.

<sup>26</sup> Informações extraídas do Diário MS, Dourados, 06 nov. 2014. Disponível em <<http://diarioms.com.br/ms-importa-professores-para-preencher-vagas>>. Acesso em 28 de set. 2015.

tornado recorrente a contratação temporária ou eventual de acadêmicos, antes de concluírem sua formação<sup>27</sup>.

As informações das narrativas mostram que dos cinco FP presentes e bolsistas do PIBID, quatro deles procuraram fazer análises referentes ao seu próprio ensino, enquanto professores, diferenciando-se da maioria dos FP que descreveram as situações que vivenciaram como alunos<sup>28</sup>.

Na maioria dos excertos das narrativas, os termos “explicação” e “exercício” aparecem de modo recorrente e como elementos relevantes/predominantes na aula de Matemática. A “explicação do conteúdo” está relacionada exclusivamente ao papel do professor como sujeito capaz/com conhecimento matemático para “transmiti-lo”. A “resolução de exercícios” parece estar associada ao trabalho isolado dos alunos. Ou seja, não há participação (inter)ativa entre professor e aluno(s), o professor fornece a “explicação”, o aluno fornece a “atenção”, o professor “aplica os exercícios”, os alunos “resolvem-nos” sem seu apoio.

De modo geral, os FP destacam uma problemática geralmente relacionada à aprendizagem matemática dos alunos (por vezes incluindo a sua). Porém, os FP não conseguem perceber elementos relacionados ao ensino que podem fazer parte da problemática evidenciada. Apesar de não apresentarem relações dessa natureza, ou de se aprofundarem nelas, é possível encontrar alusões pontuais quanto aos aspectos aparentemente identificados como importantes ao ensino e à aprendizagem de Matemática, tais como o professor considerar as “vivências” dos alunos, o que lhes faz “sentido”, o que lhes desperta “curiosidade” ou lhes desafie, o envolvimento dos alunos com a tarefa (frequentemente denominada “exercício”) ou com a aula, a “escolha” e “organização” de “exercícios” que “ilustrem situações diferentes” e que permitam ao professor “completar a teoria”, o “tempo” para resolução dos exercícios em sala, ou para “tentar” resolvê-los de modo próprio, as “perguntas” e “atenção” dos alunos, ou fornecer explicações “novas”, o “planejamento/preparação da aula”, a adição de “imagens” ao enunciado do “exercício”, ou materiais para auxiliar no desenvolvimento da “aula prática”.

Esse conjunto de informações apresenta alguns indícios dos contextos e experiências pessoais e socioculturais dos participantes acerca dos enfrentamentos, desafios, dificuldades,

---

<sup>27</sup> Professores temporários ou eventuais são professores admitidos em caráter emergencial por meio de contratos de trabalho de curta duração, sem concurso público. Professores de Matemática que passaram por experiências desse tipo relatam que elas foram “marcadas por incertezas, por angústias, por frustrações, por falta de condições e por desrespeito aos profissionais” (GAMA, 2007, p. 77).

<sup>28</sup> Consideramos essa relação pertinente de investigação, principalmente no que se refere à análise da influência do PIBID na formação inicial de professores de Matemática, sobretudo quanto à constituição da visão/senso de si mesmo como professor. Mas não iremos nos estender, uma vez que, nesta pesquisa, estamos a tratar do desenvolvimento dos subprocessos da visão profissional do professor (*perceber e raciocinar*) sobre o ensino de Matemática, especificamente sobre o Ensino Exploratório.

frustrações, intenções ou expectativas constituídas em sua formação profissional inicial, sobretudo, relacionados ao desenvolvimento de atividades de ensino de Matemática, antes da exploração do caso multimídia.

### **Natureza da pesquisa e instrumentos de coleta de dados**

O contexto, a variedade de materiais empíricos, sua natureza, as formas para sua coleta e o modo de análise dos dados, a partir de práticas interpretativas, são os principais elementos desta investigação que nos permitem situá-la como pesquisa qualitativa. Para apresentá-los em face das concepções que os fundamentam, partimos de como a pesquisa qualitativa, de modo geral, é definida. A pesquisa qualitativa caracteriza-se como

[...] uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem naturalista, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem. (DENZIN; LINCOLN, 2006, p. 17).

Tendo em vista a compreensão dos elementos do contexto de exploração de um caso multimídia que contribuem para a aprendizagem profissional de FP de Matemática, o “contexto de exploração” está situado histórica e socialmente na disciplina PLEMEF e, principalmente, relacionado às ações de formação desenvolvidas nos encontros para exploração das seções *Antes da aula, A aula e Reflexão após a aula* do caso. Cabe salientar que, nesse contexto, estão inclusos os elementos internos e externos ao recurso multimídia, tais como, a produção de respostas escritas em pequenos grupos (seis duplas e um trio), a partir das questões e mídias inerentes ao caso, bem como as discussões coletivas com todos os FP.

Nesse contexto, ao invés de uma abordagem puramente naturalista, buscamos ressaltar “a natureza socialmente construída da realidade, a íntima relação entre o pesquisador e o que é estudado”, “as limitações situacionais que influenciam a investigação”, e “o *modo* como a experiência social é criada e adquire significado” (DENZIN; LINCOLN, 2006, p. 23, grifo do autor). Dessa forma, esclarecemos que a pesquisadora se situa nesse campo também como formadora, assumindo a participação e considerando a própria influência na geração de materiais empíricos. Semelhante estratégia para abordar metodologicamente o objeto de pesquisa, em que o pesquisador propõe e procura estudar suas ações em interação mútua e

contínua com outros elementos do contexto, pode ser caracterizada como uma prática das pesquisas do tipo intervenção (KRAINER, 2003). Nesta pesquisa, as ações constituídas pela pesquisadora-formadora e a sua participação nelas buscam, no entanto, não perder de vista a autoridade dos participantes nas suas produções.

No que se refere ao paradigma interpretativo, concordamos com Denzin e Lincoln, (2006, p. 34) no sentido de que “toda pesquisa é interpretativa; é guiada por um conjunto de crenças e sentimentos em relação ao mundo e ao modo como este deveria ser compreendido e estudado”. Patton (1985<sup>29</sup> apud MERRIAM, 1998, p. 6) explica que na pesquisa qualitativa há

[...] um esforço para compreender situações nas suas singularidades como parte de um contexto particular e das interações que existem nele. Assim compreender é um fim em si mesmo, de modo que ela não está a tentar prever o que pode acontecer necessariamente no futuro, mas compreender a natureza desse cenário – o que ele significa para os participantes estarem nesse contexto, o que e como são suas vidas, o que está acontecendo com eles, quais são seus significados, o que o mundo lhes parece nesse contexto particular.

A natureza interpretativa desta pesquisa pretende compreender o ponto de vista dos participantes sem desvinculá-lo do seu contexto específico, vale dizer, o processo interpretativo incide sobre os significados conferidos pelos atores às ações nas quais se empenham (ERICKSON, 1986). Intentando elucidar o que pode ser e o que não pode ser observável, sem deixar que os objetivos da investigação se sobressaíssem em relação aos objetivos da formação inicial, realizamos gravações em áudio e vídeo de todos os encontros.

Em síntese, no quadro 2, esclarecemos formas de obtenção e natureza dos dados coletados ou produzidos e utilizados na pesquisa.

---

<sup>29</sup> PATTON, M. Q. *Quality in Qualitative Research: Methodological Principles and Recent Developments*. Chicago: Invited address to Division J of the American Education Research Association, April 1985.

Quadro 2 – Formas de coleta e natureza dos dados da pesquisa

| <b>Forma de produção e coleta</b>                                       | <b>Natureza</b>   | <b>Perspectiva dos sujeitos de pesquisa</b> |
|---|---|---|
| Textual escrita, digitada e armazenada no recurso <sup>30</sup>         | Respostas/análises às questões inerentes ao caso multimídia                                 | Da dupla ou trio                            |
| Transcrições das gravações do áudio das falas dos sujeitos em interação | Interações verbais entre todos participantes presentes nas discussões coletivas da formação | Individual e coletiva                       |

**Fonte:** A autora.

As transcrições foram realizadas sobre muitas horas de gravação, dado que todas as discussões conjuntas, ao longo dos 31 encontros de formação, foram transcritas. Esses registros complementam outro método de coleta de dados – as produções escritas pelos participantes na exploração do caso “Os colares”. Esse método refere-se aos textos obtidos ou “extraídos” em resposta a uma solicitação do pesquisador, que envolve os participantes na produção escrita dos dados. Esses textos são construídos “para atender a objetivos específicos e [as pessoas] o fazem dentro de contextos sociais, econômicos, históricos, culturais e situacionais” (CHARMAZ, 2009, p. 58).

### **Análise dos dados**

Considerando que “os métodos da teoria fundamentada podem completar outras abordagens da análise de dados qualitativos, em vez de estarem em oposição a eles” (CHARMAZ, 2009, p. 24), neste trabalho, os dados foram analisados a partir de um processo indutivo (ERICKSON, 1986), baseado em técnicas, procedimentos e etapas específicas de codificação da teoria fundamentada (CHARMAZ, 2009).

De acordo com Charmaz (2009), os códigos emergem à medida que o pesquisador faz uma análise detalhada dos dados, definindo o que lhe parece significativo, descrevendo o que considera que esteja acontecendo e libertando o olhar para o surgimento de novos aspectos e nuances do mundo do(s) sujeito(s) nas diferentes situações.

<sup>30</sup> Com exceção à resolução e análise didática da tarefa “Os colares”, que foi manuscrita pelos FP, antes de iniciarem a exploração desse caso na própria plataforma *online* do recurso multimídia.

Tanto na construção, quanto na análise dos dados, cabe salientar que “há uma diferença entre uma mente aberta e uma cabeça vazia” (DEY, 1999<sup>31</sup> apud CHARMAZ, 2009, p. 74), uma vez que não há como o pesquisador deixar de lado suas leituras, ideias e experiências anteriores nesses processos, “[...] salvo na imaginação daqueles que acreditam que o conhecimento possa ser separado do conhecedor” (LINCOLN; GUBA, 2006, p. 185).

Assumindo essa perspectiva, a codificação foi desenvolvida, basicamente, em duas etapas de codificação da teoria fundamentada: a *codificação inicial* e a *codificação focalizada* (CHARMAZ, 2009).

Na *codificação inicial*, um exame minucioso e rigoroso é feito nos fragmentos dos dados, envolvendo a sua denominação (palavra a palavra, linha a linha, segmento por segmento ou incidente por incidente) por meio da produção de códigos iniciais, de acordo com a sua relevância analítica. Para tanto, na tentativa de conservar ações ou significados manifestados pela linguagem dos participantes, o pesquisador pode recorrer a alguns dos termos específicos ou mais frequentes destes. No entanto, assim como com outros códigos, “os códigos *in vivo* precisam ser submetidos ao tratamento comparativo e analítico” (CHARMAZ, 2009, p. 84). Do mesmo modo, havendo consonância com a análise emergente, códigos teóricos também podem ser utilizados. O importante é que esses códigos iniciais contribuam com a percepção de possíveis categorias e processos, bem como com a organização de um esquema analítico consistente.

A realização de *codificação focalizada* consiste na seleção dos códigos iniciais mais significativos ou frequentes de modo a classificar, sintetizar, integrar e organizar grandes quantidades de dados (CHARMAZ, 2009). Esse modo de codificar os dados é utilizado para identificar ou desenvolver “as categorias que mais se destacam em grandes quantidades de dados” (CHARMAZ, 2009, p. 72). Além de sintetizar e explicar segmentos maiores de dados, a codificação focalizada é utilizada para “determinar a adequação” dos códigos anteriores, exigindo, portanto, “a tomada de decisão sobre quais os códigos iniciais permitem uma compreensão analítica melhor para categorizar os seus dados de forma incisiva e completa” (CHARMAZ, 2009, p. 87).

Assim, ao longo dessas etapas de codificação, constantes comparações de dados com dados, incidentes com incidentes e, códigos com códigos são feitas, de modo a identificar semelhanças e diferenças, ou padrões e contrastes.

---

<sup>31</sup> DEY, I. *Crounding grounded theory*. San Diego: Academic Press, 1999.

Além de gerar a estrutura analítica para os conjuntos de dados apreendidos para composição de cada capítulo desta pesquisa, esse processo permitiu-nos revisitar os quadros teóricos introdutórios, delimitá-los, aprimorá-los ou expandi-los, buscando relações entre estes e as análises iniciais, bem como entre os elementos constituintes das categorias e o que tem sido apontado pela literatura, de modo a encontrar suportes e coerência às/nas análises e discussão dos resultados.

Nessa perspectiva analítica, o delineamento das questões específicas desta pesquisa e a tentativa de compreender os elementos do contexto de exploração de um caso multimídia que contribuem para a aprendizagem profissional de FP de Matemática, ambos se desenvolveram de forma “participativa, conversacional e dialógica” (SCHWANDT, 2006, p. 199) com os dados. Ou seja, os dados desta pesquisa não foram descobertos, mas construídos (CHARMAZ, 2009), a partir do envolvimento e das interações da pesquisadora com os participantes, entre os participantes e da interatividade desses com o caso multimídia. Assim como o processo interpretativo desenvolveu-se temporal e progressivamente, visando a “uma compreensão correta do que dizem as ‘coisas em si mesmas’ [os objetos de nossa interpretação]. Porém, o que as ‘coisas em si mesmas’ dizem será diferente à luz de nossos horizontes mutáveis e das diferentes perguntas que aprendemos a fazer” (SCHWANDT, 2006, p. 200).

## **A ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA**

Esta pesquisa de doutorado é apresentada no formato *multipaper*. Esse formato é alternativo ao “modo predominante de apresentar os trabalhos finais de cursos de pós-graduação *stricto sensu*” (BARBOSA, 2015, p. 349). De uso mais frequente na área da saúde, química, física e geologia, o *multipaper* consiste em um conjunto de artigos submetidos para revistas científicas do campo da pesquisa, ou uma coleção de artigos publicáveis, geralmente, estruturados entre um capítulo introdutório outro conclusivo com as contribuições/implicações e limitações da pesquisa (DUKE; BECK, 1999; PALTRIDGE, 2002; BOOTE; BEILE, 2005; BARBOSA, 2015). Desse modo, os “capítulos” centrais são escritos no formato de artigos, cada um contendo seu próprio resumo, introdução, revisão de literatura, questão ou questões do estudo, metodologia, resultados, conclusões e implicações, ou seja, os artigos devem sustentar-se cientificamente em si mesmo (DUKE; BECK, 1999; BOOTE; BEILE, 2005; BARBOSA, 2015). De modo semelhante, as considerações finais da tese, ao retomar e globalizar as respostas/resultados das questões específicas presentes nos artigos anteriores, a

partir do objetivo geral da pesquisa, também podem ser apresentadas como um artigo (BARBOSA, 2015).

Assim, uma introdução estendida compõe a apresentação acompanhada de três artigos e de um capítulo conclusivo, em que uma análise transversal dos artigos permite responder a questão geral. Cabe pontuar que, inevitavelmente, esse formato ocasiona repetições de algumas informações coincidentes nos artigos (DUKE; BECK, 1999). No nosso caso, por exemplo, a descrição do campo, do caso multimídia e dos participantes é (re)apresentada nos diferentes artigos, porém, de modo conciso.

O formato *multipaper* é defendido por Duke e Beck (1999) por facilitar a comunicação entre os escritores/autores e os leitores, ampliar as possibilidades de apresentação de resultados e conclusões importantes para as demandas do contexto das pesquisas, capacitando os estudantes-pesquisadores na elaboração de artigos, ou seja, de desempenhar uma das atividades (dentre outras tão importantes quanto) que é esperada desses profissionais ao longo de suas carreiras e por suas comunidades científicas (locais e gerais).

Boote e Beile (2005) defendem que antes de o doutorando ser pesquisador ele deve ser um aprendiz/estudante. Concordando com esses autores, nossa escolha pelo formato *multipaper* está vinculada ao fato de considerarmos que, além de um trabalho de pesquisa, o doutorado faz parte do desenvolvimento profissional do pesquisador/estudante. Assim, a realização desta pesquisa ocorre junto à capacitação da pesquisadora na construção de artigos científicos sobre a Formação de Professores que ensinam Matemática. Além disso, a opção pelo *multipaper* deve-se à necessidade de produção acadêmica em tal área, situada dentro de um campo de pesquisa relativamente recente – Educação Matemática –, cujas sobreposições com outras áreas científicas, ao mesmo tempo em que expandem as possibilidades das investigações, muitas vezes, podem encobrir as especificidades do conhecimento produzido nesse campo e de suas implicações sociais, culturais, econômicas e políticas (LERMAN, 2000; 2014).

Embora os artigos constituam partes de uma mesma pesquisa, outro ponto destacado por Duke e Beck (1999) diz respeito à possibilidade de utilizar subconjuntos de dados, de distintas fontes, que requerem técnicas analíticas adequadas a sua natureza, assim como diferentes lentes geradoras de análises e conclusões. Aspecto que, por sua vez, parece mais condizente às nossas opções metodológicas de reler a literatura de acordo com as análises, ou ler nova literatura lançando luz às ideias emergentes, aprimorando ou adequando os quadros referenciais prévios, as próprias análises e as conclusões, de modo que a revisão de literatura seja dinâmica, presente não só no início, mas no desenvolvimento global da tese (BOOTE; BEILE, 2005).

Nessa perspectiva, é importante que esses artigos estejam articulados, não se distanciando do objetivo ou questão geral da pesquisa e que, mesmo diante das limitações de espaço exigidas às suas publicações, a apresentação ou leitura de cada artigo independa das demais informações do projeto mais amplo que os geraram (DUKE; BECK, 1999; BARBOSA, 2015; ESTEVAM, 2015). De modo geral, independente do formato escolhido, o pesquisador não pode perder de vista os pontos fortes e imprescindíveis de uma pesquisa, tais como uma revisão de literatura consistente (BOOTE; BEILE, 2005), um plano de investigação, coleta e análise substancial e coerente dos dados (DUKE; BECK, 1999). Nesse sentido, entendemos que não é o formato de apresentação de uma dissertação ou tese, por si só, seja ele tradicional ou não usual, que oferece legitimidade ou ilegitimidade a um trabalho de pesquisa.

No que se refere à submissão dos artigos, Duke e Beck (1999) entendem que exigir que os artigos das dissertações ou teses na área da Educação já estejam publicados em revistas é algo impraticável, dado que, nessa área, ao contrário das ciências “*hard*”, o processo de aceite, revisão e publicação de um artigo é muito mais demorado, trazendo condições difíceis que não estão ao alcance dos estudantes-pesquisadores. Além disso, neste trabalho a submissão dos artigos procura levar em conta as sugestões e comentários dos pesquisadores mais experientes que constituem a banca examinadora desta tese.

O objetivo e a questão ou as questões (específicas da tese e já referidas) associadas a cada um dos três artigos; a coautoria da doutoranda e da(s) orientadora(s); assim como as referências bibliográficas – constam nos artigos de modo peculiar e correspondem à constituição de cada um.

Após esta introdução estendida, a tese apresenta, portanto, a seguinte organização:

No Capítulo 1, tendo em conta as influências da perspectiva dialógica aos elementos nucleares do ensino baseado no *Inquiry*, são apontadas algumas relações entre as interações dialógicas e a comunicação no Ensino Exploratório. Além disso, discutimos os componentes da visão profissional do professor. Com base nesse referencial são analisados os aspectos da comunicação no Ensino Exploratório para os quais os FP orientam sua atenção de modo a compreender a natureza do seu raciocínio sobre esses pontos de enfoque, a partir da exploração de episódios de vídeo da fase *Desenvolvimento da tarefa* do caso multimídia “Os colares”. As relações entre a visão profissional dos FP sobre aspectos da comunicação no Ensino Exploratório e os elementos do contexto que podem ter contribuído para a sua promoção também são exploradas nesse capítulo.

O Capítulo 2 prevê a compreensão de como a seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos, proposta pelo referido caso multimídia e discutida em conjunto no contexto da

formação, contribui para que os FP reconheçam o pensamento algébrico dos alunos e como este pode ser promovido pela discussão coletiva no Ensino Exploratório. Além disso, destacamos os elementos desse contexto que podem ter influenciado a compreensão dos FP do pensamento algébrico dos alunos e a sua tomada de decisões de ensino voltadas à promoção deste na discussão coletiva.

O Capítulo 3 tem como objetivo analisar o desenvolvimento da visão profissional dos FP sobre a *discussão coletiva* no Ensino Exploratório. Para tanto foram destacados aspectos apresentados pela literatura concernentes à visão profissional do professor e à prática da discussão coletiva no Ensino Exploratório a partir da dimensão dialógica. Além disso, considerando os subprocessos da visão profissional do professor, analisamos os aspectos da *discussão coletiva* do Ensino Exploratório que chamam atenção dos FP ao explorarem as mídias da etapa *Antes da aula* e *A aula*, e a natureza dos raciocínios dos FP sobre esses aspectos, em cada uma dessas etapas de exploração do caso multimídia “Os colares”. Dessa forma, alguns elementos do contexto foram identificados e discutidos em torno dos resultados revelados sobre como a visão profissional dos FP pode ser desenvolvida à medida que as diferentes mídias referentes à prática do professor são por eles exploradas.

No último capítulo, a partir das relações entre as aprendizagens reveladas pelos FP e os elementos do contexto de formação identificados nos resultados e conclusões dos artigos anteriores, apresentamos as conclusões da tese, reconectando o fio condutor que interliga os artigos desta pesquisa respondendo assim a questão geral do estudo. Também apresentamos algumas considerações finais junto às implicações futuras desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M.; BLOMHOJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, n. 6, p. 797-810, 2013.

BALDINI, L. A. F. *Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra*. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: JosseyBass, 1999. p. 3-32.

BARBOSA, J. C. Formatos Insubordinados de Dissertações e Teses na Educação Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). *Vertentes de Subversão na Produção Científica em Educação Matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 347-367.

BATES, A.W. *Technology, E-Learning and Distance Education*. 2. ed. Edition, Londres: Routledge Falmer, 2005. 246p.

BELLONI, M. L. *O que é mídia-educação*. Campinas: Autores Associados, 2001.

BLOMBERG, G. et al. Five research based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal of Educational Research Online*, v. 5, n. 1, p. 90-114, 2013.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars Before Researchers: on the centrality of the dissertation literature review in research preparation. *Educational Researcher*, v. 34, n. 6, p. 3-15, aug./sep, 2005.

BORKO, H. et al. Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM Mathematics Education*. v. 43, p. 175-187, MÊS 2011.

BOYD, M. P.; MARKARIAN, W. C. Dialogic teaching and dialogic stance: Moving beyond interactional form. *Research in Teaching of English*, v. 49, n. 3, p. 272-296, fev. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP n. 9, de 08 de maio de 2001. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível Superior, curso de licenciatura, de graduação Plena*. Brasília, DF, 2001a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP n. 28, de 2 de outubro de 2001. *Dá nova redação ao Parecer CNE/CP 21/2001, que estabelece a duração e a carga horária dos cursos de Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena*. Brasília, DF, 2001b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>>. Acesso em: 07 nov. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 1, de 18 de fevereiro de 2002. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professor em Educação Básica, em Nível Superior, curso de Licenciatura, de Graduação plena*. Brasília, DF, 2002a. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01\\_02.pdf](http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf)>. Acesso em: 18 de set. de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 2, de 19 de fevereiro de 2002. *Duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior*. Brasília, DF, 2002b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>>. Acesso em: 18 de set. de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 2, de 1º de julho de 2015. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada*. Brasília, DF, 2015. Disponível

em:<[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category\\_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 20 de out. de 2015.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, nov./dez. 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática, número do evento., 2012. *Actas...* Castelo de Vide. Portalegre: SPIEM, 2012. p. 255–266.

CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução de Joice E. Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução de: Constructing Grounded Theory: a practical guide through qualitative analysis.

CLARKE, D.; HOLLINGSWORTH, H.; GORUR, R. Facilitating Reflection and Action: The Possible Contribution of Video to Mathematics Teacher Education. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p. 94-121, 2013.

CYRINO, M. C. C. T. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, A. M.; AUXILIADORA, V. P. (Orgs.). *A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013a. p. 77-88.

\_\_\_\_\_. Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática. In: Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 7., 2013, Montevideo. *Actas...* Montevideo: FISEM, 2013b. p. 5188-5195.

\_\_\_\_\_. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*, v. 21, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.

\_\_\_\_\_. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016b.

\_\_\_\_\_. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 30, n. 54, p. 165-187, abr. 2016c.

\_\_\_\_\_. Teacher professional identity construction in pre-service mathematics teacher education: analysing a multimedia case. In: 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 13., 2016. *Actas...* Hamburg, 2016d. p. 24-31.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 81-100.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. A disciplina e a pratica da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução de Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41. Tradução de: *The Lanscape of Qualitative Research: Theories and issues*.

DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO, Brasília, DF, volume, n. 165, 28 ago. 2014. , p. 105.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. *Educational Researcher*, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

ESTEVAM, E. J. G. *Práticas de uma Comunidade de Professores que Ensinam Matemática e o Desenvolvimento Profissional em Educação Estatística*. 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

FERREIRA, R. T.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimédia na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p. 491-512.

GAMA, R. P. *Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos: o caso de professores de Matemática em início de carreira*. 2007. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

GARCIA, T. M. R. *Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática*. 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GATTI, B. A. A questão docente: formação, profissionalização, carreira e decisão política. In: GARCIA W. E. (Org.). *Textos selecionados de Bernadete A. Gatti*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011. p. 205-220.

GÓES, M. C. R. A natureza social do desenvolvimento psicológico. *Cadernos CEDES*, Campinas, n. 24, p. 21-29, 2000.

GOODWIN, C. Professional vision. *American Anthropologist*, v. 96, n. 3, p. 606-633, 1994.

GROSSMAN, P.; HAMMERNESS, K.; MCDONALD, M. Redefining teaching, re-imagining teacher education. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, v. 15, n. 2, p. 273-289, abr. 2009.

GROSSMAN, P. et al. Teaching Practice: A Cross-Professional Perspective. *Teachers College Record*. Columbia University. v. 111, n. 9, p. 2055–2100, set. 2009.

HIEBERT, J. What research says about the NCTM Standards. In: KILPATRICK, J.; MARTIN; G. W.; SCHIFTER, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 5-23.

IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. Tradução de Silvana C. Leite. 9 ed. São Paulo: Cortez, 2011. Tradução de: Formarse para el cambio y la incertidumbre.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. v.123. (Coleção Perspectivas do homem).

KRAINER, K. Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAMPERT, M. Learning Teaching in, from, and for Practice: What Do We Mean?. *Journal of Teacher Education*, Sage Publication, v. 20, n. 10, p. 1-14, out. 2009.

LERMAN, S. The social turn in mathematics education research. In: BOALER, J. (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*. Westport, CT: Ablex, 2000. p. 19-44.

LERMAN, S. Mapping the effects of policy on mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, v. 87, n. 2, p. 187-201, MÊS 2014.

LINCOLN, Y.; GUBA. Controvérsias paradigmáticas, contradições e confluências emergentes. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 169 - 192. Tradução de: The Landscape of Qualitative Research: Theories and issues.

LINS, R. A formação exige prática. *Revista Nova Escola*, n. 165, set. 2003. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/formacao/formacao-exige-pratica-423193.shtml>> Acesso em: 14 nov. 2015.

MASON, J. *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer, 2002.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *Relime*, v.11, n. 2, p.195-231, 2008.

McDUFFIE, A. R. et al. Using video analysis to support prospective K-8 teachers' noticing of students' multiple mathematical knowledge bases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova Iorque, v.17, n. 3, p. 245-270, 2014.

McGRAW, R. et al. The multimedia case as a tool for professional development: an analysis of online and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, inservice

teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 95-121, 2007.

MENEZES, L. et al. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161.

MERRIAM, S. B. *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco: JosseyBass, 1998.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, v. 21, n. 2, p. 111-138, 2012.

MEWBORN, D. S. Learning to Teach Elementary Mathematics: Ecological Elements of a Field Experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 3, n. 1, p. 27-46, 2000.

MITCHELL, R. N.; MARIN, K. A. Examining the use of a structured analysis framework to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 18, n. 6, p. 551–575, dec. 2015.

MOTA, H. D. F. *Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório*. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

NAGY, M. C. *Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática*. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2013.

NCTM. *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Casos multimídia na formação de professores que ensinam Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 429-461.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M., C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H.; HANNULA, M. Individual Prospective Mathematics Teachers: Studies on their Professional Growth. In: WOOD, T.; KRAINER, K. (Eds.). *Participants in Mathematics Teacher Education*. The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. v. 3. p. 13-34.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

PALTRIDGE, B. Thesis and dissertation writing: An examination of published advice and actual practice. *English for Specific Purposes*, v. 21, p. 125-143, 2002.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista da Educação*, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PUTNAM, R. T.; BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?. *Educational Researcher*, v. 29, n. 1, p. 4-15, 2000.

RODRIGUES, R. V. R. *A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros*. 219f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2009.

RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam matemática: análise de pesquisas brasileiras. *Nuances: estudos sobre Educação*, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 148-169, maio./ago. 2014.

RODRIGUES, P. H. *Práticas de um grupo de estudo e pesquisa na elaboração de um caso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática*. 2015. 227f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2015.

RODRIGUES, R. V. R. et al. Perspectivas para formação de professores e para pesquisa no contexto de exploração de casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 203-217.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, v. 43, p. 133–145, fev. 2011.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista Brasileira de Educação*, v. 14, n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009.

SCHÄFER, S.; SEIDEL, T. Noticing and reasoning of teaching and learning components by preservice teachers. *Journal for Educational Research Online*, v. 7, n. 2, p. 34-58, 2015.

SCHWANDT, T. A. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: Interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y.

(Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução de: Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 193-217. Tradução de: *The Landscape of Qualitative Research: Theories and issues*.

SEIDEL, T.; STÜRMER, K. Modeling the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*, v. 51, n. 4, p. 739-771, 2014.

SFORNI, M. S. de F. *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade*. Araraquara: JM Editora, 2004.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). *Video research in the learning sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 1, p. 20-37, nov.2009.

SOUSA, M. do C. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. 2004. 286 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

\_\_\_\_\_. Quando a História da Matemática passa a ser Metodologia de Ensino. In: *16º Cole – Congresso de leitura do Brasil*, n.16, 2007, Campinas. *Anais...* Disponível em: <[http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss02\\_04.pdf](http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss02_04.pdf)>. Acesso em: 24 de mai. 2008.

\_\_\_\_\_. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 83-99, 2009.

SOUZA NETO, S.; SILVA, V. P. Prática como Componente Curricular: questões e reflexões. *Rev. Diálogo Educ.*, Curitiba, v. 14, n. 43, p. 889-909, set./dez. 2014.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: *Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice*.

TEIXEIRA, B. R. *Registros escritos na formação inicial de professores de Matemática: uma análise sobre a elaboração do Relatório de Estágio Supervisionado*. 2009. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

TEIXEIRA, B. R. *O Estágio Supervisionado e o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática: uma análise a respeito da identidade profissional docente*. 2013.

184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TEIXEIRA, B. R.; CYRINO, M. C. C. T. O estágio de observação e o desenvolvimento da identidade profissional docente de professores de matemática em formação inicial. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.16, n.2, p. 599-622, 2014.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, v. 4, n. 10, p. 571-596, 2002.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. Mathematics teachers "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, n.2, p. 244-276, 2008.

VYGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001. 496 p. Tradução de: Michliêníe Rietch.

WEGERIF, R. *Mind Expanding: Teaching for Thinking and Creativity in Primary Education*, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. *Cultivating communities of practice*. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

## CAPÍTULO 1

### COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO: VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

---

Renata Viviane Raffa Rodrigues

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Hélia Margarida Oliveira

**Resumo:** No presente trabalho, a exploração de um caso multimídia é utilizada para promover o desenvolvimento da visão profissional de futuros professores (FP) de Matemática. O vídeo funciona como recurso para destacar a natureza situacional e dialógica da conversação em sala de aula na perspectiva do Ensino Exploratório, desenvolvido por uma professora experiente e relativo as suas ações durante a realização da tarefa pelos alunos em pequenos grupos. O objetivo é identificar os aspectos da comunicação destacados pelos FP, bem como compreender a natureza dos raciocínios deles com base no conhecimento que manifestam sobre esses aspectos. Este estudo segue uma metodologia de investigação qualitativa baseada na perspectiva interpretativa. Igualmente, utiliza as respostas escritas que os futuros professores expressaram às questões integrantes do caso multimídia e a discussão conjunta entre FP e formador como fontes de dados. Esse processo possibilitou evidenciar os seguintes aspectos da comunicação apontados pelos FP: i) a promoção de interações dialógicas pela professora para o e no desenvolvimento da tarefa; e ii) o *feedback* da professora com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática. As evidências apontadas pelos FP sobre esses aspectos, consoantes aos conteúdos dos vídeos, mostram as oportunidades oferecidas por meio desses recursos de colocar luz em significados importantes do movimento de constituição das interações no Ensino Exploratório. Dessa forma, os modos pelos quais os FP raciocinam sobre esses aspectos evidenciam capacidades de todos os grupos de fazer descrições e explicações sobre interações dialógicas em sala de aula, o ensino e a aprendizagem dos alunos. Entretanto, fazer previsões exige também a conexão entre esses elementos. Portanto, dois dos sete grupos não explicitaram raciocínios dessa natureza. Os resultados revelam o desenvolvimento da visão profissional dos FP, ao mesmo tempo que sugerem uma relação com a colocação de questões problematizadoras, tanto integrantes do caso multimídia quanto interpostas, pela formadora, na discussão conjunta do contexto de formação.

**Palavras-Chave:** Interações Dialógicas; Comunicação no Ensino Exploratório de Matemática; Vídeo na Formação Inicial de Professores; Visão Profissional de Futuros Professores de Matemática.

## COMMUNICATION IN EXPLORATORY TEACHING: PRESERVICE MATHEMATICS TEACHERS' PROFESSIONAL VISION

**Abstract:** *In the present article, the exploration of a multimedia case is used to promote the development of the preservice mathematics teachers (PST)' professional vision. The video works as a resource to highlight the situational and dialogic nature of the classroom conversation from the perspective of Exploratory Teaching, developed by an experienced teacher and related to their actions during the accomplishment of the task by students in small groups. The objective is to identify the aspects of communication highlighted by PST, as well as to understand the nature of reasoning knowledge-based they manifest about these aspects. This study takes on a methodology of qualitative research based on the interpretive perspective. Likewise, it uses the written answers that PST expressed to the questions that are part of the multimedia case and the joint discussion between PST and teacher educator as sources of data. This process made it possible to highlight the following aspects of communication pointed out by the PST: i) the promotion of dialogic interactions by the teacher for the development of the task; And ii) the teacher's feedback based on the students' responses to the development of mathematical activity. The evidences pointed out by the PST on these aspects, according to the contents of the videos, show the opportunities offered through these resources to put light on important meanings of the movement of constitution of the interactions in the Exploratory Teaching. Thus, the ways in which PST reason about these aspects evidences the ability of all groups to make descriptions and explanations of dialogic interactions in the classroom, teaching and learning of the students. However, making predictions also requires the connection between these elements. Therefore, two of the seven groups did not make explicit such reasoning. The results reveal the development of the (PST)' professional vision, while suggesting a relation with the putting of problematizing questions, both part of the multimedia case and interposed by the teacher educator in the joint discussion of the teacher education context.*

**Keywords:** *Dialogic Interactions; Communication in the Exploratory Mathematics Teaching; Video in Preservice Mathematics Teacher Education; Preservice Mathematics Teachers' Professional Vision.*

### INTRODUÇÃO

Várias pesquisas reconhecem a prática do professor como eixo central na constituição e efetivação da formação de futuros docentes (OLIVEIRA; HANNULA, 2008; GROSSMAN; HAMMERNESS; McDONALD, 2009; GROSSMAN et al., 2009; LAMPERT, 2009). Esses trabalhos investigativos opõem-se à visão dicotômica ou hierárquica da relação teoria e prática na formação inicial de professores. Ball e Cohen (1999) explicam que situar oportunidades de formação profissional na prática não significa que elas precisam se desenvolver propriamente na sala de aula de um professor. Nesse sentido, o vídeo tem sido apontado como meio promissor de trazer ao contexto da formação inicial questões ligadas à prática do campo profissional do futuro professor de Matemática (VAN ES; SHERIN, 2002; SANTAGATA; ZANNONI;

STIGLER, 2007; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; McDUFFIE et al., 2014; SEIDEL; STÜRMER, 2014). No entanto, no Brasil, a utilização de vídeos fundamentados em contextos da prática do professor de Matemática raramente representa foco de análises no campo da formação de professores que ensinam Matemática (RODRIGUES et al., 2014).

Em decorrência dessa característica, o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem passou a se dedicar à construção de um recurso multimídia<sup>32</sup> como uma plataforma *online* que contém casos multimídia<sup>33</sup> compostos por episódios de vídeos de aulas, seus planos de aula e tarefas matemáticas, resoluções dos alunos, áudios das entrevistas sobre as intenções dos professores antes da aula e sobre suas reflexões após a aula, bem como informações sobre as escolas, as turmas e os professores envolvidos (CYRINO, 2016).

Embora incidentes em diferentes campos do saber matemático, um aspecto comum aos casos é a admissão do Ensino Exploratório como perspectiva de ensino na aula de Matemática. A navegação pelos casos destaca uma das características específicas dessa abordagem – o modo de dinamizar a aula a partir de uma sequência articulada de quatro fases. Com base em Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), essas fases foram adequadas e designadas pelo Gepefopem da seguinte forma: “Proposição e apresentação da tarefa” – utilização de recursos para promover o engajamento dos alunos à tarefa e à aula; “Desenvolvimento da tarefa” – resolução da tarefa com desenvolvimento de estratégias próprias dos alunos, porém com a colaboração dos membros de pequenos grupos e do professor; “Discussão coletiva da tarefa” – compartilhamento e discussão de diferentes pontos de vista, representações ou ideias matemáticas dos alunos na resolução da tarefa; e “Sistematização” – (re)apresentação articulada dos principais conceitos, ideias ou procedimentos matemáticos, em direção à consolidação dos objetivos da aula (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

O Ensino Exploratório tem como base as principais ideias das abordagens de ensino referidas por pesquisadores internacionais como *Inquiry Teaching* ou *Inquiry-based Education* (CHAPMAN; HEATER, 2010; ARTIGUE; BLOMHØJ, 2013). Com base em Dewey (1960; 1997), Hiebert (2003), Wells (2004), Chapman e Heater (2010), Artigue e Blomhøj (2013), Chapman (2013), Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) e Cyrino e Oliveira (2016), os

---

<sup>32</sup> Vinculado ao Projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”, apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária (Acessível em <http://rmfp.uel.br>).

<sup>33</sup> A denominação caso multimídia deve-se às características particulares dos componentes que o integram e ao modo como estão organizados com a intencionalidade formativa de oferecer uma perspectiva global e articulada da atividade profissional dos professores no contexto do Ensino Exploratório.

elementos descritos para conceituar as abordagens de ensino ancoradas no *Inquiry Teaching* têm sido o *engajamento*, o *inquiry*, a *colaboração*, a *comunicação* e a *reflexão*, identificados como elementos-chave interligados que fundamentam a perspectiva de *Inquiry*.

Considerando tais apontamentos e a função de destaque da *comunicação* na constituição dos demais elementos fundamentais à aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório, neste artigo analisamos dados da exploração do caso multimídia “Os colares” por 15 futuros professores (FP) de Matemática, em particular da fase “Desenvolvimento da tarefa”, com o objetivo de identificar os aspectos da comunicação destacados pelos FP, bem como compreender seus modos de raciocinar a partir do conhecimento que manifestam sobre a natureza situacional desses aspectos. Para tanto, procuramos responder as questões: Que aspectos da comunicação no Ensino Exploratório chamam a atenção dos FP? Qual a natureza dos raciocínios sobre esses aspectos? O que os aspectos destacados e a natureza dos raciocínios dos FP sobre eles, bem como as relações desses processos com os elementos do contexto podem indicar quanto ao desenvolvimento da visão profissional dos FP?

Nas próximas seções, apresentamos um quadro teórico que, por um lado, discute as interações dialógicas, como elemento fundamental à comunicação no Ensino Exploratório e, por outro, assenta-se nos componentes da visão profissional do professor a partir da análise de situações observadas em vídeos. Em seguida, esclarecemos o contexto da pesquisa, seus resultados e conclusões.

## **AS INTERAÇÕES DIALÓGICAS E A COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO**

Há mais de quatro décadas, as pesquisas começaram a indicar que determinadas estruturas de comunicação em sala de aula podem limitar a participação interativa dos alunos somente a respostas curtas, geralmente voltadas à avaliação do professor (MERCER; DAWES, 2014). Recentemente, um estudo desenvolvido em Cingapura, analisou 18 professores em interações com seus alunos de Ensino Médio. O referente estudo sugere que a estrutura da conversação em sala de aula dos professores, predominantemente, caracteriza-se por orientação monológica ou transmissiva (TEO, 2016). Esses modos de interação “tendem a reproduzir uma pedagogia baseada na transmissão de um conjunto prévio de conhecimento” (RASKU-PUTTONEN et al., 2012, p. 140) que não leva em consideração as experiências de aprendizagem dos alunos, a sua disposição para expor, para questionar, para discutir e para refletir sobre diferentes ideias em sala de aula e que, portanto, não confluem com a perspectiva do Ensino Exploratório.

O ensino baseado no *dialogic inquiry* considera que as aprendizagens não são desenvolvidas isoladamente ou apenas na relação entre agente, objeto e ação, mas também estão situadas nas relações interpessoais entre os participantes na atividade e discurso que produzem juntos (WELLS, 2004). Essa perspectiva tem influenciado a natureza da conversação no Ensino Exploratório, caracterizando-se como uma de suas marcas distintivas, tendo em conta os propósitos das diferentes fases da aula (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Na vertente do ensino dialógico, para Bakhtin, o diálogo “é *inquiry* compartilhado em que respostas dão origem a mais perguntas que formam uma cadeia contínua de perguntas e respostas” (WEGERIF, 2010, p. 25). Dentre outros elementos, Alexander (2010, p. 3, grifos do autor) descreve que o “diálogo suportado” (*scaffolded dialogue*) engloba:

**interações** que encorajam as crianças a pensar, e pensar de diferentes maneiras; **questões** que requerem muito mais do que simples recordar; **respostas** que são expandidas (*follow-up*) e sobre as quais se constrói em vez de serem simplesmente recebidas; **feedback** que informa e (re)orienta o pensamento, assim como encoraja; **contribuições** que são alargadas, em vez de fragmentadas [...]

As questões que o professor propõe aos alunos, chamadas de “abertas”, são comumente evidenciadas pelas pesquisas como características da perspectiva de *Inquiry* (ENGELN; EULER; MAASS, 2013). Para Mercer e Littleton (2007<sup>34</sup> apud MERCER; DAWES, 2014), perguntas, especialmente que contenham “por que” ou “como”, podem provocar a explicitação de pensamentos e motivações pelos alunos, favorecendo “contribuições mais longas em que eles expressam seu estado atual de compreensão, articulam ideias e revelam problemas com que se deparam” (MERCER; LITTLETON, 2007 apud MERCER; DAWES, 2014, p. 436). Wolfe e Alexander (2008) salientam que o importante é que as perguntas do professor façam sentido aos alunos, desafiando-os a participar ativamente na construção do discurso, mobilizando suas capacidades de raciocínio.

No Ensino Exploratório, as questões do professor, especialmente no “Desenvolvimento da tarefa” não têm como finalidade primária avaliar ou corrigir os alunos (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Elas intencionam principalmente que os alunos aprendam a se expressar com respostas fundamentadas, compreensíveis e abertas à reflexão e discussão no interior do pequeno grupo e, posteriormente, com toda a turma. Na mesma direção, a conversação que se espera dos alunos em interações dialógicas não corresponde a respostas

---

<sup>34</sup> MERCER, N.; LITTLETON, K. *Dialogue and the development of children's thinking*. London: Routledge, 2007.

breves e factuais, mas a explicações, formulações ou dúvidas, configurando-se em pontos de partida para a exploração do que os alunos sabem fazer autonomamente e do que ainda requer o apoio do professor (WELLS, 2004; ALEXANDER, 2010; WEREGIF, 2010). Em seus trabalhos, Wells (2002; 2004) defende que destacar significados das respostas dos alunos, promovendo sua análise, expansão ou modificação, ou ainda, articulação com suas experiências anteriores de aprendizagem podem ser funções importantes do *feedback* do professor.

Gan e Hattie (2014) afirmam que o *feedback* do professor ou dos alunos precisa ir além da função corretiva ou da apreciação com elogios, já que dessa forma ele somente pode deslocar a atenção dos alunos da tarefa para si mesmo. Segundo esses autores, o *feedback* pode ser expresso de modo escrito ou verbal com questões norteadoras, sugestões ou lembretes para auxiliar os alunos na conclusão de uma tarefa.

O *feedback* funciona como *scaffolding* que parte da escuta e percepção (*noticing*) das explicações dos alunos, manifestando-se em posicionamentos responsivos como no redizer (*revoicing*) ou no questionar do professor ou dos próprios alunos. Envolve, portanto, critérios sobre quando participar mais ou menos ativamente das discussões em sala de aula (WALSHAW; ANTHONY, 2008). Dessa forma, é necessária a consideração de que “sem apoio pedagógico responsivo, o resultado desejado do avanço das ideias matemáticas dos alunos torna-se evasivo. O corolário também é verdadeiro. O apoio excessivo é contraproducente à aprendizagem” (WALSHAW; ANTHONY, 2008, p. 531).

Segundo Lerman (2001) “as práticas de sala de aula de matemática produzem posições” em que, dependendo de como a atividade discursiva é dinamizada, “reflete-se em quem é poderoso/capaz e quem é impotente na forma de suas interações durante a sua atividade matemática conjunta” (p. 104). Por conseguinte, um ambiente de ensino favorável ao diálogo requer estratégias de equilíbrio entre professor, o que é ensinado e a visão de construção de conhecimento dentro da ordem social da cultura de sala de aula (ALEXANDER, 2010).

Essas são condições necessárias, porém difíceis de alcançar, que precisam considerar aspectos referentes à orientação tanto do *conteúdo* quanto da *dinâmica* das interações em sala de aula, situando a noção de *scaffolding* em várias dimensões da atividade educacional (WOLFE; ALEXANDER, 2008). A uma das dimensões de *scaffolding* aparece associado um conjunto de “ferramentas linguísticas e/ou conceituais apropriadas para construir a ponte entre a compreensão presente e a intencionada” (ALEXANDER, 2010, p. 3). Em outra, esse termo *scaffolding* associa-se aos incentivos e condições oferecidas para os alunos apresentarem e discutirem suas diferentes ideias sem medo de sofrer constrangimentos em sala de aula (WOLFE; ALEXANDER, 2008).

Williams e Baxter (1996<sup>35</sup> apud Baxter; Williams, 2010) apresentam duas funções distintas de *scaffolding*: uma *social* – como forma de prover suportes (regras de respeito, colaboração e responsabilidade) para o processo de construção do discurso matemático; e outra *analítica* – como forma de suportar (com representações, materiais ou explicações) a compreensão matemática em si. Parte dos componentes do *scaffolding analítico* pode emergir pelo que é percebido no discurso dos alunos sobre suas estratégias, ou “por perguntas do professor que ajudam a concentrar a atenção e apontar aspectos críticos da matemática que está sendo usada” (BAXTER; WILLIAMS, 2010, p. 11).

