UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

REGINA APARECIDA DE OLIVEIRA

A COMPREENSÃO DE DUAS PROFESSORAS DE MATEMÁTICA SOBRE O MODO COMO SEUS ALUNOS APRENDEM

Londrina
2006

REGINA APARECIDA DE OLIVEIRA

A COMPREENSÃO DE DUAS PROFESSORAS DE MATEMÁTICA SOBRE O MODO COMO SEUS ALUNOS APRENDEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Márcia Cristina de C. T. Cyrino

Londrina
2006

REGINA APARECIDA DE OLIVEIRA

A COMPREENSÃO DE DUAS PROFESSORAS DE MATEMÁTICA SOBRE O MODO COMO SEUS ALUNOS APRENDEM

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Romulo Campos Lins

Prof.ª Drª Regina Luzia Corio de Buriasco

Prof.ª Drª Márcia Cristina de C. T. Cyrino

Londrina, 26 de abril de 2006.

DEDICATÓRIA

A Deus, pela vida...

Aos meus queridos pais, Lucas e Jovelina, pelo amor, compreensão e dedicação.

Aos meus irmãos e amigos, companheiros de todas as horas.

AGRADECIMENTOS

Nesse momento gostaria de agradecer a uma pessoa muito especial, que muito admiro pela sua honestidade e profissionalismo e à qual dedico este trabalho. Um exemplo de ser humano, porque acolhe as pessoas com carinho, respeito, dedicação e amor. Agradeço a você, **Márcia**, pela sua amizade, pela sua compreensão e pelas suas valiosas orientações, que ajudaram a concluir mais uma etapa importante de minha vida acadêmica. Obrigada por continuar despertando em mim, a cada dia, a paixão pela educação.

Aos professores do programa de mestrado, **Sérgio, Regina, Lourdes** e **Carlos Laburú**, que **MUITO** contribuíram com seus conhecimentos e experiências, sempre respeitando minhas idéias e, sobretudo, participando ativamente de minha formação profissional.

Aos meus queridos pais, **Lucas** e **Jovelina**, pelos momentos de companheirismo, carinho, compreensão, dedicação, paciência, incentivo e apoio.

Em especial, ao meu irmão **Lucas Júnior**, pela força e pela ajuda em todos os momentos dessa jornada.

À direção, **às professoras** e **aos alunos** da escola na qual realizei a pesquisa; agradeço pela colaboração, pelo apoio e pela confiança dedicada abrindo as portas da escola e das salas de aula para que se constituíssem espaços de aprendizagem.

Aos meus queridos **amigos e amigas**, em especial à **Marlene**, por ter compreendido meus momentos de ausência, por ter acreditado em meus ideais, por ter-me incentivado e valorizado minhas idéias.

A transformação da educação não pode antecipar-se à transformação da sociedade, mas esta transformação necessita da educação.

Paulo Freire

OLIVEIRA, Regina Aparecida. **A Compreensão de duas professoras de Matemática sobre o modo como seus alunos aprendem**. 2006. 154f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2006.

RESUMO

A princípio, o objetivo desse trabalho era olhar para o modo como duas professoras de Matemática compreendem a produção de significados de seus alunos, com base na perspectiva teórica do Modelo dos Campos Semânticos de Romulo Campos Lins. Esse estudo é considerado importante, pois acredita-se que há relações entre o modo como os professores compreendem o processo de produção de significados e a aprendizagem. Durante o processo de investigação observou-se que as professoras não falavam de produção de significados (na perspectiva de Lins) e sim de aprendizagem, então para que as informações pudessem ser analisadas mudou-se a pergunta de investigação. Foi assim que o objetivo desse trabalho passou a ser o de investigar a compreensão de duas professoras de Matemática sobre o modo como seus alunos aprendem. Esse trabalho constitui uma pesquisa qualitativa. Para o seu desenvolvimento constituiu-se um grupo de estudos com duas professoras de Matemática de uma escola pública do Ensino Fundamental do norte do estado do Paraná. A coleta de informações foi realizada por intermédio de entrevistas semi-estruturadas, de observações e descrições das atividades realizadas neste grupo e da análise de algumas aulas dessas professoras. A mudança de perspectiva na investigação fez com que a leitura das informações fosse realizada com base na construção teórica de David Ausubel, sobre Aprendizagem Significativa. Paralelamente, foi utilizada a teoria dos Campos Semânticos de Rômulo Campos Lins para justificar a mudança de referencial teórico, uma vez que as professoras compreenderam “produção de significados” como sinônimo de aprendizagem. A investigação permitiu entender que essas professoras compreendem a aprendizagem como um processo no qual os alunos reproduzem discursos, ora compreendendo, ora memorizando automaticamente. Além de responder a pergunta de investigação, apresentam-se também algumas contribuições do grupo de estudos na formação continuada das professoras participantes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de professores. Significados. Aprendizagem.

OLIVEIRA, Regina Aparecida. **Two Math teachers understanding of how students learn.** 2006. 154f. Dissertation (Masters Degree in Sciences and Math Education) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2006.

ABSTRACT

This study began by looking into how two Math teachers understand their students process of creating meaning from the perspective of Romulo Campos Lins Theoretical Model of Semantic Fields. We consider this study important, since we believe that there is a relationship between the way teachers understand how students create meanings and the learning process. During the investigation we noticed that the teachers never talked about creating meaning (in the perspective of Lins), but about learning; thus the research question had to be changed. The objective of our work switched to a qualitative investigation of two Math teachers understanding of how their students learn. A study group with two public elementary school math teachers was constituted. Data were collected through semi- structured interviews, observations, descriptions of activities, and the analysis of some lessons taught by these two teachers. Due to the change in the focus of the investigation, data interpretation was based on David Ausubel theoretical construct on Significant Learning. Concomitantly, we adopted Romulo Campos Lins Theoretical Model of Semantic Fields to justify the change in theoretical background, once the teachers saw "creating meaning" and learning as synonyms. Results from this investigation showed that these teachers understand learning as a process in which students reproduce discourses, sometimes comprehending them and sometimes memorizing them automatically. Besides answering the proposed research question, this study also gives some contributions from the study group to the continuous development of the participant teachers.

Keywords: Education-Math. Teacher development. Meanings. Learning process.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Concluído o Ensino Médio (magistério) iniciei o curso de Licenciatura em Matemática, em 1995. Na mesma época, comecei a trabalhar com classes de Educação Infantil e Ensino Fundamental (da 1ª à 8ª série), no sistema particular de ensino. Optei por fazer o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina porque tinha interesse em ampliar conhecimentos sobre a educação e desse modo investir em meu desenvolvimento profissional.

Em 2000 comecei a trabalhar em escolas públicas no município de Sertanópolis, primeiramente atuando em classes de educação para adultos (Ensino Fundamental – de 5ª à 8ª e Ensino Médio) e nos anos seguintes (2001, 2002, 2003) em classes de ensino regular (Fundamental e Médio).

No curso de Licenciatura em Matemática conheci alguns profissionais que falavam em Educação Matemática e desde então passei a me interessar por esse campo de conhecimento.

Algumas disciplinas oferecidas no curso colocavam-me em conflito. As aulas dos professores das disciplinas de Cálculo, por exemplo, apresentavam características de um modelo tradicional de ensino, dando prioridade à memorização de definições, técnicas e procedimentos de cálculo. Cabia aos alunos fazer muitos exercícios até que memorizassem todos os processos de resolução. Raramente, esses professores, propunham que resolvêssemos problemas.

Por outro lado, as aulas dos professores que envolviam discussões sobre a prática pedagógica (didática, metodologias,...) propunham outras perspectivas de ensino e de aprendizagem. Discutia-se sobre a importância da resolução de problemas e utilização de vários recursos didáticos (calculadoras, computadores, jogos, sólidos geométricos, blocos lógicos, material dourado, tangram...) para a aprendizagem de Matemática. A função do professor, nessa perspectiva, era discutida como a de um mediador da aprendizagem, ou seja, aquele que questiona, promove discussões, que valoriza as diferentes formas de pensar, que se posiciona entre o aluno e o objeto do conhecimento contribuindo para que ele aprenda a refletir e não apenas a reproduzir o discurso do professor. A função do professor como transmissor de conhecimentos era abordada como um obstáculo à participação ativa do aluno na aula, já que "todo conhecimento considerado como correto” deveria ser transmitido pelo professor e este esperava que os alunos conseguissem entendê-los e memorizá-los para dizer que aprenderam.

Não conseguíamos estabelecer relação, naquele momento, entre os conteúdos ensinados nas disciplinas de Cálculo, por exemplo, e poucas vezes percebíamos em que aquelas aulas poderiam contribuir para que pudéssemos nos tornar professores de Matemática.

Penso que esses conflitos tenham sido, possivelmente a principal causa da minha inquietação, levando-me a questionar a prática dos professores de Cálculo, bem como a minha própria prática. Essa inquietação levou-me a fazer um curso de especialização em Educação Matemática na mesma universidade (1999).

Paralelamente à minha atuação como professora do Ensino Fundamental e Médio comecei a desenvolver alguns trabalhos na área de formação continuada de professores do Ensino Fundamental (Educação Infantil e 1ª à 4ª série) nos municípios de Sertanópolis, Bela vista do Paraíso e Londrina, ministrando alguns cursos: “Práticas Educativas para o Ensino de Matemática – Resolução de Problemas e Sistema de Numeração” (2003), “Produzindo Significados Matemáticos para o Material Dourado” (2005 e 2006), “Produzindo Significados para frações, decimais e porcentagem” (2005) e “A Metodologia de Resolução de Problemas e a Aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental” (2006).

No curso de especialização em Educação Matemática tive o primeiro contato com o Modelo Teórico dos Campos Semânticos desenvolvido por Romulo Campos Lins. No livro “Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI” (LINS e GIMENEZ, 1997), ele apresenta o modo como concebe o conhecimento e nesse contexto discute a noção de significado. O fato de Lins considerar que o conhecimento pertence ao domínio da enunciação e não ao do enunciado levou-me a refletir a respeito das idéias que eu tinha sobre a importância do papel ativo do aluno na aula. Mediante essa reflexão compreendi que o papel ativo do aluno não reside apenas em participar da aula (reproduzindo, redescobrindo ou reconstruindo o que já está definido), ele é, antes, o sujeito que põe o processo de produção de significados em andamento e assim constitui seus próprios conhecimentos.

Em 2004 entrei para o programa de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática com o objetivo de ampliar conhecimentos sobre os processos de ensino e aprendizagem.

A minha constante preocupação com a aprendizagem e com a organização do ensino contribuiu para delimitar o problema desta investigação. A princípio, o objetivo era olhar para o modo como duas professoras de Matemática compreendem a produção de significados de seus alunos, com base nas construções teóricas de Lins.

O interesse em desenvolver uma investigação sobre o modo como professores compreendem a produção de significados deve-se ao fato de acreditar que, assim como existe uma relação entre a aprendizagem e o modo como os alunos produzem significados, há também uma relação entre o modo como os professores concebem produção de significados e o modo como compreendem o processo de aprendizagem.

Durante o processo de investigação observei que as professoras não falavam de produção de significados (na perspectiva de Lins) e sim de aprendizagem. Então para que pudesse analisar as informações obtidas tive que mudar a pergunta de investigação. Foi assim que o objetivo deste trabalho passou a ser investigar a compreensão de duas professoras de Matemática sobre o modo como seus alunos aprendem.

O discurso e a prática dessas professoras revelaram que a sua compreensão do significado aproximava-se do conceito presente na teoria da Aprendizagem Significativa elaborada por David Ausubel (1980). Por isso, utilizei essa teoria para fundamentar esta investigação e paralelamente apresentei o conceito de produção de significados presente na Teoria dos Campos Semânticos de Rômulo Campos Lins.

O objetivo de apresentar a Teoria dos Campos Semânticos é esclarecer o motivo da mudança de referencial teórico, pois há aspectos divergentes nos modos como os autores (Ausubel e Lins) concebem o significado e o conhecimento. Decidi explicitar esses aspectos porque trazem algumas conseqüências para a sala de aula.

Esta investigação deu-se no contexto de uma escola pública do Ensino Fundamental localizada em um município da região norte do Paraná no ano de 2005. As informações foram obtidas durante as reuniões de um grupo de estudos, mediante entrevistas semi-estruturadas e observação de algumas aulas. Durante aproximadamente oito meses o grupo planejou, discutiu e refletiu sobre as suas práticas pedagógicas.

Na busca para atingir o objetivo desta pesquisa durante as atividades do grupo de estudos, busquei responder a algumas questões norteadoras:

- Como as professoras organizam o ensino do conteúdo "equações do 1º e do 2º grau?"
- Quais são as suas escolhas em relação à natureza e a seqüência das atividades?
- Que estratégias utilizam para saber se houve **produção de significados**[1] por parte dos seus alunos?

A dissertação, em sua versão final, foi estruturada do seguinte modo: no segundo capítulo apresentei o conceito de significado na perspectiva teórica dos Campos Semânticos de Lins e no da Aprendizagem Significativa de Ausubel. O objetivo deste capítulo é subsidiar a análise das informações obtidas.

No terceiro capítulo apresentei os aspectos metodológicos dessa pesquisa. Nesse momento, caracterizei o trabalho como uma pesquisa qualitativa, descrevi o grupo estudado, os procedimentos utilizados para obtenção das informações e o enfoque de análise.

A descrição e análise das informações obtidas constituem o quarto capítulo. Nele, analisei o discurso e a prática das professoras buscando identificar o modo como elas compreendem a aprendizagem de seus alunos sob a ótica de David Ausubel.

Nas considerações finais, quinto capítulo, encaminhei uma resposta para a nossa pergunta inicial, apresentei as contribuições do grupo de estudos para o desenvolvimento profissional das professoras envolvidas e apresentei as contribuições da pesquisa para a comunidade científica.

[1]As professoras entenderam "produção de significados" como "aprendizagem". Logo, ao longo do texto substituí, no diálogo com as professoras, "produção de significados" por "aprendizagem".

2 O CONCEITO DE SIGNIFICADO

Inicialmente apresentaremos como o conceito de significado é concebido na Teoria dos Campos Semânticos de Rômulo Campos Lins e na Teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel e a relevância dessas concepções na constituição do conhecimento na escola.

2.1 A TEORIA DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E O CONCEITO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO NA PERSPECTIVA DE LINS.

Apresentaremos a seguir o modo como Lins, no modelo teórico dos Campos Semânticos, concebe o significado e seu processo de produção.

O Modelo dos Campos Semânticos é uma teoria do conhecimento. O objetivo dessa teoria é explicar o que é conhecimento, como é produzido e como é que chegamos a conhecer o que conhecemos.

Lins (1999) define um Campo Semântico como “[...] algo que se constitui na própria atividade de produção de significados, não tendo, portanto, intenção de dizer o que deve ser, sendo ao invés, o que está sendo” (p.85).

Aquilo que o aluno diz, numa aula, não pode ser categorizado como apenas certo ou errado, pois essas categorias “deixam de fora” a compreensão, pelo professor, dos modos de pensar de seus alunos. Se adotarmos apenas o “certo e o errado” como categorias teremos algo como conseqüência: se o aluno acertou, não interessa como ele pensou, o importante é que ele chegou à resposta correta. Se o aluno errou é porque falta compreensão de conteúdo ou falta de desenvolvimento cognitivo. Essa perspectiva, segundo Lins (1999), caracteriza o aluno pela falta. Pois, se o aluno não diz aquilo que eu sei que é correto é porque ainda não é capaz de entender. Portanto, de acordo com Lins (1999), não se pode admitir o não dizer como opção para avaliar o aluno.

Como alternativa à caracterização do aluno pela falta, Lins propõe uma outra perspectiva. Ao invés de pensar que os alunos têm um desenvolvimento cognitivo semelhante por conta de estágios de desenvolvimento ele propõe assumir que não sabemos como é o aluno, mas que precisamos saber para que possamos intervir.

> Não sei como você é; preciso saber.Não sei também *onde você está*[1] (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar como você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p.85).

Essa perspectiva sugere que precisamos saber o modo como o aluno está pensando, entender por que ele diz o que diz para poder intervir. A intervenção é importante porque é por meio dela que o professor poderá negociar com o aluno a possibilidade de produzir novos significados. A noção de Campo Semântico constitui-se nesta perspectiva.

A noção central da teoria dos Campos Semânticos é a de significado. "O significado de um objeto[2] é aquilo que se **pode** e **efetivamente se diz** de uma coisa (assim, um objeto) no interior de uma **atividade**[3]" (LINS, 2004, p.114, grifo nosso). O significado de um objeto, para o aluno, é aquilo que ele efetivamente diz e não o que deveria ou poderia ter dito.

"Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto" (LINS, 1997, p. 145 e 146). Corroborando o que diz Lins, Silva (2003) afirma que produzir significado é produzir **ações enunciativas**[4]. Nessa perspectiva, quando fala sobre um problema proposto pelo professor ou pelos outros alunos, o aluno está produzindo uma **enunciação.** É por meio dessa enunciação que os significados vão sendo produzidos e que os objetos vão sendo constituídos pelo sujeito. De acordo com Lins (1994), os objetos, assim como o próprio mundo são constituído na linguagem.

Lins afirma que (2004) "[...] é apenas *na enunciação* que o 'algo' existe, *através dela e com ela.* Nada fosse dito, não haveria 'algo sobre o que nada

---

1 O fato de não saber onde o aluno está não se refere a estágios de desenvolvimento, mas à legitimidade de significados para a pessoa (LINS, 1999).
2 "Um objeto é algo a respeito de que se pode dizer algo" (LINS, 2004, p.114).
3 Lins assume "atividade" na perspectiva de Leontiev. Ver em VIGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 3ª edição. São Paulo; ínone, 1988.
4 A expressão "ações enunciativas" refere-se à ação de falar sobre "algo".

se disse'" (p.115). O "algo" é constituído apenas à medida que são produzidos significados para ele, à medida que se fala dele.

> Os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles. Não se trata de *ali estão os objetos* e *aqui estou eu*, para a partir daí eu descobrir seus significados; ao contrário, eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações (LINS, 1999, p.86).

Em conseqüência da afirmativa feita anteriormente ocorre que significados pertencem ao domínio da enunciação e não ao do enunciado. A esse respeito Lins (1997) apresenta um exemplo e explica: quando o sujeito se depara com o enunciado $3x+10=100$, ele não encontra um conhecimento a ser descoberto, os significados não estão ali. Mas, é apenas quando alguém produz significado para esse texto mediante a enunciação que ele se constitui enquanto conhecimento.

Na perspectiva Teórica de Lins (1999), toda produção de significado implica em produção de conhecimento. O conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que autoriza o sujeito a produzir uma enunciação. Lins (1999) utiliza o seguinte exemplo: Se um aluno diz que "2+3=5 porque juntando dois dedos com três dedos têm cinco dedos" então ele enunciou um conhecimento. "2+3=5" constitui a crença-afirmação do aluno enquanto que "juntando dois dedos com três dedos têm cinco dedos" constitui a justificação. A justificação não pode ser entendida apenas como uma explicação para a crença-afirmação, pois ela é parte integrante do conhecimento que é enunciado, como aconteceu no exemplo citado anteriormente.

Considerando a noção de conhecimento apresentada por Lins (1999) é nos facultado pensar que podem existir várias justificações para uma mesma crença-afirmação. Várias enunciações para um mesmo enunciado.

Tomando o exemplo citado por Lins (1997), um aluno pode dizer que $3x+10=100 \Rightarrow 3x=90$ porque funciona como uma balança de dois pratos equilibrada: tiram-se 10 quilos de cada lado e os pratos da balança continuam equilibrados. Um professor pode dizer que $3x+10=100 \Rightarrow 3x=90$ porque pode-se subtrair o mesmo número dos dois lados de uma equação e a igualdade não se altera. Nesse caso, o aluno e o professor produziram conhecimentos distintos a partir de um mesmo texto[1].

> A partir de um mesmo texto é possível enunciar conhecimentos que são diferentes; a enunciação de um texto é feita na medida em que se acredita nele e se tem uma justificação para esta crença. É nas justificações que a diferença ocorre quando examinamos conhecimentos enunciados a partir do mesmo texto (LINS, 1994, p.42).

Toda enunciação é produzida em uma direção. Essa direção indica um modo de produzir significado. No exemplo citado, o "algo" em comum é a equação $3x+10=100$, o modo como se produziu significados para a equação, caracteriza campos semânticos diferentes. O aluno está **operando**[2] no campo semântico da balança de dois pratos e o professor está operando segundo o princípio aditivo e multiplicativo da igualdade, outro campo semântico. O modo de operar em cada campo semântico constitui **lógicas**[3] diferentes.

> Falamos sempre dentro de e para Campos Semânticos. E o que é distinto entre o conhecimento matemático do pedreiro e o conhecimento matemático dos matemáticos é que eles são produzidos dentro de Campos Semânticos distintos, isto é, a enunciação daqueles conhecimentos produz objetos diferentes, ainda que se esteja falando a partir de um mesmo texto (LINS, 1994, p.43).

A justificação produzida pelo sujeito, na direção de um campo semântico, é o que garante a sua legitimidade. Localmente, ou seja, no interior da atividade de produção de significados para $3x+10=100$, a justificação do aluno, em relação à balança de dois pratos, funciona como verdade absoluta. Entretanto, se houver mudança de atividade (propor que fale sobre ou resolva a equação: ($3x+100=10$) não será possível produzir significado utilizando, como modelo, uma

---

[1] Segundo Lins (1999), um texto é concebido como o resíduo de uma enunciação. Desse modo, o conhecimento não está no texto, mas no sujeito que o enuncia mediante a produção de significados que realiza.
[2] Silva (2003, p. 67) esclarece que "As operações são o que o sujeito faz com os objetos e a lógica é o que garante que ele pode fazer". Lins (1997) diz que "[...] toda operação é realizada segundo uma lógica" (p.144). Observa ainda a importância de o professor entender qual é a "lógica" que está sendo utilizada pelo aluno para que possa entender seu modo de pensar.
[3] Conforme referência anterior, nota 8.

balança de dois pratos porque não faz sentido "[...] ter 100 mais alguma coisa de um lado, e apenas 10 do outro, e haver equilíbrio [...]" (LINS, 1997, p.134).

Segundo Lins (1999), o papel da justificação consiste em produzir legitimidade para a enunciação. "A justificação é o que garante – para o sujeito do conhecimento – que ele pode enunciar aquela crença-afirmação" (LINS, 1997, p.142).

Quando um sujeito diz "algo" é porque acredita que mais alguém compartilha com ele a mesma "idéia". Lins (1997) explica que a produção do conhecimento se dá na direção do "outro"; se eu digo o que digo é porque pertenço a um grupo (de crianças, de comerciantes, de matemáticos...) que me autoriza a dizer tais coisas. Desse modo, o indivíduo nunca está cognitivamente isolado.

Esse alguém, a quem Lins chama de interlocutor[1] é o que garante a legitimidade daquilo que dizemos, ou seja, da enunciação. A produção de significados se dá num espaço comunicativo que se constitui quando os sujeitos compartilham interlocutores. A comunicação se estabelece quando os sujeitos compartilham interlocutores, isto é, quando "[...] dizem coisas que o outro diria com a autoridade que o outro aceita" (LINS, 1999, p.82). Se um matemático deseja compartilhar o mesmo espaço comunicativo com uma criança que diz que "2+3=5 porque juntando dois dedos com três dedos têm cinco dedos" ele tem que compartilhar o "juntar dedos" como forma legítima de produzir significado para a adição. O "juntar dedos" é uma justificação que funciona como verdade absoluta nesse espaço comunicativo.

Num espaço comunicativo existem um autor, um texto e um leitor. O autor produz uma enunciação na direção de "um leitor". O "um leitor" é entendido como um ser cognitivo (o interlocutor a quem o autor se dirige).

De acordo com Lins (1999), um texto é o resíduo de uma enunciação produzida pelo um autor. Pois, "[...] é apenas à medida que o leitor fala, isto é, produz significado para o texto, colocando-se na posição de autor, que ele se constitui como leitor" (1999, p. 82). O texto apenas se transforma em texto efetivamente quando o leitor produzir significados para ele colocando-se na posição de autor constituindo-se assim como leitor.

---

[1] O interlocutor não se refere a indivíduos numa platéia, por exemplo. "O interlocutor deve ser identificado como sendo uma direção na qual o autor fala e não com pessoas, com 'rostos' com quem falamos; mas com modos de produzir significado" (SILVA, 2003, p.54).

Em outras palavras, Silva (2003) explica

> [...] o autor é aquele que, no processo, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa, um artista plástico expondo seus trabalhos ou um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações como, por exemplo, o aluno que, assistindo à aula, busca entender o que o professor diz, o crítico de arte, ou o leitor do livro. Já o texto, é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado (p.52).

O fato de não ser necessário justificar as próprias justificações, porque localmente[1] elas são consideradas como legítimas, levou Lins (1999) a elaborar a noção de estipulações locais. As estipulações locais constituem as crenças-afirmações, que no interior de uma atividade não precisam ser justificadas.

"A um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo, denomina-se núcleo" (LINS, 1999, p. 87). Um núcleo carrega sempre aquilo que é dado, ou seja, as afirmações que não precisam ser justificadas.

> Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação realista ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a "conteúdos" ou "áreas de conhecimento": em relação a um mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos (LINS,1997, p.144).

Um núcleo não é algo que fica guardado em algum canto da cabeça, um pacote que se utiliza quando se precisa, mas se constitui no interior de uma atividade (LINS, 1999). "Dentro de uma atividade, núcleos podem ser mais ou menos estáveis (permanentes/mutáveis), e mais, ou menos, consistentes. O que certamente eles não são: dados a priori" (LINS, 1999, p. 87).

[1] "Localmente" se refere ao interior de uma atividade.

Toda a dinâmica do processo de produção de significados acontece no interior de uma atividade. É no interior de atividades que os sujeitos constituem os objetos. É em relação aos objetos constituídos que o sujeito produz afirmações que, no interior da atividade, são consideradas legítimas. O conjunto dessas afirmações constitui o núcleo. A atividade de produzir significado em relação a um núcleo constitui um campo semântico (LINS e SILVA, 2003).

Até aqui apresentamos o Modelo Teórico dos Campos Semânticos. Agora apresentaremos as conseqüências desse modelo para a educação matemática.

2.2 O Modelo Teórico dos Campos Semânticos e Constituição do Conhecimento na Escola.

A primeira conseqüência desse modelo para a sala de aula refere-se à possibilidade de **ler positivamente**[1] o que um aluno está fazendo quando se propõe a produzir significados em Matemática. Essa alternativa afasta-nos da perspectiva de somente olhar o aluno "pela falta" e nos aproxima de uma outra que nos permite buscar entender os modos de pensar de nossos alunos para poder intervir e negociar a possibilidade de que ele produza novos significados.

Uma segunda conseqüência decorre da concepção de que, se o conhecimento pertence ao domínio da enunciação e não ao do enunciado, então, não está nos livros, mas na enunciação do sujeito. Essa concepção leva-nos a considerar a Matemática como um texto, e não como um conhecimento. "É apenas quando este texto, a Matemática, é enunciado, que há produção de conhecimento" (LINS, 1994, p. 42).

A terceira conseqüência é assumir que a Matemática do matemático é apenas um modo de produzir significado e não o único e o correto. Lins afirma que "[...] o que define a Matemática do matemático são certos modos – tomados então

[1] A expressão "ler positivamente" é citada por Lins (1997, p.105) para explicar que é necessário entender o que um sujeito diz quando se engaja em uma determinada atividade de forma "não-ideal". Silva (2003) corrobora os enunciados de Lins, ao dizer que a leitura positiva é uma oposição à leitura do outro pela falta. O objetivo da leitura positiva, segundo ele, não é olhar para o erro ou para o que falta ao aluno para resolver uma tarefa corretamente. Mas, é uma tentativa de entender por que o sujeito fez o que fez. Silva (2003) esclarece ainda que "leitura positiva" não é um juízo de valor.

como legítimos - de produção de significados para Matemática, um conjunto de enunciados” (2004, p.99).

Essa concepção de Matemática considera que a Matemática que temos na rua (Matemática do feirante, do pedreiro, da criança) e a Matemática que temos na escola constituem legitimidades e modos diferentes de produção de significados (LINS, 1999). Essa diferença tem que ser percebida, ou seja, identificada e aceita para tornar legítimos na escola os modos de produção de significados da rua, não para substituí-los, mas para levar o aluno a conhecer novos modos de produção de significados que se juntem aos da rua (Lins, 1999).

A esse respeito, Lins (2004) observa

> [...] eu aprendi que a diferença não deve ser eliminada, e sim *percebida e aceita*, para que possa estar presente a proposta de que você, eventualmente, seja capaz de pensar como eu *quando quiser*, assim como eu, enquanto professor, vou tentar o melhor que posso para entender como você pensa. Não quero *corrigir* você, e sim lhe ajudar a crescer, sem que você tenha que abandonar outras maneiras de produzir significado para o que lhe aparece (p.6).

Para que o professor possa entender o aluno é preciso ouvi-lo, daí a importância de constituir um espaço comunicativo na sala de aula, pois ele permitirá, ao professor, ler positivamente a diferença para ajudar os alunos a produzirem novos significados. Esse tipo de leitura opõe-se àquela em que se procura categorizar o que o sujeito diz apenas como certo ou errado ou para tentar identificar o que lhe falta (ao final do processo) para alcançar o que se acredita ser o correto.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos elaborado por Romulo Campos Lins e a pesquisa intitulada “Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para Matemática” realizada por Amarildo Melchiades Silva (2003) sugerem a importância de os professores compreenderem o processo de produção de significados para que possam interagir e intervir de modo mais efetivo na produção de significados de seus alunos, pois “o aspecto central de toda aprendizagem – em geral o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados” (Lins,1999, p. 86).

2.3 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O CONCEITO DE SIGNIFICADO NA PERSPECTIVA DE DAVID AUSUBEL.

A teoria da Aprendizagem Significativa elaborada por Ausubel (1980) é uma teoria cognitiva da aprendizagem humana e caracteriza-se por ressaltar "[...] a aprendizagem de conteúdos conceituais e o papel da linguagem verbal como um sistema básico para transmitir conhecimentos" (COLL et al. 2000, p.295).

Para Ausubel et al. (1980), a aprendizagem é um processo de modificação do conhecimento; por isso ele considera a importância da interação entre os conhecimentos prévios (conceitos subsunçores) existentes na **estrutura cognitiva**[1] dos alunos e os novos conhecimentos a serem aprendidos.

O pensamento é estruturado por conceitos[2] e representa um dos principais fatores que influenciam a aprendizagem (dependendo do modo como a estrutura cognitiva está organizada, a aprendizagem pode ser mais ou menos significativa). A organização desses conceitos segue uma ordem hierárquica, na qual

> [...] os conceitos e proposições mais inclusivos, com maior poder de generalização, estão no topo da hierarquia e abrangem conceitos e proposições menos inclusivos, com menor poder de generalização (RONCA,1980, p. 59).

Podemos entender a noção de estrutura cognitiva usando a metáfora de uma pirâmide ao contrário, com a base para cima. Na base da pirâmide estão os conceitos mais gerais (inclusivos) que vão abrangendo os mais específicos (menos inclusivos) (RONCA, 1980). Em Matemática, por exemplo, quando o conceito de triângulo já é existente na estrutura cognitiva de quem aprende ele é considerado como um conceito mais inclusivo (ficará na base da pirâmide) e o conceito de triângulo retângulo, o menos inclusivo (ficará no topo da pirâmide).

---

[1] Estrutura cognitiva refere-se ao "Conteúdo total e organização das idéias de um dado indivíduo; ou, no contexto da aprendizagem de uma matéria de ensino, o conteúdo e organização de suas idéias numa área particular de conhecimento" (MOREIRA & MASINI, 1982, p.103).

[2] "Um conceito é definido como objetos, eventos, situações ou propriedades que *possuem atributos essenciais* e são designados numa determinada cultura por algum signo ou símbolo aceito. *Casa, triângulo, guerra* e *verdade* são alguns conceitos culturalmente aceitos que usamos" (Ausubel et al., 1980, p.74).

A **Aprendizagem Significativa** pode ser definida como um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de forma **não-arbitrária e substantiva**, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do sujeito que aprende (MOREIRA & MASINI, 1982). Os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do sujeito constituem os **"conceitos subsunçores**" (AUSUBEL et al., 1980). Na literatura, encontramos também outras denominações equivalentes para **"conceitos subsunçores**", como, por exemplo, pontos de ancoragem (MOREIRA & MASINI, 1982), conhecimentos prévios (BUCHWEITZ, 2000) e conceito inclusor (COLL et al. 2000). O conceito de triângulo, já citado, seria o ponto de ancoragem que, por ser mais inclusivo, desempenharia a função de uma âncora permitindo-se relacionar com o conceito de triângulo retângulo (que é menos inclusivo).

A não-arbitrariedade e a substantividade são as características básicas da Aprendizagem Significativa. Uma relação entre conceitos é considerada não-arbitrária quando há um conceito subsunçor na estrutura cognitiva do aluno que possa servir de ponto de ancoragem para o novo conhecimento a ser aprendido.

Para ilustrar essa característica, retomemos o exemplo dos triângulos. A relação entre o conceito de "triângulo retângulo" e "triângulo" é uma relação entre um conceito menos inclusivo e um conceito mais inclusivo, pois triângulo retângulo é um exemplo de triângulo. Neste caso, a relação não é arbitrária, já que existe um conceito mais geral ao qual o conceito de triângulo retângulo deve ser relacionado de modo intencional.

Por outro lado, quando não há uma explicação para a relação entre um conceito mais inclusivo e um menos inclusivo, dizemos que a relação entre esses conceitos é arbitrária; não há intencionalidade na relação. Por exemplo, a relação entre som e letra é arbitrária, assim como a relação entre quantidade e algarismo.

Uma relação entre conceitos é considerada substantiva quando o sujeito consegue apreender a essência da idéia representada no material de aprendizagem, ou seja, quando consegue falar ou escrever sobre o que leu usando suas próprias palavras. Ronca (1980) esclarece: "Substantividade significa que a relação entre o material a ser aprendido e a estrutura cognitiva não deve se dar ao pé da letra, isto é, a relação não é alterada se outros símbolos, diferentes, mas equivalentes, forem usados" (p.61).

