Universidade Estadual de Londrina

ANTONIO RAFAEL PEPECE JUNIOR

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DA EJA EM ATIVIDADES ALGÉBRICAS

Londrina
2011

ANTONIO RAFAEL PEPECE JUNIOR

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DA EJA EM ATIVIDADES ALGÉBRICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Londrina
2011

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

P421a Pepece Junior, Antonio Rafael.
Análise da produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas / Antonio Rafael Pepece Junior. - Londrina, 2011. 117 f.; 30 cm.

Orientadora: Dra. Angela Marta Pereira dos Santos Savioli.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2011.
Bibliografia

1. Educação de Jovens e Adultos. 2. Produção Escrita. 3. Matemática. 4. Álgebra. I. Autor. II. Título.

CDU 51:37.02

ANTONIO RAFAEL PEPECE JUNIOR

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ESTUDANTES DA EJA EM ATIVIDADES ALGÉBRICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
UEL – Londrina – PR

Prof. Dr. Rogério Ferreira
UFG – Goiás – GO

Profa. Dra. Marinez Meneghello Passos
UEL – Londrina – PR

Londrina, 25 de fevereiro de 2011.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por iluminar toda esta caminhada e por colocar "anjos" no meu caminho, anjos esses que nos ajudam quando parece que já estamos perdendo a força. E vou abaixo agradecer cada um desses "anjos" que cruzaram meu caminho para a realização dessa pesquisa.

A minha "mãe" Angela que nos adotou com tanto carinho e soube a ho ra certa de orientar cada etapa preciosa dessa pesquisa, sempre dando força, apoio e o mais importante, sempre demonstrando carinho com todos que trabalham com ela.

Ao meu "irmão" Nilton por fazer parte da minha vida há tão pouco tempo, que às vezes parece que foi pela vida toda, me ajudando, me orientando e sabendo o momento certo de colocar as palavras adequadas para continuar essa jornada.

A minha esposa Rosa, que tanto amo, e que soube entender todos os momentos de angustias, sofrimentos e soube ao mesmo tempo dar carinho e força para não desistir.

Aos meus filhos, Matheus e Gustavo, pelo fato de existirem e proporcionarem momentos de alegria nas situações mais difíceis e por suportarem minha ausência em alguns momentos.

Aos meus pais, por sempre acreditarem no meu potencial e ficarem rezando a cada viagem para Londrina.

Aos professores doutores Rogério e Marinez que participaram da minha banca e muito contribuíram para a melhoria da pesquisa.

A todos os professores do programa e meus outros "irmãos" de orientação que de alguma maneira contribuíram para a realização da pesquisa

E a todos, que em algum momento perderam seu tempo escutando-me falar sobre a pesquisa, pois cada uma dessas conversas representava um novo e importante passo adiante para essa conquista.

A todos, o meu muito obrigado...

Não há saber mais ou saber menos:

Há saberes diferentes.

"Paulo Freire"

Eis por que sinto alegria nas fraquezas, nas afrontas, nas necessidades, nas perseguições, no profundo desgosto sofrido por amor de Cristo. Porque quando me sinto fraco, então é que sou forte.

"II Coríntios, 12-10"

PEPECE JUNIOR, Antonio Rafael. **Análise da produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas**. 2011. 119 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2011.

RESUMO

Esta pesquisa associa dois temas, muitas vezes deixados de lado por educadores matemáticos, que é o ensino da álgebra e a EJA, Educação de Jovens e Adultos, segmento de ensino que está voltado a uma classe social menos favorecida que não teve acesso a escolaridade na idade apropriada. Tínhamos como objetivo investigar indícios de pensamento algébrico e de possíveis erros na produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas envolvendo equações do primeiro grau. Realizamos a aplicação de uma seqüência didática seguindo os moldes da Engenharia Didática proposta por Artigue (1996) e Almouloud (2007), a qual era composta por sete atividades que foram aplicadas a estudantes de uma classe do nono ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal do interior de São Paulo. Analisando os registros escritos dos sete estudantes que participaram do desenvolvimento de todas as atividades fica evidente a pluralidade entre os mesmos e o aparecimento de indícios de pensamento algébrico, como utilização de uma linguagem simbólica, padrões e regularidades, para os quais empregamos teóricos como Lins e Gimenez (1997). Os erros encontrados nesses registros foram classificados como: erro por falta de conhecimento prévio do conteúdo ou termos utilizados, erro por falta de noção das quatro operações, erro por falta de atenção na resolução, erro na apresentação do resultado, erro por não apresentar solução para o problema e erro na interpretação do enunciado, ficando evidente a dificuldade apresentada por alguns estudantes durante tal seqüência. Para análise dos erros empregamos Cury (1995, 2004, 2007).

Palavras-chave: Educação matemática. EJA. Educação de jovens e adultos. Engenharia didática. Pensamento algébrico. Erro.

PEPECE JUNIOR, Antonio Rafael. **Analysis of the written production of students in adult education activities in algebra**. 2011. 119 p. Thesis (MA in Teaching Science and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2011.

ABSTRACT

This research combines two themes which are often left behind by math educators that is the teaching of algebra and EJA, Youth and Adult education sector which is designed for a less privileged social class who had no access to schooling at the appropriate age. We aimed to investigate evidence of algebraic thinking and possible errors in the writing of students in adult education activities involving algebraic equations of the first degree. We made the application of a didactic sequence following the sample proposed by the Engineering Curriculum Artigue (1996) and Almouloud (2007), which was composed of seven activities that were applied to students in a class of ninth year of elementary education in a public municipal school from São Paulo countryside. Analyzing the written records of the seven students who participated in the development of all activities is evident the plurality among them and the appearance of signs of algebraic thinking, as a symbolic language use, patterns and regularities, for which we used theorists such as Lins and Gimenez (1997). The errors found in these records were classified as: error of no prior knowledge of the contents or used terms, error of no notion of the four operations, error due to no attention in the resolution, error in the presentation of results, error by not showing solution of the problem and the error in interpretation of the statement, evidencing the difficulties of some students during this sequence. For error analysis we employed Cury (1995, 2004, 2007).

Key words: Mathematics education. EJA. Youth and adults. Engineering curriculum. Algebraic thinking. Error.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Tive o privilégio de lecionar no ensino fundamental e médio, tanto de instituições públicas quanto de particulares, trabalhar com estudantes de ensino técnico em instituições estaduais, ministrar aulas no ensino superior em uma faculdade estadual de São Paulo; e ainda obtive a oportunidade de conhecer e atuar no segmento de ensino fundamental e médio da educação voltada a jovens e adultos. Percebi a diferença existente entre estes diversos segmentos e me encantei verdadeiramente com a Educação de Jovens e Adultos, EJA[1]. Este encantamento e alguns outros motivos, que descreverei mais adiante, são os principais responsáveis pela realização deste trabalho.

Outro ponto desta escolha são os próprios estudantes que, mesmo apresentando dificuldades de aprendizagem, batalham muito para conseguir conciliar a escola, a profissão e a família e mesmo assim estão presentes nas aulas mostrando garra e vontade de aprender. Destacamos, também, a pouca atenção dispensada pelos governantes, seja na qualificação dos professores ou mesmo na infra-estrutura fornecida, quando nos referimos à educação de jovens e adultos. Além disso, os altos índices de analfabetismo no Brasil que apresentaremos neste trabalho, estão presentes na cidade onde a pesquisa foi desenvolvida de forma muito preocupante, pois em alguns itens o índice chega a ser superior ao nacional.

Ainda a respeito da EJA, notamos que são poucos os estudos desenvolvidos para o ensino voltado a este segmento. Um exemplo disso é que no XIII EBRAPEM -Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, realizado em Goiânia, estado de Goiás em 2009, que possui um grupo específico de pesquisadores para a EJA que é o GT[2] 12 - Educação Matemática de Jovens e Adultos, das 271 obras inscritas no encontro, apenas quatorze eram direcionados para este grupo, aproximadamente 5% do seu total.

Com relação a trabalhos ligados ao ensino da álgebra, estes também se apresentam em números inferiores, se comparados às análises voltadas à geometria, por exemplo. Percebemos isso quando da busca de referencial deálgebra escolar e de pensamento algébrico, encontrando em eventos como EBRAPEM, SIPEM entre outros, são poucos os textos com esse tema.

---

[1] Utilizaremos, neste trabalho, a denominação EJA para indicar a Educação de Jovens e Adultos.
[2]. Grupo de Trabalho.

Investigando esses registros e ministrando aulas na EJA, percebemos que há muitas dificuldades apresentadas por esses estudantes no trato com conteúdos algébricos, principalmente no que tange a linguagem e simbologia algébrica.

Uma dessas dificuldades detectadas foi, a meu pensar, a interpretação dos enunciados sem uma reflexão a respeito do problema proposto, por esse motivo os mesmos não conseguem chegar a uma solução para tal.

Diante dessa problemática, o objetivo desta pesquisa é investigar indícios de pensamento algébrico e de possíveis erros na produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas envolvendo equações do primeiro grau.

Nesse sentido, realizamos atividades algébricas, com estudantes da EJA, utilizando a Engenharia Didática, proposta por Artigue (1996) e, posteriormente, analisamos a produção escrita dos mesmos, buscando investigar a compreensão das atividades, mais especificamente, indícios de pensamento algébrico e possíveis erros encontrados no desenvolvimento das atividades, apoiando-nos em Cury (2007) entre outros.

No primeiro capítulo faremos algumas considerações iniciais sobre a EJA no Brasil e como foi o seu desenvolvimento na cidade de Cândido Mota - SP, apresentando particularidades da escola onde o trabalho foi realizado.

Ainda nesse capítulo dissertaremos sobre algumas contribuições de Paulo Freire para a EJA e mostraremos todos os aspectos ligados ao ENCCEJA[3], que teve destaque na preparação de nossa sequência didática[4].

Já no segundo capítulo, exporemos a matemática que deve ser desenvolvida para os cursos da EJA, presente nas propostas curriculares. Além disso, discutiremos a respeito do pensamento algébrico apresentado nos documentos oficiais voltados ao público jovem e adulto. Também, abordaremos o pensamento algébrico segundo alguns teóricos, como Lins e Gimenez (1997) e, por fim, apresentaremos o que, a nosso ver, será considerado como manifestação desse pensamento.

Além disso, sentimos a necessidade de incluir algumas considerações sobre o estudo do erro, lembrando que o conteúdo matemático

---

[3] ENCCEJA - Exame Nacional de Certificação de Competências para Educação de Jovens e Adultos.
[4] Entenderemos sequência didática como um conjunto de atividades didáticas realizadas com estudantes de um nível específico, com conteúdos específicos, num dado meio que propicie seu aprendizado.

desenvolvido com esses estudantes se fez presente em momentos anteriores ao da aplicação da seqüência didática.

Apontaremos, no terceiro capítulo, nossos procedimentos metodológicos, mostrando aspectos que definem nossa pesquisa como qualitativa de cunho descritivo-interpretativo e os aspectos relativos à utilização da Engenharia Didática.

No quarto capítulo, mostraremos as nossas análises prévias, como, por exemplo, o estudo de livros didáticos voltados ao conteúdo de equações do primeiro grau com uma incógnita. Primeiramente, estudaremos um livro didático do ensino regular e depois um livro didático voltado para a EJA. Por fim, a apostila do ENCCEJA disponibilizada pelo governo federal, que serve de preparação para os estudantes para a realização das provas de certificação. Após isto, discutiremos a aplicação e a conclusão do pré-teste, bem como, as análises a priori, com toda a construção e aplicação da seqüência didática, o experimento realizado junto aos estudantes, as análises a posteriori e por fim a validação.

O quinto capítulo servirá para as conclusões e análises finais.

1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

Neste capítulo iremos abordar informações relevantes a respeito da EJA, objeto de nosso trabalho, bem como uma breve trajetória da mesma no Brasil e na cidade de Cândido Mota - SP, onde nossa pesquisa foi realizada. Faremos algumas considerações sobre as contribuições de Paulo Freire para a EJA e apresentaremos informações sobre o Exame Nacional de Certificação de Competência da Educação de Jovens e Adultos (ENCCEJA).

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS SOBRE A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA) NO BRASIL

Segundo consta na Proposta Curricular para a EJA (2002)[5], esta educação voltada ao público jovem e adulto, mesmo não sendo algo muito conhecido ou mesmo reconhecido pela sociedade e governantes, esta existe desde os tempos do descobrimento do Brasil, quando os jesuítas difundiram o catolicismo e era oferecida apenas à elite colonizadora. Desde esse período, a educação para tal público passou por diversas reformas indo das mãos dos jesuítas para o governo e, assim, várias alternativas foram criadas para tentar resolver o problema do analfabetismo no Brasil. Dentre os programas criados, podemos citar o que foi instituído em 1808, com a chegada da Corte Portuguesa ao Brasil, instituindo vários cursos profissionalizantes em nível médio e superior, separado em três níveis: primário, secundário e superior. Contudo, mesmo nesse período, a educação estava pronta a atender apenas a elite, pois a maioria das pessoas que compunha as classes sociais menos favorecidas era excluída desse processo.

Ainda, de acordo com a proposta acima, outro programa que tentou resolver este problema, mas também sem sucesso, foi o MOBRAL (Movimento Brasileiro de Alfabetização), criado em 1967. Já em 1988, a Constituição Federal Brasileira, em seu Artigo 208, estabelece que "a educação é direito de todos e dever do Estado e da família..." e ainda, ensino fundamental e gratuito; inclusive que sua oferta deve ser garantida para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria, ou seja, jovens acima de 14 anos para ingressar no ensino fundamental do

---

[5] A Proposta Curricular (2002) citada é uma proposta governamental para utilização em nível nacional.

sexto ao nono ano e 18 anos para o ensino médio. Podemos verificar este avanço quando Haddad (1993) afirma:

> Nos últimos anos, programas de educação de jovens e adultos no Brasil se voltaram para o sentido compensatório de uma educação voltada para os mais pobres. Buscou-se suprir a escolarização regular para aqueles que a não tiveram na idade adequada. Muitas vezes, também, buscou-se compensar a ausência de uma consciência política, através de programas que buscavam superar a "pobreza política" dos educandos (HADDAD, 1993, p.87).

O mesmo autor ainda aponta que, mesmo crescendo o reconhecimento por este segmento de ensino, é importante criar mecanismos para acabar com o analfabetismo de jovens e adultos e, para que ocorra isso, deve-se começar a investir em uma educação básica de mais qualidade, bem como oportunizar para esses jovens e adultos, que não tiveram a chance de educação na idade apropriada, uma educação voltada às suas necessidades. Na contramão dessa possível solução, segundo o mesmo autor, ainda são poucos e insuficientes os programas de capacitação voltados para este público e que os programas desenvolvidos por diversos segmentos da sociedade não conseguem resolver o problema.

Nesse sentido, em 2002 são aprovadas as Propostas Curriculares para o ensino da EJA, que apontam três funções importantes para esse segmento de ensino, quais sejam:

a) *Função reparadora*, o jovem e adulto ter acesso a educação de acordo com as leis. Ela não está ligada diretamente ao fato de resolver um problema, mas sim de promover situações que atendam e satisfaçam todas as necessidades dos estudantes jovens e adultos;
b) *Função equalizadora*, permite aos jovens e adultos a possibilidade de atualizarem seus conhecimentos, trocarem experiências e terem acesso a novas formas de emprego e cultura que permitam a igualdade de oportunidades no mercado de trabalho e também na vida social;
c) *Função qualificadora*, se refere a uma educação permanente e de qualidade tendo como função principal o desenvolvimento e a

> adequação aos quadros escolares e não escolares, que é a função central da EJA.

Pensando nessa educação voltada, como vimos, a um público menos favorecido, que não teve acesso à educação na idade apropriada, podemos analisar essa situação discorrendo não apenas da EJA, mas sim da Educação Matemática de Jovens e Adultos. Neste contexto, Fonseca (2005) argumenta:

> [...] quando falamos em Educação Matemática de Jovens e Adultos, não nos estamos referindo ao ensino da Matemática para o estudante universitário ou da pós-graduação, nem de cursos de Matemática que integram os currículos de programas de formação especializada para profissionais qualificados, ou de sessões de resolução de problemas matemáticos com a finalidade terapêutica ou diagnóstica. Estamos falando de uma ação educativa dirigida a um sujeito de escolarização básica incompleta ou jamais iniciada e que acorre aos bancos escolares na idade adulta ou na juventude. A interrupção ou o impedimento de sua trajetória escolar não lhe ocorre, porém, apenas como um episódio isolado de não-acesso a um serviço, mas num contexto mais amplo de exclusão social e cultural, e que, em grande medida, condicionará também as possibilidades de re-inclusão que se forjarão nessa nova (ou primeira) oportunidade de escolarização (FONSECA, 2005, p.14).

Analisando todo esse processo e verificando o que consta na Proposta Curricular da EJA (2002), podemos afirmar que a matemática é vista como algo muito difícil de ser alcançado e entendido pelos estudantes da EJA e como a matéria mais temida, e responsável por grande parte das evasões. Acreditamos que isso aconteça por vários motivos, entre eles, o material didático disponível trata de uma realidade nacional e como podemos perceber a EJA é muito pontual. E para tratar da realidade de cada região esse material necessitaria de reformulação anual, pois o público alcançado por este segmento varia muito de região e também ocorrem muitas mudanças de um ano letivo para outro, tanto na natureza dos estudantes, como na forma de ensinar de cada professor.

Segundo ainda a proposta acima outras informações são importantes para que possamos ter um melhor entendimento desse segmento de ensino. Verifica-se que grande parte dos estudantes, segundo pesquisa realizada e mostrada nessa proposta, considera que a matemática é uma das matérias estudadas que tem importância e necessidade na vida pessoal e, principalmente na profissional. Porém, estes classificam que a matemática é a disciplina mais difícil de ser aprendida, fato apontado por quase metade dos mesmos.

Contudo, isso não é colocado como obstáculo para que os jovens e adultos voltem a estudar, pois os estudantes veem na escola uma oportunidade de melhorar ou mesmo mudar de vida. Veem como um meio de conseguir empregos melhores e bem remunerados, e ainda, que as profissões pretendidas pelos mesmos, depois de concluir o ensino médio, são aquelas que necessitam de curso superior e que pretendem continuar seus estudos.

Já os professores desses jovens e adultos levantam alguns questionamentos sobre a dificuldade em lecionar para a EJA e apontam como responsáveis por estas dificuldades a falta de material didático, de interesse e conhecimento dos estudantes e o espaço físico.

Analisando estes pontos alguns chamam a atenção. A falta de interesse e de conhecimento dos estudantes como ponto importante na dificuldade em ensinar na EJA. Podemos considerar que isto acontece devido à dificuldade que os próprios estudantes têm em conseguir, muitas vezes, conciliar a escola, o trabalho e a família. Quanto ao espaço físico, verificamos que na maioria das escolas em que o ensino de jovens e adultos é ofertado, em outros períodos são oferecidas aulas do ensino tradicional e estas escolas estão preparadas para atender este público e não os jovens e adultos.

Os professores apontam ainda a importância da utilização de resolução de problemas nas aulas de matemática, porém muitos trabalham apenas com as operações fundamentais. Já com relação ao ensino da álgebra, os professores expõem que tanto o cálculo literal como as operações algébricas são introduzidas abstratamente e desenvolvidos mecanicamente, o que dificulta a aprendizagem do público jovem e adulto. Segundo a própria Proposta Curricular (2002, p.75), "isto se deve a permanente tensão entre o tempo disponível e a tarefa de tratar os conteúdos propostos para o Ensino Fundamental - em especial os contemplados nos livros didáticos". Resta-lhes, portanto, realizar reduções e simplificações curriculares, que certamente trazem um grande empobrecimento ao processo de ensino-aprendizagem.

1.2 CONTRIBUIÇÕES DE PAULO FREIRE PARA A EJA

Um dos grandes responsáveis pelo avanço da EJA, criando possibilidades, teorias e fazendo estudos sobre esse tema foi o educador Paulo Freire, que na década de19 60, desenvolveu projetos voltados especialmente para essas pessoas "marginalizadas pela educação", como ele mesmo classificava.

Freire apontava que os estudantes da EJA possuíam alguns diferenciais, entre esses a alegria da conquista e também a vontade de aprender, por esse motivo fazia grandes críticas sobre a forma de ensino dispensado a esse público.

Dos muitos livros publicados por Paulo Freire, a obra "Pedagogia do Oprimido", aponta essa pedagogia como humanista e libertadora, separando-a em dois momentos distintos:

> [...] o primeiro, em que os oprimidos vão desvelando o mundo da opressão e vão comprometendo-se, na práxis, com a sua transformação; o segundo, em que, transformada a realidade opressora, esta pedagogia deixa de ser do oprimido e passa a ser a pedagogia dos homens em processo de permanente libertação (FREIRE, 2006, p.46).

Nesse mesmo livro, traz suas principais contribuições para a EJA. Aponta o que classifica como uma "educação bancária", em que os professores seriam os únicos a possuírem todo o conhecimento e apenas depositam esse conhecimento, enquanto os estudantes são considerados meros receptores desses conhecimentos, nessa visão bancária da educação, Freire afirma que:

> [...] o "saber" é uma doação dos que julgam sábios aos que julgam nada saber. Doação que se funda numa das manifestações instrumentais da ideologia da opressão - a absolutização da ignorância, que constitui o que chamamos de alienação da ignorância, segundo a qual esta se encontra sempre no outro (FREIRE, 2006, p. 67).

Indica, então, que é preciso ter uma visão libertadora da educação, em que:

> A liberdade, que é uma conquista, e não uma doação, exige permanente busca. Busca permanente que só existe no ato

> responsável de quem a faz. Ninguém tem liberdade para ser livre: pelo contrário, luta por ela precisamente porque não a tem (FREIRE, 2006, p.37).

Completa apontando que "*Ninguém liberta ninguém, ninguém se liberta sozinho, as pessoas se libertam em comunhão*" (FREIRE, 2006, p. 58).

Opondo-se a esse método bancário existente, o diálogo é a principal ferramenta:

> Numa visão libertadora, não mais "bancária" da educação, o seu conteúdo programático já não involucra finalidades a serem impostas ao povo, mas, pelo contrário, porque parte e nasce dele, em diálogo com os educadores, reflete seus anseios e esperanças. Daí a investigação da temática como ponto de partida do processo educativo, como ponto de partida de sua dialogicidade (FREIRE, 2006, p. 119).

Nesse sentido, Freire (2008, p. 113) declara que a pedagogia deveria começar pelo diálogo, para que os envolvidos por essa educação alcancem uma consciência crítica do mundo onde vive, e essa consciência crítica "*é a representação das coisas e dos fatos como se dão na existência empírica. Nas suas correlações causais e circunstanciais*".

Um desses caminhos criados por Paulo Freire tinha por objetivo tornar o aprendizado dos jovens e adultos mais rápido e acessível, conseguindo capacitar o estudante a compreender as necessidades da vida. Como ele_ mesmo enfatiza: "trata-se de aprender a ler a realidade (conhecê-la) para em seguida poder reescrever essa realidade (transformá-la)." (FREIRE, 2004) e, ainda, o método:

> [...] não ensina a repetir palavras, não se restringe a desenvolver a capacidade de pensá-las segundo as exigências lógicas do discurso abstrato; simplesmente coloca o alfabetizando em condições de poder re-existenciar criticamente as palavras de seu mundo, para, na oportunidade devida, saber e poder dizer a sua palavra (FREIRE, 2006, p.12).

O mesmo método tem cinco pontos a serem desenvolvidos que são: vivência; temas geradores; problematização; concretização e ação política e cultural.

Concluímos, a partir disso, que precisamos defender uma educação, seja para as crianças ou mesmo jovens e adultos, voltada a um diálogo, em que devemos respeitar sempre as particularidades de cada estudante com qual estamos trabalhando e ainda aproveitar todo e qualquer conhecimento que este possua, para conseguir alcançar essa educação como prática da liberdade.

1.3 Algumas Informações da EJA em Cândido Mota - SP

A escola escolhida para nosso estudo localiza-se no município de Cândido Mota, estado de São Paulo, na qual a Educação de Jovens e Adultos é de responsabilidade do governo municipal desde 1979.

Mesmo com a escola situada na área central da cidade, a grande maioria dos estudantes da EJA é morador da periferia e possui um poder aquisitivo menos favorecido. Contudo, isso não é algo que acontece apenas em Cândido Mota - SP, pois conforme aponta Haddad (1993, p. 86) sobre a educação de jovens e adultos no Brasil, temos que essa educação se constituiu mais como "produto da miséria social do que do desenvolvimento". Isso seria consequência dos males do sistema público regular de ensino e das precárias condições de vida da maioria da população, que acabam por não concluir a escolaridade na época apropriada.