No Ensino Exploratório, as ações e intenções do professor condizem com os objetivos inter-relacionados da gestão das interações e promoção das aprendizagens dos alunos em cada fase da aula (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Portanto, com base em Mestre e Oliveira (2012), entendemos que essas ações intencionais procuram articular *scaffolding social e analítico* na *dinâmica da aula* na perspectiva do Ensino Exploratório.

No entanto, aspectos comunicativos específicos ou características linguísticas da conversação em sala de aula têm sido pouco explicitados na formação inicial de professores de Matemática ou, muitas vezes, “negligenciados” (GELLERT et al., 2009).

Como elemento distintivo do Ensino Exploratório, a participação discursiva dos alunos, ao mesmo tempo, exige do professor maior atenção às múltiplas perspectivas, uma vez que “cada enunciado deve ser considerado primariamente como uma resposta a enunciados anteriores” (BAKHTIN, 1986<sup>36</sup> apud WELLS, 2004, p. 104-105). Discorrendo sobre essa afirmação, Wells (2004, p. 108) conclui que “[...] na enunciação, um esforço é direcionado para o dizer – produzindo sentido para os outros”. Igualmente, “[...] ao contribuir para o significado conjunto, com e para os outros, também faz sentido para si e, nesse processo, se estende a própria compreensão” (WELLS, 2004, p. 108).

Aspectos da gestão de interações em sala de aula não são fáceis de aprender apenas por estudos teóricos (BERGSTEN et al., 2009). Do mesmo modo, aspectos da comunicação como processo dialógico somente podem ser compreendidos nas situações em que acontecem (WELLS, 2004; MERCER; DAWES, 2014). Nessa perspectiva, em uma única aula as interações entre os sujeitos são extremamente transitórias, diversificadas e ligadas a um contexto social situado. Portanto, uma análise crítica e integradora de aspectos de interações

---

<sup>35</sup> WILLIAMS, S. R.; BAXTER, J. A. Dilemmas of discourse-oriented teaching in one middle school mathematics classroom. *The Elementary School Journal*, v. 97, n. 1, p. 21-38, 1996.

<sup>36</sup> BAKHTIN, M. M. *Speech genres and other late essays*. (Y. McGee, Trans.). Austin: University of Texas Press, 1986.

dialógicas (no Ensino Exploratório de Matemática) requer recursos que facilitem o acesso ao discurso de sala de aula, tais como suas transcrições e/ou imagens de vídeo (WOLFE; ALEXANDER, 2008).

## **A EXPLORAÇÃO DE VÍDEOS E A VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Para superar a falta de conexão entre a prática de sua futura profissão e a abordagem estritamente teórica do conhecimento profissional do professor no processo de sua formação inicial, o vídeo funciona como suporte na/para a abordagem situacional e contextualizada da complexidade das interações de sala de aula, contribuindo assim ao processo de aprendizagem profissional (PUTNAM; BORKO, 2000; VAN ES; SHERIN, 2002; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; BLOMBERG et al., 2013). As possibilidades digitais do vídeo de ver e rever pausadamente vários segmentos da aula, com diferentes perspectivas em cada vez, têm apoiado análises mais aprofundadas, promovendo o desenvolvimento de capacidades de perceber (*noticing*), raciocinar e refletir sobre aspectos importantes do ensino e da aprendizagem dos alunos (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN, 2007; SHERIN; VAN ES, 2009; SANTAGATA; GUARINO, 2011).

Considerando essas capacidades fundamentais na aprendizagem a partir do ensino, algumas investigações descrevem os processos mobilizados no seu desenvolvimento como *i*) prestar atenção a elementos significativos do ensino; *ii*) raciocinar sobre esses elementos e; *iii*) sugerir estratégias de ensino alternativas (SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; SANTAGATA; GUARINO, 2011).

Em algumas pesquisas (SHERIN, 2007; GROSSMAN et al., 2009; SHERIN; VAN ES, 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014) a aprendizagem profissional de (futuros) professores tem sido relacionada a essas capacidades e ao conceito de visão profissional desenvolvido por Goodwin (1994). Sherin (2007, p. 383) define que “para professores, a visão profissional envolve a capacidade de produzir sentido para o que está acontecendo na sua sala de aula”, a partir da interação complexa entre dois distintos subprocessos *i*) atenção seletiva e; *ii*) raciocínio baseado no conhecimento. *Atenção seletiva* é descrita como o processo pelo qual o professor, a partir de expectativas ou intenções, escolhe algo para o qual direciona sua atenção; e o *raciocínio baseado no conhecimento* envolve a mobilização do que se sabe da situação ou de princípios mais amplos para produzir sentido ao que se sobressai a sua atenção (SHERIN, 2007).

Entretanto, tais processos não são desenvolvidos facilmente, dado que um dos problemas de aprender a partir da experiência é saber o que procurar, ou como interpretar o que se observa (DEWEY, 1965<sup>37</sup>; FEIMAN-NEMSER; BUCHMANN, 1985<sup>38</sup> apud GROSSMAN et al., 2009). Tais dificuldades têm emergido de modo mais recorrente nas pesquisas com futuros professores (GROSSMAN et al., 2009).

No que se refere às pesquisas no campo da formação inicial de professores, a *atenção seletiva dos FP* pode apontar evidências quanto aos eventos por eles destacados como significativos ao ensino e à aprendizagem em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN; VAN ES, 2009; SEIDEL; STÜRMER, 2014). A partir disso, para que tais eventos façam sentido aos FP, é preciso que se desencadeie um processo de mobilização de conhecimento tanto sobre princípios gerais de ensino e de aprendizagem quanto de domínio específico (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Por exemplo, com o objetivo de compreender uma situação, “um professor pode raciocinar sobre um evento particular com base em seu conhecimento sobre o assunto, do currículo, ou dos comentários anteriores dos alunos” (SHERIN; VAN ES, 2009, p. 22). Assim, a *atenção seletiva* e esses modos de *raciocinar* sobre eventos da sala de aula são componentes da visão profissional do professor pelo qual seu conhecimento pode ser identificado (SHERIN, 2007; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

A partir de investigações empíricas realizadas com FP e concernentes a essa temática, Seidel e Stürmer (2014) destacam a *descrição*, a *explicação* e a *previsão* como três aspectos inter-relacionados (SCHÄFER; SEIDEL, 2015), mas conceituados como distintas *formas de raciocínio*. A *descrição* refere-se à capacidade de focar e diferenciar claramente os aspectos relevantes de ensino e de aprendizagem que se salientaram na sua atenção, aspecto que é fundamental antes de se explicar as situações ou prever consequências; a *explicação* diz respeito à capacidade de mobilizar o que se sabe para raciocinar, apontando razões que esclareçam o desenvolvimento de uma situação, processo que se refere à ligação entre os elementos do contexto analisado, o conhecimento e a compreensão sobre eles; a *previsão* refere-se à capacidade de fazer inferências sobre o que pode estar acontecendo em relação à aprendizagem dos alunos, prevendo possíveis consequências, processo que exige vincular o evento percebido a conceitos mais amplos sobre o ensino e a aprendizagem, indicando conhecimento mais

---

<sup>37</sup> DEWEY, J. The relation of theory to practice in education. In: BORROWMAN, M. (Ed.). *Teacher education in America: A documentary history*. New York: Teachers College Press, 1965, p. 140-171. (Original work published 1904).

<sup>38</sup> FEIMAN-NEMSER, S.; BUCHMANN, M. Pitfalls of experience in teacher preparation. *Teachers College Record*, 87, p. 53-65, 1985.

abrangente da situação (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). A investigação aponta que os FP desenvolvem descrições sobre os aspectos do ensino, todavia, comparativamente aos professores mais experientes, eles apresentam dificuldades para explicar e prever consequências desses eventos de sala de aula em termos das aprendizagens dos alunos (SEIDEL; PRENZEL, 2007; SEIDEL; STÜRMER, 2014).

No presente artigo, esses subprocessos da visão profissional do professor são utilizados como lentes para identificar os aspectos da comunicação destacados pelos FP na análise de episódios de vídeo considerados representativos de interações dialógicas no Ensino Exploratório, inerentes a um caso multimídia, bem como para compreender a natureza de seus raciocínios com base no conhecimento que manifestam sobre a natureza situacional desses aspectos.

## CONTEXTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A pesquisa de natureza qualitativa decorreu em uma disciplina de prática de ensino de Matemática no Ensino Fundamental, oferecida no 4.º semestre de um curso de licenciatura em Matemática, de uma universidade pública do Estado de Mato Grosso do Sul, Brasil. Os 15 FP que tiveram frequência regular foram selecionados como sujeitos da pesquisa<sup>39</sup>. A opção por esse campo deve-se ao fato de ser a primeira disciplina do curso a tratar da Educação Matemática e a sua prática, bem como o primeiro contato desses FP com vídeos de sala de aula. A exploração do caso multimídia “Os colares” foi desenvolvida em 11 encontros, duas vezes por semana, com duração de 3h e 20 min semanais, sendo a primeira autora deste artigo docente responsável pela disciplina.

O caso foi constituído a partir da aula de uma professora experiente com Ensino Exploratório, realizada em uma escola pública de uma cidade do interior do estado do Paraná, em torno da tarefa “Os colares” (QUADRO 3), conforme as orientações curriculares para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental<sup>40</sup>.

As ações realizadas no campo da disciplina percorreram as etapas de exploração presentes no caso multimídia – *Antes da aula, A aula e Reflexões após a aula*, seguindo sempre

---

<sup>39</sup> Esses participantes são referidos por nomes fictícios: João, Túlio, Isac, Fred, Alex, Lara, Toni, Ari, Davi, Joel, Nina, Caio, Diana, Tainá, Íris.

<sup>40</sup> A aula “Os colares” teve como objetivos relativos à aprendizagem dos alunos: i) reconhecer a regularidade na sequência; ii) determinar vários termos da sequência; iii) identificar as variáveis: número do colar e número total de contas; iv) identificar a relação entre as variáveis: o número de contas é o dobro da posição da figura mais um; e v) expressar em linguagem natural e/ou em linguagem simbólica a generalização das relações encontradas.

o seguinte encaminhamento: 1) apresentação e apropriação da proposta com orientações gerais para o seu desenvolvimento pela formadora, em grande grupo; 2) interações entre os pequenos grupos (seis duplas e um trio) para produção escrita de respostas às questões problematizadoras apresentadas no caso; 3) *feedback* escrito da formadora às respostas produzidas por cada grupo quanto à amplitude dos aspectos identificados nas mídias, à consistência da argumentação e à coerência entre as respostas e a finalidade de cada questão; e 4) discussões em conjunto, com todos os FP, sobre os aspectos destacados nas mídias exploradas.

Neste trabalho, os dados analisados pertencem a duas fontes distintas: as respostas escritas dos FP em pequenos grupos e as transcrições das gravações de áudio das falas emergentes na discussão conjunta. A produção escrita dos FP consiste nas respostas às questões problematizadoras constantes do caso referentes a três episódios previamente selecionados (segmentos curtos de vídeo – QUADRO 3), da fase intitulada de “Desenvolvimento da tarefa”, que retratam diferentes grupos de alunos da turma do 6.º ano resolvendo a tarefa com o apoio da professora.

Quadro 3 – Componentes do caso multimídia “Os colares” explorados com os FP

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| <p><b>Tarefa “Os colares”<sup>41</sup></b></p> | <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p><b>Fig. 1</b></p> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div> </div> <div style="text-align: center;">  <p><b>Fig. 2</b></p> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div> </div> <div style="text-align: center;">  <p><b>Fig. 3</b></p> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div> </div> </div> <p style="text-align: center;"><b>Número de contas do colar</b></p> |   |  |
| <p><b>Episódios analisados</b></p>             | <p><b>Episódio 3 (5min34s)</b></p>  | <p><b>Episódio 5 (5min42s)</b></p>  | <p><b>Episódio 6 (7min23s)</b></p>   |
| <p><b>Descrição geral</b></p>                  | <p>O grupo está resolvendo a questão 3 partindo do que percebem da relação entre os valores numéricos (número da figura e de contas do colar) obtidos nas figuras anteriores. Então a professora faz intervenções para apoiá-los</p>  | <p>O grupo evidencia estar sempre adicionando dois ao número de contas do colar de uma figura para obter o número de contas da próxima figura. Então a professora faz intervenções para que se questionem sobre a</p> | <p>O grupo está resolvendo a questão 6, já construiu uma tabela e propõe como regra multiplicar o número da figura por dois. Então a professora faz intervenções para questionar a adequação da regra.</p> |

<sup>41</sup> Adaptado de: PEDRO, I. J. C. R. Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

|                                   |   |  |  |
|-----------------------------------|---|--|--|
|                                   | no desenvolvimento das estratégias de cálculo propostas pelos alunos  | viabilidade dessa estratégia na resolução das questões 5 e 6   |  |
| <b>Questões problematizadoras</b> | <p>a) Identifique as ações da professora nessa fase da aula.</p> <p>b) Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?</p> <p>c) Que questionamentos desenvolve a professora para auxiliar o trabalho dos alunos? Comente.</p> <p>d) Identifique quais interações ocorrem nesse episódio e qual sua importância em uma aula de ensino exploratório.</p> | <p>a) Identifique as ações da professora nessa fase da aula.</p> <p>b) Que estratégia(s) é (são) utilizada(s) pelos alunos?</p> <p>c) Que dificuldades as alunas manifestam nesse episódio? Como a professora auxilia as alunas?</p> | <p>a) Que estratégia(s) é(são) utilizada(s) pelos alunos?</p> <p>b) Que questionamentos a professora desenvolve para auxiliar os alunos? Qual sua importância?</p> |

Fonte: Os autores<sup>42</sup>.

Cabe salientar que as produções investigadas nesse trabalho foram realizadas depois de os FP, com base nos objetivos da disciplina cursada<sup>43</sup>, terem estudado tópicos extraídos de quatro textos (PONTE, 2005; MATOS; PONTE, 2008; STEIN; SMITH, 2009; MENEZES et al., 2014).

A partir de uma análise interpretativa (ERICKSON, 1986), o processo analítico foi desenvolvido em seis etapas. Recorrendo a técnicas de codificação (CHARMAZ, 2009), procuramos identificar padrões sobre os aspectos da comunicação nos dados, inicialmente por meio da análise das respostas escritas dos FP. Começamos com um exame detalhado de todas as respostas “grupo a grupo”, identificando características específicas relativas aos aspectos da comunicação no Ensino Exploratório. Posteriormente, fizemos a análise das respostas dos grupos, respeitantes a cada episódio, em três quadros discriminados, concentrando-nos em verificar a frequência com que as características identificadas surgiram em episódios diferentes. Na terceira etapa, realizamos comparações, concentrando-nos em identificar características comuns ou distintas de modo a agrupá-las em tópicos mais abrangentes que caracterizam aspectos da comunicação.

<sup>42</sup> Com base no site do Projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”. (Acessível em <http://rmfp.uel.br>).

<sup>43</sup> A disciplina apresentava como objetivos oferecer oportunidades aos FP de compreender: i) processos de ensino e de aprendizagem de Matemática; ii) a comunicação na aula de Matemática; e iii) o planejamento curricular e da aula no Ensino Fundamental (EF).

Orientados por esses indicadores iniciais, a quarta etapa da análise consistiu na identificação focalizada e no agrupamento dos aspectos da comunicação enfatizados pelos FP na discussão coletiva. Tais processos resultaram na seleção de dois conjuntos de dados de diferentes fontes: trechos das respostas escritas e excertos da discussão, ambos em torno dos aspectos da comunicação, suas características e respectivas evidências expressas pelos FP.

Esse processo esclareceu-nos a evidência de dois principais aspectos da comunicação para os quais os FP orientaram sua atenção. Em decorrência, nomeamos de acordo com suas especificações como segue: *i) a promoção de interações dialógicas pela professora para o e no desenvolvimento da tarefa; e ii) o feedback da professora com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática.*

Com base na literatura (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015), a quinta etapa constituiu-se pela análise dimensional da *natureza do raciocínio*, na qual buscamos identificar as *descrições, explicações e previsões* manifestadas escrita ou oralmente pelos FP ao *raciocinarem* sobre as características dos aspectos da comunicação focalizados. A fase final das análises consistiu em identificar relações entre os aspectos da comunicação e suas características, entre esses pontos de enfoque e o modo de raciocinar sobre eles em pequenos grupos e na discussão conjunta, bem como das relações entre esses aspectos.

Na próxima seção, refletimos sobre cada um desses aspectos da comunicação a partir de elementos da produção escrita e da discussão dos FP. Os resultados das respostas escritas estão sistematizados em quadros que destacam esses aspectos, os dados que os evidenciam, relacionando-os às suas características e a natureza do raciocínio sobre elas. Na sequência, destacamos alguns excertos das discussões a respeito dos aspectos indicados nos quadros. Nos quadros, ao apresentar as evidências indicamos a autoria, data de realização do encontro, fonte de informações (Ep.3 – Episódio 3, por exemplo) e questão geradora da exploração (Qa – Questão a, por exemplo), os dois últimos descritos no Quadro 3.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Os aspectos da comunicação identificados e discutidos a seguir possuem ligações-chave. Portanto, podem ser encontradas algumas sobreposições entre eles.

### **i) Promoção de interações dialógicas pela professora para o e no desenvolvimento da tarefa**

Os FP atentaram-se para eventos que, para promover interação com e entre os alunos, a professora frequentemente os questionava. Com isso, questionar destaca-se como a ação discursiva mais evidenciada pelos FP (QUADROS 4 e 5). Os FP também interpretaram as intencionalidades das questões propostas pela professora. No Quadro 4, observamos que todos os grupos reconhecem que as questões da professora tinham como intenção que os alunos tornassem explícitos os seus raciocínios no processo de resolução da tarefa.

Quadro 4 – Características da promoção de interações dialógicas com os alunos pela professora para o desenvolvimento da tarefa

| Características percebidas  | Evidências   | Grupos de FP e Natureza do raciocínio <sup>44</sup>  |
|---|--|--|
| A professora faz questões com uso dos termos “por que” ou “como” para que se tornem explícitos os raciocínios dos alunos no processo de resolução da tarefa | “A professora faz com que os <b>alunos mostrem como chegaram naquela conclusão</b> ” (Tainá e Íris, 06/10/14 – <b>D</b> , Ep.3 – Qa)   | João e Túlio ( <b>E</b> - Ep. 3, <b>D</b> - Ep. 5, <b>E</b> - Ep. 6); Isac e Fred ( <b>E</b> - Ep. 3, <b>E</b> - Ep. 5); Alex e Lara ( <b>E</b> - Ep. 3); Toni e Ari ( <b>E</b> - Ep. 3; <b>D</b> - Ep. 5, Ep. 6); Davi e Joel ( <b>E</b> , Ep. 3); Nina, Caio e Diana ( <b>D</b> , Ep. 5); Tainá e Íris ( <b>D</b> , Ep. 3) ( <b>7 grupos</b> ) |
|   | “A professora <b>sempre questionava as respostas dos alunos, sempre com ‘porquês’ e com ‘como’, para que eles pudessem expressar a forma que estavam construindo seus raciocínios e, a partir disso, direcionava o raciocínio deles [...].</b> ”(Davi e Joel, 06/10/14 – <b>E</b> , Ep.3 – Qa) |  |
|   | “[A professora] <b>faz perguntas para saber como os alunos estão resolvendo a tarefa e a partir disso chama a atenção dos alunos para aspectos que eles ainda não perceberam, [...].</b> ” (Isac e Fred, 08/10/14 – <b>E</b> , Ep.5 – Qa)  |  |

Fonte: os autores

Cada grupo de FP, a partir de sua perspectiva, *raciocina* sobre as questões do professor, *descrevendo* ou elaborando *explicações* quanto à natureza ou à intencionalidade delas nas interações dialógicas da professora com os alunos para o desenvolvimento da tarefa (QUADRO 4).

No quadro 5, as respostas dos FP ilustram o reconhecimento de aspectos importantes das interações dialógicas entre os alunos. A compreensão de que tais interações foram promovidas pela professora e apoiaram a aprendizagem dos alunos, *interpretando* que, ao contrário da correção ou validação de respostas (Alex e Lara, Ep.3 – Qd), a professora convida, incentiva ou questiona os alunos para expressarem diferentes pontos de vista, refletirem sobre

<sup>44</sup> A natureza dos raciocínios é abreviada por suas letras iniciais da seguinte forma: **D** para **descrição**, **E** para **explicação**, e **P** para indicar **previsão**.

eles e analisá-los, em colaboração e criticamente, favorecendo a identificação e a percepção de erros (Alex e Lara, Ep.3 – Qd; Davi e Joel, Ep.3 – Qd).

Quadro 5 – Características da promoção de interações dialógicas entre os alunos pela professora no desenvolvimento da tarefa

| Características percebidas   | Evidências  | Grupos de FP e Natureza do raciocínio  |
|--|---|--|
| <p>A professora convida, incentiva ou questiona os alunos para:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- promover discussões entre os alunos no interior dos grupos</li> <li>- os alunos se engajarem, questionarem ou concordarem com as ideias uns dos outros.</li> <li>- os alunos expressarem seus diferentes pontos de vista, independentemente de sua precisão matemática,</li> <li>- promover análise crítica conjunta, que favorece a visualização e percepção de erros, a criação de novas estratégias, a busca de um consenso e a ampliação da visão (matemática) da tarefa, a partir de suas diversas estratégias de resolução</li> </ul> | <p>“[...] os alunos <b>debatem seus pensamentos, cada aluno tem seu ponto de vista, mesmo que estejam errados, e a professora com questionamentos consegue fazer com que eles cheguem no objetivo da tarefa. Essa interação favorece a aprendizagem de ambos.</b>” (João e Túlio, 06/10/14 – P, Ep.3 – Qd)</p> <p>“[...] Há a <b>interação entre os próprios alunos discutindo o que está acontecendo naquelas figuras. Após essa interação a professora pede para que o S* explique seu pensamento para B*, para que o S* convença B* de seu raciocínio.</b> [Essa interação]É de <b>essencial importância para que haja ali uma troca de ideias, uma discussão acerca da resposta correta. Para que eles próprios se corrijam.</b> (Nina, Caio e Diana 06/10/14 – P, Ep.3 – Qd)</p> <p>“<b>Essas interações são fundamentais no ensino exploratório, pois são elas que levarão os alunos a um consenso da resposta. Vindas da professora essas interações vão dar direção aos alunos, e entre eles, as interações vão tornar os erros mais perceptíveis, vão apresentar novas soluções e uma visão mais ampla da tarefa. No nosso caso, quando trabalhamos a tarefa em sala, cada grupo teve uma visão diferente, quase sendo todas distintas, mostrando que era possível apresentar diversas soluções à tarefa</b>” (Davi e Joel, 06/10/14 – P, Ep.3 – Qd)</p> | <p>João e Túlio (P, Ep. 3); Isac e Fred (E, Ep. 3), Alex e Lara (P, Ep. 3); Toni e Ari (E, Ep. 3); Davi e Joel (P, Ep. 3); Nina, Caio e Diana (P, Ep. 3); Tainá e Íris (E, Ep. 3) (7 grupos)</p> |

Fonte: os autores

Dessa forma, o quadro 5 evidencia que o modo de raciocinar dos FP caracteriza-se predominantemente como *explicações* e *previsões*, principalmente embasadas no conteúdo presente nos episódios e ao seu papel significativo na representação do modo de comunicação dialógica entre os alunos promovido pela professora para o desenvolvimento da tarefa, unicamente no Episódio 3. Esses raciocínios foram suscitados e expressados especialmente na resposta à questão d.

Assim sendo, os FP compreendem a interposição de questões como um modo de a professora provocar e oferecer sustentação (*scaffolding* social e analítico) às dinâmicas dialógicas, mobilizando o avanço nas estratégias matemáticas, sem interferir no papel dos alunos como autores delas. Além das questões, os FP reconhecem os convites e incentivos que a professora faz para a exposição de ideias pelos alunos e entre os alunos, independentemente de sua precisão matemática, uma vez que o foco é o seu aperfeiçoamento pelos próprios alunos por meio da análise e discussão e não a correção imediata pelo professor.

No excerto a seguir (EXCERTO A), extraído da discussão conjunta, a formadora chama a atenção para um trecho da transcrição do Episódio 3. A seleção desse trecho pautou-se na ênfase oferecida pelos FP nas suas respostas escritas a esse evento e no seu significado à compreensão das interações dialógicas no Ensino Exploratório.

- A1 Formadora:** *Quando ela (a professora) fala “você concorda com o que ele (o aluno) falou?”, qual a intenção dela?*
- A2 Davi:** *Fazê-los (os alunos) chegar a um acordo, que todos entendam?*
- A3 Todos:** (Silêncio).
- A4 Formadora:** *O que você acha Ari?*
- A5 Ari:** (Silêncio).
- A6 Formadora:** *Lá na parte anterior a gente percebe que ela (a professora) cumpre o objetivo dela em termos do que ela queria com suas perguntas, não é? Então porque ela não foi embora do grupo?*
- A7 Túlio:** *Porque ela percebeu que só um deles tinha conseguido “enxergar” a resposta, o outro ainda não tinha “enxergado”, então ela pediu para o outro explicar.*
- A8 Formadora:** *E quantos alunos tinham nesse grupo?*
- A9 Túlio:** *Três.*
- A10 Davi:** *Os que estavam discutindo eram dois na verdade, um estava mais quietinho.*
- A11 Formadora:** *Quem estava quietinho?*
- A12 Túlio:** *O B\* acho, o S\* e o F\* estavam interagindo mais.*
- A13 Formadora:** *E olha só o que acontece, a professora pede a atenção do B\* para explicação do S\*... Aí, o que S\* fala é importante para quem?*
- A14 João:** *Eu acho que é importante para os dois, para o que está explicando e para o aluno B\*, porque ele (S\*) está melhorando a explicação dele, porque num primeiro momento ele não fala na totalidade, aí na segunda explicação ele já melhora a explicação. E o B\* num primeiro momento também não entendeu direito, aí com a explicação dele (S\*) de novo, ele (B\*) conseguiu entender, porque ele (S\*) mudou um pouco o jeito, aí ele (B\*) conseguiu “pegar”.*
- A15 Formadora:** *Então podemos dizer que o que é falado é importante para aprendizagem dos dois?*
- A16 Nina:** *Dele mesmo também, porque ele, explicando o que fez, vai entender melhor o que fez.*

(13/10/2014)

Notamos que os FP se colocam no lugar da professora e buscam entender os motivos pelos quais ela continua a provocar interações entre os alunos, mesmo após eles já terem construído a regra. Túlio explica que há uma preocupação da professora de que todos os alunos do grupo alcancem seus objetivos quanto à compreensão matemática (A7), mas que, segundo sua visão, apenas um deles conseguiu atingi-los. Nessa perspectiva, Túlio aparentemente

interpreta que na promoção de interações dialógicas é importante que o professor considere a capacidade de aprendizagem de todos os alunos. Depois de os FP relembrares aspectos significativos da participação de cada aluno (A8-A12), João (A14) considera que explicar uma ideia para o outro colabora à compreensão tanto do falante (que enuncia) quanto do ouvinte, visto que a primeira explicação (mais fragmentada) não fica clara para o aluno (ouvinte). Assim, o aluno (falante) expande e aprimora sua explicação e, nesse processo, o discurso matemático pode produzir mais sentido para o outro e, ao mesmo tempo, para o autor da explicação, estendendo a sua própria compreensão (WELLS, 2004). Nessa direção, Nina (A16) compartilhou da ideia de João e argumentou sobre a importância da fala (discurso) para tornar os alunos mais conscientes de suas ações (matemáticas).

Nesse excerto da discussão conjunta, é de se notar que os FP *descrevem* e constroem *explicações* fundamentadas em ideias coerentes e aprofundadas, permitindo a elaboração de *previsões* mais abrangentes quanto à importância das interações dialógicas promovidas pela professora para todos os participantes dos pequenos grupos e suas diferentes capacidades de aprendizagem.

## **ii) *Feedback* da professora com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática**

No quadro 6 é notório que os FP percebem que o *feedback* faz sentido aos alunos e tem consequências na sua aprendizagem porque é construído pela professora a partir das respostas dos próprios alunos captadas no fluxo do diálogo ou nos seus registros da resolução da tarefa (QUADRO 6).

Inicialmente, os FP parecem ter se concentrado nas questões que a professora formulou e colocou com base nos pontos críticos (erros ou equívocos) ou potenciais do pensamento matemático do aluno (ideias chave na construção de estratégias), dando-lhes *feedback* importante ao seu avanço no desenvolvimento da tarefa. Essa percepção dos FP sugere o (re)conhecimento do *feedback* da professora a partir de sua função como suporte e orientação (*scaffolding* analítico) à compreensão matemática dos alunos.

Depois, além da ação discursiva de questionar, os vários episódios explorados pelos FP expandem a sua visão para o (re)conhecimento de outras formas de *feedback* realizado pela professora, tais como: (re)orientar a atenção dos alunos para aspectos matemáticos importantes de suas ações, falas ou do enunciado da tarefa; provocar lembranças das experiências de

aprendizagem para o aluno fazer conexões entre elas e a matemática utilizada; redizer (*revoicing*) a fala do aluno, incentivando a exploração de seus significados; estimular a escrita do que é falado, auxiliando o aluno na representação da regra por meio de sua linguagem natural; e sugerir testes para verificação de propostas matemáticas de resolução da tarefa (QUADRO 6).

Quadro 6 – *Feedback* da professora à atividade matemática dos alunos

| Características percebidas  | Evidências  | Grupos de FP e Natureza do raciocínio  |
|---|---|--|
| <p>A professora interage <b>com base nas respostas dos alunos</b>, com a intenção de chamar-lhes a atenção para aspecto(s) ou ponto(s) de vista considerado(s) importante(s) à exploração pelos alunos</p>  | <p>“[...] (a partir) <b>das respostas deles ela faz perguntas para focá-los em um ponto de vista que ela quer que eles explorem [...]</b>”(João e Túlio, 06/10/14 – E, Ep.3 – Qa)</p> <p>“<b>Ao perceber que os alunos estavam no caminho certo, mas calculando errado, ela [a professora] questiona a resposta que o aluno dá por meio de uma nova pergunta sobre isso, para que ele próprio perceba que seu cálculo não está certo e corrija.</b>” (Toni e Ari, 06/10/14 – E, Ep.3 – Qc)</p>  | <p>João e Túlio (E - Ep. 3, D - Ep. 5, E - Ep. 6); Isac e Fred (E - Ep. 3, E - Ep. 5); Alex e Lara (E - Ep. 3); Toni e Ari (E - Ep. 3; D - Ep. 5, Ep. 6); Davi e Joel (E, Ep. 3); Tainá e Íris (D, Ep. 3) (6 grupos)</p> |
| <p>Provoca <b>lembranças</b> sobre resoluções realizadas em tarefas anteriores (<b>experiências de aprendizagem</b>), de modo que os alunos <b>articulem-nas</b> aos aspectos atuais da tarefa em questão</p>   | <p>“[...] <b>elas (as alunas) também têm a dificuldade em registrar o que fazem e acabam se perdendo e, com isso, a professora as auxilia questionando e fazendo com que elas relembrem aulas passadas, o que já foi trabalhado, para assim elas compreenderem o que deve ser feito, assimilando as tarefas já feitas</b>” (Tainá e Iris – E,08/10/14, Ep.5 – Qc)</p> <p>“[...] (A professora) <b>relembra a tarefa do dia anterior que (a regra) era multiplicação e pediu para elas anotarem para não se perderem</b>”. (João e Túlio – D, 08/10/14, Ep.5 – Qc)</p>   | <p>Tainá e Íris (E, Ep. 5); João e Túlio (D, Ep. 5); Isac e Fred (E, Ep. 5); Alex e Lara (D, Ep. 5) (4 grupos)</p>   |
| <p>Utiliza <b>ferramentas linguísticas</b> como <b>sugerir o registro</b> ou <b>redizer</b> (<i>revoicing</i>) as relações expressas verbalmente pelos alunos, a fim de chamar a atenção para aspectos importantes, tornar perceptíveis seus significados, incentivando a compreensão ou reflexão sobre o que é dito ou escrito</p> | <p>“[...] <b>a professora auxilia-as (as alunas) a escreverem o que acabaram de dizer: ‘duas vezes o número da figura, mais um’, assim como ela (a professora) tinha previsto, que seria utilizada uma ‘linguagem natural’</b> (para expressar a regra)” (Davi e Joel – E, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p> <p>“<b>A professora repete o que o aluno disse e, assim, tenta que ele ‘enxergue’ o que está dizendo, e assim entrando em debate para fazer o aluno que não está entendendo o porquê aumentar um de cada lado e ainda somar mais uma, que é a conta preta</b>”(Tainá e Iris – E, 06/10/14, Ep.3 – Qc)</p> | <p>João e Túlio (D, Ep. 5); Isac e Fred (D, Ep. 5); Davi e Joel (E, Ep. 6); Nina, Caio e Diana (E, Ep. 5); Tainá e Íris (E, Ep. 3) (5 grupos)</p>  |

|   |  |   |
|---|--|---|
|   | <p>“[...] (a professora) <b>chama a atenção para aspectos que (as alunas) ainda não perceberam, como o que acontece de uma figura para outra [...]</b>” (Isac e Fred – <b>D</b>, 08/10/14, Ep.5 – Qa)</p>  |   |
| <p>Sugere a realização de <b>testes</b> e faz <b>questões</b> para incentivar a comparação e verificação dos valores obtidos, suportando a reformulação ou <b>aprimoramento</b> da ideia matemática proposta (a regra anteriormente construída)</p>   | <p>“[...] a <b>professora pediu para elas testarem se realmente a tabela feita e a regra [elaborada posteriormente] ‘davam’ a mesma resposta[...]</b>” (João e Túlio – <b>D</b>, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p>  | <p>João e Túlio (<b>D</b>, Ep. 6);<br/>Nina, Caio e Diana (<b>P</b>, Ep. 6); Alex e Lara (<b>D</b>, Ep. 6) (<b>3 grupos</b>)</p>  |
|   | <p>“(a professora) <b>Diz para fazerem testes para provar se a regra estava certa, pergunta o que está faltando para chegar no número exato. Assim, as meninas percebem que, sempre que elas fazem as contas de multiplicar o número da figura por 2, o resultado ‘não bate’ com o da tabela e assim percebem, com a ajuda da professora, que falta a bolinha preta na regra delas, que representa o mais um</b>” (Nina, Caio e Diana – <b>E</b>, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p>           |   |
| <p>Elabora <b>questões específicas</b> às necessidades dos alunos, possibilitando-lhes <b>auto avaliação</b> e expansão ou <b>reformulação</b> de suas estratégias, conforme o propósito matemático da tarefa</p>   | <p>“A grande <b>importância das perguntas bem formuladas e específicas</b> da professora é fazer com que as meninas <b>percebam os erros que estão tendo ao desenvolver a regra e, assim, ao perceber o que falta e realmente entender o que estão fazendo, para por fim conseguirem ‘chegar’ ao objetivo da questão 6 da tarefa</b>” (Nina, Caio e Diana – <b>P</b>, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p>   | <p>João e Túlio (<b>P</b>, Ep. 6);<br/>Nina, Caio e Diana (<b>P</b>, Ep. 6); Tainá e Íris (<b>D</b>, Ep. 6) (<b>3 grupos</b>)</p>   |
|   | <p>“[a professora faz] <b>vários questionamentos para ajudar as alunas a organizar seus pensamentos, isto é, elas estavam indecisas quanto à regra, sabiam que era vezes dois, mas os resultados da tabela e dessa regra não eram iguais, a diferença era de uma conta. A professora fazia perguntas bem direcionadas, ‘aqui é trinta e oito e lá é trinta e nove’, ‘aqui é quarenta e lá é quarenta e um’, por quê?’. [...]</b>” (João e Túlio – <b>P</b>, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p> |   |
| <p>Considera a <b>atividade matemática dos alunos para oferecer condições</b>, interpondo questões, que <b>provoquem dúvidas</b>, desafiando os alunos a refletirem e a analisarem suas ideias e ações, <b>sem direcioná-los demasiadamente</b>, oferecendo apoio para adequação ou aprimoramento <b>autônomo</b> das resoluções pelos alunos</p> | <p>“[...] ela (a professora) <b>percebe o que está acontecendo e com isso oferece condições para eles (os alunos) ‘chegarem’ à resposta, sem atrapalhar seus raciocínios</b>” (João e Tulio, – <b>E</b>, 06/10/14, Ep.3 – Qc)</p>  | <p>João e Túlio (<b>E</b>, Ep. 3);<br/>Isac e Fred (<b>E</b>, Ep. 3);<br/>Alex e Lara (<b>P</b>, Ep. 3);<br/>Toni e Ari (<b>P</b>);<br/>Davi e Joel (<b>P</b>, Ep. 6);<br/>Nina, Caio e Diana (<b>E</b>, Ep. 6) (<b>6 grupos</b>)</p> |
|   | <p>A <b>professora questiona as alunas deixando dúvidas sobre as suas respostas para que elas próprias pudessem verificar e corrigir o erro. Esse questionamento da professora é muito importante, pois com ele os alunos podem desenvolver autonomia em suas respostas.</b> (Toni e Ari, – <b>P</b>, 08/10/14, Ep.6 – Qb)</p>   |   |

Fonte: os autores

De modo mais abrangente, tais ações também foram associadas como relevantes ao processo de aprendizagem dos alunos. Por exemplo, no quadro 6, os FP consideram que ao fazer “perguntas bem formuladas e específicas” às necessidades dos alunos, a professora apoiou processos de (auto)avaliação e (re)formulação de estratégias matemáticas (Nina, Caio e Diana, Ep.6 – Qb), bem como o desenvolvimento da autonomia dos alunos (Toni e Ari, Ep.6 – Qb), uma vez que ofereceu “condições para eles (os alunos) ‘chegarem’ à resposta, sem atrapalhar seus raciocínios” (João e Tulio, Ep.3 – Qc). Alguns pesquisadores salientam que questões que façam sentido aos alunos, mobilizam o desenvolvimento de capacidades de raciocínio superior (WEGERIF; MERCER; DAWES, 1999; WOLFE; ALEXANDER, 2008).

Considerando essas evidências, inferimos que a amplitude, diversidade e especificidades das formas de a professora oferecer *feedback* aos alunos, retratados nos episódios, associados às questões do multimídia, atraem a *atenção seletiva* dos FP para o espaço crítico da interação entre as ações de ensino do professor e a aprendizagem dos alunos, promovendo *descrições* e *explicações* que suportam *previsões* consistentes sobre a função do *feedback* à compreensão e ao desenvolvimento dos alunos.

Na discussão conjunta, esse aspecto também corrobora nos raciocínios dos FP. No excerto a seguir (EXCERTO B), a formadora chama a atenção para um incidente crítico de ensino (extraído do Episódio 5 e apresentado em slide), e desafia os FP a apresentarem possibilidades de *feedback* para auxiliar os alunos.

- B1 Formadora:** *Que estratégia está envolvida ali? Olhem a aluna 2, o que ela fala?*  
**B2 Davi:** *Tem que fazer vezes.*  
**B3 Formadora:** *Ela está longe da regra?*  
**B4 Todos:** *Não.*  
**B5 Formadora:** *Como vocês já disseram, a professora Cristina pede para ir registrando, mas e vocês fariam outra coisa?*  
**B6 Davi:** *Nessa parte não, porque a gente viu que, quando ela (uma das alunas) contava na mão, ela esquecia onde estava, se ela fosse anotando, fazendo uma tabelinha, talvez a professora tivesse conseguido mostrar (para aluna).*  
**B7 Formadora:** *Quando nós consideramos uma das alunas do grupo foi assim mesmo. E se a gente considerar a aluna que diz para “fazer vezes”?*  
**B8 João:** *Na realidade, a professora quer que elas dividam, mas elas não conseguiram pensar em dividir.*  
**B9 Davi:** *A solução..., eu acho que é como a professora fala “relacione a figura com o número de contas”. Se elas (alunas) colocarem na tabelinha, um ao lado do outro...*  
**B10 Fred:** *Elas vão perceber.*

(Encontro – 13/10/2014)

Na (re)leitura da interação da professora com o grupo, os FP atentam (B2-4) para o fato de que uma das alunas parece elaborar uma nova estratégia que se aproxima da regra de formação da sequência, mas ainda sem a conseguir concretizar. Em torno desse evento, a formadora questiona os FP sobre outras possíveis formas para auxiliar os alunos (C5). Pautado nas diferentes ações das alunas (B2 e B6), Davi (B9) aponta que faria o *feedback* da mesma forma que a professora o fez, indicando a escrita dos valores numéricos obtidos na forma de uma tabela e chamando a atenção do grupo para a relação entre eles. Notamos que Fred (B10) infere que essas orientações podem apoiar a resolução da tarefa pelo grupo. Por outro lado, João (B8) procura evidenciar que a proposta matemática de uma das alunas estava muito distante da expectativa da professora quanto à resolução da questão 5, porém não sugere outro modo de oferecer *feedback* para essa situação.

Os FP percebem as ações de *feedback* da professora. A partir do que foi explicitado pelos alunos, *raciocinam* com *descrições* e *explicações* sobre os motivos pelos quais o *feedback* foi construído por ela, bem como *preveem* possíveis avanços dos alunos quanto ao desenvolvimento da tarefa, legitimando-o. Porém, diante da complexidade das ideias matemáticas exigidas na questão 5 frente às estratégias em construção pelos alunos, os FP interpretam esse evento como um desafio enfrentado pela profissional e apresentam *dificuldades* para *propor formas alternativas de feedback* diante dele.

Assim, um *feedback* que auxilia os alunos na resolução da tarefa sem validar suas respostas caracteriza-se como um aspecto da comunicação considerado exigente pelos FP. Na sequência do diálogo anterior, os dados da discussão conjunta (EXCERTO C) validam evidências dessa concepção e como ela provoca o modo de raciocinar dos FP sobre aspectos culturais da comunicação em sala de aula.

- C1 **Formadora:** (No Episódio 6) *Elas (as alunas) têm uma ferramenta, não têm?*  
 C2 **Davi:** *Uma tabela.*  
 C3 **Formadora:** *Então, o que a professora pede para ela (a aluna) fazer?*  
 C4 **Isac:** *Testar alguns valores.*  
 C5 **Formadora:** *Fizeram o teste com as figuras 19 e 24...*  
 C6 **Isac:** *Até chegar no 55.*  
 C7 **Formadora:** *O que acharam dessa intervenção da professora?*  
 C8 **Fred:** *Maravilhosa! Ela (a professora) consegue ver as possibilidades, ela tem experiência. E acho que eu não conseguiria.*  
 C9 **Formadora:** *Fazer esse tipo de orientação sem dar a resposta é um grande desafio mesmo.*  
 C10 **João:** *E o professor tem uma necessidade de dar a resposta.*  
 C11 **Formadora:** *Por que será que ele (o professor) tem essa necessidade?*  
 C12 **João:** *Eu não sei, eu acho que já é cultural.*  
 C13 **Formadora:** *De que cultura?*  
 C14 **João:** *Acho que do ensino tradicional.*  
 C15 **Fred:** *A gente ouve ou “sim” ou “não”.*

- C16**      **Davi:** *Isso que o Fred está falando está muito fixado em nossas cabeças. Quando o aluno pergunta alguma coisa para você, ele já começa a testar várias respostas esperando você dizer “sim” ou “não”.*
- C17**      **Fred:** *Esse “não” fica automático em nossas cabeças. Quando o aluno faz uma pergunta dizemos um “sim” ou um “não” já seguido de uma resposta, por exemplo, “não, porque isso é desse jeito”.*

(Encontro – 13/10/2014)

Nesses dados, Fred reconhece a experiência da professora de entender, apoiar e orientar a atividade matemática dos alunos (C8). Contudo, ao se posicionar como professor, ele expõe que, na mesma situação, teria dificuldade de agir como a professora. Para compreender essa problemática, João (C10-14) supõe que elementos subjacentes à cultura de sala de aula do ensino tradicional (ou transmissivo) sobre a “necessidade de o professor dar a resposta” é que pode ser os causadores dos obstáculos às interações de natureza dialógica. Fred (C15) exemplifica que em suas experiências como aluno, quando questionava o professor sobre a validade matemática de suas respostas, apenas ouvia sempre “sim ou não”. Davi (C16), por sua vez, colocando-se como professor, infere que dizer aos alunos se suas respostas estão certas ou erradas é uma ideia (sobre o papel do professor) que está incorporada nos seus modos de pensar e é reproduzida nas suas formas de agir, assim como as respostas também são esperadas e provocadas pelos alunos. Com isso Fred (C17), colocando-se novamente como professor, sugere que confirmar ou refutar respostas e apresentar uma resolução matemática válida são ações reproduzidas automaticamente pelo professor em sala de aula.

Em síntese, no excerto D, ao buscar *razões* que expliquem as suas dificuldades de oferecer *feedback* aos alunos, os FP *raciocinam* com base em suas experiências como alunos, elucidam as suas crenças sobre o papel do professor como sujeito responsável pela validação imediata das respostas e explicações matemáticas dos alunos na cultura do ensino tradicional e parecem compreender a influência delas à tomada de decisões em sala de aula.

## CONCLUSÕES

O objetivo deste estudo foi compreender para que aspectos da comunicação no Ensino Exploratório esses FP orientam sua atenção e a natureza do seu raciocínio sobre esses pontos de enfoque, de modo a evidenciar a visão profissional dos FP sobre as interações dialógicas no Ensino Exploratório. Os resultados mostram que diversas características da comunicação apontadas pela literatura como fundamentais à aprendizagem dos alunos no Ensino Exploratório (WELLS, 2004; WOLFE; ALEXANDER, 2008; WALSHAW; ANTHONY,

2008; ALEXANDER, 2010; WEGERIF, 2010; BAXTER; WILLIAMS, 2010; MESTRE; OLIVEIRA, 2012; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; GAN; HATTIE, 2014; MERCER; DAWES, 2014) também são (re)conhecidas pelos FP. De modo geral, os aspectos caracterizadores descrevem-se das seguintes formas: (i) a promoção de interações dialógicas pela professora para o e no desenvolvimento da tarefa; e (ii) o *feedback* da professora com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática. Evidências significativas sobre esses aspectos são destacadas nas respostas escritas dos FP às questões do multimídia, bem como, posteriormente, na discussão conjunta. Nessas duas atividades de exploração do caso multimídia, os FP manifestam diferentes modos de raciocinar sobre tais pontos de enfoque.

As questões problematizadoras, presentes no recurso ou emergentes na discussão conjunta, mostram-se relevantes ao desencadeamento e extensão do processo perceptivo em suas diferentes dimensões – *descrição*, *explicação* e *previsão*. De modo particular, algumas propostas pela formadora na discussão conjunta mobilizam o confronto/articulação dos aspectos identificados nos episódios de vídeo pelos FP aos conhecimentos emergentes de suas experiências pessoais ou educacionais, resultando, por exemplo, como análises mais críticas sobre elementos culturais que influenciam a natureza da conversação em sala de aula.

Outro elemento que merece atenção refere-se ao fato de o conteúdo do vídeo, principalmente do episódio 3, oferecer oportunidades aos FP de compreender que as interações dialógicas nos pequenos grupos entre a professora e alunos e entre os alunos não foram espontâneas, mas intencionalmente promovidas pela professora. Ao *raciocinar* sobre esse subaspecto da comunicação (i), a *atenção seletiva* dos FP destaca e distingue as características e as intencionalidades da professora no desenvolvimento da tarefa, *descrevendo-as* como a interposição de questões, e *explicando-as*, como um *scaffolding* social ou analítico (BAXTER; WILLIAMS, 2010). Inferimos que esse processo oferece suporte à interpretação das funções dessas interações e do modo pelo qual elas foram desenvolvidas, tendo em conta os objetivos de aprendizagem e de desenvolvimento de capacidades nos alunos em aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Ao compreender o movimento de constituição funcional dessas interações, os FP analisam mais um aspecto da comunicação (ii), reconhecem o *feedback* da professora e apontam que ele fez sentido aos FP, porque é formulado com base nos pontos críticos ou potenciais das respostas deles.