Quando um aluno aprende de forma significativa que os novos conhecimentos interagem com os antigos, ambos se modificam e promovem alterações em sua estrutura cognitiva. Em outras palavras, de acordo com Coll et al. (2000), no processo de aprendizagem significativa há uma interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o material ou conteúdo de aprendizagem. Essa interação transforma-se em um processo de modificação mútua, tanto da estrutura cognitiva inicial como do material que é preciso aprender.

Quando um aluno lê um texto para preparar um seminário, suas anotações refletem o que, a partir do que ele sabe, é mais relevante do texto que leu. Portanto, as suas anotações não são idênticas às do texto original, mas constitui uma versão modificada como resultado de um processo de interação entre o que o aluno já sabia e o que veio a aprender mediante a leitura. Desse modo, durante a apresentação do seminário, a exposição do aluno não será idêntica à que faria antes da leitura do texto e também não será igual às idéias do texto original.

A essência da aprendizagem significativa está na relação não-arbitrária e substantiva que se estabelece entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva de quem aprende. É por meio dessa relação que ocorrem as interações entre os novos conceitos e os já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Nessas relações e interações o conhecimento se modifica a partir da aquisição de novos significados.

Para tornar mais claro o processo de aquisição e organização dos significados na estrutura cognitiva, Ausubel et al. (1980) introduz o princípio da **assimilação.**

A assimilação é um processo que ocorre quando um conceito menos inclusivo, potencialmente significativo, é assimilado sob uma idéia ou conceito mais inclusivo já existente na estrutura cognitiva, tal como um exemplo, uma extensão, uma elaboração ou qualificação do mesmo (MOREIRA & MASINI, 1980). O conceito de triângulo retângulo é menos inclusivo, é uma extensão do conceito de triângulo e por isso pode ser assimilado sobre ele, ou seja, relacionado a ele causando-lhe uma modificação substantiva.

“O resultado da interação, que ocorre entre o novo material e a estrutura cognitiva existente, é a assimilação dos significados velhos e novos, dando origem a uma estrutura cognitiva mais altamente diferenciada” (AUSUBEL et al., 1980, p.57).

Na teoria da Aprendizagem Significativa, “os novos significados” são definidos como “produtos do processo de aprendizagem significativa” (AUSUBEL, 1980, p. 34). A emergência de novos significados no aluno revela que ele ainda não havia compreendido um determinado conceito completamente.

Para explicar como ocorre o processo de assimilação de novos significados, Ausubel (1980) explica o conceito de significado potencial, significado lógico, significado psicológico, significado denotativo e conotativo. Ele considera que o sujeito somente assimila um novo significado quando consegue transformar o significado potencial em significado psicológico.

O significado potencial depende de dois fatores: da natureza do material de aprendizagem e da natureza da estrutura cognitiva do aluno. Um determinado material de aprendizagem tem significado potencial quando é logicamente significativo.

O significado lógico refere-se ao significado daquilo que é inerente a certos tipos de material simbólico, ou seja, há um significado que pertence ao domínio simbólico, ao material de aprendizagem que é apresentado ao aluno. O símbolo tem um significado porque é produto da cultura na qual o sujeito está inserido. O conhecimento produzido numa determinada cultura constitui a interpretação do mundo real e isso garante a possibilidade de ser incorporada à estrutura cognitiva de algumas pessoas que fazem parte dessa cultura, mediante relações não-arbitrárias e substantivas entre seus conhecimentos prévios e as novas informações.

Pressupõe-se, portanto, que o fato de algumas pessoas serem capazes de compreender um determinado conceito torna possível que outras pessoas também o compreendam.

O fato do material de aprendizagem ter um significado lógico não garante que ele será aprendido de forma significativa. É preciso também que o aluno tenha, em sua estrutura cognitiva, conhecimentos prévios para que o material de aprendizagem se torne potencialmente significativo.

> O conteúdo curricular, na melhor das hipóteses, pode ter significado lógico. É a possibilidade de um individuo *particular* incorporar a sua estrutura cognitiva proposições logicamente significativas através de relações não-arbitrárias e substantivas, tornando-as potencialmente significativas para ele e, portanto, criando possibilidade de transformar o significado lógico em psicológico no curso da aprendizagem significativa (AUSUBEL et al., 1980, p.41).

O significado psicológico “[...] emerge quando o significado potencial transforma-se num novo conteúdo cognitivo, diferenciado e idiossincrático para um indivíduo particular, como produto de uma relação não-arbitrária e substantiva, e a interação com idéias significativas em sua estrutura cognitiva” (AUSUBEL et al., 1980, p.41).

A transformação do significado lógico em psicológico pressupõe a translação do significado potencial para um contexto de referência pessoal, de modo que o sujeito integre e reconcilie os novos significados com os conceitos já estabelecidos em sua estrutura cognitiva. Quando o professor apresenta para o aluno um material de aprendizagem, como, por exemplo, um texto, ele se depara com algo que tem um significado lógico (já que é produto da cultura na qual está inserido). O significado lógico pertence ao domínio simbólico. À medida que o aluno lê o texto e consegue relacionar (de forma não-arbitrária e substantiva) as novas informações aos seus conhecimentos prévios e depois consegue falar ou escrever sobre o que compreendeu, terá assimilado novos conceitos e adquirido um novo conhecimento. Porém, esses conceitos não são idênticos aos do texto; o novo conteúdo cognitivo assimilado carrega experiências que são pessoais.

Os novos conceitos adquiridos estão impregnados de significados conotativos e denotativos. O significado conotativo corresponde às “[...] reações atitudinais ou afetivas idiossincráticas eliciadas pelo nome do conceito (MOREIRA & MASINI, 1982, p.104)”. Por exemplo, a palavra “cachoeira” pode despertar, em cada pessoa, reações afetivas diferentes de acordo com suas experiências pessoais. Algumas pessoas podem sentir medo por terem sofrido algum acidente, outras podem sentir-se felizes pelas boas lembranças que a cachoeira pode despertar. O significado denotativo “[...] refere-se aos **atributos criteriais** distintivos evocados pelo nome de um conceito em contraposição às atitudes ou emoções que ele possa eliciar (significado conotativo) (MOREIRA & MASINI, 1982, p.104)”. Neste caso, o significado da palavra “cachoeira” refere-se somente aos critérios, ou seja, às características que a distingue da palavra “rio”, por exemplo.

A assimilação de novos significados modifica substantivamente a estrutura cognitiva de quem aprende. Entretanto, a aquisição e a retenção de novos significados na estrutura cognitiva não é o único fator importante do processo de assimilação. O processo de assimilação de novos significados implica também em um mecanismo de esquecimento subjacente desses conceitos porque com o tempo os novos conceitos tendem a ser obliterados (assimilados ou reduzidos) pelos conceitos-âncora por serem mais amplos e estáveis.

Esse processo de esquecimento subjacente dos novos significados aprendidos é denominado por Ausubel et al. (1980) como **“assimilação obliteradora”.**

> As novas informações tornam-se, espontânea e progressivamente, menos dissociáveis de suas idéias-âncora (subsunçores) até que não estejam disponíveis e não mais reproduzíveis como entidades individuais. [...] O esquecimento é, portanto, uma continuação temporal do mesmo processo de assimilação que facilita a aprendizagem e a retenção de novas informações (MOREIRA & MASINI, 1982, p.18).

O processo de assimilação obliteradora é tão importante quanto o de assimilação porque, apesar da nova idéia ser esquecida com o tempo, ela já causou uma modificação nos conceitos inclusores, aumentando a capacidade da estrutura cognitiva de receber novas informações relevantes para os **inclusores modificados** (conceitos mais inclusivos que se modificam ao assimilar um novo conceito).

Até aqui apresentamos o conceito de aprendizagem significativa e explicamos como os significados são assimilados pela estrutura cognitiva de quem aprende. A seguir descreveremos em que condições a aprendizagem significativa pode ocorrer e quais os aspectos que diferenciam a aprendizagem significativa da aprendizagem automática. Para diferenciar a aprendizagem significativa da automática é necessário distinguir dois processos: o de aprendizagem receptiva e o de aprendizagem por descoberta.

2.3.1 Condições para uma aprendizagem significativa e alguns tipos de aprendizagem.

A possibilidade de o sujeito desencadear o processo de aprendizagem significativa para assimilar novos significados pressupõe que:

- O aluno manifeste uma predisposição positiva para relacionar de forma não-arbitrária e substantiva o novo material a sua estrutura cognitiva;
- O material de aprendizagem seja potencialmente significativo para aquele aluno em particular (AUSUBEL et al.1980).

O aluno tem que estar disponível para aprender significativamente, ou seja, para relacionar o conhecimento que já tem com o que deve aprender. Caso contrário poderá aprender de modo automático, apenas memorizando conceitos de forma arbitrária e literal.

Quando a relação entre conceitos se dá de forma arbitrária e literal, a aprendizagem é do tipo automática, ou seja, mecânica. Segundo Moreira & Masini (1982), o conhecimento adquirido de forma automática fica "[...] arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem ligar-se a conceitos subsunçores específicos" (p.9). A aprendizagem é considerada automática quando o aluno apenas memoriza e repete uma seqüência de palavras que expressam um conceito sem tê-lo compreendido. Desse modo, ele fica incapacitado de explicar o conceito usando suas próprias palavras.

> Independentemente do quanto de uma determinada proposição é potencialmente significativa: se a intenção do aluno é memorizá-la arbitrária e literalmente (como uma série de palavras arbitrariamente relacionadas), tanto o processo de aprendizagem como o produto da aprendizagem serão automáticos. E inversamente, não importa se a disposição do aluno está dirigida para a aprendizagem significativa, pois nem o processo nem o produto da aprendizagem serão significativos se a tarefa da aprendizagem não for potencialmente significativa – ou seja, se não puder ser incorporada à estrutura cognitiva através de uma relação não–arbitrária e substantiva (AUSUBEL et al.,1980, p.34).

Deste modo, as duas condições citadas anteriormente têm que ser satisfeitas para que ocorra a aprendizagem significativa. Quando o material de aprendizagem não é potencialmente significativo ou o aluno não está disponível para aprender significativamente, a aprendizagem se dá de forma automática.

Explicam Ausubel et al. (1980) "[...] as tarefas de aprendizagem automática, naturalmente, não são aprendidas num vácuo cognitivo. São relacionáveis à estrutura cognitiva, mas *somente* através de uma relação arbitrária, literal, que não resulta da aquisição de novos significados" (p.38). Quando o material de aprendizagem não é potencialmente significativo para o aluno resta a ele memorizá-lo literalmente**.** A memorização literal não produz nenhuma modificação substantiva em sua estrutura cognitiva e, portanto, não faz emergir novos significados. O produto da aprendizagem automática é mecânico. Ele não tem significado.

De acordo com Ausubel, o aluno desenvolve uma disposição para aprender automaticamente quando: elabora respostas substantivamente corretas e o professor não as aceita por não ter uma correspondência literal com o que foi ensinado; não confia em si próprio devido a sucessivos fracassos na disciplina; sente-se excessivamente pressionado para demonstrar desembaraço ou para expor suas dificuldades em compreender o assunto em lugar de admiti-las e vencê-las. Nessas circunstâncias o aluno passa a acreditar que memorizar automaticamente é mais fácil do que tentar compreender.

Mesmo que a aprendizagem mecânica não gere novos significados na estrutura cognitiva do aluno, Ausubel et al. (1980) afirma que ela se torna importante no momento em que o aluno tem os primeiros contatos com uma nova informação.

> A aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informação numa área de conhecimento completamente nova para ele. Isto é, a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. À medida que a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações (MOREIRA & MASINI, 1982, p.10).

Ausubel et al. (1980) e Coll et al. (2000) explicam que a diferença entre a aprendizagem significativa e mecânica não deve ser entendida como uma dicotomia, mas como um *continuum*, pois a aprendizagem mecânica pode constituir uma fase inicial da aprendizagem significativa.

> A aprendizagem será muito mais significativa na medida em que o novo material for incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquirir significado para ele a partir da relação com o seu conhecimento prévio. Ao contrário, será mais mecânica ou repetitiva na medida em que se produzir menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo material será armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva (COLL et al.,2000, p.232).

Para apresentar a diferença entre a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica, Ausubel et Al. (1980) propõe uma distinção entre dois processos: a aprendizagem receptiva e a aprendizagem por descoberta. Na **aprendizagem receptiva**, todo o conteúdo a ser aprendido pelo aluno é apresentado na sua forma final (acabada). O aluno deve internalizar ou incorporar o material para lembrar-se dele ou reproduzi-lo em alguma ocasião futura.

No processo de **aprendizagem por descoberta,** o conteúdo principal daquilo que vai ser aprendido não é dado ao aluno; cabe a ele descobri-lo antes que possa ser significativamente incorporado a sua estrutura cognitiva. Na aprendizagem por descoberta "[...] o aluno deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente e reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins" (AUSUBEL et al.,1980, p.21).

Tanto a aprendizagem receptiva quanto a aprendizagem por descoberta, para Ausubel et al. (1980), podem ser significativas ou automáticas dependendo das condições sob as quais a aprendizagem ocorre. A aprendizagem receptiva será automática quando a tarefa de aprendizagem não for potencialmente significativa nem se tornar significativa durante o processo de internalização. A aprendizagem por descoberta somente será significativa se o conteúdo descoberto ligar-se a conceitos subsunçores relevantes já existentes na estrutura cognitiva (MOREIRA & MASINI, 1982).

A aprendizagem verbal significativa (aprendizagem por recepção) é considerada por Ausubel et al. (1980) como o processo mais importante para adquirir os conhecimentos na escola. Segundo ele, a aprendizagem por descoberta é ineficiente, pois é necessário que o aluno (re) descubra os conteúdos para chegar à aprendizagem significativa. A (re) descoberta dos conteúdos é inadequada porque requer muito tempo.

Para Ausubel et al. (1980), os conteúdos podem ser transmitidos durante o período de infância e de adolescência, por meio do ensino expositivo e da aprendizagem por recepção significativa, não sendo necessária a (re) descoberta de conhecimentos a cada nova geração. Naquela se consome muito menos tempo comunicando-se e explicando-se significativamente uma idéia aos outros do que obrigando-os a (re) descobri-las por si mesmos.

2.3.2 Facilitação da Aprendizagem Significativa

Para facilitar a aprendizagem significativa é necessário organizar o ensino pensando em estratégias que colaborem para que os alunos possam adquirir uma estrutura cognitiva adequada, pois esta é a variável mais importante no processo de aprendizagem. Nesse sentido, é essencial identificar os conhecimentos prévios dos alunos quando se vai programar um determinado conteúdo para ser apresentado, já que se o aluno não tem, em sua estrutura cognitiva, conceitos subsunçores relevantes, o conteúdo de ensino não se caracteriza como potencialmente significativo.

Quando o aluno não tem os conceitos disponíveis em sua estrutura cognitiva ou quando eles estão esquecidos (obliterados), o professor poderá favorecer o seu aparecimento recorrendo às estratégias dos **organizadores prévios**.

> "O organizador é um material introdutório que é apresentado ao estudante antes do conteúdo que vai ser aprendido. É formulado em termos que já são familiares ao aluno e apresentados num nível mais alto de abstração e generalidade. Consiste em informações amplas e genéricas, que servirão como pontos de ancoragem para idéias mais especificas, que virão no decorrer de um texto didático ou de uma aula" (RONCA, 1980, p.69).

Os organizadores prévios são apenas estratégias de ensino que têm por objetivo (re) lembrar conceitos obliterados ou favorecer o seu surgimento, na estrutura cognitiva, para poder iniciar um conteúdo novo. O professor pode identificar e favorecer a emergência dos conhecimentos prévios na estrutura cognitiva dos alunos mediante uma aula expositiva, uma aula dialogada com os alunos ou também mediante uma discussão em grupo.

Partindo do princípio de que o aluno tenha, em sua estrutura cognitiva, conceitos relevantes para serem relacionados às novas informações, cabe ao professor apresentar os conteúdos de ensino. O professor tem que dispor de recursos para auxiliar o aluno a assimilar a estrutura conceitual das disciplinas (Língua Portuguesa, Matemática, História...) e reorganizar sua estrutura cognitiva mediante a aquisição de novos significados. Para facilitar a aprendizagem significativa Ausubel et al. (1980) propõem dois princípios que podem nortear a programação dos conteúdos: **a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.**

O princípio da diferenciação progressiva sugere que o conteúdo deve ser programado de forma que os conceitos mais gerais e inclusivos sejam apresentados no início, para, somente então, serem progressivamente diferenciados quanto a detalhe e especificidade (AUSUBEL et al.,1980). Duas hipóteses justificam esse princípio:

> a) é mais fácil para o ser humano captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas (MOREIRA & MASINI, 1982, p.21).
>
> b) a organização do conteúdo de uma certa disciplina, na mente de um individuo, é uma estrutura hierárquica na qual as idéias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados (MOREIRA & MASINI, 1982, p.21).

Então, a primeira tarefa do professor é identificar os conceitos básicos de cada matéria (conteúdo) de ensino e compreender a sua estrutura. Depois, é necessário programar, ou seja, organizar a apresentação da matéria para os alunos levando em consideração a seqüência das unidades componentes.

Moreira & Masini (1982) continuam explicando que não basta programar o conteúdo a fim de proporcionar aos alunos a diferenciação progressiva, é preciso também explorar e explicitar relações entre proposições e conceitos, chamar atenção para as diferenças e similaridades importantes e reconciliar inconsistências reais ou aparentes. Isso deve ser feito para atingir o que Ausubel denomina **reconciliação integrativa**.

2.3.3 Perspectivas de Educação presentes na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Para Ausubel et al. (1980), a transmissão do conhecimento aos alunos é o principal objetivo da educação. Eles afirmam que os conteúdos das disciplinas devem ser transmitidos como um fim em si mesmo, ou seja, não se deve limitar a instrução apenas aos conteúdos que são úteis e aplicados, pois as pessoas sentem-se motivadas para aprender independente da sua utilidade e aplicabilidade. Segundo eles, as pessoas querem aprender para "[...] compreender melhor a si mesmas, o universo e a condição humana" (p.450). Ressaltam também que o aprendizado de conteúdos que somente tenham aplicações no cotidiano enfraquece o currículo.

Desse modo, o papel da educação configura-se na preocupação com a transmissão e com a aquisição de conteúdos da disciplina. Há uma dupla intensão: transmitir a máxima quantidade de conteúdos possível em menos tempo e fazer com que essa transmissão de informações seja incorporada significativamente na estrutura cognitiva do estudante.

Segundo Ausubel et al. (1980), educar para o pensamento crítico, para a solução de problemas e para o pensamento criativo é, na realidade, apenas um slogan um tanto formidável, mas longe de ser atingido como objetivo da educação porque somente uma minoria de alunos seriam capazes de desenvolver esse tipo de pensamento. A capacidade para resolver problemas, por exemplo, pode ser treinada na maioria dos alunos, mas apenas uma minoria se tornará bons resolvedores de problemas. Por isso Ausubel et al. (1980) considera que o objetivo principal da escola não pode residir no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas nem no desenvolvimento do pensamento crítico e criativo, uma vez que muitos estudantes seriam ignorados.

Uma forma de evitar a exclusão desses alunos é considerar como principal função da escola o estímulo ao desenvolvimento intelectual mediante a transmissão dos conhecimentos através do ensino das disciplinas (AUSUBEL et al., 1980). Segundo Ausubel, ao elaborar uma tarefa de aprendizagem, em uma disciplina, o professor não precisa preocupar-se com o interesse ou com a motivação do aluno, já que se a disciplina foi organizada de modo significativo e se ele é competente para ensinar, a aprendizagem significativa poderá acontecer.

Nessa perspectiva de educação, alunos e professores têm que assumir a responsabilidade do processo. O aluno deve buscar a participação completa para compreender e reter o que é ensinado, dedicando seus esforços para dominar as dificuldades que surgirem. Ao professor cabe organizar o ensino para que o conteúdo das disciplinas possa ser apresentado aos alunos de maneira significativa.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nosso trabalho constitui uma pesquisa qualitativa, uma vez que o modo como foi desenvolvida contempla as características apresentadas por Bogdan e Biklen (1994). A nossa pergunta de investigação é: Qual é a compreensão de duas professoras de Matemática sobre o modo como seus alunos aprendem? Para analisar as informações obtidas utilizamos a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Para obter as informações constituímos um grupo de estudos com duas professoras de Matemática de uma escola pública do Ensino Fundamental localizada em um município da região norte do Paraná. As informações produzidas nesse grupo foram recolhidas de forma descritiva com o objetivo de captar o fenômeno estudado no âmbito das interações.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, porquanto que eles consideram que "[...] as ações podem ser mais bem compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência" (p.48). Na busca de compreender o fenômeno estudado, o investigador constitui o instrumento principal de investigação, cabendo a ele obter as informações de forma descritiva. A entrevista e as experiências de ensino também caracterizam a pesquisa qualitativa.

Nesta investigação, o nosso interesse foi olhar para o processo no qual as informações estavam sendo produzidas buscando analisar os significados presentes no conteúdo do discurso e da prática das professoras a fim de responder a nossa pergunta. Segundo Bogdan e Biklen (1994), os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados e tendem a analisar os seus dados de forma indutiva na busca de compreender os significados das informações obtidas.

Durante o processo de investigação, observamos que houve mudanças nos modos de pensar sobre a aprendizagem. Acreditamos que o estudo de alguns textos, as discussões e as reflexões sobre a elaboração e o desenvolvimento dos planejamentos de aula tenham contribuído para a formação profissional das participantes do grupo de estudos.

3.1 DELIMITAÇÃO DO GRUPO ESTUDADO

Para responder à pergunta de nossa investigação julgamos que seria interessante organizar um grupo de estudos, na única escola pública de Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries) localizada em um município do norte do Paraná.

A princípio convidamos todas as professoras de Matemática da 8ª série para uma reunião em que apresentamos os objetivos do grupo, qual seja, discutir e refletir sobre a prática pedagógica por meio do planejamento e avaliação das aulas.

Após essa reunião, apenas duas professoras (Marina e Juliana – nomes fictícios) se interessaram em fazer parte do grupo de estudos. Começamos a nos reunir na escola, a partir de 15 de fevereiro de 2005, todas as terças – feiras durante duas horas (das 9h10 às 11h 05), nos meses de fevereiro a agosto. Contamos com a colaboração da direção da escola para organizarmos o horário do encontro das professoras. Esse horário foi considerado pela escola como hora-atividade (tempo destinado à preparação de aulas e correção de provas pelos professores).

O objetivo de constituir um grupo de estudos na escola justificou-se porque necessitávamos criar contextos para que as informações pudessem ser produzidas em ambiente natural, mediante a interação entre as participantes (professoras). Inferimos que o estudo realizado pelo grupo pudesse contribuir para o desenvolvimento profissional das professoras, pelo fato de criar um clima de cooperação e um meio de estar unindo forças para a disseminação de idéias.

A esse respeito, Ponte (2003) argumenta que o trabalho em colaboração permite conjugar esforços de diversas pessoas para caracterizar e enfrentar problemas, definir estratégias de atuação, avaliando os resultados e criando um ambiente positivo e estimulante.

As professoras Marina e Juliana optaram por elaborar aulas sobre o conteúdo "equações do 1º e do 2º grau". Justificaram essa escolha por acreditarem que esse conteúdo é importante, por estar presente nos concursos públicos e também porque é um conteúdo que possibilita resolver diferentes tipos de problemas.

3.2 Procedimentos para Obtenção das Informações

A coleta de informações foi realizada por intermédio de entrevistas semi-estruturadas, de observações e descrições das atividades realizadas no grupo de estudos e da análise de algumas aulas das professoras.

Antes de dar início às atividades desenvolvidas no grupo de estudo, realizamos uma entrevista semi-estruturada (Apêndice 2) com cada professora. Bogdan e Biklen (1994) afirmam

> [...] a entrevista semi-estruturada é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma idéia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo (p.134).

As entrevistas foram realizadas em janeiro de 2005, antes de darmos início aos estudos no grupo. Com esse procedimento conseguimos obter algumas informações que contribuíram para revelar o modo como as professoras compreendem a aprendizagem. As entrevistas foram gravadas em áudio e depois foram transcritas.

As informações obtidas por meio do grupo de estudos foram produzidas nas discussões realizadas durante a elaboração, pelas professoras regentes, das tarefas, das seqüências de aula, das provas, das revisões de conteúdos e do planejamento anual. Essas informações foram registradas por meio de um gravador e de anotações feitas em diário de campo.

Utilizamos algumas questões norteadoras para obtenção de informações no grupo de estudos:

- Como as professoras organizam o ensino do conteúdo “equações do 1º e do 2º grau”?
- Como justificam suas escolhas (a natureza e a seqüência das atividades)?
- Que estratégias utilizam para saber se houve **produção de significados** [1]por parte dos alunos?

---

[1] As professoras entenderam “produção de significados” como “aprendizagem”.

No grupo de estudos realizamos algumas leituras (Anexo 4), planejamos aulas e elaboramos tarefas (revisão de conteúdo, provas, trabalhos e outros) para serem desenvolvidas em sala de aula. As atividades desenvolvidas pelo grupo de estudos nos permitiram identificar como as professoras compreendem o processo de aprendizagem de seus alunos. Durante todo o processo, as questões norteadoras estiveram presentes de modo a promover a reflexão entre as participantes.

A constituição do grupo de estudos e o processo de reflexão desenvolvido pelas participantes foram realizados com base na perspectiva de formação de professores assumida por alguns autores como: Nóvoa (1995), Schön (1995) e Zeichner (1995). Esses autores concebem a formação de professores como uma atividade que se constrói mediante um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de uma (re) construção permanente da identidade pessoal.

Os estudos de Ponte (2002) e de Fiorentini (2004) têm mostrado que um processo de reflexão que se faz coletivamente, ou seja, num grupo de estudos, por exemplo, pode ser mais eficiente, à medida que os professores se envolvem na resolução conjunta dos problemas com os quais se deparam.

A participação no grupo de estudos foi pautada em alguns princípios definidos pelas integrantes:

- todas poderiam propor perguntas, fazer comentários expondo suas opiniões, angústias, preconceitos, medos, inseguranças;
- todas poderiam propor tarefas;
- deveríamos discutir e refletir sobre todas as tarefas propostas antes da aula e depois da aula, aproximando-nos do que Shön (1995) chama de reflexão antes da ação e reflexão após a ação;
- todas poderiam propor textos para estudo e mudar o encaminhamento da discussão para outros fatores quando julgássemos necessário.

Esses princípios facilitaram o diálogo das integrantes do grupo, o que fez com que os vínculos entre as participantes ficassem mais fortes permitindo maior liberdade para emitir opiniões, críticas, fazer comentários com maior confiança. Acreditamos que isso tenha contribuído significativamente para o encaminhamento da investigação e para que as informações fluíssem com mais facilidade.

Conquanto tenhamos coletado informações por meio das entrevistas semi-estruturadas, das discussões e reflexões no grupo de estudo, constatamos que seria inviável fazer deduções pautadas apenas nos discursos das professoras. Julgamos que seria importante observar algumas de suas aulas com o objetivo de observar semelhanças e diferenças entre o seu discurso e a sua prática.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p.48), divorciar o ato, a palavra ou o gesto do seu contexto é perder de vista o seu significado. Por isso, pensamos que seria válido coletar outras informações pela observação não-participante na sala de aula. Bogdan e Biklen (1994) consideram como observação não-participante aquela em que o investigador não participa em nenhuma das atividades no local onde decorre o estudo.

Ficamos inquietas ao pensar que o discurso das professoras, muitas vezes, foge ao que realmente acontece na sua prática. Consideramos que era preciso buscar informações na sala de aula, com o objetivo de verificar como cada professora desenvolvia o que tinha sido planejado no grupo, porque compreendemos que o processo de planejar aulas e o processo de "dar" aulas pode diferir em muitos aspectos.

A observação não-participante foi apropriada neste contexto de investigação porque a interferência do observador alteraria o conteúdo do que estava sendo investigado e, por outro lado, impediria que toda atenção estivesse voltada em registrar informações importantes para responder a nossa pergunta de investigação.

Depois que já havíamos coletado as informações para análise fizemos algumas reflexões, no grupo de estudos, confrontando o discurso, a prática, e a entrevista cedida pelas professoras regentes a fim de contribuir com o desenvolvimento profissional das participantes.

Os conhecimentos produzidos com o auxílio dessas reflexões contribuíram tanto para responder à pergunta desta investigação, quanto para alargar a nossa compreensão sobre o modo como nossos alunos aprendem, uma vez que o confronto (entre o discurso produzido no grupo - a prática pedagógica – e entrevista) permitiu–nos identificar as convergências e divergências entre o nosso discurso e a nossa prática e desse modo, fazer uma auto-análise, uma autoavaliação das nossas compreensões. A análise e a reflexão sobre a nossa prática e o nosso discurso contribuíram para elaborar os planejamentos de aula.

3.3 ENFOQUE DE ANÁLISE

A análise das informações teve início desde que elas foram sendo obtidas, porém foi mais intensa após a recolha de todo material. Fizemos uma leitura das entrevistas, da descrição do trabalho desenvolvido no grupo de estudos e das observações de algumas aulas.

Inicialmente analisamos individualmente o que cada professora compreendia por “aprender” e em seguida identificamos os pontos convergentes e divergentes da sua compreensão. Os resultados dessas análises foram apresentados de forma descritiva e organizados em quadros explicativos.

Nos quadros explicativos apresentamos algumas unidades de análise que nos permitiram confrontar a teoria de Ausubel com as informações obtidas.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE

No 1º encontro, definimos os objetivos do grupo de estudos, quais sejam

- estudar textos que fossem relevantes para o planejamento das aulas sobre Equações do 1º e 2º graus;
- discutir e refletir sobre a prática pedagógica das professoras (Marina e Juliana).

Na função de investigadoras tínhamos como objetivo responder à pergunta da investigação mediante a coleta de informações no grupo de estudos. Para coletar essas informações propiciamos momentos de discussão e reflexão sobre a prática das professoras por meio das tarefas que eram elaboradas pelo grupo.

Inicialmente, a expectativa de Marina e Juliana era que trouxéssemos sugestões de atividades inovadoras. No decorrer do processo perceberam a importância das propostas serem constituídas pelo grupo e não apenas de serem sugeridas pelas investigadoras.

Observamos que Marina e Juliana estavam preocupadas com o tempo dedicado à viabilização das tarefas que seriam trabalhadas em sala de aula (mimeografar e digitar). Aquietamo-las quanto a isso responsabilizando-nos pela digitação e pela impressão de tudo que fosse elaborado no grupo de estudos para ser trabalhado com os alunos.

Nas primeiras reuniões, nosso papel como investigadoras foi questionar as professoras regentes quanto às suas escolhas didáticas. Desse modo, desencadeamos um processo de reflexão, no qual Marina e Juliana tinham que justificar as suas escolhas.

Por intermédio das atividades desenvolvidas no grupo de estudos (reflexão, discussão, estudos e planejamentos de aulas sobre o conteúdo equações do 1º e do 2º grau), foi possível observar o modo como as professoras organizavam o ensino. Inferimos que este modo refletia a sua compreensão sobre a aprendizagem. Muitas outras informações emergiram nesse contexto, porém apresentaremos somente as que acreditamos serem relevantes e significativas para responder à pergunta desta investigação.

As principais atividades, individuais e coletivas, foram sintetizadas em uma tabela (Apêndice 1). As informações contidas na tabela descrevem (os meses e) as datas nas quais foram realizadas as atividades desenvolvidas pelo grupo. As atividades descritas na tabela remetem a alguns anexos (que julgamos relevantes porque continham informações que contribuíram para responder a nossa pergunta de investigação), facilitando assim a compreensão do que ocorreu em cada encontro. As atividades descritas a partir do 25º encontro objetivam provocar reflexões sobre a prática mediante a elaboração e experimentação de propostas de atividades elaboradas pelo grupo de estudos.

Nos itens 4.1 e 4.2, que seguem, apresentamos, respectivamente, a descrição e a análise do discurso e da prática, das professoras Marina e Juliana.

4.1 COMPREENSÃO DE APRENDIZAGEM DA PROFESSORA MARINA E A TEORIA DE AUSUBEL

A professora Marina é licenciada em Ciências com Habilitação em Matemática e leciona há 15 anos em turmas de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental da escola pública (em que trabalha). Durante a entrevista (Apêndice 2), a professora demonstrou gostar de "dar" aulas de Matemática; entretanto, em alguns momentos deixou transparecer que estava muito insatisfeita com a grande maioria dos alunos, pois eles não demonstravam, segundo ela, interesse pelas aulas, e conseqüentemente não estavam aprendendo do modo como ela gostaria. Isso ficou evidente quando ela disse, na entrevista: "[...] Muitas vezes não é a Matemática que está sendo desinteressante. Muitas vezes não é... É o interesse do aluno. O aluno é que leva o interesse à disciplina [...]".

A professora admitiu que pouco desafia seus alunos a descobrir algo porque eles não demonstram interesse. Segundo ela, o aluno acha difícil e tende a procurar por aquilo que já está pronto. Em suas palavras: "Às vezes a gente... coloca muito para o aluno o que ele tem que fazer e não coloca para ele descobrir [...] Você põe o exercício pro aluno fazer e muitas vezes é errado. Tem que jogar uma situação-problema para o aluno descobrir o que é, mas é aí que eu falo que não tem o interesse do aluno [...]".

O discurso da professora nos dá a impressão de que propor desafios e problemas não constitui uma boa estratégia de ensino quando os alunos não se interessam. Observamos que ela considera o aluno como único responsável pelo insucesso do seu processo de aprendizagem. Na compreensão dessa professora, é possível afirmar que quando o aluno não se interessa pela aula, ele não aprende.

Na perspectiva de Ausubel (1980) o interesse do aluno para aprender é essencial. O material de aprendizagem pode ser potencialmente significativo, mas se o aluno não estiver disposto, poderá aprender de forma automática.