A cidade dispõe apenas de duas escolas que oferecem a EJA. Uma delas possui somente o ensino fundamental do 1° ao 5° ano, e a outra, onde este trabalho foi realizado, oferta o ensino fundamental do 6° ao 9° ano, ensino médio e cursos técnicos. Porém, ambas as escolas apresentam alguns problemas na acomodação dos estudantes jovens e adultos. Nos outros períodos do dia, o uso é exclusivo da educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental, ou seja, as carteiras são inadequadas para adultos.

Já os professores que atuam na EJA, em Cândido Mota - SP, na sua grande maioria, lecionam em outros períodos na rede pública estadual, atuando no ensino fundamental e médio regulares. A seleção desses professores é feita anualmente por meio de um processo seletivo, não sendo exigido, para concorrer a essas aulas, nenhum tipo de curso, nem mesmo experiência em trabalho com jovens e adultos.

A escola possui material didático específico para educação de jovens e adultos, ou seja, livro didático para trabalho exclusivo com esse tipo de público, fornecido pelo governo federal, porém grande parte dos professores não utiliza este ou qualquer outro material voltado para jovens e adultos. Na sala em que o trabalho foi realizado, nenhum tipo de material didático, segundo os próprios estudantes, é utilizado nas aulas de matemática.

Um fator preocupante na escola em que o trabalho foi realizado, mas que não é um problema só de Cândido Mota - SP é a evasão escolar. Todos os semestres abrem-se turmas para todas as séries e no final do período letivo, devido a diversos problemas, apenas cerca de 40% dos estudantes concluem o curso. Os demais, na sua grande maioria, evadem por diversos motivos, dentre esses o problema da safra de cana de açúcar na cidade. Os estudantes alegam que quando começa a safra o cansaço e o excesso de trabalho tiram a motivação e a vontade de estudar. Esta informação pode ser verificada também na Proposta Curricular para EJA (2002), pois, quando questionados, os estudantes deste segmento relatam o trabalho na roça como seu primeiro emprego.

Além da evasão escolar, chamou nossa atenção, quando pesquisamos e confrontamos dados fornecidos em 2000 pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas (IBGE) e dados fornecidos pelo censo demográfico e o censo escolar que foi realizado e divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) entre os índices nacionais e os índices da cidade de Cândido Mota - SP, a taxa de analfabetismo entre pessoas com mais de 15 anos no Brasil é de 13,6% contra uma taxa um pouco menor no município em questão, que é de 11,2%. Consideramos esses dados na pesquisa, pois seria esse o público que a EJA pretende atingir.

Continuando, quando consideramos faixas etárias separadas constatamos que a taxa de Cândido Mota - SP, quando falamos em pessoas com mais de 60 anos, é maior que a média nacional, 36,5% contra 35,2%.

Podemos perceber também, por meio destes dados, que a taxa de analfabetismo entre as mulheres é bem maior do que entre os homens na cidade de Cândido Mota - SP, 13,3% para as mulheres e apenas 9,1% entre os homens.

Ainda, considerando dados relativos à população urbana e rural, a taxa da cidade, na área urbana, é maior que a taxa nacional, 11,0% contra 10,2%, por outro lado, na área rural a taxa de analfabetismo em Cândido Mota - SP, que é de 13,7%, é bem menor que taxa nacional, esta sendo de 29,8%.

Analisando essas taxas de analfabetismo da cidade e dos níveis nacionais, separando por renda familiar, as pessoas que possuem renda entre cinco a dez salários mínimos têm uma taxa de analfabetismo em Cândido Mota - SP de 5,9%, um pouco maior que a taxa nacional que é de 5,6%.

Percebemos com essas informações que Cândido Mota - SP necessita de políticas públicas voltadas a esta população para que estes índices de analfabetismo possam reduzir.

Contudo, o fato que consideramos mais importante durante a busca desses dados estatísticos é referente à taxa de analfabetismo funcional, que segundo o manifesto da UNESCO, e que iremos considerar para nossas considerações, pode ser definida como:

> [...] toda pessoa que sabe escrever seu próprio nome, assim como lê e escreve frases simples, efetua cálculos básicos, porém é incapaz de interpretar o que lê e de usar a leitura e a escrita em atividades cotidianas, impossibilitando seu desenvolvimento pessoal e profissional. O analfabeto funcional não consegue extrair o sentido das palavras, colocar idéias no papel por meio da escrita, nem fazer operações matemáticas mais elaboradas (UNESCO, 1978)[6].

No Brasil esse índice de analfabetismo funcional é medido entre as pessoas com mais de 20 anos e que não completaram quatro anos de estudo formais. Porém, pode variar de acordo com cada país, como, por exemplo, o Canadá e a Polônia, que consideram um analfabeto funcional aquele que não completou oito anos de estudo formais. Outro fato relevante sobre o analfabetismo funcional é a quantidade de analfabetos funcionais com diplomas no Brasil. Em Cândido Mota -SP, esta taxa de analfabetismo funcional é preocupante, pois enquanto o índice brasileiro é de 27,8%, o da cidade supera os 30%.

---

[6] Conforme informações conseguidas direto da UNESCO, podemos considerar duas datas para este manifesto, como segue: Há duas datas referência para este tema. A definição de alfabetização que a UNESCO propusera em 1958 fazia referência à capacidade de ler compreensivamente ou escrever um enunciado curto e simples, relacionado à sua vida diária. Vinte anos depois, a própria UNESCO propôs outra definição, qualificando a alfabetização funcional suficiente para que os indivíduos possam inserir-se adequadamente em seu meio, sendo capazes de desempenhar tarefas em que a leitura, a escrita e o cálculo são demandados para seu próprio desenvolvimento e para o desenvolvimento de sua comunidade. A UNESCO adotou o termo na definição de alfabetização que propôs em 1978, visando padronizar as estatísticas educacionais e influenciar as políticas educativas dos países-membros.

1.4 EXAME NACIONAL DE CERTIFICAÇÃO DE COMPETÊNCIAS DE JOVENS E ADULTOS - ENCCEJA

O ENCCEJA foi instituído por meio da portaria n° 77 de 16 de agosto de 2002, de acordo com o disposto na lei n° 2.270 de 14 de agosto de 2002. Seu principal objetivo é avaliar as habilidades e competências básicas de jovens e adultos que não tiveram oportunidade de acesso à escolaridade regular na idade apropriada. Com isso, os participantes se submetem a uma prova e, alcançando a média mínima exigida, que para o ensino fundamental na área de matemática é o nível 100 (cem) em uma escala que varia do nível 60 ao nível 180, com desvio padrão de 20 pontos, obtém a certificação de conclusão daquela área de conhecimento ou etapa educacional.

Além disso, o ENCCEJA também oferece às secretarias de Educação uma avaliação que lhes permite aferir os conhecimentos e habilidades dos participantes no nível de conclusão do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, podendo ainda, construir um indicador qualitativo que possa ser incorporado à avaliação de políticas públicas da Educação de Jovens e Adultos. Esta certificação pode ocorrer segundo critérios específicos de cada secretaria.

O ENCCEJA pode ser realizado por estudantes residentes no Brasil, bem como estudantes brasileiros residentes no exterior, porém a adesão à prova é opcional pelas secretarias de Educação.

Desde que foi criado, o ENCCEJA sofreu algumas modificações na sua estrutura e hoje o estudante pode obter certificação em quatro áreas diferentes do Ensino Fundamental, as quais são:

- Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Educação Artística e Educação Física;
- Matemática;
- História e Geografia;
- Ciências.

No material desenvolvido pelo Ministério da Educação (2006), para que os estudantes possam se preparar para a obtenção das certificações, o exame de Matemática é classificado como diferente dos exames tradicionais, pois busca verificar se o estudante é capaz de usar os conhecimentos em situações reais da sua vida em sociedade. Para isso, destaca algumas competências e habilidades ditas fundamentais para esta área de conhecimento, que estão separadas em capítulos no livro do estudante do ensino fundamental do ENCCEJA. Dentre essas competências e habilidades destacamos as que serão de interesse para este estudo:

> II Ampliar formas de raciocínio e processos mentais por meio de indução, dedução, analogia e estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos;
> III Construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros e racionais;
> VII Construir e utilizar conceitos algébricos para modelar e resolver problemas (ENCCEJA, 2011, p.1 - 2).

O capítulo de interesse do nosso trabalho é o que diz respeito ao estudo da Álgebra (Capítulo VII do livro do estudante) que constam orientações do modo pelo qual o estudante deve desenvolver problemas utilizando álgebra, bem como exercícios resolvidos.

São elencados, ainda, alguns itens para verificar se os estudantes, após o desenvolvimento desse capítulo, são capazes de, por exemplo:

> - Identificar, interpretar e utilizar a linguagem algébrica como uma generalização de conceitos aritméticos;
> - Caracterizar fenômenos naturais e processos da produção tecnológica, utilizando expressões algébricas e equações de 1° e 2° graus;
> - Utilizar expressões algébricas e equações de 1° e 2° graus para modelar e resolver problemas (ENCCEJA, 2006, p. 169).

Mesmo sabendo que o índice de analfabetismo no Brasil vem diminuindo, temos ainda uma grande parcela da população que necessita dos cursos de alfabetização, sejam eles, presenciais ou não, para conseguirem uma oportunidade para ter um salto de qualidade de vida, e sabemos que a educação, seria esse caminho.

Por tudo que apresentamos neste capítulo e também por considerar que pouco ainda é feito para a melhoria da Educação de Jovens e Adultos no Brasil e pela carência de publicações, a EJA, Educação de Jovens e Adultos, será foco do nosso estudo.

2 ÁLGEBRA ESCOLAR, PENSAMENTO ALGÉBRICO E ERRO.

Neste capítulo, faremos uma descrição sobre os itens que constam do volume três da Proposta Curricular (2002) para a Educação de Jovens e Adultos, direcionada para o ensino de matemática. Apresentaremos, ainda, algumas considerações sobre o pensamento algébrico presentes nessa proposta, na apostila do ENCCEJA e também segundo alguns autores, que servirão de base para as análises da sequência didática aplicada.

Para encerrar este capítulo refletiremos sobre o erro, pois, como estaremos trabalhando com a produção escrita dos estudantes, isto nos auxiliará durante as análises destas.

2.1 A MATEMÁTICA NA PROPOSTA CURRICULAR PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (2002)

Apresentaremos nesta seção algumas informações sobre a matemática na Educação de Jovens e Adultos, constantes na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (2002) para o segundo segmento do Ensino Fundamental, que é foco do nosso estudo, que, a partir de agora, chamaremos somente de Proposta Curricular (2002).

Como já vimos anteriormente, o estudante que procura cursos voltados para a educação de jovens e adultos, quase sempre advém de classes sociais menos favorecidas e, por esse motivo, muitas vezes necessita de uma educação matemática voltada para resolver situações e necessidades do cotidiano, fato que é alvo da proposta curricular.

Conforme apontado na Proposta Curricular (2002), a matemática está cada vez mais presente na vida das pessoas, nas suas mais variadas formas de utilização. Com isso, uma das expectativas é fazer com que jovens e adultos, durante sua escolarização, tenham, de forma equilibrada, uma integração dividida em duas partes essenciais e que devem caminhar sempre juntas, que são:

- Formativo, voltado ao desenvolvimento de capacidades intelectuais para a estruturação do pensamento;

- funcional, dirigido à aplicação dessas capacidades na vida prática e à resolução de problemas nas diferentes áreas do conhecimento (BRASIL, 2002, p.12).

Outro fator citado é que, tanto os professores quanto os estudantes, apontam a matemática como a disciplina mais difícil de ser aprendida, transformando isso em altas taxas de reprovação e uma posterior evasão.

Na Proposta Curricular (2002) são apontados vários aspectos que podem ser responsáveis por isso. Primeiro, citamos o fato da falta de capacitação específica dos professores para trabalharem com estes cursos; outro aspecto seria a falta de políticas públicas voltadas a este segmento de ensino e também a falta de material didático adequado.

Os objetivos e conteúdos para o segundo segmento, ensino fundamental do sexto ao nono ano, devem desenvolver habilidades para que os estudantes consigam resolver situações do cotidiano, e para isso a Proposta Curricular (2002) aponta situações de aprendizagem que englobem o pensamento numérico, geométrico, algébrico, a competência métrica, o raciocínio que envolva proporcionalidade, o raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico.

A proposta também visa apontar mecanismos de seleção e organização de conteúdos a serem trabalhados com o público jovem e adulto, de maneira que esta seleção seja feita por meio de fatores relevantes para os objetivos da EJA.

Apresenta, ainda, algumas orientações didáticas sobre a resolução de problemas, a utilização da história da matemática, dos recursos tecnológicos, os jogos e as articulações com temas transversais.

E também, mostra possibilidades de trabalho envolvendo as situações de aprendizagem citadas, interligando com as orientações didáticas.

2.2 PENSAMENTO ALGÉBRICO

Neste item abordaremos o pensamento algébrico, segundo alguns autores, e que, de acordo com Lins (1994), é tão importante quanto os demais pensamentos, como o geométrico, combinatório, muitas vezes deixado de lado pelos educadores, seja no ensino regular, e principalmente na educação voltada a jovens e adultos.

Assim, apontaremos o que consta na Proposta Curricular (2002) para a EJA, no que diz respeito ao pensamento algébrico, o que é registrado na apostila do ENCCEJA (2006) e a perspectiva de alguns autores sobre o tema, para subsidiar as considerações que servirão de base para as análises dos registros escritos dos estudantes no desenvolvimento das atividades algébricas propostas.

Começaremos por analisar a Proposta Curricular (2002) para o ensino da EJA em que o pensamento algébrico deve explorar situações de aprendizagem que permitem ao estudante:

- Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
- Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificando os significados das letras;
- Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico, produzir e interpretar diferentes escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades), identificando as equações, inequações e sistemas;
- Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
- Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 2002, p.21).

Podemos perceber que os itens descritos sobre o pensamento algébrico da Proposta Curricular (2002) indicam a utilização de generalizações para resolver as situações propostas, sempre nos conduzindo a reconhecer que o pensamento algébrico só existe a partir do momento que conseguimos expressar essas generalizações utilizando uma forma simbólica, ou seja, utilizando-se da linguagem algébrica.

Já na apostila do ENCCEJA (2006), não são apresentadas caracterizações diretas sobre o pensamento algébrico, mas sim, algumas funções para o trabalho com a álgebra, entre essas, o de generalizar propriedades aritméticas conhecidas e estabelecer relações entre duas grandezas.

No final do capítulo voltado ao estudo da álgebra, a autora apresenta cinco itens que os estudantes precisam demonstrar para o entendimento deste capítulo que, em nosso modo de ver, poderiam ser classificados como caracterizações sobre o pensamento algébrico, que são:

- Identificar, interpretar e utilizar a linguagem algébrica como uma generalização de conceitos aritméticos.
- Caracterizar fenômenos naturais e processos da produção tecnológica, utilizando expressões algébricas e equações de 1° e 2° graus.
- Utilizar expressões algébricas e equações de 1° e 2° graus para modelar e resolver problemas.
- Analisar o comportamento de variável, utilizando ferramentas algébricas como importante recurso para a construção de argumentação consistente.
- Avaliar, com o auxilio de ferramentas algébricas, a adequação de propostas de intervenção na realidade (ENCCEJA, 2006, p.169).

Segundo a autora que escreveu esse capítulo voltado ao estudo da álgebra, a mesma tem sua importância em conseguir desenvolver tipos de problemas voltados à realidade dos estudantes, utilizando procedimentos que serão representados por meio da elaboração e resolução de equações de 1° e 2° graus, que podemos indicar como sendo uma possível caracterização do pensamento algébrico.

Vamos a partir de agora "tentar" caracterizar o pensamento algébrico, segundo o que é afirmado por alguns autores. Incluímos esse verbo "tentar", pois não há um consenso sobre o que é pensamento algébrico, ou mesmo, qual o momento em que este pensamento se inicia ou deve ser inserido na educação, seja no ensino regular ou na EJA.

Porém, para iniciar tais caracterizações iremos apresentar um pouco da história da álgebra que, segundo Eves (1995) e Kieran (1992), pode ser dividida em três etapas: retórica, que se caracteriza pela ausência total de símbolos e é apresentada de forma bem detalhada, utilizando-se apenas a linguagem básica; a lacônica (ou sincopada) que é uma forma mais simplificada da retórica e se inicia com a introdução de alguns símbolos; e por último, a simbólica, quando utiliza somente símbolos, sem o uso de palavras.

Poderíamos, a partir daí, afirmar que só existiria o pensamento algébrico quando conseguíssemos sair da fase retórica e chegar à fase simbólica. Porém, autores como Lins e Gimenez (1997) criticam tal tendência, que chamam de "letrista", dizendo que muito se perderia na grande evolução da álgebra durante os tempos.

De acordo com outros autores, como Arcavi (1994), uma das perspectivas em torno do objetivo principal da álgebra seria essa utilização de símbolos. Este autor defende o desenvolvimento do "sentido simbólico" (symbol sense[7]), porém, aponta que o pensamento algébrico e os símbolos não têm o mesmo sentido.

Ponte et al. (2009) defende que uma das caracterizações do pensamento algébrico se dá a partir da habilidade na manipulação de símbolos. A capacidade desta manipulação, ou mesmo o chamado "sentido simbólico" colocado por Arcavi (1994), inclui a capacidade de interpretação e utilização desses símbolos para a descrição de situações ou para a resolução de problemas, e coloca três vertentes para essa caracterização, conforme o quadro exposto a seguir (PONTE et al.,2009, p.11):

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.

Representar	• Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbas, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	• Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; • Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	•Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções, gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte et al. (2009, p. 11)

Para Arcavi (1994) o desenvolvimento do sentido simbólico (symbol sense) só se concretiza quando os indivíduos conseguem executar manipulações

[7] Para Arcavi (1994) o desenvolvimento do sentido simbólico (symbol sense) só se concretiza quando os indivíduos conseguem executar manipulações algébricas, dando ênfase para os símbolos na estrutura dos problemas. Assim, ter sentido algébrico para este mesmo autor seria possuir uma relevante invocação da Álgebra, dos símbolos de forma apropriada e o reconhecimento de uma solução simbólica.

algébricas, dando ênfase para os símbolos na estrutura dos problemas. Assim, ter sentido algébrico para este mesmo autor seria possuir uma relevante invocação da Álgebra, dos símbolos de forma apropriada e o reconhecimento de uma solução simbólica.

Por outro lado, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam tendências do pensamento algébrico que se reduz apenas a uma linguagem algébrica e pode:

> [...] subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-lo, colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado como algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.85).

Porém essas colocações, como os próprios autores argumentam, são didaticamente negativas.

Num outro momento, os mesmos autores, apontam alguns elementos indicando que o pensamento algébrico não possui apenas uma forma para se manifestar e sim pode se expressar

> [...] através de uma linguagem natural, através de uma linguagem aritmética, através de uma linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.88).

Considerando tudo isso, esses autores, sinalizam algumas implicações pedagógicas sobre o pensamento algébrico que, não sendo especificamente uma linguagem simbólica, não teria motivos para uma tardia iniciação da álgebra escolar. Porém, a utilização da linguagem simbólica facilitaria o desenvolvimento de situações problema.

Outra implicação pedagógica sobre o pensamento algébrico, apontada pelos autores, seria a grandeza de abrangência desse pensamento, pois estaria presente na constituição do universo conceitual e temático ligado à ciência contemporânea, e por fim pensar nas etapas que são consideradas importantes para o desenvolvimento da educação algébrica.

Finalmente, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam alguns elementos caracterizadores do pensamento algébrico que são: "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização (p. 87)".

Já, segundo Lins e Gimenez (1997), é importante abordar uma discussão sobre qual o melhor momento de se iniciar a educação algébrica e também quais os conteúdos e qual a melhor forma desta inserção, pois não é fácil perceber quando estamos trabalhando ou não com uma atividade algébrica, aliás, ser algébrico ou não, dependerá da forma como este conteúdo será desenvolvido.

Por esse motivo, os autores apontam não existir um pensamento algébrico determinado e sim o que chamam de coisas da álgebra. Assim, um problema que inicialmente poderia ser resolvido de maneira aritmética não se transforma em um problema algébrico pelo simples fato de se utilizar ou não uma linguagem simbólica.

Podemos perceber que, de acordo com as caracterizações apontadas por Lins e Gimenez (1997), o pensamento algébrico pode se manifestar independente da utilização da linguagem algébrica.

Nesse sentido, Lins e Gimenez (1997), apresentam três características fundamentais para o pensamento algébrico. Assim, para eles, pensar algebricamente significa:

> 1 – Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmeticismo);
> 2 – considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (chamamos a isso de internalismo); e
> 3 – operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 151).

Também, segundo os autores:

> Uma educação algébrica compreende dois objetivos centrais que seriam permitir que os estudantes sejam capazes de produzir significado (em nosso sentido) para a álgebra e permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 152).

Podemos, finalizando, considerar algumas concepções colocadas por Usiskin (1995) para o estudo da álgebra escolar, quando aponta a álgebra como:

a)uma aritmética generalizada;

b)um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas;

c)um estudo de relações entre grandezas;

d)um estudo das estruturas.

Notamos a partir dessas informações que não existe um consenso entre os diversos autores para caracterizar realmente o que venha a ser o pensamento algébrico, educação algébrica, coisas da álgebra ou qualquer outro termo utilizado por algum desses autores.

Como nosso objetivo, neste trabalho, é investigar indícios desse pensamento e de possíveis erros na produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas envolvendo equações do primeiro grau, apresentaremos o que, para as nossas análises constitui-se uma manifestação do pensamento algébrico, não nos importando com alguma seqüência ou mesmo grau de importância dessas manifestações baseados nos autores citados:

a)utilizar termos desconhecidos, seja como variáveis ou incógnitas na sua resolução;

b)apresentar cálculos numéricos expressando que houve uma estratégia de resolução com variável;

c)equacionar as situações-problema, conseguindo representá-las utilizando uma linguagem simbólica;

d)apresentar alguma resolução que faz referência ao termo a ser determinado pela situação problema.

Por tudo que foi apontado, vemos a necessidade dessas caracterizações do pensamento algébrico estarem presentes nas pesquisas e também na sala de aula, na forma de reflexão sobre as atividades apresentadas, que é o foco principal da maioria dos estudos envolvendo o pensamento algébrico.

Não podemos ficar esperando um possível consenso entre os autores que lidam com pensamento algébrico para que possamos trabalhar com nossos estudantes, nem mesmo nos preocupar qual seria o momento ideal para o início deste trabalho e sim focar nossos esforços para que os estudantes tenham um melhor aproveitamento quando tratarmos da educação algébrica.

Salientamos que nosso objetivo não é apresentar novas ou inovadoras caracterizações do pensamento algébrico e sim utilizar um padrão sobre os pontos apresentados para servir de base para nossas análises e uma possível reflexão dos professores que estão envolvidos com esta educação algébrica, seja qual for o segmento de ensino em que leciona.

2.3 O ERRO

O conteúdo de equações do primeiro grau, trabalhado com os estudantes no desenvolvimento desse trabalho, está presente nos conteúdos curriculares para o sétimo ano da EJA. Como o trabalho foi realizado com estudantes do nono ano, acreditamos que tal conteúdo, em algum momento, já foi visto pelos estudantes. Como as análises do trabalho ocorrerão unicamente por meio da produção escrita dos estudantes em atividades envolvendo o conteúdo citado, não poderíamos deixar de lado a apresentação e discussão do erro, seja como apontado por alguns autores, como sendo um instrumento didático (BORASI, 1987) seja, por outros, quando se referencia que o erro está ligado a uma construção do conhecimento (CURY, 2007; SILVA, 2008).

Pensando no âmbito escolar, desde os primórdios, os estudantes que cometiam erros eram punidos pelos professores. Claro que tais punições, no início, eram feitas até de maneira física, conforme Luckesi (1990) descreve:

> [...] No Nordeste brasileiro, esta mesma prática era efetivada por meio da palmatória, instrumento de castigo com o qual o professor batia na palma das mãos dos estudantes. A quantidade de "palmadas" dependia do juízo deste professor sobre a possível "gravidade" do erro (LUCKESI, 1990, p.133).

Percebemos que as punições eram simplesmente impostas de acordo com a vontade do "educador", o qual impunha regras e padrões que deveriam ser respeitados.

Esse foi um dentre outros exemplos que já ouvimos nossos pais ou avós contarem da sua época na escola, que Luckesi (1990) chega a classificar como "pequenos martírios". Hoje em dia, quase não existem castigos de natureza física, porém, esta punição aplicada a estudantes que cometem os tais erros ainda está presente e se manifesta de outras maneiras, por meio de ameaças e castigos como:

ficarem sem recreio, trabalhos extras sobre o tema em estudo ou ainda uma possível ridicularização perante a sala com uma ameaça de reprova e assim virando motivo de chacota dos colegas.

Podemos verificar que essas atitudes estão presentes em todos os níveis de educação, desde o infantil até mesmo em cursos superiores de ensino.

Isso também pode ser verificado na EJA, pois neste segmento de ensino, os estudantes, a todo o momento, se preocupam com os demais colegas de classe, muitas vezes para não demonstrar certa "ignorância" sobre o tema em estudo, ou mesmo por achar que o fato de apresentar dificuldade em certos conteúdos poderia aparecer como mais um "fracasso escolar".