De modo geral, todos os grupos de FP (re)conhecem dois aspectos significativos da comunicação no Ensino Exploratório, condizentes à perspectiva dialógica (i e ii). A natureza dos raciocínios sobre esses aspectos e suas evidências apontam que os FP reconhecem as

consequências deles ao avanço dos alunos na resolução da tarefa, sobretudo nos episódios 3 e 6. Assim, além de atrair fortemente a atenção dos FP, a identificação desses aspectos apresentase como suporte à mobilização de explicações e previsões sobre eles, pautadas não só nas estratégias comunicativas da professora, mas nas implicações delas.

No entanto, os resultados revelam algumas diferenças, entre os sete grupos, quanto à natureza dos seus raciocínios. Quatro deles (Davi e Joel; João e Túlio; Alex e Lara; Nina, Caio e Diana), na maioria de suas produções, verbalizam mais explicações e algumas previsões. Isac e Fred não expressam previsões, porém desenvolvem explicações de modo recorrente. Tainá e Íris não enunciam previsões, todavia, suas respostas revelam indícios de uma evolução de raciocínios mais descritivos para explicativos, especialmente no âmbito do aspecto (ii). De modo semelhante, o grupo de Toni e Ari, apesar de denotarem raciocínios mais descritivos no início da exploração dos vídeos, depois exprimem explicações e, a partir delas, elaboram uma previsão relacionada ao aspecto (ii).

Nos excertos da discussão conjunta com toda a turma de FP, esse aspecto (*feedback* da professora) é visto como uma ação discursiva desafiadora e exigente para o professor, contraposta à forte influência do posicionamento do professor no ensino transmissivo, de validar/classificar as respostas dos alunos em corretas ou incorretas, fornecendo explicações matemáticas para tais afirmações. Ao analisarem as interações dialógicas da professora com os alunos, os FP reconhecem e atribuem sentidos às diversificadas formas de oferecer *feedback* aos alunos com base nas suas respostas (provocar lembranças, fazer questões específicas, solicitar o registro de suas ideias ou cálculos, repetir a fala do aluno, sugerir testes e comparações – sem demasiadas informações). Dentre outras, evidencia-se a utilização de ferramentas linguísticas pela maioria dos grupos de FP como uma maneira produtiva de fornecer *feedback* aos alunos.

Esses resultados sugerem uma estreita inter-relação entre a *atenção seletiva* e as formas de *raciocínios* dos FP e como um suporta o outro no desenvolvimento de sua visão profissional tal como referem outros estudos (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN, 2007; SCHÄFER; SEIDEL; 2015). Em outros termos, para fazer inferências sobre a influência da promoção de interações pela professora (em i), os FP ancoram-se em suas suposições sobre o que a professora capturou das respostas dos alunos, interpretando seu pensamento matemático (SHERIN; VAN ES, 2009) e sobre o equilíbrio entre ter em conta as necessidades dos alunos, orientá-los e assegurar sua autonomia no desenvolvimento da tarefa (em ii) (WELLS, 2004; WALSHAW; ANTHONY, 2008; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; GAN; HATTIE, 2014).

Notamos ainda que o processo de discussão conjunta com os FP e algumas questões problematizadoras mais específicas do multimídia (geralmente as que demandam explicações sobre a importância das ações da professora) podem promover o desenvolvimento da capacidade de fazer previsões. A discussão com os FP, decorrente da análise das respostas às questões do multimídia, podem mobilizar uma análise mais aprofundada dos episódios e a produção compartilhada de significados às dificuldades e estratégias dos alunos, fomentando as previsões. Esses resultados sugerem a necessidade de um olhar mais atento ao papel do formador na discussão com os FP e ao material a ser utilizado na formação inicial de professores (CAPÍTULO 2).

Cabe salientar que as produções escritas dos FP com os registros do *feedback* da formadora também apresentam seu potencial, principalmente aos processos de prestar a atenção em e raciocinar sobre aspectos significativos da comunicação numa perspectiva de Ensino Exploratório, reafirmando o pressuposto de Wells (2004) e Llinares e Valls (2009) de que os indivíduos podem concentrar-se e compreender melhor um tópico quando têm que escrever sobre ele e comunicá-lo para outros leitores.

Articulando os resultados referentes à discussão conjunta, sugerimos que os vídeos que retratam a experiência de sala de aula de outro professor precisam ser combinados com questões/convites/incentivos que desafiem os FP a se posicionarem como professores, situando-os nos eventos de ensino analisados. Nesse sentido, um fato notório nos excertos da discussão conjunta refere-se ao reconhecimento de crenças constituídas nas experiências dos FP enquanto alunos, propriamente sobre os aspectos tradicionais que instituem papéis e relações entre professor e aluno de uma forma que dificultam interações dialógicas na dinâmica da aula.

Portanto, sugerimos que escolher pontos de enfoque e raciocinar sobre aspectos importantes do ensino e da aprendizagem exploratória, suportados/orientados por elementos da prática do professor e por questões problematizadoras, podem provocar também reflexões sobre os papéis do professor e dos alunos na comunicação em aulas de Matemática e uma visão mais alargada da cultura de sala de aula.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os resultados e conclusões deste estudo confirmam que os aspectos da comunicação, a partir de perspectivas de ensino que se contrapõem ao ensino transmissivo, merecem mais espaço e atenção na formação inicial de professores e nas pesquisas dessa área. Além disso,

ênfatisam o potencial da análise de episódios de vídeo representativos de práticas dessa natureza na mobilização ou construção de conhecimento no processo de atribuir significados aos aspectos observados. Contudo, elementos caracterizadores da conversação em aulas no contexto do Ensino Exploratório, sua relação com processos de ensino e sua influência na aprendizagem dos alunos não se tornam facilmente alvo da atenção dos FP. Portanto, a produção escrita dos FP a partir de questões do multimídia, as discussões conjuntas e o modo de promovê-las pelo formador assumem especial relevância nos resultados deste estudo. Assim, sobretudo no Brasil, a atenção seletiva e o modo de raciocinar sobre incidentes críticos da comunicação no processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula podem contribuir às observações dos FP no Estágio Curricular Supervisionado, bem como às reflexões sobre a sua própria prática em experiências futuras.

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos à professora Cristina Cirino de Jesus e a seus alunos por compartilharem conosco produtivas interações em sua sala de aula no âmbito do projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária. Igualmente, queremos expressar nosso reconhecimento aos futuros professores que participaram desse estudo.

#### **REFERÊNCIAS**

ALEXANDER, R. *Dialogic teaching essentials*. Singapore: National Institute of Education, 2010. Disponível em: <<http://www.nie.edu.sg/docs/default-source/event-document/final-dialogic-teaching-essentials.pdf>>. Acesso em: 05 jun. 2014.

ARTIGUE, M.; BLOMHOJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, n. 6, p. 797-810, 2013.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.

BAXTER, J. A.; WILLIAMS, S. Social and analytic scaffolding in middle school mathematics: managing the dilemma of telling. *Journal Mathematics Teacher Education*, v. 13, 2010, p. 7-26.

BERGSTEN, C. et al. Learning to Teach Mathematics: Expanding the Role of Practicum as an Integrated Part of a Teacher Education Programme. In: EVEN, R.; BALL, D. L. (Eds.). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: New ICMI Study Series*, v. 11. New York: Springer, 2009, p. 57-70.

BLOMBERG, G. et al. Five research based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal of Educational Research Online*, v. 5, n. 1, p. 90–114, 2013.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática. Castelo de Vide. *Actas...* Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255–266.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.13, n.6, p.445-458, 2010.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' learning through inquiry. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p.122-150, 2013.

CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução de Joice E. Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução de: Constructing Grounded Theory: a practical guide through qualitative analysis.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

DEWEY, J. *Experiencia y Educación*. 7. ed. Buenos Aires: Editorial Losada, S. A., 1960.

DEWEY, J. *How we think*. New York: Dover Publications, Inc. 1997. Original, Boston: D. C. Heath & Co., Publishers, 1910.

ENGELN, K.; EULER, M.; MAASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, n.6, p. 823-836, 2013.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

GAN, M. J. S.; HATTIE, J. Prompting secondary students' use of criteria, feedback specificity and feedback levels during an investigative task. *Instructional Science: An International Journal of the Learning Sciences*, v. 42, n. 6, p. 861-878, 2014.

GELLERT, U. *et al.* Practising Mathematics Teacher Education: Expanding The Realm of Possibilities. In: EVEN, R.; BALL, D. L. (Eds.). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: New ICMI Study Series*, v. 11. New York: Springer, 2009, p. 35-55.

GOODWIN, C. Professional vision. *American Anthropologist*, v. 96, n. 3, p. 606-633, 1994.

GROSSMAN, P.; HAMMERNESS, K.; MCDONALD, M. Redefining teaching, re-imagining teacher education. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, v. 15, n. 2, p. 273-289, abr. 2009.

GROSSMAN, P. *et al.* Teaching Practice: A Cross-Professional Perspective. *Teachers College Record*. Columbia University. v. 111, n. 9, p. 2055–2100. set. 2009.

HIEBERT, J. What research says about the NCTM Standards. In: KILPATRICK, J.; MARTIN; G. W.; SCHIFTER, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 5-23.

LAMPERT, M. Learning Teaching in, from, and for Practice: What Do We Mean?. *Journal of Teacher Education*, Sage Publication, v. XX, n. X, p. 1–14, out. 2009.

LERMAN, S. Cultural, Discursive Psychology: A Sociocultural Approach to Studying the Teaching and Learning of Mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, v. 46, n. 1-3, may. 2001, p. 87-113.

LLINARES, S.; VALLS, J. Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 13, n. 2, p. 177-196, abr. 2009.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *Relime*, v.11, n. 2, p.195-231, 2008.

McDUFFIE, A. R. *et al.* Using video analysis to support prospective K-8 teachers' noticing of students' multiple mathematical knowledge bases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova Iorque, v.17, n. 3, p. 245-270, 2014.

MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161.

MERCER, N.; DAWES, L. The study of talk between teachers and students, from the 1970s until the 2010s. *Oxford Review of Education*, v. 40, n. 4, p. 430-445, 2014.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, v. 21, n. 2, p. 111-138, 2012.

OLIVEIRA, H.; HANNULA, M. Individual Prospective Mathematics Teachers: Studies on their Professional Growth. In: T. WOOD; K. KRAINER (Eds.). *Participants in Mathematics Teacher Education*. The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Rotterdam: Sense Publishers, v. 3. 2008. p. 13-34.

OLIVEIRA, H. M. A. P.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PUTNAM, R. T.; BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, v. 29, n. 1, p. 4-15, 2000.

RASKU-PUTTONEN, H. et al. Dialogical patterns of interaction in pre-school classrooms. *International Journal of Educational Research*, v. 53, p. 138–149. 2012.

RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam Matemática: análise de pesquisas brasileiras. *Nuances*, v. 25, n. 2, p. 148-169, mai/ago. 2014.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, v. 43, p. 133–145, 2011.

SCHÄFER, S.; SEIDEL, T. Noticing and reasoning of teaching and learning components by preservice teachers. *Journal for Educational Research Online*, v. 7, n. 2, p. 34-58, 2015.

SEIDEL, T.; PRENZEL, M. How teachers perceive lessons – Assessing educational competencies by means of videos. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, v. 10, p. 201-216, 2007.

SEIDEL, T.; STÜRMER, K. Modeling the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*, v. 51, n. 4, p. 739–771, 2014.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). *Video research in the learning sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E. A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 1, p. 20-37, 2009.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

TEO, P. Exploring the dialogic space in teaching: A study of teacher talk in the pre university classroom in Singapore. *Teaching and Teacher Education*, v. 56, p. 47-60, 2016.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, n. 10, v. 4, p. 571-596, 2002.

\_\_\_\_\_. Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, p. 244-276, 2008.

WALSHAW, M.; ANTHONY, G. The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research*, v. 78, n. 3, p. 516-551, 2008

WEGERIF, R.; MERCER, N.; DAWES, L. From social interaction to individual reasoning: an empirical investigation of a possible sociocultural model of cognitive development. *Learning and Instruction*, v. 9, p. 493-516, 1999.

WEGERIF, R. *Mind Expanding: Teaching for Thinking and Creativity in Primary Education*, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WELLS, G. Learning and teaching for understanding: The key role of collaborative knowledge building. *Social Constructivist Teaching*, v. 9, p. 1-41, 2002.

WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WOLFE, S.; ALEXANDER, R. J. Argumentation and dialogic teaching: alternative pedagogies for a changing world. London: Futurelab, 2008. <[http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3\\_final\\_wolfealexander\\_argumentationalternativepedagogies\\_20081218.pdf](http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3_final_wolfealexander_argumentationalternativepedagogies_20081218.pdf)>.

## CAPÍTULO 2

### **TOMAR DECISÕES PARA PROMOVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS NA DISCUSSÃO COLETIVA: A PERCEPÇÃO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

---

Renata Viviane Raffa Rodrigues

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Hélia Margarida Oliveira

**Resumo:** O presente estudo qualitativo tem como objetivo compreender como a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos, propostos na exploração de um caso multimídia, podem contribuir para a percepção de futuros professores (FP) do pensamento algébrico dos alunos e de como ele pode ser promovido na discussão coletiva. Os dados analisados, a partir de uma perspectiva interpretativa, emergiram das discussões entre os FP e a formadora em uma disciplina de formação inicial de professores de Matemática. Os resultados revelam que, inicialmente, os FP focam-se mais nas expressões específicas da regra e em algumas representações matemáticas. Todavia, ao longo das discussões, diferentes ideias matemáticas subjacentes às representações e ao processo não só de simbolização, mas também de generalização foram identificadas e interpretadas pelos FP. Desse modo, coletivamente, os FP demonstraram-se mais conscientes da compreensão matemática dos alunos e das diferenças específicas entre as resoluções e de seus níveis de complexidade. O desenvolvimento dessas capacidades de percepção do pensamento matemático do aluno provocou mudanças nas decisões tomadas pelos FP, uma vez que, ofereceu-lhes condições de inferir sobre as opções mais adequadas à promoção do pensamento algébrico dos alunos. Além disso, os FP atentam para aspectos e cuidados específicos referentes à discussão coletiva, à tarefa matemática, aos objetivos e ao planejamento da aula no Ensino Exploratório. Esses resultados particulares sugerem a importância de previamente reconhecer alguns artefatos da prática da professora na exploração do multimídia. De modo mais explícito, o processo de embasar e aprimorar as formas de atender ao pensamento e compreensão matemática do aluno pelos FP evidenciam o papel significativo de algumas ações da formadora.

**Palavras-Chave:** Seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos; Discussão coletiva no Ensino Exploratório; Caso Multimídia; Percepção do pensamento algébrico dos alunos; Futuros Professores de Matemática.

**TAKE DECISIONS TO PROMOTE THE STUDENTS' ALGEBRIC THINKING IN  
WHOLE-CLASS DISCUSSION: PRESERVICE MATHEMATICS TEACHERS'  
NOTICING**

**Abstract:** *The aim of this qualitative study is to understand how the selection and sequencing of students' resolutions proposed in the exploration of a multimedia case, can contribute to the preservice mathematics teachers (PST) ' noticing of students' algebraic thinking and how it can be promoted in the collective discussion. The data analyzed, from an interpretative perspective, emerged from the discussions between the PST and the teacher educator in Pre Service Teacher Education. The results show that PST initially focus more on the specific expressions of the rule and on some mathematical representations. Therefore, the first explanations about the selection and sequencing options of students' resolutions for collective discussion do not demonstrate substantial clarity about the criteria used to make them. However, throughout the discussions, different mathematical ideas underlying the representations and process not only of symbolization, but also of generalization were identified and interpreted by the PST. Thus, collectively, PST have been more aware of students' mathematical understanding and of the specific differences between resolutions and their levels of complexity. The development of these abilities of noticing of students' mathematical thinking provoked changes in the decisions made by the PST, since it offered them the conditions to infer about the most appropriate options for the promotion of students' algebraic thinking. In addition, the PST look for specific aspects and care regarding the collective discussion, the mathematical task, the objectives and the planning of the class in the Exploratory Teaching. These particular results suggest the importance of previously recognizing some artifacts of the teacher's practice in the exploration of multimedia. More explicitly, the process of basing and improving the ways of attending to the mathematical thinking and understanding of the student by the PST evidences the significant role of some actions of the teacher educator.*

**Keywords:** *Selection and Sequencing of student resolutions; Exploratory Mathematics Teaching; Multimedia Case; Noticing of student algebraic thinking; Preservice Mathematics Teachers.*

## INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas destacam a necessidade e a importância de o ensino de Álgebra oferecer condições e oportunidades de desenvolvimento do pensamento algébrico aos alunos, em seus diferentes domínios e desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ultrapassando a tradicional manipulação de símbolos sem significados e a compreensão apenas procedimental (BLANTON; KAPUT, 2005; RADFORD, BARDINI; SABENA, 2007; KAPUT; BLANTON; MORENO, 2008; RADFORD, 2008; 2011; 2014; OLIVEIRA; MESTRE, 2014). Blanton e Kaput (2011) apontam que os professores desempenham papel fundamental nesse processo, uma vez que suas ações envolvem desde a escolha de tarefas como também a interpretação do que os alunos escrevem e falam sobre elas. Os autores ponderam que registros escritos ou verbais do pensamento do aluno podem funcionar como um recurso para o professor refletir sobre conteúdo e prática no ensino e na aprendizagem de Álgebra (BLANTON; KAPUT, 2011).

A perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática tem sido indicada como um contexto promissor à aprendizagem de Álgebra (MATOS; PONTE, 2008; MESTRE;

OLIVEIRA, 2012; 2016), diferindo-se substancialmente da tradicional introdução de um conceito algébrico, apresentação de alguns exemplos particulares com ênfase nos procedimentos e manipulação de símbolos, seguida da resolução extensiva de exercícios para reforçar os procedimentos previamente apresentados (CHAPMAN, 2013).

Assente nas abordagens de ensino baseadas no *inquiry*, o Ensino Exploratório centra-se em experiências de aprendizagens que propiciam aos alunos engajar-se na exploração de tarefas desafiadoras, discutindo-as em pequenos grupos e coletivamente em direção à sistematização das aprendizagens (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Nesse processo, a comunicação, a colaboração, bem como a disposição para questionar e refletir têm um importante papel na construção conjunta de conhecimentos pelos alunos (WELLS, 2004; CHAPMAN, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Em especial, a gestão da dinâmica da aula no Ensino Exploratório, situada na transição de uma fase de exploração da tarefa pelos pequenos grupos para uma fase de discussão mais abrangente com toda a turma, requer do professor ações como selecionar e sequenciar as resoluções da tarefa tendo em vista a promoção de uma discussão matemática produtiva às aprendizagens individuais e coletiva dos alunos (STEIN et al., 2008; CANAVARRO, 2011). Entretanto, durante o desenvolvimento da tarefa podem emergir resoluções muito semelhantes ou distintas, incompletas ou erradas. Portanto, consideramos que o estabelecimento de critérios para selecioná-las e propor uma ordem para as suas apresentações pelos alunos não é algo fácil, nem pode ser desenvolvido sem intencionalidades ou sem reflexões sobre as suas consequências à sustentação da discussão coletiva, ao engajamento, participação e aprendizagem dos alunos. Com base em Stein et al. (2008) e Canavarro (2011), defendemos que essas ações devem ser desenvolvidas pelo professor a partir de intenções claras que considerem o pensamento e a compreensão matemática dos alunos e de alguns cuidados tomados desde o planejamento da aula.

Entendemos que o desenvolvimento de ações de ensino dessa natureza exigem capacidades e conhecimentos integrados do professor relacionados às decisões que ele tem que tomar na prática profissional sobre o que fazer, como fazer e por que fazer de modo distinto (IMBERNÓN, 2011). Para Shulman (1986) o professor precisa desenvolver uma consciência reflexiva que o torne capaz não só de praticar e entender o seu ofício, mas de comunicar as razões de suas decisões e ações para outros profissionais.

A percepção (*noticing*) profissional tem surgido em diversas pesquisas como um conceito importante para explorar as capacidades e conhecimentos integrados dos professores, emergentes do reconhecimento e da interpretação que eles fazem de aspectos relevantes de

situações específicas de sala de aula, na tomada de decisões sobre as ações de ensino que podem ser mais adequadas à aprendizagem dos alunos, de acordo com os elementos contextuais em jogo (MASON, 2002; VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009; SCHÄFER; SEIDEL, 2015).

Nesse sentido, algumas pesquisas têm apresentado um quadro conceitual dedicado a compreender a percepção de professores e futuros professores (FP)<sup>45</sup> sobre o pensamento matemático do aluno (VAN ES; SHERIN 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010). Jacobs, Lamb e Phillip (2010) investigam os modos pelos quais grupos de professores e FP identificam e interpretam o pensamento matemático manifestado pelos alunos, bem como lhes responderiam considerando os entendimentos que revelam. Em um contexto de formação inicial pautado na análise de vídeos, Walkoe (2015) apoiou-se no conceito de visão profissional do professor (SHERIN; VAN ES, 2009), em um domínio específico do ensino de Álgebra, e mostrou o desenvolvimento da atenção seletiva e do raciocínio baseado no conhecimento de FP. Callejo e Zapatera (2016) caracterizaram os perfis de FP dos anos iniciais em relação a duas capacidades envolvidas no processo de percepção profissional – a descrição e interpretação do pensamento matemático dos alunos, com base nas respostas escritas produzidas no contexto de problemas de generalização de padrões. Neste estudo, além dessas capacidades de identificar e interpretar o pensamento algébrico dos alunos, também investigamos o processo de tomar decisões, proposto aos FP, quanto à seleção e ao sequenciamento das resoluções dos alunos para a discussão coletiva.

Na investigação aqui apresentada, as experiências de formação inicial oferecidas para um grupo de 15 FP de Matemática no âmbito de uma disciplina de prática de ensino, assentaram-se na exploração de um caso multimídia<sup>46</sup> constituído a partir dos artefatos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório desenvolvida com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que engloba vídeos das fases da aula, além de diversas mídias ligadas ao seu planejamento e reflexão pela professora, bem como as produções escritas dos alunos sobre uma tarefa exploratória de sequências. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é compreender como a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos, propostos pelo referido caso multimídia e discutida coletivamente, pode contribuir para a percepção de FP do pensamento algébrico dos alunos e de como ele pode ser promovido na discussão coletiva no Ensino Exploratório.

---

<sup>45</sup> A partir daqui, a sigla FP será utilizada como abreviatura para os termos: futuros professores.

<sup>46</sup> Com finalidade de formação ou pesquisa, em uma plataforma *online*, o acesso aos casos contemplados no recurso multimídia (<http://rmfp.uel.br>) ocorrem somente com login e senha.

Para tanto, procuramos responder as seguintes questões: *i)* Que aspectos do pensamento algébrico são reconhecidos e interpretados pelos FP na análise da produção escrita dos alunos? *ii)* Que critérios são considerados pelos FP nas opções que eles fazem sobre a seleção e sequenciamento dessas resoluções visando à promoção do pensamento algébrico dos alunos na discussão coletiva? *iii)* Que elementos do contexto podem ter mobilizado ou apoiado os processos perceptivos para a tomada de decisões dos FP?

A seguir, apresentamos as conceituações e resultados de algumas pesquisas sobre a percepção do professor do pensamento matemático dos alunos de modo geral, bem como do domínio específico da Álgebra. Além disso, de acordo com a literatura da área e do conteúdo particular das resoluções dos alunos explorados pelos FP nesse estudo, delineamos um quadro conceitual sobre aspectos do pensamento algébrico dos alunos. Considerando que as decisões de ensino tomadas pelos FP tinham como intenção selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos para a discussão coletiva no Ensino Exploratório, também apresentamos os principais aspectos envolvidos nesse processo.

#### **PERCEPÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS**

Para Ball e Cohen (1999), as aprendizagens profissionais para um contexto de reforma do ensino precisam oferecer condições aos (futuros) professores de (re)conhecer elementos de práticas com essas intencionalidades. Nessa direção, em uma pesquisa com futuros professores de Matemática, Santagata, Zannoni e Stigler (2007) sugerem que os vídeos também contemplem práticas inovadoras com aspectos proeminentes de ensino, que despertem análises sobre o assunto, as respostas e compreensões dos alunos, os aspectos problemáticos e as instruções desenvolvidas. Em especial, alguns desses aspectos apresentam-se diretamente ligados à percepção do professor sobre o pensamento matemático dos alunos que tem sido explorada por vários pesquisadores (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010).

Em algumas dessas pesquisas, a percepção pauta-se no conceito de visão profissional do professor como um processo que envolve prestar a atenção a aspectos relevantes no ensino e na aprendizagem e raciocinar com base no que se sabe contextual ou conceitualmente sobre eles (SHERIN, 2007; VAN ES; SHERIN, 2008; SHERIN; VAN ES, 2009). Resultados evidenciados nas discussões conjuntas de professores sobre segmentos de vídeo de sala de aula revelam mudanças tanto nas suas formas de raciocinar, passando de julgamentos superficiais para interpretações mais aprofundadas, quanto em relação à atenção seletiva dos professores,

inicialmente voltada para aspectos gerais do ensino e posteriormente mais focada nas ideias matemáticas dos alunos, buscando compreendê-las (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009). Além de os professores melhorarem sua percepção do pensamento matemático do aluno ao longo dessas discussões, Sherin e Van Es (2009) observaram que essa capacidade foi estendida para além da análise de vídeos, uma vez que se evidenciou a utilização de estratégias semelhantes nos raciocínios dos FP ao atenderem às ideias dos alunos em outros contextos.

Jacobs, Lamb e Philipp (2010) conceituam a percepção profissional do professor do pensamento matemático do aluno como um conjunto de três capacidades inter-relacionadas: *i*) prestar a atenção ou identificar (*attending*) nas/as estratégias das crianças; *ii*) interpretar o entendimento das crianças; e *iii*) decidir como responder com base nos entendimentos das crianças. A primeira capacidade envolve o reconhecimento de aspectos matemáticos nas estratégias das crianças; a segunda consiste na capacidade de interpretar a compreensão matemática da criança de modo condizente às estratégias específicas utilizadas por ela e ao que tem sido apresentado pelas pesquisas sobre o desenvolvimento matemático dos alunos; e a terceira refere-se ao que é mobilizado quando se decide como responder, ou seja, como as potenciais respostas de ensino se ligam às componentes de reconhecer e interpretar o pensamento matemático dos alunos (JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010).

Assentando-se em contextos de formação com vídeos e respostas escritas de alunos dos anos iniciais para uma tarefa de operações numéricas, Jacobs, Lamb e Philipp (2010, p. 172-173) procuram “desempacotar a tomada de decisão no momento (*to unpack the in-the-moment decision*)” de análise dos FP e professores. Estes autores conceituam essa ação investigativa como a explicitação do conjunto de elementos integrados que fornece a base para as respostas de ensino frente ao pensamento matemático de alunos. Nos resultados desse estudo, os autores apontam que os FP apresentaram mais dificuldades e um envolvimento mínimo com os três componentes da percepção comparativamente aos professores com mais experiências no reconhecimento do pensamento matemático do aluno. Portanto, esta capacidade apresentou-se como um desafio aos FP e merece mais atenção nas pesquisas e na formação inicial de professores (JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010).

Esses estudos sobre a percepção que o professor desenvolve do pensamento matemático do aluno têm se preocupado também em identificar os suportes (*scaffolding*) que podem ajudar na mobilização das capacidades envolvidas nesse processo, considerando a interligação existente entre elas (VAN ES; SHERIN, 2008; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010). Observando que os raciocínios dos (futuros) professores são mais produtivos quando estes se baseiam na

compreensão matemática dos alunos, Jacobs, Lamb e Philipp (2010) enfatizam a importância de oferecer incentivos (*prompts*) às discussões conjuntas tais como, pedidos de identificação das ideias matemáticas dos alunos e solicitação de explicações sobre como a tarefa pode estar sendo compreendida. Na mesma direção, Van Es e Sherin (2008) denotam a importância dos recursos utilizados tendo em conta o seu conteúdo e de, a partir destes, antecipar questões que se voltem às manifestações de pensamento matemático do aluno, visando o seu destaque e a criação de sentidos individuais e coletivos pelos professores nas discussões conjuntas.

Apesar de um corpo considerável de pesquisas concentrar-se em vários elementos da percepção do pensamento matemático do aluno por parte dos (futuros) professores, esses estudos não têm se aprofundado nos aspectos específicos de um ou de outro domínio matemático. No campo da Álgebra, em particular, na próxima seção, apresentamos descobertas importantes nesse sentido, a partir dos estudos de Walkoe (2015) e de Callejo e Zapatera (2016).

## **PERCEPÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS**

Com base no conceito de visão profissional, Walkoe (2015) explora o desenvolvimento da percepção de FP como uma forma de ajudá-los a ampliar ou modificar suas visões de Álgebra, prestar a atenção a vários aspectos do pensamento algébrico dos alunos e raciocinar sobre as essas ideias de formas mais substanciais.

Para apoiar os raciocínios dos FP sobre formas particulares de pensamento algébrico dos alunos, Walkoe (2015) apresenta um *framework* fundamentado em aspectos pelos quais Kaput (2008) caracteriza a Álgebra<sup>47</sup>, ajusta-o a conteúdos específicos de Álgebra (equações e funções lineares e quadráticas) e adapta-o para tornar esses aspectos mais “visíveis” aos FP nos trechos de vídeos observados por eles. Assim, o *framework* que orientou as análises e discussões dos FP sobre os vídeos apresenta seis categorias descritas da seguinte forma: 1) Manipulação de símbolos e procedimentos: indicar ou usar uma definição conhecida; 2) Explorar relações: observar a estrutura, encontrar padrões, estudar a mudança; 3) Generalizar e formalizar: a partir de diversas linguagens; 4) Usar a Álgebra como ferramenta: de modelagem, resolução de problemas, para justificar ou provar; 5) Raciocinar sobre e com representações:

---

<sup>47</sup>Segundo Kaput (2008) a Álgebra envolve dois aspectos centrais: (A) Álgebra como generalização simbólica de regularidades; (B) Álgebra como raciocínio sintaticamente guiado e ações em generalizações expressas no sistema de símbolos convencional. Estes, por sua vez, expressam-se nas três seguintes vertentes: (1) o estudo das estruturas e sistemas abstratos a partir de cálculos e relações, incluindo os que decorrem da aritmética (álgebra como aritmética generalizada) e do raciocínio quantitativo; (2) o estudo das funções, relações e variação; e (3) a aplicação de uma linguagem de modelação dentro e fora da Matemática (KAPUT, 2008).

pensar sobre ou com representações de funções como equações, gráficos, tabelas, situações; e 6) Conectar representações: relacionando duas ou mais formas de representar a função, usar uma delas para raciocinar sobre as outras (WALKOE, 2015).

A primeira análise geral do estudo de Walkoe (2015) revelou que as categorias 1) e 5) foram mais bem representadas nos dados da pesquisa. Posteriormente, análises mais aprofundadas mostraram diferentes níveis de percepção dos FP relativamente à manipulação de símbolos e ao raciocínio sobre/com representações. Além disso, os resultados do estudo evidenciam que, ao longo da exploração dos vídeos, os FP avançaram no que se refere à profundidade das percepções, todavia, de diferentes modos. Os comentários dos participantes, sobretudo referentes à manipulação de símbolos, a princípio apresentaram-se mais aprimorados, mas depois tenderam a diminuir em um nível (WALKOE, 2015). A autora infere então que os FP tendem a interpretar essa categoria apenas em uma dimensão procedimental. No entanto, de modo geral, a participação em contexto de análises de vídeos auxiliou os FP a reconhecer mais consistentemente o pensamento algébrico do aluno e a raciocinar sobre ele de formas mais aprofundadas (WALKOE, 2015). Assim, Walkoe (2015) sugere que tais resultados podem ser associados ao uso do *framework* pelos FP, considerando que, desde as primeiras sessões do videoclipe, o recurso apoiou-os quanto ao que procurar nos vídeos e a não se distrair com outros eventos.

Callejo e Zapatera (2016) focam-se na caracterização dos perfis da competência profissional de FP dos anos iniciais de perceber o pensamento algébrico dos alunos. Fundamentando-se no quadro conceitual apresentado por Jacobs, Lamb e Philipp (2010), esses pesquisadores buscaram evidenciar os elementos matemáticos identificados pelos FP e a interpretação desenvolvida sobre eles na percepção da compreensão de três alunos com base nas suas respostas escritas para três diferentes tarefas de generalização de padrões lineares.

Apoiando-se na literatura sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto da generalização de padrões, especialmente em Radford (2008; 2011; 2014), Callejo e Zapatera (2016) destacam três elementos matemáticos significativos nesse processo: 1) Estruturas numéricas e espaciais: o número de elementos de um termo e a disposição física de cada elemento deste em relação aos outros elementos do termo; 2) Relações funcionais: a relação entre a posição de uma figura e o número de elementos contidos nela na identificação de um termo distante (ou não especificado); e 3) Processo inverso: a relação funcional que é o inverso da anterior (2).

Considerando como esses elementos ajudam a caracterizar a compreensão matemática dos alunos, Callejo e Zapatera (2016) identificam e descrevem três etapas da generalização de

padrões pelos alunos: 1) O aluno é capaz de continuar a sequência de termos próximos (generalização próxima) prestando a atenção ao número de elementos em um termo em uma atividade de generalização, mas não na estrutura espacial das figuras - não coordena estruturas numéricas e espaciais; 2) O aluno é capaz de coordenar estruturas espaciais e numéricas e produzir verbalmente uma fórmula explícita ou uma fórmula em que a entidade geral conhecida é representada através de um exemplo (relação funcional), mas ainda não consegue inverter o processo; e 3) O aluno é capaz de coordenar o modelo espacial e numérico, reconhecer a relação funcional em casos específicos ou expressar a regra geral verbalmente como uma relação funcional e inverter a relação funcional em casos específicos (processo inverso).

Callejo e Zapatera (2016) articulam essas categorias aos dois primeiros componentes (identificar e interpretar) da percepção apresentados por Jacobs, Lamb e Philipp (2010) e criam uma estrutura analítica para caracterizar os perfis dos FP sobre sua percepção profissional do pensamento matemático dos alunos. Como principais conclusões do estudo, ressaltamos as que seguem: - a capacidade de identificar desenvolveu-se mais do que a de interpretar o pensamento algébrico dos alunos; - caracterizar a compreensão dos alunos sobre generalização de padrões foi uma tarefa complexa para os FP, dado que ela vai além de identificar as dificuldades ou erros cometidos, exigindo também a percepção de aspectos comuns nas respostas dos alunos sobre o processo de generalizar e atribuir-lhes significados matemáticos; - identificar mais elementos matemáticos nas respostas contribuiu à/na interpretação mais aprofundada da compreensão do aluno; e - tornar-se consciente das semelhanças e diferenças entre as respostas ajudou à/na interpretação da compreensão matemática dos alunos, criando uma referência cognitiva sobre as etapas de generalização de padrões, ampliando com isso, os conhecimentos matemáticos e do aluno dos FP.

Além disso, Callejo e Zapatera (2016) mostram que o desenvolvimento da capacidade de perceber o pensamento e a compreensão matemática dos alunos é contínuo e interligado, apontando aspectos que podem funcionar como indicadores desse processo: - passar de comentários gerais sobre as estratégias dos alunos para a descrição desta a partir de seus elementos matemáticos; - passar de comentários gerais sobre a compreensão dos alunos para a criação de uma relação desta com seus mecanismos cognitivos; e - passar da verificação direta da ocorrência ou não da compreensão nas resoluções dos alunos para a identificação de etapas deste processo considerando o desenvolvimento matemático dos alunos.

Em nosso trabalho, a tarefa contemplada no caso multimídia também incide sobre a generalização de padrões lineares. Dessa forma, considerando os dois diferentes quadros conceituais sobre aspectos do pensamento algébrico dos alunos anteriormente apresentados

(WALKOE, 2015; CALLEJO; ZAPATERA, 2016), as características do quadro de Callejo e Zapatera (2016), mostram-se mais condizentes a nossa pesquisa. Porém, no nosso estudo, os comentários dos FP sobre as respostas escritas dos alunos não se direcionam unicamente para aspectos do pensamento algébrico, mas também para a seleção e o sequenciamento das resoluções tendo em vista a discussão coletiva. Para tomar decisões nesse sentido, além de focar-se em aspectos do processo de generalização envolvido na tarefa (CALLEJO; ZAPATERA, 2016), os FP também precisaram considerar outros elementos tanto do pensamento algébrico dos alunos (como as diferentes representações utilizadas e formas de simbolização da regra) quanto da discussão coletiva no Ensino Exploratório. Portanto, nas seções seguintes, primeiro apresentamos os elementos em que nos baseamos para construir um quadro conceitual para descrever aspectos do pensamento algébrico dos alunos para além das formas de generalização. Depois apresentamos aspectos importantes da seleção e do sequenciamento das resoluções dos alunos sugeridos pela literatura acerca da promoção de discussões matemáticas produtivas em abordagens de *inquiry*, sobretudo na perspectiva do Ensino Exploratório.

#### **DELINEANDO UM QUADRO CONCEITUAL SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS**

O pensamento algébrico é definido como “um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma simbólica apropriada à sua idade” (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413). Esse conceito estende-se em dois domínios ou vertentes: a aritmética generalizada, em que generalizações são desenvolvidas e descritas a partir de aspectos aritméticos e o pensamento funcional, em que relações funcionais são construídas e descritas a partir da generalização de padrões numéricos e geométricos (BLANTON, 2008). Nessa linha, Mestre e Oliveira (2016, p. 30) assumem “a generalização como elemento central deste processo e a sua representação em diferentes tipos, gradualmente mais simbólicos”. Em uma investigação com alunos dos anos iniciais, essas autoras explicitam que as tarefas de sequências, voltadas à exploração de padrões numéricos e figurativos, à descrição e justificativa de relações funcionais (relações com os termos da sequência e sua ordem), fornecem contextos produtivos para a promoção do pensamento funcional, ajudando os alunos na consolidação de seus entendimentos de variação e da simbolização como uma forma de comunicação com significado para eles (OLIVEIRA; MESTRE, 2014; MESTRE; OLIVEIRA, 2016).

Aprofundando-se, em especial, na generalização de padrões algébricos, Radford (2008) destaca três elementos envolvidos neste processo: *i*) a apreensão de uma comunalidade, *ii*) a generalização dessa comunalidade para todos os termos da sequência e *iii*) a construção de uma regra ou esquema que permite determinar diretamente qualquer termo da sequência. Para a extensão progressiva de um aspecto para o outro, Radford (2008; 2011; 2014) também relata o papel de tarefas de sequências com termos constituídos por elementos pictóricos que ilustram figuras crescentes como oportunidades oferecidas aos alunos, desde os anos iniciais, de reconhecer e coordenar estruturas numéricas e geométricas/espaciais, para que, além de realizar contagens para calcular termos próximos, eles consigam imaginar e lidar com termos distantes (ou mesmo não especificados).

As generalizações podem ser expressas de diversas formas (BLANTON, 2008; MESTRE; OLIVEIRA, 2012). As representações pelas quais aspectos da generalização são expressados estão intrinsecamente relacionadas aos diferentes significados matemáticos atribuídos a elas, sendo assim podem assumir muitas formas, incluindo palavras, símbolos, imagens, diagramas, tabelas ou gráficos (BLANTON, 2008). Nesse sentido, esta autora sugere o incentivo e suportes a exploração e compreensão de vários tipos de representações e de suas características pelos alunos, bem como o estabelecimento de “conexões entre maneiras concretas e mais abstratas de representar suas ideias” (BLANTON, 2008, p. 102).

Radford, Bardini e Sabena (2007) afirmam que as particularidades de cada sistema semiótico, seja ele composto por palavras escritas, faladas, gestos ou por notações alfanuméricas, fornece-nos diferentes modos de significar ou dizer certas coisas. Em seu estudo, os autores relatam que a maneira pela qual os alunos se direcionavam de casos particulares para a expressão de fórmulas gerais foi sustentada por diferentes sistemas semióticos e pela coordenação deles (palavras, sinais escritos, figuras desenhadas, gestos, percepção e ritmo). Considerando que “toda a fórmula é a cristalização de um processo semiótico dotado de sua história situada” (RADFORD; BARDINI; SABENA, 2007, p. 525), os autores apontam que a generalidade matemática pode ser diversamente expressa e que alguns alunos terão mais dificuldade para expressá-la algebricamente do que outros.

Kaput, Blanton e Moreno (2008) consideram a generalização e a simbolização como aspectos subjacentes da Álgebra que estão no cerne de todo o raciocínio algébrico. Para os autores, a simbolização está a serviço da generalização, uma vez que generalizar requer a criação de alguma forma de expressão unificadora que se aplique a várias instâncias a partir de algum tipo de sistema simbólico.

Em uma pesquisa longitudinal desenvolvida em cinco anos, Radford (2014) analisa o pensamento algébrico incorporado e não-simbólico de alunos inicialmente nos alunos iniciais e sua transição progressiva para formas de pensamento simbólico culturalmente evoluídas. Em tal estudo, Radford (2014) considera três condições para caracterizar o pensamento algébrico dos alunos: *i*) indeterminação – o problema envolve números não conhecidos; *ii*) denotação – os números indeterminados têm de ser nomeados ou simbolizados, ressaltando que, essa denotação pode ser realizada de várias maneiras, por meio de linguagem natural, gestos, sinais não convencionais ou até mesmo uma mistura destes; e *iii*) analiticidade – lidar com quantidades indeterminadas como se fossem números conhecidos.

Com base nesses pressupostos, Radford (2014) esclarece que os alunos usavam implicitamente uma fórmula para calcular termos distantes específicos de uma sequência e, em um momento posterior, essa fórmula é explicitada oralmente em linguagem natural. Mesmo que, inicialmente a indeterminação e a analiticidade tenham emergido de modo intuitivo, Radford (2014, p. 66) caracteriza os cálculos explicitados como “um modo elementar de pensamento algébrico que se manifestava na constituição incorporada de uma fórmula onde a variável se expressa através de instâncias particulares, que podemos esquematizar como ‘ $x + x + 1$ ’ (onde  $x$  era sempre um número específico)”. Entretanto, esse autor salienta que nem todas as fórmulas (implícitas nos cálculos de termos particulares) são de natureza algébrica porque, por exemplo, não há analiticidade envolvida em propor a adição de um valor fixo termo a termo da sequência para descobrir um de seus termos distantes, sendo este, então, o caso de uma generalização aritmética.

As dificuldades iniciais de alguns alunos na generalização de padrões associavam-se ao fato destes darem maior ênfase a estrutura numérica, isto é, a contagem do número de elementos de cada termo/figura da sequência sobressaía-se em relação a sua estrutura geométrica/espacial, assim a posição espacial dos elementos que compõem cada termo/figura não era coerentemente focalizada (RADFORD, 2014). No entanto, quando o processo de contagem baseou-se em uma ideia relacional, vinculando o número do termo/figura a partes relevantes dele(a), os alunos conseguiam desenvolver novas formas de generalização (RADFORD, 2014). Dessa forma, a percepção da figura a partir de suas partes decompostas apoiou a criação de relações algébricas entre números conhecidos e desconhecidos, possibilitando os cálculos realizados com eles (RADFORD, 2014).

De tais resultados, Radford (2014) conclui que a vinculação de estruturas espaciais e numéricas se revela como um aspecto significativo no desenvolvimento de generalizações, em consequência, no surgimento de formas pré-simbólicas de pensamento algébrico. Assim, o

autor não desconsidera a importância do simbolismo alfanumérico moderno na constituição de um sistema semiótico no desenvolvimento de ideias matemáticas, todavia afirma que o desenvolvimento do pensamento algébrico não pode ser reduzido somente à sua componente simbólica.

A variedade de componentes que envolvem o pensamento algébrico dos alunos e que podem ser identificados e interpretados pelos FP nas respostas escritas de pequenos grupos de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, para as questões de uma tarefa de exploração de uma sequência, têm particular relevância neste estudo. Com a finalidade de orientar exclusivamente a nossa análise do que é manifesto pelos FP em discussões conjuntas de formação no que diz respeito à percepção profissional do pensamento algébrico dos alunos, construímos um quadro conceitual apresentado a seguir.

Quadro 7 – Elementos centrais e características matemáticas específicas do pensamento algébrico dos alunos

| <b>Processos</b>  | <b>Categorias</b>                                    | <b>Descritores</b>   |
|---|--|--|
| <b>Processo de generalização</b> com base em Radford (2008; 2011; 2014)   | <b>Forma 1</b>                                       | Identifica uma comunalidade com foco na estrutura numérica, mas não há indeterminação e analiticidade, efetuando cálculos somente com números conhecidos e próximos  |
|   | <b>Forma 2</b>                                       | Identifica uma comunalidade nas estruturas numérica e espacial de algumas figuras, generaliza essa comunalidade constituindo uma fórmula implícita para calcular termos específicos distantes da sequência, há indeterminação e analiticidade intuitiva/implícita, mas se nomeiam somente esses casos particulares |
|   | <b>Forma 3</b>                                       | Vincula estruturas numérica e espacial, estabelece uma relação geral entre o número do termo e o número de seus elementos, formula uma regra que permite determinar diretamente qualquer termo da sequência, denominando quantidades indeterminadas e efetuando cálculos analiticamente                            |
| <b>Processo de simbolização</b> com base em Radford, Bardini e Sabena (2007), Blanton (2008), Radford (2014), Oliveira e Mestre (2014) e Mestre e Oliveira (2012; 2016) | <b>Diferentes representações</b>                     | Desenhos, expressão da sequência numérica ou de sua regularidade, tabelas, diagramas ou esquemas destacando a estrutura numérica e a espacial, expressões de cálculos efetuados que traduzem o uso implícito de uma regra comum  |
|   | <b>Diferentes representações específicas à regra</b> | Linguagem natural (uso de palavras para descrever a regra), linguagem sincopada ou linguagem algébrica (uso de notações alfanuméricas para descrever a regra)  |

Fonte: os autores

Embora conste no enunciado da tarefa (apresentado na seção “Contexto do estudo”) uma questão (número cinco) sobre o processo inverso, cujo aspecto foi abordado no trabalho de Callejo e Zapatera (2016), devido às nossas necessidades de recorte, ele não é aqui explorado. Portanto, não fez parte do quadro conceitual apresentado. Esse quadro (QUADRO 7) intenta cobrir aspectos matemáticos que se sobressaem nos elementos considerados centrais

do pensamento algébrico dos alunos, de acordo com a literatura da área. Todavia, restringe-se ao conteúdo dos recursos que foi recolhido em aula e incluído no caso multimídia explorado pelos FP neste estudo.

A situação que os FP analisam e sobre a qual tomam decisões é muito particular, uma vez que ela envolve a seleção e o sequenciamento das resoluções para uma discussão coletiva no Ensino Exploratório, tendo em vista a promoção do pensamento algébrico dos alunos. Dessa forma, para ampliar nosso quadro teórico, a seguir apresentamos o que conceitualmente tem sido apontado sobre os aspectos que envolvem essas ações no Ensino Exploratório.