No contexto da entrevista, Marina demonstrou desconhecer o conceito de produção de significado presente na teoria de Lins. Ela nos pareceu surpresa quando lhe perguntamos se ela e sua turma (na época em que eram estudantes), conseguiam produzir significados para Matemática com as estratégias que seus professores utilizavam. Isso ficou evidente quando ela disse “Se eu conseguia o quê? Agora, que significados são esses? A minha aprendizagem? Aonde eu chegava?”. O modo como Marina entendeu a pergunta, levou-a a responder que sim, ela e sua turma conseguiam produzir significado.

Por esses questionamentos podemos concluir que para Marina produzir significados é o mesmo que aprender. Em seu pensamento a pergunta foi: “você conseguia aprender com as estratégias que seus professores utilizavam?”.

Para esta professora o sujeito aprende quando **produz conhecimentos**[1]. A aprendizagem se dá por meio da “[...] produção de conhecimentos ou de descoberta de conhecimentos” (MARINA, 10/01/05). Durante a entrevista[2], quando questionada sobre o conceito de produzir significados em Matemática, ela afirma:

---

[1] Inferimos que, na perspectiva dessa professora, produzir conhecimentos é um processo de (re) construção.Nas próximas páginas veremos, por meio de seu discurso e de sua prática, que o conhecimento matemático (conteúdo), para ela, já está culturalmente definido e aceito.

2 Pergunta feita à Marina durante a entrevista: Li em um artigo uma frase que dizia: “o aspecto central de toda aprendizagem – em geral o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados. Os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles”. Para você, o que é “produzir significados em Matemática?”.

> Bom, eu entendo assim, **produzir significado (aprender)[1] é o aluno produzir ((re) construir)[2] o seu conhecimento próprio**. Então, é colocado lá, um tipo, dentro da Matemática, um determinado conteúdo, se o aluno conseguir produzir o seu conhecimento através daquilo, é a sua formação, sem ser, assim, induzido as etapas, ele já está criando significados, então pro aluno, **quando ele cria, ele aprende com facilidade** (MARINA, 19/01/05).

Quando questionada sobre o que significa “criar significado”, ela explicou: “É... O **criar** significados é ele mesmo **produzir**, ele... ele... ele criar, é ele **descobrir** as coisas [...]”.

Ao percebermos que Marina falava em produzir e construir conhecimento julgamos relevante propor o estudo texto “Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa” de Lins a fim de que ela revelasse, mediante as discussões, o que estava efetivamente pensando quando falava em produção e construção de conhecimentos.

Durante a discussão de um texto[3], no 9º encontro do grupo de estudos, Marina demonstrou acreditar que o processo de **construção ou de produção** de conhecimentos pode acontecer por intermédio de transmissão de conhecimentos ou de descoberta de conhecimentos, já que, segundo ela, aprendemos: “Não só construindo, mas também, você **aprende** muito aquilo que é **transmitido também**”. Inferimos que Marina assumiu “Produção e construção” como um processo de (re) construção dos conhecimentos (conteúdos escolares de Matemática).

Essa compreensão aproxima-se da perspectiva elaborada por Ausubel (1980) segundo a qual a aprendizagem significativa pode ocorrer tanto por recepção de informações, quanto por descoberta. Entretanto, observamos que a compreensão de Marina sobre a aprendizagem por descoberta diferiu da elaborada por Ausubel.

---

[1] O termo “aprender” que está entre parênteses tem a intenção de esclarecer que a professora se apropriou do termo “produção de significados” para explicitar a sua compreensão sobre aprendizagem.
[2] O termo “(re) construir” que está entre parênteses visa esclarecer que “produzir” para Marina significa “(re) construir algo”, pois o conhecimento (conteúdo matemático escolar) já é culturalmente definido e aceito, ou seja, já está “dado”.
[3] LINS, Romulo Campos. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. Revista de Educação Matemática da SBEM – SP. Ano 1, número 1, setembro de 1993.

Ausubel (1980) caracteriza a aprendizagem por descoberta quando não é dado ao aluno o conteúdo principal daquilo que vai ser aprendido. O aluno tem que descobrir relações, reagrupar informações e integrá-las a sua estrutura cognitiva.

No 13º encontro, no contexto das discussões sobre o problema das flores (Anexo 6), Marina expressou em palavras aquilo que entende por construção de conhecimentos:

> A **construção do conhecimento é algo que vai ser descoberto** ele vai descobrir através de algo... Não é algo que ele nunca viu também não. Ele vai descobrir dentro do processo que ele está estudando, ai ele vai não descobrir tudo, pedaços que ele vai descobrindo, aquilo já vai construindo o conhecimento, só que ele já tem que ter uma idéia daquilo (MARINA, 19/04/2005).

A construção do conhecimento, no entender da professora Marina, pode ser compreendida como algo que se constrói a partir de algumas idéias que o aluno já constituiu. Ela acredita que é a partir dessas idéias que o sujeito descobre outros conhecimentos. O conhecimento é entendido como "algo" que já existe e cabe ao aluno chegar lá, descobrindo conceitos culturalmente determinados.

Ela disse que entende o processo de descoberta das questões Matemáticas quando o aluno resolve um exercício de modo diferente do de outros, por meio de um método próprio que faz chegar à mesma resposta. Inferimos, neste caso, que, se o aluno está resolvendo exercícios, é porque a professora já explicou o conteúdo, ou seja, já apresentou o conteúdo principal de que faz parte aquilo que está sendo exercitado. Portanto, para Marina, a descoberta de algum conceito ou procedimento acontece quando o sujeito já adquiriu, mediante memorização e por transmissão pelo professor, o conhecimento daquilo que está estudando. Segundo ela,

> ele constrói alguma coisa que ele está ali por dentro, ai já vai descobrindo. Eu tenho muitos alunos assim, por exemplo, ele já está sabendo resolver um exercício, ai lá no meio de um outro exercício ele descobre, ele diz 'ah poderia fazer assim, oh professora descobri um negócio, pode ser assim, deu o mesmo resultado?' Ele construiu o jeito dele, mas ele já tem uma idéia daquilo, entendeu? (MARINA, 19/04/05).

Para ter uma idéia “de algo”, na compreensão dela, é preciso que o sujeito ouça várias vezes explicação sobre os procedimentos que se deveria seguir para resolver, por exemplo, uma equação do 2º grau por meio da ‘fórmula de Bháskara’. Em suas palavras:

> [...] quando você termina de explicar equação do 2º grau, o jeito de resolver, eles falam ‘não entendi nada’ [...] e você vai e começa tudo de novo [...]. Eles vão olhando no anterior, pelo menos os dois primeiros começa assim, ai depois eles... o que é isso? Não é repetição? (MARINA, 19/04/05).

Com base no discurso produzido por Marina podemos inferir que para ela a aprendizagem só acontece se o aluno tiver adquirido previamente um conceito por meio da transmissão. A aquisição de conceitos por meio da transmissão permite ao aluno descobrir os conhecimentos (conteúdos ensinados na escola) sobre aquilo que está estudando.

Mesmo acreditando que os alunos precisam ouvir as suas explicações para aprender, ela ressaltou, no 9º encontro, que “Muitas vezes o professor sabe tanto para ele, mas não sabe transmitir o conhecimento. Sabe tanto, tanto, tem tantos termos e não consegue chegar à altura do aluno. O termo que ele usa é inadequado” (MARINA, 22/03/2005).

Sobre a dificuldade dos professores em transmitir o conhecimento, Ausubel explica que o problema pode estar associado ao modo como o material é apresentado, sendo este potencialmente significativo ou não para o aluno. Quando o material de aprendizagem não for potencialmente significativo, não há outra opção para o aluno senão aprendê-lo mecanicamente. Na opinião desse autor a técnica expositiva não é culpada pela ocorrência da memorização automática.

Em relação à dificuldade em transmitir o conhecimento, Marina demonstrou pensar diferente de Ausubel. Ela entende que quando o aluno não aprende aquilo que é lhe é transmitido é porque o vocabulário do professor é complexo. Então, ela tenta solucionar o problema, usando uma linguagem mais ‘simples’ e acessível ao aluno. Ela cria ‘historinhas’, ‘fórmulas mágicas’ que os auxiliam a memorizar os procedimentos de cálculo. Marina disse (11º encontro) que quando vai ensinar monômios, trinômios e polinômios, troca tudo por abacaxi, laranja. “Para x coloco banana, para y, abacaxi. Cada letra é o nome de uma fruta”.

O fato de Marina sentir necessidade de explicar, várias vezes, o jeito de resolver uma equação demonstra que, para ela, o aluno aprende repetindo automaticamente até memorizar literalmente um determinado conceito, ou procedimento de cálculo. Para Ausubel, por meio desse tipo de aprendizagem não há aquisição de significados; os produtos da aprendizagem automática não causam modificações nos conceitos subsunçores porque se relacionam de forma arbitrária e literal à estrutura cognitiva.

Assim, os alunos de Marina têm que observar como ela desenvolve os processos de resolução da equação, têm que fazer várias vezes, seguir e memorizar uma seqüência de **procedimentos**[1] utilizando historinhas (veja p. 68) para justificá-los, muitas vezes sem compreendê-los. Na perspectiva de Ausubel a relação entre o procedimento usado para resolver a equação e a historinha utilizada como justificativa é arbitrária. O fato de a relação ser arbitrária leva o aluno a memorizar os procedimentos mecanicamente, muitas vezes sem compreendê-los.

Mediante um processo de repetição, Marina espera que seus alunos memorizem os procedimentos de resolver a equação do 2º grau. Contudo no 18º encontro, ela declarou:

> Nem tudo a gente aprende, **tem coisa que memoriza e tem coisa que aprende**. [...] Ao memorizar ele aprendeu naquele momento, depois ele esquece. Com o passar do tempo, [...] outros **conteúdos vão ‘tampando’ aquele**. Nossa cabeça não guarda 100% do que aprende, guarda só 20% (MARINA, 26/04/2005).

Por essa declaração podemos concluir que Marina, assim como Ausubel, diferencia o processo de aprendizagem do processo de memorização. A memorização faz parte de um processo de aprendizagem de curta duração.

Ausubel considera também o fato do sujeito esquecer aquilo que aprende e defende que o esquecimento[2] é uma continuação temporal do processo de assimilação. Mas Marina parece acreditar que na aprendizagem efetiva (aquela que não acontece somente por meio da memorização) não há esquecimento.

---

[1] Coll et al. (2002), definem “procedimento” como conjunto de ações ordenadas para chegar a metas diversas. Esse conjunto de ações torna possível uma realização rápida ou sem esforço, é presidido por uma ordem sistemática, contém uma solução exata para uma determinada situação ou uma solução adaptativa para outras novas que possam ser automatizadas.

[2] Assimilação obliteradora.

A professora Marina diz: “[...] uns conteúdos vão tampando outros” para explicar como acontece o processo de esquecimento após a aprendizagem. Na perspectiva de Ausubel, o fato de “uns conteúdos irem tampando outros” pode ser compreendido como o processo de assimilação obliteradora. Para Ausubel, quando um novo conceito menos inclusivo interage com um conceito já existente (mais inclusivo), este se modifica substantivamente e com o tempo ocorre o esquecimento (assimilação obliteradora) do conceito menos inclusivo e o aluno retém o conceito mais estável e geral (Também modificado).

Para solucionar o problema do esquecimento dos alunos, Marina costuma retomar os conteúdos trabalhados anteriormente. Ela disse, no 7º encontro, que é preciso revisar porque os alunos esquecem, “[...] no início sentem um pouco de dificuldade, mas depois que dá uma explicação, logo se lembram” (MARINA, 08/03/05). No 8º encontro, ela afirmou que quando fazia faculdade, aprendia mais quando pesquisava. No seu ponto de vista, nunca mais se esquece daquilo que se pesquisa, daquilo que se procura saber.

Percebemos o quanto a sua formação inicial influenciou as suas concepções sobre Matemática e sobre os modos de compreender a aprendizagem e o ensino dessa ciência.

> Na faculdade eles davam uns 150 exercícios para fazer, repetição é isso. Quando eu fazia faculdade eu tinha umas cento e dezoito fórmulas para resolver limite, deriva e integral [...]. Eu adorava fazer, mas hoje **eu não sei nada daquilo, por quê? Por que eu não treinei mais. Eu aprendi aquilo? Não!** (MARINA, 19/04/05).

Em outro momento enfatizou

> O nosso aluno Regina, ele, é... **vai por repetição**, se você dar um exercício diferente do outro, ele não grava porque o primeiro ele descobriu uma coisa ali, mas não gravou nada, ai no outro ele vai aprender mais um pouco em cima do que... Entendeu? **A gente só aprende fazendo!**

Nos trechos citados anteriormente observamos que há um conflito, pois Marina afirma que, enquanto aluna, não aprendeu por mecanismo de repetição. Entretanto, utiliza esse mecanismo com seus alunos para fazer com que aprendam.

Embora tenha afirmado que o sujeito aprende Matemática por intermédio de um processo repetitivo de 'conhecimentos' que são transmitidos pelo professor, ela entende que é possível criar conhecimentos matemáticos por intermédio de 'mostragens' que relacionam a Matemática com as práticas sociais, mostrando aos alunos a aplicabilidade do conteúdo. Marina evidenciou esse fato na entrevista quando explicou o modo como trabalha o conteúdo Números Inteiros.

A esse respeito, Marina disse

> [...] quando vai ensinar os números inteiros, [...] Você vai começar a mostrar na escala do grau... ai vem... procura em jornal e revista onde fala a temperatura. É sempre em junho que está ensinando isso [...] Ai então, eles trazem para sala... ai começa a análise de tudo isso. Análise do número negativo, do grau. Faz experiência para mostrar o termômetro... experiência do quente, do frio, da temperatura normal, e ai o aluno vai criando conhecimento dele através disso. Ai **ele vai entendendo através dessa mostragem**. Ai ele vai **criando conhecimento**. Então ai ele sabe que se ele tem 10 reais ele vai lá no mercado, ele tem 10 reais, mas ele está devendo 8, ele sabe que vai sobrar 2, mas ele também sabe que se ele tem 10 reais e ele está devendo 12 ele também sabe que está devendo 2. Então **é natural isso ai**, natural pro aluno né... Os números inteiros... (MARINA, 19/01/05).

Segundo Marina, os alunos aprendem "naturalmente" os conceitos matemáticos que têm uma relação direta com o cotidiano deles. Na sua compreensão, o conhecimento prévio do aluno (o que Ausubel chama de ponto de ancoragem ou subsunçor) é constituído pelas suas experiências de vida. No seu entender, as experiências cotidianas dos alunos são pontos de ancoragem para aprender os conteúdos que têm uma relação direta com o cotidiano, ou seja, que são aplicáveis.

No entender da professora Marina é por meio da resolução de problemas que o aluno aprende e desenvolve o raciocínio. Trabalhar com 'equações soltas[1]', por exemplo, serve apenas para aprender o processo, o desenvolvimento do procedimento de resolver uma equação, mas o que é mais importante para o aluno é o problema, porque é por meio dele que se dá a relação com o cotidiano.

---

[1] A expressão'Equação solta' é entendida pela professora Marina como uma equação que não está associada ao contexto de um problema.

Marina afirmou que a resolução de problemas é uma estratégia importante para promover a aprendizagem dos seus alunos, mas compreende que eles devem ser propostos após ela ter apresentado as definições, os exemplos e os exercícios. No contexto de uma discussão no grupo de estudos, no qual estávamos planejando o ensino de equações do 2º grau, ela explicou como acredita que deva ser uma seqüência de aula para que haja aprendizagem.

> Coloca a equação, coloca o título, coloca os exemplos, o como que é classificada. Depois vai mostrar os termos, 'completa e incompleta', tem que mostrar os termos a,b e c. Se tirar o termo 'a' ela continua sendo uma equação do 2º grau? Essa conversação é normal! Ai **depois de tudo isso a gente vai para os problemas! Como é que vai para os problemas sem ter mostrado tudo isso?** (MARINA, 19/04/05).

Pelo discurso acima citado observamos que Marina acredita que partir do que é mais fácil para o que é mais complexo facilita a aprendizagem dos seus alunos. Ela entende que é importante começar do básico para depois ir aprofundando. Para Marina, começar do básico e ir aprofundando significa definir, exemplificar, exercitar e por fim resolver problemas de modo a poder aplicar os procedimentos aprendidos.

Observamos que, para Marina, a facilitação da aprendizagem é compreendida de forma diferente daquela apresentada por Ausubel. Ele considera que, para facilitar a aprendizagem dos alunos, é importante que o professor organize o conteúdo levando em consideração uma ordem hierárquica de conceitos de tal forma que as idéias mais gerais e inclusivas sejam apresentadas no início para depois serem progressivamente diferenciadas, em seus detalhes e especificidades. É preciso fazer a diferenciação progressiva e depois uma reconciliação integrativa para que o aluno possa perceber as relações que existem entre os conceitos "menos" e "mais" inclusivos.

Marina demonstrou não se preocupar com a ordem hierárquica de conceitos quando planeja suas aulas, mas acredita que alguns conteúdos, ou tópicos do mesmo assunto, sejam pré-requisitos para que se aprendam outros. Nem sempre obedeceu à mesma seqüência de conteúdos proposta no livro didático. Percebemos que ela procurou inverter os conteúdos (quando acredita que um seja pré-requisito do outro), mas não inverteu a ordem dos tópicos apresentados em cada um.

Por meio do seu discurso, Marina revelou que tem 20 anos de carreira e que por isso não precisa ficar registrando o planejamento de suas aulas. Ela declarou que tem que ter tudo na cabeça. Quando, ao começar a aula, ela percebe que os alunos não estão entendendo, ela repete a explicação. Então, ela disse que “inventa tudo na hora”, sem ter planejado nada. Ela disse: “[...] não tenho esse negócio de ficar planejando... tem que se adequar à realidade do aluno, à situação do momento”.

No 13º encontro (19/04/05), Marina comentou que nunca trabalhou de modo inverso, ou seja, começando por problemas para depois trabalhar as definições. Quando trabalha com problemas prefere propor vários do mesmo tipo e diz ainda que é mais fácil ir direcionando o aluno no quadro, induzindo-o com perguntas. Quando os deixa livres para resolver problemas, demoram muito, nas suas palavras, “enrolam muito”.

O modo como ela entende a resolução de problemas e o lugar que ocupa na seqüência de suas aulas evidencia características de um ensino que dá prioridade à aprendizagem dos procedimentos de como resolver equações, por exemplo, para depois aprender a aplicá-las nos problemas.

No livro “Psicologia do Ensino”, Coll et al. (2000) chama a atenção para esse fato afirmando que os diferentes tipos de conteúdos (aprendizagem de fatos, conceitos e princípios; aprendizagem de procedimentos; aprendizagem de atitudes, valores e normas) devem ser desenvolvidos de forma integrada no currículo e não de forma compartimentada (ensinar conceitos hoje e amanhã os procedimentos e mais tarde as atitudes). Ele assegura que “[...] aprender de maneira significativa, profunda e complexa envolve poder desfrutar, ao mesmo tempo, das perspectivas conceitual ou declarativa e atitudinal com as quais os saberes escolares se revestem” (p.331).

Os alunos aprendem os procedimentos mediante um processo receptivo e repetitivo de esquemas, modelos e fórmulas transmitidas por Marina ou pelo livro didático. Os alunos têm que fazer muitos exercícios e resolver problemas semelhantes após terem assistido a sua aula expositiva e recebido as informações sobre como fazer, ou seja, sobre os passos a serem seguidos. Os alunos devem memorizar esses passos, adquirindo significado por mecanismo. Ela acredita que existem significados adquiridos por mecanismo. Para Ausubel não há aquisição de significado quando se aprende de forma automática.

O discurso de Marina evidencia que, na sua compreensão, os alunos aprendem memorizando os procedimentos ensinados por ela. No contexto da entrevista, no que se refere à aprendizagem dos conteúdos que tradicionalmente fazem parte da Álgebra (equações, funções, polinômios, inequações...), ela esclarece

> “[...] ai é o tal do **significado por mecanismo**, então muitas vezes o aluno fala ‘aprendi álgebra’, ‘aprendi produtos notáveis’, ‘aprendi fatoração’, mas ele aprendeu por mecanismo, então ele **criou significado, mas através da repetição, não é através da descoberta**” (MARINA, 19/01/05).

Na entrevista ela disse também que percebe que houve aprendizagem quando seus alunos começam a chegar na resposta correta, uma vez que assim eles demonstram que já aprenderam o mecanismo: “[...] se ele chegou à solução, ele aprendeu, **ele tem o mecanismo** para ele resolver equações, **ele tem a idéia** já formada do que é uma equação [...]” (MARINA, 19/01/05).

Constatamos que Marina acredita que é por meio da aprendizagem do mecanismo de como resolver uma equação que os alunos aprendem os conceitos que envolvem esse conteúdo. Ela compreende também que os alunos adquirem os conceitos mediante um processo receptivo (quando ela passa as definições no quadro e explica) e um processo participativo/reprodutivo (quando ela propõe e os alunos resolvem todos os exercícios e problemas solicitados).

Para Ausubel, a aprendizagem significativa de conceitos não ocorre mediante a aprendizagem mecânica, mas se opera na interação entre “novos” e “antigos” conceitos. Coll et al. (2000) ressalta que a aprendizagem de conceitos envolve interpretação e construção pessoal, estruturação de esquemas e elaboração de modelos explicativos pessoais. A aprendizagem de procedimentos envolve processos de elaboração de modelos de atuação pessoal e o desenvolvimento de estratégias cognitivas e metagognitivas.

Além de acreditar que a aprendizagem de conceitos ocorre mediante um processo receptivo/mecânico e participativo/reprodutivo, Marina compreende também que é importante que o aluno desenvolva uma idéia intuitiva sobre as justificativas de alguns procedimentos de cálculo; depois basta memorizar.

No ensino de equações do 1º grau ela esclareceu (na entrevista) que justifica a troca de sinais, durante o processo de resolução de uma equação, usando o conceito de equilíbrio, no contexto da balança de dois pratos

> Equação, a gente, começa trabalhar na balança. [...] tem que ter o mesmo peso dos dois lados. Ele (o aluno) tem que equilibrar. Então, a partir do momento em que o aluno vê o valor do x em um pratinho e vê o valor total do peso no outro pratinho, ele olhou e já descobre o valor do x sem fazer cálculo nenhum. É automático. Ele vê a quantidade, então, ele descobre olhando. Depois vem àquelas equações maiores, então começa o processo de separar. Separar x para o primeiro membro e número para o segundo membro (MARINA, 19/01/05).

No 4º encontro Marina disse que para justificar a troca de sinais, na resolução de uma equação do 1º grau, usa o argumento da igualdade, na balança, e exemplifica: “divide dos dois lados, retira dos dois lados, usa-se o argumento da operação inversa e para memorizar usamos Historinhas, tipo: ‘pula ponte’, ‘foi pular a cerquinha, caiu no rio e se molhou, por isso trocou o sinal’” (Novamente as ‘histórinhas’ aparecem para justificar as regras que devem ser memorizadas e mais uma vez apresenta o conteúdo ausente de significado potencial).

No contexto das atividades desenvolvidas no grupo de estudos, Marina contrapõe-se à idéia de usar os princípios (multiplicativo e aditivo) da igualdade para justificar os procedimentos de cálculo que são apresentados aos alunos. Para ela é “[...] desnecessário usar essa terminologia, não é preciso justificar nada para os alunos de 8ª série, eles já sabem o porquê da troca de sinais” (15/02/2005).

Entretanto diante da equação ‘$3x+4=6$’, que foi escolhida para fazer parte de uma revisão, perguntamos às professoras (8º encontro) se os seus alunos iriam saber explicar, durante a discussão, por que o ‘-4 ir para o 2º membro’, Marina contradiz o que disse antes, ou seja, “eles já sabem”, ao dizer: “Eu acho que ele não tem resposta para isso não. Acho que ele não lembra”.

Contraditoriamente, Marina continua argumentando

> Ainda se fosse uma turma que tivesse trabalhado com balança poderia até saber, mas não há balança aqui. Muitos não foram meus alunos no ano passado. Eu acho que não vão saber [...].Dizer o porque disso, 4 passa negativo, eu acho que não vão conseguir, eles vão contar uma historinha que a professora do ano anterior contou, tipo passa pela escadinha... **Eles não vão saber que é o equilíbrio** (MARINA, 15/03/05).

Quando questionamos a respeito de como elas iriam fazer para que os alunos entendessem isso, Marina respondeu enfaticamente: “Só vou mostrar, não vou fazer balança não, já passou da época!” (15/03/05).

Na opinião de Marina não há necessidade de ficar justificando todos os procedimentos de cálculo “[...] porque nem tudo tem resposta. Tem coisa que nem a gente sabe, como algumas partes da Álgebra, por exemplo” (8º encontro). A professora revela que também aprendeu Matemática de forma automática, ou seja, memorizou mecanicamente informações arbitrárias.

Mesmo afirmando que não é preciso justificar todos os procedimentos de cálculo para que o aluno aprenda, ela desenvolve com eles algumas idéias intuitivas (“divide dos dois lados, retira dos dois lados, usa-se o argumento da operação inversa”), entretanto prefere não sistematizar essas idéias (usar os princípios ‘multiplicativo e aditivo’ da igualdade).

No contexto das discussões no grupo de estudos (10º encontro), Marina demonstrou desconhecer tais princípios. Ela nos levou a essa conclusão quando argumentou que não é necessário usar os princípios de igualdade para justificar os procedimentos de cálculo, para resolver uma equação do 1º grau, porque o princípio é apenas um nome, um nome diferente. É apenas uma teoria que surgiu há pouco tempo e que está relacionada com uma generalização do que acontece no contexto da balança de dois pratos e que usar esses princípios em nada vai alterar a compreensão do conteúdo pelo aluno.

Podemos constatar o que acabamos de afirmar analisando o discurso da professora

> [...] O princípio matemático que está falando ai [...] que **nada mais é do que uma teoria que eu vou colocar na cabeça do meu aluno**... é uma teoria que eu vou colocar para ele, que é um princípio da Matemática, mas ele vai falar **‘Mas de onde vem esse princípio da Matemática?’ A onde eu volto? Na balança** (MARINA, 05/04/05).

> [...] Vem de onde? Vem da balança. Ai **depois que surgiu esse tal do princípio** (Marina começa a sorrir), que eu acho que **não deve ter sido há muito tempo que tenham inventado esse nome**, porque quando eu fiz faculdade não existia esse tal do princípio (Regina: Ele existia sim...), mas **não era comentado, não era falado** (MARINA, 05/04/05).

> Mas vai... Usando esse termo, esse nome ‘princípio da adição’ como é que é, repete o nome! (Regina: Princípio aditivo da igualdade) vai alterar alguma coisa na cabeça dele? (Regina: Não apenas um nome, mas um conceito). Não**, só vai alterar um nome porque ele já compreendeu** [...] Ao ouvir esse nome ‘princípio da igualdade da adição’, mas para ele vai continuar na mesma. **Ele vai saber o que tem que fazer aqui, ‘tira lá e tira aqui’** (MARINA, 05/04/05).

> Ele vai concretizar da seguinte forma, quando tinha dos dois lados eu posso tirar. Então quando não tem dos dois lados, que eu posso tirar ,então eu vou dizer é o principio da... Mas de onde veio isso ai? Da balança. Só porque não tinha dos dois lados, mas eu vou tirar dos dois lados, vai usar o termo negativo. Então eu falo assim, o número negativo, eu vou ficar devendo, mas como eu vou ficar devendo? Aqui na balança, não existe isso. Então eu jogo a situação pro real, pro dinheiro. Eu **não sou muito da teoria, sou muito da prática sabe. Dizer que isso é um principio da igualdade, não. Eu expliquei, não preciso ficar citando nomes para as coisas, isso não é importante para ele** (MARINA, 05/04/05).

Analisando o discurso de Marina concluímos que era necessário analisar também a sua prática a fim de podermos encaminhar uma resposta consistente relativa à pergunta desta investigação. Para analisar a prática da professora tivemos que acompanhar algumas de suas aulas. Ao analisar as descrições das aulas, foi possível identificar alguns fatores que nos ajudaram a esclarecer o modo como ela compreende a aprendizagem.

A observação das aulas de Marina contribuiu para confirmar a nossa inferência de que, para ela, a aprendizagem de conceitos matemáticos se dá mediante transmissão/recepção das definições que geralmente são trazidas pelos livros didáticos. Essa inferência pôde ser feita quando, após uma breve discussão na qual os alunos haviam pesquisado definições sobre equações (12º encontro), ela questionou-os dizendo “O que é uma equação do 1º grau? Será definida por $ax+b=0$, de acordo com a maior potência da incógnita. Variável ou incógnita é a letra que você vai usar. Nós indicamos a equação através do maior expoente da incógnita” (18/04/05).

Observamos que o discurso produzido pelos alunos é, em sua maior parte, constituído pelo conhecimento dos procedimentos de como resolver equações. As justificativas que eles deram para os cálculos que realizaram são reproduções de discursos produzidos por Marina e por outros professores durante a vida escolar desses alunos, o que, não representa um conhecimento produzido por um processo de pensamento próprio, original. Isso ficou evidente quando ouvimos uma aluna dizer (12º encontro): “Menos com menos dá mais. Está positivo, passa negativo” e também quando a professora perguntou: “por que o número muda de membro com sinal trocado? Por que 11 passou negativo[1]?” Grande parte dos alunos responderam: “Porque passa todos os xis para um lado e os números para outro”.

Foi possível compreender que a professora acredita que os alunos aprendem respondendo às suas perguntas (para verificar se aprenderam os procedimentos) na aula e fazendo os problemas e exercícios corretamente. As respostas dos alunos às perguntas feitas pela professora foram utilizadas, muitas vezes, como um “termômetro” para medir o quanto estão acompanhando o discurso produzido por ela e, também, um meio de saber como os alunos estão “compreendendo”, para que a professora possa “completar seus pensamentos”.

Observamos que a professora escreveu (valorizando as idéias dos alunos que geralmente participam, na maior parte das vezes, reproduzindo discursos), explicou e questionou os alunos durante a resolução de problemas.

Chegamos à conclusão que a professora acredita que o aluno demonstra aprender quando ele ouve suas respostas às perguntas que faz durante a aula. Ressaltamos que ela evitava dar respostas aos alunos. Ela fazia perguntas de modo a levá-los a organizar seus pensamentos e a expressar o que estavam pensando.

Tivemos a impressão de que a professora acredita que, durante a “conversação”, como ela explicitou algumas vezes nas discussões, no grupo de estudos, os alunos estão compartilhando do mesmo conhecimento matemático, por estarem concordando com o mesmo discurso produzido por ela. Ao encaminhar os

---

[1] Essa pergunta foi feita no contexto da resolução e correção de uma equação ($y+3+2y=5y+y-11$) proposta pelos alunos quando a professora iniciava o trabalho de revisão de conteúdo.

pensamentos dos alunos mediante perguntas, ela acredita que os está auxiliando a compreender os problemas trabalhados.

Ao acreditar na importância da “conversação” no processo de aprendizagem, Marina revelou que a interação social (processo dialógico entre professor e aluno e entre aluno e aluno) auxilia no processo de aquisição de conhecimentos. Ausubel entende a interação como um processo intrínseco da aprendizagem significativa, pois é na interação entre “novos” e “antigos” conceitos que o sujeito aprende significativamente.

Segundo Marina, o processo de interação se dá entre os sujeitos, quando um fala e o outro ouve e depois quando este fala para se certificar que entendeu o que outro disse... Para Ausubel, a interação pertence ao domínio da estrutura cognitiva; são os conceitos que interagem e não os sujeitos. A presença do outro serve para transmitir o conceito e facilitar o processo de aprendizagem apresentando os conteúdos hierarquicamente e logicamente organizados (potencialmente significativos).

Contudo, um diálogo entre alunos é pouco valorizado por ela, já que raramente desenvolve trabalhos em grupo e quase nunca pergunta a um aluno a respeito do que ele pensa sobre o que outro disse. Em certo momento, no grupo de estudos (13º encontro), quando questionada sobre a sua preferência em desenvolver trabalhos em grupo ou individuais ela comentou

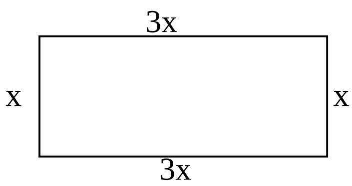
> **O grupo, na Matemática**, eu percebo o seguinte... dependendo da sala, até o grupo de quatro funciona, por que daí sabem discutir. Dependendo da sala, é dois a dois, por que um sempre fica de fora (não participa efetivamente). E outra coisa, o grupo funciona também assim, **se o aluno sabe, o outro que não sabe quer montar grupo com aquele que sabe. Ele quer ‘encostar’ naquele que sabe...Aquele que sabe nunca quer ir com aquele que não sabe. Ele quer ir com aquele outro que sabe também** (19/04/05).

Pelo comentário feito por Marina tivemos a impressão de que ela não vê o trabalho em grupo como uma boa estratégia de organização das aulas de Matemática, pois alguns alunos tendem a não se envolver efetivamente com as tarefas propostas. Marina demonstra acreditar também que a relação entre os participantes constitui-se em um jogo de interesses, porque a maioria dos alunos não deseja ajudar o outro (que apresenta dificuldade) a aprender e sim a se apropriar do que o outro (que apresenta facilidade) produziu ao desenvolver uma tarefa.

Notamos que, algumas vezes, a professora questionou os alunos sobre as justificativas que estão implícitas nos procedimentos que usam para fazer os cálculos, porém não formalizou o conceito matemático que fundamenta a questão. Ela preferiu usar uma idéia intuitiva. Percebemos isso durante a resolução de uma equação, na qual ela não se preocupou em justificar os cálculos por meio dos princípios da igualdade. Utilizou-os de modo intuitivo dizendo aos alunos “Usa artifício menos um, por quê? Tudo que multiplica de um lado e do outro não altera a equação, né?”.

Os registros feitos pelos alunos, tanto no caderno quanto no quadro, não são explicados por eles. Observamos que raramente os alunos falam sobre o que fazem, não argumentam e não justificam os procedimentos de cálculo que utilizam. Constatamos isso quando um aluno registrou no quadro de giz (e os outros permaneceram em silêncio), a resolução do seguinte problema (pesquisado pelos alunos):

2- Em um retângulo, o lado menor mede x e o lado maior mede três vezes mais que o menor. Quanto mede cada lado do retângulo sendo que o perímetro mede 200 cm? O aluno resolveu do seguinte modo:



$$x + 3x + x + 3x = 200$$
$$8x = 200$$
$$x = \frac{200}{8}$$
$$x = 25$$

Figura 1 – Problema: A área do retângulo.