Tudo isso faz com que, segundo o mesmo autor, os estudantes sintam certa ansiedade durante as aulas, sintam-se intimidados em participar de discussões, e a partir daí comecem uma autopunição perante suas dificuldades de aprendizagem.

Entretanto, tudo isso poderia ser evitado se o erro fosse visto sob outro olhar, que conforme aponta Luckesi (1990), poderia:

> [...] ser visto como fonte de virtude, ou seja, de crescimento. O que implicaria estar aberto a observar o acontecimento como acontecimento, não como erro: observar o fato sem preconceito, para dele retirar os benefícios possíveis. Uma conduta em princípio, é somente uma conduta, um fato: ela só pode ser qualificada como erro, a partir de determinados padrões de julgamento (LUCKESI, 1990, p. 136).

Mas, como podemos então classificar um erro? Luckesi (1990, p. 137) aponta que "a ideia de erro só emerge no contexto da existência de um padrão considerado correto", e partir dessas comparações, afirmar que tal situação está correta ou incorreta. Fiorentini (2006) sugere que tal comparação com esse determinado padrão pré-estabelecido em produzir significados para a matemática, pode:

> [...] servir positivamente de ponto de partida para o desenvolvimento cognitivo do estudante, se forem identificados, compreendidos e problematizados didático-pedagogicamente; e esta representa uma condição necessária para a sua superação (FIORENTINI, 2006, p. 7-8).

Assim, não poderíamos simplesmente fazer uma relação dialética entre o erro e a falta de conhecimento e isso fica evidente quando Cury (2007, p. 80) aponta o erro "como um conhecimento, um saber que o estudante possui, construído de alguma forma, e é preciso elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando os estudantes a um questionamento sobre as suas respostas".

Por esse motivo, Cury (2007) aponta que a análise dos erros pode ser considerada uma metodologia que precisa ser trabalhada e explorada na sala de aula.

Neste sentido, Fiorentini (2006) classifica o erro como resultado

> [...] do esforço dos estudantes em particular do processo de aprendizagem, produzindo e negociando, a partir de seu mundo e de sua cultura, sentidos e significados sobre que se ensina e aprende na escola. E, nesse sentido, o erro não poderia ser visto como um mal a ser erradicado, mas como parte do processo de aprender e desenvolver-se intelectualmente (FIORENTINI, 2006, p. 4).

Segundo este mesmo autor, devemos ter no erro um processo de aprendizado, compreensão para solucionar problemas, isso pode evidenciar que os estudantes em algum momento estão tentando se apropriar dos significados aprendidos na escola.

Assim devemos segundo Cury (2007), dar uma atenção maior a todo o processo, não simplesmente considerar o resultado final. Nesta perspectiva, Borasi (1987) aponta que o erro possui dois objetivos, o primeiro seria a sua eliminação, ou seja, apenas verificar se tal situação estaria correta ou incorreta, e um segundo que seria explorar as suas potencialidades, partindo para novas regras por meio de outros exemplos.

Buriasco (2000) segue uma mesma linha e afirma que os erros:

> [...] são tomados como um tipo de índice de que o estudante não sabe fazer, não tem estudado e não como um índice de que o estudante sabe alguma coisa parcial, incorreta e que portanto é preciso trabalhar com ela, para, a partir daí, construir um conhecimento correto (BURIASCO, 2000, p. 169).

Também, podemos simplesmente acreditar que o erro, conforme aponta Luckesi (1990), só é considerado erro, quando temos um padrão que é considerado correto para poder comparar, a partir disso, o mesmo autor afirmar existir então um sucesso ou insucesso dos resultados.

Da mesma forma que o erro não pode ser considerado como única maneira de apontar que o estudante não conseguiu se apropriar de um determinado conhecimento, devemos considerar que o fato do acerto também não garante que tudo foi aprendido sobre tal conteúdo.

Precisamos acreditar que todo tipo de erro deve ser utilizado, de forma correta, para ajudar no processo de ensino aprendizagem dos estudantes e, ainda, conforme Pinto (2000), que grandes descobertas se iniciaram a partir de erros cometidos.

Os erros podem ser classificados de maneiras distintas por autores diferentes. Silva (2008), por exemplo, aponta dois tipos de erros:

> O erro construtivo, quando surge durante o processo de redescoberta ou reinvenção do conhecimento, e que o sujeito abandona ao alcançar um nível de elaboração mental superior. O outro seria o erro sistemático que resiste, apesar das evidências que comprovam sua inadequação, limitando ou mesmo impedindo as possibilidades de aprendizagem (SILVA, 2008, p. 100).

Nas análises das atividades da sequência didática, os erros encontrados serão explicitados, buscando relacioná-los com os apresentados nesta sessão.

E nas conclusões finais, os erros serão classificados a partir da produção escrita dos estudantes, que serviram apenas para análise da sequência didática em questão, pois a classificação dos erros depende do momento e da maneira que cada situação é apresentada.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Como o objetivo do nosso trabalho é investigar qual a compreensão de estudantes da educação de jovens e adultos em atividades algébricas por meio de sua produção escrita, aplicamos uma sequência didática, seguindo os moldes da Engenharia Didática proposta por Artigue (1996) e Almouloud (2007), para estudantes do 9° ano do ensino fundamental da EJA, envolvendo problemas relacionados com equações do primeiro grau.

Problemas estes retirados da apostila do ENCCEJA, e assim a partir da sua produção escrita, analisar o pensamento algébrico presente. Por esse motivo o trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo-descritivo.

3.1 A PESQUISA QUALITATIVA

Muito se discute sobre as características que uma pesquisa deve possuir para se encaixar em uma pesquisa qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), cinco características básicas caracterizam este tipo de pesquisa e essas estão presentes no desenvolvimento desse trabalho.

Temos que o ambiente natural é a fonte direta e o pesquisador como seu principal instrumento, no trabalho a sequência didática foi aplicada diretamente pelo pesquisador, em uma sala do nono ano da EJA, onde, com a permissão da professora titular da sala, foram disponibilizadas oito aulas com a participação dos estudantes.

Ainda, os dados são predominantemente descritivos, pois a partir da produção escrita dos estudantes durante o desenvolvimento da sequência didática, faremos uma discussão e uma análise para investigar principalmente o pensamento algébrico e os erros presentes.

A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto, por esse motivo as análises serão realizadas com base na produção escrita dos estudantes, com a preocupação principal de verificar o desenvolvimento do pensamento algébrico e não necessariamente os resultados obtidos pelos estudantes nas atividades propostas.

A forma como é dado o significado a vida do pesquisado, vira foco principal do pesquisador e conforme constatado, a EJA deve ter sua base na realidade dos estudantes, a fim de prepará-los para a vida cotidiana, por este motivo, as atividades propostas, apesar de retiradas da apostila do ENCCEJA, buscavam contemplar um pouco do cotidiano dos mesmos, bem como explorar o lúdico.

E por fim, a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo, pretendemos a partir das análises feitas das atividades desenvolvidas por este grupo de estudantes pesquisados, investigar possíveis indícios de pensamento algébrico que possam contribuir de alguma maneira para o desenvolvimento da educação que é dispensada aos jovens e adultos e também se existirem possíveis erros, suas causas e conseqüências no desenvolvimento de cada atividade.

3.2 Engenharia Didática

Segundo Artigue (1996) a Engenharia Didática surgiu na França na década de 1980 e entre seus principais autores temos Douady, Chevallard e Brousseau. Artigue (apud ALMOULOUD, 2007) define a Engenharia Didática como:

> [...] sendo uma forma de trabalho didático comparável ao do engenheiro que, para realizar um projeto, se apóia em conhecimentos científicos da área, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência (ARTIGUE apud ALMOULOUD, 2007, p.171).

Já Almouloud (2007) a define como uma metodologia de pesquisa,

> [...] caracterizada, em primeiro lugar, por um esquema experimental com base em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na construção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e pelos modos de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori (ALMOULOUD, 2007, p.171).

A Engenharia Didática foi criada buscando atender duas questões: relacionar pesquisa e ação no sistema de ensino (aproximando o pesquisador do professor) e também reservar lugar para a produção didática nas metodologias de pesquisa (aproximando o professor do pesquisador).

A partir disso podemos dividir a engenharia didática em macro-didática e micro-didática:

a) a macro-didática analisa questões que se tornam incontornáveis (apesar das dificuldades metodológicas e institucionais);
b) a micro-didática permite ter, de forma local, a complexidade do fenômeno sala de aula.

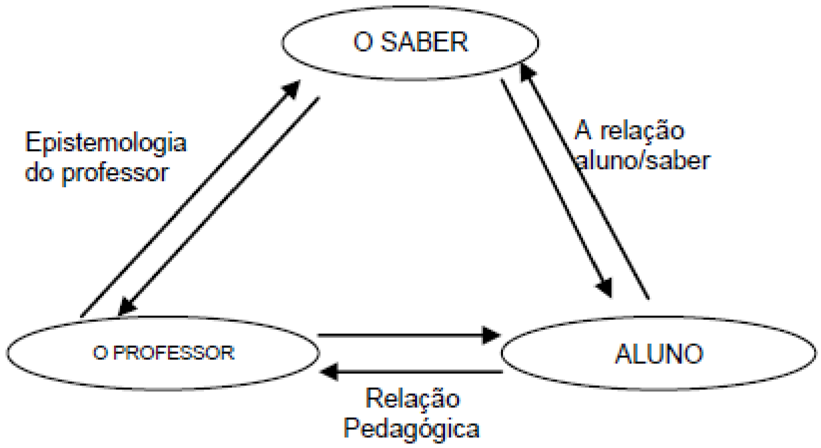
Uma das principais teorias relacionadas à engenharia didática é a teoria das situações didáticas (TSD) desenvolvida por Brousseau (apud ALMOULOUD, 2007), onde a aprendizagem deve ocorrer seguindo um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o milieu (o meio).

O principal objetivo da teoria das situações didáticas, segundo Almouloud (2007), é:

> [...] caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos estudantes. Essa modificação é caracterizada pela aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (ALMOULOUD, 2007, p.31 - 32).

Almouloud (2007) ainda aponta que o objetivo central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, estudante e saber. Brousseau (1986) procura teorizar os fenômenos ligados a essas interações, buscando a especificidade do conhecimento ensinado, colocando que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação. Na figura que segue, temos uma estrutura formada pelo sistema minimal: consideradas aqui as interações entre professor e estudantes mediadas pelo saber nas situações de ensino.

Figura 1 – Triângulo didático



Fonte: Almouloud (2007, p.32)

Temos ainda as três hipóteses em que se apóiam a teoria das situações didáticas, que são:

a) o estudante aprende adaptando-se a um meio que é fator de dificuldade, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana;
b) o meio não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz;
c) o meio e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, destacamos que o meio não é munido de interações didáticas e é insuficiente para a aquisição do contexto, pois os professores não são preparados para trabalhos com jovens e adultos, bem como o material não é adequado.

Segundo Artigue (1996) a engenharia didática é dividida em quatro fases, que são:

a) Análises Prévias

É a fase onde devemos identificar os problemas do estudo, levantar questionamentos, hipóteses, fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa, e levantar, entre outros, os seguintes questionamentos:

- quais conteúdos iremos trabalhar?
- qual o tempo que temos para a realização deste trabalho?
- o que se pode escolher como um conjunto de saberes que se ofereça como um recorte coerente da Matemática escolar, importante e auto-suficiente em si mesmo, adequado para uma ação em micro-engenharia ou macro-engenharia?
- qual a importância do tema escolhido?

b) Construção das situações e análise a priori

Nesta fase devemos responder as questões levantadas nas análises prévias, validar as hipóteses, elaborar e analisar uma sequência de situações problema. Artigue (1996) divide em duas partes: Parte descritiva que tem por objetivo:

- descrever as escolhas efetuadas para a iniciação do desenvolvimento da sequência didática;
- definir as variáveis de comando;
- descrever cada atividade proposta. Parte preditiva
- diz respeito às hipóteses que ocorrerão no trabalho a ser desenvolvido. Para efeito de validação, as hipóteses não podem ser muito amplas a ponto de por em jogo processos de aprendizagem, pois voltaremos a elas questionando: Será que o plano funciona? Será que nossas hipóteses são válidas?

c) Implementação da experiência

Nesta etapa coletamos e organizamos os dados, cuja análise será essencial para a etapa de validação.

d) Análise a posteriori e validação da experiência

Já a análise a posteriori de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo. A análise a posteriori depende das ferramentas técnicas ou teóricas utilizadas com as quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa.

E a validação é a confrontação da análise a priori com a análise a posteriori, ou seja, a partir das expectativas que temos com a sequência didática e os dados conseguidos após sua aplicação.

4 EXPERIMENTO: AS FASES DA PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos o desenvolvimento das fases realizadas em nossa pesquisa.

4.1 NOSSAS ESCOLHAS

Muitos questionamentos foram surgindo antes de iniciarmos nosso trabalho e, quando paramos para respondê-los, começamos a perceber que alguns temas são pouco explorados por nós pesquisadores em Educação Matemática, um deles é o ensino de álgebra.

Não iremos aqui discutir sobre a importância, ou mesmo, qual a melhor época para se inserir o ensino de álgebra, e sim, conforme apontado por Fiorentini et al. (1992) que poucos são os trabalhos desenvolvidos por educadores matemáticos que envolvem o ensino de álgebra, pois a grande maioria está mais interessada no ensino da geometria, devido ao suposto abandono da mesma. Por outro lado, isso, segundo os autores, poderia estar gerando um abandono da álgebra, este seria um dos motivos pelo quais escolhemos trabalhar com álgebra.

Sobre a escolha da realização do trabalho com estudantes da EJA, conforme já citado, há o fato de poucos trabalhos serem direcionados a este público que na maioria das vezes já é apontado como excluído do sistema de ensino.

Portanto, decidimos juntar estes dois temas, Educação de Jovens e Adultos e álgebra escolar.

A partir daí, precisaríamos decidir qual conteúdo algébrico deveríamos contemplar na nossa sequência didática e em qual turma aplicá-la. Num levantamento de informações, nos deparamos com o ENCCEJA, que não é aplicado na cidade onde o trabalho foi realizado, porém oportuniza aos estudantes da EJA uma possibilidade de conclusão dos estudos por meio de suas provas de certificações. Essas provas são aplicadas no final de cada ciclo, porém uma das fases seria a certificação para conclusão do ensino fundamental.

Assim, nossa escolha foi trabalhar com estudantes do nono ano do ensino fundamental, que seriam os candidatos a realizarem as provas de certificação do

ENCCEJA, aplicando situações-problema que envolvessem equações do primeiro grau, pois este tema é abordado com mais ênfase no capítulo VII da apostila do exame, qual seja aquele que trabalha com álgebra.

Finalizando, destacamos que o problema da evasão escolar ficou bem evidente no semestre em que o trabalho foi realizado, pois, dos 29 estudantes que realizaram a matrícula para o nono ano do ensino fundamental, na época da aplicação da sequência didática, apenas 15 estavam freqüentando regularmente, e desses, 13, em algum momento, participaram de alguma atividade proposta.

4.2 ANÁLISES PRÉVIAS

Nessa sessão apresentaremos algumas considerações que subsidiaram a preparação das atividades da seqüência didática.

4.2.1 Sobre Livros Didáticos

Pudemos verificar, na Proposta Curricular (2002), que a maioria dos livros didáticos voltados ao público da EJA, e também os livros didáticos do ensino regular, se preocupam mais com procedimentos "mecânicos", isto é, do tipo calcule ou efetue do que com a interpretação de situações problema que trabalham com o cotidiano desses estudantes. Esta situação está mais evidente quando tratamos do estudo da álgebra. Não podemos deixar de citar que ainda são poucos os livros didáticos voltados ao público da EJA, e relembrar a falta de capacitação de professores para trabalharem com este público.

Isso pode ser verificado, em uma pesquisa constante na Proposta Curricular (2002), apontando que a metade dos professores entrevistados, quando questionados sobre a utilização do livro didático em suas aulas, disse adotá-los e que estes livros estariam de acordo com os Parâmetros Curriculares da Educação de Jovens e Adultos. Porém, quando indagados sobre quais seriam os livros, muitos não responderam e a maioria indicou apenas o livro utilizado, o qual não era específico da EJA.

Isso evidencia o exposto anteriormente sobre a necessidade dos livros didáticos voltados ao público da EJA. Os mesmos deveriam ser formulados de maneira regionalizada e aberta a mudanças de comportamento dos estudantes no início de cada ano letivo.

Como nosso trabalho envolve turmas da EJA, optamos por estudar a apostila "EJA - Suplegraf" que é fornecida pelo governo federal e que está à disposição dos professores para as aulas e que os sujeitos da pesquisa têm acesso na escola, bem como faremos algumas colocações sobre a apostila do ENCCEJA, disponibilizada pelo governo, que subsidiou a construção da nossa sequência didática.

Começaremos por estudar a apostila EJA - Suplegraf que é fornecida pelo governo federal e que a escola tem a disposição dos professores para as aulas. A apostila da 6a série (7° ano) do ensino fundamental, 2° segmento, tem seu conteúdo estipulado apenas para um semestre, são dos autores Dirceu Zaleski Filho e Jonas Correia da Rocha, e é assim dividida:

São quatro unidades, sendo a primeira denominada Números, que é composta por dezesseis módulos. A segunda unidade é composta por quatro módulos e discute sobre medidas; a terceira estuda a parte de geometria, sendo composta por quatro módulos e a última unidade, composta apenas por um módulo, apresenta como título Tratamento da informação.

Como nosso trabalho envolve equações do primeiro grau, faremos uma análise mais detalhada dos módulos 14 e 15 da primeira unidade.

O módulo quatorze intitulado como Sentenças matemáticas, aborda, explica e exemplifica sentenças abertas e incógnitas, apontando ainda as propriedades da igualdade, de forma bem resumida e coloca alguns exercícios para escrever situações em sentenças matemáticas e vice-versa.

O módulo quinze, que abrange o conjunto universo, o conjunto verdade e as equações do primeiro grau, começa demonstrando o que cada um desses conceitos representa.

O autor utiliza a balança de dois pratos para demonstrar uma equação do primeiro grau, aponta a solução como raiz da equação e mostra o método aditivo e multiplicativo para a resolução de uma equação.

Temos ainda neste módulo uma lista com tarefas, sendo algumas para resolver equações do primeiro grau e mais algumas situações-problema que envolvem essas equações.

Por se tratar de uma apostila direcionada ao público da EJA e que o curso é no sistema de supletivo, ou seja, cada série deve ser desenvolvida no prazo de seis meses, percebemos um material bem resumido, porém de fácil entendimento.

Por fim, vejamos a apostila do ENCCEJA, que subsidiou nossa pesquisa, e que está disponível em seu site para acesso pelos estudantes que pretendem fazer a prova de certificação. Esta apostila, composta por nove capítulos, que pretende abranger todo o conteúdo do ensino fundamental do sexto ao nono ano.

O assunto de interesse do nosso trabalho está no oitavo capítulo, intitulado como A Álgebra: suas funções e seus usos, que tem como objetivo principal construir e utilizar conceitos algébricos para modelar e resolver problemas.

Este capítulo começa contando um pouco da história da álgebra, mostrando suas diferentes funções, apresenta a diferença entre variável e incógnita, e no final de cada um desses tópicos oferece atividades que o autor apresenta como "desenvolvendo competências", que são formadas por situações problemas para serem desenvolvidas pelos estudantes, sempre exibindo um exemplo.

Outro tópico descrito neste capítulo é o de construir modelos matemáticos para resolver problemas e apresenta um exemplo e novamente algumas situações-problema.

Depois vem um tópico para explicar o que é a raiz de uma equação e utiliza, para tal, a balança de dois pratos com várias situações para resolver.

Uma pequena parte discute sobre o desenvolvimento de sistemas de equações com duas variáveis, não apresentando para este, situações-problema, apenas um exemplo resolvido. Além disso, mostra a equação do segundo grau, mas não ensina a resolver, apenas a substituir valores dados para verificar se é verdadeira ou não tal equação.

Termina este capítulo colocando um tópico que pretende mostrar a intervenção na realidade dos estudantes, mas conforme apontado nessa pesquisa se apresenta de forma muito genérica, pois cada região tem a sua particularidade e tal apostila não daria conta abranger tal necessidade.

Concluindo o capítulo, apresenta algumas orientações para verificar se o estudante está apto, entre elas: identificar, interpretar e utilizar a linguagem algébrica como uma generalização de conceitos aritméticos.

Considerando que esta apostila é estudada sem a interferência de professores, em alguns momentos sua linguagem é complexa e de difícil entendimento, e podemos considerar ainda que esta parte voltada à álgebra é bem simplificada e deixa vários conteúdos do ensino fundamental do sexto ao nono ano sem apresentação.

Contudo, um ponto positivo desta apostila é que o autor tenta, sempre depois de cada conteúdo, apresentar situações-problema voltadas à realidade dos estudantes, que é um dos objetivos dos cursos da EJA.

Podemos perceber que a intenção do autor está diretamente ligada ao aprendizado proposto por Paulo Freire, sendo este um ponto positivo da apostila, porém esta ligação com a realidade está descrita de forma superficial para abranger o maior público possível.

4.3 APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE

Finalizando as análises prévias, no sentindo de buscar elementos para ajudar na composição da seqüência didática, optamos pela realização de um pré-teste, mesmo sabendo que esta etapa não se faz necessária quando da utilização da Engenharia Didática.

Este pré-teste constou de questões que envolviam equações de primeiro grau, assunto de nossa seqüência didática.

Todos os exercícios propostos para os sujeitos da pesquisa no pré-teste foram retirados do livro de estudos que o governo disponibiliza para os estudantes que pretendem fazer a prova de certificação do ENCCEJA, na área de matemática, para a conclusão do ensino fundamental e que para sua resolução será necessário utilizar ferramentas que remetem ao pensamento algébrico.

Os estudantes, sujeitos da pesquisa, foram exatamente os que cursavam o 9° ano (8ª série) do ensino fundamental de uma escola municipal que oferece a Educação para Jovens e Adultos na cidade de Cândido Mota, estado de São Paulo, no segundo semestre de 2009, sendo esta, a única a oferecer o ensino fundamental do 6° ao 9° ano no semestre em que o trabalho foi realizado.

Caso a cidade participasse da prova de certificação do ENCCEJA, esclarecemos que esta prova de certificação é opcional às secretarias de educação, seriam estes os estudantes a realizarem a prova.

O conteúdo escolhido para a realização da pesquisa, que envolve situações problema abordando equações do primeiro grau está presente nos conteúdos curriculares do 7° ano (6ª série) do ensino fundamental. Assim, gostaríamos de verificar que conhecimentos prévios os estudantes possuíam e quais questionamentos prévios seriam levantados pelos mesmos.

Para a aplicação do pré-teste disponibilizamos duas aulas de 45 minutos cada, onde foram desenvolvidas situações-problema pelos estudantes, as quais tinham por objetivo equacionar a situação e chegar a uma possível solução para o problema.

Na realização do pré-teste, parte dessa análise prévia, onze estudantes participaram das aplicações e foram identificados por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10 e P11.

Todos os problemas propostos para os estudantes, os quais seguem abaixo, foram respondidos de forma individual, sem a interferência do pesquisador.

Problema 1

O mágico de um famoso circo chamou pessoas da platéia para participar de uma brincadeira. Antonio, Carlos e Sandra, se apresentaram.

O mágico disse-lhes então que deveriam adivinhar que transformação faria com números falados por eles.

* **Antonio falou 2 e o mágico respondeu 4.**

* **Carlos disse 5, o mágico respondeu 10.**

* **Sandra falou 25, o mágico respondeu 50.**

Você já percebeu que o número falado pelo mágico é sempre o dobro do número dito pelos participantes: algebricamente y = 2x, com y sendo o número que o mágico respondeu e x o número que a pessoa da platéia falou.

Agora analise este outro caso e represente a regra usada pelo mágico (onde y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

A platéia falou	3	4	15	50	1,5	25
O mágico respondeu	7	9	31	101	4	51

Problema 2

Traduza, algebricamente, cada uma das situações e encontre a solução, testando-as.

(a) Sete menos um número é igual a 3. Que número é esse?

(b) A metade de um número mais cinco é igual a 10. Qual é esse número?

(c) Um número aumentado em três unidades é igual a sete. Que número é esse?

Após o pré-teste ser entregue aos estudantes foi solicitado por parte dos mesmos que se fizesse uma leitura dos problemas com eles, porém deixamos todos bem cientes que não haveria nenhum tipo de interferência do pesquisador, ou mesmo de outros estudantes, durante a realização do pré-teste e também não seria possível esclarecimento de dúvidas. Os estudantes poderiam ficar à vontade para escrever o que achasse necessário e também fazer comentários. Assim passamos à leitura do pré-teste.