### **SELECIONAR E SEQUENCIAR AS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS PARA DISCUSSÃO COLETIVA NO ENSINO EXPLORATÓRIO**

Para Chapman (2013), a abordagem de ensino utilizada pelo professor determinará o sentido e o nível de compreensão da Álgebra desenvolvidos pelos alunos. Em particular, a autora apresenta indicativos de abordagens de *Inquiry Teaching* para engajar alunos do Ensino Médio na aprendizagem de sistemas de equações. Dessa forma, Chapman (2013) sugere que a combinação dos principais elementos dessa perspectiva – colaboração, comunicação, *inquiry*, reflexão e a ênfase no envolvimento e aprendizagem dos alunos, também podem constituir uma base para consideração do *inquiry* no ensino de outros temas da Álgebra (CHAPMAN, 2013).

Assente nesses elementos, as aulas de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório não se limitam ao ensino de conteúdos matemáticos centrado na figura do professor, mas consideram a atividade matemática produzida pelos alunos (PONTE, 2005; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016), oferecendo-lhes oportunidades de “ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (CANAVARRO, 2011, p. 11).

Outros elementos específicos das aulas de Matemática no Ensino Exploratório são as características da tarefa selecionada ou elaborada pelo professor, o planejamento e a constituição da dinâmica da aula (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

A seleção ou elaboração da tarefa no Ensino Exploratório está mais ligada às características da tarefa do que à sua classificação (OLIVEIRA; CYRINO, 2013). Assim, de modo geral as tarefas precisam contemplar o perfil e as experiências de aprendizagens dos alunos para possibilitar-lhes o engajamento em situações que lhes sejam adequadamente

desafiadoras. De modo particular, as tarefas exploratórias<sup>48</sup> contêm uma estrutura com a intencionalidade de orientar e progressivamente suportar o desenvolvimento de conceitos, capacidades de pensamento ou processos matemáticos cada vez mais complexos, porém com abertura à discussão e ao desenvolvimento de diferentes estratégias e representações (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014).

Além de selecionar ou elaborar uma tarefa de acordo com os objetivos da aula, o planejamento envolve a sua resolução, identificando possíveis estratégias, dificuldades ou equívocos dos alunos, para antecipar o modo de gerir a aula e de oferecer suportes às aprendizagens tendo em conta as exigências e os propósitos das diferentes fases da aula (STEIN et al. 2008; CANAVARRO, 2011).

A aula no Ensino Exploratório segue sucessivamente quatro fases<sup>49</sup>. Na primeira, o professor *propõe e apresenta a tarefa* para os alunos, bem como os organiza em pequenos<sup>50</sup> grupos, oferecendo recursos e ressaltando pontos importantes da tarefa e da aula. Na fase seguinte, com o objetivo de suportar o *desenvolvimento da tarefa*, cuidando para não prejudicar a autonomia dos alunos, o professor questiona ou orienta os grupos para que seus membros em colaboração avancem na resolução da tarefa. Associando os critérios já previstos ao que emerge das produções dos grupos, o professor concretiza e comunica aos grupos a *seleção e sequenciamento das resoluções* para serem discutidas (STEIN et al., 2008; CANAVARRO, 2011). Na *discussão coletiva da tarefa*, o professor convida o(s) aluno(s) de cada grupo selecionado para apresentar sua resolução para a turma, orientando-os de modo a fomentar a discussão de seus principais aspectos, em direção à *sistematização* de conceitos, ideias ou processos matemáticos em consonância com os objetivos da aula (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Em uma experiência de ensino focada no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano, pautada na perspectiva do Ensino Exploratório, Mestre e Oliveira (2012; 2016) mostram a importância da discussão coletiva e do papel do professor na sua gestão para a promoção da generalização e de sua expressão, de diferentes modos, cada vez mais complexos.

---

<sup>48</sup> Classificação das tarefas presentes no recurso multimídia.

<sup>49</sup> Com base em Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e a partir de algumas adequações de acordo com as especificidades do contexto brasileiro, as quatro fases do Ensino Exploratório são denominadas: (1) Proposição e apresentação da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão coletiva da tarefa; e (4) Sistematização.

<sup>50</sup> Geralmente grupos de dois a quatro alunos dependendo do número de alunos da turma e do ambiente físico da sala de aula.

Os resultados da investigação de Matos e Ponte (2008) com alunos do 8º ano sugerem que a ênfase no estudo de relações funcionais, com base em tarefas de exploração e investigação, promove o desenvolvimento de significado para a linguagem algébrica e a construção de uma visão mais ampla sobre o uso de símbolos. Em relação à dinâmica da aula no Ensino Exploratório, Matos e Ponte (2008) relatam que na realização das tarefas, em pequenos grupos, os alunos fazem registros escritos de sua produção, o que os ajuda a organizar o seu raciocínio e constitui um apoio para a participação na discussão com toda a turma, tornando-a um espaço privilegiado para troca de ideias, colocação de dúvidas por parte dos alunos e confronto de estratégias distintas para a sistematização das suas aprendizagens.

Em especial, a discussão coletiva é um modo de os alunos compartilharem não só as diferentes resoluções da mesma tarefa, mas os aspectos matemáticos que as embasam, estabelecerem conexão entre eles, reconhecendo suas semelhanças e diferenças, bem como seu potencial e limites na resolução da tarefa (STEIN et al. 2008). No entanto, “se e como estas soluções são discutidas pode ocultar ou tornar visível o raciocínio subjacente” (BALL; BASS, 2003, p. 37). Nessa fase o professor precisa combinar a promoção de aprendizagens e a gestão das interações para que os alunos contem com o respeito e reconhecimento de suas ideias pelos seus colegas (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Stein et al. (2008) salientam que as ações do professor podem influenciar a participação e autoridade matemática dos alunos sobre suas produções escritas e discursivas. Além destes, aspectos como a comunicação, colaboração e reflexão (WELLS, 2004), e ampliação do pensamento matemático (*extending mathematical thinking*) dos alunos (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011) também precisam do apoio e da gestão do professor (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Por conseguinte, atividades desse tipo não são desenvolvidas sem antecipações sobre as ações de ensino, caracterizando-a como uma fase da aula exigente para o professor (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Considerando tal complexidade e tendo em vista as intencionalidades dessa fase e as mais gerais ligadas aos objetivos e gestão da aula, não faz sentido que o professor deixe somente a critério dos grupos quais resoluções serão expostas para a turma, tampouco, com que ordem isso ocorrerá. Dessa forma, os critérios para seleção e sequenciamento começam a ser construídos no planejamento da aula, de acordo com o que é percebido nas resoluções que podem emergir da tarefa (STEIN et al., 2008; CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Segundo Stein et al. (2008) essa escolha das resoluções pode ser feita dos seguintes modos: *i*) selecionando diversas resoluções cujas ideias subjacentes e suas conexões podem

apoiar a aprendizagem dos alunos; *ii*) selecionando resoluções que apresentam equívocos comuns, cometidos pela maioria, colocando-os para análise e correção coletiva, com base em argumentos matemáticos que justifiquem a sua invalidade; ou *iii*) resoluções (emergentes na mesma aula ou pendentes de aulas anteriores) cujas ideias ainda não foram discutidas, mas que os alunos já apresentam condições para explorá-las.

Cabe ressaltar que, na construção conjunta de conhecimentos segundo a perspectiva dialógica, a diversidade de ideias, além de conter a diferença e abertura necessária para fomentar discussões no Ensino Exploratório (MESTRE; OLIVEIRA, 2012; WEGERIF, 2010), mobiliza questionamentos, incentiva a capacidade de pensar juntos e amplia o raciocínio dos alunos (WEGERIF; MERCER; DAWES, 1999).

Assim como a seleção, tomar decisões quanto à ordem em que as resoluções dos alunos serão compartilhadas, também se reflete dos objetivos relacionados à aprendizagem e dos aspectos centrais que sustentam a discussão coletiva. Nesse sentido, Stein et al. (2008) apontam algumas das possibilidades para o sequenciamento intencional das resoluções escolhidas: *i*) começar a apresentação pelas resoluções cujas estratégias foram utilizadas pela maioria dos grupos; *ii*) partir de resoluções mais simples em termos matemáticos tanto ligados às estratégias quanto às representações utilizadas e seguir com resoluções cada vez mais complexas; ou *iii*) iniciar com uma resolução cuja estratégia utilizada apresenta algum erro ou equívoco que tenha sido recorrente entre os grupos de modo a explorá-lo e refletir sobre outras formas de se resolver a tarefa.

As duas primeiras formas de sequenciamento podem auxiliar no reconhecimento e engajamento com as ideias desenvolvidas pelos alunos e na participação de todos os alunos na discussão (STEIN et al., 2008). Em especial, segundo estes autores, o segundo modo de sequenciar as resoluções pode oferecer suportes à ampliação/reformulação/aprimoramento do pensamento matemático dos alunos a partir da (re)construção de sentidos às ideias matemáticas, dado que na discussão essas ideias podem emergir segundo a ordem que se apresenta mais coerente à aprendizagem dos alunos e não de acordo com a sua completude ou precisão matemática. Além disso, discutir as estratégias apresentadas com base em uma sequência desse tipo pode facilitar a ação do professor de solicitar a comparação entre elas, chamando atenção para suas semelhanças e diferenças, bem como para o potencial e limites de cada uma em diferentes situações (STEIN et al., 2008). A terceira possibilidade pode, segundo os autores, contribuir a análise coletiva das razões do erro/equívoco em busca de sua superação. Por outro lado, ao lidar com a exposição de erros/equívocos dos alunos é preciso ter cuidado para não lhes causar constrangimentos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016) ou prejudicar a autoridade

matemática dos alunos, desencorajando-os no futuro de explicitarem publicamente a maneira como pensaram (STEIN et al., 2008). Muitas vezes, “os alunos tendem a não relatar o que realmente pensam sobre um problema, mas sim o que eles acreditam que seus professores aprovariam” (STEIN et al., 2008, p. 333), o que de acordo com os autores não significa deixar os erros/equívocos dos alunos de lado, mas, dependendo do contexto, explorá-los de outra forma. Os autores destacam, ainda, que as decisões quanto à seleção e ao sequenciamento das resoluções dos alunos para discussão coletiva “deve depender crucialmente, de ambos, [ou seja,] o conhecimento dos professores sobre seus alunos e seus objetivos particulares de ensino” (p. 330).

### CONTEXTO DO ESTUDO

O estudo aqui relatado é parte de uma pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), na perspectiva qualitativa, sobre as oportunidades de aprendizagem profissional, no contexto de exploração de um caso multimídia, oferecidas para 15 FP<sup>51</sup> de Matemática do Ensino Fundamental e Médio que tiveram frequência regular em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública no centro-oeste brasileiro, cuja docente e formadora responsável é a primeira autora deste trabalho.

O caso multimídia explorado por esses FP é constituído a partir de elementos de uma aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório. Essa aula decorre em um 6º ano do Ensino Fundamental, partindo da exploração da tarefa “Os colares” (FIGURA 6) visando à promoção do pensamento algébrico dos alunos, nomeadamente: i) o reconhecimento da regularidade na sequência; ii) a determinação de vários termos da sequência; iii) a identificação das variáveis: número do colar e número total de contas; iv) a identificação da relação entre as variáveis: o número de contas é o dobro da posição da figura mais um; e v) a expressão em linguagem natural e/ou em linguagem simbólica da generalização das relações encontradas pelos alunos.

---

<sup>51</sup> Indicados pelos nomes fictícios: João, Túlio, Isac, Fred, Alex, Lara, Toni, Ari, Nina, Caio, Diana, Davi, Joel, Tainá e Íris.

Figura 6 – Tarefa “Os Colares”<sup>52</sup> na etapa antes da aula

**Caso Multimídia 1: “Os Colares”**

Introdução do Caso Multimídia    Antes da aula    A aula    Reflexão após a aula    Colocar em prática

**A tarefa**

Planejamento da aula

Quadro síntese

**Tarefa – Os colares**

A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.

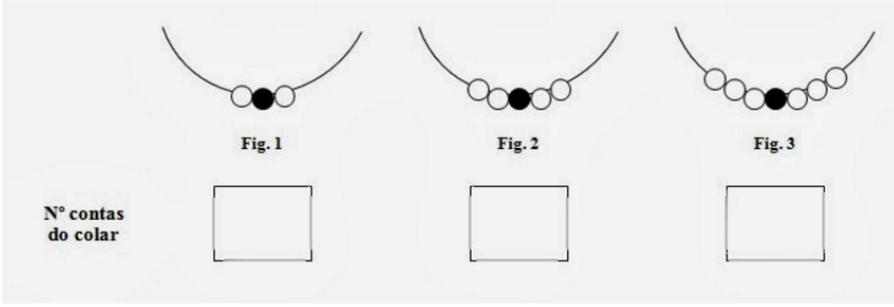


Fig. 1                      Fig. 2                      Fig. 3

Nº contas do colar

1. Indique acima o número **total** de contas de cada figura.

2. Continuando esta sequência de colares, quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura seguinte?

3. E quantas contas teria o colar correspondente a figura 8?

4. Descubra quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.

5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 contas? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

O caso “Os colares” contempla diferentes mídias que procuram evidenciar etapas da atividade profissional de uma professora experiente com o Ensino Exploratório, de preparar, implementar e refletir sobre a aula ao/no desenvolvimento de ações futuras (CYRINO, 2016). Como podem ser observadas na parte superior da figura 6, as etapas de exploração do caso multimídia, para além de uma seção sintética de introdução, denominam-se: *Antes da aula*; *A aula*; *Reflexão após a aula*; e *Colocar em prática*.

É importante salientar que a exploração de um caso multimídia com essas características, consistiu algo completamente novo para os FP desta pesquisa. Além dos elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, o ensino de Álgebra que intenta a promoção de formas de pensar ao invés da apresentação segmentada de conteúdos e

<sup>52</sup> Adaptado de: PEDRO, I. J. C. R. Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

manipulação de símbolos, apresentou-se como um processo com o qual os FP ainda não haviam lidado. Esse contexto exigiu algumas ações de formação prévias e concomitantes à exploração do caso multimídia.

Previamente a exploração desse caso, quatro textos (PONTE, 2005; MATOS; PONTE, 2008; STEIN; SMITH, 2009; MENEZES et al., 2014) foram discutidos coletivamente com os FP. Em um deles os FP focam-se em um estudo de caso que relata o desenvolvimento do pensamento algébrico de um aluno do 8º ano do 3º ciclo (MATOS; PONTE, 2008). De acordo com os objetivos da disciplina cursada<sup>53</sup>, os FP exploraram as etapas do caso em 11 encontros, duas vezes por semana, com duração de 3 horas e 20 minutos semanais. Organizados em seis duplas e um trio, os FP primeiro respondiam às questões problematizadoras apresentadas no recurso. Depois, com o apoio da formadora, participavam de discussões conjuntas sobre os aspectos que lhes chamaram atenção na(s) mídia(s) analisada(s).

Ao realizarem a proposta sugerida no multimídia, sobre a qual se centra este estudo, na etapa *Antes da aula*, os FP já tinham analisado a tarefa “Os colares”, o plano de aula elaborado pela professora da turma e áudios de uma entrevista sobre as intenções da professora com relação à aula. Na exploração dessa etapa do caso, além de resolver a tarefa, os FP analisaram a sua constituição e potencialidades, raciocinando sobre como cada uma das questões da tarefa poderia contribuir à promoção do pensamento algébrico dos alunos em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Em relação ao plano de aula da professora, os registros que mais chamaram a atenção dos FP foram as possíveis resoluções da tarefa, dificuldades ou erros dos alunos (atividades dos alunos) associados à antecipação de questões ou orientações (*scaffolding*) para apoiar à reformulação ou extensão do pensamento algébrico dos alunos (atividades da professora).

Na etapa *A aula*, os FP tinham assistido aos episódios de vídeo da aula das fases *proposição e apresentação da tarefa e desenvolvimento da tarefa*. Nessa última fase analisada, com foco nas interações verbais entre a professora e os alunos, os FP já começaram a perceber as estratégias matemáticas e dificuldades de alguns grupos ao resolver a tarefa.

A maioria das produções escritas às questões do multimídia<sup>54</sup> sobre a seleção e sequenciamento, com base na análise das resoluções de nove grupos de alunos da turma,

---

<sup>53</sup> A disciplina apresentava como objetivos oferecer oportunidades aos FP de compreender: i) processos de ensino e de aprendizagem de Matemática; ii) a comunicação na aula de Matemática; e iii) o planejamento curricular e da aula no Ensino Fundamental (EF).

<sup>54</sup> As questões que orientaram a exploração das produções escritas dos alunos foram as seguintes: **a)** Quais produções você selecionaria para discussão coletiva e em que sequência elas seriam apresentadas? **b)** Explique os critérios utilizados para esta seleção e este sequenciamento.

apresentou-se incompleta, centrando-se somente na seleção ou no sequenciamento delas, contendo comentários vagos sobre os critérios estabelecidos para as opções apresentadas. Essas dificuldades exigiram da formadora a implementação de duas discussões conjuntas com e entre os FP.

A primeira discussão conjunta com os FP sobre as ações de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos decorreu em um encontro (13/10/2014)<sup>55</sup>, da qual extraímos os excertos A e B apresentados na seção dos resultados. Como pode ser observado nesses excertos, somente esse encontro não foi suficiente para superação do desafio de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos para a discussão coletiva. Tendo em conta que os FP nunca tinham assistido a concretização dessa fase da aula, antes de efetivar outra discussão conjunta com eles para a (re)tomada de decisões de ensino, a formadora solicitou a exploração de um episódio de vídeo da discussão coletiva da tarefa<sup>56</sup>. Além de oferecer mais clareza sobre o contexto para o qual os FP estavam a fazer escolhas, a formadora tinha como intenção retomar a discussão sobre a seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos e, seguidamente a ela, abordar os aspectos percebidos pelos FP no episódio de vídeo analisado, de modo a promover o confronto entre as decisões por eles tomadas e as da professora. Então, a segunda discussão com e entre os FP foi realizada em outro encontro (15/10/2014)<sup>57</sup>, da qual extraímos os excertos C, D, E, F, G e H que tratam da (re)apresentação e fundamentação de suas próprias opções pelos FP. Essas discussões foram gravadas em áudio e vídeo e posteriormente transcritas. No apêndice, apresentamos um quadro com as resoluções referidas pelos FP nos resultados deste estudo.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS NA ANÁLISE DOS DADOS

Respeitando as perspectivas dos participantes deste estudo, com a intenção de compreender os significados das suas ações e os processos pelos quais elas se desenvolvem nas discussões conjuntas, nas análises das transcrições assumimos a perspectiva interpretativa (ERICKSON, 1986) e os procedimentos de codificação de dados são pautados na Teoria Fundamentada (*Grounded Theory*) (CHARMAZ, 2009). Para responder às questões do

<sup>55</sup> Nesse encontro Ari e Joel não estavam presentes.

<sup>56</sup> O episódio de vídeo retrata a professora promovendo a discussão da questão três da tarefa. Para tanto convida alunos de quatro grupos para ir à lousa, selecionados e sequenciados da seguinte forma: 1º um representante do grupo da V\* (foram aumentando de dois em dois até chegar na figura 8), 2º um do grupo do P\* (que realizou as operações “8+8=16, 16+1=17”), 3º um do grupo do S\* (expõe que “oito de cada lado com a bolinha preta dava 17”) e 4º um aluno do grupo da M\* (apresenta que “se cada lado tem 8 contas brancas, o resultado é 16, mais a conta preta, é igual a 17”).

<sup>57</sup> Nesse encontro Tainá, Íris, Joel e Isac não estavam presentes.

presente estudo, além de identificar as ações dos FP de selecionar e de sequenciar as resoluções dos alunos para a discussão coletiva, procuramos explicitar com base em que e de que modo os participantes desenvolvem essas ações ou as modificam no decorrer das discussões. Nesse sentido, a interpretação das ações de ensino (re)feitas pelos FP considerou que a sua análise das resoluções dos alunos não foi especificamente direcionada, no caso multimídia, para identificar ou interpretar o pensamento algébrico dos alunos, mas desenvolveu-se em uma situação particular que envolve uma teia de relações. Dessa forma, nossas análises das decisões de seleção e sequenciamento, procurou identificar os aspectos matemáticos reconhecidos e interpretados pelos FP nas resoluções com base no quadro 7. Ao mesmo tempo, essas análises contemplaram as intencionalidades dos FP tendo em conta uma fase específica da aula – a discussão coletiva.

Com base nessas considerações, começamos as análises das transcrições, criando indicadores iniciais para caracterizar as ações (re)feitas pelos FP de seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos. Do mesmo modo, identificamos os aspectos que embasaram as opções dos FP, relativamente aos critérios utilizados primeiro para selecionar e depois para sequenciar as resoluções. Em consonância com o quadro conceitual apresentado por Jacobs, Lamb e Philipp (2010), concomitantemente aos procedimentos descritos anteriormente, associamos os indicadores de aspectos do pensamento algébrico dos alunos à capacidade dos FP de identificar as estratégias dos alunos ou de interpretar o seu entendimento matemático. Depois, esses indicadores iniciais foram agrupados de acordo com suas semelhanças ou diferenças, resultando em distintos subconjuntos com aspectos de mesma natureza, em consequência, criamos códigos sintetizadores para caracterizá-los. Esses códigos, então, orientaram uma codificação focalizada. Assim, retomamos as transcrições e identificamos trechos com indicadores iniciais que melhor representavam tais códigos sintetizadores. Ou seja, selecionamos excertos que consideramos mais significativos para representar um ou mais códigos sintetizadores, mas que juntos, pudessem oferecer uma apresentação abrangente dos resultados desse estudo e de como eles emergiram nesse contexto de formação.

## **APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Os dois momentos de discussão conjunta da formação sobre a seleção e sequenciamento das resoluções das quais extraímos os excertos apresentados nessa seção foram iniciadas com a projeção de um quadro síntese, elaborado pela formadora, com as opções feitas por cada grupo de FP na exploração do caso multimídia.

O trecho que segue (EXCERTO A) parte de uma solicitação da formadora para os FP identificarem e explicarem como pensaram para fazer as suas opções de sequenciamento.

- A1** **Túlio:** *Nós colocamos a M\* primeiro, porque ela resolveu de uma forma matemática, depois o P\* que foi a linguagem natural e o S\* que foi por recorrência.*
- A2 Formadora:** *A M\* e o P\* foram dois grupos que a maioria escolheu.*
- A3 Diana:** *A V\* também.*
- A4 Formadora:** *E tem grupo aqui que começa com a M\* e tem grupo que começa com a I\*. Aqui quem começa da mais complexa para mais simples? E quem começa da mais simples para mais complexa?*
- A5 Fred:** *E tem diferença?*
- A6 Formadora:** *O que vocês acham? Defendam seus pontos de vista.*
- A7 Toni:** *Da simples para mais complexa.*
- A8 Davi:** *Da mais simples para mais complexa.*
- A9 Alex:** *Eu não tinha pensado muito sobre isso. (escolheu da mais complexa para mais simples)*
- A10 Túlio:** *Nem eu. (escolheu da mais complexa para mais simples)*
- A11 Formadora:** *Mas não tinha que colocar em uma ordem?*
- A12 Alex:** *A gente foi colocando, M\* ia lá fazer, depois o P\*...*
- A13 Túlio:** *M\* mostra lá qual é a certa para todo mundo.*
- A14 Toni:** *Mas..., colocando primeiro a mais elaborada, os outros (grupos de alunos) poderiam achar que eles tinham errado em algum momento, aí eles não iriam querer ir ao quadro para mostrar a (resolução) deles, porque eles achariam que a deles estava errada, então eles poderiam ficar com medo dos colegas debocharem deles.*
- A15 Formadora:** *Nossa que interessante a preocupação do Toni com os alunos! De que talvez colocar a M\* para apresentar primeiro poderia inibir os outros grupos, inclusive o da I\*.*
- A16 Túlio:** *Nós não colocamos a I\* porque lá na [questão] seis, por exemplo, ela não conseguiu chegar a uma regra [...], estava apagado lá, ela fez uma regra, mas apagou porque ela viu que não estava certo, [a aluna] não conseguiu chegar na regra específica para demonstrar como que ela conseguiu a resposta na questão seis.*

(13/10/2014)

Em A1, Túlio menciona as resoluções escolhidas por ele e por João. Para justificar essa seleção, ele descreve as diferentes ideias matemáticas subjacentes interpretadas em cada uma delas: nas duas primeiras, focam-se nas expressões da regra em linguagem matemática (algébrica) por M\* e em linguagem natural por P\*. Na resolução de S\*, destacam somente a estratégia de recorrência (recorrer ao número de elementos do termo anterior para calcular o próximo) utilizada pelo grupo para resolver apenas as duas primeiras questões da tarefa. As demais opções dos FP mostram-se contrastantes quanto ao sequenciamento das resoluções, porém, algumas delas coadunam com a possibilidade (ii), de partir de resoluções mais simples em termos matemáticos tanto ligados às estratégias quanto às representações utilizadas e seguir com resoluções cada vez mais complexas, sugerida por Stein et al. (2008).

Em A5 e A9-10, para Fred, Alex e Túlio, o sequenciamento parece não fazer sentido, portanto, não estabelecem critérios para realizá-lo, tampouco fazem previsões sobre as

implicações de um tipo de ordem ou outro das apresentações. Em A13, Túlio parece considerar que a discussão possui uma função mais corretiva e que somente a resolução mais completa, com a regra em linguagem matemática, pode ajudar nesse processo. Em A14, um dos critérios do sequenciamento apresentado por Toni revela indícios de sua preocupação em não causar constrangimentos aos alunos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016), bem como em não reduzir sua autoridade matemática na sala de aula (STEIN et al., 2008). Considerando esses dois fatores, infere que deixar a estratégia matemática mais simples para depois da apresentação das mais complexas poderia inibir os alunos a expor publicamente sua forma de pensar para a turma.

No próximo excerto (EXCERTO B), a formadora indaga os FP sobre a importância do sequenciamento das resoluções para a discussão dos alunos.

- B1 Fred:** *Acho que é para que a primeira seja mais eficiente do que a terceira, por exemplo, é isso? Não sei se expressei bem as palavras.*
- B2 Formadora:** *Você acha que a primeira teria que ser a mais eficiente?*
- B3 Fred:** *Acho que sim, não é?*
- B4 Nina:** *Eu acho que não. Eu acho que deveria ser da forma mais básica. Por exemplo, colocar numa sequência até chegar naquela fórmula “ $2x+1$ ” que alguns grupos chegaram.*
- B5 Formadora:** *E qual é a resposta de vocês aqui?*
- B6 Nina:** *Então, essa resposta a gente fez pensando na questão seis, [...] acho que nós não entendemos realmente o que era para fazer.*
- B7 Formadora:** *Está bem..., então vamos pensar em relação a questão seis. Para a discussão dela, que resoluções vocês escolheriam?*
- B8 Nina:** *Nós colocamos assim, “escolheríamos apenas dois grupos ou um que desenvolveu a fórmula  $2x+1$ ”, só que agora olhando aqui eu vi que a I\* não resolveu com  $2x+1$ , só que esses outros [...] eles resolveram, por isso a gente colocou entre parênteses, “qualquer um deles e um que resolveu pela sequência (numérica)”, acho que é isso.*

(13/10/2014)

Aparentemente concordando com Túlio e Alex, em B1, Fred pressupõe que a discussão comece pela estratégia matemática que apresenta maior potencial para resolução da tarefa. Assim, também parece considerar a discussão coletiva como uma fase para correção de resoluções pelos alunos. A partir das ideias apresentadas por Fred, em B2, a formadora questiona os FP, de modo que eles se posicionem a seu respeito. Em B8, Nina explica que escolheriam apenas duas resoluções, considerando os seguintes aspectos: um dos grupos que resolveu a partir de contagens, expressando a sequência numérica (forma 1 de acordo com o quadro 7), exceto o da I\*, porque ela não fez a questão seis. Um dos grupos que expressou a regra a partir da fórmula “ $2x+1$ ” (forma 3, usando notações alfanuméricas – linguagem algébrica de acordo com o quadro 7). Com essas opções, o grupo de Nina mostra dificuldades para tomar uma decisão quanto à seleção das resoluções (B8). Nesse sentido, é importante destacar que Nina expõe que sua indecisão foi gerada pelo fato de não ter ficado claro sobre

que questões da tarefa a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos deveriam ter sido feitos, ou seja, aspectos relacionados à organização da discussão quanto às questões da tarefa.

O excerto apresentado a seguir (EXCERTO C) parte da apresentação de Toni sobre as opções de seu grupo para sequenciar as resoluções dos alunos.

- C1**           **Toni:** *A gente colocou a  $I^*$ ,  $S^*$ ,  $V^*$ ,  $P^*$  e a  $M^*$ .*
- C2**   **Formadora:** *[...]. Então primeiro a  $I^*$ , depois o  $S^*$  e por que vocês escolheram primeiro a  $I^*$ ?*
- C3**           **Toni:** *A  $I^*$  porque precisou desenhar.*
- C4**   **Formadora:** *Desenhou e o que mais?*
- C5**           **Toni:** *Precisou do termo anterior para saber o próximo, para saber como chegar na resposta e no final ela não conseguiu desenvolver a regra. Por isso eu colocaria ela primeiro, porque talvez se deixasse ela por último ela poderia não querer ir ao quadro por não ter feito a última. Então eu colocaria ela primeiro.*
- C6**   **Formadora:** *E a do  $S^*$ , por quê? Ele chega na regra?*
- C7**           **Toni:** *Chega.*
- C8**   **Formadora:** *Que jeito ele escreve essa regra?*
- C9**           **Alex:** *Mas ele fala que é só pegar o número da figura e multiplica por 2 ele não fala que tem que somar mais 1 aí, só...*
- C10**         **Fred:** *Na linguagem natural ele não colocou, mas na expressão [algébrica] ele colocou.*
- C11**         **Nina:** *[...] só que na três ele já tinha colocado assim oh “terá 17 contas pois a figura 8 terá 8 de cada lado e a bolinha preta”, então ele deve ter imaginado assim, eu vou fazer duas vezes o número da figura e vou somar a bolinha preta, porque vai ser a lateral que vai ser o número da figura, só que eles não escrevem que tem que somar a bolinha preta ali do meio.*
- C12**         **Fred:** *Ele conseguiu fazer, ele só não conseguiu expressar tudo na explicação da regra [em linguagem natural].*

(15/10/2014)

Após os pedidos de explicações pela formadora, em C3 e C5, Toni identifica e interpreta os seguintes aspectos do pensamento algébrico da resolução de  $I^*$ : o desenho (forma de representação utilizada pelo grupo na resolução da segunda questão da tarefa) e utilização da ideia da recorrência (nas questões seguintes da tarefa), mas não desenvolve uma regra (forma 1 de acordo com o quadro 7, sendo efetuados cálculos somente com números próximos). Além de revelar cuidados com a autoridade matemática e aspectos emocionais desse grupo, manifestados em A14, Toni não deixa de selecionar essa resolução considerando também aspectos do pensamento algébrico (forma 1) dos alunos.

Em C7, Toni identifica que  $S^*$  chega à regra, isto é, generaliza. No entanto, esse pressuposto é colocado em discussão por Alex, o qual identifica que na expressão da regra em linguagem natural falta o “+1”. Em C10, Fred assinala evidências de que esse grupo consegue elaborar uma regra para todos os termos, uma vez que a expressam com uma fórmula (“ $Lx^2 + 1$ ” em linguagem algébrica, forma 3 de acordo com o quadro 7). Em C11, além de reconhecer

que o grupo elabora uma regra que permite determinar qualquer termo da sequência (forma 3 do quadro 7), Nina retoma a produção desse grupo na questão 3 e compreende que é construída uma relação geral entre o número de termo e o número de seus elementos, dando exemplos de que isso ocorre. Assim, parece-nos que Nina percebe que os alunos vinculam as estruturas numérica e espacial assim como outras características (da forma 3 de acordo com o quadro 7).

O próximo excerto (EXCERTO D) é desencadeado com o questionamento da formadora sobre a estratégia matemática utilizada pelo grupo da V\*. Em D1, Toni identifica que V\* utilizou a tabela. Contudo, essa não parece ter sido a única razão que sustentou a escolha do grupo de Toni (D3).

- D1 Toni:** *Ela usou a tabela, não é?*
- D2 Formadora:** *É por isso que você escolheu a V\*, foi por causa da tabela?*
- D3 Toni:** *É... e... a regra ela fez na linguagem natural também, mesmo ela colocando assim para 19 e para 24 vai multiplicar e..., mas, deu a entender que ela sabia sim... para todas as outras.*
- D4 Formadora:** *Parece que ela tira algumas provas... vocês estão vendo? E é ali na seis, para escrever a regra... Bom, e o que vem antes disso, a tabela, ela vai contribuir para quê? Para os demais alunos? Apresentar a tabela que ela fez, o que tem isso de importante?*
- D5 Alex:** *Para perceber uma sequência não é.*
- D6 Formadora:** *Perceber a sequência... e o que mais...? O que é perceber sequência?*
- D7 João:** *[...] que vai aumentando de dois em dois.*
- D8 Formadora:** *Que vai aumentando de dois em dois é a regularidade com que essa sequência estava crescendo, e o que mais? O que mais que o grupo pode ter percebido com a tabela?*
- D9 Todos:** *(Silêncio)*
- D10 Formadora:** *Uma sequência numérica, ela tem o quê? Eu posso colocar só os resultados, só o número de contas, começo lá, três o primeiro, não é? Três, cinco, sete... só esses [resultados], o que a tabela tem de importante, ela não tem só isso, não é?*
- D11 Fred:** *Ela tem o número do colar e o número de contas.*
- D12 Formadora:** *E o que que é isso?*
- João:** *A razão.*
- D13 Formadora:** *A razão é o número que indica como ela vai crescendo. E o que indica a coluna do número da figura junto com essa coluna do número de contas que o Fred falou?*
- D14 Nina:** *Parece uma função... porque para cada x terá um y, em que o y está dependendo do x.*

(15/10/2014)

Toni identifica (D3) que V\* expressa a regra em linguagem natural, interpretando, em meio a tantas outras informações, que a regra nomeia somente dois números da figura (19 e 24) (característica da forma 2 de acordo com o quadro 7). Ele é capaz de nomear indícios de uma forma elementar de generalização ou de pensamento algébrico (RADFORD, 2014), inferindo que a ideia subjacente à descrição da regra (fórmula  $2x + 1$ ) tenha sido estendida para os demais termos da sequência, uma vez que foi explicitada corretamente em linguagem natural (característica da forma 3 de acordo com o quadro 7).

Em D4, os esforços da formadora voltam-se para chamar a atenção dos FP para os cálculos efetuados na resolução da tarefa antes da expressão da regra em linguagem natural, então direciona a discussão para a exploração da tabela. Em D5 e D7, Alex e João parecem não conseguir perceber o potencial da tabela para a formulação/adequação da regra. Em D11, Fred apenas descreve que a tabela apresenta tanto o número do termo quanto o número de seus elementos. A partir dessas informações, Nina interpreta os significados matemáticos subjacentes nesse tipo de representação. No entanto, não fica claro se ela percebe o potencial da tabela à compreensão da ideia de variação e à criação de uma relação funcional, ou seja, da relação entre os termos da sequência e a sua ordem (OLIVEIRA; MESTRE, 2014).

O excerto a seguir (EXCERTO E) inicia com a tentativa de Nina propor uma nova seleção e sequenciamento das resoluções, começando pela  $V^*$ .

- E1**        **Nina:** *[...] eu colocaria a  $V^*$  primeiro, depois a  $M^*$  e o  $P^*$ ... A  $M^*$  e o  $P^*$  resolveram do mesmo jeito? Não foi?*
- E2**    **Formadora:** *Tem alguma diferença da resolução da  $M^*$  para a do  $P^*$ ?*
- E3**        **Fred:** *A parte formal da  $M^*$ .*
- E4**    **Formadora:** *A da  $M^*$  é mais formal? A da  $M^*$  tem assim “multiplicando o número da figura por 2 e + 1” e a do  $P^*$  tem o quê?*
- E5**        **Nina:** *“Indo conforme a sequência, sempre somando o dois”. “Duas vezes o número da figura +1”.*
- E6**    **Formadora:** *É a regra do  $P^*$ ?*
- E7**        **Nina:** *A dele é só na linguagem escrita (natural) e a dela tem a letra “o” na regra.*
- E8**    **Formadora:** *Exatamente. É uma diferença. Então, e vocês colocariam mais alguma?*
- E9**        **Nina:**  *$S^*$ .*
- E10**    **Formadora:**  *$S^*$  que é...*
- E11**        **Nina:** *A do  $Lx2+1$ . Eu colocaria essa, porque ele colocou assim “só pegar a figura...”, quer dizer, “só pegar o número da figura e multiplicar por 2”, depois ele escreve  $Lx2+1$ , eu colocaria ele ( $S^*$ ) para ir antes do  $P^*$ . Até para ele explicar porque ele escreveu só para “multiplicar o número da figura por 2” e depois, na hora que ele fez a regra, ele colocou “+1” nela.*
- E12**    **Formadora:** *Você acha que em termos de complexidade, a do  $S^*$  está menos complexa do que a do  $P^*$ ?*
- E13**        **Nina:** *Não. Mas é que se o  $P^*$  for e falar assim “multiplica o número da figura por 2 e soma +1”, na hora que o  $S^*$  for explicar ele já vai ter percebido que a dele faltou o “+1” na linguagem escrita (natural).*
- E14**    **Formadora:** *O que você pretende então com o fato de o  $S^*$  ter esquecido de colocar esse “+1” na linguagem natural?*
- E15**        **Nina:** *No caso eu gostaria de saber por que que ele escreveu só “multiplicar por 2”, já que na regra ele colocou o “+1” e qual foi a diferença de ele só ter explicado...*
- E16**    **Formadora:** *E para os alunos?*
- E17**        **João:** *Nenhuma, eu acho.*
- E18**    **Formadora:** *Nós não podemos esquecer dos alunos.*
- E19**        **Nina:** *Para os alunos eu acho que seria interessante porque ele fez a regra escrita [natural] só que ele não colocou o “+1”, aí o pessoal já iria entender que o que ele esqueceu foi a bolinha preta.*

(15/10/2014)

A opção de Nina (E1) para sequenciar as duas últimas resoluções parece depender das características que as distinguem. Em E3, Fred identifica uma diferença na linguagem utilizada para expressar a regra entre as resoluções de P\* e de M\*, considerando o modo de expressar a generalização por M\* mais formal. Em E7, Nina identifica aspectos distintivos no modo de expressar a regra de M\*, apontando o uso de uma letra (característica da linguagem algébrica de acordo com o quadro 7), diferenciando-a da linguagem utilizada por P\*, que faz o uso de palavras (linguagem natural). Em E9, desta vez, com foco nos modos de expressar a regra pelo grupo do S\*, Nina decide selecionar esse grupo. Em E13, com base na identificação da expressão da regra em linguagem algébrica, Nina mostra ter clareza de que a resolução de S\* apresenta-se mais complexa em relação ao processo de simbolização, portanto o critério para sequenciar as duas resoluções intermediárias (de S\* e de P\*) não se baseia no nível de complexidade delas, mas na intenção de promover um confronto entre elas e a adequação da expressão em linguagem natural da regra por S\*. Inicialmente, as intenções de Nina pareciam estar mais voltadas para a discussão dela (posicionando-se como professora) com esses grupos ou entre eles. Porém, com a intervenção da formadora, Nina passa a considerar a participação dos demais alunos nas comparações entre os modos de expressar a regra dos grupos com a intenção de que explorem o significado da expressão “+1” no contexto da tarefa.

Cabe salientar que, em boa parte das resoluções, os alunos formulavam uma regra (implícita ou explícita) do tipo “ $2x$ ”, mas não conseguiram expandi-la para “ $2x+1$ ”, a partir da compreensão e comunicação do significado matemático da constante “+1” (bolinha preta). Essa dificuldade foi bastante enfatizada pelo grupo de Nina na análise que fizeram de um episódio (6) de vídeo da fase de desenvolvimento da tarefa (CAPÍTULO 1). Nesse sentido, há a possibilidade de Nina também ter como intenção a exploração de um equívoco percebido nas resoluções de muitos grupos, aproximando-se então da sugestão (ii) de Stein et. al (2008), de selecionar resoluções que apresentam equívocos comuns, cometidos pela maioria, colocando-os para análise e correção coletiva, com base em argumentos matemáticos que justifiquem a sua invalidade.

No próximo excerto (EXCERTO F), a partir de um questionamento da formadora, João apresenta a opção inicial dele e de Túlio. Entretanto, propõe e justifica uma mudança em relação ao sequenciamento das resoluções.

- F1**        **João:** *A gente colocou primeiro a da M\* que é mais complexa que usou linguagem matemática.*
- F2**    **Formadora:** *Então como ficou a ordem?*
- F3**        **João:** *A M\* é a primeira, em segundo o P\* e por último o S\*. É..., mas agora eu já mudaria, eu já colocaria da mais simples para a mais complexa.*

- F4 Formadora:** *E por que você mudaria?*  
**F5 João:** *Porque, se ele entender o simples, se entender o mais simples, ele vai entender o intermediário...*  
**F6 Formadora:** *Ele quem?*  
**F7 João:** *Os alunos.*  
**F8 Formadora:** *Ah sim... Então você está pensando nos alunos...*  
**F9 João:** *Nos alunos que estão assistindo. Se ele entendeu como foi feito a [resolução] simples ele vai ver como foi feito a [resolução] intermediária, então ele vai entender. Se ele entender a intermediária ele vai entender a mais difícil. Se ele não entendeu aquela [a resolução com a linguagem algébrica], ele vai ficar prejudicado. Ai se ele não entendeu a intermediária... mas vamos dizer que ele entendeu a simples. Então é o seguinte, ele não vai conseguir generalizar para entender as outras [resoluções].*  
**F10 Fred:** *Faz sentido. Se ele entender a simples ele pode conseguir chegar na intermediária e assim... na mais difícil.*

(15/10/2014)

Em F1 e F3, João reapresenta a seleção e o sequenciamento previamente expostos por Túlio em A1 (M\*, P\* e S\*), mas agora propõe sequenciá-los de uma nova forma, da mais simples para a mais complexa. Em F7 e F9, os critérios explicitados por João para propor essa mudança evidenciam que novos elementos são considerados. São eles, aspectos do processo de generalização e simbolização, bem como a articulação/coordenação deles para a sua promoção, ou seja, voltados à promoção do pensamento algébrico dos alunos (RADFORD, 2011; 2014); e as dificuldades dos alunos para compreender formas mais avançadas de generalização e suas representações (RADFORD; BARDINI; SABENA, 2007).

Sequenciar as resoluções dos alunos das mais complexas para as mais simples não faz mais sentido para João quando se pretende promover o pensamento algébrico do aluno. João supõe que para um aluno que não tenha compreendido a apresentação de uma resolução mais complexa, ou ainda, que não tenha compreendido uma resolução intermediária, a apresentação por último de uma resolução mais simples (com uma generalização aritmética) não lhe oferecerá oportunidades e suportes para desenvolver novas formas de generalização e simbolização. Assim, Fred que inicialmente tinha pressuposto que a discussão coletiva deveria começar pela resolução mais eficiente (B1), parece que passa a considerar a compreensão matemática dos alunos, sobretudo daqueles que apresentam mais dificuldades e concorda com as ideias compartilhados por João.

No excerto seguinte (EXCERTO G), com os questionamentos da formadora, os FP começam a reconhecer aspectos importantes sobre as diferentes formas de generalização associadas às questões da tarefa e sua constituição.

- G1 Formadora:** *Lá nas primeiras questões, o que precisa ser identificado para saber as próximas figuras?*  
**G2 João:** *Ver o que dá na anterior.*  
**G3 Formadora:** *Ver a anterior e fazer o quê?*  
**G4 João:** *Saber a sequência, como que ela está crescendo.*

- G5 Formadora:** *E depois para saber a figura 8, dá para fazer de que jeito? Dá para fazer somando de 2 em 2?*
- G6 Alex:** *Dá*
- J7 Formadora:** *Ainda dá, não é? Então onde começa a ser necessário construir uma regra?*
- G8 Fred:** *Na figura 19.*
- G9 Formadora:** *Quando é pedido a figura 19 já começa exigir a generalização, não é?*
- G10 Fred:** *Aí teve um grupo que usou a tabela. Mas ela [a tabela] não vai deixar ele dependente? Ele não quer... conseguir fazer uma regra, e ficar só olhando pela tabela e só querer descobrir números pequenos?*
- G11 Formadora:** *Talvez por meio da tabela o aluno consiga perceber a regra e apresentar em linguagem natural.*
- G12 Fred:** *Se ele tiver uma tabela ele não vai querer tentar descobrir a figura 20 de outro jeito. Se ele tiver [esse valor] na tabela não vai querer nem fazer regra, certo? Só se pedisse a regra.*
- G13 Nina:** *Eu acho que o professor deveria apresentar um valor tão grande que ele não iria conseguir chegar pela tabela, chegaria, mas iria demorar muito, isso iria fazer ele pensar em uma maneira mais rápida de se chegar ao resultado, sem precisar ficar desenhando tabela até o..., sei lá... 15.000.*
- G14 Todos:** *(risos)*
- G15 João:** *Como no começo. A tarefa começa com desenhos, aí depois ela tira os desenhos, aí provavelmente vai tirar a tabela também.*

(15/10/2014)

Em G10 e G12, Fred manifesta a preocupação de que o uso da tabela possa fazer os alunos precisarem sempre dela para descobrir novos termos, não conseguindo imaginar ou calcular termos distantes de outra forma (RADFORD, 2008; 2011). Em decorrência disso, enfatiza a necessidade de a tarefa solicitar a elaboração de uma regra. Em jeito de brincadeira, em G13, Nina ressalta que, para evitar a dependência dos alunos das contagens de termos próximos, é preciso pedir o cálculo de um termo muito distante que justifique a criação de uma regra ser mais viável. Em G15, João infere que a estrutura das questões das tarefas desse tipo, selecionadas ou elaboradas pelo professor, também facilitam um sequenciamento em que há o oferecimento de suportes, todavia eles são gradualmente retirados, tendo em vista a promoção da generalização e de sua representação de diferentes formas, cada vez mais simbólicas (OLIVEIRA; MESTRE, 2014; MESTRE; OLIVEIRA, 2016). Todavia, em G11, apesar de a formadora claramente sinalizar o potencial da tabela para a generalização, essa ideia parece não ter sido interpretada do mesmo modo pelos FP.

O excerto posterior (EXCERTO H) começa com uma dúvida manifestada por Nina sobre o momento em que a professora desenvolve a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos.

- H1 Nina:** *A professora deu atividade, apresentou, leu as primeiras questões para os alunos, deixou que eles desenvolvessem, ajudou nas dúvidas, selecionou os grupos e ... mandou eles para o quadro, tudo no mesmo dia?*
- H2 Formadora:** *Sim, foram duas horas-aula seguidas em um mesmo dia.*
- H3 Nina:** *Porque eu achei que ela tinha pego as folhas de cada um, olhado isso em casa, selecionado e depois devolvido. Então foi tudo numa aula só?*

- H4 Formadora:** *Sim. E por que será que ela fez tudo com certa agilidade?*  
**H5 Fred:** *Já tinha bastante planejamento do que ela ia fazer.*  
**H6 Formadora:** *Lá no planejamento o que ela já tinha feito?*  
**H7 Nina:** *Separado questão por questão, quais dúvidas poderiam surgir, quais perguntas que ela poderia fazer para ajudar os alunos.*  
**H8 Formadora:** *O que vocês acham que ajudou na seleção e sequenciamento no mesmo dia?*  
**H9 Toni:** *Ela já ter imaginado as resoluções.*

(15/10/2014)

Possivelmente, ao ficar ciente da multiplicidade de aspectos da prática de sua futura profissão, que precisam ser considerados na seleção e sequenciamento de resoluções para a promoção do pensamento algébrico dos alunos na discussão coletiva, Nina (H1 e H3) mostrou-se surpresa com o fato de a professora ter desenvolvido essas ações no decorrer da mesma aula, na transição de uma fase para outra, diante de tantas outras ações, com rapidez e eficiência. A partir dos questionamentos da formadora (H4 e H6), tendo como base o reconhecimento dos FP da *expertise* da professora de perceber o pensamento algébrico dos alunos, os FP (H5, H7 e H9) sugerem que o planejamento da aula e as possíveis resoluções e dúvidas dos alunos antecipadas pela professora (artefato já explorado pelos FP no multimídia) podem tê-la ajudado nesse processo.