Após a resolução desse problema e de vários outros, não apenas no contexto da revisão, mas também quando introduzia conteúdo novo, era sempre a professora que explicava. Quando o aluno ia ao quadro era apenas para reproduzir silenciosamente os procedimentos de cálculo memorizados.

Observamos que, geralmente, o momento da correção constituía uma ocasião para verificar respostas e procedimentos e não para discutir sobre os conceitos envolvidos e sobre os porquês dos procedimentos de cálculo utilizados durante a resolução das equações. Segundo Marina, para aprender é preciso prestar atenção, ouvir, "acompanhar" o discurso do professor.

Não obstante constatasse que o momento da correção era o momento de verificar respostas, observamos também que, ela tentava, de certo modo, garantir o significado da linguagem algébrica escrita no quadro 'explicando aos alunos os significados' que ela deu para a equação, acreditando assim que seus alunos estariam adquirindo significados, ao ouvir os significados que ela produziu.

Por exemplo, durante a resolução do problema[1] (19º encontro): "Ribamar foi passear no sítio de seu avô. Lá havia galinhas e porcos. Em determinado momento, Ribamar disse: 'aqui há 13 animais um total de 36 pés'. Você sabe dizer quantas galinhas e quantos porcos havia no sítio naquele momento?" (Podemos observar o discurso da professora, descrito nos balões. Por meio desse discurso ela informava aos alunos o que representava, no contexto do problema, cada termo que foi usado para construir a equação).

---

[1] DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática – 8ª série. São Paulo: Ática, 2005, p. 40.

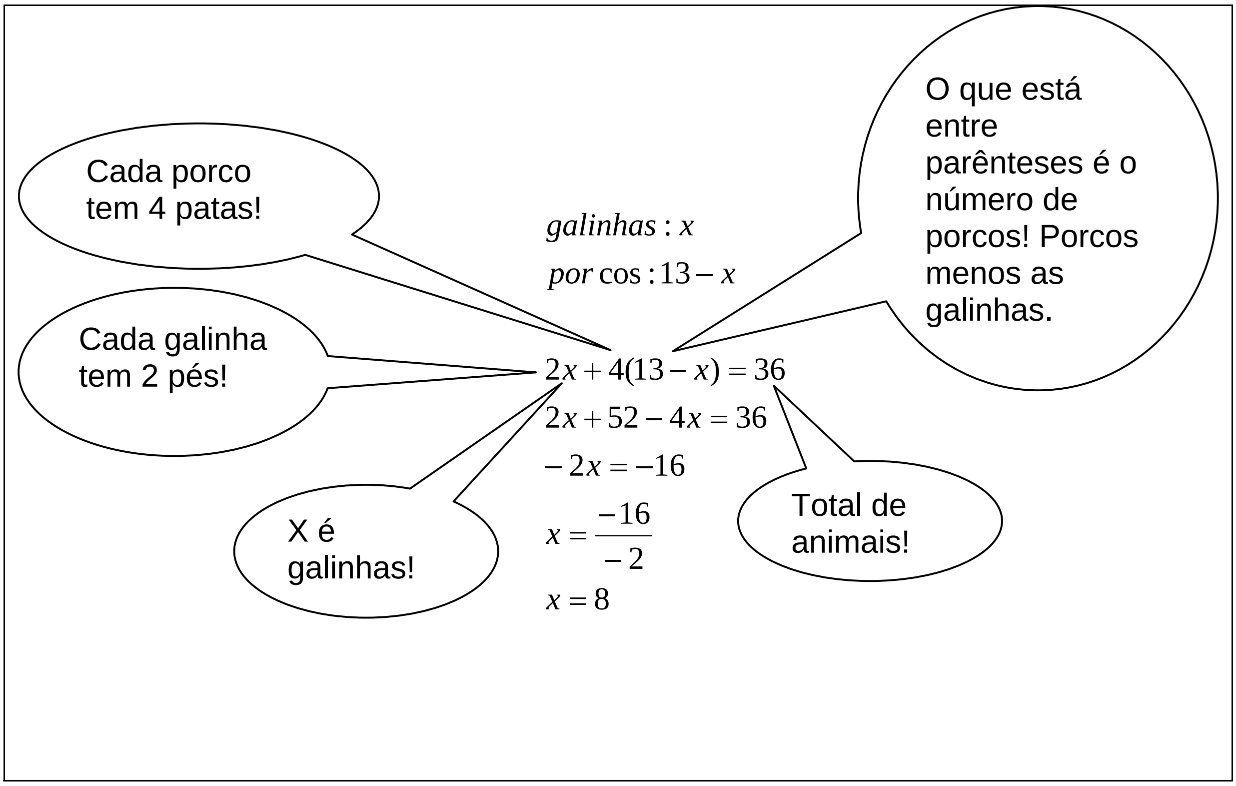


Figura 2 – Problema: calculando o número de pés das galinhas e dos porcos.

Poucas vezes, quando houve explicação dos alunos, esta se resumiu em uma "leitura do texto matemático" no sentido de **decodificar os símbolos**. Esclarecemos que para Marina o significado pertence ao domínio simbólico. Desse modo, quando o sujeito lê o registro simbólico tem de ser capaz de adquirir o significado que acredita ser inerente ao símbolo. O registro simbólico (Material de aprendizagem) tem significado lógico. É potencialmente significativo. Essa perspectiva está de acordo com Ausubel.

Algumas vezes, a explicação da professora também se constitui em uma reprodução de discursos, ou seja, ela também lê os símbolos representados enquanto explica, talvez acreditando que seus alunos já dominem o assunto e que seria desnecessário ficar justificando os procedimentos de cálculo durante todos os momentos da correção. Percebemos isso em várias situações, porém descreveremos a seguir o recorte de uma aula que julgamos ser mais representativa.

A professora lê o problema 4 do livro didático[1] (19º encontro) e enquanto lê vai escrevendo e ao mesmo tempo questionando o aluno. O que está escrito nos balões representa a fala da professora na aula:

Problema 4: Maurício gastou a quarta parte de seu salário com aluguel e a terça parte com alimentação, água e energia elétrica. Restaram, ainda, R$ 400,00. Qual é o salário de Mauricio?

$\frac{x}{4}$ aluguel

$\frac{x}{3}$ alimentação/água/energia

400 restante

x salário

$$\frac{x}{4}+\frac{x}{3}+\frac{400}{1}=\frac{x}{1}$$

Um!

$$\frac{3x+4x+4800}{\cancel{12}}=\frac{12x}{\cancel{12}}$$

Posso cortar? Em toda equação?

Alunos em silêncio!

$$3x+4x-12x=-4800$$

$$-5x=-4800$$

Usa artifício menos um, por quê? Tudo que multiplica de um lado e do outro não altera a equação, né?

$$5x=4800$$

$$x=\frac{4800}{5}$$

$$x=960$$

Figura 3 – Problema: Qual é o salário de Maurício?

Durante a aula, Marina lê o problema 5 do livro didático[2] (19º encontro), escreve e vai falando e ao mesmo tempo questionando e explicando. O que está registrado no balão representa a fala da professora e dos alunos ao responderem às perguntas dela:

[1] DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática – 8ª série. São Paulo: Ática, 2005, p.39, 40.
[2] DANTE, loc.cit.

Um papiro milenar

O papiro de Ahmes data de 1650 a.C. Ele foi encontrado por um antiquário escocês chamado Rhind no século XIX. Um dos problemas contidos nesse papiro é o seguinte: “Uma quantidade, adicionada a seus $\frac{2}{3}$ mais sua metade e mais sua sétima parte é 33. Qual é essa quantidade?”. Resolva-o em seu caderno.

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 33$$

$$\frac{42x + 28x + 21x + 6x}{\cancel{42}} = \frac{1386}{\cancel{42}}$$

$$97x = 1386$$

$$x = \frac{1386}{97}$$

$$x \cong 14{,}2$$

Marina: Quarenta e dois dividido por um?
Alunos: 42!
Marina: Quarenta e dois vezes x?
Alunos: 42x!
Marina: Quarenta e dois dividido por três?
Alunos: 14!
Marina: Quatorze vezes 2x?
Alunos: 28x!

Figura 4 – Problema: O Papiro Milenar.

Observamos que Marina sente muita necessidade de trabalhar todos os problemas que o livro didático traz. Ela acredita que para aprender tem que fazer muitos problemas ou exercícios semelhantes. No contexto das discussões, no grupo de estudos (13º encontro), falou que “dirige direitinho o livro didático”.

Mesmo demonstrando que a sua prática pedagógica é geralmente direcionada pela seqüência didática apresentada nos livros didáticos, observamos que algumas vezes, dependendo da natureza dos problemas, permite que os alunos resolvam por métodos próprios, e durante a correção explora as diferentes formas de resolução produzidas pelos alunos, dando-lhes liberdade de escolha. Entretanto, algumas vezes, não pára para analisar com a turma as estratégias organizadas, os raciocínios e os procedimentos de cálculo desenvolvidos por eles.

Mediante a apresentação da maneira como Marina compreende o processo de aprendizagem de seus alunos, identificamos algumas unidades de análise. O quadro explicativo 1 pretende relacionar como Marina compreende a aprendizagem, com as idéias presentes na Teoria de Ausubel, indicando pontos convergentes e pontos divergentes.

Quadro 1 – Compreensão de aprendizagem da Professora Marina e a Teoria de David Ausubel.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões de Marina na perspectiva da investigadora**	**Perspectiva presente na teoria de Ausubel**	**convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e as relações com o cotidiano	O aluno produz significados em Matemática quando os conteúdos têm uma relação direta com o seu cotidiano, ou seja, quando se torna possível mostrar ao aluno que o conhecimento aprendido pode ser aplicado, tornando-se útil. Ex. "[...] quando vai ensinar os números inteiros, [...] Você vai começar a mostrar na escala do grau, ai vem, procura em jornal e revista onde fala a temperatura, [...] ai ele vai entendendo através dessa mostragem, ai ele vai criando conhecimento, [...] é natural isso ai, natural pro aluno né, os números inteiros" (19/01/05).	A aprendizagem é significativa quando o sujeito consegue relacionar, de forma não-arbitrária e substantiva (não-literal), uma nova informação a outras com as quais o sujeito já esteja familiarizado (Ausubel, 1980). "A aprendizagem refere-se ao processo de *aquisição de significados* a partir dos significados potenciais apresentados no material de aprendizagem, e ao processo de *torná-los mais disponíveis*".	Marina procura relacionar as novas informações (o novo conteúdo) com outras que acredita sejam familiares aos alunos. Na perspectiva de Ausubel, quando se estabelece uma relação não-arbitrária e substantiva entre o que o aluno já sabe e o que ele ainda não sabe, ocorre aprendizagem significativa.	Em Ausubel, o conhecimento prévio não precisa estar necessariamente relacionado ao cotidiano. Ele afirma que é necessário que haja algum conceito ou proposição presente na estrutura cognitiva do aluno para servir de âncora para o novo assunto a ser aprendido.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões de Marina na perspectiva da investigadora**	**Perspectiva presente na teoria de Ausubel**	**convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a transmissão e o mecanismo de repetição	O aluno produz significados para os conteúdos que não têm uma relação direta com seu cotidiano, mediante um processo mecânico de repetição de conhecimentos transmitidos pela professora. Ex. 1) "Ai é o tal do significado por mecanismo, então muitas vezes o aluno fala 'aprendi álgebra', 'aprendi produtos notáveis', 'aprendi fatoração', mas ele aprendeu por mecanismo, então ele criou significado, mas através da repetição, não é através da descoberta" (19/01/05). 2) "Não só construindo, mas também, você aprende muito aquilo que é transmitido também" (22/03/05).	"Na aprendizagem receptiva (automática ou significativa) todo o conteúdo daquilo que vai ser aprendido é apresentado ao aluno sob a forma final. [...] Do aluno exige-se somente internalizar ou incorporar o material [...] que é apresentado de forma a tornar-se acessível ou reproduzível em alguma ocasião futura" (1980, p.20). A aprendizagem receptiva será significativa quando a tarefa de aprendizagem potencialmente significativa for compreendida ou tornada significativa durante o processo de internalização. A aprendizagem receptiva será automática quando a tarefa de aprendizagem não for potencialmente significativa e nem se tornar significativa no processo de internalização (AUSUBEL et al., 1980). Segundo Ausubel et al. (1980, p.38) "[...] as tarefas de aprendizagem automática, [...] são relacionáveis à estrutura cognitiva, mas somente através de uma relação arbitrária, literal, que não resulta da aquisição de novos significados".	A aprendizagem por recepção também pode ser significativa. Basta que o aluno tenha algum conceito disponível em sua estrutura cognitiva para relacionar com os novos conceitos.	Para Ausubel, a aprendizagem receptiva não é necessariamente automática. Marina parece acreditar que existe aquisição de significado por meio de uma aprendizagem mecânica (por repetição), mas, para Ausubel, quando o sujeito aprende de forma automática não adquire novos significados. Para Ausubel, não é porque o conteúdo não tem relação direta com o cotidiano que não é possível aprender significativamente, basta que este conteúdo seja apresentado ao aluno de forma logicamente organizada respeitando-se uma ordem de inclusividade de conceitos.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões de Marina na perspectiva da investigadora**	**Perspectiva presente na teoria de Ausubel**	**convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a construção e criação de conhecimentos	O aluno **produz** significados por meio de um processo de construção ou de criação quando resolve um exercício ou um problema por meio de métodos ou estratégias próprias, diferentes daquelas que a professora ensinou. O processo de criação de conhecimentos está relacionado com a descoberta de algo novo no contexto do que já se está estudando. O aluno cria conhecimentos quando ele pensa diferente do habitual, quando consegue chegar às mesmas respostas por caminhos diferentes. Ex. “Ele constrói alguma coisa que ele está ali por dentro, ai já vai descobrindo. Eu tenho muitos alunos assim, por exemplo, ele já está sabendo resolver um exercício, ai lá no meio de um outro exercício ele descobre, ele diz ‘ah poderia fazer assim, oh professora descobri um negócio, pode ser assim, deu o mesmo resultado?’ Ele construiu o jeito dele, mas ele já tem uma idéia daquilo, entendeu?” (19/04/05).	Ausubel não se refere à construção de conhecimentos para explicar a aprendizagem significativa. Para Ausubel, o sujeito aprende adquirindo significados; então o que é para ser aprendido já está previamente definido. O modo como Ausubel entende a noção de significado e de conhecimento é totalmente diferente da perspectiva apresentada por Lins. Segundo Lins, o conhecimento somente é constituído quando o sujeito produz significado.	Inferimos que para Marina o processo de construção de conhecimentos deve ser compreendido como um processo de reconstrução e de recriação daquilo que ela está ensinando. No seu entender, o aluno deve, por meio da construção, chegar “naquilo” que ela considera como o correto. Essa compreensão distancia-se da noção de conhecimento apresentada por Lins, pois para ele, o conhecimento somente é constituído quando o sujeito produz significado. Assim como em Ausubel, Marina entende que o conhecimento já está dado socialmente e cabe ao aluno reproduzir um único discurso considerado como o correto.	

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões de Marina na perspectiva da investigadora**	**Perspectiva presente na teoria de Ausubel**	**convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a descoberta de conhecimentos	O aluno produz significados por meio de um processo de descoberta quando descobre algo novo, no contexto do que já está estudando. Ex. "A construção do conhecimento é algo que vai ser descoberto, ele vai descobrir através de algo... Não é algo que ele nunca viu também não. Ele vai descobrir dentro do processo que ele está estudando, ai ele vai não descobrir tudo, pedaços que ele vai descobrindo, aquilo já vai construindo o conhecimento, só que ele já tem que ter uma idéia daquilo" (19/04/05).	Quando o conteúdo principal daquilo que vai ser aprendido não é dado, cabe ao aluno descobri-lo antes que possa ser significativamente incorporado a sua estrutura cognitiva. Na aprendizagem por descoberta "[...] o aluno deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente e reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins" (1980, p.21).	Quando Marina diz que seus alunos vão descobrindo "pedaços" do conhecimento ela se aproxima da idéia de Ausubel quando no capítulo em que afirma que o processo de descoberta exige que o aluno faça reagrupamento de informações integrando-as a sua estrutura cognitiva.	Segundo Ausubel, nem sempre se aprende significativamente por meio da descoberta porque é preciso antes de tudo que o aluno esteja disposto a aprender, a estabelecer relações entre os novos conceitos que descobriu e os que já fazem parte da sua estrutura cognitiva.

4.2 Compreensão de Aprendizagem da Professora Juliana e a Teoria de Ausubel.

A professora Juliana é bacharel em Economia e já deu aulas em cursos profissionalizantes. Depois que esses cursos foram extintos, Juliana teve que fazer um curso de formação especial para dar aulas de Matemática no ensino Fundamental e Médio. Quando se recorda de seus professores da faculdade comenta que eram inimigos dos alunos e que passavam exercícios no quadro pulando etapas no desenvolvimento e assim ninguém sabia como resolver. Esclarece que os alunos tinham raiva de alguns professores. Muitos alunos tinham que recorrer a outros professores por meio de aulas particulares.

Quando questionada, durante a entrevista (Apêndice 2), se conseguiam (Juliana e os outros alunos da turma) produzir significados para os conteúdos por intermédio das estratégias que esses professores utilizavam, ela afirma enfaticamente: “Não! Não conseguia nada!”.

E logo depois ela pergunta: “Você quer saber para que (a Matemática) ia servir, é isso que você está querendo saber?” (JULIANA, 20/01/05).

Até aqui tivemos a impressão de que Juliana, assim como Marina, também não tinha entendido a pergunta, ou seja, é possível que ela tenha compreendido “produção de significados” como sinônimo de “aprender” e em seu pensamento a pergunta seria: “você conseguia aprender com as estratégias que seus professores utilizavam?”.

No decorrer do trabalho desenvolvido no grupo de estudos, Juliana, assim como Marina, demonstrou que também se apropriou do nosso discurso para falar sobre o modo como compreendia a aprendizagem. Juliana confirmou a nossa conclusão dizendo:

> [...] a gente está ensinando, **a gente está querendo que o aluno aprende, só que nós usamos um vocabulário e você usa outro,** produção de significados é o conhecimento. Com o que é que eu estou preocupada? **Eu vejo se os alunos estão aprendendo ou não** (JULIANA, 26/04/05).

Pela fala da Juliana passamos a considerar que, desde o início das atividades desenvolvidas no grupo de estudos, ela pensava e falava de aprendizagem**,** enquanto nós a questionávamos sobre “produção de significados”.

Quando falou, na entrevista, de sua formação profissional, a professora revelou o modo como aprendia na época. Por sua fala foi possível observar que, para ela, o significado do conhecimento matemático está relacionado com a sua utilidade.

> Era muito teórico tudo, eram aqueles exercícios abstratos. Só hoje, a gente já dá mais uma coisa mais concreta, mais na época era tudo abstrato. Aqueles exercícios, **eu não sabia para que eu ia usar aquilo um dia** e aí que se tornava mais difícil ainda né. (Juliana, 20/01/05).

Para aprender é necessário que o conteúdo esteja diretamente relacionado ao cotidiano. Segundo Ausubel et al. (1980), o ponto de ancoragem não é necessariamente um conhecimento que tem origem no cotidiano.

Quando questionada sobre a possibilidade dos conteúdos matemáticos se tornarem obsoletos, inúteis e desinteressantes, por conta do modo como estão sendo ensinados, ela ficou indignada com a pergunta e argumentou dizendo que isso não é verdade e que ela e muitos professores fazem de tudo para mostrar ao aluno que ele vai precisar daquilo e que, na sua opinião, o que pode ser melhorado são os métodos de ensinar Matemática.

Notamos que para Juliana é importante mudar os métodos de ensino para que o aluno possa perceber a utilidade do conhecimento matemático, tornando-o mais concreto. Ela acredita que o ensino de Matemática tem mudado muito ultimamente, pois que antigamente tudo era muito abstrato. Concluímos que Juliana compreende que o conteúdo torna-se concreto para o sujeito quando é possível relacioná-lo às experiências do cotidiano. O ensino de Matemática é considerado abstrato quando o professor não mostra ao aluno a sua aplicabilidade.

Constatamos que Juliana está de acordo com Ausubel quando afirmou que a possibilidade do aluno perceber a utilidade da Matemática em seu cotidiano depende muito do próprio interesse, o aluno tem que se interessar em aprender Matemática. De acordo com Ausubel, a disponibilidade do aluno em aprender constitui uma das condições para que ocorra a aprendizagem significativa.

Observamos que Juliana demonstrou estar descontente com a maioria dos alunos, pois, segundo ela, parece que eles não têm a aprendizagem como objetivo. Juliana confirma essa afirmativa comentando:

> Então, mas a vida inteira ela (Matemática) (a professora parou um pouco para pensar) foi até ensinada... A vida inteira de forma bem abstrata, eu sempre acho isso. Hoje ela já está sendo ensinada de uma forma mais concreta. Então, eu acho que o aluno tem mais noção de perceber que ela é... Não é assim, obsoleta. E que ele vai enxergar o que, que ele vai precisar. Tudo depende do interesse do aluno também. Tem que ver o objetivo do aluno, que na verdade, que eu não acho o objetivo (neste momento a professora sorri ao dizer que o aluno não tem objetivo) É isso que é complicado. (JULIANA, 20/01/05).

No contexto de uma discussão no grupo de estudos, no 9º encontro, Juliana comentou ainda: “[...] os alunos não estão interessados se estão ou não aprendendo” (JULIANA, 22/03/05) e demonstrou preocupação com eles, pois, segundo ela, o interesse dos alunos está centrado na sexualidade, nos problemas sociais, como roubo, prostituição, drogas e muitos outros.

Entretanto Juliana considera intrigante existir pessoas que aprendem sem que ninguém as tenha ensinado. Ela questionou sobre o modo como essas pessoas adquirem conhecimento sem ninguém ensinar sobre o modo como elas aprendem música, por exemplo. Por essa observação de Juliana entendemos que ela acredita em aprendizagem sem ensino e que na escola pode acontecer de o aluno aprender sozinho movido pelo seu próprio interesse.

Ao focalizar a aprendizagem apenas no interesse do aluno, podemos inferir que Juliana atribui a ele toda a responsabilidade do processo. Quando o aluno não entende o conteúdo, geralmente, é porque não estuda, não se interessa.

Ausubel argumenta que há duas condições para que haja aprendizagem significativa, uma delas refere-se à disponibilidade do aluno e outra, ao material de aprendizagem. Este tem que ser potencialmente significativo para que a nova informação, por ela fornecida, possa ser relacionada (de modo não-arbitrário e substantivo) aos pontos de ancoragem presentes na estrutura cognitiva.

Por intermédio da entrevista foi possível entender que Juliana compreende que seus alunos aprendem quando começam a “entender o significado” daquilo que ela está sendo ensinando.

> A partir do momento em que ele começa a **entender o significado**, a definição, entender o que é o exercício, o que é teorema de Pitágoras, por exemplo, o que é qualquer atividade Matemática. Mas na maior parte das vezes demora muito! Às vezes saem até do ensino médio e não conseguem o significado, não conseguem encontrar alguma coisa... Não sei bem se é isso. (JULIANA, 20/01/05).

A professora considera que é possível constatar se os alunos “entenderam o significado” mediante suas explicações e observações, bem como por meio da realização de atividades, de aplicações orais (fala dos alunos na aula), de exercícios e de leituras realizados pelos alunos.

Quando Juliana revela que para aprender é necessário entender o significado podemos inferir que ela compreende o significado como algo já determinado na cultura e que, portanto, tem que ser adquirido pelo aluno. Essa perspectiva aproxima-se da compreensão de significado e aprendizagem significativa estabelecidos por Ausubel.

Assim, podemos deduzir que, para Juliana a Matemática é considerada como um conhecimento dado a priori (seus conceitos e proposições já estão definidos) cabendo ao aluno a função de entendê-la mediante as explicações da professora e as tarefas que realiza (escrita ou oralmente). Juliana se aproxima das idéias de Ausubel quando considera que os conteúdos matemáticos têm que ser transmitidos verbalmente por ela e que os alunos têm que recebê-los e assimilá-los.

Para Ausubel, a aprendizagem dos conteúdos na escola pode acontecer por meio do processo de recepção verbal e descoberta. Para Marina, os alunos também podem aprender quando conseguem verificar ou produzir algo por meio de uma atividade (entrevista). Tal como pensa Marina, Juliana também compreende o processo de produção como (re) produção, na qual a intenção é sempre fazer o aluno chegar a algo que já está definido.

Ela também demonstra compreender que a aprendizagem acontece quando o aluno consegue estabelecer conexões entre a Matemática e as práticas sociais. Segundo ela, o aluno aprende

> [...] quando ele mesmo (o aluno) consegue verificar ou produzir alguma coisa em cima daquele... daquela atividade que você deu. Pitágoras, por exemplo. Então, se ele observa, até mesmo numa construção, e fala assim, então: 'olha, eu posso fazer isso aqui na...' Então ele observa e vê onde encaixa aquele conteúdo. Então, ai eu acho que ele teve aprendizagem. (JULIANA, 20/01/05).

Quando discutimos a aprendizagem de equações, Juliana demonstrou estar insegura para fazer qualquer afirmação. Ela disse, na entrevista, que ensinar equação é complicado e que no ano passado não trabalhou este assunto. Deu aula de Desenho Geométrico e não se lembra de nenhum exemplo que a ajude a explicar como seus alunos podem aprender equações. Quando insistimos que ela explicasse o modo como compreende a aprendizagem de equação pelos seus alunos, ela ficou pensativa durante alguns minutos. Logo depois acabou revelando que o aluno aprende equação do 1º grau quando consegue entender que para resolver um determinado problema ele precisa de uma equação.

Compreende que os problemas devem ser propostos depois do ensino dos procedimentos para resolver equações. A resolução de problemas é entendida como um contexto de aplicações do que foi aprendido e pode ser considerada como uma oportunidade para que os alunos estabeleçam uma relação da Matemática com situações que acontecem no cotidiano.

Ao observar a sua aula, constatamos que ela organiza a aula apresentando, a princípio, a definição, os exemplos e os exercícios mais simples e depois vai gradativamente aumentando o grau de complexidade (exercícios e problemas que, no seu ponto de vista, são mais difíceis para o aluno).

Assim como Marina, ela mostrou-se flexível em modificar a ordem dos conteúdos apresentados no livro didático, mas geralmente não modifica a ordem dos tópicos (por exemplo, em equações do 2º grau ela prefere manter a seguinte ordem de apresentação: definição, resolução de equações incompletas, identificação de coeficientes na equação incompleta e completa...). Ela também acredita que alguns conteúdos são pré-requisitos para tornar possível a aprendizagem de outros.

O modo como Juliana organiza os conteúdos difere da proposta de Ausubel, pois para ele um conteúdo tem que ser apresentado ao aluno de acordo com uma ordem hierárquica de conceitos. Em primeiro lugar, apresentam-se os conceitos que são mais inclusivos e depois os menos inclusivos.

No 8º encontro Juliana revelou que não fica escrevendo o planejamento de aula porque nem sempre dá certo aquilo que planeja. Prefere improvisar, não gosta de detalhar muito o registro do que vai propor aos alunos na aula. Ela acredita que o professor tem que estar "pronto para qualquer coisa". Tem que estar com a "cabeça feita", ou seja, preparada para improvisar diante de qualquer situação diferente que apareça na aula.

No contexto das atividades no grupo de estudos (4º encontro), na qual discutíamos sobre o modo como as professoras introduzem equações do 1º grau, Juliana demonstrou concordar com a professora Marina, fazendo sinal afirmativo com a cabeça ao que ela dizia sobre o uso da balança como recurso para ensinar equações.

Diante da pergunta "Imagine que você tenha que explicar a alguém como o seu aluno aprendeu, por exemplo, 'Equações do 1º grau', como você explicaria?" na entrevista ela disse

> (silêncio...) bom... Tem que observar nas atividades, em sala de aula, em atividade prática, o melhor é em atividade prática, em situações problemas ou no dia – a – dia, observar alguma coisa e ele mesmo (aluno) der conta que ele entendeu o que é uma equação do 1º grau. (JULIANA, 20/01/05).

Na opinião de Juliana o aluno demonstra ter aprendido um determinado conteúdo "[...] quando ele sabe de onde vem aquela atividade e pra onde vai, então ai ele aprendeu sobre aquilo. Se você sabe de onde ela veio e prá onde ela vai, prá que vai servir isso, então o aluno aprendeu. Não sei se é isso que você...".

Novamente Juliana persiste na idéia da utilidade. Podemos inferir que ela compreende as relações da Matemática com as práticas sociais quando o aluno aplica as técnicas e os procedimentos aprendidos nos problemas. Com isso, os alunos percebem para que serve Matemática.

Juliana demonstra acreditar na existência de maneiras diferentes de adquirir significados e conseqüentemente de aprender. Ela disse que os alunos precisam entender o significado das definições e afirmou que o aluno aprende, efetivamente, quando consegue enxergar a presença da Matemática em seu cotidiano, constatando onde se encaixam os conteúdos, ou seja, em que situações a Matemática é aplicada.

Quando ela afirmou que é preciso entender significados, e não produzi-los, demonstrou compreender que o sujeito aprende por meio de um processo receptivo de informações, no qual os conhecimentos devem ser transmitidos pelo professor para serem adquiridos pelos alunos. Expõem Ausubel et al (1980) “[...] a aprendizagem receptiva significativa é importante porque é o mecanismo humano por excelência de aquisição e armazenamento de uma vasta quantidade de idéias e informações” (p.33). Coll et al. (2000) ressaltam a importância da interpretação, da construção e da elaboração pessoal do aluno no processo de aprendizagem.

Juliana concorda com Ausubel à medida que acredita que os alunos aprendem por meio do processo de transmissão e recepção de conhecimentos. Concorda também com Coll, quando ela considera a importância da fala do aluno no processo.

Analisando o discurso da Juliana podemos inferir que ela pensa que o aluno aprende quando ouve explicações e também quando fala sobre o que entende dando oportunidade ao professor de complementar as suas idéias. Juliana declarou isso durante uma discussão sobre o planejamento anual (6º encontro - Anexo1), no qual disse que suas aulas eram expositivas e dialogadas. Na visão de Ausubel, é importante questionar o aluno a fim de saber se houve aprendizagem significativa, uma vez que tanto o questionamento quanto a resolução de problemas permitem ao professor verificar se os alunos entenderam o conteúdo significativamente e não automaticamente.

Nesse mesmo encontro ela explicou o que entende por aula expositiva e dialogada

> Explicando para o aluno, fazendo retomada dos conteúdos, deixando com que ele fale sobre o que ele entende sobre o assunto, para **observar o conhecimento que ele já tem sobre determinado conteúdo**, fazendo leitura de texto sobre o capitulo e ai o professor vai complementando (JULIANA, 04/03/05).

Por essa informação podemos dizer que Juliana corrobora a idéia de Ausubel, uma vez que acredita na importância do conhecimento prévio para a aprendizagem de um conteúdo novo. Além disso, Juliana compreende que nem sempre a fala do aluno representa compreensão de conceito (essa idéia aproxima-se da construção teórica de Ausubel segundo a qual a verbalização do aluno pode ou não ser produto de uma memorização mecânica). Essa inferência pode ser feita após uma discussão na qual ela explicou como resolver a equação $4x - 6x = 2(x - 8)$.

> "Expliquei para eles o procedimento normal (técnica convencional presente na maioria dos livros didáticos para resolver uma equação do 1º grau), que eles tinham que multiplicar o 2 pelo x depois pelo menos 8, ai ele percebe que tem um termo com x (ou seja, 2x) e resolve normal (passando "$2x$" para o 1º membro com sinal negativo porque estava positivo)" (JULIANA, 08/03/05).

No momento em que a questionamos sobre a passagem do termo "$2x$" para o 1º membro ela disse:

> Daí ele já sabia, mas eu não sei se ele já sabia automaticamente, isto é, mecânico, ou é porque ele entendeu. Eu vou ter que observar isso. De repente é só o mecânico que ele já sabe. No momento eu não prestei atenção a esse detalhe, sabia? (JULIANA, 08/03/05).

Na ocasião em que a perguntamos sobre o que poderia fazer para descobrir isso, ela disse: "Ele vai ter que entender o porque que ele está procurando a incógnita. Vou ter que fazer uma investigação. Eu mesma vou ter que ver, que tipo de investigação vou ter que fazer, para ver isso. Eu tenho que saber como investigar" (JULIANA, 08/03/05).

Juliana revela que o discurso do aluno pode estar representando um conhecimento mecânico. Entretanto, não conseguiu definir, então, um modo de investigar a “real” compreensão do aluno sobre os “porquês” dos procedimentos utilizados para resolver uma equação.

Porém, considera as respostas (orais) que os alunos dão às suas perguntas como um meio de verificar se eles aprenderam. Para Juliana, “o fato de não desenvolver” e “de não escrever a resolução de um exercício” não significa que o aluno não aprendeu. Quando o aluno dá resposta (oral) a tudo o que ela pergunta, ela acredita que o aluno aprendeu.

Mesmo tendo afirmado anteriormente que para aprender é preciso ouvir, Juliana disse que é difícil existir alguém que “guarda”, ou seja, memoriza, só ouvindo. Segundo ela, a pessoa tem que escrever e ler para que possa entender o que está buscando: “Tem que ler, escrever, pesquisar, ouvir, interpretar” (JULIANA, 15/03/05).

Com base no que Juliana disse anteriormente podemos observar que o domínio da linguagem é importante para o processo de aprendizagem. Para Juliana, a leitura, a escrita, a interpretação e a fala constituem meios de adquirir os significados. Esse posicionamento está de acordo com Ausubel et al. (1980), visto que “sem linguagem, seria impossível o desenvolvimento e a transmissão de significados, valores e tradições compartilhadas por uma sociedade” (p. 86).