Um primeiro questionamento levantado pelos estudantes foi a respeito do conteúdo que poderiam utilizar para resolver os problemas. Como no período em que o pré-teste foi aplicado eles estavam aprendendo equações do segundo grau, logo fomos questionados se deveriam utilizar "aquelas fórmulas que a professora estava ensinando" para a resolução desta lista.

Depois disso, alguns estudantes começaram a fazer questionamentos do tipo: "E quem não é bom de cabeça, como resolve isso aqui?"; "Já faz muito tempo que parei de estudar, não lembro nada!" ou ainda "Me lembro, já aprendi isso antes, mas não lembro como é que resolve."

Um fato que chamou atenção foi quando um dos estudantes afirmou que estava muito difícil resolver os exercícios e que, se fosse apresentado um exemplo, eles conseguiriam resolver os restantes. Ainda colocaram "É assim que a professora faz", sobre o fato de exemplificar o que estava sendo solicitado. Isto foi citado por Schliemann (2006) quando colocam que uma das formas de lidar com um problema é aproveitar uma "lição central a ser derivada de anos de pesquisa sobre a generalização da aprendizagem (learning sets), isto é, que os animais (inclusive o homem) aprendem a partir de experiências repetidas com problemas diferentes do mesmo tipo" (COLE apud SHLIEMANN, 2006, p. 28).

Esse fato também pode ser relacionado com a Educação Bancária criticada por Freire (2006), quando indica que os estudantes são apenas meros receptores dos conteúdos.

Depois desses questionamentos, os estudantes iniciaram as resoluções das situações propostas e começaram a perguntar: "Tem que escrever tudo ou pode colocar só a resposta?".

Algo também muito questionado por parte dos estudantes foi sobre um termo que apareceu no item b da segunda atividade que solicitava a metade de um número, pois começaram a discutir sobre o que "metade" significava. Alguns estudantes colocaram que era preciso separar em duas partes, mas um estudante disse que poderia ser multiplicar por dois. Também, quando um dos estudantes montou uma equação, o "x" que ele utilizou como o termo desconhecido apareceu negativo e outro estudante disse que isso nunca poderia acontecer, pois era regra o "x" ser positivo. Nesse momento, os demais estudantes também ficaram um pouco inquietos e um deles disse que poderia mudar o sinal de todo mundo que não ia fazer nenhuma diferença.

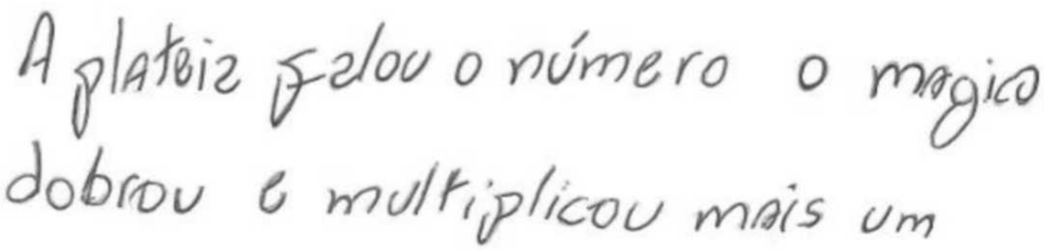
Já se aproximando o final do tempo disponibilizado para resolverem as questões, começaram a questionar que não iriam conseguir terminar, que o tempo era insuficiente, que algumas das situações eram muito complicadas e que não conseguiriam resolver, assim deixaram em branco uma parte do pré-teste.

Depois que a maioria já havia entregado o pré-teste, reuniram-se e questionaram o pesquisador se voltaria para ensinar, como eles mesmos disseram, "Isso aí pra gente".

Começaremos agora pela análise do pré-teste, que como dito anteriormente, foi respondido pelos onze estudantes que estavam presentes no dia da aplicação e desses cinco tiveram a iniciativa para começar o primeiro problema, porém somente dois chegaram à alguma conclusão, um deles o P6, apresentou a seguinte frase: "o dobro mais 1", que está correta, mas como dizia no enunciado do problema era preciso representar a situação por meio de uma equação utilizando as variáveis "x" e "y".

Já o estudante P10, também representou o resultado somente por meio de uma frase que segue:

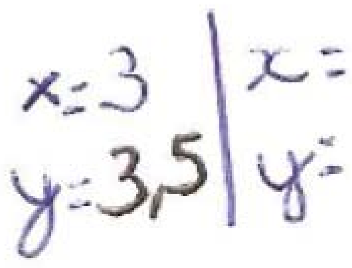
Figura 2 – Resolução do estudante P10 no exercício 1 do pré-teste


A plateia falou o número o magico
dobrou e multiplicou mais um

Podemos verificar que esse estudante também não seguiu a regra imposta pelo enunciado e ainda cometeu um erro no momento de indicar quais as operações deveriam ser feitas com os valores falados pela platéia, pois a regra adicionava uma unidade e o mesmo indicou como sendo uma multiplicação, mas mesmo assim podemos inferir que tal estudante utilizou uma das formas de pensamento algébrico.

Os outros três estudantes tentaram de alguma forma chegar à alguma conclusão do problema, porém podemos perceber que não conseguiram dar nenhum sentido para o problema proposto, tendo aqui erro de interpretação do enunciado ou mesmo a falta de conhecimento do assunto que estava sendo tratado pelo mesmo. Por outro lado esses mesmos estudantes em algum momento tentaram incluir em suas soluções, as variáveis "x" e "y", conforme aparece na resolução do estudante P9.

Figura 3 – Resolução do estudante P9 no exercício 1 do pré-teste



Podemos concluir com essa atividade que os estudantes tem alguma dificuldade na interpretação do enunciado, pois o mesmo apresentava um exemplo de como deveria ser resolvido, ficando evidente os problemas em utilizar valores desconhecidos.

Já no segundo exercício proposto, no item "a", quatro estudantes utilizaram x como o item a ser encontrado. Outros seis estudantes conseguiram chegar ao resultado solicitado, mas sem nenhum tipo de resolução, colocando direto o resultado do problema, ou mesmo resolvendo por meio de uma subtração, partindo do pressuposto que já conheciam a resposta, nesse ponto podemos afirmar que tais estudantes utilizaram um raciocínio que identificava a operação a ser realizada fazendo inferência a um possível valor desconhecido.

Já o estudante P7, diante da afirmação sete menos um número é igual a três, do enunciado do exercício, procedeu da seguinte maneira para tentar solucionar o problema:

Figura 4 – Resolução do estudante P7 no exercício 2 item a do pré-teste

$$7-1=6$$
$$6 \cdot 3=6$$

Pela figura três podemos concluir que ao interpretar a afirmação sete menos um número, P7 chegou à conclusão que este "menos um número" significava "tirar uma unidade de sete". Depois dessa operação pegou o resultado e multiplicou por três, deixando novamente o resultado de seis. Podemos verificar que ficou evidente que esse estudante não conseguiu interpretar o enunciado do problema.

No item "b" do exercício dois, proposto, dos quatro estudantes que conseguiram resolver o item "a", utilizando o termo desconhecido, nenhum deles conseguiu resolver o item "b". Talvez isso tenha ocorrido, devido ao fato, que já foi citado, da discussão que se iniciou sobre o termo "metade de um número".

E por esse motivo, grande parte dos estudantes resolveu utilizando algumas das quatro operações, ou mesmo apresentado o resultado por meio de uma frase explicativa. Nesse sentido podemos chegar à conclusão que os estudantes tiveram dificuldade em interpretar e utilizar o termo "metade de um número" citado neste item.

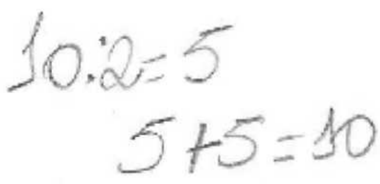
Dos demais estudantes, um não conseguiu resolver e segue a resolução de outros dois estudantes:

Figura 5 – Resolução do estudante P7 no exercício 2 item b do pré-teste

Nesta situação, podemos perceber claramente que o estudante P7, se esforçou para conseguir efetuar uma adição de 5 + 5. Montando essa operação de forma incorreta.

Já o estudante P4, partiu da suposta resposta do exercício, conforme já mencionado, e justificou seu resultado da seguinte maneira: A partir do número 10 (que seria seu resultado), dividiu por dois, obtendo 5; então adicionou 5, chegando a 10.

Figura 6 – Resolução do estudante P4 no exercício 2 item b do pré-teste



Na resolução do item c, daqueles estudantes que utilizaram o termo desconhecido x para a resolução do primeiro item, apenas três conseguiram, utilizando o mesmo procedimento, chegar a uma resposta para este item.

Outros estudantes, novamente partiram do pressuposto que já sabiam a resposta e a partir desta resposta efetuaram uma operação de adição, conforme abaixo.

Figura 7 – Resolução do estudante P4 no exercício 2 item c do pré-teste

Podemos concluir com o pré-teste que os estudantes sentem certa dificuldade, ou talvez, uma insegurança para desenvolver situações-problema que envolve valores desconhecidos, ou mesmo situações que levem os mesmos a refletir sobre qual caminho seguir para chegar na solução correta.

O uso de incógnitas durante o desenvolvimento deste pré-teste causou em alguns momentos, nos estudantes, certo receio, de como ou qual o melhor momento de utilizá-la, pois questionaram o fato de sentirem medo ou mesmo vergonha em apresentar uma possível solução incorreta. Nesse sentido podemos nos remeter ao fato já citado sobre erros, o receio dos estudantes em apresentar soluções incorretas, talvez por medo de possíveis castigos ou repreensões.

Outro fator levantado com o pré-teste foi a forma como estes estudantes estão sendo questionados sobre o desenvolvimento de situações-problema, pois conforme colocado, disseram necessitar de um exemplo para poder resolver os demais itens. Isto mostra certa dificuldade por parte dos estudantes frente à necessidade de resolver problemas.

Foi incluído ainda neste pré-teste, um questionário para cada uma das atividades propostas, onde o estudante tinha a possibilidade de expressar seus anseios e suas dificuldades no desenvolvimento de cada problema. O questionário era composto das seguintes questões:

Qual o nível de dificuldade encontrado para resolver este problema?
( ) baixo ( ) médio ( ) alto ( ) muito alto

Na resolução do problema, qual a dificuldade encontrada?
( ) não tive nenhuma dificuldade na resolução do problema
( ) tive dificuldade na interpretação do problema
( ) tive dificuldades no processo de resolução do problema
( ) tive dificuldade nos cálculos

( ) não consegui resolver o problema

Para a resolução do problema, você utilizou:
( ) conteúdos matemáticos já aprendidos
( ) apenas pensamentos lógicos
( ) outros ________________________________
( ) não consegui resolver o problema

Outros comentários que julgar necessário: ____________________________

Gostaríamos de saber, com esse questionário, qual impressão cada um dos estudantes tiveram a respeito das questões, não importando qual critério cada um deles utilizou para responder cada questão.

O pré-teste foi o primeiro contato que tivemos com os estudantes, por esse motivo, tentamos deixá-los bem à vontade, sem pressionar para possíveis soluções, talvez por esse motivo e também por uma possível falta de intimidade com eles, muitos deixaram o questionário para avaliação das situações-problema sem preenchimento.

Dos questionários que foram preenchidos para o primeiro problema, todos classificaram o nível de dificuldade como alto ou muito alto e apontaram não conseguir resolver. Já para o segundo problema, dos estudantes que conseguiram resolver o problema, nenhum preencheu o questionário e dos demais, a classificação ficou entre nível médio e alto, porém com predominância de dificuldade nos cálculos que deveriam ser executados.

Todas as conclusões do pré-teste foram utilizadas como base para a construção da nossa sequência didática.

4.4 DESENVOLVIMENTO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Pelos motivos já apresentados, todas as atividades algébricas propostas para a construção da seqüência didática foram retiradas da apostila do ENCCEJA, do capítulo voltado ao ensino da álgebra.

Após a aplicação e análise do pré-teste, montamos nossa sequência didática, constando de várias atividades, entre elas algumas discussões e reflexões a respeito dos conteúdos apresentados, levando em conta as dificuldades apresentadas no mesmo. As atividades foram distribuídas em três dias, constando de seis aulas de 45 minutos cada. No primeiro dia foram aplicadas quatro atividades envolvendo resolução de problemas com equações do primeiro grau. No segundo dia houve a aplicação do questionário pessoal e a aplicação de sete problemas envolvendo o conteúdo de equações do primeiro grau. No terceiro dia, tivemos a discussão do problema do mágico que constava do pré-teste e que, como já vimos, não foi resolvido pelos estudantes e uma lista de problemas relacionados com essa questão do mágico e outros jogos.

As atividades seguem abaixo:

Atividade 1 - O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?

Atividade 2 - Recebi um aumento de R$ 30,00 e passei a ganhar R$ 210,00. Qual era o meu salário?

Atividade 3 - O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?

Atividade 4 - A idade de Pedro é a metade da de Carlos. A soma das idades é 30 anos. Qual a idade de Carlos?

Atividade 5 - Represente cada uma das situações abaixo e encontre a solução, justificando sua resposta:

1 - Um número aumentado em três unidades é igual a sete. Que número é esse?

2 - Um número menos cinco é igual a 12. Qual é esse número?

3 - Aumentando 5 anos na idade de Antonio, obtemos 23. Qual a idade de Antonio?

4 - O quociente de certo número por 2 resulta 25. Qual é esse número?

5 - A soma de três números inteiros e consecutivos é 33. Quais são esses números?

6 - Somando os R$ 20,00 de Bruno com a metade do que tem Leonardo, dá para comprar um rádio de R$ 50,00. Quanto tem Leonardo?

7 - Com a terça parte de seu salário, José paga o aluguel que é de R$ 200,00. Qual o salário de José?

Questionário Pessoal

Nome ____

Idade _____________

Profissão_____________________________

Qual a série você cursava quando interrompeu seus estudos? __________

Qual a sua idade na época? ________________

Qual o motivo que levou você a interromper seus estudos? ______________

Com qual idade você retomou seus estudos? ________________

Qual o principal motivo que levou você a retomar os estudos? ___________

Atividade 6

A platéia falou	**3**	**4**	**15**	**50**	**1,5**	**25**
O mágico respondeu	**7**	**9**	**31**	**101**	**4**	**51**

Atividade 7

1 - Lembrando a brincadeira do mágico da aula anterior, represente a regra usada pelo mágico (onde y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

a)

A platéia falou	**2**	**4**	**20**	**7**	**2,5**	**0**
O mágico respondeu	**5**	**7**	**23**	**10**	**5,5**	**3**

b)

A platéia falou	**7**	**14**	**2**	**9**	**215**	**10**
O mágico respondeu	**8**	**15**	**3**	**10**	**216**	**11**

2 - As tabelas abaixo representam a brincadeira de adivinhação. Completa as tabelas e indica em quais delas o resultado é igual ao número pensado. Represente algebricamente cada uma dos itens, justificando sua resposta.

a)

1a	**2a**	**3a**	**4a**	**5a**
Pense em um número	**Multiplique por 4**	**Subtraia 2 unidades**	**Divida o total por 2**	**Adicione 1**

b)

1a	**2a**	**3a**	**4a**	**5a**
Pense em um número	**Subtraia 3**	**Divida por 5**	**2 Subtraia - 5**	**Multiplique por 5**

c)

1a	**2a**	**3a**	**4a**	**5a**
Pense em um número	**Adicione 3**	**Subtraia 3**	**Multiplique por 2**	**Divida por 2**

Para iniciar nossas análises, achamos necessário apresentar primeiramente algumas informações que conseguimos levantar durante o preenchimento do questionário pessoal respondido pelos estudantes durante o desenvolvimento da atividade cinco.

Esse questionário foi respondido somente nesta atividade, para que os estudantes ficassem mais à vontade para responder, visto que, já havíamos nos encontrado durante as outras atividades.

Tal questionário dispõe de questões pessoais que dizem respeito à vida escolar, os motivos que levaram a abandoná-la e mesmo a retomar seus estudos, conforme questionário indicado anteriormente.

Deixamos claro que tal questionário em nenhum momento terá influência nas análises das atividades desenvolvidas pelos estudantes, tão pouco para fazermos algum tipo de ligação às soluções apresentadas por eles.

Para nossas análises (a priori e a posteriori) consideramos apenas os sete estudantes que participaram de todas as atividades propostas, pré-teste e as outras sete atividades propostas, e para sua identificação utilizamos o código A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7 que foi determinado por ordem alfabética.

Segue algumas informações importantes para conhecermos melhor os estudantes em estudo, em alguns itens da tabela a soma dos estudantes é diferente, tendo em vista algumas questões do questionário terem ficado em aberto.

Quadro 2 - Resumo do questionário individual dos estudantes

	Até 25 anos	De 25 a 45 anos	Acima de 45 anos
Idade dos estudantes	2	4	1

	Até 10 anos	Acima de 10 anos
Idade que abandonou os estudos	2	4

	1° ao 50 ano	6° ao 9° ano
Ano (Série) que cursava quando abandonou	S	S

	Até 10 anos	De 10 a 20 anos	Acima de 20 anos
Tempo fora da escola	2	2	2

Considerando esses sete estudantes que participaram das atividades, temos uma faixa etária bem ampla de 21 até 53 anos, com predominância de estudantes na casa dos 35 anos. Com exceção de dois estudantes, os demais ficaram longe dos estudos por mais de quinze anos.

Os motivos que levaram os estudantes a abandonarem seus estudos, quase sempre foi a necessidade em ajudar a família, a falta de motivação dos pais ou mesmo a falta de perspectiva dos mesmos na idade em que abandonaram seus estudos.

Na contramão dos motivos expostos, o que levou esses estudantes a retomarem seus estudos foi a possibilidade em conseguir algo melhor, pois a maioria trabalha na informalidade. Ou mesmo garantir um futuro melhor para a família, conforme um deles diz: "A busca por uma qualidade de vida melhor, e preparar-me para um futuro da qual minhas filhas vão ser dependentes do meu futuro profissional".

4.5 Apresentação, Análise a Priori, Análise a Posteriori e Validação

Depois desses esclarecimentos, iniciaremos com a apresentação, a análise a priori, a análise a posteriori e por fim a validação. Das quatro primeiras atividades, que necessitaram de duas aulas, foram conduzidas individualmente da seguinte maneira: a atividade era proposta para o estudante sem qualquer tipo de explicação e interferência do professor e depois de um tempo, tempo este determinado pelo desenvolvimento da atividade e não um tempo pré-determinado, era recolhida a atividade e iniciávamos uma discussão com os estudantes para o entendimento do problema. Porém sem resolver a atividade proposta, e sim discutir sobre alguns termos e também sobre conteúdos que os estudantes necessitariam para uma possível solução do problema. Após esta discussão, a mesma atividade era novamente proposta e o estudante tinha a possibilidade de alterar a forma como havia respondido ou permanecer na resolução inicial. Consideramos que a seqüência didática apresentada deste modo, com uma discussão permeando as atividades, auxiliaria os estudantes na compreensão dos conteúdos propostos pela mesma. Tentamos criar um meio para que o estudante pudesse expor suas idéias e, assim, chegar à conclusão de cada atividade.

A ordem das atividades tinha seu nível de dificuldade segundo alguns critérios. Primeiro colocamos uma atividade envolvendo metade e dobro, onde o estudante apenas iria utilizar multiplicação para sua resolução, depois colocamos uma atividade envolvendo valores monetários utilizando as operações de adição e subtração para a montagem da equação. Na terceira atividade utilizamos o conceito de triplo, contudo era necessário acrescentar uma adição. Por fim, na última atividade, era necessário utilizar o conceito de metade para resolvê-la, a incógnita aparece duas vezes e ainda utiliza a operação de adição.

Notemos que, por opção, apresentaremos as análises a priori, a posteirori e a validação juntas. Além disso, já identificaremos alguns tipos de erros que, posteriormente, classificaremos.

Atividade 1 - O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?

Análise a priori

Como observamos no pré-teste que os estudantes tinham dificuldades em trabalhar com noções de dobro, metade, etc., resolvemos colocar esta atividade e esperávamos que os mesmos apresentassem indícios de pensamento algébrico na sua produção escrita, bem como resolvessem-na mentalmente, colocando apenas o resultado ou utilizassem equação do primeiro grau, algum registro apenas com números ou por tentativa e erro, ou seja, fosse feito teste de números até chegar a solução adequada.

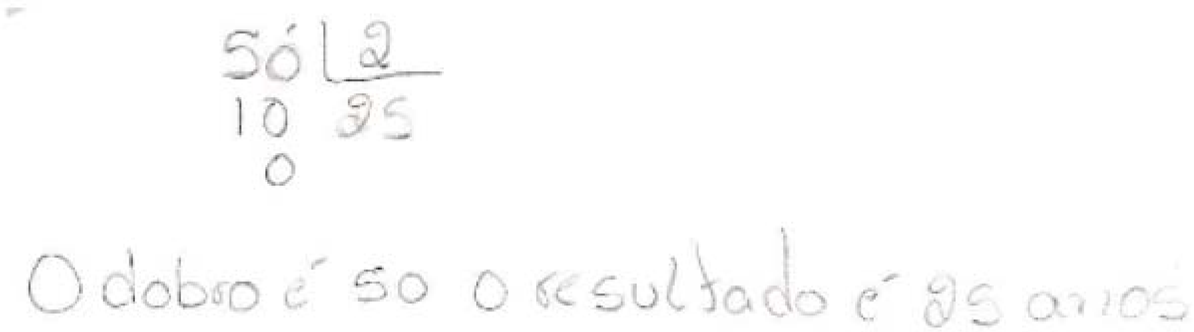
Análise a posteriori e validação

Na primeira resolução, os estudantes, em sua maioria, conseguiram exibir um resultado correto para a atividade proposta, porém diferentes modos de resolução foram apresentados.

Dos sete estudantes, apenas A1 e A3 conseguiram resolver utilizando uma equação, fato que era esperado na resolução desse problema, utilizando assim indícios de pensamento algébrico. O estudante A2 apresentou somente a resposta, o que nos leva a analisar que possivelmente sentiu receio em apresentar o processo utilizado, pois achou que a mesma estaria incorreta, ou mesmo por saber qual a solução correta e não conseguir representar.

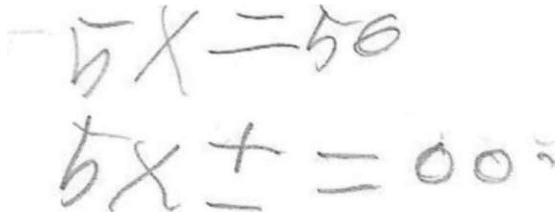
Os estudantes A4, A5 e A6 representaram a solução do problema por meio de uma multiplicação ou de uma divisão, como foi o caso do estudante A6.

Figura 8 – Resolução do estudante A6 na atividade 1 – 1ª parte



Somente um estudante, o A7, quando leu pela primeira vez a atividade fez um comentário dizendo que estaria errado, pois a sua idade era 53 e não 50 como a atividade enunciava. Porém, nesse momento foi necessário um comentário por parte do professor pesquisador, informando que a atividade tratava de dados aleatórios e não diziam respeito a nenhum dos estudantes presentes. A partir daí o mesmo estudante tentou resolver e não apresentou o resultado correto, mas colocou alguns símbolos, aparentemente sem nenhum sentido; talvez isso tenha ocorrido porque em um determinado momento um dos estudantes perguntou se poderia utilizar o "x" para resolver o problema.

Figura 9 – Resolução do estudante A7 na atividade 1 - 1ª parte



Outra possibilidade, porém, que podemos inferir nessa resolução, é que o estudante A7 tentou montar uma equação ou o "x" significava a multiplicação. O mesmo registrou corretamente: 50 + 50 = 100, que se tratava do dobro do número, porém apagou essa resolução, interpretando de forma incorreta. Observamos, então, que o estudante não conseguiu extrair os dados do problema, tendo um erro que chamaremos de falta de conhecimento prévio do conteúdo ou falta de conhecimento dos termos utilizados, bem como da utilização errônea da linguagem algébrica. Também não houve indícios de pensamento algébrico, considerando que A7 utilizou os dados do problema aleatoriamente, ou seja, manipulou os dados de qualquer maneira, sem lógica.

Durante a discussão que foi realizada sobre as definições de dobro, metade e sobre a necessidade em descobrir valores desconhecidos, alguns estudantes apontaram sobre a possibilidade em utilizar letras para representar os valores desconhecidos. A mesma atividade foi reapresentada possibilitando aos estudantes uma nova resolução, chegando às seguintes soluções:

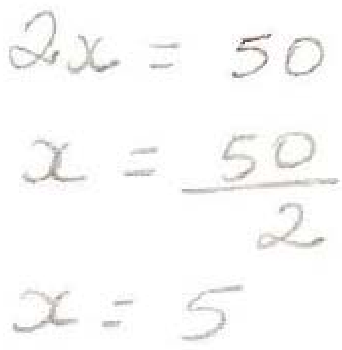
O estudante A1 não apresentou uma nova resolução, pois julgou que sua resolução anterior já estava correta. Por outro lado o estudante A3 resolveu novamente a atividade utilizando uma equação.