De modo geral, esses resultados revelam que, inicialmente os FP apresentaram opções de seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos, mas a falta de clareza sobre os critérios utilizados para fazê-las, caracterizam-nas como descrições vagas dos aspectos matemáticos das resoluções dos alunos e sugestões de ensino sem fundamentação. Pesquisas anteriores evidenciam que (futuros) professores mostram dificuldades para perceber o pensamento matemático dos alunos (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SHERIN; VAN ES, 2009; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010). Neste estudo, a princípio, os aspectos do pensamento algébrico identificados pelos FP nas resoluções dos alunos centraram-se nas expressões específicas da regra e em algumas representações. Na investigação de Walkoe (2015) aspectos dessa ordem (manipulação de símbolos e raciocínio sobre/com representações) também chamaram mais a atenção dos FP. Em especial, o estudo de Callejo e Zapatera (2016) aponta que interpretar a compreensão dos alunos sobre generalização de padrões constitui-se uma tarefa complexa para os FP, dado que esse processo exige a percepção de aspectos comuns nas respostas dos alunos sobre o processo de generalizar e atribuir-lhes significados matemáticos.

Em nosso trabalho, ao longo das discussões conjuntas de formação, com suportes da formadora para incentivar interpretações mais aprofundadas ou embasadas, os FP foram atribuindo sentidos às ideias matemáticas subjacentes às representações e ao processo não só de simbolização, mas também de elaboração da regra pelos alunos. Desse modo, aos poucos e

com a ajuda dos colegas, os FP tornaram-se mais conscientes da compreensão matemática dos alunos.

Particularmente, a seleção das resoluções de alguns grupos exigiu dos FP a identificação e interpretação de aspectos do pensamento algébrico dos alunos (predominantemente as formas 1 e 3 de acordo com o quadro 7) e de perceber coletivamente diferenças significativas entre elas, seu potencial para promover interações dialógicas, bem como reconhecer a importância desses aspectos à compreensão de ideias ou à extensão do pensamento matemático dos alunos na discussão da tarefa (WELLS, 2004; STEIN et al., 2008; WEGERIF, 2010; CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011).

Reconhecer e interpretar os detalhes matemáticos das estratégias dos alunos (JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010) também ajudou os FP a (re)pensarem as suas decisões no sequenciamento das resoluções dos alunos para a discussão coletiva no Ensino Exploratório. Assim como indicado por Jacobs, Lamb e Philipp (2010), neste estudo os raciocínios dos FP também foram mais produtivos quando estes se basearam na compreensão matemática dos alunos. Pensar nas consequências de um sequenciamento, começando por resoluções mais complexas, em termos das oportunidades de aprendizagem oferecidas aos alunos, considerando suas dificuldades de compreender formas mais avançadas de generalização e suas representações (RADFORD; BARDINI; SABENA, 2007), foi decisivo para os FP optarem por mudanças importantes nas suas primeiras opções de sequenciamento. Basicamente, dentre outros aspectos, a identificação do nível de complexidade das resoluções (STEIN et al., 2008) contribuiu muito na tomada de decisões dos FP. Por meio desse, também foram explicitados cuidados com a autoridade matemática dos alunos sobre as suas produções (STEIN et al., 2008) e para não os constranger perante a turma (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

O sequenciamento também passou a ser pensado com base em outros aspectos particulares da discussão coletiva no Ensino Exploratório, ou seja, na consideração de diferenças específicas entre as resoluções dos alunos, sobretudo relacionadas às formas de expressar a regra, com a intenção de promover um confronto entre elas pelos alunos e a compreensão de seus significados (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; MESTRE; OLIVEIRA, 2012), não apenas com o intuito de apresentar a resposta “mais completa” em linguagem matemática.

Ao perceberem elementos do contexto do Ensino Exploratório e sua influência no desempenho da seleção e sequenciamento pela professora em sala de aula, os FP interpretaram que a estrutura da tarefa também apresenta um sequenciamento intencional para orientar e suportar progressivamente o pensamento matemático dos alunos e o planejamento da aula com

a antecipação de possíveis resoluções e dúvidas dos alunos como ações que apoiam as decisões tomadas pela professora.

## CONCLUSÕES

A exploração de um caso multimídia por FP, em uma disciplina ocorrida no fim da primeira metade do curso de Licenciatura em Matemática, possibilitou o primeiro contato dos FP com elementos de uma aula voltada ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos no contexto do Ensino Exploratório. Neste estudo, além de investigar as capacidades desses FP de identificar e interpretar o pensamento algébrico dos alunos (WALKOE, 2015; CALLEJO; ZAPATERA, 2016), analisamos a sua capacidade de tomar decisões de ensino em um contexto particular de ensino de Matemática que se destaca pelas oportunidades de interações e de desenvolvimento do pensamento matemático oferecidas aos alunos (CANAVARRO, 2011; MESTRE; OLIVEIRA, 2012). Assim, o objetivo deste estudo consistiu em compreender como a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos contribui para a percepção de FP do pensamento algébrico dos alunos e de como ele pode ser promovido na discussão coletiva no Ensino Exploratório.

De modo geral e conforme o quadro conceitual delineado (QUADRO 7), os seguintes aspectos do pensamento algébrico dos alunos foram destacados nessas discussões: - a utilização de desenhos (forma de representação) e da recorrência para calcular termos próximos da sequência sem a formulação de uma regra (forma 1 do processo de generalização); - a utilização de uma tabela (forma de representação) e a expressão da regra em linguagem natural para dois termos específicos da sequência (forma 2 do processo de generalização); - a expressão do número do(a) termo/figura vinculado a partes relevantes dele(a) e de uma relação geral entre o número do termo e o número de seus elementos (RADFORD, 2014) (forma 3 do processo de generalização); - diferentes formas de expressar a regra, fazendo uso de palavras (linguagem natural) com ou sem a indicação do valor constante nas figuras, e fazendo uso de símbolos alfanuméricos (linguagem algébrica) (processo de simbolização).

Do mesmo modo, aspectos ligados à compreensão matemática dos alunos ou reconhecidos como significativos à mobilização do pensamento algébrico também se sobressaem nessas discussões conjuntas. Além disso, esses aspectos apresentam uma estreita relação com os objetivos de ensino previstos pela professora e descritos em seu plano de aula, dado que eles se referem as capacidades dos alunos de: reconhecer regularidades na sequência; reconhecer e generalizar padrões; perceber os números dos termos em partes decompostas das

figuras (RADFORD, 2014); criar relações entre eles e expressá-las; atribuir significado matemático ao valor constante nas figuras da sequência e expressá-lo na regra; e avançar de formas de expressão mais simples para simbolizações mais complexas da regra.

Ou seja, podemos concluir que, apesar de algumas dificuldades iniciais, apresentadas principalmente nos excertos A e B, com o apoio e orientação da formadora, nas demais discussões conjuntas destacam-se alguns aspectos relevantes das estratégias dos alunos e da compreensão matemática deles de modo condizente ao que foi desenvolvido nas resoluções e ao que tem sido apresentado pelas pesquisas sobre o pensamento algébrico dos alunos (QUADRO 7).

Dessa forma, segundo a conceituação apresentada por Jacobs, Lamb e Philipp (2010), essas capacidades (i e ii) de identificar e interpretar o pensamento matemático do aluno suportaram tanto a seleção quanto o sequenciamento das resoluções, uma vez que possibilitaram aos FP tomar decisões conectando aspectos reconhecidos do pensamento algébrico e da compreensão matemática dos alunos à compreensão destes como importantes para oferecer oportunidades aos alunos de promovê-lo. Com base nas conclusões de Callejo e Zapatera (2016), sugerimos que identificar mais elementos do pensamento algébrico nas resoluções contribuiu na interpretação mais aprofundada da compreensão matemática do aluno e para percepção das diferenças entre as resoluções, o que ajudou nesse processo e, em particular, no reconhecimento de níveis de complexidade dentro delas (de uma questão para outra) e entre elas, oferecendo com isso, elementos para inferir sobre a promoção do pensamento algébrico dos alunos.

A apreciação global das duas discussões conjuntas mostra que dos excertos A e B para os excertos C, D, E e F há mudanças significativas quanto ao desempenho dos FP em perceber o pensamento algébrico e a compreensão matemática dos alunos e que isso se reflete nas opções de seleção e sequenciamento que (re)apresentam. De acordo com os indicadores de Callejo e Zapatera (2016) para evidenciar o desenvolvimento da capacidade de perceber o pensamento e a compreensão matemática dos alunos, inferimos que dos dois primeiros excertos para os quatro seguintes alguns FP: passam de comentários gerais sobre as estratégias dos alunos para a descrição desta a partir de seus elementos matemáticos; e passam da verificação direta da ocorrência ou não da compreensão nas resoluções dos alunos para a identificação de etapas deste processo considerando o desenvolvimento matemático dos alunos.

Outro resultado que se sobressai nesse processo é o fato de os FP levarem em conta que as decisões de seleção e sequenciamento das resoluções tomadas pelo professor têm implicações na discussão coletiva. Dessa forma, os FP atendem a aspectos e cuidados

específicos referentes aos propósitos dessa fase da aula no Ensino Exploratório, sendo eles: fomentar a natureza dialógica da discussão; não restringir a autoridade matemática dos alunos, tampouco lhes causar constrangimentos; promover o reconhecimento de diferentes ideias matemáticas dos alunos; promover o confronto de diferentes resoluções pelos alunos; explorar equívocos; e oferecer oportunidades para os alunos de atribuir significados matemáticos às representações e avançar para níveis cada vez mais complexos (STEIN et. al, 2008; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016; CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Além desses aspectos, elementos da prática da professora no Ensino Exploratório ligados à elaboração ou adaptação de tarefas e ao planejamento da aula também foram reconhecidos como fatores que contribuem na tomada de decisões na seleção e sequenciamento das resoluções (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014).

Estabelecendo uma relação desses resultados com o quadro conceitual de Jacobs, Lamb e Philipp (2010, p. 172-173), ao “desempacotar a tomada de decisão no momento” da discussão conjunta, evidenciamos vários aspectos integrados que forneceram a base para os FP selecionarem e sequenciarem as resoluções dos alunos. Entretanto, devido às exigências dessas ações de ensino, esse estudo revela que os FP também consideraram aspectos da discussão coletiva, das tarefas matemáticas, dos objetivos e do planejamento da aula no Ensino Exploratório. Ou seja, os resultados desse estudo distinguem-se ao mostrar que os FP não se baseiam somente em aspectos do pensamento algébrico dos alunos ou da compreensão dos alunos para tomar decisões de ensino, mas em aspectos de natureza diversa envolvidos no contexto da aula, incluindo, como sugerido por Stein et al. (2008, p. 330) “o conhecimento dos professores sobre seus alunos e seus objetivos particulares de ensino”, dado que os FP, não tinham experiência profissional e que esse conhecimento foi sendo construído no decurso da análise do caso multimídia.

A abrangência dos aspectos considerados bem como o modo como eles foram percebidos também evidenciam elementos significativos do papel da formadora nas discussões conjuntas da formação. Com esse foco, sintetizamos e apresentamos alguns dos aspectos evidenciados nos resultados quanto às ações da formadora na mobilização dos processos da percepção do professor do pensamento algébrico dos alunos: sinalizar diferenças e semelhanças entre as opções de ensino dos FP; pedir para os FP descreverem aspectos matemáticos identificados nas resoluções dos alunos; chamar a atenção dos FP para aspectos distintivos das resoluções e para a consideração dos alunos na discussão coletiva; solicitar que os FP

explicitem em que se embasaram para fazer suas opções de ensino; reconhecer e partir das ideias dos FP, baseando-se nas evidências oferecidas por eles ou em seus posicionamentos; e promover o confronto e discussão entre decisões de ensino contrastantes. Com isso, concluímos que suportes com essas características são necessários às discussões com FP e podem contribuir ao desenvolvimento de suas capacidades de perceber o pensamento matemático dos alunos (VAN ES; SHERIN, 2008; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010), de modo específico, no campo da Álgebra.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Tomar decisões de ensino com base no que é identificado e interpretado do pensamento algébrico dos alunos apresentou-se como um desafio aos FP, tendo em conta que não tinham experiências anteriores nesse sentido. Semelhante conclusão, como apontado nas pesquisas anteriores, sugere mais atenção ao desenvolvimento dessa capacidade na formação inicial de professores e nas pesquisas dessa área (JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010; CALLEJO; ZAPATERA, 2016). Em particular, este estudo mostra que as decisões relacionadas às ações de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos no Ensino Exploratório envolvem múltiplos aspectos integrados da prática do professor desde o planejamento da aula e a escolha ou a elaboração da tarefa, bem como os critérios estabelecidos a partir do que e de como percebem as respostas e compreensões dos alunos, as ações que podem favorecer a construção conjunta de conhecimentos pelos alunos na discussão coletiva ou que podem gerar situações problemáticas. Portanto, como salientado por alguns autores as aprendizagens profissionais para contextos de ensino que valorizam a participação e atividades matemáticas dos alunos precisam considerar mas também ir além das experiências pessoais e educacionais dos (futuros) professores contemplando artefatos de práticas inovadoras com elementos proeminentes de ensino (BALL; COHEN, 1999; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007).

Nessa perspectiva, esta investigação revela a importância de alguns elementos desse contexto de formação, tais como, a exploração prévia da tarefa matemática, do plano de aula da professora e de suas intenções para com a aula, bem como o contato com resoluções produzidas pelos próprios alunos.

Além disso, este trabalho ajuda a enfatizar as propostas contempladas no multimídia ao FP de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, assim como solicitar justificativas para os critérios considerados para desempenhar essas ações. Assim, o fato de tal proposta estar

interposta antes de os FP assistirem aos episódios de vídeo da fase de discussão coletiva da tarefa, mas depois das análises de vídeos da fase de desenvolvimento da tarefa, na qual já começam a serem percebidas estratégias matemáticas e dificuldades de alguns grupos de alunos, também merece atenção. Notamos que esse momento específico de exploração do caso permite aos FP tomarem decisões de ensino, posicionando-se como professores em uma aula de Matemática parcialmente analisada e tendo que expor suas intenções ou expectativas, desenvolver capacidades de percepção do pensamento matemático do aluno com base no que já exploraram da aula, ou seja, em seus conhecimentos sobre tais elementos contextuais. Tomar decisões dessa natureza, por outro lado, gera incertezas, dificuldades e desafios a serem enfrentados pelos FP o que, por sua vez, ajuda a destacar o papel do formador como outro elemento fundamental nesse contexto de formação, de acordo com o que foi evidenciado anteriormente.

Considerando que muitos formandos nunca assistiram a uma discussão coletiva no Ensino Exploratório de Matemática e que a falta de alguns esclarecimentos prévios acentuaram as dificuldades dos FP para selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, ressaltamos ainda, a importância de deixar claro na apresentação dessa proposta de multimídia aos formandos, sobre quais questões da tarefa matemática essas ações devem ser feitas ou pedir-lhes que, antes de iniciá-las, definam como a discussão coletiva será organizada<sup>58</sup>.

Ainda salientamos que os resultados apresentados neste estudo emergiram de duas discussões conjuntas em que alguns FP evidenciaram participação mais efetiva do que outros. Esse fato, junto às necessidades de recortes, apresentam limitações em relação às aprendizagens específicas de todos os participantes. Permitindo-nos fazer somente uma apresentação dos aspectos do pensamento algébrico e de sua promoção na discussão coletiva no Ensino Exploratório que, de modo geral, foram considerados pelos FP ao (re)apresentar a seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos. Nesse sentido, também se mostram necessárias investigações sobre as trajetórias individuais dos FP a esse respeito.

## **AGRADECIMENTOS**

---

<sup>58</sup> A discussão coletiva pode ser organizada de várias formas pelo professor, dependendo da estrutura da tarefa, dos objetivos da aula (a discussão será feita ao final da apresentação de cada item da tarefa ou depois de todos ou de um agrupamento de itens apresentados) e dos recursos tecnológicos disponíveis (lousa, retroprojektor, projetor multimídia, etc.).

Nós agradecemos o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária pela concretização do projeto “Rede de cooperação UEL/UL pela elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”, bem como aos futuros professores que participaram deste estudo.

## REFERÊNCIAS

BALL, D; BASS, H. Making mathematics reasonable in school. In: KILPATRICK, J.; MARTIN; G, W.; SCHIFTER, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 27-44.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.

BLANTON, M. L. *Algebra and the elementary classroom: transforming thinking, transforming practice*. Portsmouth: Heinemann, 2008.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 412-446, Nov. 2005.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.). *Early algebraization: a global dialogue from multiple perspectives*. New York: Springer, 2011. p. 5-24.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática. Castelo de Vide. *Actas...* Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CALLEJO, M. L.; ZAPATERA, A. Prospective primary teachers’ noticing of students’ understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Published online: 29 Jan. 2016.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students’ mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.14, n.5, p. 355-374, 2011.

CHAPMAN, O. High school mathematics teachers’ inquiry-oriented approaches to teaching algebra. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 5-28, 2013.

CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução de Joice E. Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução de: *Constructing Grounded Theory: a practical guide through qualitative analysis*.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 81-100.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

FERREIRA, R. T.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimídia na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p. 491-512.

IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. Tradução de Silvana C. Leite. 9 ed. São Paulo: Cortez, 2011. Tradução de: *Formar se para el cambio y la incertidumbre*.

JACOBS, V. R.; LAMB, L. C.; PHILIPP, R. Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 41, n. 2, p. 169-202, mar. 2010.

KAPUT, J.; BLANTON, M. L.; MORENO, L. Algebra from a symbolization point of view. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. L. (Eds.). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 133-160.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

MASON, J. *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer, 2002.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *Relime*, v.11, n. 2, p.195-231, 2008.

MENEZES, L. et al. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, v. 21, n. 2, p. 111-138, 2012.

\_\_\_\_\_. Uma experiência de ensino no 4.º ano conduzida no duplo papel de professora-investigadora. *Quadrante*, v. 25 n. 2, p. 25-49, 2016.

OLIVEIRA, H. M. A. P.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

OLIVEIRA, H.; MESTRE, C. Opportunities to develop algebraic thinking in elementary grades throughout the school year in the context of mathematics curriculum changes. In: Y. LI; SILVER, E.; LI, S. (Eds.). *Transforming Mathematics Instruction: Multiple approaches and practices*. Dordrecht: Springer. 2014. p. 173-197.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

RADFORD, L.; BARDINI, C.; SABENA, C. Perceiving the General: The Multisemiotic Dimension of Students' Algebraic Activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 38, n. 5, p. 507-530, 2007.

RADFORD, L. Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns indifferent contexts. *ZDM*, v. 40, p. 83-96, Jan. 2008.

RADFORD, L. Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. In: UBUZ, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. v. 4. Ankara, Turkey: PME, 2011. p. 17-24.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, v. 26, n. 2, p. 257-277, jun. 2014.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SCHÄFER, S.; SEIDEL, T. Noticing and reasoning of teaching and learning components by preservice teachers. *Journal for Educational Research Online*, v. 7, n. 2, p. 34-58, 2015.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). *Video research in the learning sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M. G.; VAN ES, E. A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 1, p. 20-37, 2009.

SHULMAN, L. Those Who Understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*. Washington, v. 12, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, n. 10, v. 4, p. 571-596, 2002.

\_\_\_\_\_. Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, p. 244-276, 2008.

WALKOE, J. Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*. v. 18, n. 6, p. 523-550, dec. 2015.

WEGERIF, R.; MERCER, N.; DAWES, L. From social interaction to individual reasoning: an empirical investigation of a possible sociocultural model of cognitive development. *Learning and Instruction*, v. 9, p. 493-516, 1999.

WEGERIF, R. *Mind Expanding: Teaching for Thinking and Creativity in Primary Education*, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.



| Item | Grupo de S*   | Grupo de M*   |
|------|---|---|
| 2    | <p>9 contas</p> <p>Eu percebi que na figura 3. tem 7 e na figura 4 tem 9 porque cada colar está aumentando duas bolinhas um de cada lado.</p> <p><small>7. Quantas contas tem o colar correspondente à figura 20?</small></p> |  <p>9 contas, pois nós desenhamos para chegar ao resultado conforme as contas acima</p>                  |
| 3    | <p>tera 17 contas, pois na figura 8 e tera 8 cada lado e mais a bolinha preta.</p>  | <p>17, pois use a cada lado houver 8 contas brancas o resultado e 16 mais a conta preta igual a 17.</p>   |
| 4    | <p>39 contas</p>  | <p>39 contas:<br/> <math>19 + 19 = 38 \rightarrow</math> contas brancas<br/> <math>+ 1 \rightarrow</math> conta preta<br/> <math>39 \rightarrow</math> total de contas pretas e brancas</p> |
| 6    | <p>É só pegar o número da figura e multiplicar por 2.</p> <p><math>L \times 2 + 1</math></p>  | <p>Multiplicando o número da figura por 2 e mais um.</p> <p><math>n \times 2 + 1</math></p>   |

### CAPÍTULO 3

## DESENVOLVIMENTO DA VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A DISCUSSÃO COLETIVA ASSENTE EM DIFERENTES MÍDIAS

---

Renata Viviane Raffa Rodrigues

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Hélia Margarida Oliveira

**Resumo:** A prática de discussões matemáticas com a turma revela-se produtiva às aprendizagens dos alunos, mas também desafiadora e pouco acessível aos professores em formação. No contexto de exploração de um caso multimídia em uma disciplina de formação inicial de professores de Matemática, o presente estudo qualitativo tem como objetivo compreender de que forma a visão profissional de futuros professores (FP) sobre a discussão coletiva no Ensino Exploratório pode ser desenvolvida, a partir da análise de mídias de diferentes formatos e conteúdos incidindo sobre a prática de uma professora experiente a respeito da antecipação e da concretização dessa fase da aula. A análise dos dados incide sobre as respostas escritas por pequenos grupos de FP às questões referentes a uma: i) primeira etapa de exploração do caso, composta pelo plano da aula e pelo áudio das intenções da professora que retratam a antecipação que ela faz da discussão coletiva; e a uma ii) segunda etapa, que se centrou em dois episódios de vídeo extraídos do decorrer dessa fase da aula. De modo integrado, os resultados apresentam dois processos da visão profissional dos FP – os aspectos percebidos e a natureza dos raciocínios sobre eles em ambas as etapas do caso. Eles evidenciam um processo de reformulação ou extensão das ideias dos FP sobre as ações do professor, a aprendizagem dos alunos e a dinâmica das interações na discussão coletiva no Ensino Exploratório, condizentes às abordagens de *inquiry* e à perspectiva dialógica. Ancorados nessas ideias, os raciocínios dos FP, na primeira etapa de exploração do caso, caracterizam-se como mais descritivos, porém, com as análises dos vídeos, avançam para explicações mais detalhadas e fundamentadas, bem como para algumas previsões. Além disso, há um aumento na ocorrência da percepção de aspectos significativos à discussão coletiva pelos grupos de FP. Em síntese, essas mudanças mostram o desenvolvimento da visão profissional dos FP ao longo da exploração, de uma etapa para outra, assim como de um episódio de vídeo para outro do caso multimídia. Entretanto, com algumas diferenças sobre os aspectos percebidos e a natureza dos raciocínios entre os grupos investigados. Das mídias analisadas, aquelas presentes na primeira etapa, além de apoiarem a aprendizagem profissional dos FP quanto ao papel do professor na antecipação da discussão coletiva, também se apresentam como suportes à atenção seletiva dos FP no processo de reconhecer aspectos relevantes representados nos episódios de vídeo. Contemplados na segunda etapa os vídeos e suas potencialidades digitais, por sua vez, revelam-se facilitadoras ao processo de atribuir significados às interações entre professor e alunos e entre os alunos na dinâmica da discussão coletiva na dimensão dialógica. As questões que orientaram a exploração dessas mídias, destacam-se como outro elemento especialmente relevante no desenvolvimento da visão profissional dos FP.

**Palavras-Chave:** Visão profissional de Futuros Professores de Matemática; Caso Multimídia; Discussão coletiva da tarefa; Ensino Exploratório.

## **DEVELOPMENT OF PRESERVICE MATHEMATICS TEACHERS' VISION PROFESSIONAL ON THE WHOLE-CLASS DISCUSSION BASED ON DIFFERENT MEDIA**

**Abstract:** *The practice of mathematical whole-class discussions proves productive to students' learning, but also challenging and not very accessible to teachers in education. In the context of exploring a multimedia case in an course in Preservice Mathematics Teacher Educacion, the present qualitative study aims to understand how the preservice teachers (PST)' vision professional about the collective discussion in the Exploratory Teaching can be developed, From the analysis of media of different formats and contents focusing on the practice of an experienced teacher regarding the anticipation and the concretization of this phase of the lesson. The analysis of the data focuses on the written answers by small groups of PST to the questions concerning a: i) first stage of exploration of the case, composed by the lesson plan and the audio of the teacher's intentions that portray the anticipation that she makes of the Discussion Collective; And to a second stage, which focused on two episodes of video extracted from this phase of the class. In an integrated way, the results present two processes of the (PST)' vision professional - the perceived aspects and the nature of the reasonings about them in both stages of the case. They evidence a process of reformulation or extension of the ideas of the PST on the actions of the teacher, the students' learning and the dynamics of the interactions in the collective discussion in the Exploratory Teaching, appropriate to the approaches of inquiry and the dialogic perspective. Anchored in these ideas, the reasoning of the PST, in the first stage of exploration of the case, is characterized as more descriptive, however, with the analysis of the videos, advance to more detailed and substantiated explanations, as well as some predictions. In addition, there is an increase in the occurrence of the perception of significant aspects to the collective discussion by the PST groups. In summary, these changes show the development of the (PST)' vision professional throughout the exploration, from one stage to another, as well as from one video episode to another from the multimedia case. However, with some differences on the perceived aspects and the nature of the reasoning between the groups investigated. Of the analyzed media, those present in the first stage, besides supporting the professional learning of the PST in relation to the role of the teacher in the anticipation of the collective discussion, also present themselves as support to the selective attention of the PST in the process of recognizing relevant aspects represented in the video episodes. Contemplated in the second stage, the videos and their digital potentialities, in turn, prove to be facilitators in the process of assigning meaning to the interactions between teacher and students and among students in the dynamics of collective discussion in the dialogical dimension. The issues that guided the exploitation of these media stand out as another especially relevant element in the development of the (PST)' vision professional.*

**Keywords:** *Preservice Mathematics Teachers' Professional Vision; Case Multimedia; Whole-class Discussion; Exploratory Teaching.*

## **INTRODUÇÃO**

No âmbito internacional, a visão profissional de professores tem sido considerada como um elemento-chave na aprendizagem de futuros professores (FP)<sup>59</sup>, uma vez que se constitui por componentes essenciais à tomada de decisões na prática de sua futura profissão, tais como perceber aspectos relevantes do ensino e da aprendizagem observados em situações de sala de aula e raciocinar sobre eles (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN, 2007; SEIDEL; STÜRMER, 2014). Nessa direção, principalmente o vídeo tem sido enfatizado como uma mídia importante no suporte à aprendizagem profissional de FP (SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; SANTAGATA; GUARINO, 2011; BLOMBERG et al., 2013; SCHÄFER; SEIDEL, 2015).

Além da utilização do vídeo, no âmbito deste trabalho buscamos oferecer condições ao desenvolvimento da visão profissional de FP a partir da exploração de diferentes mídias relativas à prática do professor. De modo particular, essas mídias retratam a antecipação e a concretização da discussão coletiva de alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental, intencionalmente pautada na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática.

Essa perspectiva de ensino é considerada inovadora por se contrapor substancialmente ao ensino centrado na figura do professor como transmissor de definições, métodos e regras matemáticas e dos alunos, receptores dessas informações (PONTE, 2005). Habitualmente, no Ensino Exploratório a aula segue, sucessivamente, quatro fases<sup>60</sup>. Influenciada pelo *Inquiry*<sup>61</sup> *based teaching*, nessa perspectiva de ensino os alunos são convidados a engajar-se, a comunicar, a questionar, a refletir, a colaborar no desenvolvimento e a discutir tarefas matemáticas desafiantes a sua aprendizagem (CHAPMAN; HEATER, 2010; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). A mobilização e suporte desses processos é uma prática fundamental à discussão coletiva, tornando essa fase da aula exigente para o professor (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Desse modo, acessá-la ou experimentá-la pode constituir-se algo complexo para os professores e futuros professores (PONTE, 2005; CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Ball e Cohen (1999) sugerem que há diversas oportunidades de aprender sobre práticas inovadoras de ensino de Matemática, as quais não envolvem necessariamente a presença do professor na sala de aula. Contextos alternativos também podem ser criados e implementados

---

<sup>59</sup> A partir daqui a sigla FP será utilizada como abreviatura para os termos: futuros professores.

<sup>60</sup> Com base em Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e a partir de algumas adequações de acordo com as especificidades do contexto brasileiro, as quatro fases do Ensino Exploratório são denominadas: (1) Proposição e apresentação da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão coletiva da tarefa; e (4) Sistematização.

<sup>61</sup> Na literatura, não é consensual a tradução de *inquiry*. As traduções encontradas usam os termos inquirição ou investigação. Ao longo do texto preferimos manter o termo *inquiry* no original, uma vez que consideramos que seu significado muitas vezes não corresponde às variações na leitura, que é feita dos termos inquirição ou investigação no Brasil.

por meio da utilização de “cópias do trabalho dos alunos, vídeos de sala de aula, materiais curriculares e notas do professor” (BALL; COHEN, 1999, p. 14).

Nessa direção, no Brasil, o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem<sup>62</sup>, nos últimos anos, trabalha na construção de um recurso multimídia<sup>63</sup>. Os materiais que o compõem não se limitam aos vídeos ou a qualquer recorte de vídeo da aula. Esses recursos retratam segmentos relevantes da aula do ponto de vista do Ensino Exploratório. Além disso, outras mídias ajudam a compor cada um dos casos, tais como os planos de aula, as tarefas matemáticas, os registros das resoluções dos alunos, recortes de entrevistas sobre as intenções dos professores antes da aula e sobre suas reflexões após a aula (CYRINO, 2016). Portanto, os casos multimídia apresentam, tanto características particulares dos componentes, que o integram, quanto do modo, como estão organizados com a intencionalidade formativa de oferecer uma perspectiva global e articulada da atividade profissional dos professores no contexto do Ensino Exploratório (OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014).

No contexto de exploração de um caso multimídia em uma disciplina de formação inicial de professores de Matemática, nosso estudo consiste em compreender de que forma a visão profissional de FP sobre a fase de discussão coletiva no Ensino Exploratório pode ser desenvolvida a partir da análise de mídias de diferentes formatos e conteúdos, com base na prática de uma professora experiente a respeito da antecipação e da concretização dessa fase da aula.

Com esse objetivo em vista, concentramo-nos, principalmente, nas seguintes questões de investigação: *i)* Que aspectos da *discussão coletiva* no Ensino Exploratório chamam a atenção dos FP e qual a natureza do seu raciocínio sobre esses pontos de enfoque ao explorarem mídias inerentes à antecipação da aula e a sua concretização pela professora? *ii)* Que relações podem ser identificadas nas diferentes etapas de exploração (antecipação e concretização da aula) de um caso multimídia quanto ao desenvolvimento da visão profissional dos FP sobre a *discussão coletiva* no Ensino Exploratório? *iii)* Que elementos do contexto podem ter contribuído para o desenvolvimento da visão profissional dos FP?

Nas próximas seções, apresentamos a perspectiva de desenvolvimento da visão profissional do professor em relação à exploração de casos multimídia e os principais aspectos

---

<sup>62</sup> Acessível em <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/>.

<sup>63</sup> O recurso multimídia é composto por quatro casos multimídia, em que cada caso decorre em contextos escolares e aulas de Matemática distintas, porém com base na perspectiva do Ensino Exploratório. Disponível em <http://rmfp.uel.br>.

da discussão coletiva no Ensino Exploratório de Matemática com base nas abordagens de *inquiry* e na dimensão dialógica que alicerçam o presente estudo. Em seguida, descrevemos o contexto e o encaminhamento metodológico desta pesquisa, os resultados seguidos de uma síntese e discussão, finalizando com as conclusões e algumas considerações.

## CASOS MULTIMÍDIA E A VISÃO PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES

A partir de uma abordagem que integra teoria e prática, a utilização de casos na formação de professores apresenta várias intencionalidades, dentre outras, inclui-se “estudar a interação aluno-aluno e professor-aluno” (McGRAW et al., 2007, p. 96). Com o avanço da tecnologia multimídia, os casos, antes apresentados somente no formato de textos, também têm sido produzidos com componentes de vídeo, áudio e de interatividade (McGRAW et al., 2007).

Com base em “uma estrutura narrativa, propondo-se uma análise que acompanha o desenrolar da ‘história da aula’, incluindo a sua preparação, condução e reflexão” (OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014, p. 435), os casos multimídia oferecem oportunidades de envolver professores em formação em análises aprofundadas, permitindo múltiplas leituras e interpretações da prática de sua profissão (McGRAW et al., 2007; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Devido à representação da complexidade de interações de sala de aula e às suas possibilidades digitais, o vídeo destaca-se como um recurso especialmente relevante nesse processo (OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014).

Para evidenciar a aprendizagem de professores, a partir da análise de vídeos de sala de aula, Sherin e van Es (2009) sugerem a compreensão do desenvolvimento de sua visão profissional como uma lente produtiva. De modo mais amplo, define-se visão profissional como “formas socialmente organizadas de ver e compreender os eventos que são responsáveis perante os interesses distintos de um determinado grupo social” (GOODWIN, 1994, p. 606). Nesse sentido, em um contexto específico de formação inicial de professores, consideramos que esse conceito também pode sustentar a análise de dados emergentes da exploração de outras mídias para além do vídeo, intencionalmente contempladas de modo organizado em um caso multimídia.

No campo da formação de professores, van Es e Sherin (2002) descrevem que a visão profissional do professor significa a capacidade de identificar e interpretar aspectos relevantes de situações de sala de aula. Esses processos envolvem (re)conhecer o que é importante no evento de sala de aula e (re)construir significados sobre o que está acontecendo, por meio do que se torna alvo da atenção e de processos de raciocínio sobre os aspectos destacados com

base no seu conhecimento ou na sua compreensão da situação analisada (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN, 2007; SHERIN; VAN ES, 2009).

Sherin (2007) descreve a *atenção seletiva* e o *raciocínio baseado no conhecimento* como dois subprocessos da visão profissional do professor. A *atenção seletiva* destaca o(s) aspecto(s), em meio à complexidade da sala de aula, para os quais o professor decide/escolhe orientar sua atenção. Por exemplo, diante das várias ideias explicitadas pelos alunos, com base nos seus propósitos para aula, ele (re)conhece aquelas que são ou podem ser importantes. O *raciocínio baseado no conhecimento* representa o modo pelo qual o professor atribui sentidos ao episódio observado com base no que se sabe dele. Por exemplo, baseando-se no seu conhecimento sobre o assunto, currículo, ou comentários prévios dos alunos, o professor compreende ou tira conclusões sobre um evento específico (SHERIN; VAN ES, 2009).

Esses funcionam como dois componentes principais no processo *perceptivo* e *interpretativo* (VAN ES; SHERIN, 2002; SHERIN; VAN ES, 2009) que, portanto, não se desenvolvem separadamente. Eles se (inter)relacionam de maneira dinâmica, visto que “por um lado, o que se sobressai para um professor certamente vai influenciar o raciocínio desenvolvido. Mas, junto a isso, expectativas e conhecimentos dos professores também direcionam o que um professor percebe” (SHERIN, 2007, p. 385).

Sherin e van Es (2009) estudaram o desenvolvimento da visão profissional de professores e sua participação em videoclubes. Nessa pesquisa foram identificados padrões no modo como os docentes raciocinam sobre o pensamento matemático dos alunos e que podem ser descritos por três estratégias distintas: “(a) rerepresentar as ideias dos alunos (citar o que eles dizem); (b) analisar o significado das ideias dos alunos, e (c) transversalmente sintetizar/generalizar as ideias de vários alunos” (SHERIN; VAN ES, 2009, p. 24).

Essas estratégias foram desenvolvidas e originaram mudanças na visão profissional dos professores investigados. A partir de discussões, eles, inicialmente, revelaram focar-se restritamente nas ações do professor, ao longo do tempo, passaram a centrar a sua atenção na aprendizagem dos alunos, a detalhar melhor o seu pensamento matemático, a sugerir variadas interpretações sobre as ideias dos alunos (SHERIN; VAN ES, 2009).

A partir dos resultados das investigações qualitativas concernentes às formas como os professores raciocinam sobre os eventos destacados nos vídeos com base no que sabem sobre aspectos significativos de ensino, Seidel e Stürmer (2014) destacam a *descrição*, a *explicação* e a *previsão* como três aspectos inter-relacionados (SCHÄFER; SEIDEL, 2015), mas caracterizados como distintas formas de raciocínio. Assim, em um estudo de larga escala com FP, Seidel e Stürmer (2014) empiricamente discriminam essas três capacidades de raciocínio.

A *descrição* representa a capacidade de distinguir e de relatar com precisão os aspectos relevantes dos componentes de ensino e de aprendizagem focalizados. Ela se mostrou um suporte importante à explicação ou previsão. A *explicação* refere-se à capacidade de mobilizar o que se sabe para raciocinar sobre eventos da sala de aula, vinculando os aspectos descritos a seus fundamentos. A *previsão* diz respeito à capacidade de, a partir do que foi observado na situação, fazer inferências sobre a aprendizagem dos alunos, prever/sugerir consequências das estratégias de ensino ou resultados de aprendizagem. Esse processo mostrou a necessidade de relacionar aspectos percebidos a elementos mais amplos ou consistentes do ensino e da aprendizagem. Devido as suas exigências, as pesquisas apontam que as explicações e as previsões são menos conseguidas por futuros professores do que por professores experientes (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015).

Neste estudo, os componentes da visão profissional do professor: atenção seletiva e raciocínio baseado no conhecimento, e os aspectos que auxiliam na caracterização da natureza do raciocínio do (futuro) professor: descrição, explicação e previsão, funcionam como lentes para compreender o desenvolvimento da visão profissional de FP de Matemática sobre a discussão coletiva no Ensino Exploratório. Desse modo, a seguir também nos aprofundamos em aspectos dessa fase da aula, a partir de alguns princípios que a ancoram presentes nas abordagens de *inquiry* e perspectiva dialógica.

## **DISCUSSÃO COLETIVA NO ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA DIMENSÃO DIALÓGICA**

Ao esclarecer a constituição do termo “dialógico”, Wegerif (2010) descreve que ele significa literalmente “raciocinar através da diferença” (WEGERIF, 2010, p. 25). Assim, na perspectiva dialógica, Alexander (2010, p. 3) descreve a “discussão” (*discussion*) como a “troca aberta de opiniões e de informações, a fim de explorar questões, analisar ideias, e resolver os problemas”.

Em uma discussão orientada pela perspectiva dialógica, os alunos são convidados a explicitarem experiências e significados que lhes são próprios, mas que também considerem os outros, assim como, de modo recíproco, espera-se engajamento, colaboração, compreensão e exploração dos diferentes pontos de vista compartilhados (WELLS, 2004; WOLFE; ALEXANDER, 2008; WEGERIF, 2010). Sem deixar de lado suas referências, os alunos podem concordar ou discordar, mas, sobretudo, tecer linhas coerentes de *inquiry*, ao mesmo tempo em

que desafiam e aprofundam seus próprios entendimentos (WELLS, 2004; WOLFE; ALEXANDER, 2008; WEGERIF, 2010).

No âmbito do ensino de Matemática com base no *inquiry*, a discussão coletiva também tem como ponto de partida a atividade do aluno e centra-se na sua participação interativa. Com esses pressupostos e devido aos desafios que isso envolve, Stein (et al., 2008) propõem práticas do professor<sup>64</sup> para a sua antecipação e concretização.

*Antecipar* refere-se a selecionar ou elaborar tarefas desafiantes à aprendizagem dos alunos; preestabelecer os objetivos da aula, a gestão do tempo e das interações; resolver a tarefa identificando possíveis resoluções, dificuldades ou erros dos alunos; ter clareza das intencionalidades da discussão coletiva; antever critérios para seleção e sequenciamento das resoluções; predefinir a organização das apresentações, as formas de promover a participação dos alunos e o reconhecimento das relações entre as estratégias, em direção à sintetização dos principais aspectos matemáticos intencionados para a aula. A prática de *monitorar* consiste nas ações do professor de apoiar o desenvolvimento da tarefa e, ao mesmo tempo, manter a autonomia dos alunos sobre suas resoluções. Essas práticas anteriores auxiliam o professor a *selecionar e sequenciar* as resoluções específicas dos alunos que serão compartilhadas com a turma, uma vez que consideram suas observações sobre as produções dos alunos e suas intenções iniciais para com a discussão coletiva da tarefa e os objetivos da aula (STEIN et al., 2008; CANAVARRO, 2011).

Segundo Stein et al. (2008) essa *seleção* precisa considerar as resoluções que apresentam aspectos diversificados entre si, relevantes e basilares à aprendizagem dos alunos. Do mesmo modo, as possibilidades de começar as apresentações pelas resoluções que foram desenvolvidas pela maioria dos grupos, mesmo que contenham algum erro/equívoco (desde que não se perca de vista a sua superação em conjunto), ou partindo das estratégias/representações mais simples em termos matemáticos e prosseguindo para aquelas cada vez mais complexas, podem ser formas de *sequenciar* as resoluções especialmente produtivas à aprendizagem dos alunos e à dinâmica da discussão coletiva (STEIN, et al., 2008). É pertinente salientar que, a escolha de uma resolução que apresenta algum tipo de erro, por outro lado, exige cuidados especiais para não causar constrangimentos aos alunos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016) ou prejudicar sua autoridade matemática em sala de aula (STEIN et al., 2008).

A quinta prática, *estabelecer conexões entre as resoluções*, tem a intenção de romper com a partilha de ideias desarticuladas, “o objetivo é que as apresentações dos alunos tenham

---

<sup>64</sup> Antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões entre as respostas dos alunos (STEIN et al., 2008).

vido construídas com base uma nas outras para desenvolver poderosas ideias matemáticas” (STEIN et al., 2008, p. 332). Para tanto, espera-se que o professor solicite a comparação entre elas, chamando atenção para suas semelhanças e diferenças, bem como para o potencial e limites de cada uma, inserindo novos questionamentos à tarefa ou propondo a sua análise de diferentes situações.

A implementação de práticas exigentes como essas implicam desafios ao professor. Stein et al. (2008) salientam que *engajar* e promover a *participação* dos alunos em discussões matemáticas torna-se desafiador, associando esses aspectos ao desenvolvimento da *autoridade matemática dos alunos* e de sua *responsabilidade* com a sua aprendizagem e dos demais colegas. Nesse sentido, esses desafios podem ser superados quando os alunos “são publicamente creditados como ‘autores’ de suas ideias” (STEIN et al., 2008, p. 332), a partir da análise e do reconhecimento dessas estratégias como válidas nos pequenos grupos e com a turma toda.

Essas práticas do professor pautadas nas abordagens de *inquiry* visando à aprendizagem dos alunos em uma perspectiva dialógica influencia a natureza da conversação no Ensino Exploratório no interior dos pequenos grupos ou com toda a turma e destacando-se como uma de suas marcas distintas (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Nessa direção, com base nas práticas de professores de Matemática experientes com o Ensino Exploratório, algumas pesquisas evidenciam as intenções (em itálico) e as ações do professor nessa perspectiva. No Quadro 8, a seguir, apresenta-se uma recorte específico centrado na fase de discussão coletiva, extraída de um quadro mais amplo.

Quadro 8 – Fase de discussão no Ensino Exploratório de Matemática

| Promoção da aprendizagem matemática   | Gestão dos alunos e da turma   |
|---|--|
| <p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?)</li> <li>— Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas</li> <li>— Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras)</li> </ul> <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> | <p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos</li> <li>— Providenciar a reorganização dos lugares/espço para a discussão</li> <li>— Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados</li> </ul> <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Definir a ordem das apresentações</li> </ul> |

|  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>— Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas</li> <li>— Incentivar a resposta às questões colocadas</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Promover e gerir as participações dos alunos na discussão</li> </ul> |
|--|---|

Fonte: Canavarro, Oliveira e Menezes (2014, p. 229)

Nesse quadro, se sobressaem a participação mais explícita e colaboração dos alunos, nas quais eles precisam estar concentrados e engajados tanto para oferecer explicações coerentes e compreensíveis de suas resoluções quanto para explorá-las, reelaborando experiências e significados, (re)construindo, propondo ou testando ideias, comunicando e articulando-as, a partir de atitudes inquiridoras, reflexivas e responsivas, com respeito e responsabilidade relativamente à sua aprendizagem e de seus pares (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Esses elementos são considerados fundamentais nas aprendizagens dos alunos segundo a perspectiva dialógica. Wells (2004) explica que os incentivos e suportes do professor não são desenvolvidos somente com a intenção de que os alunos expressem suas opiniões pessoais, mas que as comentem e questionem as dos outros, uma vez que a construção conjunta de conhecimento significa um processo que pode contribuir para o progresso da compreensão individual e coletiva dos alunos.

O que está em jogo não é a precisão ou validade das ideias por si só, mas como elas são (des)encadeadas e feitas de alavanca à extensão ou ao aprimoramento de seu pensamento e do outro (WOLFE; ALEXANDER, 2008). Nesse sentido, as discussões e reflexões coletivas em sala de aula precisam ser sustentadas pela gestão dos objetivos de aprendizagem e das relações interpessoais (WELLS, 2004).

Tal como caracterizadas por Canavarro, Oliveira e Menezes (2014), as atividades do professor elaboram-se tendo em vista duas intencionalidades mais abrangentes e indissociáveis: a promoção da aprendizagem matemática e a gestão dos alunos e da turma. Em uma dimensão dialógica, essas atividades ecoam na sustentação de uma dinâmica de “conversação e de ação que fornece uma plataforma para o desenvolvimento de conhecimento comum” (WOLFE; ALEXANDER, 2008, p. 10), vinculada ao encorajamento e às condições de participação dos alunos, com suas próprias explicações e dúvidas “sem medo de passar vergonha sobre respostas ‘erradas’ e ajudar uns aos outros a alcançarem entendimentos comuns” (WOLFE; ALEXANDER, 2008, p. 8).

Dessa forma, esse conjunto de aspectos da discussão coletiva no Ensino Exploratório, considerados também do ponto de vista do *inquiry* dialógico, podem contribuir para a compreensão mais aprofundada da aprendizagem dos alunos nessa fase da aula, lançando luz às estratégias de ensino e suas intenções colocadas em prática pelo professor. Nessa linha, entendemos que ele poderá sustentar de modo consistente o processo de análise das percepções dos FP.

#### ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO E CONTEXTO DA PESQUISA

Essa pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), de caráter qualitativo foi desenvolvida com 15 FP<sup>65</sup> que tiveram frequência regular em uma disciplina sobre prática de ensino de Matemática no Ensino Fundamental de um curso de Licenciatura em Matemática, no Estado do Mato Grosso do Sul, Brasil, com a primeira autora como docente responsável. A intervenção fundamentou-se na exploração do caso multimídia “Os colares”, o qual compõe um recurso multimídia juntamente com outros três casos que retratam aulas da Educação Básica, em escolas públicas, com foco em diferentes conteúdos matemáticos e centradas na perspectiva de Ensino Exploratório (CYRINO, 2016).

Em uma plataforma *online*<sup>66</sup>, assim como os demais, o caso “Os colares” reúne diferentes mídias que procuram evidenciar etapas da atividade profissional de uma professora experiente com o Ensino Exploratório. A aula que constitui esse caso decorreu em um 6º ano do Ensino Fundamental, partindo da exploração da tarefa “Os colares” (FIGURA 7) visando ao desenvolvimento de aspectos do pensamento algébrico dos alunos, nomeadamente: i) o reconhecimento da regularidade na sequência; ii) a determinação de vários termos da sequência; iii) a identificação das variáveis: número do colar e número total de contas; iv) a identificação da relação entre as variáveis: o número de contas é o dobro da posição da figura mais um; e v) a expressão em linguagem natural e/ou em linguagem simbólica da generalização das relações encontradas pelos alunos.

---

<sup>65</sup> Indicados pelos nomes fictícios: João, Túlio, Isac, Fred, Alex, Lara, Toni, Ari, Nina, Caio, Diana, Davi, Joel, Tainá e Íris.

<sup>66</sup> Disponível em <http://rmfp.uel.br>.

Figura 7 – Tarefa “Os Colares”<sup>67</sup> na etapa Antes da aula

**Caso Multimídia 1: "Os Colares"**

Introdução do Caso Multimídia | **Antes da aula** | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

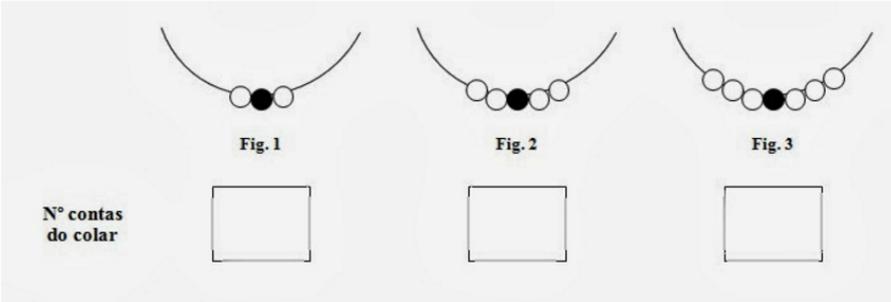
**A tarefa**

Planejamento da aula

Quadro síntese

**Tarefa – Os colares**

A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.



**Nº contas do colar**

Fig. 1      Fig. 2      Fig. 3

1. Indique acima o número **total** de contas de cada figura.
2. Continuando esta sequência de colares, quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura seguinte?
3. E quantas contas teria o colar correspondente a figura 8?
4. Descubra quantas contas teria, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.
5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 contas? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.
6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

Fonte: [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br)

A navegação pelo caso é orientada de modo a se aproximar do desenrolar da prática do professor de preparar, implementar e refletir sobre a aula ao/no desenvolvimento de ações futuras (CYRINO, 2016). Como podem ser observadas na parte superior da figura 7, as etapas de exploração denominam-se: *Antes da aula*; *A aula*; *Reflexão após a aula*; e *Colocar em prática*. De acordo com os objetivos da disciplina cursada<sup>68</sup>, os FP exploraram essas etapas do caso em 11 encontros, duas vezes por semana, com duração de 3 horas e 20 minutos semanais. De modo geral, as seis duplas e um trio, primeiro dedicaram-se a responder as questões problematizadoras apresentadas no recurso. Depois, com a turma toda, realizaram discussões

<sup>67</sup> Adaptado de: PEDRO, I. J. C. R. Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

<sup>68</sup> A disciplina apresentava como objetivos oferecer oportunidades aos FP de compreender: i) processos de ensino e de aprendizagem de Matemática; ii) a comunicação na aula de Matemática; e iii) o planeamento curricular e da aula no Ensino Fundamental (EF).

com apoio da formadora sobre os aspectos que lhes chamaram atenção na(s) mídia(s) analisada(s).

Embora não seja foco desse estudo, cabe salientar que previamente a exploração do caso, quatro textos (PONTE, 2005; MATOS; PONTE, 2008; STEIN; SMITH, 2009; MENEZES et al., 2014) foram discutidos coletivamente com os FP. Em pequenos grupos, os FP também resolveram e analisaram aspectos matemáticos e didáticos da tarefa “Os colares”. Antes de assistirem aos vídeos da fase de discussão, os FP analisaram as resoluções dos alunos e responderam questões<sup>69</sup> em torno delas (CAPÍTULO 2). Posteriormente, foram realizadas várias discussões conjuntas, das quais destacamos as ocorridas após as análises: das mídias da etapa *Antes da aula*; das resoluções dos alunos tendo em vista à discussão coletiva (CAPÍTULO 2); do episódio 7; e do episódio 8 (QUADRO 9).

Os dados analisados nesse estudo incidem especificamente sobre as respostas escritas dos FP às questões presentes no multimídia referentes às mídias da fase de discussão coletiva da tarefa conforme apresentado a seguir no quadro 9.

Quadro 9 – Mídias do caso “os colares” da fase “discussão coletiva da tarefa” exploradas pelos FP

| Etapa<br><i>Antes da aula</i> | Plano de aula  | Áudio da entrevista da professora (4min33s)   |
|-------------------------------|--|---|
| <b>Descrição geral</b>        | <p>A discussão terá como foco não somente a expressão da regra, mas também <b>a forma como os alunos a descobriram</b>. Para as apresentações, <b>escolheremos</b> primeiro aquelas sobre as quais os alunos raciocinaram por <b>recorrência</b> e/ou que tenham utilizado uma <b>tabela</b>. Em seguida resoluções que utilizaram <b>a regra em linguagem natural</b> e por último as que utilizaram <b>a linguagem simbólica</b> para representar a regra.</p> <p>Após este momento a professora irá fazer a <b>sistematização, comparando as respostas</b> dos alunos para que eles percebam que <b>recorrer à figura anterior</b> ou utilizar uma tabela para resolver a tarefa pode <b>em algumas situações não ser viável</b>, daí a importância da fórmula, da regra.</p> <p>Durante as apresentações a professora deverá <b>promover a participação</b> dos grupos <b>nas discussões; incentivar</b> os alunos a <b>reconhecerem as diferentes estratégias/procedimentos que resolvem a tarefa; relacionar as ideias</b> presentes nas</p> | <p>Pedir para os alunos <b>explicarem como pensaram</b>. <b>Selecionar diferentes maneiras</b> de resolver a tarefa.</p> <p>Aos poucos, habituar os alunos <b>a perderem a vergonha</b> de ir à frente <b>explicar</b> sua resolução. Às vezes, com <b>a fala do colega</b>, os alunos podem perceber <b>aspectos importantes da tarefa</b>.</p> <p>Atingir aqueles <b>alunos que ainda não conseguiram enxergar</b> o que acontece na tarefa <b>ou aqueles que não estão firmes no seu raciocínio</b>. <b>Chamar a atenção</b> dos alunos para os <b>aspectos das resoluções</b> que podem <b>ajudar na sua compreensão</b>.</p> <p><b>Articular a discussão</b> de modo que os alunos consigam <b>chegar a uma generalização</b> ou <b>sistematizar a regra</b>.</p> <p>Pedir para <b>compararem as diferentes representações e estratégias</b>, analisando-as a partir de <b>diferentes situações</b>.</p> |

<sup>69</sup> As questões que orientaram a exploração das produções escritas dos alunos foram as seguintes: **a)** Quais produções você selecionaria para discussão coletiva e em que sequência elas seriam apresentadas? **b)** Explique os critérios utilizados para esta seleção e este sequenciamento.

|                                   |  |   |
|-----------------------------------|--|---|
|                                   | estratégias dos alunos com as representações matemáticas formalizadas e promover o reconhecimento da <b>importância das regras ou generalizações</b> .   |   |
| <b>Questões problematizadoras</b> | <b>a)</b> Tendo em conta as declarações da professora e o plano de aula:<br><b>i)</b> Que cuidados a professora revela em relação à condução dessa fase da aula?<br><b>ii)</b> Qual a sua importância?   |   |
| <b>Etapa A aula</b>               | <b>Episódio 7 (5min13s)</b>  | <b>Episódio 8 (5min34s)</b>   |
| <b>Descrição geral</b>            | <p>A professora faz a leitura das duas primeiras questões da tarefa e oralmente solicita as suas respostas grupo a grupo. Para a discussão das resoluções da <b>questão 3 da tarefa</b> a professora convida representantes de <b>quatro grupos para apresentarem</b>. Após a apresentação inicial dos alunos a <b>professora</b> lhes faz questões <b>pedindo justificativas</b> às suas estratégias. Assim, o <b>primeiro</b> aluno apresenta que seu grupo chegou a resposta 17 porque viu que a figura 3 tinha 7 contas então foram aumentando de dois em dois até chegar na figura 8. O <b>segundo</b> apresenta que realizou as operações “<math>8+8=16</math>, <math>16+1=17</math>”, explicando que esse “um” é da bolinha preta. O <b>terceiro</b> expõe que “oito de cada lado com a bolinha preta dava 17”, explicando que o número da figura é o mesmo número de contas brancas de cada lado do colar com a bolinha preta no meio. O <b>quarto</b> aluno registra na lousa e explana a ideia de que “se cada lado tem 8 contas brancas, o resultado é 16, mais a conta preta, é igual a 17”.</p> | <p>Para a discussão das resoluções da <b>questão 4 da tarefa</b>, a professora convida representantes de quatro grupos para apresentarem. O <b>primeiro</b> aluno refere que, partindo do total de contas da figura 8 (questão anterior) somou de 2 em 2 até que chegar na figura 19 e isso foi realizado com a construção de uma tabela. O <b>segundo</b> afirma que fizeram “<math>2 \times 19</math>, <math>38+1=39</math>”. O <b>terceiro</b> apresenta que fizeram “<math>19+19=38</math>, depois <math>38+1=39</math>”, explicando o significado de cada componente: 19 é o número (posição) da figura e também o nº de contas brancas de cada lado do colar e que o “+1” é a adição da conta preta. Focando-se nas duas resoluções anteriores, a professora questiona a turma sobre <b>o que há de parecido e o que há de diferente</b> entre elas. Após a turma oferecer algumas respostas, o representante do <b>quarto grupo</b> apresenta sua resolução em linguagem natural “pegamos dezenove de cada lado e nós somamos e deu trinta e oito. Depois somamos a bolinha preta, colocando o mais um e deu trinta e nove”.</p> |
| <b>Questões problematizadoras</b> | <b>a)</b> Como a professora organiza essa fase da aula? E como essa organização pode contribuir para a aprendizagem dos alunos?<br><b>b)</b> Que ações a professora desenvolve para sustentar a dinâmica de apresentação dos alunos? Quais podem ser suas intenções?   | <b>a)</b> Que ações a professora desenvolve para promover o estabelecimento de conexões entre as diferentes estratégias dos alunos?<br><b>b)</b> Como a dinâmica de discussão nesse episódio pode colaborar para a aprendizagem dos alunos?<br><b>c)</b> Que desafios se colocam à professora nessa fase da aula?   |

**Fonte:** Os autores<sup>70</sup>.

Por conseguinte, selecionamos as respostas escritas dos FP da análise que estes fizeram da antecipação da aula pela professora, com base no recorte do áudio da entrevista realizada antes da aula com a professora sobre as suas intenções para com a discussão coletiva da tarefa e no plano de aula com foco na seção referente a tal fase, com ambas as mídias localizadas na etapa *Antes da aula* (exploradas em 24/09/14). Do mesmo modo, analisamos as respostas dos FP referentes às questões sobre dois segmentos curtos de vídeos, episódio 7 (explorado em 13/10/14) e episódio 8 (explorado em 20/10/14), considerados na Etapa *A aula*.

### **PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS**

Tendo em conta as questões do presente estudo, para análise dos dados assumimos a perspectiva interpretativa (ERICKSON, 1986) e os procedimentos de codificação de dados pautados na Teoria Fundamentada (*Grounded Theory*) (CHARMAZ, 2009). Os dados foram codificados em termos dos aspectos da discussão coletiva percebidos pelos FP que emergiram dos dados e segundo as categorias *descrição, explicação e previsão*, pré-definidas com base na literatura sobre a *natureza dos raciocínios* sobre tais pontos de enfoque. Dessa forma, as análises começaram pelas respostas à exploração das mídias da etapa *Antes da aula* e depois se focaram nas respostas referentes às mídias de *A aula*.

Sherin e van ES (2009) assinalam que a atenção seletiva funciona como um indicador útil dos aspectos considerados relevantes no vídeo, porque evidencia as ideias que se tornaram foco principal dos professores no momento da análise, assim como o raciocínio baseado no conhecimento abrange os significados que são (re)construídos pelos professores sobre essas ideias. No âmbito do presente estudo, essas estratégias analíticas orientam as análises dos dados emergentes da exploração das mídias em seus diferentes formatos.

Inicialmente, decompomos as respostas grupo a grupo e questão a questão, criando indicadores iniciais para identificar os aspectos que foram significativos aos FP relativos à fase de discussão coletiva da tarefa e associando-os à natureza do raciocínio mobilizado por cada grupo sobre os mesmos. Depois, esses indicadores foram agrupados de acordo com suas semelhanças ou diferenças, resultando em sete aspectos. Então, retomamos esses aspectos e os

---

<sup>70</sup> Com base nas mídias do site do Projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”. (Acessível em <http://rmfp.uel.br>).

exemplificamos com os excertos dos dados mais representativos das diferentes formas de raciocinar sobre cada um deles. Em linhas gerais, a análise das respostas referentes aos episódios de vídeo da etapa *A aula* procedeu de modo similar, resultando também em sete aspectos.

Por meio de processos comparativos entre os resultados preliminares da etapa *Antes da aula* e da etapa *A aula*, nós observamos que, embora diferentes em termos da incidência de grupos que os notaram, bem como do modo de raciocinar sobre eles, os aspectos identificados na etapa *Antes da aula* foram os mesmos que encontramos na etapa *A aula*. Assim, apenas para fins analíticos, visto que conforme discutido na fundamentação teórica tais aspectos possuem inter-relações, eles foram organizados em quadros distintos.

## **APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Os resultados são apresentados em duas seções. A primeira é composta por sete quadros que procuram representar cada um dos aspectos da discussão coletiva percebidos pelos FP e as três diferentes formas de raciocinar sobre eles junto as suas evidências nos dados. Esses quadros foram organizados de modo a ressaltar a natureza (descrição, explicação e previsão) e o desenvolvimento dos raciocínios dos FP sobre o mesmo aspecto ao longo do processo de exploração das etapas *Antes da aula* e *A aula*. Com base nesses quadros, na segunda seção agrupamos os resultados relativos ao desenvolvimento da visão profissional dos FP e analisamos alguns dos fatores que podem ter influenciado na mobilização de seus subprocessos.

### **Aspectos percebidos pelos FP e a natureza de seus raciocínios nas etapas de antecipação e de concretização da fase de discussão coletiva**

Os sete quadros, que apresentamos a seguir são ilustrados com trechos das respostas dos FP (entre aspas) para evidenciar de modo mais singular a ideia expressa pelos grupos e a natureza do raciocínio sobre ela, em ambas as etapas. Tais evidências contêm a autoria, a mídia analisada (Ep.8 – Episódio 8, por exemplo) e questão geradora para exploração (por exemplo: Qc – Questão c). Além disso, duas colunas são utilizadas para indicar os grupos que manifestaram a mesma forma de raciocinar, ressaltada na linha em questão, sobre o aspecto descrito no quadro. Para abreviar a indicação dos sete grupos a partir dos nomes fictícios de seus membros, eles são apresentados a partir de siglas como segue: João e Túlio (G1), Isac e

Fred (G2), Alex e Lara (G3), Toni e Ari (G4), Davi e Joel (G5), Nina, Caio e Diana (G6) e Tainá e Íris (G7).

Considerando as duas etapas de exploração do caso, alguns aspectos foram percebidos por mais grupos de FP do que outros. Dessa forma, para apresentá-los estabelecemos uma ordem que parte dos aspectos mais percebidos pelos FP e segue para os menos percebidos.

No quadro 10, três grupos (duas descrições e uma explicação) em *Antes da aula* consideram as “explicações pelos alunos” significativas à fase de discussão. Na etapa *A aula* todos os grupos (três descrições, cinco explicações e três previsões) percebem a importância dessas explicações, interpretando as “questões e incentivos” da professora como um modo de promovê-las.

Quadro 10 – Questões e incentivos na promoção de explicações pelos alunos

| NR         | Antes da aula  |         | A aula  |                     |
|------------|--|---------|---|---------------------|
|            | Evidências   | FP      | Evidências  | FP                  |
| Descrição  | “[...] (a professora) irá pedir para que os alunos se dirijam ao quadro para apresentarem suas resoluções e explicarem o método pelo qual se obteve o resultado [...]” (G3, i de Qa) | G3 e G4 | “A professora fica questionando as resoluções apresentadas pelos alunos e pedindo para eles falarem bem alto para os demais alunos ouvirem [...]” (G1, Qb, Ep. 7); “[...] depois pede para eles explicarem como pensaram [...]” (G1, Qa, Ep. 8) | G1, G6 e G7         |
|            | “A professora pretende colocar alguns alunos dos grupos para apresentar e explicar suas resoluções [...]” (G4, i de Qa)  |         | “A professora quer saber qual foi o pensamento do aluno, como chegaram àquele resultado [...]” (G6, Qb, Ep. 7)  |                     |
|            |  |         | “A professora questiona os alunos em cima do que eles dizem, e assim vai fazendo mais questões [...]” (G7, Qb, Ep. 7)   |                     |
| Explicação | [...] nessa fase os alunos podem aprender a falar, a expor melhor sua forma de pensar para os outros (G5, ii de Qa)  | G5      | “[...] a professora pede para os alunos explicarem o como e o porquê daquela resposta [...], até que também fique claro para os alunos que não conseguiram encontrar a solução correta” (G3, Qb, Ep. 7)   | G2, G3, G4, G5 e G7 |
|            |  |         | “A professora tem que pensar nas perguntas que devem ser feitas de maneira clara e sem dar as respostas, fazendo com que os alunos pensem antes de falar [...]” (G7, Qc, Ep. 8)   |                     |
| Previsão   |  |         | “A professora tem o desafio de fazer com que os alunos apresentem suas resoluções para os seus colegas de forma organizada para que seus colegas entendam o raciocínio da resolução e o raciocínio do que pede a atividade” (G4, Qc, Ep. 8)     | G4, G5 e G6         |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  | <p>“[...] como sempre ela (a professora) vai questionando os alunos, de forma que eles falem com maior clareza possível, para que toda a sala compreenda a resolução dos colegas. Acredito que a principal intenção é obter clareza nas explicações deles, não para que só ela compreenda, mas para que os outros alunos também entendam o que os colegas fizeram [...]” (G5, Qb, Ep. 7)</p> |  |
|  |  | <p>“[...] é necessário desenvolver questionamentos para os alunos a fim de que, através da exposição deles, os colegas percebam o que fizeram de errado ou também consigam chegar a uma regra quando chegar na questão 6. Porque a regra da questão 6, vai sendo construída e pensada desde a questão 1 e 2, onde há o entendimento da tarefa” (G6, Qc, Ep. 8)</p>                           |  |

Fonte: os autores

Na etapa *Antes da Aula*, com descrições G3 e G4 destacam que a professora pretendia pedir aos alunos para, além de apresentarem as suas respostas, explicarem como chegaram até elas. Na etapa *A aula* essa ideia é expandida, visto que parecem ter compreendido que essas explicações precisam ser construídas pelos alunos de modo claro e organizado tendo em vista a compreensão de seus colegas, sobretudo dos que não conseguiram concluir a tarefa (WELLS, 2004; WEGERIF, 2010). Essa ideia também se apresenta, inicialmente, na explicação de G5 (em *Antes da aula*), sendo posteriormente aprimorada em uma previsão (em *A aula*). Nesse raciocínio, o papel da professora, de ressaltar que as explicações precisam ser elaboradas para apoiar a compreensão dos outros alunos e não a dela, é enfatizado por G5. A partir de uma descrição (em *A aula*), G1 também destaca que os discursos dos alunos devem ser direcionados para os seus colegas e não para a professora.

Com a atenção voltada para as questões/incentivos da professora para mobilizar explicações dos alunos, G6 e G7 evoluem quanto à natureza de seus raciocínios dentro da mesma etapa de exploração do caso, de um episódio para outro. G7 percebe que “a professora tem que pensar nas perguntas que devem ser feitas de maneira clara e sem dar as respostas, fazendo com que os alunos pensem antes de falar”. G6 infere sobre o potencial dessas questões para suscitar ideias fundamentais na discussão, item a item da tarefa, de modo a provocar e sustentar o avanço do pensamento dos alunos (WOLFE; ALEXANDER, 2008; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014).

O quadro 11 mostra que um elemento-chave no Ensino Exploratório na perspectiva dialógica se sobressaiu à visão dos FP. A “colaboração na aprendizagem coletiva” (WELLS, 2004; CYRINO; OLIVEIRA, 2016) refere um aspecto percebido por quatro grupos, revelando-

se nas suas descrições na etapa *Antes da aula* e, posteriormente, por todos os grupos na etapa *A aula*, mais de uma vez e de diferentes formas, nas explicações de seis grupos e nas previsões de três grupos.

Quadro 11 – Colaboração na aprendizagem coletiva

| NR         | Antes da aula   |                             | A aula  |   |
|------------|---|-----------------------------|---|---|
|            | Evidências  | FP                          | Evidências  | FP  |
| Descrição  | “[...] ajudar quem às vezes não compreendeu, de modo que o aluno consiga sistematizar a regra e também atingir aquelas pessoas que ainda não conseguiram enxergar o que aconteceu na tarefa”(G1, ii de Qa)                                  | G1,<br>G5,<br>G6<br>e<br>G7 |   |   |
|            | “[...] essa fase é importante para os alunos [...] a quem sabe chegarem a uma generalização e também para aqueles que não entenderam a tarefa ainda, talvez a discussão seja o momento que ele formalizará o seu pensamento” (G5, ii de Qa) |                             |   |   |
|            | “[...] fazer com que os alunos que estão com dificuldades possam ver como foi resolvida a tarefa e assim fazer com que todos compreendam a tarefa” (G7, ii de Qa)   |                             |   |   |
| Explicação |   |                             | “[...] o colega pode fazer com que o aluno que não conseguiu resolver a tarefa compreenda o que está acontecendo na resolução, porque, muitas vezes, com a linguagem que os colegas de sala usam, fica mais fácil de entender o que está acontecendo” (G3, Qb, Ep. 7)   | G1,<br>G3,<br>G4,<br>G5,<br>G6<br>e<br>G7 |
|            |   |                             | “[...] discutir contribui porque cada grupo mostra a forma que pensou, podendo acrescentar ao pensamento dos outros, como alguns pensaram algo que o outro grupo não tenha pensado” (G5, Qa, Ep. 8)   |   |
|            |   |                             | “[...] com a discussão os alunos conseguem ver o que está acontecendo passo a passo sobre como chegar naquela determinada resposta” (G7, Qb, Ep. 8)   |   |
| Previsão   |   |                             | “[...] nessa fase da aula até mesmo quem não conseguiu ver o que acontece de cada lado do colar e sua relação com o número da figura chega a perceber através das resoluções dos colegas e das perguntas da professora que chama a atenção dos alunos para esses aspectos, essa dinâmica ajudou a enxergar a relação que é válida para qualquer número de figura [...]” (G2, Qb, Ep. 8) | G2<br>G3<br>e<br>G5                       |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  | <p>“Observa-se que alguns alunos não tinham ainda percebido que o número da figura era o mesmo que o número de contas brancas de cada lado. Então a discussão dessa questão ajudou a destacar isso, principalmente na resolução de H* e de M*. Outro ponto que é bem esclarecido é que a bolinha preta nunca muda, observamos isso nas resoluções de H*, M* e P*. Dessa forma, essas explicações dadas pelos alunos contribuíram para a compreensão daqueles que ainda não tinham visualizado esses padrões e também para a compreensão e até mesmo a escrita daqueles que viram ‘aah, eu também pensei assim’” (G5, Qb, Ep. 8)</p> |  |
|--|--|---|--|

Fonte: os autores

Possivelmente, com base na entrevista da professora (QUADRO 9), na etapa *Antes da aula*, quatro grupos descrevem que a discussão pode ajudar a compreensão dos alunos que ainda não conseguiram enxergar o que acontece na tarefa ou que tiveram dificuldades para a sua resolução, ou ainda, atingir uma generalização ou sistematização da regra.

Na Etapa *A aula*, quatro grupos com explicações (G1, G5, G6 e G7) e uma previsão (G5) retomam, fundamentam e estendem essa ideia que, por sua vez, também passa a ser percebida por outros três, com explicações (G3 e G4) e três previsões (G2 e G3).

G3 considera que a linguagem dos próprios alunos pode facilitar a compreensão de todos. Ao entender a discussão como uma forma de acrescentar algo ao pensamento do outro, G5 parece tê-la visto a partir de sua dimensão dialógica como uma oportunidade de raciocinar através da diferença (WEGERIF, 2010). G7 focaliza na explicitação de ideias-chave e comenta seu potencial ao processo de construção da estratégia pelos alunos. As previsões de G2 e G5 apresentam indícios de uma compreensão mais aprofundada da relação entre as ações da professora na discussão coletiva, os objetivos da aula, e a promoção do pensamento algébrico dos alunos nessa fase da aula, visto que analisam aspectos do ensino em termos de suas consequências à aprendizagem matemática dos alunos (SEIDEL; STÜRMER, 2014).

O aspecto apresentado no quadro 12 salienta-se nas percepções de quatro grupos em *Antes da aula* (três descrições e uma explicação) como a possibilidade de os alunos (re)conhecerem outras formas de resolver a tarefa para além da sua. Na etapa *A aula* essa ideia emerge nas respostas de mais dois grupos e continua a ser a base do raciocínio dos seis grupos, porém vincula-se a outros elementos.

Quadro 12 – Reconhecer outras formas de resolver a tarefa

|               |        |
|---------------|--------|
| Antes da aula | A aula |
|---------------|--------|

| NR         | Evidências  | FP                   | Evidências  | FP                          |
|------------|---|----------------------|---|-----------------------------|
| Descrição  | “[...] abrir o horizonte dos alunos em relação às ideias diferentes” (G2, ii de Qa)   | G2,<br>G3<br>e<br>G5 | “[...] eles vão ver as outras formas de resolução da tarefa” (G1, Qa, Ep. 7)  | G1,<br>G3                   |
|            | “[...] os alunos podem compreender que existem outras formas de se resolver a tarefa” (G3, ii de Qa)  |                      | “[...] assim vai discutindo as diferentes formas de se resolver o item pedido [...]” (G3, Qa, Ep. 8)  |                             |
|            | “[...] observar que tem outros modos de fazer” (G5, ii de Qa)   |                      |   |                             |
| Explicação | “[...] além de cada um expor sua ideia, discutilas ajuda a ver as diferentes resoluções, mostrando que na Matemática existem vários caminhos que chegam na mesma resposta” (G6, ii de Qa) | G6                   | “[...] observei também que a professora procura não dizer: ‘este está mais certo do que aquele’, tomando todas as resoluções como válidas” (G5, Qc, Ep. 8)  | G1,<br>G2,<br>G5<br>e<br>G7 |
|            |   |                      | “[...] com o confronto das resoluções os alunos aprendem que existem várias formas de se resolver a mesma questão, percebendo o porquê de cada uma” (G7, Qb, Ep. 8)   |                             |
| Previsão   |   |                      | “[...] (os alunos) vão saber que não existe só uma maneira de resolver. [...] não com a professora ou os outros dizendo que sua resposta esteja errada, mas que, às vezes, não conseguiram escrevê-la adequadamente, [...] é desafiador para a professora fazer os alunos perceberem que todas as resoluções são válidas e que existem formas diferentes de se resolver a mesma tarefa, que isso vai depender do conhecimento adquirido de cada um, que não é o mesmo, mas pode contribuir [...]” (G1, Qc, Ep. 8) | G1<br>e<br>G6               |
|            |   |                      | “[...] os alunos conseguiram entender que não existe apenas uma maneira de se resolver essa questão, mas que as outras também resolvem [...] eles puderam observar qual era a mais adequada e qual era o meio mais rápido de se chegar a resultados muitos grandes [...], também puderam observar que o modo de resolver por recorrência é bom sim, mas até certo ponto. Então a maneira utilizada pelos outros grupos se torna mais rápida e eficiente” (G6, Qb, Ep. 8)  |                             |

Fonte: os autores

Os FP raciocinam sobre a discussão como uma oportunidade para “abrir o horizonte” (G2) dos alunos quanto à amplitude de ideias matemáticas nas quais podem se apoiar para resolver tarefas desse tipo. Com a análise dos vídeos, os FP parecem perceber a importância da validação das diferentes estratégias por meio da atribuição de significados a elas na sustentação da discussão coletiva. Em especial, G1 parece ter compreendido que a promoção e o reconhecimento das diferentes resoluções contribuem à aprendizagem de todos, mas isso depende do modo que o erro, a incompletude ou a diferença é considerada na discussão (WOLFE; ALEXANDER, 2008).

No quadro 13, na etapa *Antes da aula*, o aspecto “comparar diferenças e semelhanças entre as resoluções” torna-se alvo da atenção de três grupos (duas descrições e uma previsão).

Um deles (G2), mesmo sem ter visto a discussão, mas possivelmente com base nas intenções prévias manifestadas pela professora em sua entrevista (QUADRO 9), consegue prever que a estratégia de ensino de contrapor duas resoluções diferentes pode facilitar a compreensão dos alunos quanto ao potencial e aos limites de cada estratégia. De modo descritivo, G3 também se refere à comparação de estratégias para análise de sua viabilidade na resolução da tarefa. Outro ponto notório neste quadro, sobretudo, na exploração do episódio 8, é de que todos os grupos direcionaram a sua atenção para esse aspecto, entretanto, para raciocinar sobre ele, assentam-se em ideias ligadas às características específicas retratadas no vídeo.

Quadro 13 – Comparar diferenças e semelhanças entre as resoluções

| NR         | Antes da aula   |               | A aula   |                      |
|------------|---|---------------|--|----------------------|
|            | Evidências  | FP            | Evidências   | FP                   |
| Descrição  | “[...] fazer com que os alunos comparem as resoluções para ver o que é viável” (G3, ii de Qa)   | G3<br>e<br>G4 | “[...] com isso os demais podem comparar as resoluções com as suas próprias resoluções [...]” (G1, Qb, Ep. 7); “[...] a professora vai fazendo perguntas para que os alunos consigam relacionar uma resolução com a outra. Ex.: O que a resolução do grupo de H* tem parecido com a resolução do grupo de M*?” (G1, Qa, Ep. 8)                               | G1,<br>G3<br>e<br>G7 |
|            | “[...] depois disso ela vai fazer a sistematização, comparando as resoluções de cada grupo” (G4, i de Qa)   |               | “[...] a professora pergunta se alguém resolveu igual do modo que o colega apresentou [...]” (G3, Qa, Ep. 8)   |                      |
|            |   |               | “[...] (a professora) faz comparações das resoluções e assim chama os alunos para uma discussão em cima do que elaboraram” (G7, Qa, Ep. 8)   |                      |
| Explicação |   |               | “[...] para os alunos compararem as resoluções dos grupos que foram no quadro, a professora foi perguntando o que tinha em comum [...]. Um exemplo foi a comparação da resolução do grupo de H* com o grupo de M*, assim os alunos perceberam que um grupo utilizou a multiplicação e o outro a soma em sua regra” (G4, Qa, Ep. 8)                           | G4<br>e<br>G5        |
|            |   |               | “A professora procura comparar as resoluções, tenta fazer com que os alunos vejam o que há de semelhante ou de diferente e aponta esses aspectos, como quando ela compara a resolução de H* com a de M*, observando que $19 \times 2 = 19 + 19$ ” (G5, Qa, Ep. 8)  |                      |
| Previsão   | “A discussão é importante para contrapor estratégias de resoluções diferentes para que se possa perceber a utilidade da generalização em certos casos em que não será razoável o uso de recorrência [...]” (G2, ii de Qa) | G2            | “[...] A professora pergunta para a sala se os grupos tiveram raciocínio parecido, se $19 + 19$ e $19 \times 2$ não são a mesma coisa, evidenciando assim que o raciocínio é o mesmo, mas a representação não [...]. Os alunos são envolvidos a achar o que há de parecido, fazendo-os pensar e realmente entender o que os colegas fizeram” (G2, Qb, Ep. 8) | G2<br>e<br>G6        |

Fonte: os autores

Com base no vídeo, G2 interpreta que engajar os alunos na tarefa de reconhecer as semelhanças e diferenças entre as resoluções faz com que eles compreendam de modo mais aprofundado as estratégias dos colegas e suas relações. Ancorando-se no evento de ensino em que a professora contrapõe duas resoluções G4 e G5 explicam que os alunos compreendem que as resoluções se pautam na mesma estratégia, mas com operações matemáticas e representações diferentes para descrever a regra. Esse evento também embasa a descrição de G1. Embora não tenham sido explicitadas as razões da ação da professora, G3 e G7 parecem perceber a iniciativa de fomentar a discussão com os demais alunos da turma a partir da comparação de suas resoluções com as que foram apresentadas.

Apesar de a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos serem ações da professora que precedem à discussão coletiva, o quadro 14 mostra que as resoluções selecionadas e a ordem das apresentações foram consideradas opções de ensino significativas para o encaminhamento dessa fase da aula, segundo cinco grupos, na etapa *Antes da aula*, e quatro grupos em *A aula*.

Quadro 14 – As resoluções selecionadas e a ordem das apresentações

| NR         | Antes da aula  |                      | A aula   |                      |
|------------|--|----------------------|--|----------------------|
|            | Evidências   | FP                   | Evidências   | FP                   |
| Descrição  | “[...] (a professora) pretende escolher primeiro as resoluções que os alunos usam a tabela, depois as resoluções que utilizam regra em linguagem natural e, por último, os que utilizam a linguagem simbólica [...]” (G4, i de Qa)           | G4<br>e<br>G6        |  |                      |
|            | “[...] (a professora) tomará o cuidado para que todos vão ao quadro explicar [...]” (G6, i de Qa)  |                      |  |                      |
| Explicação | “Colocar resoluções que sejam claras para alunos que não chegaram à resposta final ou ainda não estão firmes [...]” (G2, i de Qa)  | G2,<br>G3<br>e<br>G5 | “[...] (a professora) escolhe vários grupos com estratégias diferentes para apresentar, mostrando aos alunos diversos caminhos para se chegar a resposta correta, dando a possibilidade de o aluno conhecer uma solução diferente da sua” (G2, Ep. 7, Qa)  | G2,<br>G5<br>e<br>G6 |
|            | [...] a professora antes de pedir para os alunos irem responder observa grupo a grupo para ver se conseguiram chegar no resultado correto, caso não; ela não pedirá para esses alunos responderem no quadro para não expô-los. (G3, i de Qa) |                      | “[...] a professora faz com que o grupo que fez por recorrência apresente primeiro sua resposta, pois é a mais simples, depois colocou duas parecidas, mas uma resolvida por multiplicação e outra por soma, para que os alunos entendessem que é a mesma coisa, porém usando duas operações diferentes e por fim, para que compreendessem tudo o que foi feito, ela colocou um grupo que usou uma linguagem natural, que é uma ‘descrição’ da ideia utilizada pelos dois grupos anteriores [...]” (G6, Ep. 7, Qb) |                      |

|                 |  |  |               |
|-----------------|--|--|---------------|
| <b>Previsão</b> |  | “[...] escolher os alunos para explicar as resoluções é um desafio, pois solicitar aos alunos para expor as resoluções feitas da maneira mais simples pode fazer com que eles não queiram apresentar sua forma de resolver por achar que não estará certa [...], também tomar o cuidado de não mandar o aluno que resolveu de forma errada [...], porque não há a necessidade de constranger esses alunos” (G3, Ep. 8, Qc) | G3<br>e<br>G6 |
|                 |  | “[...] escolher as resoluções que tenham mais significado na aprendizagem dos alunos, que vão colaborar de alguma forma para a melhor compreensão da tarefa, ela também tem que ser bem cautelosa para não expor algum aluno que tenha feito errado, para que depois os colegas não fiquem tirando sarro dele [...]” (G6, Ep. 8, Qc)   |               |

Fonte: os autores

O quadro 14 evidencia que, inicialmente, G2 considerava que somente as resoluções que fossem “claras para os alunos” é que seriam selecionadas, mas depois percebe que a professora selecionou várias resoluções. Então, ele denota esse evento como importante ao conhecimento de diferentes resoluções dos alunos. G3 reafirma a sua ideia inicial de que a professora não escolheria as respostas erradas para não expor os alunos (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Após as análises dos vídeos, G3 parece legitimar o sequenciamento das resoluções proposto pela professora (das mais simples para as mais complexas) inferindo que, de modo contrário, a “autoridade matemática” (STEIN et al., 2008) dos alunos que resolveram com base no desenho, recorrência ou tabela, por exemplo, poderia ser reduzida se eles apresentassem depois das resoluções que expressam uma regra. G6 primeiro considerou que todos os grupos iriam ao quadro explicar, depois, além de partilharem da preocupação de G3, explanam os critérios utilizados pela professora para selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, interpretando cada uma de suas principais ideias e o potencial delas para construção de significados e ao estabelecimento de relações pelos alunos – quando concatenadas na sequência em que foram apresentadas (STEIN et al., 2008).

É importante ressaltar que a opção de não escolher respostas equivocadas/erradas não representa uma estratégia validada pela professora nas mídias (QUADRO 9), sendo essa uma leitura dos FP.

O quadro 15 apresenta os diferentes modos de raciocinar de quatro grupos sobre o “engajamento e participação dos alunos”. Na etapa *Antes da aula*, esse aspecto é descrito, com maior destaque, em seu plano de aula da seguinte forma: “durante as apresentações a professora deverá promover a participação dos grupos nas discussões” (QUADRO 9). Todavia, ele chama a atenção somente de G7. Na etapa *A aula*, sobretudo em relação ao episódio 8, esse aspecto

incide em três explicações e duas previsões, mostrando mudanças na natureza dos raciocínios desses grupos.

Quadro 15 – Engajamento e participação dos alunos

| NR         | Antes da aula  |    | A aula  |             |
|------------|--|----|---|-------------|
|            | Evidências   | FP | Evidências  | FP          |
| Descriç    | “A professora cuidará para garantir a atenção dos alunos [...]” (G7, ii de Qa) | G7 |   |             |
| Explicação |  |    | “[...]um dos desafios da professora é envolver todos os alunos enquanto as resoluções são apresentadas, chamando atenção para semelhanças e diferenças entre os pensamentos apresentados” (G2, Qc, Ep. 8)   | G2, G4 e G7 |
|            |  |    | “A professora pede para os alunos prestarem atenção nas resoluções dos colegas pois ela irá fazer perguntas para os alunos para que eles também ajudem [...]” (G4, Qa, Ep. 8)   |             |
|            |  |    | “[...] a professora faz as perguntas sem dar a resposta e isso faz com que os alunos prestem atenção no que eles respondem e também tem a participação de todos na aula” (G7, Qa, Ep. 8)  |             |
| Previsão   |  |    | “[...] os alunos vão colocar suas ideias para a professora e para os seus colegas e ao serem questionados pela professora vão aparecer as dúvidas dos alunos que serão tiradas junto com a professora e com seus colegas, assim colaborando para que o aluno perca o medo de ir na frente mostrar a forma como pensou, com isso também aprendem a organizar o seu raciocínio e os colegas perdem o medo de fazer perguntas sobre as resoluções” (G4, Qb, Ep. 8) | G4 e G5     |
|            |  |    | “[...] conseguir fazer os alunos falarem exatamente como pensaram de forma que os outros entendam o raciocínio de cada um, com isso cuidando que os alunos não fiquem dispersos, já que a tarefa está pronta, acredito que também seja mais um motivo de apresentar várias resoluções [...]” (G5, Qb, Ep. 8)  |             |

Fonte: os autores

De início, G7 descreveu que a professora pretendia garantir a atenção dos alunos. Depois, na etapa *A aula*, explica que ela fez isso por meio de questões que incentivaram a elaboração de respostas e a participação de todos. Ao responder a primeira questão sobre o episódio 8, G4 também ressalta a proposição de questões da professora, bem como seus pedidos de apoio para o aprimoramento das repostas aos demais alunos como formas de fomentar a sua participação. Na resposta à segunda questão do episódio 8, G4 amplia essa ideia prevendo que tais questões e a colaboração de todos encorajam a participação dos alunos sem medo de expor suas dúvidas e ideias em público (WOLFE; ALEXANDER, 2008).

Na etapa *A aula*, G2 ressalta a importância do engajamento dos alunos na discussão, interpretando esse elemento como desafiador à prática da professora. Para G5, fazer com que as ideias subjacentes às várias resoluções sejam explicitadas com clareza e voltadas para os alunos (WELLS, 2004; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014), pode promover o engajamento da turma na discussão.

O aspecto apresentado no quadro 16, constitui um elemento relevante que influencia diretamente no engajamento e participação dos alunos (STEIN et al., 2008; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013), porém não é algo fácil de ser percebido na dinâmica de sustentação da discussão coletiva. No entanto, G6 valoriza esse aspecto em ambas as etapas de exploração. Além disso, na etapa *A aula*, outros três grupos (G1, G3 e G5) percebem e caracterizam esse aspecto.

Quadro 16 – Autoridade matemática dos alunos e responsabilidade na aprendizagem individual e coletiva

| NR         | Antes da aula  |    | A aula   |         |
|------------|--|----|--|---------|
|            | Evidências   | FP | Evidências   | FP      |
| Descrição  | “A professora cuidará para que sejam os próprios alunos que expliquem como chegaram às respostas [...]” (G6, i de Qa)  | G6 |  |         |
| Explicação | “[...] (a discussão) também pode promover a integração e interação dos alunos mudando a forma da aula, a forma de como os alunos aprendem deixa de ser aquele negócio de que só o professor ensina e o aluno ouve e aprende, nesse método os alunos aprendem pelo seu esforço próprio e com os outros alunos” (G6, ii de Qa) | G6 | “[...] para chamar a atenção para a explicação do colega a professora tenta auxiliar quem não fez ou não chegou a regra re-explicando a resolução, mas com a mesma linguagem dos alunos [...]” (G3, Qb, Ep. 8)<br>“[...] é um grande desafio para professora, através das suas perguntas, fazer os alunos por si só perceberem relações matemáticas como $19+19=19 \times 2$ ” (G5, Qc, Ep. 8)   | G3 e G5 |
| Previsão   |  |    | “Colabora e muito porque favorece a aprendizagem de maneira diferenciada, onde quem cria as relações entre uma e outra (apresentação) são os próprios alunos. Essa maneira é diferenciada pelo fato de que, [...], com essa discussão ele (o aluno) tem voz e vez, o que ele produziu tem muita importância, além do que, comparando a sua resolução com a do outro, ele (o aluno) faz relações e percebe que poderia resolver de outro jeito que não tinha pensado ainda” (G1, Qb, Ep. 8) | G1 e G6 |

|  |  |  |   |  |
|--|--|--|---|--|
|  |  |  | “[...] o último grupo escolhido também chega à resposta, porém não algébrica e sim numa linguagem natural. Isso faz com que se fortaleça a explicação já dada pelos dois grupos anteriores [...]. E os alunos conseguiram entender essas relações sem que a professora falasse qual está certa, qual está errada, qual é mais rápida, qual é mais demorada” (G6, Qb, Ep. 8) |  |
|--|--|--|---|--|

Fonte: os autores

Já em *Antes da aula*, G6 descreveu e explicou que a professora cuidaria para que os próprios alunos explanassem as suas resoluções, vinculando essa intenção ao papel das interações e da responsabilidade dos alunos na sua aprendizagem e dos demais. Posteriormente, com uma previsão esse grupo confirma essa ideia e, a partir do que foi visto no vídeo (Ep. 8), apresenta evidências de que o reconhecimento do potencial e dos limites das resoluções apresentadas foi desenvolvido pelos próprios alunos e não pela professora. De modo semelhante, com base na participação dos alunos evidenciada no vídeo, G5 destaca que foram eles que identificaram as semelhanças e diferenças entre as resoluções, interpretando a mobilização dessa capacidade como desafiadora à prática da professora.

Do mesmo vídeo, G3 destaca que, ao invés de a professora elaborar uma explicação diferente para os alunos que ainda não entenderam ou não chegaram à regra, ela mantém a linguagem utilizada por eles na sua apresentação, redizendo-a nos mesmos termos (não interferindo na autoridade matemática dos alunos). Sintetizando várias ideias, G1 parece ter compreendido que os alunos são os autores das produções, relações e explicações que elaboram, sendo esta autoridade constituída pela visualização e valorização que a discussão coletiva as permite (STEIN et al., 2008).

### **Elementos do caso multimídia a partir de uma apreciação global do desenvolvimento da visão profissional dos FP sobre a discussão coletiva**

No quadro 17, apresentamos os sete aspectos destacados nos quadros anteriores pelos sete grupos de FP associados à ocorrência das suas percepções e às três diferentes formas de raciocinar sobre eles, descrição (D), explicação (E) e previsão (P), na exploração das etapas *Antes da aula* (T1) e *A aula* (T2) do caso multimídia. Ao lado do número (1), que marca a percepção de um determinado aspecto, indicamos o código da questão, cuja resposta continha evidências da percepção de tal aspecto e a natureza particular do raciocínio de cada grupo de FP sobre ele. Os aspectos apresentam-se sequenciados dos mais aos menos percebidos ao longo

das duas etapas de exploração, a partir de siglas como seguem: Questões e incentivos na promoção de explicações pelos alunos (A1); Colaboração na aprendizagem coletiva (A2); Reconhecer outras formas de resolver a tarefa (A3); Comparar diferenças e semelhanças entre as resoluções (A4); As resoluções seleccionadas e a ordem das apresentações (A5); Engajamento e participação dos alunos (A6); e Autoridade matemática dos alunos e responsabilidade na aprendizagem individual e coletiva (A7).