Neste dia (8º encontro) tivemos a impressão de que Juliana não introduziu esse conteúdo utilizando o contexto da balança de dois pratos, porque estava muito quieta e apenas afirmava fazendo sinal com a cabeça ao que Marina dizia. Entretanto em outro momento desse encontro, quando questionamos se os alunos iriam saber argumentar em relação à troca de sinais na equação ‘$3x+4=6$’ ela disse: “[...] ele não vai saber responder desse jeito” (referindo-se aos princípios da igualdade) e depois disse “[...] eu acho até que vão conseguir, mas se for automático, né”.

Segundo Juliana, os alunos não sabem explicar a troca de sinais numa equação usando os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade, pois os argumentos utilizados por eles são constituídos por um discurso técnico e automático (que se faz sem reflexão sobre os “porquês”).

Juliana demonstrou acreditar que quando transmite as definições, as técnicas e os procedimentos de cálculo aos alunos, mediante explicações orais, eles compreendem o conceito, entretanto reconhece que nem sempre o aluno aprende com a explicação dela.

> Ás vezes você está explicando é não atinge o aluno porque o vocabulário. O aluno não consegue entender aquilo que você está falando. Então, o aluno não consegue entender nada. Você pode explicar bem, mas, para você, menos para o aluno, porque ele não entende seu vocabulário. Tem que chegar a altura dele, para ele entender. (JULIANA, 22/03/05).

O discurso da professora nos dá a impressão de que, no entender dela, conhecimentos podem ser transmitidos e que uma falha de comunicação efetiva, nesse processo, resulta da complexidade do vocabulário do professor. Isso nos leva a pensar que a professora compreende que, se o aluno não entende o que ela diz, é porque o vocabulário é muito complexo. Conseqüentemente, ela começa a simplificar o vocabulário. Logo, aparecem as historinhas, como a do fantasma, (p.103) para facilitar a compreensão e, desse modo, chegar à "altura do aluno". Ao usar as "historinhas" como recurso para justificar os procedimentos, Juliana acredita que está facilitando a aprendizagem dos alunos.

Em outro momento (10º encontro), no qual discutíamos o primeiro parágrafo da página 84 do texto "Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa" de Romulo Campos Lins (anexo 5), sobre a "metáfora geométrica do modelo de reta única", Juliana explicou

> [...], dependendo do... Que você vai explicar ele (o aluno) não vai... Ele não acompanha o raciocínio. Ele fica um minutinho prestando atenção, depois ele desvia... Porque que nós temos que repetir várias vezes a mesma coisa? Porque naquele ponto que ele parou, que ele desligou, ele teria que voltar de novo. Ele não pega de fio a pavio aquilo que você está explicando, ele pára. E se eu voltar de novo, explicar tudo de novo... Para ele dar seqüência... (JULIANA, 05/04/05).

Por meio desse discurso, podemos concluir que para Juliana, o conhecimento pode ser transmitido e que uma falha na comunicação efetiva acontece quando o aluno deixa de acompanhar o raciocínio da professora, ou seja, quando ele deixa de prestar atenção ao que ela diz. Ao observar a prática de Juliana (17º encontro), constatamos que ela pede, muitas e muitas vezes durante a aula, que seus alunos prestem atenção ao que ela está dizendo. Enfatiza, dizendo aos alunos que é preciso prestar atenção e que eles não aprendem porque não prestam atenção. Para Juliana, a atenção dos alunos constitui o principal caminho para promover a aprendizagem. Prestar atenção, para ela, significa ficar sentado na carteira olhando para ela, ouvindo o que ela diz e acompanhando o seu discurso.

Durante a observação de uma das aulas da professora Juliana constatamos que o discurso veiculado (17º encontro) pela professora quase sempre é produzido no imperativo. Por exemplo: “Eu quero que todos prestem atenção!” “Vocês estão muito inquietos, prestem atenção! Prestem atenção!” “Larguem o lápis e prestem atenção!”. Observamos que isso incomodava os alunos e isso faz com que eles se mantenham numa posição de resistência contra a professora, em quase todos os momentos da aula, gerando um clima muito estressante para eles e ela.

A relação entre professor e aluno constituía um cenário de ameaças quando Juliana dizia “a direção vem ai”, “olha as provas”, “olha para a fama do mau comportamento”, “a sua mãe vai ficar sabendo” e um cenário de punições quando ela exigia que os alunos fizessem muitos exercícios, muito trabalhos. Entendemos que essas ações interferem significativamente no ambiente de aprendizagem porque impede o diálogo sobre o conteúdo.

O clima (ameaças, punições, descontentamento) e a dinâmica da aula (o modo como está organizada) da aula impossibilitavam os alunos de falarem sobre o objeto do estudo, uma vez que o diálogo era utilizado por eles para interromper a aula com ‘brincadeiras’. Parecia que não se interessavam pela maioria das atividades que a professora propunha.

Talvez por acreditar que o aluno aprende mediante um processo linear, julgasse necessário repetir várias vezes o que dizia, na tentativa de garantir que aqueles alunos que não prestaram atenção às primeiras explicações tivessem outras oportunidades.

A compreensão de que os alunos aprendem por intermédio de um processo linear também pôde ser observado quando Juliana expôs (no grupo de estudos – 11º encontro) o modo como costumava introduzir o conteúdo ‘equações do 2º grau’: “Sempre começo por aquela parte mais simples. Eu mostro a equação completa, ai vai mostrando qual é o coeficiente de cada uma, depois quem é o a, b e c e depois que eu vou para a resolução” (JULIANA, 12/04/05).

No 13º encontro do grupo de estudos, ela comentou que essa ordem sempre deu certo e argumentou: “Teve pesquisa sobre isso. Tantos livros trazem a mesma coisa” (JULIANA, 19/04/05).

Quando Juliana disse que para aprender é preciso entender o conceito, ficamos com a impressão de que ela compreende que a ação de entender está fortemente relacionada à possibilidade do sujeito ouvir a definição reproduzida por ela a partir da definição dos livros didáticos. Nesse aspecto ela concorda com Ausubel, pois aprender é adquirir conceitos mediante a recepção verbal ou descoberta.

O discurso a seguir é uma explicação de Juliana para aos alunos sobre o conceito de equação do 1º grau. Esse discurso dá a entender que para Juliana os alunos aprendem ouvindo definições.

> A equação, ela é formada por $ax + b = 0$. O que significa isso? A equação é formada por $ax + b = 0$, a e b são formados por números reais. Certo! $a \neq 0$. Qualquer número, desde que seja diferente de zero. Alguém tem mais alguma dúvida? (JULIANA, 18/04/05).

Nessa mesma aula, os alunos também apresentaram as definições que haviam pesquisado em livros didáticos. Observamos que tanto a professora quanto os alunos usaram um discurso técnico (composto pelas definições presentes na maioria dos livros didáticos) para tentar explicar aquilo que realmente compreendem sobre equação do 1º grau.

O conteúdo dos diálogos veiculados em sala de aula é constituído, quase sempre, por uma reprodução de definições e de procedimentos. Percebemos isso quando a professora explicou (16º encontro) aos alunos o modo de resolver um problema proposto para revisão de equações do 1º grau, descrito a seguir (Anexo 3).

Um lápis custa x reais e uma lapiseira custa 5 reais a mais que um lápis. Duas lapiseiras custam o mesmo que 7 lápis.

a)escreva uma equação para este problema:

b)encontre o preço do lápis e da lapiseira:

A aluna registra no quadro de giz:

$$2(x+5)=7x$$
$$2x+10=7x$$
$$2x-7x=-10$$
$$-5x=-10$$
$$x=\frac{10}{5}$$
$$x=2$$
$$x+5=7$$

A professora pede à aluna que explique. A aluna faz sinal com a cabeça dizendo que não. A professora não persiste e vai para o quadro explicar o que a aluna escreveu. Mas, antes disso, perguntou se alguém gostaria de explicar. Como ninguém quis, logo ela começou a falar: “Lembra do problema da balança? Esse podemos pensar do mesmo jeito. O primeiro termo (refere-se e mostra no quadro que o primeiro termo é $2(x+5)$) é igual ao segundo termo (ela mostra $7x$)”.

Figura 5 – Problema: o preço do lápis e da lapiseira.

A professora seguiu a explicação lendo os registros da aluna. No momento de trabalhar a multiplicação daquilo que está entre parênteses, ela mostrou no quadro, indicando com as mãos, que “[...] dois multiplica x, mais com mais dá mais, e que por isso duas vezes cinco dá mais dez, ficando dois x mais dez”.

No momento de operar com os termos semelhantes ela disse ao aluno, mostrando com os dedos no quadro, “[...] sete x passa para o primeiro termo negativo porque está positivo”. Na passagem em que fez a divisão, ela disse “[...] que ficou positivo porque a aluna usou o artifício” (multiplica-se o que está no 1º e no 2º membro por “menos um” para mudar o sinal do x).

Ao final ela concluiu: “X vale dois, então a lapiseira custa x mais cinco igual a sete. Logo, dois mais cinco é igual a sete que é o preço da lapiseira” (ao dizer isso à professora apontou com o dedo no quadro de giz onde a aluna fez o seu registro).

No momento da correção de algumas equações do 1º grau (Anexo 4), que foram propostas para revisão, a professora solicitou que os alunos fossem ao quadro resolvê-las (16º encontro). Entretanto, os alunos não falavam a respeito do que faziam, ou seja, não explicavam sobre os procedimentos utilizados para resolver a equação. O registro, da resolução de uma equação, a seguir, foi feito por um aluno no quadro.

$$
\begin{aligned}
&6(x-3) = 7(x+1) - 16 \\
&6x - 18 = 7x + 7 - 16 \\
&6x - 7x = 7 + 18 - 16 \\
&-x = 9(-1) \\
&x = -9
\end{aligned}
$$

Figura 6 – Resolução de uma equação.

Quando Juliana explicou aos alunos o modo de resolver a equação ela apenas realizou uma leitura do texto matemático. Ela traduziu em palavras aquilo que estava expresso em símbolos, acreditando que desse modo ela estava ensinando e os alunos estavam aprendendo como resolver equações. Durante as suas explicações algumas regras apareceram:

“Menos vezes menos dá mais”.

“Se xis está negativo multiplica por menos um”.

“Seis vezes isso aqui (refere-se ao x da equação anterior) é seis xis”.

“Menos vezes mais é menos, então fica seis xis menos 18”.

Ao observar a aula de Juliana podemos inferir que ela entende que os alunos devem participar da aula respondendo à perguntas ou fazendo os exercícios e resolvendo problemas corretamente para aprenderem. Para Juliana, a condição básica para aprender é prestar atenção, “ficar ligado” naquilo que ela diz, por conseguinte, aprender vem a ser produzir um discurso baseado no ensino dos procedimentos durante o processo de resolução de uma equação do primeiro grau.

Ainda na correção da revisão de equações do 1º grau (Anexo 3), um fato chamou-nos atenção. A professora justificou os procedimentos recorrendo às ‘historinhas’ (para facilitar a aprendizagem) como explicou a professora Marina (17º encontro):

Juliana vai ao quadro e escreve:

$$c)\ \frac{t+2}{3} - \frac{t-3}{4} = 2$$

Aqui em baixo tem um **fantasminha**! Coloca o “1” quem quiser.

Juliana fala:

“Larguem o lápis e **prestem atenção! Presta atenção! Atenção!** Ninguém com material na mão! **Prestem atenção!** Peguei ao acaso essa equação para explicar. Primeiro passo! Temos uma incógnita e temos que descobrir isso para resolver. Tem uma fração. O que está acontecendo aqui? Pare com isso! **Presta atenção!** Observem aqui (os denominadores da fração) são iguais ou diferentes?”.

Os alunos respondem:

- Diferentes!

A professora faz o MMC (mínimo múltiplo comum). Diz que quando não há denominador há ali “um fantasminha” (o número um).

OBS: Parte da fala de Juliana, que está representada nos balões, constitui a explicação dela aos alunos sobre os procedimentos de cálculo para resolver a equação.

Juliana passa aos alunos a regra: “divide pelo de baixo multiplica pelo de cima” e escreve:

Sinal negativo põe entre parênteses!

$$\frac{4t+8}{\cancel{12}} - \frac{(3t-9)}{\cancel{12}} = \frac{24}{\cancel{12}}$$

Denominadores iguais corta!

MMC

$$\begin{array}{l|l} 3,\ 4 & 2 \\ 3,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1 & 3 \\ 1,\ 1 & \\ & 12 \end{array}$$

- Há... Há... Há... (os alunos começam a rir).

- De que estão rindo? De vocês mesmos? (Pergunta a professora).

Após fazer a regra de sinais (falando e perguntando aos alunos sobre os cálculos envolvidos na resolução da equação) ela escreve:

$$4t + 8 - 3t + 9 = 24$$

$$4t - 3t = 24 - 9 - 8$$

$$1t = 7$$

$$t = \frac{7}{1}$$

Quem não quiser não precisa por **fantasminha!**

$$t = 7$$

Um aluno pergunta:

- Por que menos nove professora? (Juliana não ouve a pergunta e o aluno insiste).

- Professora, nove tava mais, atravessou o sinal, não era mais?

- Não! Atravessou fica menos! (Responde a professora).

Figura 7 – A história do fantasma e o mínimo múltiplo comum.

Após analisar esse recorte da descrição de uma aula, concluímos que, na compreensão de Juliana, a aprendizagem acontece se o aluno prestar atenção ao que ela diz e reproduzir os procedimentos “ditos” por ela. Explicar, muitas vezes, resume-se a reproduzir na linguagem falada aquilo que está representado em linguagem simbólica. A professora “lê” e explica o procedimento. Desse modo espera que os alunos aprendam a reproduzir o procedimento de resolver equações do primeiro grau. Acreditamos que, para Juliana, isso significa aprender equações, ou seja, aprender Matemática.

Na busca de entender o modo como Juliana compreende o processo de aprendizagem de seus alunos, identificamos algumas unidades de análise. O quadro explicativo 2 apresenta uma síntese, indicando pontos convergentes e divergentes, da compreensão da professora Juliana sobre o modo como entende a aprendizagem, de acordo com o que expõe a Teoria de Ausubel.

Quadro 2 – Compreensão de aprendizagem da Professora Juliana e a Teoria de David Ausubel.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensão de Juliana na perspectiva da autora**	**Perspectiva presente na Teoria de Ausubel**	**convergências**	**divergências**
Aprendizagem e as relações com o cotidiano	O aluno aprende Matemática quando os conteúdos têm uma relação direta com o seu cotidiano, ou seja, quando se torna possível o aluno enxergar que o conhecimento aprendido pode ser aplicado, tornando-se útil. Ex. "Quando ele mesmo (o aluno) consegue verificar ou produzir alguma coisa em cima daquele, daquela atividade que você deu. Pitágoras, por exemplo, então se ele observa, até mesmo numa construção, e fala assim, então: 'olha, eu posso fazer isso aqui na...' Então ele observa e vê onde encaixa aquele conteúdo, então ai eu acho que ele teve aprendizagem".	A aprendizagem é significativa quando o sujeito consegue relacionar, de forma não-arbitrária e substantiva (não-literal) uma nova informação a outras com as quais o sujeito já esteja familiarizado. A aprendizagem significativa exige também que o sujeito manifeste uma disposição para relacionar, de forma não-arbitrária e substantiva, o novo material a sua estrutura cognitiva (Ausubel et al., 1980). "A aprendizagem refere-se ao processo de *aquisição de significados* a partir dos significados potenciais apresentados no material de aprendizagem, e ao processo de *torná-los mais disponíveis*".	Na perspectiva de Ausubel e Juliana, quando se estabelece uma relação (não-arbitrária e substantiva) entre o que o aluno já sabe e o que ele ainda não sabe, ocorre aprendizagem significativa.	Em Ausubel, o conhecimento prévio não precisa ser necessariamente relacionado ao cotidiano. Ele afirma que é necessário que haja algum conceito ou proposição presente na estrutura cognitiva do aluno para servir de âncora ao novo assunto a ser aprendido. Para Juliana é importante que o conteúdo a ser ensinado seja relacionado com o cotidiano do aluno.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensão de Juliana na perspectiva da autora**	**Perspectiva presente na Teoria de Ausubel**	**convergências**	**divergências**
Aprendizagem e a transmissão e o mecanismo de repetição	O aluno aprende os conteúdos matemáticos quando entende o significado das definições que a professora explica e quando consegue reproduzir as técnicas e os procedimentos mediante um processo mecânico de repetição de conhecimentos transmitidos pela professora. Ex. "A partir do momento em que ele começa a entender o significado, a definição, entender o que é o exercício, o que é teorema de Pitágoras, por exemplo, o que é qualquer atividade Matemática, mas na maior parte das vezes demora muito! Às vezes saem até do ensino médio e não conseguem o significado, não conseguem encontrar alguma coisa... não sei bem se é isso". "[...], dependendo do... que você vai explicar ele (o aluno) não vai, ele não acompanha o raciocínio, ele fica um minutinho prestando atenção, depois ele desvia. Porque que nós temos que repetir várias vezes a mesma coisa? Porque naquele ponto que ele parou, que ele desligou, ele teria que voltar de novo. Ele não pega de fio à pavio aquilo que você está explicando, ele pára, e se eu voltar de novo, explicar tudo de novo para ele dar seqüência...".	"Na aprendizagem receptiva (automática ou significativa) todo o conteúdo daquilo que vai ser aprendido é apresentado ao aluno sob a forma final. [...] Do aluno exige-se somente internalizar ou incorporar o material [...] que é apresentado de forma a tornar-se acessível ou reproduzível em alguma ocasião futura" (AUSUBEL, 1980, p.20). A aprendizagem receptiva será significativa quando a tarefa de aprendizagem potencialmente significativa for compreendida ou tornada significativa durante o processo de internalização. A aprendizagem receptiva será automática quando a tarefa de aprendizagem não for potencialmente significativa nem se tornar significativa no processo de internalização (Ausubel, 1980). Segundo Ausubel (1980, p.38) "as tarefas de aprendizagem automática [...] são relacionáveis à estrutura cognitiva, mas somente através de uma relação arbitrária, literal, que não resulta da aquisição de novos significados".	A aprendizagem por recepção também pode ser significativa. Basta que o aluno tenha algum conceito disponível em sua estrutura cognitiva para relacionar com os novos conceitos. Também é preciso que o aluno esteja disposto a estabelecer relações, ou seja, é preciso querer aprender significativamente.	Para Ausubel, a aprendizagem receptiva não é necessariamente automática. No entender de Juliana, a aprendizagem que acontece mediante a recepção de conhecimentos é considerada mecânica, isto é, automática. Juliana parece acreditar que existe aquisição de significado por meio de uma aprendizagem mecânica, mas para Ausubel quando o sujeito aprende de forma mecânica, não adquire novos significados.

4.3 COMPREENSÃO DE APRENDIZAGEM: SEMELHANÇAS E DIVERGÊNCIAS

Apresentaremos a seguir uma análise buscando evidenciar as semelhanças e divergências entre o modo como as professoras (Marina e Juliana) e Ausubel compreendem o processo de aprendizagem. Paralelamente apresentaremos em que aspectos as idéias de Lins divergem da construção teórica de Aprendizagem Significativa e que conseqüências elas trazem para a Educação Matemática. Acreditamos que ao apresentar essas divergências estaremos justificando os motivos que nos fizeram mudar de perspectiva teórica.

Ao analisar individualmente o discurso e a prática de cada professora constatamos que a sua compreensão sobre o modo como seus alunos aprendem aproximam-se da perspectiva teórica de Ausubel, pois elas acreditam que a aprendizagem é de um processo no qual os alunos adquirem os significados.

Na compreensão de Ausubel e das professoras o significado é aquilo que o referente (palavras, definições, conceitos e proposições) significa para o sujeito. Um determinado referente somente significa algo para o sujeito quando ele consegue transferir o que compreendeu para uma situação prática, relacionada ao cotidiano. O significado "original" está no referente, é algo que pertence ao domínio simbólico e já está definido culturalmente – o sujeito tem de adquiri-lo por completo para dizer que aprendeu.

Como já dissemos nos capítulos iniciais deste trabalho, para Lins o significado de algo é o que o sujeito **pode dizer e efetivamente** diz sobre ele no interior de uma atividade. O significado pertence ao domínio da enunciação e não ao do enunciado. O significado é produzido e não adquirido. Enquanto que para Ausubel e para as professoras o significado de algo é o que efetivamente o referente significa para o sujeito.

Para Ausubel, se o sujeito desconhece o significado "original" do referente, ou seja, o que está posto culturalmente, ele ainda não completou o processo de aprendizagem significativa. Nesse caso o significado é vago, difuso, ambíguo ou errado. O referente somente significa algo para o sujeito quando este consegue transformar o significado lógico (pertencente ao referente) em significado psicológico. Logo, o sujeito é avaliado "pela falta".

Na perspectiva teórica de Lins (1999), avaliar “pela falta” implica na seguinte proposição: se o aluno não diz aquilo que o professor sabe que é correto é porque ainda não é capaz de entender, seja por falta de conteúdo ou de desenvolvimento cognitivo. Contrapondo-se à avaliação dos alunos no que diz respeito às suas falhas no fazer ou dizer algo, Lins propõe que se faça uma leitura do “processo em andamento e em mudança” buscando entender o porquê daquilo que eles fazem ou dizem.

Ao investigarmos o discurso e a prática das professoras constatamos que para Marina o significado pode ser adquirido mediante a aprendizagem automática, quando o referente não está diretamente relacionado com o cotidiano. Para Juliana, não é possível adquirir significado mediante aprendizagem automática; para aprender é preciso entender os significados já produzidos e definidos no interior da cultura. Nesse aspecto Juliana concorda com Ausubel, pois para ele não é possível adquirir significados mediante a aprendizagem automática.

Ausubel compreende que o aluno somente aprende significativamente quando estabelece relações, não-arbitrárias e substantivas, entre os “novos” significados e os “antigos” significados já existentes em sua estrutura cognitiva.

A compreensão de “significado” que as professoras revelaram durante a investigação contribuíram para identificar o modo como elas compreendem o conhecimento. Para Marina e Juliana, o conhecimento matemático é assumido como os conteúdos ensinados na escola e é considerado como algo preexistente, devendo ser transmitido por elas e reproduzido pelos seus alunos.

Para Lins, o conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que permite ao sujeito dizer aquilo que acredita. O conhecimento não está nos livros enquanto objetos, mas na enunciação do sujeito. É na enunciação que os significados são produzidos e que os conhecimentos são constituídos. Um determinado objeto somente ganha existência enquanto conhecimento quando alguém diz o que ele é e como ele funciona.

Para as professoras, ao contrário do que pensa Lins, o conhecimento é o que está escrito nos livros, basta dominar o sistema de símbolos (alfabeto e os algarismos) para tornar possível a sua compreensão.Tal como

Ausubel, Marina e Juliana acreditam que os alunos aprendem mediante os processos de recepção verbal e descoberta.

Marina fala também em produção e construção de conhecimento, mas entende esses processos como (re) produção e (re) construção. Durante a investigação observamos que a sua atenção não estava direcionada para o processo construtivo em si (com toda a sua dinâmica de produção de significados do sujeito), e sim para o produto final. Para aprender é preciso (re) produzir / (re) construir o que já está "dado".

Logo, tomando por base a noção de conhecimento revelada pelas professoras é possível inferir que, segundo sua compreensão, existem conceitos matemáticos que podem ser (re) descobertos pelo próprio sujeito durante uma tarefa. Para outros eles podem ser recebidos mediante transmissão verbal ou até mesmo podem ser (re) construídos sempre que os alunos criam um método diferente de resolver um exercício ou elaboram uma estratégia para resolver um problema.

Durante a investigação contatamos que, para Marina e Juliana, a compreensão dos processos de aprendizagem está relacionada à natureza do conhecimento matemático. Se o conteúdo está diretamente relacionado com o cotidiano do aluno, a aprendizagem acontece quando o aluno **cria, constrói ou descobre** algo sempre com a intenção de "chegar à" mediante o processo de (re) criar, (re) construir e (re) descobrir o que já é definido culturalmente. Se o conteúdo não tem uma relação direta com o cotidiano do aluno, a aprendizagem acontece por mecanismo de repetição. O aluno tem que memorizar as definições e os procedimentos de cálculo para não esquecer.

Para Ausubel, o conhecimento disponível na estrutura cognitiva do sujeito não se refere necessariamente a conhecimentos diretamente relacionados ao cotidiano, ao que o conteúdo traz de útil para a vida prática. Ausubel não diz que todo significado adquirido tenha que ter, obrigatoriamente, uma relação com o cotidiano.

Mas, inferimos que no entender das professoras, é importante relacionar a Matemática com o cotidiano do aluno, pois a Matemática que se mostra útil desperta o interesse. Nas palavras de Marina: "o aluno adquire os significados 'naturalmente'".

Mediante a análise do discurso e da prática da professora Marina concluímos que, para ela, o aluno que aprende é aquele que consegue reproduzir bem o seu discurso e o que está registrado nos livros didáticos. Se o aluno não compreendeu o conteúdo do modo como ela esperava, suas construções serão consideradas incorretas ou incompletas. A idéia é fazer o aluno passar por alguns processos (re) construtivos ou repetitivos que o levará à aquisição do conhecimento.

Assim como Ausubel, Marina e Juliana também acreditam que há algumas condições para que ocorra aprendizagem. Para Ausubel, a aprendizagem significativa pressupõe que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo e que o aluno esteja predisposto para aprender. Marina e Juliana também consideram o interesse dos alunos como uma condição necessária para desencadear o processo de aprender. Na perspectiva delas é imprescindível que a aprendizagem seja também um objetivo do aluno e não apenas do professor.

Segundo as professoras, é possível desenvolver o interesse dos alunos e assim facilitar a sua aprendizagem quando elas propõem que eles resolvam problemas. Segundo Marina e Juliana, a resolução de problemas contribui para estabelecer relações entre a Matemática e o cotidiano dos alunos. Marina explica que essas relações também podem ser estabelecidas mediante leitura de jornais, resolução de problemas com dados reais e mediante discussões sobre presença da Matemática na sociedade.

De acordo com as professoras, a aprendizagem dos alunos pode ser facilitada organizando-se e apresentando-se os conteúdos segundo uma ordem que se inicia a partir do que elas consideram mais simples e segue para o que consideram mais complexo.

As professoras acreditam que, para facilitar a aprendizagem do aluno, é necessário retomar os conteúdos aprendidos anteriormente para depois introduzir novos conteúdos. Para Ausubel, o professor pode facilitar a aprendizagem identificando os conhecimentos prévios dos alunos quando vai programar um conteúdo para ser apresentado. Se o aluno não tem os conhecimentos prévios necessários em sua estrutura cognitiva ou se esses estão esquecidos, o professor pode favorecer o seu aparecimento usando a estratégia dos organizadores prévios. O professor deve programar a aula organizando os conceitos numa ordem hierárquica de inclusividade: Os conceitos mais gerais devem ser apresentados em primeiro lugar para depois serem apresentados os conceitos mais específicos.

Tal como Ausubel, as professoras compreendem que a função do professor na facilitação da aprendizagem não é apenas a de **transmissor de conhecimentos**, mas é também a de **questionador** (esse papel não é muito enfatizado na compreensão de Juliana) que deve valorizar as idéias dos alunos, para a partir daí completar seus pensamentos. O professor é responsável por **promover discussões** na sala de aula sobre o assunto estudado, **esclarecendo as dúvidas**. Entretanto, observamos que o conteúdo das discussões representa, na maior parte das vezes, reprodução de discursos que ora são compreendidos pelos alunos, ora são apenas memorizados automaticamente. É também função do professor, na perspectiva de Marina e Juliana, **ajudar os alunos** a estabelecer uma relação entre o conhecimento matemático com o cotidiano por meio das discussões e da resolução de problemas com dados reais.

Quando Marina e Juliana promovem o diálogo na sala de aula (com o objetivo de avaliar e de facilitar a aprendizagem) entendemos que, apesar de acreditarem que o conhecimento esteja nos livros e deva ser transmitido, algo lhes escapa dos domínios e os alunos produzem significados diferentes daqueles esperados por elas.

Se os alunos produzem significados diferentes daqueles esperados por elas, ou seja, se eles não conseguem reproduzir bem aquilo que é transmitido, eles "não sabem nada", ou seja, não aprenderam nada daquilo que foi ensinado.

Na compreensão das professoras, se o aluno não aprende (o conteúdo por completo) é porque não tem vontade de estudar ou porque não entende a linguagem do professor. Ou porque o conteúdo não tem relação com a vida prática, ou seja, não é aplicável.

Para Ausubel, quando o aluno não aprende é porque falta algum conceito subsunçor para ser relacionado ao novo conceito ou porque o aluno não se sente motivado para aprender.

Corroborando o entender de Lins, Silva (2003) explica que a idéia de que o pensamento seja estruturado por conceitos causa problemas para a sala de aula porque "o conceito tem como característica básica ser o que é certo, pelo menos num certo momento Histórico" (SILVA, 2003, p.64). Assumir que o pensamento seja estruturado por conceitos não deixa alternativa para a avaliação, a não ser aquela que nos permita ler os alunos "pela falta". Lins (1999) propõe, então, como opção, a noção de objeto. O objeto, para ele, não é algo predeterminado como é o conceito. Os objetos são constituídos pelo sujeito, mediante a produção de significados que ele realiza, no interior de atividades.

Apresentaremos a seguir um quadro sintético das convergências da compreensão das duas professoras para a de Ausubel e das divergências entre o compreender daquelas e deste.

Quadro 3 – A aprendizagem na perspectiva das professoras Marina e Juliana

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões da profª Marina na perspectiva da investigadora**	**Compreensões da profª Juliana na perspectiva da investigadora**	**Convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e as relações com o cotidiano	O aluno produz significados em Matemática quando os conteúdos têm uma **relação direta com o seu cotidiano**, ou seja, quando se torna possível **mostrar ao aluno** que o conhecimento aprendido pode ser **aplicado**, tornando-se **útil**.	O aluno produz significados em Matemática quando os conteúdos têm uma **relação direta com o seu cotidiano**, ou seja, quando se torna possível **ao aluno enxergar** que o conhecimento aprendido pode ser **aplicado**, tornando-se **útil**.	A aprendizagem de Matemática acontece por meio de relações com as práticas sociais. O conteúdo tem que ser útil para o aluno, ou seja, ele deve poder ser aplicável.	Marina demonstra acreditar que o professor necessita promover, na aula, discussões que levem o aluno a perceber as aplicações da Matemática enquanto que Juliana parece acreditar que essas relações acontecem naturalmente quando o aluno tem interesse.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões da profª Marina na perspectiva da investigadora**	**Compreensões da profª Juliana na perspectiva da investigadora**	**Convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a transmissão e o mecanismo de repetição	O aluno produz significados para os conteúdos que não têm uma relação direta com seu cotidiano, como os que fazem parte do que tradicionalmente chamamos de álgebra, mediante um **processo mecânico de repetição** de **conhecimentos transmitidos** pela professora.	O aluno produz significados para os conteúdos quando ele **entende o significado** das definições que a professora explica e quando consegue reproduzir as técnicas e os procedimentos mediante um **processo mecânico de repetição de conhecimentos transmitidos** pela professora.	Existem conteúdos que se aprendem por mecanismo de repetição.	Embora Marina também acredite que a repetição seja a solução para aprender os procedimentos de cálculo, ela ainda usa idéias intuitivas que ajudam os alunos a compreender o conceito inicial. Juliana acredita que significados têm que ser entendidos pelos alunos.

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões da profª Marina na perspectiva da investigadora**	**Compreensões da profª Juliana na perspectiva da investigadora**	**Convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a construção e a criação de conhecimentos	O aluno produz significados por meio de um processo de construção ou de criação quando resolve um exercício ou um problema por meio de métodos ou estratégias próprias, diferentes daquelas que a professora ensinou. O processo de criação de conhecimentos está relacionado com a descoberta de algo novo no contexto do que está estudando. O aluno cria conhecimentos quando pensa diferente do habitual, quando consegue chegar às mesmas respostas por caminhos diferentes.	Essa perspectiva não foi identificada na compreensão de Juliana.		

Aprendizagem				
Unidades de análise	**Compreensões da profª Marina na perspectiva da investigadora**	**Compreensões da profª Juliana na perspectiva da investigadora**	**Convergências**	**Divergências**
Aprendizagem e a descoberta de conhecimentos	O aluno produz significados por meio de um processo de descoberta quando descobre algo novo, no contexto do que está estudando.	Essa perspectiva não foi identificada na compreensão de Juliana.		

Até aqui apresentamos algumas semelhanças e diferenças entre o modo como Ausubel e as professoras compreendem a aprendizagem e apontamos algumas idéias de Lins para demarcar aspectos divergentes. A seguir apresentaremos as conseqüências, dessas semelhanças e diferenças, para a sala de aula.

Ausubel e as professoras compreendem o significado como algo que pertence ao domínio das representações. Segundo Lins, essa noção traz algumas conseqüências para a sala de aula.

A primeira delas é que essa posição impede que o professor acompanhe o processo de produção de significados do sujeito para apenas verificar o produto final, já que o aluno tem que reproduzir (compreendendo ou memorizando automaticamente) o que é ensinado. Se o aluno não compreendeu o conteúdo do modo como a professora esperava, suas construções serão consideradas incorretas ou incompletas.

A segunda conseqüência é que essa posição parece não se importar com o modo como os alunos estão pensando, para a partir daí intervir. Deseja-se apenas que o aluno aprenda o que está sendo ensinado. Desse modo, se o aluno acertou, não interessa saber como ele pensou, o importante é que ele chegou à resposta correta. Por outro lado, se o aluno errou é porque falta compreensão de conteúdo ou de desenvolvimento cognitivo. Essas duas alternativas “deixam de fora” a possibilidade de compreensão, pelo professor, dos modos de pensar de seus alunos. Para nós, a compreensão sobre os modos de pensar dos alunos é importante porque a partir dela podemos intervir e interagir com ele de forma a negociar e compartilhar significados.

E uma terceira conseqüência, concorde com a compreensão de Lins, é a “eliminação do sujeito do conhecimento”, pois o significado e o objeto a serem constituídos estão postos e têm que ser adquiridos. Essa perspectiva elimina a importância da constituição do espaço comunicativo na sala de aula, visto que o professor é o sujeito responsável por transmitir o conhecimento e os alunos por recebê-los e assimilá-los.