Do mesmo modo o estudante A2 apresentou somente a solução do problema, neste caso podemos perceber certo receio em apresentar a resolução do problema, pois nessa segunda ocasião o estudante começou a explicar a resposta apresentada, porém interrompeu na metade e apagou o que iria escrever.

Já o estudante A6, que havia utilizado apenas uma divisão para solucionar a atividade, na segunda parte atribuiu uma equação para solucionar o problema, e o fez de forma correta. Inferimos que já havia uma manifestação do pensamento algébrico na primeira resolução, faltando apenas um esclarecimento a respeito da linguagem algébrica.

Podemos perceber que os estudantes que haviam utilizado uma multiplicação na primeira resolução tentaram utilizar uma nova forma para resolver a atividade. O estudante A5 montou uma equação de forma correta, porém, conforme podemos perceber na figura abaixo, no momento da divisão de 50 por dois chegou de alguma forma ao resultado cinco. Essa operação incorreta do estudante nos faz refletir que o mesmo poderia ter cometido um erro que chamaríamos de falta de noção das quatro operações ou mesmo cometido um erro por falta de atenção na resolução, mas mesmo assim percebemos que depois da discussão, este estudante conseguiu equacionar a atividade, fazendo assim o uso do pensamento algébrico.

Figura 10 – Resolução do estudante A5 na atividade 1 – 2ª parte



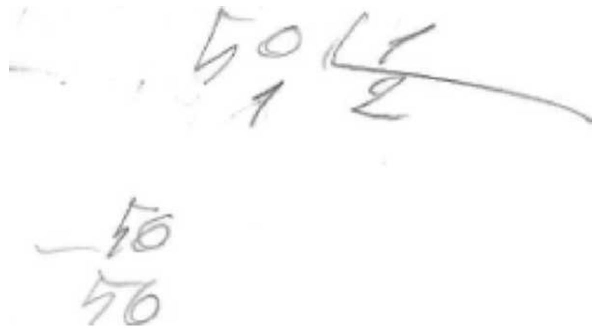
O estudante A4, que também havia utilizado uma multiplicação, apresentou uma nova resolução onde representou o valor de 50 por um círculo, mostrando isso como sendo o inteiro (total) e disse que deveria dividir o círculo em duas partes iguais para chegar à idade solicitada.

Figura 11 – Resolução do estudante A4 na atividade 1 - 2ª parte

Nesse caso, percebemos que o estudante A4, mesmo não utilizando termos desconhecidos para resolver a atividade, demonstrou certo pensamento algébrico, pois de alguma forma o círculo que representava a idade total, poderia ser considerado como algo desconhecido quando dividido ao meio.

Na nova resolução do estudante A7, o mesmo tentou mudar a forma de apresentação colocando agora uma divisão, porém apresentou uma divisão de 50 por um e não conseguiu resolver tal divisão conforme segue na figura, ainda coloca uma subtração de 50 menos 50 e chega à resposta 50, o que nos permite concluir que esse estudante não possui nenhum conhecimento prévio do conteúdo, nesse caso, as quatro operações, cometendo assim outro erro que chamaremos falta de noção das quatro operações.

Figura 12 – Resolução do estudante A7 na atividade 1 - 2ª parte



Podemos perceber, de certa forma, que nosso objetivo com essa atividade foi alcançado, pois vários estudantes, sejam na primeira parte ou na segunda parte da atividade, utilizaram de alguma forma indícios de pensamento algébrico, seja resolvendo a atividade por meio de equações ou mesmo alguma outra solução que indicava tal tipo de pensamento. Os erros que apareceram deixam claro a deficiência que os estudantes, sujeitos da pesquisa, apresentam quanto à linguagem algébrica e interpretação de enunciados.

Atividade 2 - Recebi um aumento de R$ 30,00 e passei a ganhar R$ 210,00. Qual era o meu salário?

Análise a priori

Essa atividade tinha como objetivo relacionar a utilização de valores monetários com a idéia de aumento de salário, pois tal assunto está diretamente ligado com a realidade dos alunos.

Esperávamos com essa atividade manifestação do pensamento algébrico, seja por meio de alguma operação matemática que determine o solicitado ou com a utilização correta da linguagem algébrica.

Como estamos trabalhando com valores que foram representados no enunciado com parte decimal, talvez os estudantes cometam alguns erros no desenvolvimento da atividade.

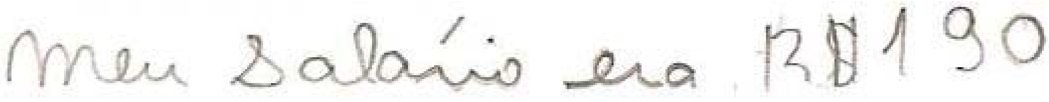
Análise a posteriori e validação

Esta atividade nos surpreendeu, pois enquanto discutíamos a primeira atividade, foi levantada a questão sobre atribuir alguma incógnita para valores que fossem desconhecidos, porém enquanto recolhíamos a atividade para começar a discussão, percebemos que nenhum dos estudantes havia utilizado uma equação para a resolução do problema.

Os estudantes A1, A3, A5 e A6 desenvolveram a atividade utilizando uma subtração de R$ 30,00 do salário atual, no caso R$ 210,00, para obter o salário anterior.

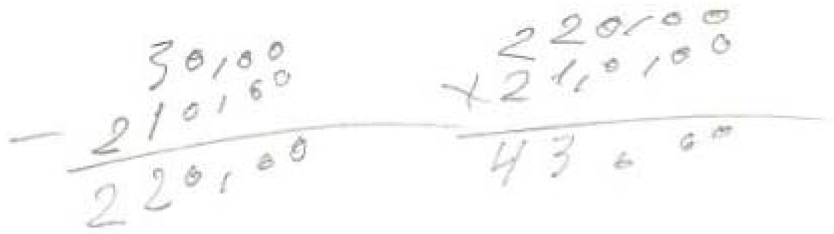
Outros dois estudantes, A4 e A2, apresentaram somente a resposta, porém o estudante A2 colocou um resultado incorreto, R$ 190,00 podendo demonstrar falta de atenção na resolução ou mesmo falta de noção nas quatro operações, haja vista que tal estudante na atividade anterior, apresentou somente a resposta para o problema.

Figura 13 – Resolução do estudante A2 na atividade 2 – 1ª parte



Já o estudante A7 apresentou a resolução conforme a figura que segue:

Figura 14 – Resolução do estudante A7 na atividade 2 - 1ª parte



Podemos perceber que este estudante compreendeu que deveria efetuar uma subtração para chegar à solução do problema. Contudo, na montagem desta subtração, o mesmo coloca na ordem em que os números aparecem no enunciado da atividade, ou seja, 30 menos 210. Para efetuar esta subtração ele sempre subtrai o menor do maior número, e assim, chega a 220. Depois disso, podemos inferir que o estudante deduziu que 220 era o acréscimo do salário anterior para o atual, efetuando assim a adição, de forma correta, de 220 com 210, escrevendo 430, como solução do problema.

Entretanto, mais uma vez e da mesma forma como ocorreu na atividade anterior, este estudante demonstra falta de conhecimento prévio do conteúdo e total falta de noção da subtração, contudo percebemos que para a adição o mesmo apresentou um resultado correto.

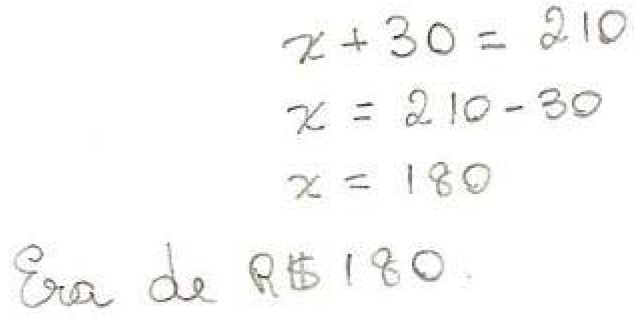
Durante a discussão desta atividade, voltamos a falar sobre a possibilidade de atribuir uma incógnita para os valores desconhecidos, pois alguns haviam levantado, na primeira atividade, essa possibilidade. Recordemos que durante a primeira parte desta atividade, como já citado, não foi utilizada incógnita por nenhum dos estudantes. Neste momento, alguns estudantes questionaram sobre a possibilidade de utilizar, como algo desconhecido, o salário que a pessoa recebia.

Questionamos o motivo que os levava a resolver a atividade por meio de uma subtração, pois no enunciado constava a palavra aumento no salário. Apontaram então que aumento significa uma adição, porém no caso deste problema eles já possuíam o salário atual e gostariam de saber o valor do salário anterior. Neste caso, alguns afirmaram que era preciso solucionar o problema por meio de uma subtração do salário atual menos o aumento. Podemos observar uma manifestação do pensamento algébrico, pois os estudantes explicaram como deveriam resolver o problema.

Foi levantada a questão da forma como uma subtração deveria ocorrer, e os estudantes apontaram que somente é possível resolver uma subtração quando retiramos algo.

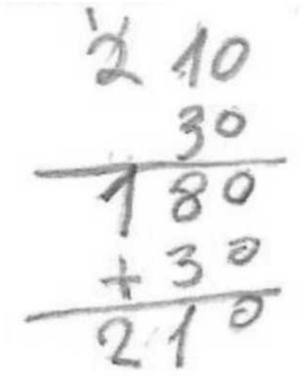
Depois dessa discussão, os estudantes A1, A3, A4, A5 e A6 conseguiram resolver o problema por meio de uma equação, demonstrando assim, segundo os critérios estipulados por nós indícios de pensamento algébrico.

Figura 15 – Resolução do estudante A1 na atividade 2 – 2ª parte



O estudante A2, que havia dito não se sentir seguro para colocar algum tipo de resolução, sempre colocando somente a solução, pois apontava um "medo" em errar, pela primeira vez apresentou algo, e podemos perceber que após ter dado um resultado incorreto, na primeira parte da atividade, resolveu o problema por meio de uma subtração e conseguiu chegar à solução correta.

Figura 16 – Resolução do estudante A2 na atividade 2 – 2ª parte



Percebemos na resolução que o estudante após efetuar uma possível subtração, pois não aparece o símbolo de subtração, efetua uma adição, o que os próprios estudantes chamam de "prova real", que segundo os mesmos, serve para verificar se o resultado está correto.

Todavia nesse caso o estudante A2 não aponta qual seria a solução correta para a situação proposta.

Depois de nossa discussão, inferimos que o estudante A7 concluiu que era preciso efetuar uma subtração para solucionar o problema. Desta vez fez a montagem da subtração de forma correta, entretanto não conseguiu chegar à solução correta, conforme percebemos na figura:

Figura 17 – Resolução do estudante A7 na atividade 2 - 2ª parte

Na primeira parte da atividade, os estudantes utilizaram operações matemáticas para chegar à solução do problema, o que pode inferir indícios de pensamento algébrico. Como já esperado alguns erros foram detectados na resolução de alguns estudantes, alguns deles por falta de atenção ou mesmo por falta de conhecimento na aplicação das quatro operações.

Por outro lado, na segunda resolução os indícios de pensamento algébrico podem ser verificados quando alguns estudantes utilizaram incógnitas nas equações para determinar o valor desconhecido.

Percebemos assim um entendimento melhor do enunciado por parte dos estudantes, isso pode ter ocorrido em razão da atividade tratar de valores monetários que está totalmente ligado ao cotidiano dos mesmos.

Atividade 3 - O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?

Análise a priori

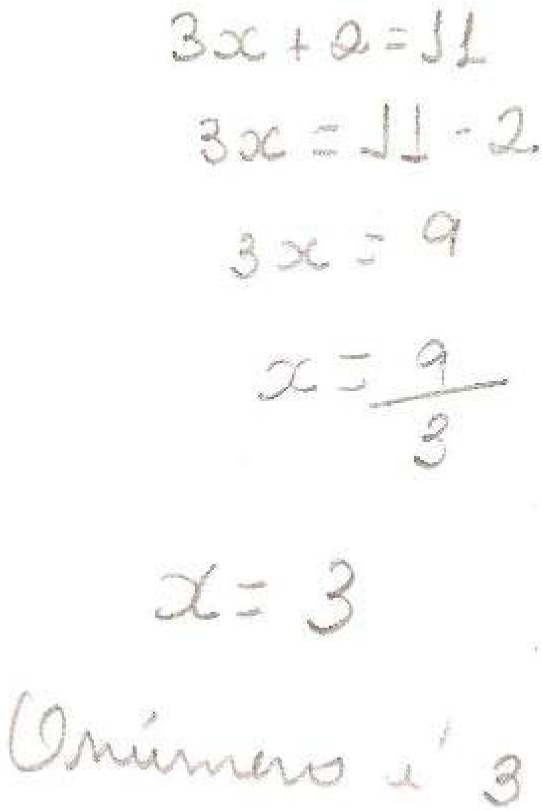
Nesta atividade, tínhamos como objetivo associar a discussão do primeiro problema, que era a utilização de dobro, e verificar uma possível ligação que os estudantes fariam com o termo "triplo", porém acrescentando à multiplicação uma adição para a montagem da possível equação.

Por tratar de alguns termos que já foram levantados na primeira atividade, acreditamos que os estudantes não apresentaram dificuldades para o desenvolvimento. Assim esperamos verificar indícios de pensamento algébrico na resolução dos estudantes, nesse caso com grande possibilidade da utilização de linguagem simbólica. Porém outras soluções também são esperadas e ainda possíveis erros serão discutidos, pois há a necessidade de duas operações matemáticas no mesmo enunciado.

Análise a posteriori e validação

No desenvolvimento da primeira parte desta atividade os estudantes A1, A3, A5 e A6, demonstraram ter pleno conhecimento no significado da palavra triplo e conseguiram representar a resolução por meio de uma equação, resolvendo de forma correta, como pode ser visto pela figura.

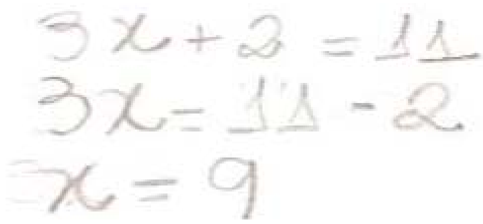
Figura 18 - Resolução do estudante A5 na atividade 3 - 1ª parte



Já o estudante A4 conseguiu representar a atividade de forma correta por meio de uma equação, conforme podemos observar na figura abaixo, contudo não conseguiu resolver esta equação de forma correta, registrando um resultado incorreto.

Nesse caso percebemos que o estudante A4 cometeu um erro na resolução da equação que conseguiu montar para representar a atividade, no momento de isolar a variável x e assim conseguir a resposta para a mesma.

Figura 19 - Resolução do estudante A4 na atividade 3 - 1ª parte



O estudante A2 mais uma vez apresentou somente o resultado para a atividade, apresentando o número nove, que é um resultado incorreto para o que a atividade propunha. Nesse caso o estudante cometeu um erro, entretanto não é possível detectar onde ocorreu tal erro, pois o mesmo apresentou somente a solução, por esse motivo talvez tenha tido um erro de interpretação, falta de conhecimento ou mesmo falta de atenção na resolução.

O estudante A7, conforme observamos por meio de sua resolução, não tinha a noção do que seria triplo, pois chegou ao valor 22 que não estava apresentado no enunciado da atividade, porém podemos inferir que seria o dobro de 11, tentando dividir este número por dois, o que demonstra que o mesmo não compreende o significado do que seria o triplo de um número.

Figura 20 - Resolução do estudante A7 na atividade 3 - 1ª parte

Analisando tal resolução, consideramos que esse estudante não conseguiu interpretar o enunciado da atividade e nem possui conhecimento prévio do assunto que estava sendo tratado.

Depois desta primeira parte, onde os estudantes resolviam a atividade sem nossa interferência ou ajuda, começamos a discussão desta atividade mais uma vez enfatizando o que seria o dobro de um número, ou mesmo a metade de um número e a partir daí levantamos a questão do que seria o triplo de um número, o que prontamente foi respondido por alguns. Ainda apontaram que podemos ter quádruplo ou quíntuplo de um número e assim por diante.

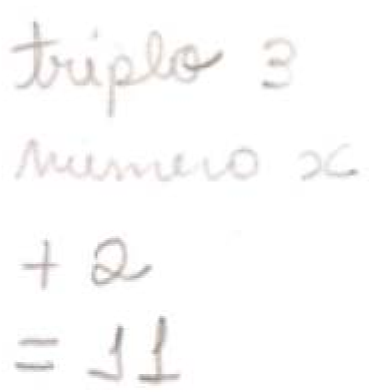
Fizeram também um questionamento de qual ordem deveriam utilizar-se para a resolução de uma equação, começar dividindo e multiplicando como em uma expressão ou começar pela adição e subtração, como alguns haviam feito.

Nesse momento, apresentamos alguns exemplos e tentamos resolver das duas formas como haviam questionado, e perceberam que os resultados eram diferentes, por esse motivo pedimos para que fizessem a substituição dos valores achados na equação apresentada para verificar qual seria o valor correto. Depois disso chegaram à conclusão que primeiramente deveriam resolver, na equação, a adição e subtração e somente depois aplicar a multiplicação e a divisão, no intuito de isolar o termo desconhecido.

Depois de toda esta discussão, a mesma atividade foi apresentada novamente para outra possível solução. Os estudantes A1, A3 e A6, que na primeira parte já haviam utilizado uma equação para a resolução, e já podemos perceber indícios de pensamento algébrico e não apresentaram nova resolução.

O estudante A5, que na primeira parte havia representado a solução também por meio de uma equação e chegou à resposta correta, tentou apresentar uma nova solução, conforme segue, apenas mostrando o que a atividade propunha fazer, sem chegar num resultado para a mesma.

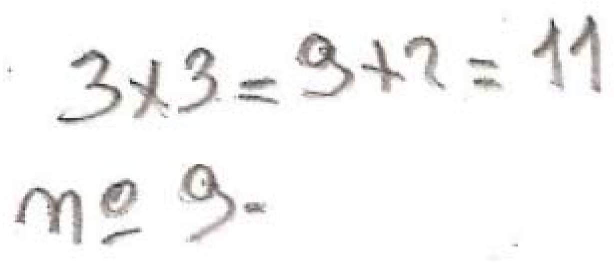
Figura 21 - Resolução do estudante A5 na atividade 3 - 2ª parte



Nesse caso o estudante A5 até conseguiu representar o número desconhecido por meio de uma variável, sem, no entanto, montar a equação para a atividade, mesmo assim demonstra em sua solução possíveis indícios de pensamento algébrico.

O estudante A2, que na primeira parte havia colocado apenas o resultado, e ainda incorreto, conforme citado, tentou apresentar uma resolução para a atividade proposta como podemos perceber na figura abaixo:

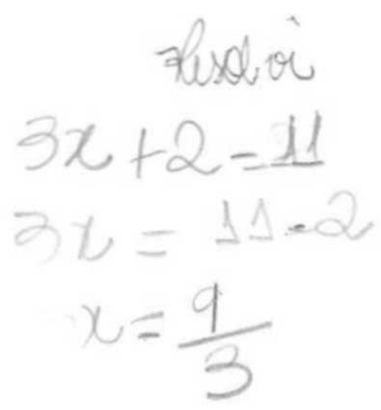
Figura 22 - Resolução do estudante A2 na atividade 3 - 2ª parte



Inferimos que o estudante partiu do número três, que seria a resposta correta da atividade, multiplicou por três, justificando pelo termo triplo presente, e posteriormente adicionou dois, chegando ao resultado 11 que constava no enunciado. Porém, novamente apresentou como resposta para a atividade o número nove, ou seja, uma resposta incorreta. Contudo nesse caso, notamos que o erro cometido pelo estudante não seria de interpretação do resultado ou mesmo conhecimento do conteúdo, pois verificamos que o mesmo conseguiu representar a atividade, e sim, teve problemas na apresentação do resultado.

O estudante A4, que havia conseguido representar, na primeira parte, de forma correta, a atividade por meio de uma equação, porém colocando o resultado incorreto em virtude de um erro na sua resolução, tentou novamente resolvê-la. Conforme observamos desta vez, chegou ao resultado correto da atividade, todavia deixou o mesmo representado por uma divisão.

Figura 23 - Resolução do estudante A4 na atividade 3 - 2ª parte



Já com relação ao estudante A7, que na primeira resolução não teve ideia do que seria triplo, pois dividira um determinado número por dois. Depois de toda discussão da atividade, inferimos que já conseguiu perceber o que seria o triplo de um número e a partir daí apresentou a seguinte solução:

Figura 24 – Resolução do estudante A7 na atividade 3 – 2ª parte

Concluímos que partindo do resultado 11 subtraíram-se dois e depois, por se tratar de triplo, dividiu o número nove por três, chegando à resposta correta da atividade, porém de acordo com sua resolução pouca coisa pode ser concluída.

Fazendo uma análise dessa atividade três, constatamos um avanço por parte dos estudantes, pois conseguiram avaliar a discussão da atividade um e fazer a ligação com a atividade três, no que diz respeito ao dobro e triplo de um número.

Avançamos ao detectar indícios de pensamento nas resoluções dos estudantes, pois com o andamento das atividades os mesmos estão se sentindo mais à vontade para apresentar soluções, discutir situações e aquele receio inicial de apresentar soluções incorretas estão sendo deixadas de lado. Por esse motivo observamos um número menor de erros relacionados a esta atividade.

Atividade 4 - A idade de Pedro é a metade da de Carlos. A soma das idades é 30 anos. Qual a idade de Carlos?

Análise a priori

Esta atividade foi proposta com base nas justificativas apresentadas para a atividade um, que eram as dificuldades dos estudantes em noções de dobro, metade e etc., porém nesta atividade esperávamos uma dificuldade maior por parte dos mesmos, por se tratar de um problema que, para sua resolução, a incógnita deveria aparecer para representar as idades das duas pessoas, ou seja, uma idade está relacionada com a outra.

Esperamos a partir daí, que os estudantes consigam relacionar essas idades e se possível representar a atividade por meio de uma equação, ou ainda conseguir utilizar algum outro caminho que possa chegar à solução, demonstrando assim, indícios de pensamento algébrico, segundo nossas colocações.

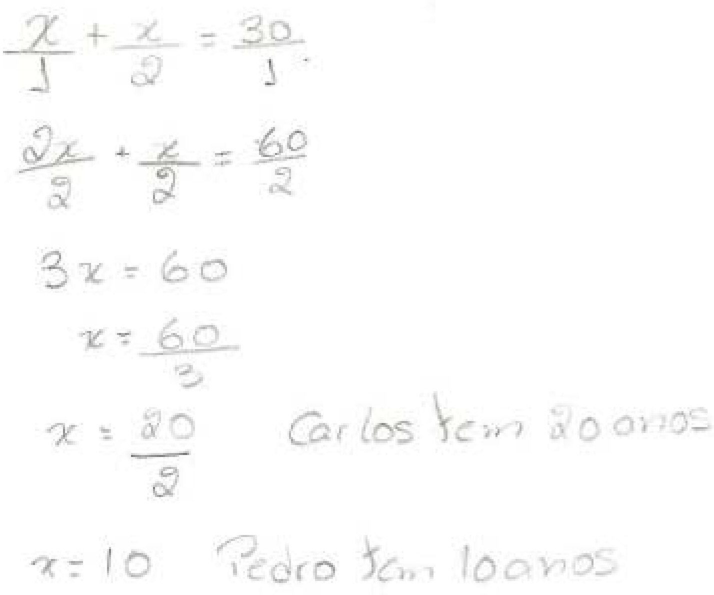
Porém, em razão dos fatos apontados sobre as dificuldades que esperamos com essa atividade, analisaremos também os possíveis erros que aparecerem. Erros esses que podem detectar outras carências dos estudantes que não puderam ser percebidas nas atividades anteriores.

Análise a posteriori e validação

Para esta atividade, apenas dois estudantes, A1 e A6, utilizaram uma equação para representar a situação proposta, conseguindo resolvê-la. Podemos concluir, segundo a resolução de cada um, que a incógnita "x", que foi utilizada, representava a idade de Carlos, que era o valor que o problema solicitava.

Nesse sentido verificamos indícios de pensamento algébrico, pois os mesmos conseguiram equacionar a atividade proposta, sendo esta uma das caracterizações definidas nessa pesquisa.

Figura 25 - Resolução do estudante A6 na atividade 4 - 1ª parte



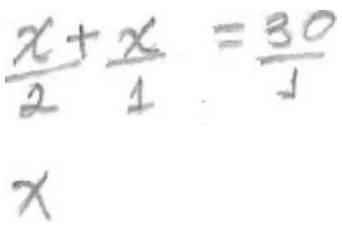
De acordo com a figura, inferimos que o estudante A6, após resolver a equação e achar o valor da incógnita, imediatamente fez a divisão por dois para determinar a idade de Pedro, que no enunciado constava que era a metade da de Carlos, que no caso seria o valor de "x". Assim a resolução deste estudante encontra-se incorreta, pois na verdade o valor de "x" representado pelo estudante seria 20 e não 10 como consta na resolução, porém a solução apresentada pelo estudante demonstra que conseguiu fazer a distinção entre a idade de Carlos e a de Pedro.