Quadro 17- Ocorrência dos aspectos percebidos (AP) e a natureza dos raciocínios (NR) sobre eles nas análises da antecipação (T1) e de episódios (7 e 8) da discussão coletiva (T2) pelos grupos (G) de FP

| AP    | NR | G1    |       | G2    |       | G3    |       | G4   |       | G5    |       | G6    |       | G7    |       |    |
|-------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
|       |    | T1    | T2    | T1    | T2    | T1    | T2    | T1   | T2    | T1    | T2    | T1    | T2    | T1    | T2    |    |
| A1    | D  |       | 1(8a) |       |       | 1(i)  |       | 1(i) |       |       |       |       | 1(7b) |       | 1(7b) | 5  |
|       | E  |       |       |       | 1(7b) |       | 1(7b) |      | 1(7b) | 1(ii) | 1(7b) |       |       |       | 1(8c) | 6  |
|       | P  |       |       |       |       |       |       |      | 1(8c) |       | 1(7b) |       | 1(8c) |       |       | 3  |
| A2    | D  | 1(ii) |       |       |       |       |       |      |       | 1(ii) |       | 1(ii) |       | 1(ii) |       | 4  |
|       | E  |       | 1(7b) |       |       |       | 1(7b) |      | 1(8b) |       | 1(8a) |       | 1(8b) |       | 1(8b) | 6  |
|       | P  |       |       |       | 1(8b) |       | 1(7a) |      |       |       | 1(8b) |       |       |       |       | 3  |
| A3    | D  |       | 1(7a) | 1(ii) |       | 1(ii) | 1(8a) |      |       | 1(ii) |       |       |       |       |       | 5  |
|       | E  |       | 1(7b) |       | 1(7a) |       |       |      |       |       | 1(8c) | 1(ii) |       |       | 1(8b) | 5  |
|       | P  |       | 1(8c) |       |       |       |       |      |       |       |       |       | 1(8b) |       |       | 2  |
| A4    | D  |       | 1(8a) |       |       | 1(ii) | 1(8a) | 1(i) |       |       |       |       |       |       | 1(8a) | 5  |
|       | E  |       |       |       |       |       |       |      |       |       | 1(8a) |       |       |       |       | 1  |
|       | P  |       |       | 1(ii) | 1(8b) |       |       |      | 1(8a) |       |       |       | 1(8a) |       |       | 4  |
| A5    | D  |       |       |       |       |       |       | 1(i) |       |       |       | 1(i)  |       |       |       | 2  |
|       | E  |       |       | 1(i)  | 1(7a) | 1(i)  |       |      |       | 1(i)  | 1(7b) |       | 1(7b) |       |       | 6  |
|       | P  |       |       |       |       |       | 1(8c) |      |       |       |       |       | 1(8c) |       |       | 2  |
| A6    | D  |       |       |       |       |       |       |      |       |       |       |       |       | 1(ii) |       | 1  |
|       | E  |       |       |       | 1(8c) |       |       |      | 1(8a) |       |       |       |       |       | 1(8a) | 3  |
|       | P  |       |       |       |       |       |       |      | 1(8b) |       | 1(8b) |       |       |       |       | 2  |
| A7    | D  |       |       |       |       |       |       |      |       |       |       | 1(i)  |       |       |       | 1  |
|       | E  |       |       |       |       |       | 1(8b) |      |       |       | 1(8c) | 1(ii) |       |       |       | 3  |
|       | P  |       | 1(8b) |       |       |       |       |      |       |       |       |       | 1(8b) |       |       | 2  |
|       | E  |       |       |       |       |       | 1(8a) |      |       |       |       |       |       |       |       | 1  |
|       | P  |       |       |       |       |       |       |      |       |       |       |       |       |       |       | 0  |
| Total | D  | 1     | 3     | 1     |       | 3     | 2     | 3    |       | 2     |       | 3     | 1     | 2     | 2     | 23 |
|       | E  |       | 2     | 1     | 4     | 1     | 3     |      | 3     | 2     | 6     | 2     | 2     |       | 4     | 30 |
|       | P  |       | 2     | 1     | 2     |       | 2     |      | 3     |       | 3     |       | 5     |       |       | 18 |
|       |    | 1     | 7     | 3     | 6     | 4     | 7     | 3    | 6     | 4     | 9     | 5     | 8     | 2     | 6     |    |

Fonte: os autores

O quadro 17 permite-nos acessar uma apreciação global e integrada do desenvolvimento e inter-relação de dois componentes da visão profissional dos FP investigados: a capacidade de perceber aspectos relevantes nas situações de sala de aula e de raciocinar com base no conhecimento sobre eles (VAN ES; SHERIN, 2002) no processo de exploração de diferentes artefatos da prática do professor por meio de questões presentes no caso multimídia (QUADRO 9).

O quadro 17 (última linha) evidencia que na etapa *A aula* todos os grupos de FP desenvolvem um número maior de raciocínios sobre os aspectos percebidos em relação à etapa *Antes da aula*. Ademais, outro resultado importante evidencia-se no fato de os FP, com a exploração das duas etapas conseguirem desenvolver mais explicações (30) do que descrições (23) e um número considerável de previsões (18).

Com base no quadro 17, em relação aos aspectos percebidos pelos FP, ao considerarmos somente a etapa *Antes da aula*, partindo dos que mais lhes chamaram a atenção para os menos destacados, relacionamos esses aspectos à sua ocorrência nos dados segundo as questões em que eles emergiram, apresentando-os como segue no quadro 18.

Quadro 18 – A ocorrência dos aspectos percebidos pelos FP a partir das questões relativas às mídias relativas à antecipação da discussão coletiva

| Questões     | Aspectos percebidos <i>Antes da aula</i> |          |          |          |          |          |          |
|--------------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|              | A5                                       | A2       | A3       | A1       | A4       | A7       | A6       |
| i)           | 5  |          |          | 2        | 1        | 1        |          |
| ii)          |  | 4        | 4        | 1        | 2        | 1        | 1        |
| <b>Total</b> | <b>5</b>                                 | <b>4</b> | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>3</b> | <b>2</b> | <b>1</b> |

Fonte: os autores

De modo geral, podemos observar que as questões permitem não só a descrição de elementos da prática da professora (questão i), mas a percepção da importância (questão ii) desses elementos na aprendizagem e na dinâmica ou cultura de sala de aula.

Na etapa *A aula*, em relação à exploração de cada um dos episódios de vídeo, os aspectos percebidos pelos FP referentes às questões por eles respondidas podem ser sequenciados de acordo com o quadro 19.

Quadro 19 – A ocorrência dos aspectos percebidos pelos FP a partir das questões relativas ao episódio 7 e ao episódios 8 da discussão coletiva

| Questões | Episódio 7 |    |    |    | Episódio 8 |    |    |    |    |    |    |  |
|----------|------------|----|----|----|------------|----|----|----|----|----|----|--|
|          | A1         | A2 | A3 | A5 | A4         | A2 | A3 | A6 | A7 | A1 | A5 |  |

|              |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| a)           |          | 1        | 2        | 1        | 6        | 1        | 1        | 2        |          | 1        |          |
| b)           | 7        | 2        | 1        | 2        | 1        | 5        | 2        | 2        | 3        |          |          |
| c)           |          |          |          |          |          |          | 2        | 1        | 1        | 3        | 2        |
| <b>Total</b> | <b>7</b> | <b>3</b> | <b>3</b> | <b>3</b> | <b>7</b> | <b>6</b> | <b>5</b> | <b>5</b> | <b>4</b> | <b>4</b> | <b>2</b> |

Fonte: os autores

Dentre os aspectos percebidos pelos FP, podemos observar que no episódio 7 apenas quatro aspectos foram reconhecidos. Na análise do episódio 8, além desses, mais três aspectos foram identificados. Uma síntese das relações expostas no quadro 19 permite-nos conjecturar que os FP focam-se mais em aspectos significativos da discussão coletiva tendo em conta as questões que lhes foram colocadas e os conteúdos de cada episódio.

Considerando as particularidades de formato e de conteúdo que caracterizam as diferentes mídias exploradas (QUADRO 9), esses resultados mostram que a atenção seletiva dos FP quanto aos aspectos considerados importantes foi mudando e sendo expandida de uma etapa para outra e, de modo semelhante, de um episódio para o outro da exploração. Outro elemento de destaque na mudança do foco dos FP é a sua estreita relação, tanto com as especificidades das mídias analisadas quanto com as questões do multimídia.

Em relação à totalidade das dimensões dos raciocínios dos FP, o quadro 17 revela que, na etapa *Antes da aula*, evidenciam-se 16 descrições, seis explicações e uma previsão. Na etapa *A aula*, dez descrições, sendo três no episódio 7 e sete no episódio 8; 25 explicações, sendo 11 no episódio 7 e 14 no episódio 8; e 17 previsões, sendo duas no episódio 7 e 15 no episódio 8. Esses resultados apontam que o modo de raciocinar dos FP também evoluiu significativamente de uma etapa para outra e de um episódio para o outro da exploração.

O quadro 17 também esclarece as diferenças quanto ao modo de raciocinar dos FP em relação às questões do multimídia. Com base nessa relação, a seguir apresentamos a ocorrência das três formas de raciocinar dos FP, segundo as questões por eles respondidas (QUADRO 20), de acordo com os indicativos dos quadros anteriores.

Quadro 20 – A ocorrência das formas de raciocinar dos FP a partir das questões relativas à antecipação (T1) e aos episódios 7 e 8 da discussão coletiva (T2)

| Natureza do raciocínio | Questões de T1 |    | Questões de T2 |    |    |    |    |
|------------------------|----------------|----|----------------|----|----|----|----|
|                        | i              | ii | 7a             | 7b | 8a | 8b | 8c |
| Descrição              | 7              | 9  | 1              | 2  | 6  |    | 1  |
| Explicação             | 3              | 3  | 2              | 9  | 5  | 5  | 4  |
| Previsão               |                | 1  | 1              | 1  | 2  | 8  | 5  |

Fonte: os autores

As descrições e as explicações podem ser notadas em ambas as questões da etapa *Antes da aula*, associadas ao fato de que mais aspectos foram identificados de uma questão para outra, bem como uma previsão foi revelada na questão **ii**. Na etapa *A aula*, é possível observar o potencial das questões 7b, 8b e 8c na mobilização de explicações e previsões, assim como da questão 8a na mobilização de descrições.

Cabe salientar que existem diferenças em tais componentes da visão profissional do professor entre os sete grupos de FP. Retomando o quadro 17, verificamos que G4 e G7 reconheceram cinco aspectos, G1, G2, G3 e G6 seis aspectos, e G5 percebeu todos os aspectos. Alguns desses grupos atingiram dimensões de raciocínio mais complexas do que outros. Entretanto, apesar dessas diferenças, é notório que cada um dos grupos de FP, de algum modo, apresentou avanço na sua forma de raciocinar sobre os aspectos destacados.

## CONCLUSÕES

No contexto de exploração de um caso multimídia em uma disciplina de formação inicial de professores, o objetivo central deste estudo consistiu em compreender de que forma a visão profissional de FP sobre a discussão coletiva no Ensino Exploratório pode ser desenvolvida, a partir da análise de mídias de diferentes formatos e conteúdos com base na prática de uma professora experiente a respeito da antecipação e da concretização dessa fase da aula. Os resultados apontam os aspectos da *discussão coletiva* no Ensino Exploratório para os quais os FP orientaram sua atenção e os três modos pelos quais raciocinaram sobre eles, primeiro na etapa *Antes da aula* e, posteriormente, na etapa *A aula*. Assim, a combinação desses resultados revela o desenvolvimento articulado de dois componentes da visão profissional dos FP, evidenciando que esse processo implica reformulações ou ampliação das ideias que embasam os raciocínios dos FP sobre as ações do professor, a aprendizagem dos alunos e a dinâmica das interações na discussão coletiva no Ensino Exploratório, condizentes à perspectiva *inquiry* dialógica, ao longo da exploração do caso multimídia.

A variedade de resultados sobre os aspectos da discussão coletiva associados às três diferentes formas de percebê-los pelos FP comparada com as características particulares das diferentes mídias analisadas neste estudo (QUADRO 9), permite-nos concluir que há uma estreita relação entre o conteúdo das mídias e os aspectos que foram percebidos pelos FP, bem como entre o formato das mídias (texto, áudio ou vídeo) e a natureza dos raciocínios dos FP.

As explicações e previsões emergem, de modo mais predominante, na análise de vídeos, reafirmando seu potencial na aprendizagem profissional de FP (SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Todavia, o processo de análise da antecipação da aula revela-se como significativo ao desenvolvimento de descrições pelos FP – sendo tal raciocínio descritivo muito importante à capacidade de fazer explicações e previsões (SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Nesse sentido, outro resultado é o fato de que, mesmo sem ter sido descrito no plano de aula ou manifestado na entrevista pela professora, os pedidos de respeito às apresentações e a preocupação em não constranger os alunos que apresentaram erros em relação “as resoluções selecionadas e a ordem das apresentações” foram a base do raciocínio de alguns FP na exploração da etapa *Antes da aula*. Ademais, abordando de modo isolado as análises do vídeo do episódio 7, observam-se apenas duas previsões. Portanto, além do conteúdo e formato das mídias, as questões abertas e problematizadoras também se evidenciam como fatores intervenientes na mobilização de múltiplas leituras e interpretações da prática da professora (McGRAW et al., 2007).

As questões do multimídia revelam sua importância ao influenciar na atenção dos FP orientando-a para aspectos ligados não só ao papel do professor, mas também dos alunos, para a aprendizagem individual e coletiva, a qualidade das explicações e a dinâmica das interações na discussão coletiva na dimensão dialógica (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; CYRINO, OLIVEIRA, 2016). A natureza e exigências dessas questões também se mostram significativas ao desenvolvimento da capacidade de raciocinar dos FP com base em ideias articuladas ou conceitos importantes do Ensino Exploratório. Assim como indicado nas conclusões de Sherin e van Es (2009), inicialmente a atenção seletiva dos FP investigados nesse estudo focalizou somente às ações do professor, então seus raciocínios foram mais descritivos ou apresentaram explicações mais superficiais. No entanto, as questões que indagaram sobre a importância dessas ações ou da discussão coletiva, além de expandir a percepção de aspectos, exigiram comentários sobre as consequências das estratégias de ensino a partir das interpretações do pensamento matemático dos alunos, provocando explicações ou previsões.

Outro resultado especialmente relevante refere-se ao fato de os aspectos salientados na etapa *Antes da aula*, embora de diferentes formas, terem atraído novamente a atenção dos FP na etapa *A aula*. Compreendemos que as intenções da professora, com base no que se espera dos alunos no Ensino Exploratório, retratadas no seu plano de aula ou em sua entrevista, também se tornaram expectativas prévias dos FP, influenciando-os quanto ao que observar nos segmentos de vídeos em *A aula*. Com base em Sherin (2007), também inferimos que as

expectativas e conhecimentos (re)construídos na etapa *Antes da aula* podem ter ajudado os FP na percepção de aspectos fundamentais da discussão coletiva (dicionando a sua atenção para o que lhes parecia relevante). Essas conclusões corroboram a existência de uma inter-relação dinâmica entre atenção seletiva e raciocínio baseado no conhecimento (SHERIN, 2007). Principalmente porque as expectativas e conhecimentos dos FP não suportam tão somente seus modos de raciocinar, mas também orientam o que pode ser percebido na situação observada. Nesse sentido, a exploração da etapa *Antes da aula*, além de oferecer suporte à aprendizagem profissional dos FP quanto ao papel do professor na antecipação da aula, também apoia o desenvolvimento da visão profissional dos FP no processo de (re)conhecer e de (re)construir significados às interações de sala de aula retratadas nos vídeos.

Essas conclusões vão ao encontro dos pressupostos de Oliveira, Canavarro e Menezes (2014) e de Cyrino e Oliveira (2016), esclarecendo que a integração de diferentes tipos de mídias, a sua organização, questões e orientação para exploração no caso multimídia são elementos importantes ao desenvolvimento da visão profissional dos FP, uma vez que oferecem suportes à compreensão de uma fase exigente da aula na perspectiva do Ensino Exploratório, como é o caso da discussão coletiva da tarefa, possibilitando a percepção de seus principais aspectos desde a sua preparação.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A discussão coletiva no Ensino Exploratório, sobretudo em aulas de Matemática, apresentou-se como algo completamente novo para os FP e muitos dos aspectos percebidos por eles foram (re)tomados e compreendidos como exigentes à prática do professor. Dessa forma, as conclusões apresentadas neste estudo enfatizam a importância de oferecer oportunidades aos FP de conhecer uma prática complexa e desenvolver a capacidade de raciocinar sobre o planejamento que ela exige, a participação e colaboração dos alunos nesse processo e a gestão das relações interpessoais que a envolvem. A percepção de elementos como esses podem oferecer condições de inferir sobre alternativas para lidar com a diversidade e a singularidade no processo de ensinar e de aprender, tendo como suporte artefatos da sala de aula (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Em relação aos elementos teórico-metodológicos que fundamentaram esse estudo, consideramos que o conceito de visão profissional funcionou como um indicador das aprendizagens dos FP sobre a discussão coletiva no Ensino Exploratório. Além disso, esse

conceito apresentou-se como uma lente produtiva para analisar o potencial e os limites de alguns dos elementos inerentes ao caso multimídia.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a dedicação do Gepefopem na construção dos casos multimídia no âmbito do projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática”, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária. Agradecemos também o empenho dos futuros professores que participaram deste estudo.

## REFERÊNCIAS

- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L.(Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.
- BLOMBERG, G. et al. Five research based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal of Educational Research Online*, v. 5, n. 1, p. 90–114, 2013.
- BORKO, H. et al. Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM Mathematics Education*. v. 43, p. 175-187, 2011.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, nov./dez. 2011.
- CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática. Castelo de Vide. *Actas...* Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.
- CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students’ mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.14, n.5, p.355-374, 2011.
- CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher’s journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.13, n.6, p. 445-458, 2010.
- CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 81-100.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

GOODWIN, C. Professional vision. *American Anthropologist*, v. 96, n. 3, p. 606-633, 1994.

KERSTING, N. et al. Teachers' analyses of classroom video predict student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, v. 61, n.1-2, p. 172-181, 2010.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *Relime*, v.11, n. 2, p.195-231, 2008.

McGRAW, R. et al. The multimedia case as a tool for professional development: an analysis of online and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, inserviceteachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 95-121, 2007.

MENEZES, L. et al. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161.

OLIVEIRA, H. M. A. P.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

PEDRO, I. J. C. R. *Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade*. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, v. 43, p. 133–145, 2011.

SCHÄFER, S.; SEIDEL, T. Noticing and reasoning of teaching and learning components by preservice teachers. *Journal for Educational Research Online*, v. 7, n. 2, p. 34-58, 2015.

SEIDEL, T.; STÜRMER, K. Modeling the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*, v. 51, n. 4, p. 739–771, 2014.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). *Video research in the learning sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 1, p. 20-37, 2009.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, n. 10, v. 4, p. 571-596, 2002.

WEGERIF, R. *Mind Expanding: Teaching for Thinking and Creativity in Primary Education*, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WOLFE, S.; ALEXANDER, R. J. Argumentation and dialogic teaching: alternative pedagogies for a changing world. London: Futurelab, 2008. <[http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3\\_final\\_wolfealexander\\_argumentationalternativepedagogies\\_20081218.pdf](http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3_final_wolfealexander_argumentationalternativepedagogies_20081218.pdf)>.

## CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA

---

Na introdução deste trabalho, relatamos a problemática evidenciada no campo desta pesquisa a respeito das visões tradicionais de formação inicial de professores e suas implicações no formato dos cursos de Licenciatura em Matemática, na implementação das práticas como componente curricular e nas aprendizagens profissionais dos futuros professores (FP)<sup>71</sup> (GATTI, 2011; CYRINO, 2013a; CYRINO, 2016a). De modo geral, essas visões sustentam-se pela ideia de que o domínio segmentado dos conteúdos das diferentes áreas, isoladamente, é auto formativo e a aprendizagem da prática docente efetiva-se pela sua aplicação direta em campo ou mediante cursos de treinamento em serviço (SAVIANI, 2009).

Pesquisas internacionais enfatizam a necessidade de desconstruir tais concepções dicotômicas ou relações hierárquicas entre teoria e prática na formação inicial de professores. Ao mesmo tempo, elas apontam a importância de se levar em conta os múltiplos aspectos e complexidade de situações da prática de sua futura profissão (OLIVEIRA; HANNULA, 2008; GROSSMAN; HAMMERNESS; MCDONALD, 2009; GROSSMAN et al., 2009; LAMPERT, 2009; IMBERNÓN, 2011). Nessa linha, no Brasil, regulamentações publicadas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) têm assinalado e reafirmado que a reflexão sistemática sobre a prática profissional do professor deve ocupar lugar central nas licenciaturas (BRASIL, 2001a; 2001b; 2002a; 2002b; 2015).

Ball e Cohen (1999) observam que estar presente em aulas que oferecem diferentes oportunidades de aprendizagem com compreensão matemática aos alunos, faz-se importante, contudo, não significa a única maneira de mobilizar aprendizagens profissionais a partir da prática. Para tanto, o contexto de formação também pode ser fomentado por meio da utilização de “cópias do trabalho dos alunos, vídeos de sala de aula, materiais curriculares, e notas do professor” (BALL; COHEN, 1999, p. 14).

O contexto de formação inicial investigado neste trabalho baseia-se na exploração de um caso multimídia construído a partir de uma aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório. Ancorado nas abordagens de ensino baseadas no *inquiry*, o Ensino Exploratório centra-se em experiências de aprendizagens que propiciam aos alunos se engajar na exploração de tarefas desafiadoras, discutindo-as em pequenos grupos e coletivamente em direção à sistematização das aprendizagens (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Nesse processo, a comunicação, a colaboração, bem como a disposição para questionar e refletir

---

<sup>71</sup>A partir daqui a sigla FP será utilizada como abreviatura para os termos: futuros professores.

sobre linhas de *inquiry* têm importante papel na construção conjunta de conhecimentos com compreensão pelos alunos (WELLS, 2004; CHAPMAN, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

A aula contemplada, no caso multimídia, parte da tarefa “Os colares” e volta-se para a promoção do pensamento algébrico de alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Assim, como os demais casos incluídos no recurso multimídia em questão, o caso “Os colares” engloba segmentos curtos de vídeos intencionalmente selecionados e concatenados para retratar situações relevantes e características de uma aula de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório, cuja prática é considerada desafiadora e exigente para os professores (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Além disso, congrega outras mídias (textos e áudios) ligadas à preparação da aula (plano de aula, a tarefa matemática, recortes de áudio de uma entrevista com a professora antes da aula), a sua implementação (produções escritas dos alunos no desenvolvimento da tarefa) e à reflexão da professora após a aula, reconstituindo com isso, etapas importantes da atividade docente (CYRINO, 2016).

É diante desses desafios e possibilidades, situada em uma disciplina de prática como componente curricular assinalada pela exploração do caso “Os colares”, que surge nossa questão de pesquisa: *Que elementos do contexto de formação, assente em um caso multimídia de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, oferecem oportunidades de aprendizagem profissional a futuros professores de Matemática?*

Além da construção de conhecimento do conteúdo, pedagógico e pedagógico do conteúdo, respeitantes aos domínios da profissão, Shulman (1986) sugere como igualmente relevante, o desenvolvimento da consciência reflexiva docente, no exercício da qual o professor é capaz não só de praticar e entender o seu ofício, mas de comunicar as razões de suas decisões e ações para outros profissionais. Schäfer e Seidel (2015) entendem que esse processo envolve componentes da visão profissional do professor, na qual os conhecimentos são mobilizados tanto sobre dimensões gerais quanto mais específicas de sua área de atuação. Partindo dessas abordagens teóricas, investigamos formas de elucidar as aprendizagens profissionais reveladas pelos FP na exploração de diferentes mídias do caso “Os colares”.

Existem algumas diferenças nas conceituações e abordagens para estudar o desenvolvimento da *visão profissional* ou *percepção do professor*, mas, fundamentalmente, elas se baseiam em dois conceitos. O primeiro deles refere-se à capacidade de perceber (*noticing*), caracterizada por Mason (2002) como o desenvolvimento da sensibilidade às variáveis situacionais, combinado a sua compreensão e a capacidade de tomar decisões embasadas, em resposta a elas. Outro conceito consiste na visão profissional, apresentada por

Goodwin (1994) como a capacidade de ver e compreender características de uma prática instituídas por um grupo social particular.

Com base nesses conceitos, Sherin (2007) e Sherin e van Es (2009) descrevem a *visão profissional do professor* como um processo que envolve prestar a atenção em aspectos relevantes do ensino e da aprendizagem e raciocinar com base no conhecimento sobre eles. Tendo em conta características específicas dos processos de raciocínio dos professores, estudos de larga escala na formação inicial de professores, empiricamente, discriminam três modos de raciocinar de FP – *descrição, explicação e previsão*, sobre aspectos pedagógicos de sala de aula (esclarecimento de objetivos, apoio do professor, ambiente de aprendizagem) (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). A *descrição* é especificada como a capacidade de reapresentar discriminadamente aspectos destacados como relevantes dos componentes de ensino e de aprendizagem. A *explicação* refere-se à capacidade de vincular aspectos identificados e seus fundamentos conceituais ou evidências contextuais. A *previsão* diz respeito à capacidade de prever/sugerir consequências/resultados de ensino em termos das aprendizagens dos alunos (SEIDEL; STÜRMER, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Jacobs, Lamb e Philipp (2010) voltam-se para a percepção profissional do professor sobre o pensamento matemático do aluno e conceituam-na como um conjunto de três capacidades inter-relacionadas: *i) prestar a atenção ou identificar (attending) nas/as estratégias das crianças; ii) interpretar o entendimento das crianças; e iii) decidir como responder com base nos entendimentos das crianças.*

Apesar das várias formas de conceituar a percepção do (futuro) professor, consideramos que, essencialmente, todas contemplam a capacidade de destacar o que é importante em um episódio de sala de aula, bem como de (re)construir significados para compreender os aspectos de ensino identificados, tendo em conta o que se sabe sobre os alunos e sua aprendizagem, tal qual sobre outros elementos do contexto.

Neste trabalho, apresentado no formato *multipaper*, as questões específicas de cada um dos capítulos forneceram respostas parciais à questão geral da tese, explicitando tanto as aprendizagens profissionais mobilizadas pelos FP quanto os elementos do contexto de formação interligados a elas. De modo geral, os elementos do contexto assente no caso multimídia que contribuem à aprendizagem dos FP são identificados em meio *ao que os FP percebem e de que modo raciocinam* sobre elementos de uma aula voltada à promoção do *pensamento algébrico dos alunos na perspectiva do Ensino Exploratório*.

Por uma questão de organização, nas próximas seções deste capítulo final da tese, primeiro apresentamos as conclusões em termos das aprendizagens dos FP, concernentes a cada

um dos capítulos desta pesquisa, e uma síntese geral que integra seus principais aspectos. Posteriormente, discriminamos os elementos do contexto de formação em subseções, esclarecendo as formas pelas quais eles ofereceram oportunidades à mobilização dessas aprendizagens.

## **APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS DOS FP DE MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA**

**Na exploração de vídeos**, que retratam o apoio da professora aos pequenos grupos de alunos **na realização da tarefa**, os FP percebem a constituição de **interações dialógicas** nessa fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Com esse foco, os FP raciocinam sobre as implicações dessas interações, atribuindo sentidos às intencionalidades da professora ao promovê-las e às formas de oferecer *feedback* aos alunos com base nos pontos críticos ou potenciais de suas respostas. Dessa forma, várias ferramentas linguísticas utilizadas pela professora são reconhecidas como maneiras de promover interações e fornecer *feedback* produtivo ao avanço dos alunos na resolução da tarefa. No entanto, na discussão conjunta da formação, esses aspectos da comunicação no Ensino Exploratório são contrapostos à forte influência do posicionamento do professor no ensino transmissivo, de validar/classificar as respostas dos alunos em corretas ou incorretas. Assim, com base em uma visão mais abrangente da cultura da sala de aula, esses aspectos são caracterizados como formas discursivas desafiadoras e exigentes, as quais o professor recorre para incentivar, apoiar ou assegurar as capacidades de aprendizagem, de raciocínio e de pensarem juntos dos alunos no desenvolvimento da tarefa. De modo geral, os FP (re)conhecem aspectos significativos da comunicação, condizentes à perspectiva dialógica e apontados pela literatura como fundamentais ao suporte e orientação adequados à exploração da tarefa pelos alunos (WELLS, 2004; WOLFE; ALEXANDER, 2008; WALSHAW; ANTHONY, 2008; ALEXANDER, 2010; WEGERIF, 2010; BAXTER; WILLIAMS, 2010; MESTRE; OLIVEIRA, 2012; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; GAN; HATTIE, 2014; MERCER; DAWES, 2014) (CAPÍTULO 1).

**As produções escritas dos grupos de alunos**, resultantes da fase de desenvolvimento da tarefa, também são analisadas pelos FP. Esse processo é fomentado pela formadora e apoiado pela participação de todos **em discussões conjuntas da formação**. Apesar de algumas dificuldades iniciais, os FP identificam vários detalhes matemáticos das estratégias dos alunos, interpretando desde formas elementares até dimensões mais complexas de **pensamento**

**algébrico.** De modo mais aprofundado, aspectos referentes à compreensão matemática dos alunos, significativos à promoção ou extensão do pensamento algébrico, também se sobressaem nas discussões. De modo geral, os aspectos percebidos apresentam-se conceitualmente descritos em pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de ensino básico no contexto de tarefas de sequências (RADFORD; BARDINI; SABENA, 2007; BLANTON, 2008; RADFORD, 2008; 2011; 2014; MESTRE; OLIVEIRA, 2012; 2016; OLIVEIRA; MESTRE, 2014). Apesar de, a proposta de análise das resoluções pelos FP, não estar propriamente direcionada à percepção do pensamento algébrico do aluno, esta desenvolveu-se no processo de tomar decisões sobre como selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos para discussão coletiva da tarefa (STEIN et al. 2008; CANAVARRO, 2011). Em meio à teia de relações que envolvem essa situação particular, as opções de ensino dos FP evidenciam as suas intencionalidades de acordo com a discussão coletiva da tarefa. Dessa forma, os FP atendem a aspectos e cuidados específicos para com tal fase da aula. Assim, o desenvolvimento da capacidade de perceber o pensamento algébrico e a compreensão matemática dos alunos (JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010; CALLEJO; ZAPATERA, 2016), combinada à consideração de elementos específicos do contexto do Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA; MENEZES, CANAVARRO, 2013), ecoa nas opções de seleção e sequenciamento (re)apresentadas pelos FP (STEIN et al. 2008). Ao mesmo tempo, mostra como elas lhes foram desafiadoras, em termos dos conhecimentos e capacidades profissionais que lhes exigiram. Nesse sentido, os FP reconhecem o papel de elementos da prática do professor no Ensino Exploratório – a elaboração ou adaptação de tarefas e o planejamento da aula, para a tomada de decisões futuras de gestão da dinâmica da aula (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014) (CAPÍTULO 2).

**Na análise de diferentes mídias da discussão coletiva da tarefa** (plano de aula, áudio das intenções da professora antes da aula e episódios de vídeo dessa fase), as resoluções selecionadas e a ordem das apresentações voltam a chamar a atenção dos FP. Tentando compreender os critérios que embasaram as decisões da professora sobre essas ações, os FP (novamente) destacam e comentam cuidados para não restringir a autoridade matemática dos alunos, tampouco lhes causar constrangimentos; fomentar o (re)conhecimento e a discussão de diferentes ideias matemáticas pelos alunos; e oferecer-lhes oportunidades para atribuir sentidos às ideias matemáticas e às relações entre elas (STEIN et. al, 2008; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013 CYRINO; OLIVEIRA, 2016; CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Vale dizer que, esses aspectos são retomados e aprofundados por alguns grupos de FP, bem como passam a ser considerados por outros, incluindo os que, anteriormente, não haviam se pautado neles

para explicitar os seus próprios critérios de seleção e sequenciamento das resoluções. Além disso, **as respostas escritas às questões sobre os conteúdos das mídias analisadas, ao longo das duas primeiras etapas de exploração do caso multimídia**, evidenciam que os FP **percebem questionamentos e incentivos da professora** na promoção de explicações coerentes e compreensíveis dos alunos aos seus colegas, bem como a importância da colaboração, engajamento e participação dos alunos na aprendizagem e na dinâmica das interações na discussão coletiva (CAPÍTULO 3).

Dessa forma, o desenvolvimento da visão profissional dos FP traz à tona as **aprendizagens por eles mobilizadas sobre elementos fundamentais no Ensino Exploratório** – engajamento e autoridade matemática dos alunos, colaboração e comunicação, condizentes às abordagens de *inquiry* e à perspectiva dialógica (WELLS, 2004; STEIN et al., 2008; CHAPMAN; HEATER, 2010; CHAPMAN, 2013a; 2013b OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). De modo semelhante, **identificamos aprendizagens mais específicas** sobre a constituição e articulação das fases de desenvolvimento da tarefa e de discussão coletiva, especificamente sobre as decisões tomadas no encaminhamento delas tendo em conta os seus propósitos e o pensamento e compreensão matemática dos alunos. Nesse sentido, as aprendizagens dos FP também incidem sobre **o papel do professor no planejamento da aula** e na gestão dos objetivos inter-relacionados de promover aprendizagens matemáticas, interações dos alunos e sustentar a dinâmica da aula (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Sem desconsiderar as diferenças entre os sete grupos de FP, quanto aos aspectos identificados e ao modo de interpretá-los, **a evolução na natureza dos raciocínios, de descrições para explicações**, apresentada por todos os grupos, indica que o contexto de formação assente no caso multimídia mostra-se muito produtivo e diversificado à promoção de aprendizagens profissionais na formação inicial de professores de Matemática. A abrangência dos elementos percebidos e as formas de raciocinar sobre eles mostram que esse contexto pode oferecer oportunidades de aprendizagem sobre o Ensino Exploratório de Matemática e para além dele. Os FP desenvolveram percepções e tomaram decisões profissionais ancoradas em elementos característicos do Ensino Exploratório, assim como em **elementos mais gerais da prática do professor** como as formas de conversação e colaboração promovidas na cultura de sala de aula e de mobilização do pensamento algébrico dos alunos.

A partir de uma análise transversal sobre essas respostas parciais oferecidas à questão geral desta pesquisa, apresentamos e discutimos a seguir, os elementos desse contexto de formação que ofereceram oportunidades de aprendizagem profissional aos futuros professores

de Matemática, associados ao **formato e conteúdo das mídias**; às **questões propostas pelo multimídia**; à **organização e ao sequenciamento do multimídia**; e à **dinâmica de exploração do caso multimídia** e ao **papel do formador**.

#### **ELEMENTOS DO CONTEXTO DE FORMAÇÃO QUE OFERECERAM OPORTUNIDADES DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL AOS FP**

Alguns dos elementos aqui apresentados são constituintes do próprio caso multimídia e outros são mais amplos, estando ligados ao processo de formação, planejado e implementado para a exploração do caso. Assim sendo, possuem naturalmente inter-relações entre eles. Todavia, as subseções que seguem são utilizadas para discutir as especificidades que se sobressaem e caracterizam cada um desses elementos.

#### **Formato e conteúdos das mídias**

A diversidade e complexidade dos aspectos de sala de aula percebidos e os modos de percebê-los pelos FP apresentam estreita relação com a variedade e especificidade dos conteúdos retratados nas mídias e com as particularidades de seus formatos. As possibilidades digitais do vídeo, por exemplo, de assistir a ele mais de uma vez e com expectativas e objetivos distintos, oferecem oportunidades de refletir a respeito das interações tais como elas se desenvolvem em sala de aula (VAN ES; SHERIN, 2002; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; BLOMBERG et al., 2013; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Nesse sentido, episódios diversificados de vídeos de curta duração revelam-se recursos promissores, em especial, no destaque da natureza situacional e dialógica da conversação entre pares e coletivamente na dinâmica da aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Algumas características dos aspectos da comunicação comentadas pelos FP, tais como, questões para promover interações entre os alunos ou formas específicas de *feedback* (provocar lembranças ou sugerir a realização de testes) apresentam-se de modo particular em distintos episódios de vídeos (CAPÍTULO 1). Do mesmo modo, na compreensão de aspectos chave da discussão coletiva, os pedidos da professora aos alunos de identificação de diferenças e semelhanças entre as suas resoluções, destacam-se fortemente nas respostas escritas dos FP sobre a análise de um dos episódios de vídeo (CAPÍTULO 3).

Dessa forma, tanto o formato quanto o conteúdo das mídias mostram influenciar a natureza dos raciocínios mobilizados pelos FP. As explicações e previsões emergem, de modo

mais predominante, na análise de vídeos, reafirmando seu potencial tecnológico e comunicacional à aprendizagem profissional de (futuros) professores (VAN ES; SHERIN, 2002; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007; BLOMBERG et al., 2013; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; SCHÄFER; SEIDEL, 2015). Todavia, o processo de análise da antecipação da aula pela professora revela-se significativo ao desenvolvimento de descrições pelos FP – sendo o raciocínio descritivo muito importante à capacidade de explicar e prever (SCHÄFER; SEIDEL, 2015) (CAPÍTULO 3).

De modo particular, o plano de aula da professora e a tarefa matemática permitem a representação do modo pelo qual esses materiais são constituídos tendo em conta a perspectiva do Ensino Exploratório. Essas mídias articuladas aos áudios, na etapa *Antes da aula*, oferecem a oportunidade de previamente (re)conhecer os objetivos da aula e as intenções da professora em relação às aprendizagens dos alunos e à gestão da aula de acordo com os propósitos para cada uma das fases da aula no Ensino Exploratório (CAPÍTULO 2; 3).

As resoluções dos alunos, emergentes de uma tarefa exploratória, com suas diferentes representações, registros de cálculos e explicações, para além de respostas finais, reúnem detalhes das estratégias matemáticas, necessários, porém não suficientes, para a percepção de aspectos implícitos ou explícitos do pensamento algébrico dos alunos. Em particular, os níveis de complexidade no desenvolvimento da tarefa (de uma questão para outra) e entre as diferentes resoluções, oferecem mais condições aos FP de identificar e interpretar aspectos do pensamento algébrico dos alunos e inferir sobre como ele pode ser promovido na discussão coletiva no Ensino Exploratório (CAPÍTULO 2).

Dessa forma, a especificidade e variedade de conteúdo das mídias oferecem oportunidades aos FP de ultrapassar conhecimentos baseados tão somente em suas experiências e raciocinar sobre aspectos proeminentes do ensino e da aprendizagem de Matemática (BALL; COHEN, 1999; SANTAGATA; ZANNONI; STIGLER, 2007). Aspectos que, por sua vez, também têm sido apontados pela literatura sobre a prática do Ensino Exploratório (MESTRE; OLIVEIRA, 2012; OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013), de abordagens de *inquiry* (STEIN et al., 2008; CHAPMAN, 2013) e acerca da perspectiva dialógica (WELLS, 2004; WOLFE; ALEXANDER, 2008; WEGERIF, 2010). Portanto, as características específicas representadas nas mídias ampliam as possibilidades de promover a conexão entre teoria e prática na aprendizagem profissional de FP.

No entanto, ressaltamos que as percepções dos FP sobre o pensamento algébrico dos alunos na exploração inicial das produções escritas da resolução da tarefa, não passaram da identificação de algumas representações e de formas de expressar a regra (WALKOE, 2015),

ou da verificação direta da ocorrência ou não da compreensão matemática dos alunos (CALLEJO; ZAPATERA, 2016). Nesse caso, a capacidade de perceber o pensamento matemático do aluno foi desenvolvida quando combinada a outros elementos do contexto de formação (discussão conjunta e o papel da formadora) (CAPÍTULO 2). Desse modo, cabe salientar que, o formato e conteúdo das mídias auxiliam, mas isoladamente não são fatores decisivos na visão profissional dos FP. Além deles, as questões do multimídia também representam fatores intervenientes na mobilização de múltiplas leituras e interpretações da prática do professor (McGRAW et al., 2007).

### **Questões do multimídia**

A natureza das questões do multimídia e o modo como estão encadeadas, de forma a orientar um processo indutivo de interpretação aprofundada e, ao mesmo tempo, holística, em torno de um ou mais aspectos identificados na(s) mídia(s), contribuem ao desenvolvimento dos processos envolvidos na capacidade de visão profissional do professor. Geralmente, as primeiras questões sobre a mídia analisada chamam a atenção dos FP para aspectos significativos das ações de ensino e das aprendizagens dos alunos. Mas, junta ou seguidamente a essas questões, as solicitações de justificativas ou comentários sobre o que se sobressai nos eventos observados, exigiam dos FP a construção de relações entre os aspectos por eles percebidos. De modo integrado, o conjunto de questões sobre a(s) mídia(s) analisada(s) possibilita pensar sobre as ações e intenções do professor no Ensino Exploratório de Matemática (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013), tendo em conta o que se interpreta do pensamento ou compreensão matemática dos alunos (SHERIN; VAN ES, 2009; JACOBS; LAMB; PHILIPP, 2010). Ou seja, o conjunto de questões exige não só a descrição de elementos da prática do professor, mas a interpretação das implicações dela, considerando a sua importância na aprendizagem e na dinâmica ou cultura de sala de aula. Tais características podem ter incentivado os FP a mobilizarem progressivamente mais explicações do que descrições, bem como um número considerável de previsões, em relação à percepção de aspectos da comunicação no Ensino Exploratório e da fase de discussão coletiva (CAPÍTULO 1; 3). Além disso, as questões do multimídia também se centram em situações problemáticas ou desafiadoras da prática da professora (CAPÍTULO 2; 3). Dessa forma, apesar de orientar o foco para eventos mais relevantes, as questões deixam abertura para a exposição e discussão de diferentes ideias, próprias de cada grupo de FP, a partir de seus conhecimentos.

Outros resultados desta pesquisa revelam diferenças e relações importantes identificadas nas respostas elaboradas pelos FP para as questões do multimídia sobre a fase de discussão coletiva da tarefa de uma etapa para a outra de exploração do caso. Nomeadamente, da etapa *Antes da aula* que retrata a preparação da aula pela professora e da etapa *A aula* referente à sua concretização. Sendo assim, além das questões, a organização do multimídia também se salienta como um elemento significativo nesse contexto de formação.

### **A organização e sequenciamento do multimídia**

Além de possibilitar uma visão mais abrangente e articulada da atividade docente (OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; CYRINO; OLIVEIRA, 2016), as duas primeiras etapas do caso multimídia foram fundamentais no desenvolvimento da visão profissional dos FP. De modo inter-relacionado, tanto a capacidade de perceber aspectos relevantes na fase de discussão coletiva quanto de raciocinar com base no conhecimento sobre eles (VAN ES; SHERIN, 2002) foi mudando e sendo expandida ao longo da exploração do caso multimídia. Esse processo ocorreu não só de uma etapa para outra, mas, de modo semelhante, de um episódio de vídeo da discussão coletiva para o outro (CAPÍTULO 3).

O fato de os aspectos da fase de discussão coletiva percebidos nas mídias da etapa *Antes da aula*, embora de diferentes formas, chamar novamente a atenção dos FP na etapa *A aula* (CAPÍTULO 3), mostram uma relação importante entre o modo pelo qual as mídias estão organizadas no caso e as oportunidades de aprendizagem oferecidas aos FP. As intenções da professora, com base no que se espera dos alunos no Ensino Exploratório, registradas no seu plano de aula ou no áudio de sua entrevista, também se tornaram expectativas prévias dos FP, influenciando-os quanto ao que observar nos segmentos de vídeos em *A aula*. Nesse sentido, a exploração da etapa *Antes da aula*, além de oferecer suporte à aprendizagem profissional dos FP quanto ao papel do professor na antecipação da aula, também apoia o desenvolvimento da visão profissional dos FP no processo de (re)conhecer e de (re)construir significados às interações de sala de aula retratadas nos vídeos (CAPÍTULO 3).

De modo semelhante, o reconhecimento prévio de elementos relevantes nos materiais explorados na etapa *Antes da aula*, tais como, a tarefa matemática, o plano de aula com os objetivos de ensino e a descrição de possíveis resoluções, equívocos ou dúvidas dos alunos, mostram sua influência nas considerações dos FP quanto à seleção e ao sequenciamento das resoluções dos alunos para a discussão coletiva tendo em vista a promoção do pensamento algébrico dos alunos (CAPÍTULO 2). Dessa forma, as aprendizagens mobilizadas pelos FP na

etapa *Antes da aula* oferecem suportes à percepção profissional dos FP na exploração de produções escritas dos alunos na resolução da tarefa e de vídeos da discussão coletiva (CAPÍTULOS 2; 3). Igualmente, nas subseções da etapa *A aula*, as análises de vídeos e das resoluções dos alunos contribuem às interpretações mais substanciais de uma fase exigente como é o caso da discussão coletiva (CAPÍTULOS 2; 3). De modo geral, sugerimos que as mídias já analisadas oferecem suportes à percepção de aspectos importantes do ensino ou da aprendizagem de outras mídias ainda não exploradas. Por conseguinte, a organização e sequenciamento delas na exploração do multimídia facilitam a mobilização de um processo contínuo de aprendizagens profissionais dos FP.

Ao mesmo tempo em que explicitamos as características dos elementos presentes no caso multimídia, tendo em conta as oportunidades de aprendizagem profissional que eles ofereceram aos FP, a complexidade imbuída nesses elementos também destaca a importância de algumas ações de formação e o papel do formador no processo de exploração do multimídia.

### **A dinâmica de exploração do caso multimídia e o papel do formador**

Putnam e Borko (2000) recomendam que os formadores ofereçam oportunidades de aprendizagem aos professores em formação do modo pelo qual se espera que eles a façam com seus (futuros) alunos em sala de aula. Considerando que, na formação inicial, os FP também podem se apropriar de crenças e hábitos de seus formadores, Imbernón (2011) defende o desenvolvimento de práticas de formação condizentes com a perspectiva de ensino básico assumida nelas. Nesta perspectiva, a implementação de uma dinâmica de exploração do caso multimídia compatível à perspectiva do Ensino Exploratório revela-se um elemento do contexto de formação inicial influente no engajamento, (re)construção conjunta de conhecimentos e desenvolvimento das capacidades de percepção dos FP.

Em consonância com a dinâmica da aula no Ensino Exploratório, as ações de formação foram encaminhadas a partir da seguinte sequência: 1) Apresentação e apropriação da proposta com orientações gerais para o seu (des)envolvimento; 2) Produção de respostas escritas às questões do multimídia, a partir de interações em pequenos grupos (seis duplas e um trio); 3) *Feedback* escrito da formadora a essas produções quanto à amplitude dos aspectos identificados nas mídias, à consistência da argumentação e à coerência com a finalidade das questões; e 4) Discussões conjuntas com todos os FP sobre os aspectos que se sobressaem nas mídias exploradas, visando à explicitação das ideias basilares dos raciocínios dos grupos de FP ou individuais sobre a prática da professora e importância dela à aprendizagem dos alunos no

contexto do Ensino Exploratório. Nessas ações de formação destacam-se a participação (inter)ativa e responsiva dos FP, mobilizada ao longo desse processo, bem como papel da formadora desde o seu planejamento.

O **planejamento** demanda a seleção da(s) mídia(s) e questões sobre elas, de acordo com os objetivos da formação, das experiências dos participantes e do tempo de que se dispõe (VAN ES; SHERIN, 2008). Essas ações exigem a capacidade de visão profissional por parte da formadora, uma vez que elas envolvem a antecipação dos aspectos relevantes de ensino e de aprendizagem que podem ser (re)conhecidos mais ou menos facilmente pelos FP nas mídias observadas. Com base nessas previsões, a formadora traça estratégias para apoiar o desenvolvimento das capacidades de percepção dos participantes, sem interferir diretamente nas suas interpretações. De acordo com o que é percebido pela formadora, nas produções escritas e discursos dos FP nas discussões entre pares e conjuntas, as ações de formação precisam ser repensadas e constantemente adaptadas. Por exemplo, habitualmente, essas discussões ocorriam após a exploração pelos FP de uma das subseções do caso multimídia. No entanto, se a formadora verificasse que a produção escrita dos FP apresentava-se muito problemática, as discussões eram adiantadas.