A compreensão de aprendizagem como um processo de transmissão e de recepção de “conhecimentos” constitui a sala de aula como um espaço de reprodução de discursos, no qual há, geralmente, um modo tomado como correto de produzir significados: o modo como o professor ou o matemático pensa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo teceremos algumas considerações sobre o estudo desenvolvido com os objetivos de encaminhar uma resposta à pergunta feita na investigação, de destacar contribuições do grupo de estudos para as participantes e de apontar algumas contribuições da pesquisa para a educação matemática.

O objetivo desta pesquisa, em sua versão final, foi investigar a compreensão de duas professoras de Matemática sobre o modo como seus alunos aprendem. Durante a descrição e análise das informações concluímos que, para Marina e Juliana, a aprendizagem é compreendida como um processo de aquisição de significados que se dá mediante os processos de recepção ou descoberta.

Nosso olhar sobre o discurso e a prática das professoras revelou que, para elas, o significado pertence ao domínio simbólico, é aquilo que seu referente (palavras, conceitos, definições, proposições e outras representações) significa.

O referente somente significa algo para o sujeito, quando este consegue transferir o que supostamente compreendeu para uma situação prática, relacionada ao seu cotidiano. Quando o sujeito não consegue transferir o que supostamente compreendeu para uma situação prática, sua apreensão foi automática. Para Marina, a aprendizagem automática contribui para a aquisição de significados pelo aluno sem relação com o cotidiano, mas, para Juliana, a aquisição de significados envolve necessariamente a sua relação com o cotidiano.

Nosso estudo revelou que, no entender das professoras, há algumas condições para que ocorra a aprendizagem. Em primeiro lugar, é preciso que o aluno sinta vontade de aprender. Se o aluno tem interesse, ele pode aprender memorizado automaticamente ou entendendo os significados inerentes ao material de aprendizagem. Em segundo lugar, é preciso que o professor explique “direitinho” o conteúdo para que o aluno compreenda. Isto é, se ele apresenta os conteúdos de uma forma logicamente organizada partindo das “definições para os exemplos e os exercícios” é provável que o aluno tenha aprendido.

O fato de o aluno ter que assumir o compromisso pela sua aprendizagem parece ser a condição mais importante do processo, mas também a mais difícil de ser atingida, pois, segundo as professoras, os alunos “de hoje” têm outros interesses que não a escola, e muitos problemas de ordem social e econômica têm obstado o processo de aprendizagem.

Mesmo diante da complexidade que envolve o fenômeno da aprendizagem na escola, as professoras acreditam que é possível facilitá-la desenvolvendo o interesse dos alunos pela disciplina (Matemática).

Para as professoras, o interesse pela disciplina pode estar associado à possibilidade de relacionar os conteúdos matemáticos com as práticas sociais do aluno, ou seja, com o seu cotidiano. Para mostrar a relação entre “Matemática e cotidiano” as professoras propõem a resolução de problemas que envolvam situações relacionadas ao cotidiano dos alunos. A relação entre “Matemática e cotidiano” também pode ser estabelecida mediante leituras e discussões em sala de aula sobre as aplicações do conteúdo no dia-a-dia dos alunos.

Mediante essa investigação observamos que, para as professoras, se o aluno se interessa pela aula, o professor pode facilitar a sua aprendizagem retomando os conteúdos matemáticos mediante explicação, discussão e listas de exercícios. O conteúdo novo tem que ser apresentado ao aluno mediante as explicações da professora segundo uma ordem que tenha início no mais simples (identificando os coeficientes numa equação) e avance para o que é mais complexo (resolvendo-se problemas aplicando-se os exercícios aprendidos).

Observamos também que, para facilitar a aprendizagem, as professoras consideram irrelevante fazer com que os alunos justifiquem técnicas e procedimentos de cálculo de acordo com princípios matemáticos, preferem usar “histórinhas” como a do “fantasma” como justificativa para a “troca de sinais do 1º para o 2º membro” numa equação, por exemplo. Segundo elas, não é necessário que o aluno saiba o porquê daquilo que fazem em Matemática; essas justificativas apenas sobrecarregam o aluno de informações que muitas vezes eles não compreendem ou não têm interesse em compreender. O interesse do aluno está voltado para aprender a fazer e não para entender o porquê está fazendo.

Portanto, para as professoras, a aprendizagem é entendida como um processo no qual os alunos reproduzem discursos, ora compreendendo, ora memorizando automaticamente.

A principal função do professor, nesse processo, é a de transmissor de conhecimentos. Quando questiona e promove discussão é com a intenção de ensinar o correto e fazer o aluno abandonar o que é falso e avaliar se o discurso está sendo acompanhado e bem reproduzido. O aluno é apenas um participante/reprodutivo dos discursos dos professores e dos registros presentes nos livros didáticos.

As mudanças observadas nos modos de pensar das professoras sobre alguns aspectos relacionados à aprendizagem, durante o desenvolvimento das atividades no grupo de estudos, sugerem que este tem muito a contribuir para a formação continuada de professores visto que se propõem a produzir conhecimentos práticos e teóricos. A constituição do grupo de estudos propiciou uma oportunidade para as professoras colocarem questões, discuti-las, refletir criticamente sobre a própria prática, investigar e criar suas próprias propostas didáticas.

Questões como “Para que ensinar coeficientes, equação completa e incompleta antes de trabalhar equação do 2º grau?” “Que significados tem o aluno saber identificar e retirar os coeficientes de uma equação muito antes de ter desenvolvido o conceito de equação do 2º grau?” “O que podem significar, para um aluno, os coeficientes “a,b,c” na equação geral $ax^2 + bx + c = o$?” permearam nossas discussões e geraram conflitos sempre que cada professora argumentava sobre a importância daqueles conteúdos para a constituição de conhecimentos referentes a equações do 2º grau. Essas discussões contribuíram para que o grupo refletisse sobre alguns procedimentos de cálculo utilizados na resolução de equações.

Durante as reflexões e discussões realizadas no grupo após a aula observamos que um fato chamou a atenção das professoras. Elas constataram que seus alunos são capazes de pensar de modo autônomo quando se deparam com situações, nas quais podem falar, expor suas idéias, propor soluções para os problemas. Marina revelou que “sentiu-se inútil” (ver o discurso em Anexo 7) como professora perante essa constatação, pois pensava que somente ela saberia explicar os conteúdos por já tê-los estudado. Acreditava que o fato de os alunos não terem tido as experiências que ela teve com o conteúdo, os impossibilitaria de conseguir responder às suas perguntas.

As professoras identificaram mudanças no comportamento dos alunos em relação ao seu interesse e participação na aula. Segundo as suas avaliações, os alunos passaram a não ter tantas dificuldades para compreender os conceitos de função e equação.

Ao final das atividades desenvolvidas no grupo de estudos, as professoras Marina e Juliana chegaram à conclusão de que é importante estabelecer relações entre os conteúdos. Durante o processo sentiram necessidade de adiantar conteúdos que estavam previstos para serem trabalhados no final do ano, como funções e sistemas de equações. Essa necessidade foi surgindo durante as discussões, na tentativa de organizar a aula de tal modo que os alunos conseguissem estabelecer relações entre os conteúdos e assim aprendessem.

As atividades desenvolvidas no grupo evidenciaram a importância de investir na organização de espaços e momentos para reflexão e discussão, nos quais os professores possam explicitar e colocar em questão seus conhecimentos sobre o modo como os alunos aprendem, pois observamos que o conhecimento das professoras sobre a aprendizagem, em sua maior parte, é constituído a partir da experiência direta com alunos.

A importância dessa pesquisa, para nós, reside no fato de ela ser mais um avanço na direção de entender as relações que existem entre o discurso e a prática das professoras e de que modo essas relações interferem na constituição de seus conhecimentos sobre significado, aprendizagem e suas relações.

A mudança na pergunta de investigação e conseqüentemente na fundamentação teórica trouxe algumas contribuições da pesquisa para a educação matemática:

1)contribuiu para alargar a compreensão sobre o modo como os professores entendem a aprendizagem;

2)os resultados obtidos nessa investigação evidenciaram, conforme já se esperava, que existem relações entre o modo como se concebe o significado, o conhecimento e a aprendizagem;

3)os resultados obtidos nesta investigação revelaram que a relação entre a concepção de significado, o conhecimento e a aprendizagem traz algumas implicações para a sala de aula;

4) finalmente esta pesquisa contribuiu para que nós pudéssemos refletir sobre nossas próprias noções de significado, sua produção e importância para o processo de constituição de conhecimentos na escola.

Ao finalizar esta pesquisa concluímos que quando se entende o significado como algo que pertence ao domínio do enunciado, o conhecimento é concebido como algo predeterminado no interior de uma cultura e a aprendizagem é um processo de aquisição desses conhecimentos. Desse modo o sujeito é avaliado “pela falta”, se ele não diz o que eu sei que é correto é porque ainda não é capaz de entender.

Por outro lado, quando se entende o significado como algo que pertence ao domínio da enunciação, o conhecimento é concebido como algo a ser constituído na própria atividade de produção de significados. Dessa maneira, o sujeito é avaliado por aquilo que ele efetivamente diz e não por aquilo que poderia ou deveria ter dito.

Essas duas posições, conforme já foi dito no capítulo anterior, trazem algumas implicações para a sala de aula. A primeira posição “deixa de fora” a possibilidade de compreensão, pelo professor, dos modos de pensar de seus alunos. A segunda posição possibilita ao professor realizar uma leitura positiva do que os alunos estão fazendo quando se propõem a produzir significados em Matemática. Acreditamos na importância da segunda perspectiva para a sala de aula porque nela há a possibilidade de o professor compreender os modos de pensar de seus alunos e elaborar modos de intervir no processo de produção de significados.

Para nós, o significado pode ser considerado como a compreensão que o sujeito tem a respeito de algo que já existe em outras culturas, mas que ele ainda não concebeu totalmente. Algo que o professor falou que existe, mas que ele ainda pensa ser impossível ou pensa ser possível somente até certo ponto.

Compreendemos que o sujeito produz significado quando consegue justificar aquilo que diz ao resolver um problema. As justificativas do aluno são um meio de saber o que efetivamente ele está compreendendo quando se propõe a resolver um problema, para que o professor possa interagir e intervir no processo. A intervenção pode dar-se mediante questionamentos, apresentação de novas informações ou propositura de novos problemas e tem como objetivo contribuir para que o aluno possa trilhar novos caminhos, negociando e construindo novos significados.

Assim, a “produção de significados” é de um processo que não apenas envolve compreender modos de pensar, mas também implica em ser compreendido. Para tanto é preciso ser ouvido e valorizado enquanto produtor de conhecimento. Para compreender modos de pensar é preciso que os sujeitos interajam entre si, negociem e compartilhem significados sempre com a intenção de produzir algo e não de apenas reproduzir, “depositar conteúdos”.

Com isso entendemos a sala de aula como espaço de aprendizagem no qual tanto os alunos como o professor estão ali para produzir, compartilhar e negociar significados valorizando as diferenças e colaborando uns com os outros na constituição dos conhecimentos.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D. e HANESIAN,Helen**. Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick. 2ª edição. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BOGDAN, Robert C. & BIKLEN, Sari K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BUCHWEITZ, Bernardo. Aprendizagem Significativa: Idéias de Estudantes Concluintes de Curso Superior**. III Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa.** Portugal: Peniche, 2000. Apoio CNPQ e FAPERGS.

COLL, César. et al. **Psicologia do Ensino**. Trad. Cristina Maria de Oliveira – Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 8ª série. São Paulo: Ática, 2005.

FIORENTINI, Dario. Refletir e investigar é preciso, escrever também é preciso: buscando visibilidade e reconhecimento social aos saberes dos professores. **CONF 23. PROFMAT**. FE/UNICAMP, Brasil, 2004. CD-ROM

LINS, Rômulo Campos. Porque Discutir Teoria do Conhecimento é Relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática – Concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

__________________. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo C.(orgs) **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento.** São Paulo: Cortez, 2004.

__________________. A Formação Pedagógica nas Disciplinas de Conteúdo Matemático, nas Licenciaturas em Matemática. **Encontro Paulista de Educação Matemática -** EPEM. USP, Brasil, 2005. CD-ROM.

__________________. **Epistemologia e Matemática**. Bolema, ano 9, especial 3, 1994.

__________________. **Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa.** Revista de Educação Matemática da SBEM – SP. Ano 1, número 1, setembro de 1993.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e álgebra para o século XXI**. Coleção perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MOREIRA, Marcos Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa. A teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 1982.

NÓVOA, António. Formação de Professores e Profissão Docente. In: NÓVOA, António. (Coord.) **Os professores e a sua Formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1995.

PONTE, João Pedro. Refletir e Investigar. Sobre a prática profissional. Associação de professores de Matemática, 2002, **GTI grupo matemática sobre investigação**. 1ª Edição: setembro 2002.

RONCA, Antonio Carlos Caruso. O Modelo de Ensino de David Ausubel. In. PENTEADO, Wilma Millan Alves. (org.) **Psicologia e Ensino**. São Paulo: Papelivros, 1980.

SARAIVA, Manuel & PONTE, João Pedro da. **O Trabalho Colaborativo e o Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática**. Quadrante. 2003

SCHON, Donald. Formar Professores como Profissionais Reflexivos. In: NÓVOA, António. (Coord.) **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1995.

SILVA, Amarildo Melchiades da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** Tese de doutorado, Rio Claro - SP, 2003.

ZEICHNER, Ken. Novos caminhos para o *practicum*: uma perspectiva para os anos 90. In: NÓVOA, António.(coord.) **Os professores e a sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1995.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ALARCÃO, Isabel. Reflexão crítica sobre o pensamento de D' Shön e os programas de formação de professores. In: ALARCÃO, Isabel (org). **Formação Reflexiva de professores: estratégias de supervisão**. Portugal: Editora Porto, 2000.

_____________. Ser professor reflexivo. In: ALARCÃO, Isabel (org). **Formação Reflexiva de professores: estratégias de supervisão.** Portugal: Editora Porto, 2000.

_____________. Professor investigador: Que sentido? Que formação? **Cadernos de Formação de Professores**, nº 1, pp 21-30,2001. Org. INAFOP: Aveiro, 2000.

ALBÉ, Maristela de Quadros e GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira. **Proposta de trabalho em modelagem e simulação matemática.** Educação Matemática em Revista, SBEM, ano 8, nº 11, p.41-50, Dezembro de 2001.

BOAVIDA, Ana Maria & PONTE, João Pedro da. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In. GTI (ORG) **Refletir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002.

BORRALHO, Antônio. A formação Matemática ao Longo da Carreira Profissional do Professor. In: BORRALHO, Antônio e outros (Org.). **A Matemática na formação do professor.** Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação – secção de Educação e Matemática, 2004.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Fundamental Terceiro e quarto ciclo do Ensino. Matemática. Brasília, MEC / SEF, 1998.

CYRINO, Márcia Cristina de costa Trindade. **A Matemática, a arte e a religião na formação do professor de Matemática.** BOLEMA. Ano 18, nº 23. Rio Claro: Unesp/IGCE, 2005.

_____________. **Levantamento e Análise de Material de Referência na Formação do Professor de Matemática de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 1997.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. Paz, Educação Matemática e Etnomatemática. **Teoria e prática da Educação / Departamento de teoria e prática da Educação**. Universidade Estadual da Maringá. Volume 1, nº 1(setembro, 1998, Maringá: DTP/VEM, 1998. v: IL:17 cm.

______________. **Educação Matemática – Da Teoria à Prática**. Campinas, SP: Papirus.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. **Equação do 2º grau: uma abordagem Histórica.** Educação Matemática em Revista, SBEM, ano 7, nº 8, Junho de 2000.

GÓMEZ, Angel Pérez. O Pensamento Prático do Professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In. NÓVOA, António. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira e FILIPPEN, Rosane Maria Jardim. **“O meio ambiente e a sala de aula: A função polinomial do 2º grau modelando o plantio de morangos**. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, ano 9, nº 12, Junho de 2002.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. **Ensina a ensinar: didática para a escola fundamental e média.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

National Council of Teachers of Matematics (1994). **Normas Profissionais Para o Ensino da Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional (tradução portuguesa dos Profissional Standards do NCTM, USA, 1991).

OLIVEIRA, Isolina., & SERRAZINA, Lurdes. A reflexão e o professor como investigador. In GTI (Ed.), **Refletir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002.

SARAIVA, Manoel Joaquim Félix da Silva. **O conhecimento e o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática**. Coleção teses: 2001, Associação dos professores de Matemática. Lisboa.

SOUZA, E. R. & DINIZ, M.I.S.V. **Álgebra: das variáveis às equações e funções.** São Paulo: IME – USP, 1994.

SÃO PAULO (estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas**: 7ª série. Versão preliminar, 1994.

SÃO PAULO (estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas**: 8ª série. Versão preliminar, 1994.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **A aritmética e a Álgebra na Matemática escolar.** Educação Matemática em Revista, SBEM, ano 11, nº 16, Maio de 2004.

APÊNDICES

APÊNDICE A

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO GRUPO			
Meses	**Encontros**	**Datas**	**Atividades desenvolvidas**
Dezembro	1º	07/12/04	Reunião, na escola, com as professoras regentes, para discutir sobre o trabalho a ser desenvolvido pelo grupo de estudos. Definiram-se os objetivos do grupo, bem como o conteúdo que seria nosso objeto de estudo: “Equações do 1º e do 2º grau”.
Janeiro	2º	19/01/05	Roteiro da entrevista semi - estruturada (Apêndice 2).
	3º	20/01/05	Roteiro da entrevista semi - estruturada (Apêndice 2).
Fevereiro	4º	15/02/05	Discussão, no grupo de estudos, sobre o modo como as professoras desenvolvem o conteúdo “Equações do 1º e do 2º grau”.
	5º	22/01/05	Pesquisa em livros didáticos, revistas e outros materiais xerocados a fim de elaborar uma aula sobre revisão do conteúdo “Equações do 1º grau”.
Março	6º	04/03/05	Discussão e elaboração do planejamento anual.
	7º	08/03/05	Término da elaboração do planejamento anual (Anexo 1) Discussão sobre uma lista de exercícios e problemas elaborados pelas professoras para revisar o conteúdo “Equações do 1º grau” (Anexo 2)
	8º	15/03/05	Discussão e elaboração de uma revisão sobre o conteúdo “Equações do 1º grau (Anexo 3).
	9º	22/03/05	Estudo do artigo “Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais sólidas a s bases da pesquisa – Rômulo Campos Lins” (Anexos 4).
Abril	10º	05/04/05	Estudo do artigo “Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais sólidas a s bases da pesquisa – Rômulo Campos Lins” (Anexos 4).
	11º	12/04/05	Resolução e discussão da lista de problemas e exercícios preparada para revisão do conteúdo “Equações do 1º grau” (Anexo 3).
	12º	18/04/05	Observamos a aula da professora Marina. Observamos a aula da professora Juliana.
	13º	19/04/05	Discussão e resolução do problema “das flores” (Anexo 6).
	14º	19/04/05	Observamos a aula da professora Juliana Observamos a aula da professora Marina.

	15º	20/04/05	Observamos a aula da professora Marina Observamos a aula da professora Juliana.
	16º	25/04/05	Observamos a aula da professora Juliana.
	17º	26/04/05	Observamos a aula da professora Marina Observamos a aula da professora Juliana
	18º	26/04/05	Resolução e discussão dos problemas 7 e 8 do livro didático. Planejamento de aula sobre “Equações do 2º grau”. Enfoque da discussão: seqüência didática e a aprendizagem.
	19º	27/04/05	Observamos a aula da professora Marina Observamos a aula da professora Juliana.
	20º	28/04/05	Observamos a aula da professora Juliana.
	21º	29/04/05	Observamos a aula da professora Marina.
Maio	22º	03/05/05	Reflexão após a prática: Problema das flores (Anexo 6). Enfoque da discussão: que significados os alunos produziram, para equações do 2º grau, no contexto desse problema?
	23º	03/05/05	Observamos a aula da professora Juliana.
	24º	04/05/05	Observamos a aula da professora Marina.
	25º	10/05/05	Planejamento de aula sobre “Equações do 1º grau – Funções do 1º grau”. Enfoque da discussão: As relações e conexões entre os conteúdos e o processo de produção de significados.
	26º	16/05/05	A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Marina com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática.
	27º	17/05/05	Elaboração, análise, discussão e resolução de problemas envolvendo os conteúdos “equações e Funções”.
	28º	17/05/05	A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Marina com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática. A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Juliana com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática.

	29º	18/05/05	A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Juliana com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática.
	30º	23/05/05	Reflexão após a prática – avaliação da proposta elaborada e desenvolvida com os alunos.
	31º	23/05/05	A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Marina com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática. A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Juliana com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática.
	32º	24/05/05	A professora investigadora ministrou uma aula na turma da professora Juliana com objetivo de promover discussões no grupo de estudos mediante uma análise da prática.
	33º	30/05/05	Elaboração de prova e trabalho.
Junho	34º	07/06/05	Discussão e reflexão após a prática. Enfoque: confronto entre o discurso e a prática mediante leitura de uma descrição de aula e de uma descrição das atividades desenvolvidas no grupo de estudos.
	35º	14/06/05	Resolução e discussão de uma proposta de atividades elaborada pela pesquisadora.
	36º	21/06/05	Resolução e discussão de uma proposta de atividades elaborada pela pesquisadora.
Agosto	37º	02/08/5	Planejamento de aula sobre “Equações e funções do 2º grau”. Apresentação da “fórmula de Bháskara”.
	38º	09/08/05	Planejamento de aula sobre “Equações e funções do 2º grau”. Apresentação da “fórmula de Bháskara”. Resolução de problemas e discussão.
	39º	23/08/05	OLIMPÍADA DA MATEMÁTICA – NÃO TEVE ENCONTRO.
	40º	30/08/05	Discussão e elaboração de planejamento sobre funções do 2º grau: Raízes de uma função e concavidade.

APÊNDICE B

ROTEIRO PARA ENTREVISTA – JANEIRO DE 2005.

1 – Fale um pouco sobre sua formação.(Licenciatura curta? Licenciatura plena? Matemática ou Ciências?).

2 – Fale sobre seus professores de Matemática. Você se recorda de algum deles? O que te faz lembrar?

3 – Vocês conseguiam produzir significados para Matemática com as estratégias que eles utilizavam?

3 – (a) Vocês conseguiam aprender Matemática com as estratégias que eles utilizavam?

4 - Quanto tempo faz que é professora de Matemática?

5 – Há quanto tempo leciona Matemática para 8ª série?

6 – Que outras séries leciona?

7 – Se alguém lhe dissesse que a Matemática, na forma como tem sido ensinada, tem se mostrado, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante, o que você diria?

8 – Li em um artigo uma frase que dizia assim: “o aspecto central de toda aprendizagem – em geral o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados. Os objetos são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles”. Para você, o que é “produzir significados para Matemática?”.

8 – (a) O que é aprender? O que é aprender matemática?

9 – Quando é que fica evidente para você que seu aluno efetivamente produziu significados para Equações, por exemplo?

9 – (a) Quando é que fica evidente para você que seu aluno efetivamente aprendeu esse conteúdo matemático?

10 – Li em um artigo que alguns professores, muitas vezes, desconsideram os conhecimentos prévios dos alunos no processo de produção de significados para Matemática. O que você pensa sobre essa afirmação?

11 – Imagine que você tenha que explicar a alguém como o seu aluno aprendeu, por exemplo “equações do 1º grau”, como você explicaria?

ANEXOS

ANEXO 1

Objetivos Específicos	Conteúdos	Encaminhamento Metodológico
1- • Reconhecer números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais, bem como os conjuntos numéricos associados. • Escrever números racionais na forma de fração e na forma de decimal • Representar números reais intervalos de IR na reta.	1- <u>Conjuntos numéricos</u> • Conjunto dos números Naturais (*IN*) • Conjunto dos números Inteiros (*Z*) • Conjunto dos números Racionais (*Q*) • Conjunto dos números Irracionais (*Ir*) • Conjunto dos números Reais (*IR*) • Relação entre os conjuntos numéricos. • Reta numerada.	1- • Aula expositiva e dialogada • Leitura de textos • Exercício • Pesquisas e recortes em jornais e revistas de números significativos e classifica-los dentro dos conjuntos numéricos e montar um painel • Atividades extra–classe • Descobrindo o valor de ∏ (pi) fazendo a experiência.
2- • Extrair razões aproximados por meio de tentativas. • Efetuar multiplicações e divisões de radicais do mesmo índice. • Resolver problemas envolvendo a relação de Pitágoras nos quais surgem cálculos com radicais. • Simplificar radicais . • Reduzir termos semelhantes em expressões com radicais. • Racionalizar denominadores em casos muito simples.	2- <u>Cálculo com Radicais.</u> • Operações com radicais. • Racionalização de denominadores.	2- • Explicação do assunto. • Resolução de exercícios individual ou em grupo. • Atividades extra-classe. • Correção de atividades para sanar as dúvidas.
3- • Resolver inequações do 1° grau, tendo como solução um número real.	3- <u>Inequações do 1° grau</u>	3- • Aula expositiva • Resolução de exercícios • Correção de exercícios • Fazer uma redação sobre os conteúdos estudados: Conjuntos Numéricos, radicais e inequações.
4- • Resolver situações problemas que envolvam equações do 1° grau.	4- <u>Equações do 2° grau</u> • Retomando as equações do 1° grau	4- • Retomar equações do 1° grau resolvendo algumas situações

• Resolver situações problemas que envolvam equações do 2° grau incompletas. • Resolver situações-problemas que envolvem equações do 2° grau completas usando a fórmula de Bhaskara. • Resolver equações incompletas e completas do 2° grau	• Equações incompletas do 2° grau • Equações completas do 2° grau	problemas. • Resolver alguns problemas envolvendo equações do 2° grau (sem fórmula) para que os alunos percebam a existência da mesma. (Todas as equações do tipo incompleta quando. b=0 ou c=0). • Desenvolver um projeto de modelagem matemática envolvendo equações do 2° grau por meio de uma pesquisa no IAPAR. • Resolução de problemas e exercícios para fixação de procedimentos para se resolver equações do 2° grau. • Propor aos alunos a formulação e resolução de problemas em grupo.
5- • Resolver sistemas de equações de 1 grau ou 2° grau usando o método da adição e da substituição. • Verificar por meio de substituição nas equações se um dado por números e solução de sistema. • Resolver problemas simples de sistemas de equações	5- <u>Sistemas de equações do 2° grau</u>	5- • Fazer uma coisa contendo vários tipos de problemas, onde cada aluno elaborará o seu e todos irão resolver pelo menos dez problemas. • Resolução de problemas envolvendo sistemas de equações usando o livro texto. • Distribuir a sala em grupos, e cada grupo procurará em livros situações-problema, resolver e trocar os problemas com os colegas. • Revisão cumulativa.
6- • Adquirir noções sobre o conceito de funções • Identificar como uma grandeza varia com outra por meio de tabelas ou fórmulas.	6- <u>Funções do 1° e 2° grau</u> • Representação gráfica • Gráficos de funções • Situações-problema	6- • Pesquisas em supermercados, comércio em geral dos preços de alguns produtos fazer a tabela e relacionar a quantidade em função do preço.

• Marcar pontos no plano cartesiano das as suas coordenadas. • Construir gráficos cartesianos de funções. • Resolver problemas envolvendo pontos extremos de funções, obtidos por meios de gráficos. • Identificar as coordenadas de pontos do plano cartesiano. • Interpretar gráficos cartesianos.		• Resolução problemas, onde a função está presente em situações em que relacionamos duas grandezas variáveis. • Desenhar gráficos em folha de papel milimetrado.
7- • Resolver problemas envolvendo razão, proporção e porcentagem. • Resolver problemas de regra de três simples e composta, empregando o método de fazer variar uma grandeza por vez. • Apreciar o papel da matemática no comércio, no mundo financeiro e no industrial. • Resolver problemas comerciais ou financeiros simples, empregando porcentagens e juros.	7- Matemática Financeira • Razão • Proporção • Porcentagem • Regra de sociedade e regra de três. • Juros simples e compostos.	7- • Resolução de problemas envolvendo razão proporcional • Resolução de problemas do dia-a-dia envolvendo porcentagem, regra de três e juros. • Procurar em jornais ou revistas tabelas e gráficos para análise dos mesmos. • Pesquisas e entrevistas sobre salário mínimo, juros de bancos, aumento da energia elétrica, do telefone etc., e calcular porcentagem de aumento e juros cobrados.
8- • Calcular a chance de um evento em situações simples • Obter experimentar a chance de ocorrência de um evento em situações simples. • Compreender problemas simples envolvendo a proporcionalidade entre os da população. • Resolver problemas simples envolvendo a proporcionalidade entre os dados de uma amostra e os da	8-Estatística • Chances • Estatísticas e probabilidade • Histograma	8- • Explicação do assunto • Jogo de dados e moedas, para resultado aleatórios. • Atividades individuais e em grupos • Resolução de problemas • Coleta de dados relativos à sua escola e a seu cotidiano e apresentá-los na forma de tabelas ou gráficos. • Pesquisas em supermercados, firmas, comércio em geral para realização de gráficos estatísticos.

população • Analisar tabelas, gráficos (histograma), envolvendo dados estatísticos.		• Revisão cumulativa
9- • Compreender (e explicar) a relação entre perímetro de figuras planas (quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e polígono regular) e do círculo. • Resolver problemas que envolvam perímetro das figuras planas. • Resolver problemas que envolvam o perímetro (comprimento) do circulo. • Retomar idéias para o calculo de áreas e volumes tais como aproximação e usando também a composição e decomposição de figuras. • Dedução das formulas de áreas das figuras planas. • Resolver problemas empregando as fórmulas habituais para o cálculo de áreas das figuras planas. • Calcular volume do cubo, prisma, cilindro, pirâmide e cone. • Resolver problemas envolvendo o volume das figuras espaciais.	9- <u>Perímetro, áreas e volumes.</u> • Perímetro da figuras planas (quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e polígono regular). • Perímetro do círculo (comprimento da circunferência) • Área das figuras panas (quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e polígono regular). • Área do círculo • Volume do cubo, prisma, cilindro, pirâmide e cone.	9- • Medir o perímetro da sala de aula, da quadra da escola e comparar a proporção entre as medidas. • Encontrar o comprimento de círculo através de vários objetos redondos como tampos, baldes, centro da quadra de esportes, etc. • Recortes e dobraduras das figuras geométricas planas para descobrir as fórmulas das mesmas. • Planificação dos sólidos para calcular áreas. • Demonstração das fórmulas para calcular o volume dos sólidos geométricos. • Resolução de exercícios propostos. • Atividades extra-classe. • Resolução de problemas envolvendo áreas e volumes. • Revisão cumulativa. • Redação sobre o assunto: perímetro, área e volume.

Avaliação

O sistema de avaliação será contínuo e diversificado. A avaliação será contínua, através de diálogos, troca de idéias, debates, interesses, participações e aproveitamento das atividades e na resolução de exercícios, e, diversificada a partir das atividades realizadas em sala ou em casa, individualmente ou em grupos, também será avaliado pesquisas, relatórios, redações, jogos, cadernos, trabalhos realizados na sala ou extra-classe e provas escritas.

OBS: Este planejamento está sujeito à alterações no decorrer do ano letivo.

ANEXO 2

Exercicios de matemática

Nome:.......................................nº.....8º série

1-Um trem vence certa distância numa velocidade média de 120 km/h, em 6 horas.Quanto tempo levaria se sua velocidade fosse de 240 km/h.

2-Numa caixa de 50 refrigerantes, 20 são coca-cola e 30 guaranás.Calcule a porcentagem de coca-cola?

3-Num campeonato de futebol, houve 700 gols. Se o artilheiro marcou 35 gols, qual foi a sua porcentagem de gols?

4-Comprando uma calça à vista, obtendo um desconto de R$ 9,00 correspondente a 20% do seu preço.Calcule o preço da calça.

5-Um objeto custou R$250,00.Foi revendido com um prejuízo de 18%.Qual foi o preço de venda desse objeto?

6-Um brinquedo que custava R$ 75,00 sofreu um desconto de 8%.Quanto você pagará por esse brinquedo?

7-Qual é o número que somado com seu dobro vale dezoito?

8-A soma de dois números vale 20. Se o maior é o triplo do menor, qual é o número maior?

9-Num retângulo, a medida do lado maior é o triplo da medida do lado menor.Se o perímetro do retângulo mede 32 cm, quanto mede o lado menor?

10-A soma das idades de duas pessoas é 25 anos, e a diferença entre essas idades é 13.Quantos anos têm cada uma?

11- Num quintal há coelhos e galinhas num total de 40 cabeças e 110 pés.Quantos coelhos e quantas galinhas há nesse quintal?

12-Resolva as equações:

a) $2x + 5x = 4x - 24$

b) $2(4X - 3) - 5 = 40$

c) $4x - 6x = 2(x - 8)$

d) $5x/2 - 8 = 3x + 4/5$

e $8x + 4 + 4 = 3x - 5$

f) $4x/3 - 5 + 3/2 = 5x - 6$

13- Resolva os sistemas de equações :

a) $3x + 2y = 58$
$x + y = 23$

b) $5x + 2y = 9$
$3x - 7y = -11$

c) $3x + 7y = 13$
$2x + 5y = 9$

d) $2x - 3y = 8$
$3x + 2y = 10$

e) $2x + y = 1$
$3x - 4y = 29$

f) $x + y = 37$
$x + 4y = 79$

ANEXO 3

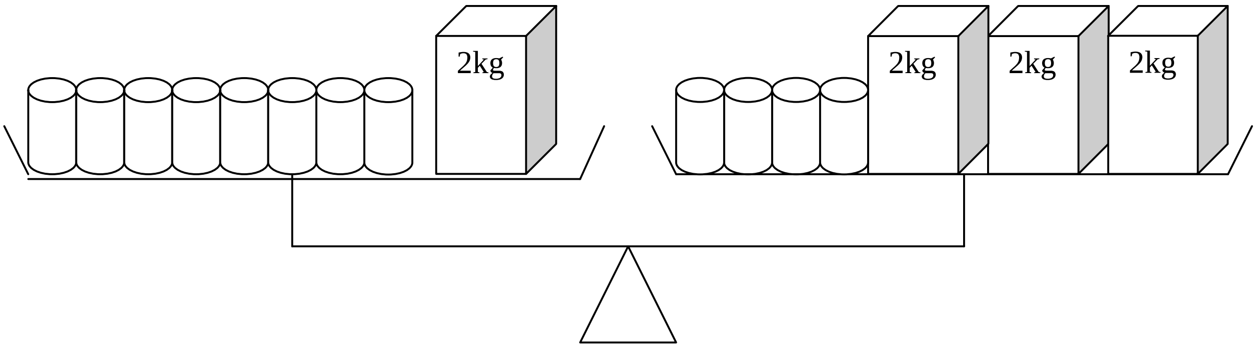
Escola Estadual...

Proposta de trabalho: Revisão sobre Equações do 1ºgrau.

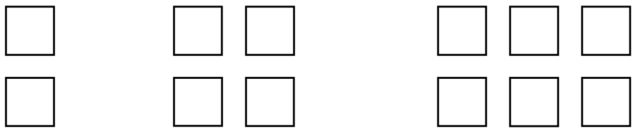
Aluno (a): ________________8ª série: ____ data: _______

Resolva os problemas e os exercícios.

Problema 1: A balança está em equilíbrio. Todas as latas têm o mesmo peso e cada bloco pesa 2 kg. Quanto pesa cada lata?



Problema 2: Observe a seqüência de figuras abaixo:



a)Qual a próxima figura da seqüência?Desenhe.

b)E a seguinte? Desenhe.

c)Escreva a regra de formação dessa seqüência.

d)Observando a seqüência, quantos quadradinhos têm cada figura?

e)Quantos quadradinhos têm a 6ª figura da seqüência?

f)E a 7ª? E a 8ª? E a 15ª?

g)Quantos quadradinhos têm uma figura numa posição qualquer?

Problema 3: Marcos trabalha na bilheteria de um teatro que vende entradas antecipadas. Na segunda-feira ele vendeu uma certa quantia de entradas, na terça ele vendeu o dobro, na quarta-feira quatro vezes mais e na quinta o triplo do número de entradas da segunda-feira. Se Marcos vendeu 800 entradas, quantas ele vendeu em cada dia?

Problema 4: Um barco tinha um problema no motor. Cada dia ele podia avançar 20 milhas. À noite era necessário desligar o motor e a correnteza o fazia retroceder 5 milhas. Nesse ritmo, quantos dias o barco levaria para avançar 100 milhas desde seu ponto de partida?

Problema 5: Um lápis custa X reais e um lapiseira custa 5 reais a mais que um lápis. Duas lapiseiras custam o mesmo que 7 lápis.

a)Escreva uma equação para este problema.

b)Encontre o preço do lápis e da lapiseira.

6- Resolva as equações:

$a) 3(x-3)=15$

$b) 3(x-3)+2=23$

$c) \frac{x}{3}+8=17$

$d) 6(x-3)=7(x+1)-16$

$e) \frac{x+3}{2}-\frac{2x-4}{3}=\frac{x}{4}$

ANEXO 4

do I Encontro Paulista de Educação Matemática, Campinas: PUCCAMP.

SILVA, M.O.P. (1991) - *Pós-Graduação em ensino: algumas questões*. II EPEM, São Paulo: USP (mimeo).

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (1991) - *Revista Temas & Debates*, Ano IV, nº 3, Rio Claro: UNESP.

SOUZA, A.C.C. (1991) - *Considerações sobre a Pós-Graduação em Educação Matemática*. II EPEM, São Paulo: USP (mimeo).

Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa.

*Romulo Campos Lins**

1. Introdução

O objetivo maior deste artigo é defender uma posição em relação à pesquisa em Educação Matemática, e a posição que defendo é a de que pesquisadores devem manter sempre explícitas suas *posições epistemológicas*. Mas isso não basta; não é como se estivéssemos falando de futebol, em que você diz que é corintiano, eu digo que sou palmeirense, e a vida continua. As *posições epistemológicas* dos pesquisadores devem ser discutidas *em relação às suas pesquisas*, e isso quer dizer que devemos examinar as questões de pesquisa, tanto quanto os resultados e mesmo os métodos, tomando-se em conta aquelas posições.

Há muitos pontos de onde um artigo com o título deste poderia partir. Escolho começar pelo ponto mais básico possível, aquele de esclarecer o que se entende por Epistemologia.

Com esta decisão, espero atingir dois objetivos. Primeiro, para os não familiarizados com o assunto, espero criar uma oportunidade para que entendam em que consiste a "questão epistemológica"; ao mesmo tempo, espero convencê-los da importância, para a Educação Matemática, de discutir-se noções como "conhecimento" e "significado", em particular em relação à Matemática e à aprendizagem. Para aqueles já familiarizados com o tema, esta introdução tem o papel de esclarecer alguns pontos que são básicos em minha posição epistemológica.

O restante do artigo será dedicado a dois pontos: (i) discussão de um caso em Educação Matemática que se revela bem mais tratável do que a princípio parece, quando acompanhado de uma reflexão epistemológica; e, (ii) uma breve análise da discussão sobre

* Docente do Departamento de Matemática do IGCE da UNESP de Rio Claro.

Educação Matemática.

2. Epistemologia

Se consultamos o Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa, procurando pela palavra *epistemologia*, vamos encontrar:

> "Estudo crítico dos princípios, hipóteses e resultados, das ciências já constituídas, e que visa determinar os fundamentos lógicos, o valor e o alcance objetivo delas; teoria da ciência" (Ferreira, 1986).

Já o dicionário Collins oferece uma definição mais geral:

> "A teoria do conhecimento, especialmente o estudo crítico de sua validade, métodos e alcance" (Makins, 1991).

Observemos desde já que há uma questão a ser resolvida: a Epistemologia preocupa-se apenas com *ciência*, ou preocupa-se, de modo mais geral, com *conhecimento?* De acordo com Piaget,

> "O princípio epistemológico é ... o de procurar determinar o papel do sujeito e o do objeto considerando-os, não por si, mas no próprio processo de aumento de conhecimentos" (Battro, 1978).

Mas, se por um lado Piaget toma o ponto de vista mais geral para a Epistemologia ("conhecimentos"), por outro lado ele também coloca a ciência como a forma superior por excelência de produção do conhecimento, e identifica o próprio pensamento com as estruturas da Matemática (Walkerdine, 1988, pp. 5-6).

Entre o cientista solitário, que é o protótipo do *Homo Piagetianus*, e o cidadão solidário que é o protótipo de Homem de Vygotsky, existe uma distância enorme e muitas vezes não percebida.

tentar "reconciliar" os dois modelos equivale, basicamente, a abandonar ambos e construir um terceiro, onde o sujeito, o outro e o objeto são elementos básicos e não podem ser reduzidos uns aos outros.

Se a Epistemologia quer poder dizer alguma coisa sobre o conhecimento de, por exemplo, tribos indígenas, marceneiros ou crianças, é claro que não pode caracterizar-se como "teoria da ciência", expressão que deveria ser lida "teoria da ciência ocidental pós-newtoniana", pois a redundância é menos importante que o alerta; este alerta é uma preocupação central na elaboração da Etnomatemática, que permite que a Matemática e o conhecimento matemático possam ser examinados desde o ponto de vista da cultura onde acontecem (ou reconhecer que não acontecem...). Ficamos, então, com a seguinte definição:

> Epistemologia é a atividade humana que estuda as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como é que conhecimento é produzido?; e, (iii) como é que conhecemos o que conhecemos?

Respostas a estas perguntas caracterizam *posições epistemológicas*, e todo trabalho de pesquisa que envolva questões relativas à aprendizagem está inevitavelmente ligado às respostas que um pesquisador dá a elas[1].

Os artigos em Educação Matemática estão recheados de frases envolvendo "conhecimento do aluno", "conhecimento matemático", e "significado", mas em quantos deles podemos encontrar uma discussão do que estas coisas querem dizer - ou mesmo uma indicação de teorias às quais o leitor deveria se referir para encontrar o ponto de vista adotado pelo autor do artigo? Muito poucos, poucos demais, eu diria.

[1] Na verdade, concepções epistemológicas são parte da própria existência como ser humano, mas a tematização, não. Ao destacar a pesquisa ligada à aprendizagem como área de atividade, quero tanto focalizar a atenção em uma especificidade de nosso trabalho como educadores matemáticos, quanto indicar a relação necessária entre esta pesquisa e a epistemologia.

entre dois pesquisadores, um deles dizendo que conhecimento é transmitido, e outro dizendo que conhecimento é construído, se não está claro o que um e outro chamam de "conhecimento"? E quantas vezes não fica a audiência tentando checar a adequação das afirmações de um e de outro com a "realidade", sem perceber que mesmo esta noção é objeto de intensos e profundos debates em Epistemologia?

Quando afirmo, como o faço sempre, que é preciso trazer a *questão epistemológica* para o núcleo que forma a base interdisciplinar da pesquisa em Educação Matemática, estou precisamente afirmando que tanto as questões sendo investigadas, quanto as hipóteses de trabalho, os métodos de investigação *e mesmo os resultados*, só podem ser entendidos e avaliados corretamente em relação às posições epistemológicas do pesquisador e do leitor. É preciso entender que quando este ou aquele autor diz que o conhecimento é construído, e fala de "dados de pesquisa" que confirmam sua tese, ele está desde o princípio falando segundo uma perspectiva epistemológica que pode ser completamente incompatível com a do leitor *e mesmo com a dos seus sujeitos de pesquisa*. De modo geral, *posições epistemológicas* são elementos essenciais na construção do mundo onde um pesquisador "vive", e é deste mundo - e não de todos os mundos - que o pesquisador está falando (Goodman, 1984).

Mas incluir a discussão epistemológica no núcleo da Educação Matemática tem outras implicações fundamentais, como por exemplo na discussão sobre se é verdade que para ensinar bem basta que o professor "saiba sua Matemática", ou ainda na discussão sobre o uso de modelos "concretos" no ensino da Matemática. E mesmo o entendimento em História da Matemática varia tanto quanto se queira de acordo com assumirmos uma leitura progressivista da História (ler a história em busca de uma sucessão de métodos e teoremas) ou uma leitura epistemológica da História (buscar entender como as idéias contidas em uma cultura matemática estão organicamente articuladas e de que forma certas noções estão naturalmente excluídas desta cultura)[2].

2 Em Lins (1992), o leitor pode encontrar uma analise sólida, embora concisa, das culturas matemáticas grega clássica e islâmica medieval, onde mostro, por exemplo, porque não era *possível* que Diofanto usasse coeficientes genéricos nas equações que resolvia.

... aspecto é de fundamental importância para a Educação Matemática, pois da mesma forma que toda uma cultura matemática pode não permitir o surgimento de certas noções, a cultura matemática de nossos alunos - entendida como coletiva ou como individual - pode impedir sua incorporação a esta cultura do aluno, sua *aprendizagem*.

3. Educação Matemática e Epistemologia, Epistemologia e História

Tratarei aqui apenas de um exemplo, na esperança de que ele seja "exemplar" o bastante para marcar os pontos que quero abordar. O leitor fica convidado a explorar mais este e outros exemplos que lhe possam ocorrer.

Um Exemplo Exemplar

Roberto já sabe operar com números negativos: somar, subtrair, multiplicar e dividir. Ele aprendeu sem problemas, diz a professora, a regra do menos vezes menos dá mais. Tirou notas boas nas provas relativas ao assunto. Agora Dona Tânia quer ensinar seus alunos a resolver equações do primeiro grau, e, naturalmente, pretende iniciar com exemplos simples e intuitivos. Eis como as coisas poderiam ter acontecido:

Tânia: Vamos olhar para esta equação (escreve $3x + 10 = 100$). Quem sabe resolver?

(Silêncio)

Tânia: O que essa equação quer dizer? Que três vezes um número, somado com dez, dá cem. Isto é, o três x junto com o dez, é igual a cem. E se duas coisas são iguais...

Roberto: Eu sei!! Se está igual, podemos tirar a mesma coisa dos dois lados que continua igual!

Tânia: Isso! (e pensa: "esse menino é um gênio..."). E podemos tirar dez dos dois lados?

Classe: Siiim!

Tânia: E como fica então ... Roberto?

Roberto: Fica três x igual a noventa!

Tânia: Iiissso!

O resto é fácil de imaginar. Na aula seguinte, depois de haver verificado que os alunos haviam resolvido sem problemas a lição de casa, Dona Tânia resolve avançar na prática, e dá para a classe a equação 3x + 100 = 10. Tranqüila, fica esperando os alunos indicarem a solução. Mas segue-se o silêncio que tanto desespera o professor. Já não muito tranqüila,

Tânia: Ué, ontem vocês sabiam resolver todas as equações que dei, e hoje ficam calados? (e pensa: "não pode ser por causa dos números negativos; isso eles aprenderam...").

E ela tem razão. Finalmente...

Roberto: Mas professora, essa não dá prá entender...

O que será que aconteceu? Será que os alunos não estão prestando atenção à aula de hoje? Será que a quantidade de exercícios de lição de casa não foi suficiente para fixar o conteúdo aprendido na aula anterior? Ou será que para resolver a equação 3x + 100 = 10 os alunos precisariam estar num nível de desenvolvimento cognitivo (um "estágio") que eles não atingiram ainda?

Eu recomendo **fortemente** que o leitor pare aqui por uns instantes e busque elaborar algumas hipóteses para o acontecido, antes de continuar a leitura deste artigo...

Vamos tentar esclarecer o "x" da questão, aqui: na aula anterior, Tânia e seus alunos falaram diversas frases sobre as quais concordaram. Eram frases que se referiam ao problema proposto, e tanto Tânia quanto

seus alunos *acreditavam* que aquelas frases estivessem corretas quanto à sua aplicação no processo de resolver a equação. Eles concordaram que se podia tirar a mesma coisa dos dois lados, e depois que, se 3 coisas valem 90, então, para determinar uma delas bastava dividir 90 por 3. Se estas mesmas frases fossem aplicadas à equação da aula de hoje (3x + 100 = 10), a solução correta seria obtida, e observe-se que os alunos saberiam fazer as contas com números negativos. *O verdadeiro paradoxo aqui é este: tudo que foi dito ontem, e concordado por todos, parece não ter, para os alunos, significado em relação à equação de hoje.*

Usando uma pequena metáfora geométrica, a situação parece indicar que professora e alunos estavam caminhando numa mesma reta e que de repente os alunos tomam uma direção ("essa não dá prá entender") enquanto a professora esperava que eles seguissem a direção "natural" (aplicar o método aprendido, ***as frases sobre as quais concordaram ontem***, e resolvessem a equação). É como se as coisas acontecessem como na figura 1. Até o ponto onde parece acontecer uma ruptura (ponto R), o caminho é o mesmo, e a partir daí, caminhos diferentes.

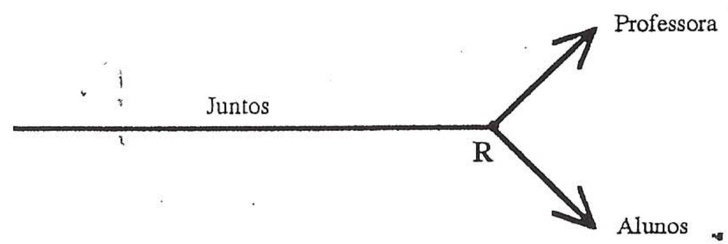


Figura 1

Veja: está claro que não há problemas "técnicos" para os alunos, isto é, eles têm domínio de todas as técnicas para resolver o problema. A situação parece, desde o ponto de vista de onde a estamos examinando, realmente paradoxal: uma *catástrofe*. Talvez a saída esteja em olharmos a situação desde um ponto de vista diferente, e para nos mantermos próximos de nossa metáfora geométrica, sugiro o seguinte: *imagine que na figura 1 o segmento até o ponto R está no plano do qual estávamos examinando a situação* (plano α), *e que a bifurcação vai para cima e para baixo.* **Agora vamos sair** *deste plano, isto é, vamos olhar a situação "de cima".*

Pode ser que o que vejamos de cima seja o que está na figura 2A: de fato os alunos e a professora caminharam numa mesma trilha até o ponto **R,** e lá acontece a bifurcação.

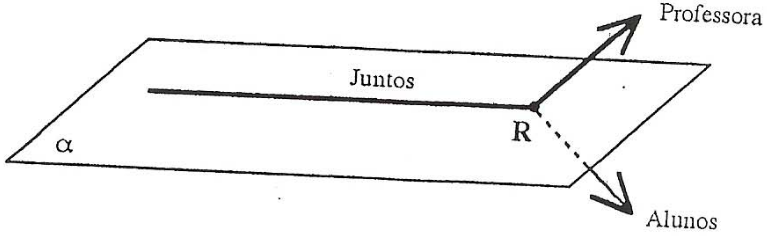


Figura 2A

Mas pode também ser que vejamos algo um tanto inesperado: o que estávamos imaginando, que até R havia uma única trilha, era na verdade uma ilusão de ótica devida à posição de onde estávamos olhando antes, e a situação real fosse a que aparece na figura 2B.

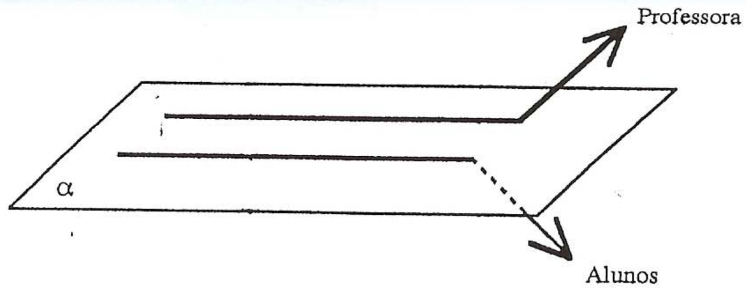


Figura 2B

Observe outra vez: a situação que aparece na figura 2B reduz-se à da figura 1, se olharmos "no nível do plano α".

É claro que a mudança de perspectiva que sugerimos não é "física": a metáfora que empregamos é apenas uma metáfora. A mudança de perspectiva que acontece na metáfora geométrica é nada mais nada menos que uma forma de esquematizar o que é na verdade uma mudança de perspectiva epistemológica. Se uma *posição epistemológica* implica que o *discurso* acontecido em relação à primeira equação basta para caracterizar o conhecimento envolvido, é claro que qualquer mudança de ponto de vista resultaria em algo como o da figura 2A. A possibilidade de vermos o que está representado na figura 2B depende essencialmente de *adotarmos uma posição epistemológica na qual um mesmo discurso possa ser parte de* ***conhecimentos*** *distintos.* Como a mudança "física" de ponto de vista não é possível, o leitor deve entender que minha posição epistemológia antecede a produção da metáfora que estou apresentando.

A posição epistemológica que gera sempre a figura 2A, não importa o quanto se "rode" em volta do plano α, vai gerar explicações que necessariamente colocam no aluno a razão para o acontecido: não atingiu a etapa requerida de desenvolvimento cognitivo, não prestou atenção no que fez antes.

Só para explorar um pouco mais esta metáfora geométrica, pensemos numa posição epistemológica para a qual existe apenas, de fato, um caminho, o discurso, que é ou não entendido. Para apreciar melhor a força desta restrição, o leitor deve recordar-se que não faz tanto tempo que a discussão em Educação Matemática passou a incluir a possibilidade de a criança entender de seu próprio modo; na verdade, muito desta mudança deve-se às posições defendidas por Jean Piaget. Antes, a criança entendia ou não o que o professor dizia: era como se nos encontrássemos não apenas limitados a um plano, mas limitados na verdade a uma única reta, e se a criança não entendesse o que o professor dizia, restava apenas parar e ficar com o que havia entendido até então. Além disso, se tudo que há é o discurso, então ensinar é dizer, e aprender é aprender a dizer (e nas horas certas, é claro), e o melhor que se pode fazer é dizer as coisas corretas de maneira clara ("Puxa, o professor tal explica tão bem!").

Agora temos três posições epistemológicas: a primeira, que gera o modelo da reta única, a segunda, que gera o modelo do caminho comum e da bifurcação paradoxal, e a terceira, que entende que, desde o início, os caminhos eram distintos, embora coincidissem em relação ao discurso.

Para esclarecer a minha posição epistemológica, a posição que gera a figura 2B quando saímos do plano α, vou "invadir" um pouco a cabeça dos alunos, acrescentando o pensamento deles, em letras maiúsculas, aos diálogos que vimos acima:

Tânia: Vamos olhar para esta equação (escreve $3x + 10 = 100$), Quem sabe resolver?

(Silêncio)

Tânia: O que essa equação quer dizer? Que três vezes um número, somado com dez, dá cem. Isto é, o três x junto com o dez, é igual a cem. E se duas coisas são iguais...

Roberto: Eu sei!! Se está igual , podemos tirar a mesma coisa dos dois lados que continua igual! ["CLARO, ESSA COISA FUNCIONA COMO UMA BALANÇA! SE TIRO OU

PONHO O MESMO DE CADA LADO, CONTINUA EQUILIBRADO! "].

Tânia: Isso! (e pensa: "esse menino é um gênio..."). E podemos tirar dez dos dois lados?

Classe: Siiim! ["SIIM!! FUNCIONA COMO UMA BALANÇA!!"].

Tânia: E como fica então ... Roberto?

Roberto: Fica três x igual a noventa! ["CLARO, POIS TIRO O PESO DE DEZ DO LADO DE CÁ, E DO LADO DE LÁ EU TIRO O PESO DE CEM E PONHO UM DE NOVENTA..."].

Tânia: Iiissso!

Os alunos estavam falando frases que se aplicavam corretamente à equação em questão, mas a ***lógica das operações*** era totalmente guiada pela balança; eles estavam *operando no campo semântico da balança*, isto é, estavam dando significado àquelas frases dentro do campo semático da balança. E aí vem a outra equação:

Tânia: Ué, ontem vocês sabiam resolver todas as equações que dei, e hoje ficam calados?

Roberto: Mas professora, essa não dá prá entender... ["COMO PODE SER QUE DE UM LADO DA BALANÇA TEM CEM QUILOS E MAIS UNS PESOS, E DO OUTRO SÓ TEM DEZ??"][3].

---

3 Em meus estudos houve alunos (muito poucos) que pensaran assim: "Esse 3x na verdade tem que ser negativo, isto é, é na verdade uma subtração". A partir daí transformavam a equação original em $100 - 3x = 10$, que pode ser facilmente resolvido com um modelo de todo e partes, isto é, ***pode-se dar significado a esta frase dentro do Campo Semântico dos todos e partes.***

Parece-me que este exemplo ilustra bem de que modo funciona a "ilusão de ótica" de que falei mais acima: a ausência de uma perspectiva epistemológica adequada impede o correto exame da situação.

Eu falei em *Campos Semânticos*, então, devo explicar-me melhor. Eu desenvolvi o modelo teórico dos Campos Semânticos como parte de uma caracterização epistemológica para Álgebra e para Pensamento Algébrico (Lins, 1992). Parte essencial do modelo dos Campos Semânticos é que *conhecimento* é entendido como *uma crença* - algo em que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma *afirmação* - junto com o que o sujeito considera ser *uma justificação* para sua *crença-afirmação*. Note que, partindo desta caracterização de conhecimento, fica claro que embora a professora e os alunos expressassem as mesmas *crenças-afirmações* a respeito da primeira equação - pois concordavam sobre o que podia ser feito com ela -os *conhecimentos* eram distintos, pois os alunos justificavam suas *crenças-afirmações* usando como referência uma balança de dois pratos, enquanto que a professa justificava *suas crenças-afirmações* a partir das propriedades das operações aritméticas e da assunção de que a incógnita é um número e que deve ser tratado como tal. Os alunos estavam *operando no Campo Semântico da Balança*, mas não a professora, e do ponto de vista de meu modelo teórico não é surpreendente que a certa altura os *discursos* já não fossem compatíveis.

Resumindo, um *conhecimento* é um par ordenado onde a primeira coordenada é *uma crença-afirmação*, e a segunda coordenada é uma *justificação* para esta *crença-afirmação*, e um *Campo Semântico* é uma coleção de conhecimentos cujas *justificações* estão todas relacionadas a um mesmo *modelo nuclear* - como é o caso da balança de dois pratos - ou todas são produzidas a partir de um mesmo conjunto de princípios - como é o caso das *justificações* que caracterizam, por exemplo, o Pensamento Algébrico. Podemos agora prover uma caracterização para o elusivo termo *significado*: "*significado* é a relação entre uma *crença-afirmação* e uma justificativa para ela", o que coloca claramente a relatividade de um *significado*, ao mesmo tempo que os caracteriza como a articulação entre as coisas em que se acredita e as razões que se tem para acreditar nela[4].

[4] Pelo motivo simples da falta de espaço, não vou aqui discutir as objeções colocadas ao relativismo. Apontarei apenas que a maior parte destas críticas apóia-se numa concepção segundo a qual o indivíduo precede o social, um princípio que já foi demonstrado indesejável por autores como Vygotsky, Goodman, e outros.

É importante enfatizar aqui que esta caracterização de *conhecimento* tem outra conseqüência crucial: a Matemática deve ser entendida como um *discurso*, um conjunto de frases, e não como *conhecimento*; é importante também observar que um tal entendimento de Matemática e de conhecimento matemático oferece uma base sólida para os estudos da Etnomatemática, que fica caracterizada então como um estudo do *conhecimento* matemático de diferentes etnias, ao mesmo tempo que membros de diferentes etnias possam falar Matemática uns com os outros apesar de estarem referindo-se a *conhecimentos* matemáticos eventualmente distintos[5, 6].

Alguns autores discutem o processo de aprendizagem em termos de *obstáculos epistemológicos*, que estão caracterizados pela necessidade de reorganização do conhecimento do sujeito para que seja superado o obstáculo, mas a questão da *impossibilidade* de um sujeito passar a ter um conhecimento que não tinha antes, foi tratada quase que exclusivamente do ponto de vista do desenvolvimento intelectual, como, por exemplo, nas teorias de Piaget.

Um modelo como é o modelo dos Campos Semânticos torna evidente que além de *obstáculos epistemológicos* devemos e podemos considerar a questão dos *limites epistemológicos* desde um ponto de vista epistemológico, e não desde um ponto de vista psico-cognitivo. É apenas considerando a questão dos *limites epistemológicos que* entender corretamente a ligação entre a produção de conhecimento historicamente situada - isto é, a chamada filogênese do conhecimento-e a produção do conhecimento pelos indivíduos - a *ontogênese* - precisamente porque todo indivíduo o é dentro de uma cultura, e em relação a esta cultura, e um tal processo é sempre historicamente situado.

[5] O termo "etnia" deve ser compreendido em seu sentido mais próprio, de grupo com um etos definido, e não como grupo racialmente definido. É tão próprio pensar em um aluno como pertencendo a uma etnia como o é quando pensamos em um índio Xavante.

[6] O exemplo exemplar que utilizei deve ter deixado clara a importância da possibilidade de "comunicação" entre conhecimentos matemáticos distintos.

O estudo crítico-epistemológico em relação à História da Matemática deve ser entendido como um estudo da organicidade do conhecimento de uma cultura, o que necessariamente inclui um exame dos *limites epistemológicos* do sistema sendo estudado, e é exatamente desta forma que o estudo do conhecimento de um "aluno" deve ser conduzido, e o modelo dos Campos Semânticos oferece uma base conceitual sólida para este estudo.

4. Epistemologia e História da Matemática nos Encontros de Educação Matemática

Como já disse antes neste artigo, é raro encontrar artigos de pesquisa em Educação Matemática onde se faça uma discussão explícita das posições epistemológicas assumidas pelos pesquisadores; embora nos anais de congressos internacionais (por exemplo, PME[7] e ICME[8]) encontremos uma situação um pouco melhor, também a considero deficiente deste ponto de vista. Poderia-se conjecturar que tal situação é devida à formação deficiente, nesta área, dos pesquisadores, mas prefiro a interpretação, bastante mais simples, que entre as *práticas sociais* associadas à pesquisa em Educação Matemática não se encontra a discussão de *posições epistemológicas*. Pode parecer, a princípio, que esta afirmação apenas repete uma descrição da situação, mas ao examiná-la do ponto de vista das práticas sociais, somos levados a concluir que entre as *posições epistemológicas* dominantes encontramos um princípio que afirma que ***a pesquisa em Educação Matemática empenha-se centralmente em "elucidar os mecanismos da realidade", e que esta realidade não é afetada pelas posições epistemológicas assumidas pelo pesquisador.*** Esse realismo não é exclusividade da pesquisa em Educação Matemática: pelo contrário, marca todas as chamadas ciências exatas, e, mais fortemente ainda, marca o senso-comum e a vida cotidiana. Se na vida diária, em que a confiabilidade de nossas previsões locais é o fator mais importante, este realismo não tem

7 Conferências do International Group on the Psychology of Mathematics Education, que acontece anualmente; em 1992 realizou-se nos Estados Unidos, e em 1993 no Japão. O de 1994 será em Lisboa.

8 International Conference on Mathematics Education, que acontece a cada quatro anos; o útimo foi realizado no Canadá em 1992.

maiores implicações epistemológicas - embora tenha profundas **implicações ideológicas** - nas ciências exatas as mudanças de paradigma, as mudanças de *posições epistemológicas* revelam-se intimamente associadas a grandes mudanças conceituais, como é o caso da Teoria da Relatividade de Einstein, e mesmo o caso da Álgebra Moderna, numa ciência não-experimental como o é a Matemática[9]. Quando respondemos a pergunta "o que é conhecimento", muitas vezes estamos ao mesmo tempo respondendo a pergunta "que conhecimento é desejável".

E a discussão da *questão epistemológica*, afinal, aparece? Aparece, sim, mas em artigos especificamente escritos sobre o assunto, e não no seio dos artigos de pesquisa. A discussão das categorias do conhecimento matemático[10], as concepções de Matemática[11] e as relações da Matemática com outros domínios de conhecimento[12], aparecem no I EPEM; no II EPEM encontramos uma frequência um pouco (mas bem pouco!) maior de trabalhos que abordam a *questão epistemológica* no interior da pesquisa em Educação Matemática, como, por exemplo, obstáculos epistemológicos e o conceito de limite[13] e uma discussão do status epistemológico dos algoritmos básicos[14].

Observamos ainda que os trabalhos citados do I EPEM são todos "palestras", isto é, apresentações convidadas, estrutura que não é central no II EPEM, bastante mais temático, o que parece sugerir que, como afirmei antes, a preocupação com a *questão epistemológica* apresenta-se até aqui essencialmente descolada das *questões de pesquisa* em Educação Matemática. Explico melhor: há uma indicação de que a *questão*

9 A invenção da Álgebra Moderna (Estrutural) implica a aceitação de se operar sobre elementos para os quais não se tem nenhuma interpretação "concreta", que é a forma pela qual a polêmica sobre números complexos foi resolvida (a representação por pontos do plano). Mas esta posição implica em uma reconceitualização dos números ordinários, que passam a ser interpretados como os novos elementos, e perdem seu caráter "concreto". É interessante notar que o próprio requerimento de concretude passa a ficar fora da Matemática ou melhor dizendo, do conhecimento matemático oficial, um processo que é completamente similar ao que acontece com a invenção das geometrias não-euclidianas; é assim que, a partir de meados do século XIX, o conhecimento matemático oficial passa a assumir seu caráter simbólico.

10 Por A.C.C. de Souza.

11 Por D.L. Carvalho.

12 Em apresentações de N.J. Machado e de S. de A. Pregnolatto.

13 Por W.M. Rezende.

14 Por D.L. Barco.

quando vamos olhar "dentro" da maior parte dos trabalhos de pesquisa, ela fica apenas implícita - e isso supondo-se que em algum momento do processo ela apareceu explicitamente.

É evidente que uma defesa completa do ponto para o qual quero chamar a atenção envolve uma leitura muito mais detalhada da produção apresentada em congressos e periódicos, mas acredito que o leitor entenderá este artigo não como uma resposta, mas como uma pergunta que emerge de meu trabalho de pesquisa, no qual esclareço de que forma o exame epistemológico é essencial se queremos entender os processos de aprendizagem sobre os quais nos debruçamos. Fico tranqüilo se, que da mesma forma como meu "exemplo exemplar" da seção 3, este breve levantamento servir para sustentar a necessidade da discussão.

5. Umas conclusões

O objetivo maior deste artigo foi defender uma posição em relação à pesquisa em Educacão Matemática, e a posição que defendo é a de que pesquisadores devem manter sempre explícitas suas *posições epistemológicas*. Mas isso não basta; não é como se estivéssemos falando de futebol, em que você diz que é corintiano, eu digo que sou palmeirense, e a vida continua. As *posições epistemológicas* dos pesquisadores devem ser discutidas *em relação às suas pesquisas*, e isso quer dizer que devemos examinar as questões de pesquisa, tanto quanto os resultados e mesmo os métodos, tomando-se em conta aquelas posições.

A participação da História da Matemática nessa empreitada deveria estar clara: é um campo de investigação onde estamos falando de adultos cognitivamente competentes (plenamente desenvolvidos)[15] e que mesmo assim operam por sobre *obstáculos epistemológicos* e dentro de *limites epistemológicos*, como não poderia ser de outra forma. Desta maneira, ao incorporarmos a Epistemologia e o exame crítico-epistemológico da História da Matemática no núcleo que forma a base interdisciplinar da Educação Matemática, estamos colocando nossa pesquisa em bases mais sólidas.

Insisto: o olhar deve alcançar sempre o fenômeno da sala-de-aula, o processo de aprendizagem, mas o olhar fixo, catatônico, sobre o aluno, é tão incompleto quanto o olhar fixo, catatônico, sobre a Matemática. Se este olhar fixo sobre a Matemática tem sido corretamente apontando como fruto e reprodutor de uma ideologia opressora, é também certo que o olhar fixo sobre o aluno é fruto e reprodutor de uma ideologia.

E se este olhar fixo sobre a Matemática apóia-se em *posições epistemológicas*, o mesmo ocorre em relação ao olhar fixo sobre o aluno. E, de resto, a todo olhar. Então, formar um grupo permanente entre EPEM's, onde a relação entre pesquisa e *posições epistemológicas* seja discutida, é, acredito, um empreendimento essencial.

15 A menos que se queira caracterizar Diofanto ou Euclides como estando no estágio operatório-concreto...

Bibliografia

BATTRO, A.M. (1978) - *Dicionário Terminológico de Jean Piaget*; São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

FERREIRA, A.B. de H. (1989) - *Novo Dicionário da Língua Portuguesa*; Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira.

GOODMAN, N. (1984) - *Of mind and other matters*; Cambridge: Harvard University Press.

LINS, R. C. (1992) - *A framework for understanding what algebraic thinking is*; Tese de Doutoramento, Inglaterra: Nottingham University.

MAKINS, M. (1991) - *Collins English Dictionary*; Glasgow: Harper Collins Publishers.

WALKERDINE, V. (1988) - *The Mastery of Reason*; Londres: Routledge.

ANEXO 5

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO GRUPO DE ESTUDOS

SERTANÓPOLIS, 05 DE ABRIL DE 2005.

No início da nossa reunião conversamos sobre as observações que terei que fazer em uma das turmas de cada professora, combinamos que na próxima semana estarei em sala de aula para acompanhar todo o trabalho desenvolvido sobre a revisão e a introdução de "Equações do 2º grau".

Retomamos a leitura do artigo de Rômulo Campos Lins - "Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa".

Perguntei se alguém desejava fazer a leitura, mas elas novamente propuseram que eu lesse.

REGINA: (começo a ler o item 3 da página 79 e vou até 80)

"Educação matemática e epistemologia, epistemologia e história. Tratarei aqui apenas de um exemplo, na esperança de que ele seja, 'exemplar' o bastante para marcar os pontos que quero abordar... Eu recomendo fortemente que o leitor pare aqui por uns instantes e busque elaborar algumas hipóteses para o acontecido, antes de continuar a leitura deste artigo [...]".

REGINA: Vamos parar um pouquinho para nós pensarmos...

As professoras param para chamar atenção de alguns alunos que permanecem na biblioteca a incomodar. Alguns professores têm o costume de mandar alunos que fazem "bagunça" na sala, para a biblioteca, alguns vêm fazer alguma atividade para castigo, tipo copiar muitas páginas de um livro ou fazer a tabuada 10 vezes, outros vêm ficar na biblioteca sem fazer nada, ficando lá, ociosos, durante um certo tempo. (depoimento de Marina).

Juliana comenta que a biblioteca não deveria ser lugar de aluno ficar de castigo.

REGINA: Pessoal! Vamos discutir aqui... O que vocês acham que aconteceu com o aluno? No começo ele sabia resolver isso aqui (neste momento eu estou a mostrar a equação descrita no artigo, $3x + 10 = 100$) ele entendeu na situação da balança, ele compreendeu que tinha o equilíbrio e que podia tirar 10 daqui e 10 daqui (neste momento mostro na equação que o aluno entendeu que poderia tirar 10 de cada lado da equação) e assim resolvia a equação, mas quando a professora propôs isso aqui (neste momento mostro a segunda equação descrita no artigo, $3x + 100 = 10$) os alunos não conseguiram resolver... Ai o menino disse assim... É... "Mas professora, essa não dá para entender... (fala de Roberto descrita na página 80 do artigo)". A professora Tânia concluiu que eles sabiam números negativos e que não era por isso que eles não estavam conseguindo resolver a equação. Na opinião de vocês o que será que aconteceu ai? Porque o aluno não conseguiu resolver essa equação? Que diferença há entre uma e outra equação?

MARINA: Vejo que aqui (Marina mostra a equação $3x + 100 = 10$) não tem o que ele precisa tirar...Do outro lado né, o porque que fica negativo, ele sabe, ele compreende que tem número negativo, mas dentro da balança não tem tudo para ele tirar, vai ficar devendo daquele lado, para ele não é visível isso, por que ele não tem tudo que tem que tirar.

REGINA: E você, Juliana o que pensa?

....

JULIANA: Eu acho também que aquele que de repente não consegue ver na balança...Ele vai fazer isso (refere-se à equação 3x + 100 = 10) como? Esse daqui (3x + 100) é igual a isso (10)... ((Juliana mostra a equação e faz uma expressão facial demonstrando que o aluno vai achar estranho manter a igualdade naquele caso) objetivando tornar explicita a idéia de Juliana eu esclareço “Como que um valor vezes três mais 100 pode ser igual a dez?”) Ele olha isso é não consegue é...(MARINA: então, como ele não consegue enxergar, como que vai tirar o que não tem?) ele sempre acha que depois do sinal de igual tem que dar um número maior, isso fica assim na cabecinha dele.

REGINA: Essas são as hipóteses que vocês têm... Vamos continuar a leitura para ver o que o autor discute... Comecei a ler...

“Vamos tentar esclarecer o x da questão... significado à equação de hoje”. (pág 12)

REGINA: Penso que aqui está como Marina comentou sobre o significado... Dessa equação no contexto da balança e dessa outra que eles tentam fazer usando os mesmos conceitos que constituíram para a balança. Ai se coloca esse paradoxo. Como é que vocês entendem isso? A equação de ontem parece não ter os mesmos significados da equação de hoje...

....

MARINA: É aquilo que eu falei já né... Não tem significado porque eles não estão enxergando o que vai ser tirado, vai ficar devendo na balança. (Marina começou a rir...).

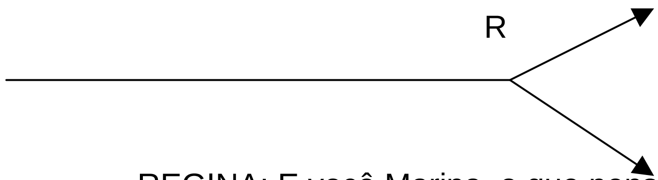
JULIANA: É a mesma coisa que tínhamos comentado agora há pouco.

REGINA: Vamos continuar...(comecei a ler novamente)

“Usando uma pequena metáfora geométrica... caminhos diferentes”. Pág.81

REGINA: Como é que vocês entendem essa representação, essa metáfora geométrica?

JULIANA: Está explicando que até aqui (Juliana se refere ao ponto R representado na figura 1 da página 81 do artigo) o aluno está entendendo, eu acho, depois, ai a hora que a professora trocou (a equação 3x + 10 = 100 por 3x + 100 = 10) o professor foi para um lado e o aluno para o outro. Natural!



REGINA: E você Marina, o que pensa sobre a primeira metáfora?

MARINA: Eles estão indo juntos porque estão caminhando com o mesmo raciocínio... A partir de que mudou o tipo de problema a professora tem um raciocínio, porque ela tem experiência e o aluno não. (JULIANA: ele vai por outro caminho).

REGINA: Retomei a leitura na página 82.

“Veja, está claro que não há problemas ‘técnicos’ para os alunos... e lá acontece a bifurcação”.

REGINA: Como é que vocês entenderam essa representação?

....

MARINA: Igual né...

REGINA: Penso que são diferentes... Agora em que sentido?

....

MARINA: A mudança para o plano? Sei lá não entendi não! Usa uns termos ai... Bifurcação.

REGINA: Bifurcação é assim... (JULIANA: Furquilha!). Bifurcação seria essa separação entre professor e aluno (apontei para o ponto R representado na figura 2 A da página 82 e mostrei as duas fechas).

JULIANA: Ainda acho que é do mesmo jeito só que ele está olhando de cima para baixo (MARINA: É está olhando de cima) e ele está vendo professor de um lado e aluno de outro. (MARINA: O desenho muda, né, a maneira como ele está enxergando).

REGINA: (Neste momento representei a figura feita pelo autor tomando uma folha de papel sulfite como se fosse o plano e nela desenhei uma reta para explicar o que segue). Estamos olhando de cima aqui, um plano no qual professor e o aluno estão falando a mesma coisa, ou seja, produzindo o mesmo discurso. Cada um com as mesmas idéias... Como vocês se referiram, mas a partir de certo momento (JULIANA: professor vai para cima e aluno vai para baixo) professor vai para um lado e aluno para outro. (JULIANA: O aluno ficou para baixo).

REGINA: Vamos continuar com a leitura para ver o que mais é possível compreender...

“Mas pode também ser que vejamos algo um tanto inesperado... na figura 2B”. Página 82.

REGINA: Olhamos para a figura 2 A na qual mostra uma reta única, mas o autor coloca a possibilidade de haver uma ilusão de ótica, pois tanto professor quanto aluno poderiam estar falando as mesmas coisas para um conhecimento que era diferente desde o início.

JULIANA: professor e aluno pensam que estavam juntos, é até que estava, mas de repente...Mostrou uma nova situação...O aluno se sentiu longe...

REGINA: Mas quando você coloca professor e aluno na reta única, você acredita que eles estão a caminhar com as mesmas idéias matemáticas?

JULIANA: Claro que não! Igual, igual não!

MARINA: É diferente né... O aluno... Tem tipo de exercício...Às vezes eu estou explicando assim e aluno fala “oh professora não pode ser assim, assim e assim?” Tem certas atividades que agente acaba aprendendo com os alunos porque ele mostra outro caminho que eu até não conhecia. Então se eu estou achando que ele tem que seguir o meu ritmo, aprender da maneira que eu ensino, do jeitinho que eu falo, ele te que aprender daquele jeito...Eu estou errada porque ele também tem que criar a sua aprendizagem, mostrar diferente, como ele criou. Tenho um aluninho na 7ª série que é dez para isso. Ele é muito bom para criar.

JULIANA: O aluno está aprendendo ainda, é diferente a visão do aluno e do professor. Por mais que você explica, o aluno se sente na mesma posição que nós estamos agora aqui ((MARINA: Nem todo tipo de aluno né! Tem aqueles bons que eu cobro, tem aqueles que fazem só o que você fala) JULIANA concorda com marina dizendo que tem alguns alunos que fazem apenas o que o professor manda, isso quando fazem) o aluno, às vezes não percebe onde eu quero chegar, é igual aqui, eu não sei aonde a Regina quer chegar, eu não sei direito, nos temos alunos desse jeito também. Quando você pensa que está caminhando certo, certo, o aluno está em dúvida, ele não sabe é... E isso não é só na sala de aula, em tudo agente tem vários exemplos sobre isso. A sua situação mesmo agora... Com o município, você sabe direito onde é que o município, o prefeito que chegar? E o estado, o que ele quer? Então tem tantas situações que você pensa estar caminhando junto, mas não está, a visão é outra.

MARINA: Estou aqui olhando o desenho (figura 2 A e 2B), o olhar é no plano né, se você olhar o plano “deitadinho” você vê as duas retas juntas né. Se você olhar o plano de cima você vê as duas linhas separadas.

REGINA: Se você olha o plano “deitadinho” você verá uma única reta, mas se você virar um pouquinho já consegue ver a duas linhas. Desde o inicio as duas afirmações eram...Quer dizer havia um mesmo discurso para significados diferentes, pois como vocês disseram os alunos não tem as mesmas experiências matemáticas que nós temos.

JULIANA: E ai você vê nessa discussão aqui, que nós percebemos já que (Juliana mostra a parte do texto que vem antes da primeira metáfora) estávamos fazendo uma leitura até aqui, ai o que é que estava entendendo? Estava certinho até aqui, ninguém tinha imaginado que tinha duas linhas. (Regina: estavam considerando que aluno e professor caminhavam justamente...) o que nós comentamos sobre essa figura é diferente da nossa visão até agora, o aluno é a mesma coisa.

....

JULIANA: Ali agente tinha uma opinião, aqui agente vai mudando já. Agora você já está enxergando o papel com duas linhas já, você já virou, já olhou.

REGINA: Depois que vocês olharam para esse modelo (figura 2 A) e para esse modelo (figura 2 B) aqui, a que conclusões vocês chegaram?

....

MARINA: Que o aluno tem condições de descobrir sim, por que se ele já sabe a operação, ele tem condições de descobrir, só que na prática, para ele enxergar isso ai, é que é difícil.

REGINA: Então, o que é que agente tem que fazer, para que ele possa, depois que sair do contexto da balança, estar passando para isso aqui (refiro-me à resolução da equação do tipo apresentado: 3x + 100 = 10) de forma que ele compreenda sem a memorização mecânica e sem as historinhas?

....

MARINA: Fazer a operação dos dois lados, o que é que eu tenho que tirar? Não é isso? Não sei! Eu penso assim. Já no inicio eu sempre faço assim. O que é que eu tenho que tirar? O que é que eu tenho que descobrir? É o valor do X? O que é que está em excesso aqui? A historinha vai entrar, vai entrar um pouco da historinha para explicar, tudo que tiro de um lado tenho que tirar do outro para ficar equilibrado.

REGINA: Esse “tirar de um lado” e “tirar do outro” está envolvido em um principio matemático ai! Nós já conversamos sobre ele no inicio das nossas reuniões, vocês se lembram?

MARINA: Ichii... É tanta coisa!

REGINA: É o princípio aditivo da igualdade e o princípio multiplicativo da igualdade. O principio multiplicativo é usado para dividir e multiplicar e o aditivo é usado para adicionar dos dois lados ou para subtrair dos dois lados.

MARINA: É um nome!

REGINA: São princípios que permitem você fazer as operações dos dois lados.

MARINA: Só é dado nome diferente só...

REGINA: Se você continua a falar da balança que tira dos dois lados para manter o equilíbrio ele vai entender o princípio matemático?

....

REGINA: Se você continuar falando “olha é que nem uma balança” tira dos dois lados?

MARINA: Ele não vai ter para tirar né, mas ele vai usar o peso que ele usava na balança. Mesmo não tendo, ele sabe que tem que tirar, porque ele tirando ele vai ver que tem que continuar em equilíbrio. Ai sem eu falar na balança, na equação vai continuar sendo equilibrada dos dois lados a partir do momento que eu tiro de um lado e tiro do outro...(REGINA: mas o que assegura isso?) então... (REGINA: não é a balança...) é o princípio matemático que você está falando ai (REGINA: é o princípio matemático) que nada mais é do que uma teoria que eu vou estar colocando na cabeça do meu aluno... É uma teoria que eu vou colocar para ele, que é um princípio da matemática, mas ele vai falar... “Mas de onde vem esse princípio da matemática?” Aonde eu volto? Na balança.

....

JULIANA: É... A teoria para ele entender a teoria ele tem que fazer exercícios mais ou menos da prática porque se não ele não vai...(MARINA: É igual porque do principio da potenciação lá, dever ter sido um princípio também né, uma regra, porque que dois elevados a zero é um? Eu começo lá 2 elevado a 10, 2 elevado a 9... vem dividindo, dividindo, dividindo então tem que fazer princípio porque que 2 elevando a zero é 1? Se você pensar porque 2 elevado a zero é

1...)todo número elevado a zero é um (MARINA: Ai o aluno fica... Mas por que 1 elevado a zero vai dar um? Para ele não tem explicação nenhuma, a partir do momento que você coloca todos e vai dividindo e vai mostrando ele entende o significado daí)

REGINA: O aluno entende a generalização de um padrão... Dois elevados a cinco, depois a quatro, depois a três, depois a dois, depois a um e a zero. (MARINA: Só assim para saber, a mesma coisa é ai também né... na equação... vem da onde? Vem da balança, ai depois que surgiu esse tal do principio (Marina começa a sorrir), que eu acho que não deve ter sido há muito tempo que tenham inventado esse nome, porque quando eu fiz faculdade não existia esse tal do principio (REGINA: Ele existia sim...), mas não era comentado, não era falado.

REGINA: Infelizmente pouco se comenta sobre isso nas licenciaturas, passamos a maior parte do tempo mecanizando técnicas para resolver limites, integrais e derivadas.

MARINA: É... E em livros também quando se vão iniciar equações aparece princípio aditivo da igualdade? (REGINA: em alguns livros sim, em outros não) não, não aparece, nunca. Princípio da multiplicação... Não aparece. É igual às propriedades distributiva da adição, da subtração, distributiva em relação à adição e distributiva em relação a divisão, tudo aquilo.

....

REGINA: Você não acha importante que eles compreendam dentro da matemática... “As teorias” como você falou, para que ele possa entender essa passagem (neste momento aponto para as duas equações propostas no artigo para discussão: 3x + 10 = 100 e 3x + 100 = 10), por exemplo?

MARINA: Mas vai... Usando esse termo, esse nome “princípio da adição”, como é que é repete o nome! (Regina: princípio aditivo da igualdade) vai alterar alguma coisa na cabeça dele?

REGINA: Penso que vai alterar a compreensão dele.

MARINA: Não, só vai alterar um nome porque ele já compreendeu.

REGINA: Ele compreendeu na situação da balança, só que a situação da balança não permite a ele generalizar para isso aqui (neste momento eu aponto para a equação: 3x + 100 = 10).

MARINA: Mas daí...

REGINA: Para você generalizar você tem que ir pelo conceito matemático, o conceito matemático é o princípio.

MARINA: Então, mas daí ele mesmo ouviu esse nome “princípio da igualdade da adição”, mas para ele continua na mesma. Ele vai saber o que tem que fazer aqui, “tira lá e tira aqui”. (Regina: mas não vai saber o por quê?) porque tem esse princípio... Mas da onde vem? Da balança! (Regina: Então, isso tem que ficar claro para o aluno, que existe os dois... que ele aprendeu isso no contexto da balança, mas que a balança, o contexto da balança não vai servir para ele produzir significados para uma equação como essa). Ai vai para a matemática... (Regina: Ai vem para a matemática, que você tira dos dois lados, já não é mais contexto da balança porque não tem como dever massa de um lado é caminha para uma justificativa de acordo com o princípio matemático).

MARINA: É só um nome que vai acrescentar porque na cabeça dele ele já sabe que ele tem que tirar dos dois lados ou aumentar dos dois lados.

REGINA: Mas não no contexto da balança, no contexto do princípio matemático.

MARINA: Mas ele aprendeu na balança. Mesmo sabendo que ele não tem na balança para tirar, ele sabe que tem que tirar, por isso vai acrescentar para ele um nome.

REGINA: Um conceito matemático, não apenas um nome!

MARINA: É... (Marina parece não estar muito convencida disso)

REGINA: E você Juliana? O que pensa disso? Está contra nós duas, ou está a favor de uma? (as professoras começam a rir)

JULIANA: Eu na verdade, estou a favor da Marina.

REGINA: Por quê?

JULIANA: Porque ele vai imaginar na hora, ele não vai querer saber de... (MARINA: Ele não vai nem querer saber de nome...) ele vai imaginar na balança e ai ele vai... (MARINA: Ele vai concretizar da seguinte forma, quando tinha dos dois lados eu posso tirar então quando não tem dos dois lados que eu posso tirar então eu vou dizer é o principio da... mas de onde veio isso ai? Da balança. Só porque não tinha dos dois lados, mas eu vou tirar dos dois lados, vai usar o termo negativo. Então eu falo assim, o número negativo, eu vou ficar devendo, mas como eu vou ficar devendo aqui na balança, não existe isso, então eu jogo a situação pro real, pro dinheiro, eu não sou muito da teoria, sou muito da prática sabe, dizer que isso é um principio da igualdade, não, eu expliquei, não preciso ficar citando nomes para as coisas) isso não é importante para ele.

MARINA: Porque ele não grava, não é importante para ele. Isso é importante para que você, que vai se formar uma mestra, para o professor da universidade que vai demonstrar todas as fórmulas. Para o aluno, você demonstra certas fórmulas, para ele é um bicho de sete cabeças. Eu na faculdade queria ir direto para as fórmulas, demonstração é muito mais difícil. Agora quem que vai se interessar pela demonstração. Eu demonstro algumas fórmulas, a do triângulo retângulo, porque é prático, é do triângulo que vai se formando. É uma coisa mais prática e da equação do segundo grau, porque é mais prático, o resto eu não gosto.

Intervalo de 15 minutos.

REGINA: Vamos retomar aqui, a gente estava vendo antes do intervalo o desenho que representa a compreensão do aluno, no primeiro momento interpretamos o aluno caminhando junto com o professor, com as mesmas idéias e depois passamos a enxergar de um modo diferente, pois desde o início o professor tinha o seu significado e o aluno também tinha o seu significado que era diferente do professor, como afirmou Marina, por conta da experiência. Foi isso que vocês comentaram. Agora vamos retomar a leitura para ver o que agente pode tirar mais disso.

“É claro que uma mudança de perspectiva... não prestou atenção no que fez antes”.Página 83.

REGINA: Então o que ele coloca ai? Como vocês entenderam isso? Se uma posição epistemológica implica um discurso acontecido em relação à primeira equação basta para caracterizar o conhecimento envolvido, é claro que qualquer mudança de ponto de vista resultaria em algo como o da figura 2 A. Como é que vocês entenderam essa colocação ai?

....

MARINA: Sei lá... A posição da figura? De onde ele errou? Ou é de acordo com o pensamento?

REGINA: Estou falando do discurso, vou dar um exemplo... Por exemplo: professor e aluno, por hipótese estaria caminhando com as mesmas idéias, o discurso é o mesmo, porém os significados que o professor produz são diferentes do que o aluno produz. A frase “retira dos dois lados que a igualdade não se altera” tem significados diferentes para alunos e professores. O professor, quando ele produz esse discurso ele está a pensar no principio aditivo da igualdade, porque? Porque quando você vai ensinar isso você não tem na cabeça só a balança, você sabe que tem ali a Matemática (MARINA: Eu sei...) e a Juliana também sabe, mas o aluno ainda não sabe. Ele pensa de acordo com aquilo que você propôs para ele, que é o contexto da balança. (MARINA: Inicialmente é) inicialmente é isso. Então, ou seja, a gente produz um discurso no qual ambos estão de acordo, mas nós pensamos em uma coisa e o aluno em outra, é o mesmo discurso para dois significados diferentes, para dois contextos diferentes. Enquanto a gente pensa no contexto matemático o aluno está pensando no contexto da balança. Eu penso que é isso que ele está dizendo aqui. Há duas posições epistemológicas, existem dois modos de enxergar o conhecimento... Estão conseguindo me entender?

MARINA: É isso mesmo.

REGINA: (nesse momento retomei a leitura) “a possibilidade de vermos o que está representado na figura 2 B depende essencialmente de adotarmos uma posição epistemológica na qual um mesmo discurso possa ser parte de conhecimentos distintos”. Página 83. Então ele coloca aqui duas perspectivas, ou você vê o discurso seu e do aluno pela reta assim (faço um desenho...) uma sobre a outra, ou seja, nem existem duas retas na verdade, é um mesmo discurso e você pensa que ele esta entendendo o mesmo que você está entendendo, você passa a enxergar que desde o inicio o discurso é o mesmo, porém cada um está falando a partir de conhecimentos diferentes, o aluno está produzindo significados para equações no contexto da balança, mas você professor, não. Você tem na sua cabeça os princípios matemáticos e o aluno não domina aquilo ainda. Então são duas posições epistemológicas. Vocês querem comentar alguma coisa em relação a isso? Concordam, não concordam? Ou vocês acreditam que existe, que professor e alunos estão em uma reta única ou que existe a diferença desde o inicio.

JULIANA: Na mesma reta única ele não está. E ai depois é uma...Vamos supor que aluno é esse? Se eu pegar um aluno que sabe que pensa quase igual você tudo bem, mas é uma sala são quarenta alunos, uma certa quantidade até pode estar tentando caminhar, mas e o restante?

....

JULIANA: Então, eu falo, que aqui está no plural, é alunos, então é mais difícil.(REGINA: então você conclui que eles não estão na mesma reta) não estão na mesma reta. Tem que pegar de uma forma generalizada porque se você escolher aqueles alunos, ai tudo bem pode ser que tem algum que possa estar na mesma reta.

REGINA: Mesmo aquele aluno que você considera “bom” entre aspas?

JULIANA: 100% não vai estar na mesma reta.

REGINA: Por quê?

JULIANA: Por que ele não vai ter a compreensão que... Eu tenho. Ele não tem a visão já. Ele não vai enxergar mais lá para frente.

REGINA: O aluno quando concorda ou produz esse discurso está a pensar no contexto da balança, como eu já comentei, portanto essa equação não faz sentido para ele no contexto da balança. A terceira perspectiva seria essa que nós estamos comentando. Desde o inicio o significados produzidos eram diferentes, a partir de certo ponto professor continua com o principio e o aluno fica sem compreender cabendo-lhe memorizar o processo. Que é o que acontece (JULIANA: realmente é o que acontece) quando vocês trabalham com as historinhas, somente com memorização tipo “tira daqui” e “passa para lá com sinal trocado” aquela coisa toda. Você fica com o principio matemático, o aluno não está, ai cabe a ele só memorização sem compreensão do conceito matemático. (JULIANA: É desse jeitinho que acontece), mas você acha que deve continuar sendo assim ou você acha que isso poderia ser diferente?

MARINA: Não é Regina, é que a gente não fica envolvida somente com equação, então a partir do momento que o aluno entendeu, ai depois ele passa pela memorização, (JULIANA: É tão natural...) é tão natural para ele “passa para cá, passa para lá” que ele já memorizou, ele já aprendeu lá atrás, ai ele memoriza dessa forma, e quando volta em equação nunca vai voltar em balança por que ele já tem essa idéia, ai vai para frente. Ai aparece os outros conteúdos que onde aparece uma equação, e ele já sabe como é que faz. . (JULIANA: faz automaticamente) ele faz ele não volta mais em balança.

REGINA: Continuemos a leitura... “A posição epistemológica... não prestou atenção no que fez antes”. Ou seja, quando a gente está caminhando, quando entendemos que um está caminhando, é professor e aluno produzindo o mesmo discurso, quando a gente entende que os significados são os mesmos tanto para mim quanto para ele agente acaba pondo a culpa nele quando ele se distancia da idéia... Vocês concordam ou não com essa afirmativa do autor?

MARINA: Eu concordo, só que nem sempre viu! Tem muita diferença de aluno né, aluno interessado, aluno desinteressado, aluno de má vontade, que não está nem ai para a coisa. Aquele aluno que o que você fala para ele é certo, não vê se está errado ou não, você pode até colocar... Eu às vezes faça coisas assim só para ver se o aluno está prestando atenção mesmo, coloco coisa errada no quadro, e ele continua a me dar resposta, depois de um tempo assim, alguém fala “oh professora, não, está errado”. Faz isso àquele que é esperto ou outro ficam de bocona aberta lá. E ainda apagam achando que erraram.

JULIANA: Ai depois ainda fala que a professora errou.

REGINA: continuei a ler...

“Só para explorar... reta única”.

REGINA: Ou seja, professor e aluno estão caminhando juntos, de repente somente o professor caminha, só o professor falando e o aluno já era.

“E se a criança não entendesse o que o professor dizia... até então”.

REGINA: O aluno compreendeu até aqui e o resto ficou para o professor sozinho.

“Se tudo que há é discurso... (“ puxa, o professor tal explica tão bem!”)”

REGINA: Como vocês entendem isso? Essa visão do professor no modelo de reta única, ele explica muito bem só que até um certo ponto...(Juliana: uma também, dependendo do... que você vai explicar ele não vai, ele não acompanha o raciocínio, ele fica um minutinho prestando atenção, depois ele devia. Porque que nós temos que repetir várias vezes a mesma coisa, porque naquele ponto que ele parou, que ele desligou, ele teria que voltar de novo. Ele não pega de fio à pavio aquilo que você está explicando ele para, e se eu voltar de novo, explicar tudo de novo para ele dar seqüência.

Bate o sinal e a professora Marina sai às pressas porque tem que aplicar provas em uma turma.

COMENTÁRIOS

Marina compreendeu que o conceito Matemático é apenas uma teoria, um termo a ser colocado na cabeça do aluno. Durante as discussões ela pareceu irredutível em pelo menos pensar na hipótese de se trabalhar equações justificando a troca de sinais pelos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Juliana concordou com ela. Elas pensam que os alunos fazem uma “passagem natural” do contexto da balança para o contexto matemático e que as historinhas ajudam a memorizar os procedimentos de cálculo. Alegam que não dá para ficar muito tempo dedicando-se ao ensino de equações, tem muitos outros conteúdos para trabalhar, a partir do momento que percebem que o aluno entendeu como funciona a noção de equilíbrio na balança, logo passam para frente.

As professoras admitem que numa sala de aula, muitas vezes estamos a produzir um mesmo discurso (alunos e professores) para significados diferentes, ou seja, aluno justifica a resolução de algumas equações a partir das noções de equilíbrio desenvolvidas no contexto da balança enquanto que professores estão a pensar nos princípios de igualdade. Marina e Juliana chamam isso de experiência do professor, para elas, o aluno não consegue entender a resolução de certos tipos de equações porque não tem as mesmas experiências matemáticas. Ao final da leitura parecia estar claro para elas que o modelo da reta única não é conveniente para explicar a dinâmica da produção de significados entre alunos e professores, entretanto Juliana diz que pode existir a possibilidade de um aluno estar na mesma reta. Concordam que professores e alunos desde o inicio estão a produzir um mesmo discurso para significados diferentes, a esses significados, dão o nome de experiências. Juliana acredita que o aluno tem que acompanhar o raciocínio do professor e que em alguns momentos ele “desliga” e que por isso é importante repetir várias vezes a mesma coisa. É preciso voltar naquele ponto onde o aluno parou.

As professoras reconhecem que não há significado para uma equação no contexto da balança na qual se fica devendo em um dos lados, mas negam a necessidade de uma possível negociação com o aluno no momento de usar os princípios da igualdade. Preferem continuar fazendo com os alunos memorizem o processo. Quando aprece uma situação de divida na balança, Marina diz que troca o contexto e passa a falar de dinheiro, por que o dinheiro é significativo para lidar com dívidas. Marina acredita que o principio da igualdade tenha surgido a partir do contexto da balança e que por isso não é necessário ficar falando, trabalha a prática, não precisa ficar nomeando. Ela diz ainda que esse princípio é coisa nova, na faculdade nunca ouviu falar disso. Apesar de recusar-se a usar o principio da igualdade, Marina, mesmo que inconsciente trabalha a equação, pelo menos no inicio do processo, retirando, adicionando, multiplicando e dividindo dos dois lados da equação, mas não justifica esse procedimento a partir do conceito, alega que é apenas um nome, uma teoria, que não precisa passar para o aluno, porque ele não grava. Juliana diz que os alunos não têm interesse em saber esse tipo de coisa e Marina concorda dizendo que quando era aluna queria apenas saber das fórmulas.

ANEXO 6

SITUAÇÃO 1 – AS FLORES

Os participantes de um festival de música decidiram que a ao final do festival fariam uma festa de encerramento onde cada um dos participantes daria uma flor de presente a cada um dos seus colegas também participantes do festival.

- Quantas flores serão distribuídas se o total de participantes for 5? E se for 6? E 7?
- Complete a tabela:

NÚMERO DE PARTICIPANTES	NÚMERO DE FLORES QUE CADA UM VAI RECEBER	TOTAL DE FLORES
3	2	3.2 = 6
4		
5		
6		
7		
.		
11		
.		
x		

- Se o total de flores distribuídas for 420, então o número de participantes será:

a)19 b)20 c)21 d)outro

- Para responder a questão anterior, u aluno de 8ª série fez o seguinte encaminhamento:

$$X(X-1)=420$$
$$X^2-X=420$$
$$X^2-X-420=0$$

Como ele ainda não sabia resolver essa equação, substituiu a incógnita X pelos valores das alternativas e, assim, descobriu a correta.

- E se as alternativas não tivessem sido dadas, como você faria para resolver esse problema?

ANEXO 7

1- Depoimento feito por Marina no 31º encontro após a aula

"Eu acho assim [...] para mim está sendo uma novidade, certas questões, certas perguntas que eu achei que eles não teriam resposta nenhuma, eles estão tendo resposta, porque eles não tinham o conhecimento disso, não tinham o conceito formado ainda do conteúdo. Eu, como já tinha o conteúdo formado, não sabia que eles tivessem essa idéia de responder, penso que é porque eles estão formando o conceito a partir do momento em que eles estão vendo no contexto. Como é prático, eles estão formando tabela, montando no real aquilo que eles estão enxergando, ai eles têm resposta para as perguntas. E eu já enxergava diferente porque eu já tinha a idéia formada, tudo formado, então achava que eles não tivessem resposta [...] eles estão enxergando de modo diferente do que agente vai enxergar. Isso é bom porque até agente está vendo, que não ia imaginar o que eles iam enxergar, porque a gente passa a matéria para eles já com a idéia da gente [...] e agora não, eles estão formando uma idéia que eles não tinham (MARINA, 23/05/05)".

2- Depoimento feito por Juliana no 31º encontro após a aula

Na hora de resolver o exercício, a Regina estava na sala observando**, quando falava em expressão algébrica havia muita dificuldade, agora num instantinho eles já estão percebendo** né, não só naquela sala que você estava, mas nas outras também, nas outras salas já **percebo que estão vendo diferente,** já estão conseguindo observar. Teve uma turma que comentou "então, toda vez que eu quero comprar bastante coisa, eu posso por um X e depois eu sei o preço total", eles mostraram que entenderam que em qualquer setor pode usar a função, a equação. Quando quero comprar bastante coisa, qualquer quantidade, o aluno vê que pode usar em vários setores. **Eu sei que eles estão começando a enxergar de uma forma diferente na hora de resolver um problema [...].** Eu acho que no **livro** a parte de funções até que vai porque a maior parte é probleminhas né, mas de uma forma ou de outra **era mais abstrato**, agora eu **acho que eles estão vendo de uma forma mais concreta, está associando uma situação com a equação, com a função** (JULIANA, 23/05/05).

3- Depoimento informal de Marina ao final do processo

"Os alunos gostaram muito, tiveram boa aceitação. Eles passaram a fazer mais perguntas, questionavam mais, tinham mais respostas para os questionamentos que eu fazia. O diálogo meu com eles se tornou mais rico, pois os alunos colocavam suas vivências, suas experiências. Diante dos questionamentos eu obtive respostas corretas, porém diferentes, mas não eram aquelas que eu tinha em mente. Havia questões que eu achava que eles não iriam ter respostas, mas eles encontravam respostas. **Me senti até inútil, porque eu pensava que somente eu saberia explicar as coisas por já ter estudado.** Como eles não tinham as experiências que eu tive eu achava que não iriam conseguir responder... Valeu a pena esse trabalho!" (MARINA, 30/08/05).