Nesse caso percebemos um erro desse estudante na interpretação do resultado obtido em relação à interpretação do enunciado do problema.

O estudante A2 não apresentou nenhuma solução ou resolução para a atividade proposta, alegando não ter entendido como desenvolvê-la. Assim podemos relacionar vários erros em relação a este estudante, desde problema na interpretação do enunciado, falta de conhecimento do conteúdo e a falta da apresentação de uma solução para a atividade.

Já o estudante A3, conforme pode ser visto na figura, conseguiu apresentar uma equação para solucionar o problema, porém sem conseguir desenvolver esta equação e chegar ao resultado desejado.

Figura 26 - Resolução do estudante A3 na atividade 4 - 1ª parte



Nesse caso, percebe-se um erro do estudante na resolução da equação, pois teve dificuldades em trabalhar operações com frações.

O estudante A4 apresentou apenas a resposta para o problema, e nesse caso não é possível concluir a forma como poderia ter desenvolvido a atividade.

Já o estudante A5 tentou, de forma incorreta, apresentar uma equação, colocando apenas a incógnita x dividida por dois, igual a trinta, sem relacionar as idades que apareciam no enunciado, nesse caso podemos perceber um erro de interpretação do enunciado da atividade.

Figura 27 - Resolução do estudante A5 na atividade 4 - 1ª parte

$$\frac{x}{2} = 30$$

Segue a resolução desta atividade em discussão, feita pelo estudante A7 o qual faremos nossas colocações a seguir.

Figura 28 – Resolução do estudante A7 na atividade 4 – 1ª parte

$$30 - 15 = 20$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 20 \\ \hline 20 \end{array}$$

Novamente, reparamos que o mesmo de alguma forma se esforçou para chegar a alguma conclusão para o problema, porém sem conseguir representar ou mesmo entender o que estava sendo solicitado, pois trabalha com valores que não podemos concluir como aparecem.

Nesse caso o estudante não consegue interpretar o enunciado da atividade e muito menos retirar alguma informação que seja necessária para sua resolução.

Durante a discussão desta atividade, conforme havíamos previsto, vários questionamentos foram levantados pelos estudantes para o melhor entendimento do problema proposto.

Começaram apontando que este problema era muito mais complicado que os demais, por esse motivo alguns não conseguiram resolver, daí levantaram a hipótese de utilizar duas incógnitas diferentes para representar as idades de Carlos e Pedro, porém nenhum dos estudantes tentou fazer tal representação durante sua primeira resolução.

Nesse momento mostramos que seria impossível determinar valores diferentes para duas incógnitas apresentando apenas uma equação.

Como apontado, todas as colocações dos estudantes eram apresentadas por meio de exemplos, inclusive sobre a possibilidade ou não em utilizar determinada resolução para o desenvolvimento do problema.

Outro questionamento foi o fato da incógnita possuir denominador, o que gerou grande discussão, pois alguns diziam que não poderiam resolver o problema utilizando o mínimo múltiplo comum, por causa de o numerador ser uma incógnita e não um valor numérico. Outros questionaram em qual momento ou situação poderiam cancelar o denominador e ainda durante a discussão alguns estudantes, que não haviam resolvido o problema durante a apresentação dos exemplos, questionaram como deveria ser feito para calcular o MMC, alegando não lembrar ou nunca ter visto este conteúdo em anos anteriores.

Depois de discutir os questionamentos levantados e apresentarmos exemplos para sanar as dúvidas dos estudantes, a atividade algébrica foi novamente entregue para resolução. E nesse ponto aproveitamos essas dúvidas e esses erros para atingir um dos objetivos dos erros apontado por Borasi (1987) que seria utilizar os mesmos para potencializar o aprendizado sobre o conteúdo em questão.

Nesse ponto, podemos perceber até o momento que a forma como as atividades foram desenvolvidas ajudaram e muito os estudantes no seu entendimento e assim uma melhoria na resolução de cada uma das situações propostas.

Os estudantes A1 e A6, que já haviam resolvido por meio de uma equação e conseguido chegar à solução correta, não apresentaram nova resolução.

O estudante A2, que primeiramente achávamos que não havia entendido o problema, pois na primeira parte havia deixado em branco, novamente entregou a atividade sem nenhuma resolução, ou mesmo, pelo que pudemos perceber, sem tentar chegar nesta possível solução.

Já o estudante A5, que na primeira parte havia tentado montar uma equação para resolver o problema, nessa segunda parte entregou a atividade em branco. Podemos então tirar algumas conclusões sobre este fato: primeiro, o estudante pode mesmo depois de toda nossa discussão ainda não ter entendido como montar ou resolver uma equação com números fracionários; segundo, ainda não ter conseguido relacionar as idades expostas no enunciado; ou mesmo não querer apresentar nova solução por achar que não iria conseguir e mais uma vez apresentar outra resposta incorreta.

Percebemos na figura seguinte que o estudante A4 havia colocado, de forma correta, somente a resposta na primeira parte, dessa vez e talvez devido a toda discussão, tentou representar, porém sem sucesso, a atividade por meio de uma equação.

Figura 29 - Resolução do estudante A4 na atividade 4 - 2^a parte

$$\frac{x}{x}=30$$

O estudante A3 novamente só conseguiu representar o problema por meio de uma equação e podemos perceber que tentou, sem conseguir resolver, construir tal equação.

Figura 30 - Resolução do estudante A3 na atividade 4 - 2^a parte

$$\frac{x}{1}+\frac{x}{2}=\frac{30}{1}$$

Já conforme mostra a próxima figura, o estudante A7 não conseguiu resolver o problema, e podemos inferir que não o compreendeu, mesmo depois da discussão, pois analisando sua resolução, verificamos que ele determina que os dois rapazes possuem a mesma idade e assim podemos relacionar os mesmos erros apontados na primeira resolução.

Figura 31 - Resolução do estudante A7 na atividade 4 - 2ª parte

Notamos que nossa preocupação inicial com relação ao desenvolvimento dessa atividade se concretizou, por apresentar um grau de dificuldade maior que as anteriores, contudo alguns estudantes tiveram um bom desempenho e conseguimos por meio de sua produção escrita verificar indícios de pensamento algébrico, e mais gratificante foi a grande discussão gerada a partir de tal atividade.

Já com relação aos erros, percebemos que os mesmos verificados nas atividades anteriores, quase sempre se repetiram nessa atividade, isso pode ter ao menos duas explicações, a primeira seria que os estudantes possam não estar muito preocupados com o desenvolvimento da atividade, o que não pode ser deixado de lado, pois no início da seqüência didática fomos questionados sobre a validade dessas atividades, ou seja, como eles próprios apontaram "isso aqui vai valer nota", ou mesmo apresentam grandes dificuldades para entender o que está sendo discutido em cada uma delas.

Faremos agora uma análise geral das quatro primeiras atividades por estudante.

O estudante A1 conseguiu resolver de forma correta todas as atividades propostas, demonstrando raciocínio lógico e deixa claro possuir indícios de pensamento algébrico, o que demonstra bom entendimento dos assuntos tratados.

Por outro lado o estudante A2 na maioria das vezes não apresentou nenhuma solução ou somente apresentou a resposta para as atividades propostas, deixando claras as dificuldades que possui para interpretar o enunciado e também o receio em apresentar soluções supostamente incorretas. Apenas em dois momentos tentou representar alguma solução, mas com pouca objetividade. Nesse sentido, pouco concluímos sobre indícios de pensamento algébrico, seja qualquer uma das suas possíveis caracterizações e mesmo fazermos um estudo mais profundo de seus erros.

O estudante A3 é outro que se mostrou a par dos temas tratados, apresentando sempre resoluções coerentes e com poucos erros, demonstrando assim fortes indícios de pensamento algébrico.

Podemos notar no estudante A4 uma vontade muito grande em conseguir interpretar e resolver as situações propostas, buscando sempre caminhos que possibilite tal resolução. No início das atividades apresentou um pouco de dificuldade para representar as situações por meio de alguma representação simbólica. Na maioria das vezes conseguiu resolver as atividades, sendo possível detectar em suas resoluções indícios de pensamente algébrico e também fazer algumas discussões sobre os erros encontrados.

O estudante A5 apresentou certa dificuldade no desenvolvimento das atividades, em alguns momentos demonstrou certo problema na interpretação do enunciado e depois das nossas discussões conseguiu a partir delas, resolver as situações apresentadas. Assim conseguimos discutir alguns erros que apareceram nessas resoluções e também demonstrou indícios de pensamento algébrico.

Mostrando-se bem preparado para resolver as atividades, o estudante A6 conseguiu resolver de forma clara e bem elaborada todas as atividades e em algumas situações da primeira para a segunda resolução conseguiu melhorar o desenvolvimento, sendo assim fácil verificar indícios de pensamento algébrico em suas resoluções.

O que mais chamou nossa atenção nessas quatro primeiras atividades foi o desenvolvimento do estudante A7 nas suas resoluções, pois o mesmo demonstrou não ter conhecimento em conteúdos básicos de matemática, como por exemplo, as quatro operações. Teve grande dificuldade na interpretação dos enunciados, não foi sendo capaz de retirar informações básicas e apresentou algumas soluções que para os padrões matemáticos não tem sentido. Nesse caso fizemos uma grande discussão sobre os erros encontrados, porém sentimos que ficamos impossibilitados de verificar indícios de pensamento algébrico nas resoluções desse estudante.

Terminada esta primeira etapa do trabalho, disponibilizamos em outro momento, mais duas aulas de 45 minutos cada para o desenvolvimento da atividade cinco, exposta abaixo, que continha um total de sete situações problema, questões, que seguiam o mesmo padrão das desenvolvidas anteriormente, ou seja, atividades algébricas que envolviam o conteúdo de equações do primeiro grau com uma variável, lembrando que estas atividades, como as outras, também foram retiradas da apostila do ENCCEJA. Salientamos que não houve nossa interferência durante o desenvolvimento das atividades, e essa etapa seria desenvolvida somente pelos estudantes sem momentos de discussões, como nas aulas anteriores.

Atividade 5

Represente cada uma das situações abaixo e encontre a solução, justificando sua resposta:

1 - Um número aumentado em três unidades é igual a sete. Que número é esse?

2 - Um número menos cinco é igual a 12. Qual é esse número?

3 - Aumentando 5 anos na idade de Antonio, obtemos 23. Qual a idade de Antonio?

4 - O quociente de certo número por 2 resulta 25. Qual é esse número?

5 - A soma de três números inteiros e consecutivos é 33. Quais são esses números?

6 - Somando os R$ 20,00 de Bruno com a metade do que tem Leonardo, dá para comprar um rádio de R$ 50,00. Quanto tem Leonardo?

7 - Com a terça parte de seu salário, José paga o aluguel que é de R$ 200,00. Qual o salário de José?

Análise a priori

Tínhamos por objetivo que os estudantes representassem por meio de uma equação do primeiro grau cada uma das situações apresentadas, em seguida determinassem sua solução e, ainda, uma possível justificativa para o desenvolvimento das situações.

Em virtude das discussões das atividades anteriores, nas quais era feita a discussão de cada uma, e os próprios estudantes mostravam a possibilidade em representar cada valor desconhecido por meio de incógnitas, acreditamos que nessa atividade a maioria conseguiria fazer tal representação. Porém, é possível que, em algumas situações, seja apresentada outra solução, da qual iremos fazer a devida análise.

Como essas questões seguiam os mesmos padrões das atividades anteriormente propostas, esperávamos um avanço no desenvolvimento dessas atividades. Porém, conforme levantado, possíveis erros podem ser verificados em suas resoluções.

O nível de dificuldade das questões foi o mesmo utilizado nas quatro primeiras atividades. Nas três primeiras questões o objetivo seria utilizar apenas as operações de adição e subtração para o desenvolvimento. Já na quarta, sexta e sétima questão teria a necessidade da utilização de multiplicação ou divisão.

Na quinta questão o estudante necessitaria da noção de números consecutivos que ainda não havia sido discutido durante as outras atividades, por esse motivo, deve ser a questão com o maior nível de dificuldade, também com a questão da variável ter que aparecer três vezes.

Análise a posteriori e validação

Percebemos com essa atividade que alguns estudantes como o A1, A3 e A6 na maioria das vezes utilizou de forma correta uma equação para a resolução do problema, já outros estudantes, como percebemos nas atividades anteriores, continuam a apresentar algumas dificuldades na utilização de uma linguagem simbólica.

Porém de modo geral os estudantes tentam utilizar uma linguagem simbólica nas resoluções, pois nas atividades anteriores, informaram ser mais fácil relacionar o valor que está desconhecido.

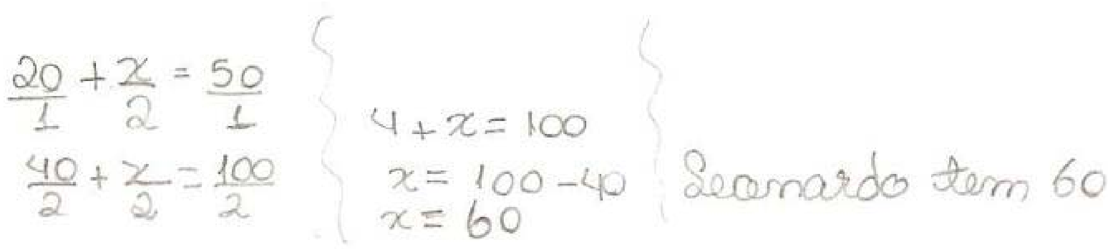
A partir daí fizemos uma análise individual dos estudantes de acordo com o desenvolvimento das atividades anteriores, comparando-as com as apresentadas nessa atividade.

Começamos por analisar o estudante A1: é possível verificar que o mesmo utilizou, e de forma correta, uma equação do primeiro grau conseguindo resolve-las e chegando ao resultado correto da questão.

Na questão cinco o estudante apresentou somente o resultado, sem representá-lo por meio de uma equação, esse resultado apresentado está correto, porém não podemos afirmar que houve algum tipo de pensamento algébrico nessa questão, pois nada podemos concluir apenas com a apresentação do resultado.

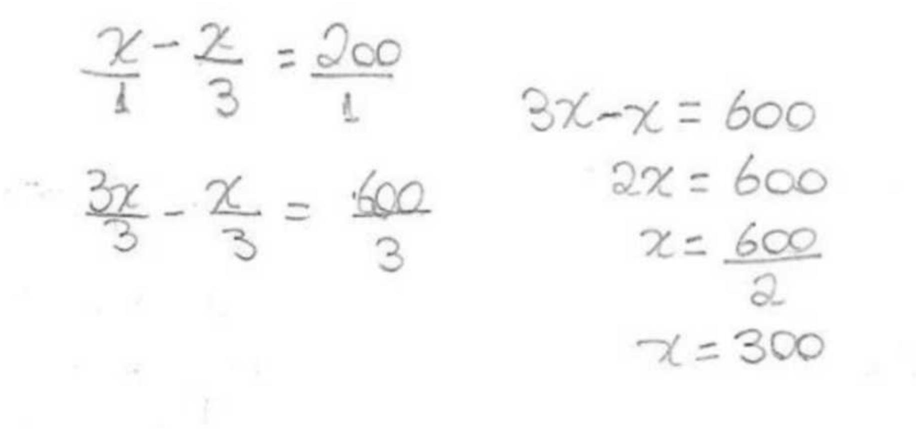
A atividade seis, que necessitava utilizar um número fracionário para sua resolução, pois era preciso somar a metade de uma certa quantia, foi resolvida de forma correta pelo estudante conforme podemos verificar na figura a seguir, inclusive na passagem onde era necessário utilizar o mínimo múltiplo comum para sua resolução.

Figura 32 - Resolução do estudante A1 na atividade 5 - questão 6



Com relação à questão sete o estudante representou a mesma por meio de equação, porém de forma incorreta como segue na figura. Percebemos que o mesmo cometeu um erro de interpretação do enunciado no momento que utilizou duas vezes a incógnita "x" na resolução.

Figura 33 - Resolução do estudante A1 na atividade 5 - questão 7



Podemos inferir que o estudante A1 conseguiu, na maioria das vezes, empregar equações na resolução das situações propostas, o que indica indícios de pensamento algébrico.

Em relação ao estudante A2, nada podemos concluir, pois nas primeiras quatro atividades, em quase todas elas, o estudante ou entregou a atividade em branco ou somente com a resposta. Por esse motivo não conseguimos perceber indícios de pensamento algébrico e também nada concluir sobre os erros, todavia possivelmente o estudante pode não ter entendido o enunciado ou mesmo ter se recusado a resolver as atividades propostas.

Na atividade cinco, tal estudante não representou nenhuma das questões por meio de equações e deixou as cinco primeiras questões em branco, não apresentando nem mesmo resposta. Já nas duas últimas questões o mesmo apresentou somente a resposta, sendo que na questão cinco o resultado está incorreto e a resposta da questão seis foi apresentada correta.

O estudante A3, para o desenvolvimento das sete questões que faziam parte da atividade cinco, conseguiu representar cinco destas por meio de equações com utilização de incógnitas nas resoluções, porém alguns problemas foram detectados na sua resolução.

A questão um, três, quatro e seis foram resolvidas de maneira satisfatória, mas na questão dois, conforme segue, o estudante cometeu um erro, que podemos inferir que seja por falta de atenção na resolução, pois apresentou a operação correta, contudo, deu o resultado de forma incorreta.

Figura 34 - Resolução do estudante A3 na atividade 5 - questão 2

$$x - 5 = 12$$
$$x = 12 + 5$$
$$x = 7$$

Esse número é 7

A questão cinco foi desenvolvida pelo estudante colocando apenas a resposta para a situação proposta, não apresentando nenhuma resolução. E por fim o estudante em questão entregou a mesma sem solução alguma.

Portanto, concluímos que esse estudante apresentou indícios de pensamento algébrico para o desenvolvimento das questões, mas em alguns momentos cometeu pequenos erros, seja no desenvolvimento da questão ou mesmo por deixar alguma situação sem solução, talvez por falta de entendimento do enunciado.

O estudante A4 conforme consta na tabela conseguiu representar as três primeiras questões por meio de equações, conseguindo resolvê-las de forma satisfatória e apresentando todos os passos na resolução.

Por outro lado, apesar de responder as últimas quatro questões, não registrou como chegou a elas.

Das respostas apresentadas, a da questão seis estava incorreta, pois o estudante coloca como resposta o valor que serviria para comprar o rádio, porém a questão solicitava a quantia total de Leonardo. Nesse caso o estudante conseguiu entender em parte o problema proposto, pois percebeu o valor que faltaria para comprar o rádio e não se atentou à pergunta principal da questão.

Figura 35 - Resolução do estudante A4 na atividade 5 - questão 6

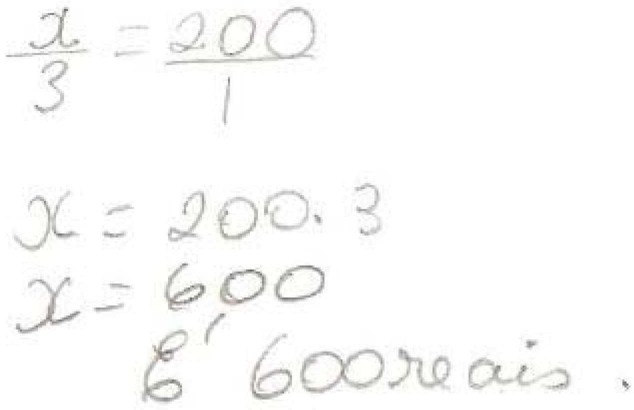

30 reais na metade de Leonardo

Percebemos indícios de pensamento algébrico no desenvolvimento das questões por parte do estudante, mas conforme o grau de dificuldade ia aumentando, apesar de ter conseguido compreender e chegar a uma solução, mas não conseguiu representar por meio de equações, o que era proposto pela atividade.

Com isso, não podemos afirmar que nas demais questões, as quais não foram resolvidas por meio de equações, o estudante tenha ou não utilizado pensamento algébrico.

Começaremos agora por analisar a atividade cinco do estudante A5 que, das sete questões, conseguiu representar quatro delas por meio de equações, demonstrando assim, segundo critérios utilizados neste trabalho, indícios de pensamento algébrico. A seguir mostramos a resolução da questão sete pelo estudante A5.

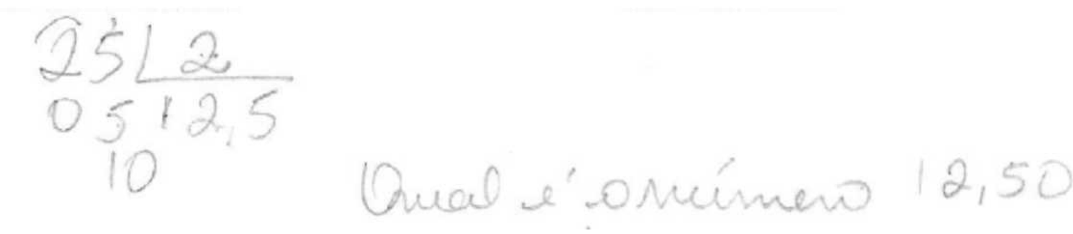
Figura 36 - Resolução do estudante A5 na atividade 5 - questão 7



Por outro lado, podemos perceber que, das questões que o estudante não conseguiu resolver ou resolveu de forma incorreta, pouco pode se conclui sobre indícios de pensamento algébrico, considerando que em duas delas o estudante apenas utilizou uma divisão para resolver tais questões.

Na resolução da questão quatro o estudante simplesmente dividiu 25 por dois para representar número solicitado, nesse caso podemos inferir que o mesmo cometeu um erro de interpretação do enunciado.

Figura 37 - Resolução do estudante A5 na atividade 5 - questão 4



Já na resolução da questão cinco, o erro cometido pelo estudante pode ser interpretado como falta de conhecimento do termo utilizado, no caso "números consecutivos", pois o mesmo simplesmente dividiu o número 33 por três e afirmou que o número solicitado era 11.

Figura 38 - Resolução do estudante A5 na atividade 5 - questão 5

Por fim, a questão seis não foi respondida pelo estudante que simplesmente apontou não saber resolver o problema proposto, não colocando nenhum tipo de resolução, o que nos faz concluir que o mesmo pode ter tido problema na interpretação do enunciado dessa questão.

Concluímos assim que, o estudante A5, nas suas resoluções, apresenta indícios de pensamento algébrico, porém, em algumas situações, tem dificuldade para interpretar o enunciado da situação proposta.

O estudante A6 conforme mostrado no quadro dois conseguiu representar seis das sete questões apresentadas nessa atividade. As questões de um a quatro e a questão seis foram representadas e respondidas de forma correta, conseguindo chegar ao resultado solicitado.

Na questão cinco, tal estudante apenas apresentou o resultado para a mesma, demonstrando ter conhecimento sobre os termos utilizados no enunciado, porém sem conseguir equacionar a questão.

A última questão foi representada por meio de uma equação, porém de forma incorreta e incompleta, conforme podemos verificar na figura seguinte.

Figura 39 - Resolução do estudante A6 na atividade 5 - questão 7

Pudemos, com as resoluções do estudante A6, mostrar que o mesmo conseguiu interpretar bem o enunciado das questões, apresentar e resolver de forma coerente as situações e com isso concluímos que ele possui fortes indícios de pensamento algébrico, de acordo com que propomos para a atividade.

Por fim temos que o estudante A7 não conseguiu em nenhuma das situações propostas fazer a representação por meio de equação e podemos perceber ainda a dificuldade do mesmo na interpretação dos enunciados, por esse motivo faremos a análise de cada uma das questões apresentadas por esse estudante.

Na primeira questão, conforme segue a resolução, o estudante apresenta alguns símbolos, sem sentido algum e após isso aponta a soma de um mais três, colocando como resultado o número quatro. Podemos talvez inferir que o mesmo estivesse começando a resolução por tentativa e erro somando valores diferentes com três até chegar ao resultado sete, mas como foi feita somente a primeira representação, não pudemos tirar conclusões.

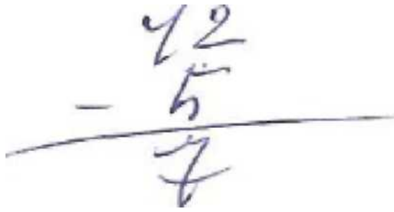
No que diz respeito ao primeiro símbolo utilizado pelo estudante, onde mostra dois "x" "x" igual a quatro, não podemos afirmar que o "x" é uma incógnita ou seria o sinal de multiplicação, mesmo não constando nada no enunciado que levasse a tal operação.

Portanto o estudante nessa primeira questão não conseguiu fazer uma interpretação para o enunciado.

Figura 40 - Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 1

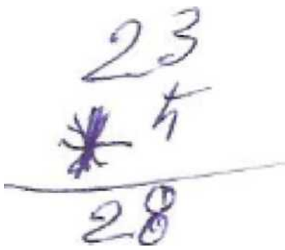
Percebemos que na segunda questão o estudante A7 apenas retirou do enunciado os números doze e cinco que aparecem e como consta "um número menos" efetuou um cálculo de subtração.

Figura 41 - Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 2



O mesmo ocorreu na atividade três, pois consta "aumentando um número" e por esse motivo o estudante apenas retirou os números constantes no enunciado e efetuou uma adição.

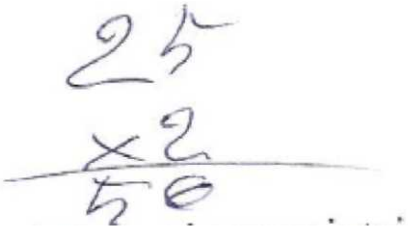
Figura 42 - Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 3



Já na questão quatro apareceu o termo quociente, e o estudante neste caso efetuou uma multiplicação e com isso chegou à resposta correta para a situação

proposta, pois utiliza a operação inversa da que aparece no enunciado. Porém nada podemos concluir sobre indícios de pensamento algébrico. Haja vista que o mesmo apenas efetua o cálculo de multiplicação e não apresenta nenhuma resposta para a questão e ainda pelo motivo do mesmo estar apenas utilizando as operações nas suas resoluções apresentadas.

Figura 43 - Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 4



Na quinta questão, o objetivo era determinar números consecutivos cuja soma desse 33, nesse caso o estudante apresenta uma multiplicação do número 33 por três. Isso pode ter ocorrido simplesmente pelo fato desses números terem aparecido no enunciado, mas não podemos concluir nada sobre a operação utilizada, pois no mesmo constava a soma de três números e não o produto.

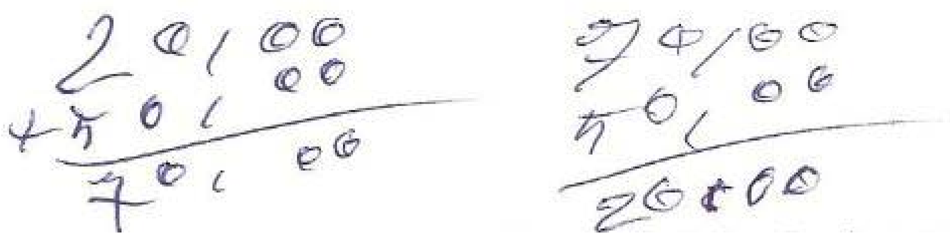
Aqui temos, como em outros casos, que o estudante tem grande dificuldade na interpretação da situação, não conseguindo dar sentido ao solicitado por cada questão.

Figura 44 - Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 5

Esse problema na interpretação do enunciado fica ainda mais evidente na questão seis, pois o estudante efetua duas operações, uma de adição com os números constantes e outra que deduzimos ser de subtração, quando do resultado obtido da primeira, subtrai o valor que havia somado anteriormente.

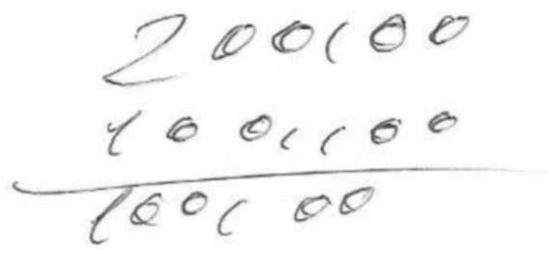
Mais uma vez não pudemos perceber indícios de pensamento algébrico, seja na forma proposta pela atividade ou por qualquer outra citada no texto.

Figura 45 – Resolução do estudante A7 na atividade 5 – questão 6



E por fim, os erros cometidos nas outras questões voltam a se repetir nesta última, pois deduzimos que o estudante efetuou uma subtração por causa do resultado apresentado, mas ficou perdido na montagem da conta, incluindo no número apresentado duas vírgulas, talvez por falta de atenção ou mesmo por não entender o nosso sistema monetário.

Figura 46 – Resolução do estudante A7 na atividade 5 - questão 7



Percebemos que esse estudante tem grandes dificuldades na interpretação do enunciado, não conseguindo se apropriar do que é solicitado ao mesmo, e na maioria das vezes simplesmente retira os valores do enunciado realizando apenas uma das quatro operações fundamentais, ora de acordo com o apontado na questão, ora sem sentido algum.

Assim, inferimos que estamos tratando de um caso de analfabetismo funcional, pois conforme apontamos no texto, o mesmo não consegue interpretar o que lê, tem dificuldade em cálculos e não extrai o sentido das palavras, muito menos efetua cálculos matemáticos mais elaborados.

Do total de 49 questões respondidas pelos estudantes, sendo sete questões para cada um dos sete estudantes, podemos notar que apenas 28 questões foram respondidas de forma correta, o que demonstra que os estudantes ainda apresentam certas dificuldades em interpretar o problema.

Concluímos com essa atividade que alguns estudantes tiveram um avanço para a resolução dos problemas e outros permaneceram com as mesmas dificuldades encontradas nas atividades iniciais.

Atividade 6

A platéia falou	3	4	15	50	1,5	25
O mágico respondeu	7	9	31	101	4	51

Análise a priori

Para a discussão e aplicação das atividades seis e sete serão disponibilizadas duas aulas de 45 minutos cada.

Na aplicação do pré-teste quando foi incluída uma questão, como a citada acima, que tinha por objetivo fazer uma brincadeira de adivinhação e nenhum dos estudantes conseguiu resolver. No dia do desenvolvimento do pré-teste, foi solicitado por parte deles uma explicação da forma como deveriam resolver tal brincadeira, por esse motivo a ordem de aplicação dessa atividade foi invertida.

Primeiramente fizemos uma discussão a respeito da brincadeira de adivinhação do mágico, demonstrando a partir de outros exemplos como funciona tal brincadeira. Depois apresentamos a atividade para a solução por parte dos estudantes. Ainda foi feita uma nova discussão, antes de iniciarmos a atividade sete que também consta de problemas de adivinhação.

Dessa forma, esperamos que os mesmos consigam assimilar qual o objetivo dessa atividade e a partir disso, seja possível detectar qual a lógica usada na mesma, seja apresentando tal regra por meio de palavras, com a apresentação de uma equação que representa a situação ou mesmo outra possível solução. Esperamos ainda que devido a grande dificuldade apresentada no pré-teste alguns estudantes ainda apresentem erros que serão considerados nas nossas análises.

Análise a posteriori e validação

Durante a discussão desse exemplo, vários questionamentos foram levantados pelos estudantes, como o fato de não existir uma regra, ou, como apontaram, "uma fórmula" que consiga chegar sempre ao resultado esperado, e sim, em cada situação a "fórmula" seria diferente.

Também um dos estudantes questionou não ser possível chegar a alguma conclusão apresentando apenas um exemplo, pois poderíamos chegar a várias regras diferentes.

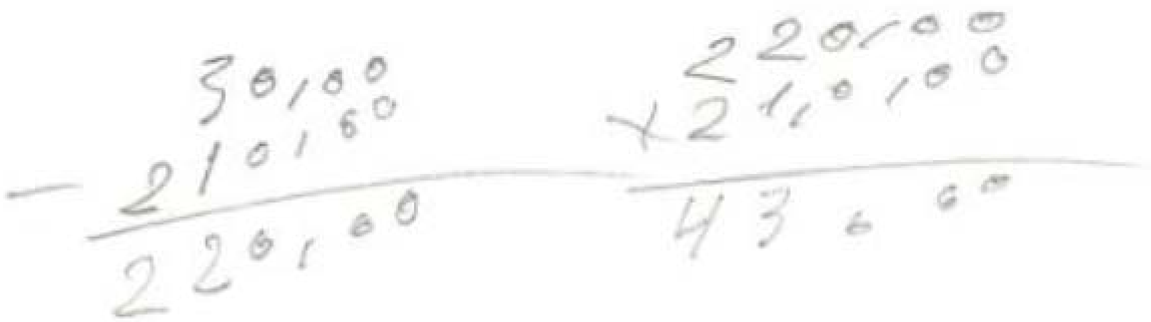
Depois desses questionamentos, foi solicitado por parte do pesquisador que alguns estudantes colocassem seus próprios exemplos para que os outros conseguissem determinar a regra utilizada. Nesse momento os estudantes que se propuseram a servir de exemplo, utilizaram apenas adição e multiplicação, que foram determinadas de forma rápida pelos demais.

Ao encerrarmos tal discussão, a atividade seis foi entregue para que os estudantes apresentassem suas resoluções e chegamos aos seguintes resultados: dos sete estudantes cinco tentaram de alguma forma chegar à conclusão do problema, utilizando principalmente uma linguagem simbólica para tal, o que será apresentado abaixo.

Os estudantes A2 e A4 devolveram a atividade em branco, não apresentando nenhuma solução, o que pode demonstrar que mesmo depois das discussões não entenderam a atividade em questão.

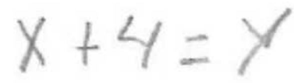
Já os estudantes A1, A3 e A6 representaram de forma correta a solução, utilizando uma linguagem escrita e posteriormente uma linguagem simbólica como apresentado.

Figura 47 - Resolução do estudante A3 na atividade 6



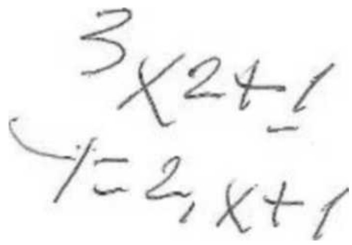
Por outro lado o estudante A5 apresentou somente uma equação para representar a solução do problema, porém de forma incorreta, pois conforme podemos perceber na sua resolução a seguir ele utilizou somente o primeiro item passado e concluiu que seria também possível para os demais itens, o que podemos perceber pela atividade que não ocorreu.

Figura 48 - Resolução do estudante A5 na atividade 6



A respeito do estudante A7, pudemos perceber na sua resolução um avanço em relação às demais atividades, pois conforme consta a seguir o mesmo consegue entender o que ocorre no primeiro item.

Figura 49 - Resolução do estudante A7 na atividade 6



Devemos nos atentar sobre os símbolos utilizados pelo estudante, pois na primeira parte da sua resolução o "x" deve estar representando uma multiplicação e já na segunda parte talvez esse mesmo "x" esteja sendo utilizado para representar o termo variável, porém não podemos tirar conclusões concretas sobre essa resolução, mas sim verificar um avanço desse estudante na interpretação das atividades.

Uma nova discussão foi realizada depois da devolução da atividade, o que demonstrou que os mesmos haviam entendido o objetivo da atividade, porém, no caso específico da atividade apresentada, alguns demonstraram dificuldade em detectar a regra do problema proposto.

Concluímos com essa atividade que alguns estudantes, no pré-teste, não apresentaram nenhuma solução para a atividade proposta pelo fato de não terem realmente entendido como funcionava tal brincadeira, mesmo tendo sido apresentado no enunciado um exemplo de como deveria ser resolvido, o que demonstra certa dificuldade dos estudantes em interpretar o enunciado do problema.

Analisando as resoluções apresentadas pelos mesmos, notamos que a maioria tentou de alguma forma representar a solução utilizando-se de alguma linguagem simbólica, o que demonstra um avanço desses em conseguir demonstrar o pensamento algébrico.

Atividade 7

1 - Lembrando a brincadeira do mágico da aula anterior, represente a regra usada pelo mágico (onde y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

a)

A platéia falou	**2**	**4**	**20**	**7**	**2,5**	**0**
O mágico respondeu	**5**	**7**	**23**	**10**	**5,5**	**3**

b)

A platéia falou	**7**	**14**	**2**	**9**	**215**	**10**
O mágico respondeu	**8**	**15**	**3**	**10**	**216**	**11**

2 - As tabelas abaixo representam a brincadeira de adivinhação. Completa as tabelas e indica em quais delas o resultado é igual ao número pensado. Represente algebricamente cada uma dos itens, justificando sua resposta.

1a	**2a**	**3a**	**4a**	**5a**
Pense em um número	**Adicione 3**	**Subtraia 3**	**Multiplique por 2**	**Divida por 2**

Análise a priori

Tínhamos por objetivo com essa atividade verificar o entendimento dos estudantes após a discussão da atividade seis, esperando que os mesmos conseguissem representar por meio de uma equação as sequências apresentadas.

Os itens dessa atividade proposta possuem um grau de dificuldade menor do que a discutida na atividade anterior, pois o mesmo necessita apenas de uma adição para ser descoberta.

Já na questão dois dessa atividade o objetivo é apresentar uma nova brincadeira e verificar o avanço dos estudantes em interpretar enunciados e conseguir representar o que for solicitado, lembrando sempre que iremos, por meio da produção escrita dos estudantes, verificar possíveis indícios de pensamento algébrico.

Nossa expectativa na utilização do pensamento algébrico nessa atividade é bem maior que nas outras, haja vista todas as discussões durante a aplicação da sequência didática, porém não descartamos que podemos nos deparar com alguns erros, os quais também servirão de apoio para as analises a posteriori.

Análise a posteriori e validação

Numa primeira análise da atividade percebemos um empenho dos estudantes em tentar solucioná-la, porém alguns problemas que estavam presentes nas demais atividades também podem ser vistos nessa.

Iremos analisar individualmente os estudantes, apontando o que conseguimos concluir no desenvolvimento de toda sequência didática.

O estudante A1, nessa questão um, conseguiu representar de forma correta por meio de uma equação os dois itens propostos e na segunda questão podemos perceber que o mesmo conseguiu entender o solicitado pelo enunciado e concluir, primeiro por meio de um exemplo numérico para verificar o que era solicitado e, posteriormente, apresentou o item que era correto também utilizando a linguagem simbólica, conforme podemos verificar na resolução que segue.

Figura 50 - Resolução do estudante A1 na atividade 7 - questão 2 item c

$$10 + 3 = 13 - 3 = 10 \cdot 2 = 20 : 2 = 10$$

$$\frac{x + 3 - 3 \cdot 2}{2} = x$$

Podemos assim concluir que o estudante A1 em questão possui indícios de pensamento algébrico consideráveis. Pois durante todo o desenvolvimento da sequência didática o mesmo respondeu de forma correta a maioria das atividades propostas, conseguindo ter um bom entendimento dos enunciados e apresentando poucos erros nas suas resoluções.

O estudante A2 entregou novamente em branco a maioria das atividades, porém percebemos que tentou resolver algumas das questões, o que demonstrou que o mesmo teve um avanço no entendimento dos enunciados, mas ainda mostrou insegurança para expor suas soluções.

A primeira questão da atividade foi deixada em branco, o que podemos concluir que, desde o pré-teste, quando a atividade de advinhação do mágico foi deixada em branco e mesmo depois de toda a discussão feita durante a atividade anterior, o estudante pode não ter realmente entendido, ou ainda ter entendido qual seria o objetivo da situação problema e quando é solicitado a representar algum exemplo não consiga perceber a regra que é utilizada pelo mágico, o que demonstra dificuldade em raciocínio lógico, ou seja, perceber regularidades.

Já a segunda atividade, somente o item "a" foi resolvido e a solução foi deixada na folha de atividade. E como notamos abaixo o mesmo teve um entendimento sobre o que a atividade solicitava, porém na sua resolução tenha se confundido.

Figura 51 - Resolução do estudante A2 na atividade 7 - questão 2 item c

Percebemos na resolução acima que o estudante começou aplicando, a partir de um exemplo numérico, as operações indicadas e apontando as soluções corretas, porém na etapa cinco do item onde o solicitado era "adicione 1" o mesmo efetuou uma subtração.

Isso pode demonstrar um erro no que diz respeito a falta de atenção durante o desenvolvimento da atividade, pois o estudante havia feito no momento anterior uma subtração, o que demonstra ter conhecimento sobre o conteúdo que abrange as quatro operações.

Mas, infelizmente, pouco pudemos concluir sobre indícios de pensamento algébrico no desenvolvimento da sequência didática por parte desse estudante, pois, conforme dissemos em momento anteriores, o mesmo, na maioria das vezes, entregou as atividades propostas em branco. Contudo, podemos deixar em aberto duas conclusões a respeito desse estudante: primeiramente podemos apontar que o mesmo não possui conhecimentos necessários para o desenvolvimento das atividades e, em segundo lugar, que o mesmo não se sentiu seguro para resolver as atividades, tendo receio em apresentar soluções por se preocupar com possíveis erros e os mesmos serem expostos para o restante da sala.

Nesse sentido, podemos nos remeter ao capítulo dois, onde tratamos do estudo do erro e que Fiorentini (2006) faz uma colocação muito pertinente relativa ao erro, quando aponta que:

> [...] cada um de nós lembra de algum fato ou episódio de sua trajetória escolar em que se sentiu constrangido, humilhado ou penalizado ao cometer algum erro elementar de cálculo, ao interpretar equívocamente uma questão trivial... (FIORENTINI, 2006, p.1).

Essa pode ser a explicação para este estudante, que talvez tenha vivenciado alguma situação desse tipo ou mesmo alguém próximo a ele que fez com que agisse dessa maneira.

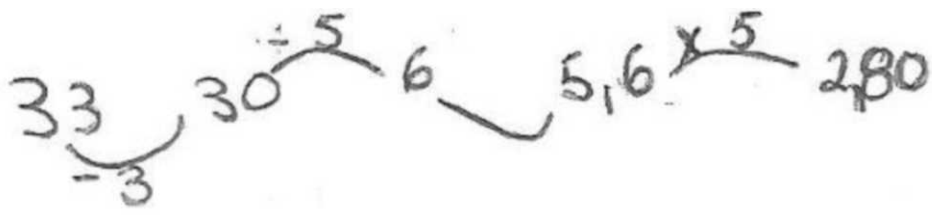
Faremos agora a análise da atividade sete do estudante A3 que durante o desenvolvimento da sequência didática apresentou em quase todos os momentos indícios de pensamento algébrico, seja apresentando suas soluções utilizando algum tipo de resolução que foi comentada ou mesmo a linguagem simbólica, cometendo poucos erros.

Na primeira questão dessa atividade o estudante mencionado apresentou de forma correta, por meio de uma expressão, a regra executada pelo mágico para determinar números a partir dos ditos pela platéia.

Por outro lado, na segunda questão, o mesmo tentou desenvolver a atividade por meio de um exemplo numérico e concluir qual seria o resultado para a questão, apontando o item "c" como tal resultado.

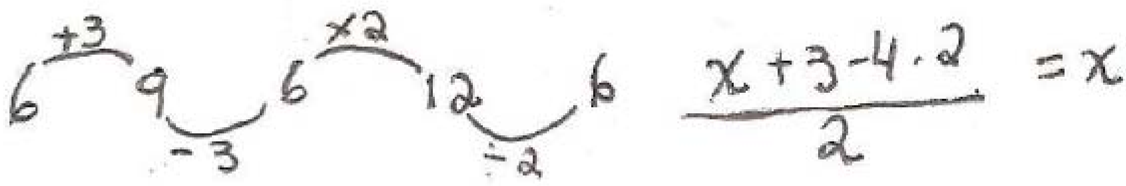
No entanto, podemos perceber que no item "b" o mesmo utilizou o número fracionário na sua forma decimal, mas na última etapa cometeu um erro na execução da multiplicação, que deveria ter como resultado 28 e apareceu 2,80.

Figura 52 - Resolução do estudante A3 na atividade 7 - questão 2 item b



No item "c" o estudante também começou utilizando de forma correta um exemplo numérico para solucionar a situação-problema proposta e no momento de representar por meio de uma equação se confundiu na terceira etapa, trocando o três por quatro, o que, na hora de uma possível verificação da sua resposta não seria possível retornar ao número inicial.

Figura 53 - Resolução do estudante A3 na atividade 7 - questão 2 item c



Nesse ponto, percebemos apenas um erro cometido por falta de atenção, não comprometendo o que esperávamos no que diz respeito ao pensamento algébrico, o qual o mesmo demonstra possuir.

Analisando a atividade sete desenvolvida pelo estudante A4 e comparando com as anteriores, percebemos em várias situações que ele consegue interpretar o problema proposto, porém demonstra dificuldades na apresentação das soluções. Muitas vezes apontou somente o resultado, quando tentou representar as situações por meio de representações simbólicas ou desenvolver algumas operações básicas.

Podemos perceber bem o exposto quando apresentamos a solução da questão um da atividade sete em discussão, inferimos que o estudante conseguiu perceber qual a relação existente entre as sequências numéricas dos itens "a" e "b", porém não conseguiu representá-la utilizando a linguagem simbólica, conforme solicitado pelo enunciado.

Figura 54 - Resolução do estudante A4 na atividade 7 - questão 1 item a

$$y = 3$$

Esse estudante conseguiu perceber que no item "a" deveria somar três unidades para chegar ao resultado, porém fez a representação simbólica conforme mostrado acima. Podemos inferir que, como o enunciado contempla incógnitas x e y, o mesmo tenta de alguma forma fazer a utilização desses símbolos e continua com o mesmo pensamento para a resolução do item "b", conforme segue.

Figura 55 - Resolução do estudante A4 na atividade 7 - questão 1 item b

$$x = 1$$

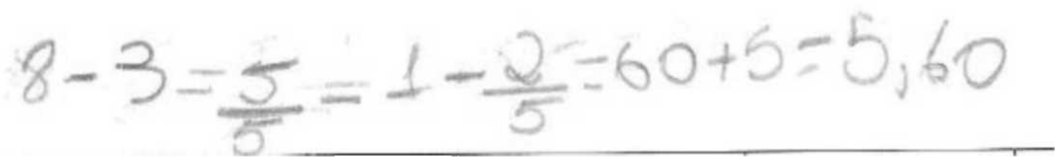
Nesse caso podemos concluir que o estudante comete um erro na apresentação da solução do problema, pois consegue interpretar, chegar a uma conclusão sobre a resposta, mas não consegue representar tal solução conforme é solicitado pelo enunciado.

Já quando analisamos a questão dois desta atividade verificamos que o estudante conseguiu interpretar o que o problema propunha, mas apresenta a solução para a mesma utilizando apenas exemplos numéricos. Realizou as etapas de forma desorganizada e em alguns momentos errada conforme podemos perceber nas resoluções expostas e que seguem.

Figura 56 - Resolução do estudante A4 na atividade 7 - questão 2 item a

Percebemos nesse item que o estudante conseguiu verificar que no final das etapas o resultado conseguido é diferente do número inicial. Ele apresentou a solução de forma desorganizada, pois se analisássemos de forma mais formal a solução estaria incorreta. Podemos perceber que o estudante partiu do número dois e apresentou como solução final o número quatro.

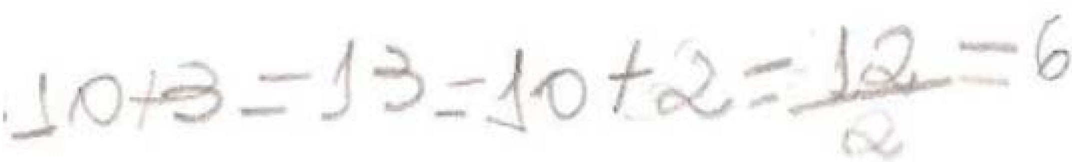
Figura 57 - Resolução do estudante A4 na atividade 7 - questão 2 item b



Na resolução anterior, percebemos que o estudante tenta representar o número que aparece na forma fracionária na sua forma de número decimal, apresentando um menos dois quintos como 60. Contudo, na ultima etapa, aonde deveria multiplicar o resultado por cinco, ele simplesmente soma cinco e apresenta como resultado o número 5,60 que pode ser a soma de cinco com o número decimal da etapa que havia sido representada de forma incorreta.

Nesse ponto percebemos alguns erros cometidos pelo estudante no que diz respeito à representação matemática e mesmo uma falta de atenção no desenvolvimento do item.

Figura 58 - Resolução do estudante A4 na atividade 7 - questão 2 item c



No último item mais uma vez o estudante atribuiu um valor numérico para desenvolver, mas cometeu o mesmo erro do item anterior. Na quarta etapa, aonde deveria multiplicar o número por dois, novamente utilizou uma adição o que pode representar um erro por falta de atenção ou mesmo por não saber ou confundir o significado da palavra.

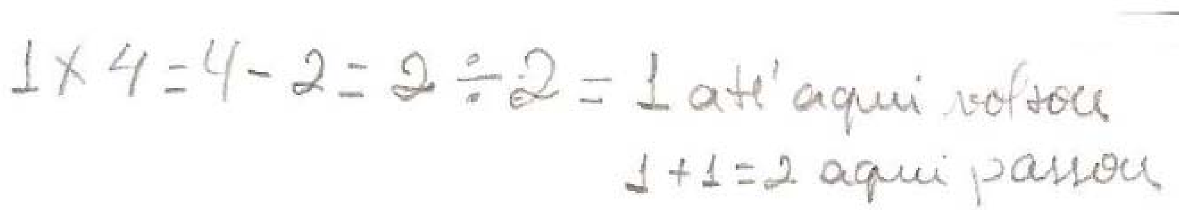
Podemos concluir que o estudante em discussão possui indícios de pensamento algébrico. Mesmo não utilizando uma linguagem simbólica em algumas das situações e sim algumas das formas que foram caracterizadas pelo pesquisador como apresentação de alguma resolução que faz referência ao termo a ser determinado.

O estudante A5, o qual será alvo de nossa análise a partir de agora vem demonstrando desde o início das atividades indícios de pensamento algébrico, ora resolvendo as situações propostas por meio de alguma resolução numérica, ora utilizando a linguagem simbólica. Demonstrou poucos erros no desenvolvimento da sequência didática.

Nessa atividade sete o estudante conseguiu interpretar de forma correta o que era solicitado pelo enunciado. Como verificamos na questão um, o mesmo conseguiu representar por meio de linguagens simbólicas a solução do problema e não demonstrou dificuldades em sua resolução.

Já na questão dois, em seus três itens, o estudante conseguiu apenas desenvolvê-los utilizando um exemplo numérico e não fez a representação que era solicitada pelo enunciado.

Figura 59 - Resolução do estudante A5 na atividade 7 - questão 2 item a

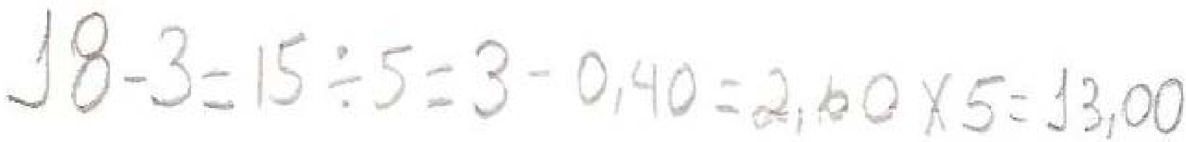


No item "a" da segunda questão o estudante não teve problemas para resolvê-lo, no entanto percebeu que se a questão fosse apenas até a quarta etapa o resultado representado seria o mesmo. Não atentou que isso só seria possível utilizando o número um para resolver a questão. Com outros valores isso já não seria possível. Nesse caso, o estudante tira conclusões sobre o desenvolvimento da questão usando apenas um exemplo numérico em sua resolução.

Percebemos no item "b" que segue, novamente o estudante A5 valeu-se apenas de um exemplo numérico para concluir que o número depois de efetuar todos os passos seria diferente do número inicial.

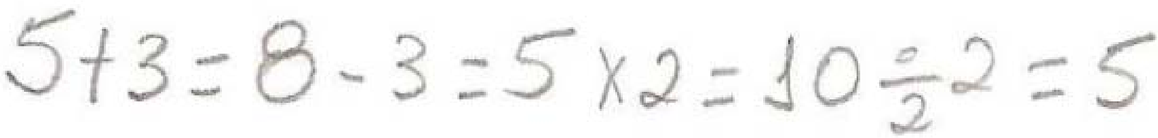
Contudo percebemos que nesse item o estudante empregou o número que aparece escrito na forma fracionária como um número na sua forma decimal e assim conseguiu de forma correta aplicá-lo nas operações básicas.

Figura 60 - Resolução do estudante A5 na atividade 7 - questão 2 item b



Na resolução que se refere ao item "c" da questão dois da atividade sete, intuímos mais uma vez que o mesmo se utilizou de um exemplo numérico ou concluiu que o número alcançado é o mesmo do inicial, porém não faz a representação conforme solicitado pelo enunciado. Nesse caso podemos concluir que o estudante talvez não tenha entendido corretamente o que era solicitado ou mesmo não conseguiu fazer a ligação da linguagem numérica para a linguagem simbólica.

Figura 61 - Resolução do estudante A5 na atividade 7 - questão 2 item c



Ainda que em algumas situações o estudante A5 não resolvera as atividades conforme solicitado pelo enunciado, o mesmo demonstrou facilidade no entendimento dos mesmos e bons indícios de pensamento algébrico.

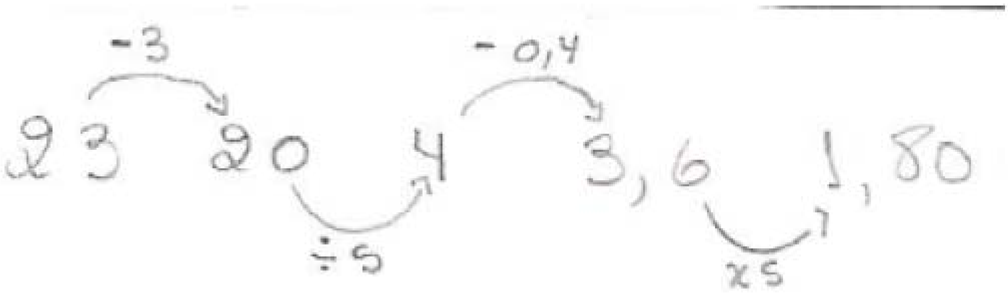
Passaremos agora a analisar a atividade sete do estudante A6 que durante toda a seqüência didática conseguiu desenvolver as atividades propostas e cometendo poucos erros em tais resoluções.

Na questão um da atividade sete esse estudante consegue interpretar o que era solicitado pelo enunciado e apresentou para os dois itens equações que representam a mudança entre uma e outra sequência numérica.

Já na atividade dois em seus três itens o mesmo valeu-se de um exemplo numérico, conforme a maioria dos demais estudantes, para verificar em qual das situações a tabela seria verdadeira, ou seja, o número inicialmente pensado voltaria a ser o mesmo depois da execução dos passos solicitados.

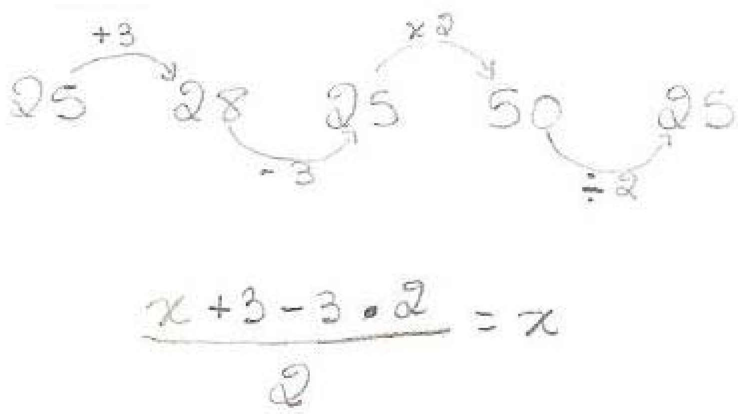
Como verificamos no item "b" dessa questão o estudante, como os outros, também usou o número fracionário de forma correta na sua forma decimal, porém na última operação, que era a multiplicação por cinco, podemos inferir que o estudante cometeu um erro e se confundiu no deslocamento da vírgula do produto encontrado.

Figura 62 – Resolução do estudante A6 na atividade 7 – questão 2 item b



No último item dessa atividade o estudante, depois de concluir com apenas um exemplo numérico, que o número inicial, depois da execução das etapas, voltaria a ser o mesmo, faz a representação por meio de uma equação, conforme solicitado pelo enunciado.

Figura 63 – Resolução do estudante A6 na atividade 7 – questão 2 item c



Porém percebemos alguns erros nessa representação, pois se for feito o desenvolvimento dessa equação, primeiramente deveríamos multiplicar o três por dois para depois fazer a subtração, e nesse caso seguindo a ordem correta o número final ficaria diferente do número "x" inicial, ou seja, essa igualdade estaria incorreta.

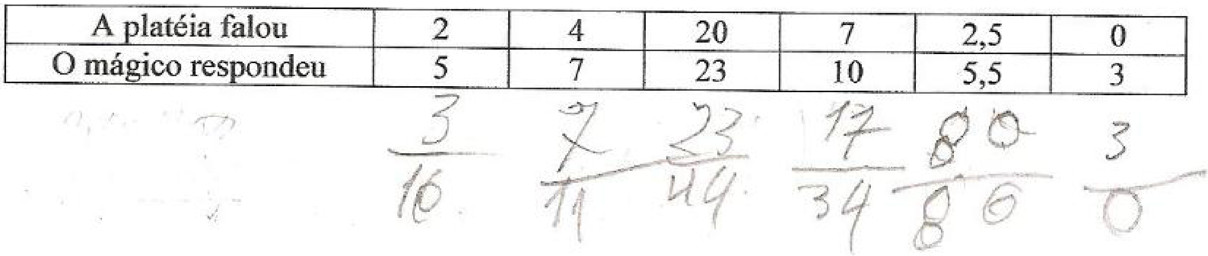
Por outro lado, podemos inferir que para chegar a esta equação o estudante seguiu exatamente as etapas solicitadas pela tabela e não se atentou à utilização de possíveis parênteses em sua resolução.

Concluímos assim que o estudante em análise, o A6, demonstrou indícios de pensamento algébrico em suas resoluções, conseguiu de maneira clara expor suas respostas, além de apresentar boa interpretação dos enunciados das situações-problema.

Iremos por fim analisar a atividade sete do estudante A7 que durante toda a sequência didática demonstrou grandes dificuldades na interpretação dos enunciados e também na execução das operações matemáticas básicas.

Podemos verificar que o estudante em questão, tentou, mas sem sucesso, resolver a primeira questão, conforme verificamos abaixo:

Figura 64 - Resolução do estudante A7 na atividade 7 - questão 1 item a



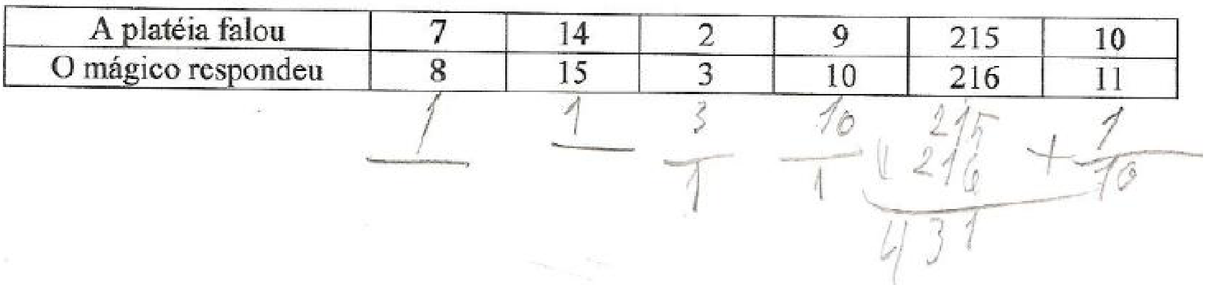
A platéia falou	2	4	20	7	2,5	0
O mágico respondeu	5	7	23	10	5,5	3

Foi incluído mais uma vez o item em análise, para tentarmos entender o que foi realizado pelo estudante. Podemos inferir que em algumas situações o mesmo realizou uma subtração, já em outras uma adição o que pode demonstrar o não entendimento da atividade.

Além disso, alguns erros são observados quando da execução de algumas dessas operações matemáticas, como por exemplo, o estudante tentou somar 20 mais 23, ou mesmo 23 mais 23 e o resultado obtido foi 44.

O mesmo que ocorreu no item "a" dessa atividade pode ser visto no item "b", conforme observamos:

Figura 65 - Resolução do estudante A7 na atividade 7 - questão 1 item b



A platéia falou	7	14	2	9	215	10
O mágico respondeu	8	15	3	10	216	11

Podemos perceber com mais essa atividade desenvolvida que o estudante em questão, mesmo depois de todas as discussões da sala e do professor pesquisador, novamente teve dificuldades para desenvolver as questões solicitadas, demonstrando não ter entendido o que era proposto pelas mesmas.

Mais uma vez, tentando resolver as atividades comete erros nas operações matemáticas básicas, e nos deixa na maioria das vezes sem entender qual a lógica que esteve tentando utilizar, pois começou aplicando uma operação e mudou para outra, sem ter noção do que devia realizar.

Nesse ponto, mais uma vez afirmamos o que apontamos acima, que o estudante A7 pode ser considerado um analfabeto funcional, em razão dos fatores indicadores da UNESCO (1978), que podem ser vistos no desenvolvimento das atividades por parte desse estudante.

Por todos esses motivos, podemos afirmar que o estudante A7 não apresentou indícios de pensamento algébrico, ou mesmo, não conseguiu demonstrar tais indícios conforme pudemos verificar.

5 CONCLUSÕES FINAIS

Quando iniciamos esse trabalho, muitos questionamentos surgiram e com isso começamos a imaginar quais seriam os resultados encontrados, como nós seríamos recebidos pelos estudantes, qual seria o grau de interesse dos mesmos para discutir sobre as atividades propostas. Todavia depois do contato inicial com os estudantes e com as primeiras análises, ficamos surpresos com o bom desenvolvimento das atividades. Como nosso público alvo foi os estudantes da EJA, pudemos perceber os dois extremos no que diz respeito aos conhecimentos prévios de cada estudante e também na resolução de cada atividade.

Um fato que chamou muito minha atenção foi quando solicitei para os estudantes que fosse feita a gravação de áudio das nossas aulas, alguns deles disseram que caso fosse gravar não iriam realizar o trabalho, e depois dessa colocação outros se manifestaram contra tal fato, por esse motivo não temos nenhum tipo de gravação de áudio nem de imagem sobre o desenvolvimento das atividades.

Na análise do pré-teste, que serviu para subsidiar as atividades algébricas presentes na seqüência didática, poucos indícios de pensamento algébrico, como os que foram classificados na nossa pesquisa, foram encontrados. Esse quadro se alterou quando começamos com a aplicação das atividades. Notamos que alguns estudantes conseguiram já em sua primeira resolução apresentar soluções dentro dos critérios utilizados para as análises das atividades.

Notamos que, com o decorrer das atividades, tais indícios aumentaram já na primeira parte da atividade e a segunda etapa já não se fez necessária. Já em outras situações alguns estudantes tentavam apresentar outra resolução, mesmo percebendo que a sua solução já estava correta de acordo com o solicitado pela atividade.

Conseguimos assim chegar a algumas conclusões que estão de acordo com o proposto pelo trabalho no que diz respeito a verificar indícios de pensamento algébrico na produção escrita desses estudantes.

Como tínhamos por objetivo aplicar questões presentes na apostila do Encceja e que deveriam ser respondidas por esses estudantes do nono ano do ensino fundamental, pudemos perceber que alguns deles estão bem preparados para essa prova de certificação, como é o caso dos estudantes A1, A3, A5 e A6, que tiveram um bom desempenho durante o desenvolvimento das análises, por outro lado o estudante A4 apresentou algumas dificuldades no entendimento dos enunciados e no desenvolvimento das situações o que poderia ser prejudicial na referida prova.

E por fim, pudemos ainda, de maneira bem superficial, é claro, e apenas de acordo com o desenvolvimento da sequência didática, inferir que alguns estudantes, como é caso do A2, o qual entregou a maioria das atividades em branco ou somente com a resposta, e o A7, o qual apresentou maior número de erros e uma grande dificuldade no desenvolvimento das atividades, que esses não estariam preparados para realizar a prova, muito menos concluir o ensino fundamental, que é o seu principal objetivo.

Comprovamos isso no momento em que o estudante A7 informou ter conversado com a direção da escola pedindo para que fosse reprovado e permanecesse no nono ano, pois não teria condições de acompanhar os estudantes do 1° ano do ensino médio, o que demonstrou, por parte do estudante, uma consciência em relação as suas limitações. Assim percebemos que o objetivo do estudante em questão é realmente aprender e não apenas obter um certificado.

Caso nosso objetivo com esse trabalho fosse, a partir das análises das atividades, detectar quais dos estudantes poderiam ser considerados analfabetos funcionais, o estudante A7 estaria nessa classificação em razão de tudo o que apresentou nas suas resoluções. Demonstrou dificuldade até em responder o questionário pessoal, quando nos perguntou como deveria colocar a sua idade, pois a princípio colocou 50 3, para representar 53.

Com relação ao estudante A2 pouco se conclui, pois o mesmo pode não ter se sentido à vontade para resolver as atividades propostas.

Já em decorrência das análises das atividades, conseguimos detectar vários erros dos estudantes nas resoluções, conforme segue.

- ERRO POR FALTA DE CONHECIMENTO PRÉVIO DO CONTEÚDO OU TERMOS UTILIZADOS: nesse caso o estudante não teve conhecimento ou mesmo não se lembrou do conteúdo ou termo em questão;
- ERRO POR FALTA DE NOÇÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES: nesse caso foi possível, de acordo com sua produção escrita, verificar falhas nas operações realizadas pelos estudantes;

- ERRO POR FALTA DE ATENÇÃO NA RESOLUÇÃO: aqui podemos considerar que o estudante tem conhecimento do que está sendo trabalhado, porém durante o desenvolvimento da solução cometeu falhas por falta de atenção ou descuido;
- ERRO NA APRESENTAÇÃO DO RESULTADO: utilizamos esse tipo de erro, quando o estudante apresentou unicamente uma resposta incorreta para o problema, sem a apresentação de nenhum tipo de resolução. Lembramos que isso pode ocorrer, pois os estudantes ficaram livres para escolher como iriam resolver o problema proposto e não foi imposta nenhuma regra para tal resolução;
- ERRO POR NÃO APRESENTAR SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA: o estudante não conseguiu ou mesmo não tentou resolver a atividade e por esse motivo não apresentou nenhuma solução para o mesmo;
- ERRO NA INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO: o estudante não conseguiu interpretar o enunciado da atividade proposta o que impossibilitou a sua resolução.

Salientamos que esses erros apresentados serviram de parâmetro para as análises das atividades algébricas que foram propostas aos estudantes.

Por tudo que foi apresentado até aqui, podemos considerar que nas diversas fases da pesquisa conseguimos verificar indícios de pensamento algébrico, que era um dos principais objetivos desse trabalho, nas suas mais variadas formas.

Para concluir essa pesquisa, elenco abaixo algumas opiniões sobre pontos discutidos em seu desenvolvimento.

Começaremos pela Educação de Jovens e Adultos que, conforme apontado, necessitaria de um olhar diferente dos governantes, seja na esfera federal, estadual ou mesmo municipal, isto com relação à estrutura oferecida na acomodação dos estudantes, ou em relação ao material didático fornecido, material este que precisaria se adaptar tanto no que diz respeito às regiões ou mesmo quanto a idade do público atendido. Além disso, tem-se ainda a falta de cursos de capacitação para os educadores responsáveis por atender esses estudantes.

Acredito que não podemos permitir que a forma como os estudantes estão sendo tratados sirva apenas para melhoria dos números nacionais ou internacionais em relação ao analfabetismo e sim oferecer um ensino de qualidade e que realmente prepare esses estudantes para enfrentar em igualdade de condições uma possível continuidade dos estudos ou mesmo lutar por melhores empregos e qualidade de vida.

Já quando nos referimos ao ENCCEJA, percebemos uma oportunidade de ensino para os estudantes concluírem seus estudos sem a necessidade de freqüentar salas regulares. Isso tem sua importância, contudo precisamos verificar se o material de apoio disponibilizado está de acordo com a realidade de todos os estudantes, possibilitando assim um bom preparo para a realização das provas de certificações.

Com relação ao pensamento algébrico, precisamos nos atentar ao fato de que a maioria das pesquisas são realizadas para o público do ensino regular, ou seja, são abertas discussões para descobrir qual o momento ideal para a inclusão da álgebra e como deve ser e processo, todavia quando tratamos dos jovens e adultos acredito ser um pouco diferente, principalmente considerando todos os conhecimentos prévios que esses estudantes possuem e todas suas experiências já vividas.

Mesmo assim, conseguimos tirar várias conclusões a respeito do pensamento algébrico que eles já possuíam ou que esperava que os mesmos pudessem ter adquirido durante a aplicação da seqüência didática.

Já os erros, me surpreenderam um pouco, pois esperava que aparecessem com uma freqüência maior, não por não acreditar nos estudantes que estavam participando da pesquisa, e sim por tudo que já foi apontado sobre esse segmento de ensino. Também por não ter noção dos estudantes com os quais trabalharia e quais seriam seus conhecimentos prévios.

Pretendo, finalmente, deixar um alerta e uma oportunidade de novas pesquisas para conseguir atender de forma mais digna e satisfatória esses estudantes tão lutadores e que muito ainda têm a contribuir para nossa sociedade.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba. UFPR, 2007.

ARCAVI, A. Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. **For the learning of mathematics**, 1994. p. 24-35.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. In: BRUN, Jean. **Didática das matemáticas**. Lisboa. Instituto Piaget, 1996.

BIGODE, A. J. L. **Matemática atual**. 6ª série. São Paulo. Atual, 1994.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação matemática**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BORASI, R. Exploring mathematics through the analysis of errors. **For the learning of mathematics**, v.7, n.3, 1987. p. 2-8.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretária de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos:** segundo segmento de ensino fundamental. 5a a 8a série. Introdução. v.1, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos**: segundo segmento de ensino fundamental. 5a a 8a série. v.3. Matemática, 2002. p. 11-70.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em avaliação educacional**. Fund. Carlos Chagas, n. 22, 2000. p. 155-177.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos estudantes. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

_____ . Análise de erros em Educação Matemática. **Veritati**, Salvador, v.3, n.4, 2004. p. 95-107.

_____ . Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática. **Zetetiké**, Campinas v.3, n.4, 1995. p. 39-50.

ENCCEJA. Apostila. Disponível em <http://encceja.inep.gov.br>. Acessado em 27/03/2010.

_____ . **Matriz de competências**. Disponível em <http://encceja.inep.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=51&Itemid=59>. Acessado em 15/01/2011.

_____ . **Matemática**: livro do estudante: ensino fundamental/ Coordenação: Zuleika e Felice Murrie - 2. ed. Brasília: MEC: Inep, 2006. Capítulo VII - A Álgebra: suas funções e seus usos. Angélica da Fontoura Garcia Silva. p. 149-169.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: UNICAMP, 1995.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A.; MIGUEL, A..Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-posições**, v.4, n.1, 1993. p.78-91.

_____ . Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? In: **Pro-posições**, n.7. Cortez, 1992.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2006, Porto. v.1. p. 1-13.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação de jovens e adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Coleção Tendências em Educação Matemática. 2ª ed. Belo Horizonte. Autêntica, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 43.ed. Rio de Janeiro:Paz e Terra, 2006.

_____ . **Educação como prática da liberdade**. 31ª ed. Rio de Janeiro. Paz e Terra, 2008.

_____ . O mentor da educação para consciência. In: **Revista Nova Escola, Grandes Pensadores**. v.1. São Paulo. Editora Abril, 2004.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GOIS, A. 28% dos jovens abandonaram cursos para trabalhar. **Folha de São Paulo**, São Paulo. 23 mai. 2009.

HADDAD, Sérgio. Tendências Atuais da Educação de Jovens e Adultos no Brasil. ANAIS DO ENCONTRO LATINO AMERICANO SOBRE EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS TRABALHADORES, 1993, Olinda - BA - Brasil, p. 86-108.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In: GROWS, D. A. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning.** New York. MacMillan, 1992.p. 390-419.

KAPUT,J, **Teaching and Learning a New Algebra With Understanding**. 1999. Disponível em <http://cimm.ucr.ac.cr/Algebra%20Teaching/pdf/Kaput,%20J.,%20Running%20head,%20teaching%20and%20learning%20a%20new%20algebra.%20Teaching%20and%20learning%20a%20new%20algebra%20with%20understanding.pdf> Acessado em 10/08/2010.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

_____ . Álgebra e pensamento algébrico na sala-de-aula. **Educação Matemática em Revista**, n. 2, SBEM, 1994. p. 26-31.

LUCKESI, C. C. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. In: **A construção do projeto de ensino e a avaliação**. Série Ideias. São Paulo: FDE, n. 8, 1990. p. 133-140.

MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares. **Zetetike**. v.13, n.24, p.11-46, 2005.

OLIVEIRA, M. K. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, n.12. São Paulo, 1999, p. 59-73. ANPED - Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação.

PINTO, N. B. **Erro como estratégia didática**. Campinas. Papirus, 2000.

PONTE, J. P. et al. **Álgebra no ensino básico**. 2009. Disponível em <http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/documents/npmeb/brochura algebra (set2009).pdf>. Acessado em 15/08/2010.

SCHLIEMANN, A. D**. Na vida dez, na escola zero** / Analúcia Dias Schliemann, David William Carraher, Terezinha Nunes Carraher. 14ª ed. São Paulo. Cortez, 2006.

SILVA, E. M. D. A virtude do erro: uma visão construtivista da avaliação, **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 19, n. 39, 2008. p. 91 - 144.

USISKIN, Z. Concepções Sobre Álgebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

ZALESKI Filho, D.; ROCHA, J. C. **Ensino fundamental 6a série, série educação para a cidadania, educação de jovens e adultos**. São Paulo: Didática Suplegraf. [2003] Data aproximada.