A exploração do caso multimídia consistiu em algo novo e desafiador para os FP desta pesquisa. Por um lado, esse contexto despertou o interesse dos FP e por outro acarretou dificuldades de natureza distintas. A produção escrita de elementos de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, em que o ensino de Álgebra intenta a promoção de formas de pensar ao invés da simples manipulação de símbolos, caracteriza-se como um processo relativamente complexo e refinado. Além disso, os FP apresentaram algumas dificuldades de realizar produções textuais em duplas ou trio. De modo semelhante, participar coletivamente de discussões, compartilhando conhecimentos ou crenças de dimensões diversas mobilizados no processo de atribuir sentidos ao que acontece nos eventos analisados, exigiu posicionamentos dos FP que, de modo particular, não estavam habituados a ter na formação inicial. Diante desses desafios, cada uma das ações de formação apresenta indícios de sua importância aos FP na exploração do caso multimídia.

O engajamento e desempenho inicial dos FP na exploração do caso estão ligados à **apresentação e apropriação da proposta (1)**. Haja visto que, antes de iniciar a análise da(s) mídia(s), eles precisam ter clareza do que é para ser feito, do que é esperado deles e do que esperar da formadora. Por exemplo, na seleção e no sequenciamento de resoluções, inicialmente, os FP mostraram-se indecisos e a maioria de suas opções não foi devidamente justificada. Considerando que, até então, esses participantes nunca tinham visto uma discussão

coletiva no Ensino Exploratório de Matemática, a falta de alguns esclarecimentos prévios sobre quais questões da tarefa matemática essas opções poderiam ser feitas, acentuaram as dificuldades dos FP (CAPÍTULO 2).

A **produção de respostas escritas às questões do multimídia em pequenos grupos (2)** apresenta seu potencial, principalmente aos processos de prestar a atenção em e raciocinar sobre aspectos significativos das interações entre pares e coletivamente na perspectiva de Ensino Exploratório (CAPÍTULOS 1; 3), reafirmando o pressuposto de Wells (2004) e Llinares e Valls (2009) de que os sujeitos podem concentrar-se e compreender melhor um tópico quando têm que escrever sobre ele e comunicá-lo para outros leitores (CAPÍTULO 1). Todavia, essa atividade também exige o apoio da formadora. Nesse sentido, preservando a autonomia dos participantes, os suportes basearam-se em incentivos a cada um dos membros dos grupos para a descrição dos eventos analisados, o que desencadeou o surgimento de interpretações particulares, por vezes diferentes entre elas, mas com algumas evidências para fundamentar ou rever, em pares, as ideias explicitadas.

O **feedback escrito da formadora (3)**, considerando a abrangência de aspectos identificados e as suas explicações de acordo com os objetivos das questões, parece ter favorecido a ampliação, aprofundamento ou redimensionamento das respostas escritas subsequentes dos FP, dado que essa ação da formadora passou a ser esperada pelos FP, bem como lhes ter tornado conscientes de sua própria capacidade de visão profissional. Além disso, o *feedback* parece ter facilitado ou encorajado a participação dos FP nas discussões conjuntas.

As respostas escritas dos FP às questões do multimídia evidenciam o desenvolvimento da visão profissional dos FP em relação aos aspectos da comunicação e à discussão coletiva da tarefa no Ensino Exploratório. Entretanto, apesar de cada um dos grupos, de algum modo, apresentar avanços na sua forma de raciocinar, há diferenças na abrangência dos aspectos percebidos e na natureza dos raciocínios entre os grupos investigados (CAPÍTULOS 1; 3). Dessa forma, a **discussão conjunta (4)** mostra-se como uma oportunidade aos FP de visitar ou revisar os principais eventos da(s) mídia(s) analisada(s) e compartilhar os aspectos considerados mais significativos.

Em especial, as discussões conjuntas evidenciam os FP posicionando-se como professores, situando-se nos eventos de ensino analisados e confrontando/articulando os aspectos identificados aos conhecimentos emergentes de suas experiências (CAPÍTULOS 1; 2). Destaca-se, com isso, a importância de que o FP perceba e discuta os episódios de aula sob a perspectiva de professor e não somente de aluno, uma vez que esse aspecto é essencial quando se pretende desenvolver a visão profissional do FP. Os resultados mostraram que, ao se

imaginar no lugar do professor, diante dos eventos que lhes foram mais desafiadores, os FP reconheceram as dificuldades para tomar decisões ligadas, por exemplo, às formas alternativas de prover *feedback* aos alunos, sem lhes dizer diretamente as respostas, ou ao estabelecimento de critérios para selecionar e sequenciar as resoluções para discussão coletiva, oferecendo-lhes condições à promoção do pensamento algébrico (CAPÍTULOS 1; 2).

Tais situações foram provocadas por questões da formadora, bem como por esforços para tornarem públicos os pontos de vista dos FP. Em síntese, o **papel da formadora** nesse processo pode ser caracterizado pelas seguintes ações: utilizar recursos e organizar a apresentação sintética das diferentes produções dos grupos de FP, articulando-as aos excertos ou a uma parte da(s) mídia(s) de onde elas emergiram; esclarecer a intencionalidade e importância das questões/propostas do multimídia que não foram substancialmente atendidas; retomar trechos de episódios que não foram percebidos ou que foram superficialmente interpretados; reconhecer e partir das ideias dos FP, baseando-se nas evidências oferecidas por eles ou em seus posicionamentos; perguntar o que pode ser reconhecido como relevante na(s) mídia(s) em relação aos aspectos de ensino, do pensamento matemático do aluno ou de outros elementos do contexto; chamar a atenção dos FP para aspectos distintivos na(s) mídia(s) observada(s); fazer questões para que os FP explicitem em que ideias ou evidências embasam os seus raciocínios; colocar questões problematizadoras que desafiem o FP a posicionar-se ou imaginar-se no lugar do professor; e tentar sair do centro da discussão, promovendo discussões não apenas com os FP, mas entre eles, uma estratégia encontrada para tanto consiste em promover o confronto de interpretações ou sugestões de ensino diferentes.

De modo geral, essas estratégias da formadora para promover discussões conjuntas com e entre os FP mobilizam a explicitação, ampliação ou reformulação das ideias basilares das percepções específicas de cada grupo ou participante, em direção à (re)construção conjunta de um referencial coletivo sobre aspectos relevantes da prática do professor.

Todavia, antes de encerrar estas conclusões finais, gostaríamos de salientar que, assim como um texto não tem significado sem o seu contexto (WELLS, 2004), uma mídia ou uma questão não tem significado sem os outros elementos que constituem o seu contexto. Portanto, cada subconjunto de elementos do caso multimídia, tais como, a(s) mídia(s) e questão(ões) sobre elas, da maneira como estão organizados e na dinâmica pela qual foram exploradas neste contexto de formação, somam-se uns aos outros, fornecendo mais condições aos FP de aprender de modo mais abrangente sobre elementos exigentes da prática de uma professora de Matemática experiente no Ensino Exploratório.

Dessa forma, concluímos que é o conjunto desses elementos aqui apresentados que contribui para as aprendizagens profissionais dos FP, não um deles por si só. Visto que, o importante para os FP foi passarem por um processo contínuo, de (re)conhecer desde a preparação até a concretização da aula, e não por uma ou por outra subseção dentro dele. De modo semelhante, não somente uma das ações, mas a dinâmica da formação como um todo, considerando os participantes e as características do contexto específico em que foi implementada, forneceu suportes e orientação necessários para o desenvolvimento inter-relacionado das capacidades de percepção ou visão profissional dos FP.

### **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As conclusões desta pesquisa explicitam elementos inter-relacionados do contexto de formação assente em um caso multimídia que levam em conta a complexidade de situações práticas que representam mudanças significativas nos papéis tradicionais do professor e do aluno e suas implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática. As oportunidades de aprendizagem profissional oferecidas nesse contexto indicam novas possibilidades à formação inicial de conexão entre teoria e prática, bem como de desenvolvimento de capacidades profissionais vinculado à (re)construção integrada de conhecimentos específicos do professor de Matemática.

Nesse contexto de exploração de artefatos da prática de uma professora experiente no Ensino Exploratório, voltada à promoção do pensamento algébrico dos alunos, as ideias explicitadas pelos FP partem do que eles conseguem (re)conhecer como significativo no ensino e na aprendizagem de Matemática. Diante da miríade de eventos de sala de aula, determinados aspectos chamam mais a atenção do que outros, uma vez que esse processo envolve elementos objetivos e subjetivos do sujeito que está a perceber (MASON, 2002; VAN ES; SHERIN; 2002; 2008). Assim, o conteúdo das mídias analisadas apresenta-se como um elemento importante do contexto no (re)conhecimento de componentes chave da prática do professor, mas, ao mesmo tempo, o que se percebe e o modo de percebê-los dependem dos conhecimentos ou crenças dos FP. Nesse sentido, ao passo que as descrições revelam o que se destaca como relevante aos FP, elas por si só, não nos oferecem indícios sobre as ideias dos FP que ancoram a compreensão do evento analisado. Dessa forma, os raciocínios na forma de explicações ou de previsões contêm os significados (re)construídos pelos FP, permitindo a análise de sua coerência com as intenções da professora ou com o que a literatura apresenta, ou seja, com elementos contextuais ou conceituais em jogo.

Embora a categorização da natureza dos conhecimentos mobilizados pelos FP não tenha sido o foco desta pesquisa, o modo pelo qual as ideias basilares dos seus raciocínios emergem, de acordo com o que as situações lhes exigem, permite-nos dizer que eles transitam pelos diferentes domínios do conhecimento profissional do professor (SHULMAN, 1986). Portanto, esta pesquisa evidencia um contexto de formação que oferece condições à (re)construção de conhecimento profissional integrado do professor (SCHÄFER; SEIDEL, 2015), tal como situado, no que diz respeito à sua ligação com os artefatos de uma prática específica, presentes no caso multimídia (PUTNAM; BORKO, 2000).

A perspectiva de formação assente no caso multimídia é coerente tanto ao Ensino Exploratório quanto à natureza interpretativa de análise dos dados assumidos nesta pesquisa. As questões e propostas do multimídia, bem como as ações de formação, não direcionam diretamente a percepção dos FP para aspectos do ensino e da aprendizagem já preestabelecidos pela literatura, permitindo-lhes múltiplas leituras e interpretações dos episódios observados (McGRAW et al., 2007). Para exemplificar, salientamos o fato de não ter sido solicitado aos FP à caracterização do pensamento algébrico dos alunos ou dos aspectos da comunicação, a partir de *frameworks* com categorias pré-definidas segundo as pesquisas da área, como sucede em outros estudos (MITCHELL; MARIN, 2015; WALKOE, 2015). Entretanto, essa abertura exige mais esforços do formador, sobretudo, em relação ao *feedback* oferecido às respostas escritas dos FP e à promoção e encaminhamento das discussões conjuntas de formação.

Considerando a diversidade e singularidade das experiências pessoais e educacionais de cada um dos FP, essas ações constituem-se fundamentais para a explicitação, reformulação, aprofundamento ou extensão de aspectos percebidos nas mídias analisadas em direção à (re)construção de um quadro de referência coletivo e próprio dos professores em formação. Além disso, o desenvolvimento de ações em que os FP conheçam e confrontem os seus quadros de referência com as reflexões do professor, bem como com quadros fundamentados na literatura da área, destacam-se como igualmente importantes. Para tanto, consideramos que a etapa *Reflexão após aula*, presente no caso, pode oferecer oportunidades para a sistematização das aprendizagens dos FP e explicitação de outras, por conseguinte, sugerem pesquisas nesse sentido.

A capacidade de visão profissional de elementos da prática de sua futura profissão é significativa aos FP, uma vez que se espera que ela lhes forneça autonomia para tomar decisões de ensino e assumir as responsabilidades das opções feitas (SHULMAN, 1986; BRASIL, 2001a). Sendo assim, também seria importante investigar como que eles ajustam o referencial

(re)construído na análise da prática de outro professor à sua própria prática, na etapa *Colocar em prática*.

É importante lembrar que os resultados desta pesquisa indicam que propor formas alternativas de *feedback* produtivo ao avanço dos alunos na resolução da tarefa, assegurando-lhes sua autoridade matemática na elaboração de estratégias, assim como interpretar o pensamento algébrico dos alunos a partir de suas produções escritas, constituíram-se incidentes críticos às capacidades de percepção dos FP. Essas capacidades e os conhecimentos que a envolvem, influenciam na escolha ou adaptação da tarefa, planejamento e implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório que visa à promoção do pensamento algébrico dos alunos. Portanto, merecem mais espaço e atenção na formação inicial de professores e nas pesquisas dessa área. De modo semelhante, tomar decisões sobre a seleção e sequenciamento das resoluções dos alunos para a discussão coletiva, também se mostrou igualmente desafiador para os FP, trazendo à tona suas incertezas e dificuldades que, por sua vez, podem revelar elementos da identidade profissional dos FP. Por conseguinte, sugerem pesquisas a esse respeito.

Não podemos esquecer, porém, que além de ter sido o primeiro contato dos FP com um caso multimídia referente à prática do professor no Ensino Exploratório de Matemática, foi também a primeira disciplina relativa, essencialmente, à Educação Matemática. Nas primeiras declarações escritas ou verbais dos FP, o professor era visto como único sujeito capaz/com conhecimento matemático para fornecer explicações; a ideia da participação do aluno restringia-se a atenção dada a essas explicações e a resolução isolada de exercícios; e a problemática da aprendizagem de Matemática não era relacionada ao ensino. Essa perspectiva estendia-se à compreensão do ensino de Álgebra como limitado à introdução de conteúdos e exemplos particulares para a aplicação de procedimentos e manipulação de símbolos (CHAPMAN, 2013). Dessa forma, embora existam pontos críticos, os conhecimentos (re)construídos sobre elementos gerais e específicos do Ensino Exploratório, da cultura da sala de aula e do pensamento algébrico dos alunos, face ao ponto de partida dos FP, denotam uma evolução acentuada na sua visão profissional.

Esta pesquisa também apresenta algumas limitações metodológicas referentes à explicitação das trajetórias individuais de aprendizagem dos FP, assim como à elucidação mais aprofundada de alguns elementos do contexto de exploração do caso multimídia, em detrimento de outros. Apesar disso, acreditamos que nossas conclusões podem contribuir com investigações futuras, em cursos de Licenciatura em Matemática e em diferentes momentos da formação inicial de professores. Afinal, elas fornecem indicativos que podem ajudar a

evidenciar se as informações aqui apresentadas, sobre os elementos do contexto e as aprendizagens profissionais de futuros professores de Matemática, podem também ser identificadas na exploração de outros casos multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório ou, ainda, se a visão profissional de FP pode influenciá-los em futuras experiências práticas no Estágio.

No campo da formação inicial de professores de Matemática, as conclusões e considerações finais desta pesquisa, a respeito dos elementos do contexto e suas contribuições ao desenvolvimento de capacidades profissionais vinculado à (re)construção integrada de conhecimentos situados na prática de sua futura profissão, permitem-nos defender a tese de que o contexto de formação assente em um caso multimídia com elementos e situações da prática do professor de Matemática na perspectiva do Ensino Exploratório oferece oportunidades diversificadas e substanciais de aprendizagem profissional a futuros professores de Matemática.

## REFERÊNCIAS<sup>72</sup>

ALEXANDER, R. *Dialogic teaching essentials*. Singapore: National Institute of Education, 2010. Disponível em: <<http://www.nie.edu.sg/docs/default-source/event-document/final-dialogic-teaching-essentials.pdf>>. Acesso em: 05 jun. 2014.

ARTIGUE, M.; BLOMHOJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, n. 6, p. 797-810, 2013.

BALDINI, L. A. F. *Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra*. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: JosseyBass, 1999. p. 3-32.

BALL, D.; BASS, H. Making mathematics reasonable in school. In: KILPATRICK, J.; MARTIN, G. W.; SCHIFTER, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 27-44.

BARBOSA, J. C. Formatos Insubordinados de Dissertações e Teses na Educação Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). *Vertentes de Subversão na Produção Científica em Educação Matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 347-367.

---

<sup>72</sup> Excepcionalmente, esta seção contempla todos os trabalhos citados no decorrer da tese e não apenas aqueles presentes nas Conclusões e Considerações Finais.

BATES, A.W. *Technology, E-Learning and Distance Education*. 2. ed. Edition, Londres: Routledge Falmer, 2005. 246p.

BAXTER, J. A.; WILLIAMS, S. Social and analytic scaffolding in middle school mathematics: managing the dilemma of telling. *Journal Mathematics Teacher Education*, v. 13, 2010, p. 7-26.

BELLONI, M. L. *O que é mídia-educação*. Campinas: Autores Associados, 2001.

BERGSTEN, C. et al. Learning to Teach Mathematics: Expanding the Role of Practicum as an Integrated Part of a Teacher Education Programme. In: EVEN, R.; BALL, D. L. (Eds.). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: New ICMI Study Series*, v. 11. New York: Springer, 2009, p. 57-70.

BLANTON, M. L. *Algebra and the elementary classroom: transforming thinking, transforming practice*. Portsmouth: Heinemann, 2008.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 412-446, Nov. 2005.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.). *Early algebraization: a global dialogue from multiple perspectives*. New York: Springer, 2011. p. 5-24.

BLOMBERG, G. et al. Five research based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal of Educational Research Online*, v. 5, n. 1, p. 90-114, 2013.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars Before Researchers: on the centrality of the dissertation literature review in research preparation. *Educational Researcher*, v. 34, n. 6, p. 3-15, aug./sep, 2005.

BORKO, H. et al. Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM Mathematics Education*. v. 43, p. 175-187, MÊS 2011.

BOYD, M. P.; MARKARIAN, W. C. Dialogic teaching and dialogic stance: Moving beyond interactional form. *Research in Teaching of English*, v. 49, n. 3, p. 272-296, fev. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP n. 9, de 08 de maio de 2001. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível Superior, curso de licenciatura, de graduação Plena*. Brasília, DF, 2001a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP n. 28, de 2 de outubro de 2001. *Dá nova redação ao Parecer CNE/CP 21/2001, que estabelece a duração e a carga horária dos cursos de Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena*. Brasília, DF, 2001b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>>. Acesso em: 07 nov. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 1, de 18 de fevereiro de 2002. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professor*

em Educação Básica, em Nível Superior, curso de Licenciatura, de Graduação plena. Brasília, DF, 2002a. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01\\_02.pdf](http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf)>. Acesso em: 18 de set. de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 2, de 19 de fevereiro de 2002. *Duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior*. Brasília, DF, 2002b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>>. Acesso em: 18 de set. de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 2, de 1º de julho de 2015. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada*. Brasília, DF, 2015. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category\\_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 20 de out. de 2015.

CALLEJO, M. L.; ZAPATERA, A. Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Published online: 29 Jan. 2016.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, nov./dez. 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática, número do evento., 2012. *Actas...* Castelo de Vide. Portalegre: SPIEM, 2012. p. 255–266.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.14, n.5, p.355-374, 2011.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.13, n.6, p. 445-458, 2010.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' learning through inquiry. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p.122-150, 2013.

CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução de Joice E. Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução de: Constructing Grounded Theory: a practical guide through qualitative analysis.

CLARKE, D.; HOLLINGSWORTH, H.; GORUR, R. Facilitating Reflection and Action: The Possible Contribution of Video to Mathematics Teacher Education. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p. 94-121, 2013.

CYRINO, M. C. C. T. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, A. M.; AUXILIADORA, V. P. (Orgs.). *A formação do*

*professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013a. p. 77-88.

\_\_\_\_\_. Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática. In: Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 7., 2013, Montevideo. *Actas...* Montevideo: FISEM, 2013b. p. 5188-5195.

\_\_\_\_\_. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*, v. 21, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.

\_\_\_\_\_. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016b.

\_\_\_\_\_. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 30, n. 54, p. 165-187, abr. 2016c.

\_\_\_\_\_. Teacher professional identity construction in pre-service mathematics teacher education: analysing a multimedia case. In: 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 13., 2016. *Actas...* Hamburg, 2016d. p. 24-31.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 81-100.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. A disciplina e a pratica da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução de Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41. Tradução de: *The Lanscape of Qualitative Research: Theories and issues*.

DEWEY, J. *Experiencia y Educación*. 7. ed. Buenos Aires: Editorial Losada, S. A., 1960.

\_\_\_\_\_. *How we think*. New York: Dover Publications, Inc. 1997. Original, Boston: D. C. Heath & Co., Publishers, 1910.

DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO, Brasília, DF, volume, n. 165, 28 ago. 2014. , p. 105.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. *Educational Researcher*, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ENGELN, K.; EULER, M.; MAASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, n.6, p. 823-836, 2013.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. Nova Iorque: MacMillan, 1986. p. 119-161.

ESTEVAM, E. J. G. *Práticas de uma Comunidade de Professores que Ensinam Matemática e o Desenvolvimento Profissional em Educação Estatística*. 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

FERREIRA, R. T.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimídia na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p. 491-512.

GAMA, R. P. *Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos: o caso de professores de Matemática em início de carreira*. 2007. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

GAN, M. J. S.; HATTIE, J. Prompting secondary students' use of criteria, feedback specificity and feedback levels during an investigative task. *Instructional Science: An International Journal of the Learning Sciences*, v. 42, n. 6, p. 861-878, 2014.

GARCIA, T. M. R. *Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática*. 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GATTI, B. A. A questão docente: formação, profissionalização, carreira e decisão política. In: GARCIA W. E. (Org.). *Textos selecionados de Bernadete A. Gatti*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011. p. 205-220.

GELLERT, U. *et al.* Practising Mathematics Teacher Education: Expanding The Realm of Possibilities. In: EVEN, R.; BALL, D. L. (Eds.). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: New ICMI Study Series*, v. 11. New York: Springer, 2009, p. 35-55.

GÓES, M. C. R. A natureza social do desenvolvimento psicológico. *Cadernos CEDES*, Campinas, n. 24, p. 21-29, 2000.

GOODWIN, C. Professional vision. *American Anthropologist*, v. 96, n. 3, p. 606-633, 1994.

GROSSMAN, P.; HAMMERNESS, K.; MCDONALD, M. Redefining teaching, re-imagining teacher education. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, v. 15, n. 2, p. 273-289, abr. 2009.

GROSSMAN, P. et al. Teaching Practice: A Cross-Professional Perspective. *Teachers College Record*. Columbia University. v. 111, n. 9, p. 2055–2100, set. 2009.

HIEBERT, J. What research says about the NCTM Standards. In: KILPATRICK, J.; MARTIN; G. W.; SCHIFTER, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 5-23.

IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. Tradução de Silvana C. Leite. 9 ed. São Paulo: Cortez, 2011. Tradução de: Formarse para el cambio y la incertidumbre.

JACOBS, V. R.; LAMB, L. C.; PHILIPP, R. Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 41, n. 2, p. 169-202, mar. 2010.

KAPUT, J.; BLANTON, M. L.; MORENO, L. Algebra from a symbolization point of view. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. L. (Eds.). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 133-160.

KERSTING, N. et al. Teachers' analyses of classroom video predict student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, v. 61, n.1-2, p. 172-181, 2010.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. v.123. (Coleção Perspectivas do homem).

KRAINER, K. Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAMPERT, M. Learning Teaching in, from, and for Practice: What Do We Mean?. *Journal of Teacher Education*, Sage Publication, v. 20, n. 10, p. 1-14, out. 2009.

LERMAN, S. The social turn in mathematics education research. In: BOALER, J. (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*. Westport, CT: Ablex, 2000. p. 19-44.

\_\_\_\_\_. Cultural, Discursive Psychology: A Sociocultural Approach to Studying the Teaching and Learning of Mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, v. 46, n. 1-3, may. 2001, p. 87-113.

\_\_\_\_\_. Mapping the effects of policy on mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, v. 87, n. 2, p. 187-201, MÊS 2014.

LINCOLN, Y.; GUBA. Controvérsias paradigmáticas, contradições e confluências emergentes. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 169 - 192. Tradução de: The Landscape of Qualitative Research: Theories and issues.

LINS, R. A formação exige prática. *Revista Nova Escola*, n. 165, set. 2003. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/formacao/formacao-exige-pratica-423193.shtml>> Acesso em: 14 nov. 2015.

LLINARES, S.; VALLS, J. Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 13, n. 2, p. 177-196, abr. 2009.

MASON, J. *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer, 2002.

MATOS, A.; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *Relime*, v.11, n. 2, p.195-231, 2008.

McDUFFIE, A. R. et al. Using video analysis to support prospective K-8 teachers' noticing of students' multiple mathematical knowledge bases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova Iorque, v.17, n. 3, p. 245-270, 2014.

McGRAW, R. et al. The multimedia case as a tool for professional development: an analysis of online and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, inservice teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 95-121, 2007.

MENEZES, L. et al. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161.

MERCER, N.; DAWES, L. The study of talk between teachers and students, from the 1970s until the 2010s. *Oxford Review of Education*, v. 40, n. 4, p. 430-445, 2014.

MERRIAM, S. B. *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco: JosseyBass, 1998.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, v. 21, n. 2, p. 111-138, 2012.

\_\_\_\_\_. Uma experiência de ensino no 4.º ano conduzida no duplo papel de professora-investigadora. *Quadrante*, v. 25 n. 2 , p. 25-49, 2016.

MEWBORN, D. S. Learning to Teach Elementary Mathematics: Ecological Elements of a Field Experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 3, n. 1, p. 27-46, 2000.

MITCHELL, R. N.; MARIN, K. A. Examining the use of a structured analysis framework to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 18, n. 6, p. 551-575, dec. 2015.

MOTA, H. D. F. *Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório*. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

NAGY, M. C. *Trajatórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática*. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2013.

NCTM. *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Casos multimédia na formação de professores que ensinam Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 429-461.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M., C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *Sisyphus*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H.; HANNULA, M. Individual Prospective Mathematics Teachers: Studies on their Professional Growth. In: WOOD, T.; KRAINER, K. (Eds.). *Participants in Mathematics Teacher Education*. The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. v. 3. p. 13-34.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

OLIVEIRA, H.; MESTRE, C. Opportunities to develop algebraic thinking in elementary grades throughout the school year in the context of mathematics curriculum changes. In: Y. LI; SILVER, E.; LI, S. (Eds.). *Transforming Mathematics Instruction: Multiple approaches and practices*. Dordrecht: Springer. 2014. p. 173-197.

PALTRIDGE, B. Thesis and dissertation writing: An examination of published advice and actual practice. *English for Specific Purposes*, v. 21, p. 125-143, 2002.

PEDRO, I. J. C. R. *Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade*. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista da Educação*, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PUTNAM, R. T.; BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?. *Educational Researcher*, v. 29, n. 1, p. 4-15, 2000.

RADFORD, L.; BARDINI, C.; SABENA, C. Perceiving the General: The Multisemiotic Dimension of Students' Algebraic Activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 38, n. 5, p. 507-530, 2007.

RADFORD, L. Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns indifferent contexts. *ZDM*, v. 40, p. 83-96, Jan. 2008.

RADFORD, L. Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. In: UBUZ, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. v. 4. Ankara, Turkey: PME, 2011. p. 17-24.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, v. 26, n. 2, p. 257-277, jun. 2014.

RASKU-PUTTONEN, H. et al. Dialogical patterns of interaction in pre-school classrooms. *International Journal of Educational Research*, v. 53, p. 138-149. 2012.

RODRIGUES, R. V. R. *A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros*. 219f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2009.

RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam matemática: análise de pesquisas brasileiras. *Nuances: estudos sobre Educação*, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 148-169, maio./ago. 2014.

RODRIGUES, P. H. *Práticas de um grupo de estudo e pesquisa na elaboração de um caso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática*. 2015. 227f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2015.

RODRIGUES, R. V. R. et al. Perspectivas para formação de professores e para pesquisa no contexto de exploração de casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 203-217.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, v. 43, p. 133-145, fev. 2011.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista Brasileira de Educação*, v. 14, n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009.

SCHÄFER, S.; SEIDEL, T. Noticing and reasoning of teaching and learning components by preservice teachers. *Journal for Educational Research Online*, v. 7, n. 2, p. 34-58, 2015.

SCHWANDT, T. A. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: Interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução de: Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 193-217. Tradução de: The Landscape of Qualitative Research: Theories and issues.

SEIDEL, T.; PRENZEL, M. How teachers perceive lessons – Assessing educational competencies by means of videos. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, v. 10, p. 201-216, 2007.

SEIDEL, T.; STÜRMER, K. Modeling the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*, v. 51, n. 4, p. 739-771, 2014.

SFORNI, M. S. de F. *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade*. Araraquara: JM Editora, 2004.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). *Video research in the learning sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 1, p. 20-37, nov.2009.

SHULMAN, L. Those Who Understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*. Washington, v. 12, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SOUSA, M. do C. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. 2004. 286 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

\_\_\_\_\_. Quando a História da Matemática passa a ser Metodologia de Ensino. In: *16º Cole – Congresso de leitura do Brasil*, n.16, 2007, Campinas. *Anais...* Disponível em: <[http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss02\\_04.pdf](http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss02_04.pdf)>. Acesso em: 24 de mai. 2008.

\_\_\_\_\_. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 83-99, 2009.

SOUZA NETO, S.; SILVA, V. P. Prática como Componente Curricular: questões e reflexões. *Rev. Diálogo Educ.*, Curitiba, v. 14, n. 43, p. 889-909, set./dez. 2014.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

TEIXEIRA, B. R. *Registros escritos na formação inicial de professores de Matemática: uma análise sobre a elaboração do Relatório de Estágio Supervisionado*. 2009. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

TEIXEIRA, B. R. *O Estágio Supervisionado e o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática: uma análise a respeito da identidade profissional docente*. 2013. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TEIXEIRA, B. R.; CYRINO, M. C. C. T. O estágio de observação e o desenvolvimento da identidade profissional docente de professores de matemática em formação inicial. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.16, n.2, p. 599-622, 2014.

TEO, P. Exploring the dialogic space in teaching: A study of teacher talk in the pre university classroom in Singapore. *Teaching and Teacher Education*, v. 56, p. 47-60, 2016.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, v. 4, n. 10, p. 571-596, 2002.

\_\_\_\_\_. Mathematics teachers "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, n.2, p. 244-276, 2008.

VYGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001. 496 p. Tradução de: Michliênne Rietch.

WALKOE, J. Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*. v. 18, n. 6, p. 523-550, dec. 2015.

WALSHAW, M.; ANTHONY, G. The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research*, v. 78, n. 3, p. 516-551, 2008

WEGERIF, R.; MERCER, N.; DAWES, L. From social interaction to individual reasoning: an empirical investigation of a possible sociocultural model of cognitive development. *Learning and Instruction*, v. 9, p. 493-516, 1999.

WEGERIF, R. *Mind Expanding: Teaching for Thinking and Creativity in Primary Education*, Maidenhead, UK: Open University Press, 2010.

WELLS, G. Learning and teaching for understanding: The key role of collaborative knowledge building. *Social Constructivist Teaching*, v. 9, p. 1-41, 2002.

\_\_\_\_\_. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. *Cultivating communities of practice*. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

WOLFE, S.; ALEXANDER, R. J. Argumentation and dialogic teaching: alternative pedagogies for a changing world. London: Futurelab, 2008.  
<[http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3\\_final\\_wolfealexander\\_argumentationalternativepedagogies\\_20081218.pdf](http://www.beyondcurrenthorizons.org.uk/wpcontent/uploads/ch3_final_wolfealexander_argumentationalternativepedagogies_20081218.pdf)>.

## ANEXO A

---

### Tarefa “Os colares”

**Data:** 31/07/13

**Duração:** 2 aulas de 50 minutos

**Conteúdo Estruturante:** Números e álgebra

**Tema:** Regularidades

#### **Objetivos:**

Reconhecer a regularidade na sequência;

Determinar vários termos da sequência;

Identificar as variáveis: número do colar e número total de contas;

Identificar a relação entre as variáveis: o número de contas é o dobro da posição da figura mais um;

Expressar em linguagem natural e/ou em linguagem simbólica a generalização das relações encontradas.

**Materiais:** Tarefa impressa, quadro, giz.

#### **Plano de aula**

##### **– Proposição e apresentação da tarefa (10 minutos)**

Primeiramente, a professora organizará a sala para o desenvolvimento da aula, já que o trabalho será realizado em grupos de três alunos cada. Em seguida, explicará aos alunos que, ao resolverem a tarefa proposta, deverão explicar por escrito como chegaram à solução.

Eles deverão apresentar suas resoluções aos demais colegas no momento de discussão da tarefa. Após essas indicações, a professora irá distribuir a tarefa aos alunos e, em seguida, fará leitura do enunciado da tarefa.

##### **- Desenvolvimento da tarefa (40 minutos)**

| Questão | Atividades dos alunos   | Atividades da professora   |
|---------|---|--|
| 1       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos contam qual o total de contas em cada colar das respectivas figuras 1, 2 e 3.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Verificar se eles perceberam a sequência em causa (nº total de contas, em cada colar).</li> </ul> <p>Possíveis questionamentos (se não tiverem registrado corretamente):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Veja o que se pede para você contar?</li> </ul>   |
| 2       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos descobrem quantas contas tem o colar que ocupa a posição 4 (figura 4).</li> <li>- Podem encontrar o resultado fazendo desenho acrescentando duas contas ao colar da figura anterior;</li> <li>- Alguns alunos poderão perceber que a cada colar acrescentam-se mais duas contas e dar à resposta sem utilizar o desenho.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Verificar se os alunos perceberam que a cada colar acrescentamos mais duas contas, sem dar muita ênfase a isto.</li> </ul> <p>Possíveis questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Como você pensou para chegar a esta resposta?</li> <li>- Você pode descrever as figuras para mim?</li> </ul>  |
| 3       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos descobrem quantas contas tem o colar que ocupa a posição 8 (figura 8).</li> <li>- Podem encontrar o resultado dando continuidade aos desenhos, acrescentando duas contas ao colar da figura anterior, até chegar ao colar de posição 8 (figura 8);</li> <li>- Podem estabelecer a relação entre o número de contas do colar e a posição do colar recorrendo ao desenho.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Verifica-se se os alunos estão utilizando a relação correta e tenta-se perceber como estão pensando.</li> </ul> <p>Possíveis questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Como você chegou a esta resposta?</li> <li>- Você usou aquilo que fez na questão anterior? Por quê?</li> <li>- O que têm em comum todos os colares? E o que muda?</li> </ul> |
| 4       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos descobrem quantas contas tem o colar que ocupa a posição 19 (figura 19).</li> <li>- Podem encontrar os resultados dando continuidade aos desenhos, acrescentando duas contas ao colar da figura anterior até chegar ao colar de posição 19 (figura 19);</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Possíveis questionamentos:</li> <li>- Como você pensou para resolver essa questão? Por quê?</li> <li>- Você usou o que fez na questão anterior? De que forma?</li> </ul>  |

|          |   |   |
|----------|---|---|
|          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Podem recorrer a tabela, registrando os valores descobertos, acrescentando duas contas;</li> <li>- Podem de forma incorreta acrescentar dois ao dezenove (<math>19 + 2</math>);</li> <li>- Alguns podem perceber a relação entre o número de contas e a posição da figura, percebendo que o número de contas é o dobro da posição da figura mais um (<math>2 \times 19 + 1</math>), a partir da forma como o colar é construído (com base nas figuras).</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Como podemos relacionar o número total de contas de um colar com o número da posição do colar?</li> </ul>  |
| <b>5</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos descobrem que existe na sequência um colar com 55 contas que está na posição 27 (figura 27).</li> <li>- Podem continuar a recorrer à tabela, registrando os valores descobertos, acrescentando sucessivamente duas contas ao valor anterior.</li> <li>- Podem pensar que devem subtrair uma unidade do 55 (a bola preta) e dividir o resultado (54) por 2, obtendo assim 27.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Possíveis questionamentos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Como você pensou para chegar à resposta?</li> <li>- Você usou aquilo que fez na questão anterior? Por quê?</li> <li>- Você verificou se esse valor está correto?</li> <li>- Dá para resolver essa questão sem usar a tabela? Como?</li> <li>- Como podemos relacionar o número de contas com o número da posição do colar?</li> <li>- Como você pode representar essa relação de que forma?</li> </ul> </li> </ul> |
| <b>6</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os alunos descobrem a regra que permite saber o número de contas de um colar em qualquer figura (posição).</li> <li>- Podem chegar à regra por meio das respostas anteriores;</li> <li>- A generalização da relação entre o número de contas e a posição da figura pode ser expressa em linguagem natural ou matemática.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Possíveis questionamentos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- O que você pensou para chegar a essa resposta? As respostas anteriores lhe ajudaram?</li> <li>- O que você percebeu sobre a relação entre o número de contas e o número da posição do colar?</li> <li>- Como você pode representar essa relação?</li> <li>- É possível fazermos isso de outra forma?</li> </ul> </li> </ul>  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p>* Selecionar para apresentação as resoluções dos grupos partindo daquelas que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- tenham raciocinado por recorrência;</li> <li>- clareza na forma como exprimiram a regra;</li> <li>- diferentes representações dessa relação em linguagem natural, em linguagem matemática.</li> </ul> |
|--|--|--|

**– Discussão coletiva da tarefa (50 minutos)**

A discussão terá como foco não somente a expressão da regra, mas também a forma como os alunos a descobriram. Os itens 1 e 2 da tarefa serão apenas comentados oralmente, assim, as apresentações para a sala e os registros das resoluções no quadro começará no item 3 da tarefa.

Serão escolhidos alunos de alguns grupos para apresentar e explicar suas resoluções da tarefa. Para as apresentações, escolheremos em primeiro lugar aquelas que os alunos raciocinaram por recorrência e/ou que tenham utilizado uma tabela. Em seguida escolheremos resoluções que utilizaram a regra em linguagem natural e por último as que utilizaram a linguagem simbólica para representar a regra. Após este momento a professora irá fazer a sistematização, comparando as respostas dos alunos para que eles percebam que recorrer à figura anterior ou utilizar uma tabela para resolver a tarefa pode em algumas situações não ser viável, daí a importância da fórmula, da regra.

Se os alunos não apresentarem diferentes formas de representação da relação à professora deverá encaminhar a discussão de modo que os alunos consigam perceber que existem outras formas de escrever a regra.

Durante as apresentações a professora deverá promover a participação dos grupos nas discussões; incentivar os alunos a reconhecerem as diferentes estratégias/procedimentos que resolvem a tarefa; relacionar as ideias presentes nas estratégias dos alunos com as representações matemáticas formalizadas e promover o reconhecimento da importância das regras ou generalizações.

## ANEXO B

*Framework do recurso multimídia*

| <b>Etapas</b>         | <b>Ação</b>                            | <b>Elementos da prática</b>   |
|-----------------------|--|---|
| <b>Antes da aula</b>  | <b>Antecipar</b>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer os objetivos específicos da aula.</li> <li>• Escolher/adaptar/elaborar a(s) tarefa(s), considerando: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ os objetivos da aula;</li> <li>▪ a natureza da tarefa, priorizando aquelas de elevado nível de demanda cognitiva;</li> <li>▪ os conhecimentos prévios dos alunos;</li> <li>▪ os recursos disponíveis na escola.</li> </ul> </li> <li>• Resolver a(s) tarefa(s).</li> <li>• Prever possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos.</li> <li>• Pensar em possíveis questionamentos, orientações ou outros recursos que podem ser sugeridos aos alunos, cuidando para manter o nível de demanda cognitiva.</li> <li>• Estabelecer conexões entre: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ as resoluções previstas;</li> <li>▪ as resoluções previstas e os conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula.</li> </ul> </li> </ul> |
| <b>Durante a aula</b> | <b>Propor a tarefa</b>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar a tarefa para os alunos.</li> <li>• Explicitar para os alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: forma de trabalho (grupo ou individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo, organização do ambiente.</li> <li>• Orientar formas de comunicação das resoluções: organização dos registros escritos, seleção e organização de uma resolução a ser socializada ,</li> <li>• Distribuir a tarefa para os alunos</li> <li>• Direcionar a leitura da tarefa que pode ser feita pelo professor, pelo aluno individualmente ou para a sala.</li> <li>• Promover a compreensão do enunciado da tarefa.</li> <li>• Fomentar o engajamento dos alunos na discussão e na resolução da tarefa.</li> </ul>   |
|                       | <b>Monitorar a resolução da tarefa</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionar, orientar e provocar o aluno quanto à resolução da tarefa.</li> <li>• Promover e mediar a interação entre os alunos.</li> <li>• Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos.</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não).</li> <li>• Não validar a correção das respostas dos alunos.</li> <li>• Identificar as diferentes resoluções e representações e possíveis conexões entre elas.</li> <li>• Avaliar o potencial das diferentes resoluções para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>   |

| Etapas | Ação   | Elementos da prática  |
|--------|--|---|
|        |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fazer anotações a respeito das resoluções que tem potencial para promover a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>  |
|        | <p><b>Selecionar e Sequenciar as resoluções para discussão</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Escolher e propor resoluções e representações que têm potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>◆ Escolher e mobilizar os alunos para apresentação das resoluções selecionadas.</li> <li>◆ Sequenciar as apresentações tendo em conta os objetivos da aula e as características dos alunos. Por exemplo:               <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Partir de resoluções, corretas ou não, que foram utilizadas pela maioria;</li> <li>2) Partir de uma resolução menos complexa para uma mais complexa.</li> </ol> </li> <li>◆ Organizar a discussão: decidir se a discussão vai ocorrer após a apresentação de cada resolução selecionada ou após a apresentação de um conjunto de resoluções .</li> </ul> |
|        | <p><b>Discutir as resoluções</b></p>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Convidar os alunos para a discussão e promover uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas.</li> <li>◆ Promover e gerir a participação dos alunos nas discussões.</li> <li>◆ Incentivar os alunos a questionar e buscar possíveis respostas</li> <li>◆ Solicitar justificações para as resoluções e representações apresentadas.</li> <li>◆ Evidenciar e discutir equívocos comuns.</li> <li>◆ Salientar para os alunos a existência de diferentes resoluções para a tarefa.</li> <li>◆ Introduzir uma resolução particularmente importante, que não foi apresentada pelos alunos, caso necessário, para atingir os objetivos da aula.</li> <li>◆ Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.</li> </ul>   |
|        | <p><b>Sistematizar as aprendizagens</b></p>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios e as representações matemáticas formalizadas, com vistas à sistematização.</li> <li>◆ Promover o reconhecimento da importância das regras ou generalizações.</li> <li>◆ Apresentar os conhecimentos matemáticos em uma estrutura organizada.</li> <li>◆ Incentivar os alunos a registrar os conhecimentos matemáticos sistematizados.</li> </ul>  |

Fonte: Cyrino e Teixeira (2016)

## ANEXO C

---

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Vimos por meio deste, convidá-lo para participar do projeto: REDE DE COOPERAÇÃO UEL/UL NA ELABORAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE RECURSOS MULTIMÍDIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA e subprojeto: APRENDIZAGENS DE FUTUROS PROFESSORES ACERCA DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO NO CONTEXTO DE ANÁLISE DE UM CASO MULTIMÍDIA.

Descrevemos a seguir algumas informações sobre o projeto e subprojeto e solicitamos que, caso aceite o convite, preencha as informações solicitadas.

#### I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU LEGAL RESPONSÁVEL

##### 1. Nome do participante:

.....  
 Documento de Identidade Nº :.....Sexo: ( ) M ( ) F  
 Data de Nascimento:...../...../.....  
 Endereço:.....Nº:.....Apto:.....  
 .....Bairro:.....CEP:.....  
 Município.....Telefone: (.....).....  
 e-mail:.....

#### II – DADOS SOBRE A PESQUISA

**1. Título do Protocolo de Pesquisa:** APRENDIZAGENS DE FUTUROS PROFESSORES ACERCA DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO NO CONTEXTO DE ANÁLISE DE UM CASO MULTIMÍDIA

##### 2. Pesquisadores:

Profa. Me. Renata Viviane Raffa Rodrigues  
 Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

##### 3. Avaliação do Risco da Pesquisa:

Sem Risco ( ) Risco Mínimo (X)  
 Risco Médio ( )  
 Risco Baixo ( ) Risco Maior ( )

---

**1. Duração da Pesquisa:** A obtenção das informações contemplará possíveis momentos de entrevistas que não serão superiores à uma hora, recolha documental e gravações em áudio,

por vezes também em vídeo, das interações nas aulas de Prática de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental na FACET-UFGD.

---

### III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:

#### **1. Justificativa e objetivo**

O estudo que se pretende desenvolver inscreve-se no campo de uma disciplina de Prática como Componente Curricular na formação inicial de professores de Matemática a partir da exploração de um caso multimídia. O interesse por esse contexto de investigação decorre de alguns resultados de pesquisa. O primeiro aponta que o contato com teorias desarticuladas da prática profissional não tem garantido os conhecimentos profissionais necessários aos futuros professores de matemática. No âmbito internacional, muitas pesquisas têm salientado o uso do vídeo como um recurso potencialmente relevante para prática ou aproximação com a prática na construção de conhecimentos inerentes ao ensino de matemática. Contudo, no Brasil, esse contexto de investigação ainda precisa ser explorado. Dessa forma, conjecturamos que o recurso multimídia construído em Londrina-Paraná, pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – GEPEFOPEM ao reunir vídeos de aula na perspectiva do ensino exploratório, tarefas matemáticas, resoluções dos alunos, vídeos de entrevistas aos professores, textos de enquadramento teórico pode contribuir para a aprendizagens acerca do ensino exploratório na aula de matemática. Assim, no presente estudo pretende-se responder como futuros professores constroem conhecimentos acerca do ensino da matemática na perspectiva do ensino exploratório no contexto de análise de um caso multimídia?

#### **2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa**

Durante as aulas de Prática de Ensino de Matemática no Ensino Fundamental, que ocorrerá nas dependências da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal da Grande Dourados, pretendemos identificar, registrar e reunir produções escritas relativos ao processo de análise do caso multimídia “Os colares” pelos futuros professores. Buscaremos, em todos os momentos, criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que dão às coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais e não somente o produto da investigação.

#### **3. Desconfortos e riscos**

No presente estudo todo o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

#### **4. Benefícios esperados**

Esperamos que esta investigação possa fornecer subsídios para:  
Compreender de que forma a análise de casos multimídias pode contribuir a construção de conhecimentos acerca da perspectiva de ensino exploratório de matemática por parte de futuros professores;

Superação dos moldes tradicionais que permanecem na formação inicial de professores de matemática como a desarticulação entre teoria e prática que constituem dificuldades ao desempenho profissional do professor;

A elaboração e promoção de propostas de formação inicial de professores de Matemática que combinem colaboração e reflexão por meio do estudo e análise de práticas de ensino de matemática centradas nas atividades do aluno.

## **V – ESCLARECIMENTOS DADOS PELO PESQUISADOR SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA**

### **1. Exposição dos resultados e preservação dos voluntários**

Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independente das informações encontradas, contudo sem que haja a exposição dos participantes que prestaram sua contribuição a situações constrangedoras, respeitando-se normas éticas. Após o término da pesquisa os dados serão destruídos.

### **2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa**

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa.

### **3. Liberdade de consentimento**

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso traga algum prejuízo ao mesmo.

### **4. Questionamentos**

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

## **VI – PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS**

Profa. Me. Renata Viviane Raffa Rodrigues  
Rua Cyro Mello, 415, AP 304, Jardim Tropical – Dourados, MS.  
CEP: 79820-020  
Telefone: (67) 81411991

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino  
Rua Professor Samuel Moura, 328Apto 1604  
Edifício Pontal do Araxá CEP 86061-060  
Telefone: (43) 3327 5898 ou 9102-8776  
Londrina/PR

Comitê de Ética da UEL

Telefone: (43) 3371-2490

## VII – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Declaro que, após convenientemente esclarecido pela pesquisadora e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.

Dourados, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do participante/representante legal

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador  
Renata Viviane Raffa Rodrigues

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino