



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

ALESSANDRA SENES MARINS

**CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS  
MOBILIZADOS/DESENVOLVIDOS POR PARTICIPANTES  
DO PIBID EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO DE  
MATEMÁTICA**

---

Londrina

2019

ALESSANDRA SENES MARINS

**CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS  
MOBILIZADOS/DESENVOLVIDOS POR PARTICIPANTES  
DO PIBID EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO DE  
MATEMÁTICA**

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Angela Marta Pereira das  
Dores Savioli

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira

Londrina

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Marins, Alessandra Senes .

CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS MOBILIZADOS/DESENVOLVIDOS POR PARTICIPANTES DO PIBID EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA / Alessandra Senes Marins. - Londrina, 2019.  
225 f.

Orientador: Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

Coorientador: Bruno Rodrigo Teixeira.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, , 2019.

Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID - Tese. 3. Conhecimento Matemático para o Ensino - Tese. 4. Ensino Exploratório de Matemática - Tese. I. Savioli, Angela Marta Pereira das Dores . II. Teixeira, Bruno Rodrigo . III. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. . IV. Título.

ALESSANDRA SENES MARINS

**CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS**  
**MOBILIZADOS/DESENVOLVIDOS POR PARTICIPANTES DO PIBID**  
**EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA**

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientadora: Prof. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Henrique Rizek Elias  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

---

Prof. Dra. Laís Cristina Viel Gereti  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

---

Prof. Dra. Loreni Aparecida Ferreira Baldini  
Secretaria de Estado da Educação - SEED PR

---

Prof. Dra. Maria do Carmo de Sousa  
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar

Londrina, 26 de abril de 2019.

Ao Marcelo e à Manuela, com todo amor.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por permitir a concretização de mais uma conquista.

Ao meu marido Marcelo e filha Manuela, pelo amor, colaboração e incentivo durante o desenvolvimento de mais um trabalho.

Aos meus pais, Iracema e Emanuel (*in memoriam*), pelo incentivo em relação aos estudos e minhas escolhas profissionais.

Aos meu irmão Júnior e cunhada Mariana, pelo carinho e amizade, e por auxiliarem na revisão ortográfica desta pesquisa.

À Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli, por mais uma vez acreditar que eu poderia desenvolver uma pesquisa sob sua orientação, pelo carinho e respeito com minhas ideias, pelas várias sugestões e reflexões que proporcionou durante esse trajeto, e por contribuir para o meu crescimento profissional e pessoal.

Ao Dr. Bruno Rodrigo Teixeira, por aceitar ser meu coorientador, pelas inúmeras contribuições, pelo respeito, incentivo, reflexões, e por colaborar para o meu desenvolvimento profissional.

Ao grupo de Grupo de Estudo e Pesquisa do Pensamento Matemático (GEPPMat - UEL), pelos anos de amizade e sugestões que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho, em especial, aos queridos amigos Daniele, Laís e Henrique, pelo carinho, amizade e muito incentivo.

Aos professores Dr. Henrique Rizek Elias (UTFPR), Dra. Loreni Aparecida Ferreira Baldini (SEED-PR), Prof. Dra. Maria do Carmo de Sousa (UFSCar) e Dra. Patrícia Sandalo Pereira (UFMS), pelas sugestões realizadas no exame de qualificação de doutorado, as quais direcionaram para o desenvolvimento e melhoria desta pesquisa. À Dra. Laís Cristina Viel Gereti (UFSC), por aceitar compor a banca do exame de defesa desta tese.

Aos sujeitos desta pesquisa, licenciandos e professores, por aceitarem fazer parte do desenvolvimento deste estudo.

Aos meus colegas de trabalho, Cláudia, Daniel, Edvalter, Nilton José e Ronaldo pela compreensão e apoio. Além disso, à Mazé por permitir que eu realizasse a pesquisa em seu grupo do PIBID e às contribuições que deu durante esse período, ao Márcio pelas informações e documentos sobre o desenvolvimento do programa na UVA, e, em especial às

minhas queridas amigas, Carina e Elaine, pelo suporte e incentivo.

Aos meus sogros, Dinorá e Juvenal, que com muito amor e carinho, sempre que preciso, cuidaram da minha filha para eu estudar.

Às minhas amigas, Juliana, Lilian, Lucila, Raphaella, Regia e Scarlet por sempre se fazerem presentes em minha vida.

Aos professores do departamento de matemática da Universidade Estadual de Londrina, pelos ensinamentos ministrados durante meus anos de formação nessa universidade, graduação, especialização, mestrado e doutorado.

*“Ensinar não é transferir conhecimento, mas  
criar as possibilidades para a sua própria  
produção ou a sua construção.”*

Paulo Freire



MARINS, Alessandra Senes. **Conhecimentos Profissionais mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID em práticas de Ensino Exploratório de Matemática**. 2019. 225f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório, e de responder a seguinte questão norteadora: que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais? Para isso, realizaram-se dois processos formativos desenvolvidos com base na perspectiva de desenvolvimento profissional docente e apoiados na abordagem de ensino exploratório de matemática. O primeiro aconteceu no contexto do PIBID, em seis encontros desenvolvidos com base em momentos relativos ao ciclo de trabalho do professor, especificamente, de planejamento, de ensino e de reflexão, realizados com licenciandos e professores da Educação Básica da rede pública de ensino do estado do Ceará, entre os meses de setembro a dezembro de 2017. O segundo não se deu mais no contexto desse programa devido ao fim de seu primeiro ciclo (de 2009 a fevereiro de 2018), no entanto foi realizado em continuidade com a primeira ação formativa, a pedido dos participantes, e desenvolvido a partir de suas necessidades e interesses, o qual também ocorreu em seis encontros acerca de momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, entre os meses de abril a julho de 2018, e contou com a participação de sete licenciandos e dois professores da Educação Básica do primeiro processo formativo. Para atingir o objetivo proposto foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, em que foram analisadas as informações referentes a duas entrevistas semiestruturadas, ao diário de bordo da pesquisadora, às gravações em áudio e vídeo utilizadas nos encontros e aos registros dos participantes. Como parâmetros de análises buscamos investigar aspectos relacionados ao desenvolvimento profissional docente, especificamente, aos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Assim, conclui-se que foram mobilizados/desenvolvidos pelos participantes da pesquisa conhecimentos profissionais relativos ao: Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Além disso, em resposta à pergunta norteadora, verificou-se que algumas práticas letivas apoiadas na abordagem de ensino exploratório contribuíram para a mobilização/desenvolvimento desses conhecimentos, a saber: ao escolher uma tarefa desafiante e interessante aos alunos; ao antecipar suas possíveis resoluções; ao explicar a dinâmica da aula; ao usar um material manipulável; ao monitorar a realização da tarefa; ao selecionar as resoluções a serem discutidas na aula; ao sequenciá-las a fim de propiciar um encadeamento lógico das ideias; em manter um clima harmonioso para a discussão das ideias matemáticas; e ao conectar as respostas dos alunos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. PIBID. Formação do Professor que Ensina Matemática. Conhecimento Matemático para o Ensino. Ensino Exploratório de Matemática.

MARINS, Alessandra Senes. **Professional Knowledge mobilized/developed by PIBID participants in practices of Inquiry-Based Teaching of Mathematics**. 2019. 225f. Thesis (Doctorate in Science Teaching and Mathematical Education) – States University of Londrina, Londrina, 2019.

## ABSTRACT

This work aimed to investigate professional knowledge that is mobilized/developed by Institutional Program of the Initiation to Teaching Scholarship (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID) participants when inserted in a formative process supported by the perspective of inquiry-based teaching, and answer the following guiding question: which learner practices carried out in the formative process supported in the inquiry-based teaching of mathematics approach can contribute to the mobilization/development of professional knowledge? For this, two formative processes were developed based on the perspective of teacher professional development and supported in the inquiry-based teaching of mathematics approach. The first took place in the context of the PIBID in six meetings developed based on moments related to the teacher's work cycle, specifically, planning, teaching and reflection, carried out with undergraduate Math students and teachers of Basic Education of Ceará between September and December 2017. The second was no longer in the context of this program due to the end of its first cycle (from 2009 to February 2018), but was carried out in continuity with the first training action, at the request of the participants, and developed from their needs and interests, which also occurred in six meetings about planning, teaching and reflection moments, between April and July 2018, and was attended by of seven undergraduate Math students and two teachers of Basic Education of the first formative process. In order to reach the proposed objective, a qualitative research of an interpretative nature was developed, in which the information related to two semi-structured interviews, the researcher's logbook, the audio and video recordings used in the meetings and the participants' records were analyzed. As analysis parameters, we seek to investigate aspects related to the professional development of teachers, specifically to the subdomains of the Mathematical Knowledge for Teaching (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Thus, we conclude that the professional knowledge related to: Specialized Content Knowledge (SCK) was mobilized/developed by the research participants; Knowledge of Content and Students (KCS); and the Knowledge of Content and Teaching (KCT). In addition, in response to the guiding question, it was found that some learner practices supported by the inquiry-based teaching in mathematics approach contributed to the mobilization/development of this knowledge, namely: in choosing a challenging and interesting task for the students; by anticipating their possible resolutions; explaining the dynamics of the lesson; when using a manipulative material; monitoring the task; by selecting the resolutions to be discussed in class; by sequencing them in order to provide a logical link of ideas; in maintaining a harmonious climate for the discussion of mathematical ideas; and connecting student responses.

**Key words:** Mathematics Education. PIBID. Mathematics teacher training. Mathematical Knowledge for Teaching. Inquiry-Based Teaching of Mathematics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Dinâmica do PIBID.....	28
Figura 2: Modelo implícito no desenvolvimento profissional docente .....	60
Figura 3: Modelo de processo de mudança dos professores, de Guskey .....	61
Figura 4: Subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino .....	68
Figura 5: Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas.....	71

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Teses e Dissertações defendidas entre os anos de 2010-2017 que tem o PIBID e a formação do professor que ensina matemática como objeto de estudo .....	35
Quadro 2: Objetivo(s) e/ou pergunta(s) norteadoras de pesquisas defendidas entre os anos de 2012-2017 que tem o PIBID e a formação do professor de matemática como objeto de estudo .....	37
Quadro 3: Eixos temáticos .....	41
Quadro 4: Sujeitos investigados .....	43
Quadro 5: Uma caracterização da participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática.....	53
Quadro 6: Ações intencionais de Célia na sua prática de ensino exploratório de Matemática .....	76
Quadro 7: O <i>framework</i> .....	77
Quadro 8: Quadro Síntese do Primeiro Processo Formativo .....	81
Quadro 9: Quadro Síntese do Segundo Processo Formativo .....	82
Quadro 10: Tarefa da Oficina.....	92
Quadro 11: Resoluções do G1 da tarefa de probabilidade .....	103
Quadro 12: Resoluções do G2 da tarefa de probabilidade .....	104
Quadro 13: Resoluções do G3 da tarefa de probabilidade .....	105
Quadro 14: Perguntas para a construção do plano de aula desenvolvido sob a perspectiva de ensino exploratório.....	108
Quadro 15: Primeira apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G1 .....	113
Quadro 16: Segunda apresentação (grupo E) referente ao momento de ensino do G1 .....	115
Quadro 17: Terceira apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G1.....	115
Quadro 18: Quarta apresentação (grupo D) referente ao momento de ensino do G1.....	115
Quadro 19: Trecho da realização da tarefa do Grupo D - G2 .....	120
Quadro 20: Primeira apresentação (grupo F) referente ao momento de ensino do G2.....	122
Quadro 21: Segunda apresentação (grupo D) referente ao momento de ensino do G2.....	122
Quadro 22: Terceira apresentação (grupo E) referente ao momento de ensino do G2.....	122
Quadro 23: Quarta apresentação (grupo A) referente ao momento de ensino do G2.....	123
Quadro 24: Primeira apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G3 .....	129
Quadro 25: Segunda apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G3 .....	129

Quadro 26: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de planejamento do Primeiro Processo Formativo .....	146
Quadro 27: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento do Primeiro Processo Formativo .....	147
Quadro 28: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de ensino do Primeiro Processo Formativo .....	148
Quadro 29: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino do Primeiro Processo Formativo.....	149
Quadro 30: Síntese das práticas letivas realizadas durante o momento de reflexão do Primeiro Processo Formativo .....	151
Quadro 32: Tarefa castelo de cartas.....	158
Quadro 33: Resoluções dos participantes para o item <i>a</i> da tarefa - castelo de cartas.....	160
Quadro 34: Resoluções dos participantes para o item <i>b</i> da tarefa - castelo de cartas.....	162
Quadro 35: <i>Framework</i> utilizado no planejamento do segundo momento de ensino .....	167
Quadro 36: Segunda apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G1 .....	173
Quadro 37: Terceira apresentação (grupo A) referente ao momento de ensino do G1 .....	174
Quadro 38: Terceira apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G3.....	180
Quadro 39: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de planejamento do Segundo Processo Formativo.....	193
Quadro 40: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento do Segundo Processo Formativo .....	194
Quadro 41: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de ensino do Segundo Processo Formativo .....	195
Quadro 42: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino do Segundo Processo Formativo.....	196
Quadro 43: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos no Primeiro Processo Formativo .....	200
Quadro 44: Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos no Segundo Processo Formativo .....	202
Quadro 45: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento dos dois processos formativos .....	204
Quadro 46: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino dos dois processos formativos.....	206

Quadro 47: Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de reflexão dos dois processos formativos.....	207
--	-----

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
A formação de Professores que Ensinam Matemática no Brasil .....	16
Situando o Foco de Investigação.....	22
<b>1. PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA.....</b>	<b>26</b>
1.1 O PIBID na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA .....	30
<b>2. UM PANORAMA DE PESQUISAS BRASILEIRAS DESENVOLVIDAS NO PIBID</b>	<b>33</b>
2.1 Uma análise sobre as temáticas evidenciadas pelas pesquisas investigadas.....	42
2.2 Caracterização da participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática .....	53
2.3 Diferenciando a pesquisa .....	55
<b>3. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE.....</b>	<b>58</b>
3. 1 Conhecimento Profissional Docente.....	62
<b>4. ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA .....</b>	<b>70</b>
<b>5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>79</b>
5.1 A natureza da Pesquisa .....	79
5.2 Processos Formativos .....	80
5. 3 Contexto Investigativo .....	83
5.3.1 Primeiro Processo Formativo.....	83
5.3.2 Segundo Processo Formativo.....	84
5.4 Os Participantes da Pesquisa .....	85
5.4.1 Primeiro Processo Formativo.....	85
5.4.2 Segundo Processo Formativo.....	86
5.5 Instrumentos para a coleta de informações .....	87
5.6 Procedimentos de Análise .....	88
<b>6. PRIMEIRO PROCESSO FORMATIVO .....</b>	<b>90</b>
6.1 Descrição e Análise das Informações .....	90
6.1.1 Momento de Planejamento .....	90
6.1.2 Momento de Ensino .....	111
6.1.3 Momento de Reflexão .....	131
6.2 Considerações sobre o Primeiro Processo Formativo .....	145
<b>7. SEGUNDO PROCESSO FORMATIVO .....</b>	<b>155</b>
7.1 Descrição e Análise das Informações .....	155

7.1.1 Momento de Planejamento .....	156
7.1.2 Momento de Ensino .....	171
7.1.3 Momento de Reflexão .....	181
7.2 Considerações sobre o Segundo Processo Formativo .....	191
<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>199</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>213</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>222</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>223</b>
<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>225</b>



## INTRODUÇÃO

No decorrer do percurso de doutorado foi preciso fazer algumas escolhas, as quais contribuíram tanto para o desenvolvimento da pesquisadora em formação, quanto para o andamento desta investigação. Sendo assim, a seguir justifico<sup>1</sup> os motivos para optar por alguns caminhos, os quais implicaram diretamente no tema desse trabalho.

No início de 2015 ingressei no doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina - UEL, e durante os dois primeiros anos de estudo ainda não tinha definido exatamente o meu objeto de pesquisa, mas havia começado algumas leituras e a delimitação do referencial teórico em relação a um tema que pretendia investigar, o de representações matemáticas. Em meados do ano de 2016 fui morar no estado do Ceará a trabalho, na cidade de Sobral, para ministrar aulas no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), e foi a partir daí que minha tese começou a tomar um novo rumo.

Como professora do curso de Licenciatura em Matemática da UVA assumi algumas disciplinas da área de Educação Matemática e também outras funções pertinentes ao curso, como a coordenação de Estágio Supervisionado do curso. Sendo assim, comecei a trabalhar diretamente com a formação de futuros professores de matemática e, com isso, fazer algumas reflexões a respeito do processo da minha formação acadêmica e sobre o papel de formadora.

Durante minha graduação, precisamente a partir do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática, comecei a ministrar aulas de matemática em diferentes anos da Educação Básica, e nesse caminho desenvolvia minhas aulas sob diferentes abordagens de ensino que estudava na graduação. Diante disso, observei como essas abordagens me auxiliavam em sala de aula, tanto em relação às ações letivas desenvolvidas quanto nos desdobramentos relativos ao ensino que desenvolvia e a aprendizagem dos alunos.

Isto posto, com base em minha experiência enquanto discente e professora da Educação Básica, a minha prática profissional enquanto formadora voltou-se também para promover aos licenciandos o desenvolvimento de conhecimentos relativos a diversificadas

---

<sup>1</sup> Utilizo a primeira pessoa do singular para explicar alguns fatos pessoais que me conduziram a algumas escolhas para o desenvolvimento desta tese. Todas essas decisões tiveram o consentimento de meus orientadores.

abordagens de ensino, assim como proporcionar momentos em que pudessem por em ação esses novos conhecimentos, da mesma forma que fiz durante minha formação.

Nesse sentido, entendemos que o modo como o ensino acontece em sala de aula tem relação com a formação que o professor obteve. Durante muito tempo os cursos de formação inicial e continuada de professores estavam voltados, em sua maioria, para o conhecimento de conteúdos da sua disciplina, nos quais o docente era visto como mero executor de propostas, deixando de lado discussões sobre competências didáticas, práticas letivas, e sobre o que o professor tem a dizer, suas crenças, concepções e valores (PONTE, 2014; FERREIRA, 2003).

Diante disso, juntamente com leituras referentes à formação de professores, especificamente a respeito do desenvolvimento profissional docente - cujo foco está no sujeito em formação, considerando suas experiências, expectativas, planos, aspectos afetivos e relacionais (PONTE, 1998) -, e algumas inserções que havia realizado no grupo de matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), auxiliando professores coordenadores de área do subprojeto de matemática do PIBID da UVA, decidi por mudar o foco da pesquisa para realizá-la nesse contexto.

Essa escolha se deu pelo fato das atividades desse programa acontecerem na escola, o campo real do trabalho docente, como também na universidade, promovendo assim a ligação entre teoria e prática, e contribuindo para a formação dos licenciandos e dos professores supervisores do PIBID.

Sendo assim, a preferência por desenvolver um processo formativo com base na perspectiva de desenvolvimento profissional docente se deu, pois esse tem por foco o desenvolvimento da formação do professor situado em seu campo profissional, ou seja, em sala de aula, promovendo um movimento reflexivo sobre sua prática letiva, seus conhecimentos, crenças, e, assim, proporcionando a ampliação e o aprofundamento de suas qualificações profissionais (MARCELO, 2009; SMITH, 2001; PONTE, 1998, 2014).

A escolha pela abordagem de ensino exploratório de matemática ocorreu por conhecer essa perspectiva na prática, utilizando-a em minha sala de aula enquanto professora da Educação Básica, e, além de propiciar aos alunos o desenvolvimento do conhecimento matemático a partir de uma tarefa interessante e desafiadora, e de um ambiente de aprendizagem o qual promove a interação entre estudantes e professor em um movimento dialógico, tornando-os protagonistas na construção do conhecimento matemático (conforme descrevemos com mais detalhes no capítulo 4), assim como exigir do professor

um planejamento mais detalhado sobre ações específicas para a gestão da aula e a promoção da aprendizagem matemática dos estudantes.

Após ter esclarecido o porquê das escolhas dos principais fatores que compõem o desenvolvimento desse trabalho (PIBID, desenvolvimento profissional docente e ensino exploratório de matemática), os quais estão descritos em maiores detalhes nos capítulos de 1 a 4, a seguir apresentamos um breve histórico sobre a formação do professor que ensina matemática no Brasil, a fim de nos situarmos quanto ao desenvolvimento do cenário de formação de professores que ensinam matemática nos últimos anos, em relação aos principais focos de estudos, perspectivas adotadas, e também com o intuito de esclarecermos pontos relevantes para promover um processo formativo organizado em torno de ações que consideram a realidade dos professores, a partir de suas necessidades e conhecimentos, proporcionando, assim, uma formação com foco no sujeito e em seu contexto profissional.

Após esse breve histórico a respeito da formação de professores que ensinam matemática no Brasil, situaremos o leitor ao nosso foco de investigação, apresentando o objetivo e a pergunta norteadora desta tese, que foram os fios condutores para o seu desenvolvimento.

### **A formação de Professores que Ensinam Matemática no Brasil**

Após delimitarmos os temas em que desenvolveríamos nossa pesquisa (PIBID, desenvolvimento profissional docente e ensino exploratório de matemática), decidimos por investigar alguns trabalhos que tratassem sobre focos de estudo que estão sendo pesquisados em relação à formação do professor que ensina Matemática no Brasil, com o intuito de conhecermos um panorama sobre essa temática e, a partir disso, definirmos quais aspectos inerentes a esse foco de estudo poderiam ajudar no desenvolvimento deste trabalho.

Em geral, é comum pensarmos que, para acontecer um “bom” ensino de matemática, o professor precisa ter uma “boa” formação, seja em sua formação inicial, como em momentos de formação continuada. Porém, o que comumente observamos, seja na fala de estudantes, seja nos resultados de testes que medem um certo “conhecimento” dos alunos, ou até mesmo no discurso de professores, é que, em geral, grande parte dos estudantes da Educação Básica não aprendem matemática. Sendo assim, entendemos que possivelmente existem falhas nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina e, de certo modo, os processos formativos que o professor teve em sua formação, inicial e/ou continuada, podem refletir nesse aspecto, entre outros fatores.

Sabemos que esses apontamentos não são novos no âmbito dessa disciplina e mostram que o ensino predominante há um tempo - em que grande parte dos professores fora ensinado - enfatiza a exposição de conceitos com posterior resolução de exercícios, reproduzindo técnicas e procedimentos, sem o real entendimento de seus porquês, contrariando o que os currículos, em geral, têm exigido para o ensino de Matemática (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014; SMITH, 2001).

Nesse sentido, a forma como o professor ensina está diretamente ligada ao modo como entende a natureza da sua disciplina que, por sua vez, está ligada à formação desse professor. De acordo com Ponte (2014, p. 344), além de uma boa formação de conceitos matemáticos e de competências didáticas, é preciso para exercer uma boa prática docente “[...] qualidades humanas e profissionais, [...] capacidade do professor se atualizar profissionalmente [...]”, e, além disso, ter a

[...] responsabilidade de analisar os fenômenos educativos que ocorrem no ensino-aprendizagem desta disciplina e de proporcionar as ferramentas fundamentais que o professor usa na sua prática profissional, cabendo-lhe integrar os contributos e os recursos disponibilizados pelas restantes áreas (PONTE, 2014, p. 344).

Diante disso, apresentamos um breve histórico da formação de professores que ensinam matemática no Brasil, procedentes de alguns estudos que evidenciam um panorama das pesquisas produzidas com foco nesse tema de acordo com Ferreira (2003), Passos *et al.* (2006), e Fiorentini, Passos e Lima (2016).

Ferreira (2003) apresenta uma retrospectiva sobre a pesquisa brasileira na formação de professores e, entre algumas investigações citadas, a autora destaca a realizada pelo GEPFPM<sup>2</sup> da Unicamp<sup>3</sup>, da qual participou. Neste estudo, foram levantados cerca de 160 trabalhos defendidos até o final do ano 2000, entre dissertações e teses, em que se buscou recuperar a trajetória da pesquisa sobre formação e desenvolvimento profissional de professores de Matemática no Brasil.

Nesse mapeamento, a autora lista os temas encontrados a partir da metade da década de 1970, os quais foram classificados em categorias. Sendo assim, as categorias encontradas foram:

[...] estudos diagnósticos dos cursos de licenciatura; estudos comparativos acerca das influências de determinadas características do professor sobre o

---

<sup>2</sup> Grupo de Estudo e Pesquisa em Formação de Professores de Matemática.

<sup>3</sup> Universidade Estadual de Campinas.

desempenho de alunos; e estudos avaliativos acerca da eficiência de propostas de treinamento de professores. (FERREIRA, 2003, p. 27).

Nessa época (década de 1970), o professor era visto como mero executor das propostas nos cursos de formação, não existia a preocupação em saber o que ele tinha a dizer, sobre suas crenças, concepções e valores. O foco estava em desenvolver estratégias de treinamento e pesquisas que faziam diagnósticos e comparações da “[...] influência de características do professor sobre o desempenho do aluno” (FERREIRA, 2003, p. 28).

A partir da década de 1980 outras temáticas começam a surgir no âmbito brasileiro, como novos cursos de Pós-Graduação na área de Educação Matemática. Embora o principal foco continuasse sendo o treinamento/formação de professores, alguns estudos consideravam também a influência do contexto, como:

[...] habilidade/competência do professor em elaborar projetos, as diferentes experiências vividas pelos professores no ensino da matemática, as avaliações dos cursos de licenciatura de uma perspectiva mais crítica em comparação às avaliações realizadas na década anterior, os conhecimentos dos licenciandos, as opiniões de professores e de futuros professores sobre dificuldades vividas na elaboração das propostas metodológicas. (FERREIRA, 2003, p. 29).

Os temas encontrados nesta década foram:

- avaliação de cursos de licenciatura;
- atitudes de professores de matemática diante das novas tecnologias;
- concepções/percepções dos professores de matemática;
- estudo sobre a prática pedagógica dos professores de matemática. (FERREIRA, 2003, p. 28).

Além disso, nos últimos anos dessa década, surge um novo olhar para a formação do professor, como um ser que pensa, que reflete sobre a sua prática, como um alguém importante no processo de ensino. Assim, o paradigma do “pensamento do professor” começa a se desenvolver no cenário da pesquisa sobre formação de professores de Matemática no Brasil (FERREIRA, 2003).

Continuando essa tendência, na década de 1990, as atenções voltam-se para as cognições dos professores sobre sua própria formação, estudo de temas como “[...] representações, visões, percepções, crenças, concepções, reflexões dos professores acerca de seu próprio processo de formação [...]” (FERREIRA, 2003, p. 29), aparecem no panorama nacional. Acompanhando essas pesquisas, são utilizadas uma variedade de abordagens teóricas e metodológicas, como a de instrumentos para a recolha dos dados.

Outro tema pertinente que surge em estudos no ano de 2000 diz respeito ao estudo do processo de formação dos professores universitários, os “formadores de formadores”, com algo em comum entre eles, o trabalho cooperativo entre professores e pesquisadores, o que tornou-se uma tendência na pesquisa de formação de professores (FERREIRA, 2003).

As pesquisas sobre a formação continuada nessas décadas começaram com projetos de treinamento, reciclagem, atualização e, até mesmo, adestramento, mas, conforme foram acontecendo, surgiram projetos de parceria entre formadores e professores. Segundo a autora, destes, muitos foram coletivos, nos quais os participantes também foram investigadores, tornando-se sujeitos do conhecimento e contrariando a perspectiva vigente de várias décadas “[...] na qual os professores deveriam ‘se beneficiar’ dos conhecimentos produzidos pelas universidades e procurar aplicá-los na sua prática” (FERREIRA, 2003, p. 33).

Além desse foco, a autora destaca outros dois dentro da formação continuada, os quais são: o que tem como principal objetivo analisar o impacto do uso das tecnologias e outros materiais didáticos, frequentes nas décadas de 1970 e 1980; e o de desenvolvimento de propostas curriculares e/ou metodológicas e a análise da influência na formação de professores.

Outro ponto a destacar foi o crescimento de pesquisas relacionadas à formação e o desenvolvimento profissional a partir do ano de 1996, com mais de quarenta dissertações e teses defendidas até o ano 2000 (último ano do mapeamento dessa pesquisa) na área de Educação Matemática.

Outro trabalho do GEPFPM, *Mapeamento e estado da arte da pesquisa brasileira sobre o professor que ensina Matemática*, teve como organizadores, Fiorentini, Passos e Lima (2016), os quais buscaram *mapear, descrever e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo o professor que ensina Matemática (PEM), produzidas no período de 2001 a 2012, em programas de pós-graduação stricto sensu das áreas de Educação e Ensino da Capes*<sup>4</sup>. Esse trabalho foi realizado por região, tendo grupos de pesquisadores responsáveis em cada uma.

O que se observa é um crescimento contínuo e expressivo do número de pesquisas com o foco no professor que ensina Matemática (PEM), saltando de 10 trabalhos em 2001 para 147 em 2012, conforme destacam Fiorentini *et al.* (2016). Os autores o

---

<sup>4</sup> Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

caracterizam por dois motivos: o primeiro pelo aumento do número de programas de pós-graduação na área de Educação, com 54 no início da década de 2000 para 121 em 2013, e na área de Ensino, de 7 em 2001 para 104 em 2012; o segundo, é em relação ao acesso a esses trabalhos, pois até 2005 os programas não tinham a obrigatoriedade de disponibilizar as versões digitais, pois apenas a partir de 2006 tornou-se uma exigência da Capes (FIORENTINI *et al.*, 2016).

Em relação aos contextos investigativos, esse mapeamento separou-os em: formação inicial (FI); formação continuada (FC); formação inicial e continuada (FI/FC); e outros contextos<sup>5</sup>. Com isso foi possível organizar os campos de estudos do PEM dentro de cada um. A tabela 1 traz esses contextos juntamente com os campos de estudo investigados nas pesquisas mapeadas de 2001 a 2012.

**Tabela 1:** Distribuição de pesquisas por contextos e por campos de estudo do PEM

FOCOS DE ANÁLISE	FI	FC	FI/FC	OUTROS CONTEXTOS	TOTAL
Formação, aprendizagem e desenvolvimento profissional	90	91	12	32	225
Saberes e competências	34	69	7	110	220
Atitudes, crenças e concepções, representações	29	38	7	129	203
Cursos/licenciatura/programas/ projetos de formação inicial	80	0	0	9	89
Cursos/programas de formação continuada de professores que envolvem ensino-aprendizagem de matemática	0	41	6	3	50
Atuação, pensamento ou saberes do formador	17	4	1	19	41
Identidade e profissionalidade docente do PEM	12	4	2	16	34
Performance ou desempenho docente do PEM	2	0	0	30	32
Características e condições do trabalho docente, inclusive saúde ou estresse do docente, do PEM	1	12	0	17	30
História da formação do professor que ensina Matemática	12	2	2	9	25
História do professor que ensina Matemática	1	3	2	16	22
Outros	20	2	0	41	63

**Fonte:** Nacarato *et al.* (2016, p. 344)

Observamos que em relação aos campos de estudo, os mais investigados são: de Formação, aprendizagem e desenvolvimento profissional; Saberes e competências; e Atitudes, crenças e concepções, representações. Além desses três, temos que considerar o número expressivo de pesquisas que foram desenvolvidas nos outros campos, totalizando 1034 trabalhos no período desse mapeamento.

<sup>5</sup> “No eixo ‘Outros contextos’ foram inseridos os trabalhos que têm como foco professores que ensinam Matemática em diferentes contextos (professores da escola básica ou do Ensino Superior que respondem a questionários ou protocolos, participam de entrevistas, têm suas práticas observadas/analizadas, narram suas histórias, relatam sobre as suas condições de trabalho docente, têm seus conhecimentos, saberes, concepções e crenças investigados, dentre outros), sem, no entanto, referir-se aos processos de formação inicial e/ou continuada. Nesses trabalhos identificam-se processos formativos, mas não em cursos institucionalizados de formação inicial e continuada.” (MEGID *et al.*, 2016, p. 158).

Retomando a pesquisa de Ferreira (2003), verificamos que os temas pesquisados em relação ao professor que ensina Matemática tiveram uma mudança significativa de foco. Enquanto as pesquisas da década de 1970 e 1980, em grande parte, estavam voltadas em torno do treinamento/formação de professores de Matemática, a partir da década de 1990 esse foco foi se redirecionando, havendo uma preocupação maior com a cognição do professor em formação, com sua maneira de pensar sobre sua própria prática, o que, conseqüentemente, desencadeou outros campos de estudos, os quais se debruçavam sobre conhecer esse profissional, da sua formação inicial à prática, considerando todos os aspectos que o cercam, como a forma de pensar, de agir, de se conceber como profissional, as suas experiências, conhecimentos, atitudes, competências, capacidades, concepções, crenças, planos, entre outros.

Um foco de análise que se destaca nesse último mapeamento é o de Formação, aprendizagem e desenvolvimento profissional, com 225 pesquisas ao todo (FIORENTINI; *et al.*, 2016).

Passos *et al.* (2006) realizaram uma análise de onze pesquisas relacionadas ao desenvolvimento profissional, no período de 1998 a 2003. Em relação a essa investigação, os autores destacam que “[...] as práticas reflexivas investigativas e colaborativas em ambientes coletivos de aprendizagem docente constituem uma poderosa tríade catalisadora do desenvolvimento profissional dos professores de Matemática” (p. 213). Além disso, esse estudo mostrou que “[...] a reflexão sobre a prática pedagógica, especialmente sobre o próprio trabalho docente, ajuda o professor a problematizar, compreender e transformar sua prática e (re)significar suas crenças, concepções e saberes” (p. 213), ainda, se for realizado como uma prática coletiva e/ou investigativa e mediada pela escrita, o potencial catalisador da reflexão pode ser melhor dimensionado.

Assim, observamos por esses estudos a crescente tendência de pesquisas relacionadas ao desenvolvimento profissional, possibilitando outra dimensão de formação. Ou seja, por tirar o foco da ação formativa do formador e direcioná-lo ao sujeito em formação, colocando-o em evidência, ouvindo suas experiências, expectativas, planos, considerando-o “[...] como um todo nos seus aspectos afectivos e relacionais” (PONTE, 1998, p. 2), estão caminhando na contramão do foco dos cursos de formação entre os anos de 1970 até meados de 1990.

Outros fatores a considerar, os quais estão sendo investigados, são os aspectos do desenvolvimento profissional que podem ser desenvolvidos em formação, o conhecimento profissional e a identidade profissional. De acordo com Ponte e Oliveira



(2002, p. 12), enquanto o primeiro está ligado a competências profissionais, as quais dão suporte ao desenvolvimento de conhecimentos relativos à prática letiva, o segundo, “[...] envolve a capacidade de assumir os papéis, as normas e os valores fundamentais da profissão”.

Sobre as políticas públicas que regem os cursos de licenciatura do país, observamos que abordam a perspectiva de desenvolvimento profissional em seus documentos, como nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada, sugerindo uma valorização do profissional da educação com atividades pedagógicas como a de desenvolvimento profissional (BRASIL, 2015). E também nos Referenciais para Formação de professores (BRASIL, 1999), os quais entendem a formação como um processo contínuo e permanente de desenvolvimento profissional, há quatro exigências, a saber:

- o avanço das investigações relacionadas ao desenvolvimento profissional do professor;
- o processo de desenvolvimento pessoal do professor, que o leva a transformar seus valores, crenças, hábitos, atitudes e formas de se relacionar com a vida e, conseqüentemente, com a sua profissão;
- a inevitável transformação das formas de pensar, sentir e atuar das novas gerações em função da evolução da sociedade em suas estruturas materiais e institucionais, nas formas de organização da convivência e na produção dos modelos econômicos, políticos e sociais;
- o incremento acelerado e as mudanças rápidas no conhecimento científico, na cultura, nas artes, nas tecnologias da comunicação, elementos básicos para a construção do currículo escolar. (BRASIL, 1999, p. 64).

Podemos ver o reflexo dessa perspectiva em um dos Programas de Iniciação à Docência do governo federal, o PIBID, de iniciativa da Capes, que tem seus princípios pedagógicos alicerçados sobre o desenvolvimento profissional docente, como descreveremos mais adiante sobre alguns aspectos do desenvolvimento desse programa durante seu primeiro ciclo, de 2009 a 2018, no capítulo 1 desta pesquisa.

### **Situando o Foco de Investigação<sup>6</sup>**

---

<sup>6</sup> Além dos aspectos trazidos na introdução deste trabalho para justificar nossas escolhas, apresentamos no capítulo 2 um panorama de pesquisas brasileiras desenvolvidas no PIBID, o qual nos ajudou a direcionar e diferenciar nossa pesquisa das demais.

Frente ao número crescente de pesquisas relacionadas ao desenvolvimento profissional docente e pelo fato dessa perspectiva fazer parte dos princípios norteadores do PIBID, decidimos por *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*. E como questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

Além disso, diante das justificativas das escolhas realizadas, juntamente com um breve histórico apresentado sobre a formação do professor que ensina matemática no Brasil, optamos por desenvolver essa pesquisa no PIBID, pelos seguintes motivos:

- pelo entendimento que a perspectiva de desenvolvimento profissional contribui para o desenvolvimento de práticas letivas;
- por possibilitar uma prática colaborativa entre seus participantes, situada no contexto profissional dos participantes, instituições de ensino da Educação Básica e do Ensino Superior;
- por propiciar momentos de reflexão, sobre a teoria e a prática, antes e depois das inserções realizadas em sala de aula;
- por estar inserido dentro de uma instituição de Ensino Superior e também da Educação Básica;
- por o grupo existir anteriormente à pesquisa, possuindo assim um tempo de convivência, o qual proporciona aos participantes um ambiente de confiança, ou seja, “[...] um ambiente de diálogo aberto; de confiança, respeito, afeto e apoio mútuos; e de ações coordenadas e planejadas e negociadas coletivamente” (PASSOS *et al.*, 2006, p. 203).

Diante disso, foram realizados com os participantes do PIBID dois processos formativos estruturados com base em momentos do ciclo letivo<sup>7</sup> do professor, especificamente de planejamento, de ensino e de reflexão, apoiado na perspectiva de ensino

---

<sup>7</sup> Como a perspectiva de desenvolvimento profissional docente tem por foco a formação do professor situada em seu campo profissional, ou seja, em sala de aula, promovendo assim um movimento reflexivo sobre sua prática letiva, optamos por desenvolver os dois processos formativos considerando o ciclo de trabalho do professor, em atividades inerentes à sua prática profissional, em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão.

exploratório de matemática, os quais foram analisados com base na perspectiva de Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT<sup>8</sup>), de Ball, Thames e Phelps (2008).

O primeiro processo formativo ocorreu entre os meses de setembro a dezembro de 2017, em seis encontros de três horas cada, realizado dentro de um dos grupos desse programa do Subprojeto de Matemática, envolvendo três professores da rede pública de ensino e dezoito<sup>9</sup> estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UVA.

O segundo processo formativo ocorreu logo após o término do primeiro ciclo<sup>10</sup> do programa (2009-2018), entre os meses de abril a julho de 2018, realizado também em 6 encontros de 3 horas cada. Assim, como houve a intenção dos participantes continuarem o primeiro processo formativo realizamos uma segunda formação (não mais dentro do contexto do PIBID) com os mesmos participantes da primeira, com exceção de um professor<sup>11</sup>, a fim de suprir algumas necessidades mencionadas por esses participantes em relação ao primeiro processo formativo, bem como de aprofundar e melhorar sobre alguns aspectos relativos à perspectiva de ensino exploratório de matemática.

Diante disso, estruturamos esse trabalho em 8 capítulos. No primeiro, apresentamos algumas considerações a respeito do desenvolvimento do PIBID em âmbito nacional, bem como da sua participação na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, na qual a nossa pesquisa se desenvolveu.

No capítulo 2 trazemos um panorama de pesquisas brasileiras de mestrado e doutorado desenvolvidas durante o primeiro ciclo do PIBID que tiveram como objeto de estudo investigar a participação desse programa na formação do professor que ensina matemática, e a partir de uma análise dos resultados desses trabalhos apresentamos uma caracterização em relação à participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática.

O capítulo 3 trata da perspectiva de desenvolvimento profissional docente (DAY, 2001; MARCELO 2009; SMITH, 2001; PONTE, 1998, 2014), juntamente com uma descrição de um de seus aspectos, conhecimentos profissionais docentes (PONTE; OLIVEIRA, 2002; BALL; THAMES; PHELPS, 2008), os quais nos deram base para a condução dos processos formativos e também para a análise dos dados dessa pesquisa.

---

<sup>8</sup> Mathematical Knowledge for Teaching.

<sup>9</sup> Apenas sete licenciandos e os três supervisores foram analisados no primeiro processo formativo, conforme o critério de escolha de assiduidade que descrevemos no capítulo 5.

<sup>10</sup> O primeiro ciclo começou a partir do momento que iniciaram efetivamente as atividades do programa no início de 2009, e teve como término o mês de fevereiro de 2018. Em agosto de 2018 o PIBID voltou a atuar no cenário nacional com algumas alterações em sua estrutura.

<sup>11</sup> Descreveremos com mais detalhes a participação de cada sujeito envolvido no capítulo 6, o do segundo processo formativo.

No capítulo 4 abordamos algumas considerações a respeito da perspectiva de ensino exploratório de matemática (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, 2014; CYRINO; TEIXEIRA, 2017; OLIVEIRA; CARVALHO, 2014; STEIN, *et al.*, 2008) a qual foi utilizada como abordagem de ensino no desenvolvimento dos dois processos formativos.

O capítulo 5 apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa.

Os capítulos 6 e 7 trazem aspectos relacionados ao desenvolvimento dos dois processos formativos, dividido em duas seções cada um: 1) descrição e análise das informações; e 2) considerações relativas a cada processo.

E o último traz considerações sobre o desenvolvimento deste trabalho, destacando as ações letivas que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais nos participantes desta pesquisa, bem como os conhecimentos que foram evidenciados com base na perspectiva de Conhecimento Matemática para o Ensino de Ball, Thames e Phelps (2008).

## 1. PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA

Neste capítulo apresentamos um breve histórico sobre o início e desenvolvimento do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e também os seus objetivos e princípios pedagógicos. Em seguida trazemos alguns apontamentos sobre o desenvolvimento desse programa na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, na qual a pesquisa se desenvolveu.

Com o Decreto número 6755/2009, de 29 de janeiro de 2009, o então presidente da República, Luiz Inácio Lula da Silva, instituiu a Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica e disciplinou a atuação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no fomento a programas de formação inicial e continuada. Em decorrência disso, inaugurou-se na história brasileira a “[...] possibilidade de se organizar, sob regime de colaboração, entre os entes federados, a formação inicial e continuada de profissionais do magistério da Educação Básica para as redes públicas de ensino” (CARVALHO *et al.*, 2017, p. 1).

De acordo com Carvalho *et al.* (2017), em 2007, duas ações do governo impulsionaram a elaboração do Decreto, uma delas discorre sobre a instituição de um “[...] programa próprio ou em regime de colaboração para a formação inicial e continuada de profissionais da educação”, e a outra foi a criação da lei que modificava as competências e a estrutura organizacional da CAPES, determinando-lhe a

[...] responsabilidade de subsidiar o Ministério da Educação na formulação de profissionais de magistério para a Educação Básica, assim como fomentar e induzir essas atividades, mediante convênios com instituições de Ensino Superior, públicas ou privadas (CARVALHO *et al.*, 2017, p. 1-2).

Nesse contexto, ainda em 2007, foi lançado pelo Ministério da Educação o primeiro edital do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), objetivando a valorização e o aperfeiçoamento da formação de professores da Educação Básica. Em 2009 começaram efetivamente as atividades com a interação de instituições de Ensino Superior e de Educação Básica, ofertando bolsas a estudantes de licenciatura, a professores da Educação Básica da rede pública de ensino, a coordenadores de área e a coordenadores institucionais, estes, docentes das licenciaturas vinculadas ao Programa.

De acordo com Brasil (2013), esse primeiro edital contemplava apenas os cursos do Ensino Médio de Física, Química, Biologia e Matemática, com a participação de 3.088 bolsistas. Como foram bons os primeiros resultados, os próximos editais começaram atender

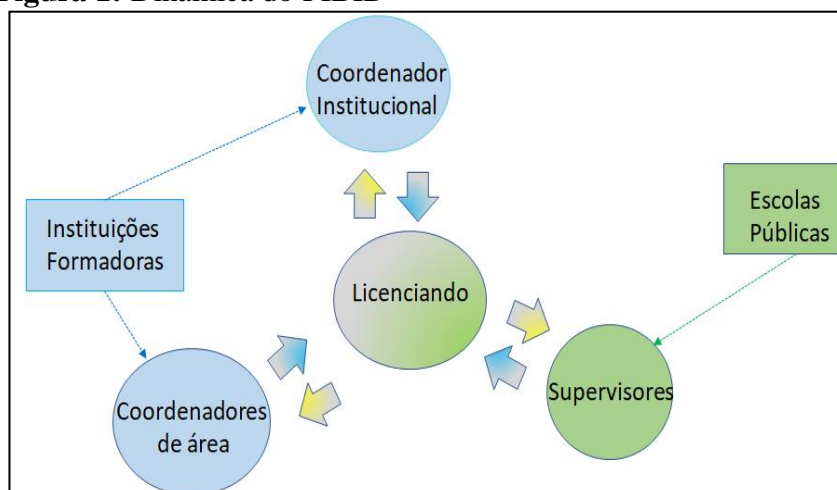
toda a Educação Básica, incluindo outras modalidades de ensino: educação de jovens e adultos, indígenas, campo e quilombolas.

O PIBID é um dos programas que está inserido dentro de uma política nacional de formação de professores da Educação Básica da Fundação CAPES do Ministério da Educação. De acordo com a CAPES (BRASIL, 2019, p.1), esse programa "[...] insere-se em uma matriz educacional que articula três vertentes: formação de qualidade; integração entre pós-graduação, formação de professores e escola básica; e produção de conhecimento".

O relatório de gestão da Diretoria de Formação de Professores da Educação Básica (DEB), órgão da CAPES, no período de 2009 a 2013, apresenta informações significativas em relação ao seu desenvolvimento:

- a) integração entre teoria e prática e aproximação entre universidades e escolas públicas de educação básica;
- b) formação mais contextualizada e comprometida com o alcance de resultados educacionais;
- c) reconhecimento de um novo *status* para as licenciaturas na comunidade acadêmica e elevação da auto-estima dos futuros professores e dos docentes envolvidos nos programas;
- d) melhoria no desempenho escolar dos alunos envolvidos;
- e) articulação entre ensino, pesquisa e extensão;
- f) aumento da produção de jogos didáticos, apostilas, objetos de aprendizagem e outros produtos educacionais;
- g) inserção de novas linguagens e tecnologias da informação e da comunicação na formação de professores;
- h) participação crescente de bolsistas de iniciação em eventos científicos e acadêmicos no país e no exterior. (BRASIL, 2013, p. 8)

Um dos fatores que influi sobre o bom desempenho desse programa, acontece pela estruturação da sua dinâmica, a qual versa por diálogo e interação entre seus participantes: licenciandos, coordenadores (institucionais e de área, docentes das Instituições de Ensino Superior, as Instituições Formadoras) e supervisores (professores da Educação Básica); promovendo um movimento de formação recíproca e crescimento contínuo (BRASIL, 2013). A figura a seguir mostra essa dinâmica de funcionamento do PIBID (figura 1).

**Figura 1: Dinâmica do PIBID**

Fonte: BRASIL (2013, p. 27).

Outro fator a destacar é em relação a sua carga horária de oito horas semanais, possibilitando aos licenciandos momentos de observação, planejamento, aplicação e reflexão. Além disso, é possível participar do PIBID a partir do segundo semestre da graduação, proporcionando sua inserção na prática letiva desde o início da licenciatura (BRASIL, 2013).

Conforme o relatório de gestão da DEB, os princípios pedagógicos do PIBID estão “[...] de acordo com estudos de NÓVOA (2009) sobre formação e desenvolvimento profissional de professores [...]” (BRASIL, 2013, p. 29), a saber:

1. formação de professores referenciada no trabalho na escola e na vivência de casos concretos;
2. formação de professores realizada com a combinação do conhecimento teórico e metodológico dos professores das instituições de ensino superior e o conhecimento prático e vivencial dos professores das escolas públicas;
3. formação de professores atenta às múltiplas facetas do cotidiano da escola e à investigação e à pesquisa que levam à resolução de situações e à inovação na educação;
4. formação de professores realizada com diálogo e trabalho coletivo, realçando a responsabilidade social da profissão.

Com isso o programa pretende desenvolver um processo de modificação e (re)construção de uma nova cultura educacional, traçado em pressupostos “[...] teórico-metodológicos que articulam teoria-prática, universidade-escola e formadores-formandos” (BRASIL, 2013, p. 29).

E, ainda, o programa associa diferentes saberes sobre a docência, enriquecendo o trabalho docente, como:

[...] conhecimentos prévios e representações sociais – manifestados principalmente pelos alunos das licenciaturas –, o contexto, vivências e conhecimentos teórico-práticos dos professores em exercício na educação básica; e, por fim, os saberes da pesquisa e da experiência acadêmica dos formadores de professores, lotados nas instituições de ensino superior (BRASIL, 2013, p. 29).

Entendemos que o programa propicia tanto a formação inicial quanto a continuada, pois a interação entre os licenciandos, supervisores e coordenadores, acontece de modo reflexivo, favorecendo atividades que valorizam a participação de todos, colocando-os como centro de sua própria formação, adotando, assim, a concepção de desenvolvimento profissional, levando em conta:

(a) os problemas e os desafios da escola e do contexto onde ela está inserida; (b) a necessidade de acompanhar a inovação e a evolução associadas ao conhecimento, à ciência e à tecnologia; (c) o respeito ao protagonismo do professor e a um espaço-tempo que lhe permita refletir criticamente e aperfeiçoar sua prática e (d) o diálogo e a parceria com atores competentes, capazes de contribuir para alavancar novos patamares de qualidade ao complexo trabalho de gestão da sala de aula e da escola. (BRASIL, 2013a, p. 14).

Posto isso, os objetivos do PIBID são:

- I - incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica;
- II - contribuir para a valorização do magistério;
- III - elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica;
- IV - inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem;
- V - incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como cofrmadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério;
- VI - contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura;
- VII – contribuir para que os estudantes de licenciatura se insiram na cultura escolar do magistério, por meio da apropriação e da reflexão de instrumentos, saberes e peculiaridades do trabalho docente. (BRASIL, 2013, p. 31).



Diante das informações citadas em relação ao desenvolvimento do PIBID no cenário nacional, apresentamos a seguir alguns dados referentes ao seguimento do programa na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, na qual esse estudo se desenvolveu.

### **1.1 O PIBID na Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA**

A Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) está situada na cidade de Sobral - Ceará, a 220 quilômetros da capital do estado, Fortaleza. Essa universidade tem influência sobre trinta municípios da região, oferecendo vinte e seis cursos de graduação - doze licenciaturas, treze bacharelados e um tecnológico.

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID – está presente na Universidade Estadual Vale do Acaraú desde o ano de 2009, beneficiada pelo o Edital Capes nº 02/2009, o qual contemplou seis cursos: Filosofia, Física, Letras (Português), Matemática, Pedagogia e Química. No ano de 2010 as atividades iniciaram efetivamente com 102 licenciandos no total, sendo 20 do curso de Licenciatura em Matemática, mais quatro professores supervisores da Educação Básica e um coordenador de área (UVA, 2018).

No ano de 2013, com o Edital Capes nº 61/2013 (vigente até o momento do desenvolvimento desta pesquisa), aconteceu uma ampliação do Programa nessa universidade, que contemplou os doze cursos de licenciatura, garantiu um aumento de 30 para 40 bolsas de graduação para o curso de Matemática, além de receber mais escolas parceiras. No último trimestre (de dezembro de 2017 a fevereiro de 2018), o programa no curso de Licenciatura em Matemática da UVA era composto por dois coordenadores de área, sendo que cada um coordenava três supervisores e vinte bolsistas (UVA, 2018).

De acordo com o projeto institucional do PIBID/UVA - Edital Capes nº 61/2013, as ações/estratégias para a inserção dos bolsistas nas escolas estão articuladas com os seguintes eixos temáticos:

- a) A articulação entre a UVA e a educação básica, promovendo a inserção dos licenciandos nas atividades de planejamento e de ensino nas escolas parceiras, possibilitando um diálogo permanente entre as referidas instituições;
- b) O caráter didático-metodológico para o ensino-aprendizagem com a inserção de novas práticas e ferramentas que auxilie a práxis docente. As práticas inovadoras que visem a inclusão digital e social no intuito de oportunizar debates e discussões em torno dessas dimensões na prática docente;

- c) A dimensão interdisciplinar tem a potencialidade de auxiliar os professores e as escolas na resignificação do trabalho pedagógico em termos de currículo, de métodos, de conteúdos, de avaliação e nas formas de organização dos ambientes para a aprendizagem;
- d) O caráter formativo da profissão e suas especificidades, bem como os desafios e dificuldades do trabalho docente no cotidiano da escola. (UVA, 2013, p. 2).

Com base nestes eixos temáticos foram definidas as seguintes ações:

- a) Seleção dos bolsistas por meio de seleção pública em edital elaborado pela Coordenação Institucional e a Pró-Reitoria de Graduação, observando o que dispõem as regulamentações pertinentes da CAPES;
- b) Após processo seletivos de bolsistas, ação de apresentação da proposta institucional aos bolsistas e as escolas parceiras por meio de seminário, dando inícios as atividades do PIBID na UVA;
- c) Visitas as escolas parceiras como estratégia de aproximação primeira entre a UVA e as entidades de educação básica da região norte do Estado do Ceará;
- d) Realização de diagnóstico e coleta de dados referentes as escolas parceiras selecionadas;
- e) Realização de planejamento bimestral das atividades de formação e intervenção do programa com foco nos eixos temáticos e no resultado do processo de coleta de dados;
- f) Acompanhamento mensal das atividades realizadas pelos bolsistas no âmbito do projeto institucional e dos subprojetos, com o instrumento ficha de acompanhamento das atividades de bolsista;
- g) Realização de reuniões mensais com as coordenações dos subprojetos para deliberações gerais e socialização de resultados/demandas;
- h) Constituição do comitê institucional de acompanhamento e avaliação do projeto institucional e a elaboração do regimento interno, dos instrumentos e indicadores de avaliação;
- i) Sistematização de relatórios (parciais e finais) sobre o andamento do projeto institucional e a execução dos subprojetos com base nos relatórios semestrais das coordenadorias de área;
- j) Formação linguística e pedagógica mensal, em caráter suplementar, para os bolsistas dos subprojetos envolvidos, independente de área do conhecimento, porquanto o eixo comum inerentes aos cursos de licenciaturas;
- l) Realização de atividades de formação continuada com os bolsistas com ênfase nos aspectos didático-pedagógicos e subsídios para a docência no âmbito do LIFE<sup>12</sup>;
- m) Elaboração e desenvolvimento de oficinas, projetos pedagógicos e similares para intervenção na realidade das escolas parceiras, com base nas demandas identificadas e propostas visualizadas no cotidiano escolar;
- n) Elaboração e execução de atividades escolares e estratégias didáticas voltadas para a formação para a docência e para a produção de materiais didáticos, quando possível, no âmbito do LIFE;
- o) Desenvolver atividades de cunho interdisciplinar com os subprojetos e bolsistas, visando melhor compreensão da dimensão de interdisciplinaridade como resignificação da prática docente no âmbito do LIFE;

---

<sup>12</sup> Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores.

- p) Incentivar a produção científica dos bolsistas, resultado das intervenções na realidade das escolas parceiras e nas vivências nas atividades do PIBID;
- q) Incentivar a participação e divulgação dos trabalhos realizados nas escolas parceiras, realizados pelos bolsistas, em eventos científico-culturais;
- r) Realizar eventos científico-culturais e similares, com o intuito de socializar os trabalhos desenvolvidos pelos subprojetos junto à comunidade acadêmica;
- s) Desenvolver atividades programáticas com alunos das escolas parceiras na UVA seja no âmbito do PIBID, seja no âmbito das atividades das licenciaturas envolvidas;
- t) Divulgar as atividades desenvolvidas pelos subprojetos por meio de ferramentas digitais e mídias e redes sociais, construindo sítios de incorporação dos trabalhos realizados;
- u) Acompanhar o desenvolvimento das propostas interdisciplinares presentes em alguns subprojetos bem como garantir a viabilidade das referidas propostas;
- v) Assegurar as condições da produção de recursos e materiais didático-pedagógicos previstos em alguns subprojetos;
- x) Realização de eventos científico-culturais que focalizem a formação para a docência, que problematizem as condições da docência em nossa atualidade e sirvam de espaço de socialização e troca de experiências de aprendizagens significativas. (UVA, 2013, p. 2-3).

Entre essas ações definidas, consideramos para a construção e desenvolvimento do primeiro processo formativo (que foi desenvolvido no contexto do PIBID) as que estão descritas nos itens *m* e *n*, as quais se relacionam com a promoção de uma ação formativa que considera a realidade em que os participantes da pesquisa desenvolvem suas práticas letivas, com o olhar voltado para suas necessidades e também das escolas nas quais estão inseridos. E que, além disso, propiciam o estudo e reflexão de estratégias de ensino, especificamente sobre a perspectiva de ensino exploratório de matemática, possibilitando um (re)pensar a respeito de questões didático-pedagógicas, assim, contribuindo para o desenvolvimento profissional desses participantes.

Perante os aspectos mencionados sobre o desenvolvimento do PIBID, em âmbito nacional e também na UVA, decidimos investigar pesquisas de mestrado e doutorado ocorridas nesse contexto, a fim de conhecermos seus focos de estudos e também para nos direcionar em relação ao nosso objeto de pesquisa. Sendo assim, no capítulo que segue, construímos um levantamento de trabalhos de mestrado e doutorado em âmbito nacional, os quais foram realizados no contexto desse programa.

## 2. UM PANORAMA DE PESQUISAS BRASILEIRAS DESENVOLVIDAS NO PIBID<sup>13</sup>

Diante do objetivo proposto para esta pesquisa - *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, e da questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?* - realizamos um levantamento sobre pesquisas de mestrado e doutorado realizadas no PIBID de 2009 ao final de 2017, no banco de teses e dissertações da CAPES e também na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com o intuito de conhecê-las, buscando aquelas que se aproximam de nossos propósitos, a fim de diferenciar a nossa das demais.

Além disso, esse levantamento nos permitiu evidenciar eixos temáticos de investigação contemplados por essas pesquisas, e caracterizar aspectos relativos às possíveis contribuições e potencialidades apontadas e também algumas limitações do PIBID mencionadas por esses trabalhos.

Sendo assim, em dezembro de 2017 fizemos uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES, obtendo informações a respeito de trabalhos concluídos entre os anos de 2010 a 2017<sup>14</sup>, utilizando o termo “PIBID” como palavra-chave. Essa busca resultou em 527 pesquisas contemplando todas as áreas de estudo, não somente a de matemática. Para delimitarmos nossas buscas a estudos que tivessem como foco o PIBID em matemática, aplicamos mais filtros encontrados no próprio *site*. Por exemplo, no que diz respeito à área de concentração, selecionamos aquelas que se relacionavam a ensino, educação, formação de professores, ensino de ciências e matemática, educação matemática e afins. Após essa configuração, encontramos 237 teses e dissertações.

Como foram obtidas apenas pesquisas a partir do ano de 2010 e o PIBID se iniciou em 2009, como descrito no capítulo anterior, decidimos por realizar uma busca também na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, apenas com a finalidade de confirmarmos se não havia pesquisas defendidas antes de 2010, fato que considerávamos como hipótese. Tendo em vista que o programa efetivamente começou em 2009 e que uma

---

<sup>13</sup> Os resultados desse panorama foram aceitos para a publicação no *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, que no presente momento (abril/2019) está em processo de edição.

<sup>14</sup> Nessa ocasião, a CAPES disponibilizava dados das pesquisas, como título e nome do autor, somente a partir do ano de 2010, e a pesquisa na íntegra a partir do ano de 2012.

pesquisa de mestrado demora cerca de dois anos para ser finalizada, era possível que não houvesse trabalhos de mestrado e de doutorado finalizados antes de 2010 a respeito da implementação do programa. De fato, não obtivemos pesquisas concluídas antes de 2010 entre os resultados da busca.

Seguindo o trabalho de levantamento, em posse do título e do resumo das 237 pesquisas, buscamos neles identificar os termos “PIBID” e “matemática”, encontrando assim 47 resultados. Procedemos dessa maneira, com a finalidade de selecionar pesquisas que têm como foco, além do PIBID, a formação de professores que ensinam matemática.

Após esse procedimento, realizamos a leitura dos resumos desses 47 trabalhos e verificamos que em 12 o programa foi utilizado apenas como contexto investigativo, e não como objeto de estudo, em que fossem investigadas possíveis contribuições que a participação no programa poderia trazer aos envolvidos; sendo assim, não foram selecionados para análise. Após esse filtro, obtivemos 35 trabalhos, sendo 10 teses e 25 dissertações, que tinham o PIBID e a formação de professores que ensinam matemática como foco de estudo, contemplando as pesquisas realizadas desde o início do programa até 2017.

Diante disso, identificamos 35 trabalhos, os quais codificamos com a letra D para dissertação e a letra T para tese, seguidas de um número que corresponde a sua classificação quanto à ordem alfabética a partir de seu título, levando em conta a ordem cronológica de publicação e finalizando com dois números que representam o ano da defesa, como segue no quadro 1.

**Quadro 1:** Teses e Dissertações defendidas entre os anos de 2010-2017 que tem o PIBID e a formação do professor que ensina matemática como objeto de estudo

<b>Cód.</b>	<b>Título</b>	<b>Autor(a)</b>	<b>IES/Programa</b>
D01/12	Estudo dos conhecimentos evidenciados por alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física participantes do PIBID-PUC/SP	Gerson dos Santos Correia	PUC-SP/ Educação Matemática
D02/12	PIBID: um estudo sobre suas contribuições para o processo formativo de alunos de licenciatura em matemática da PUC-SP	Douglas da Silva Tinti	PUC-SP/ Educação Matemática
D03/12	Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID	Juliana Ramos Amâncio	UFRI/ Ensino de Matemática
T04/13	A formação do professor que ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades de Prática: uma relação possível	Rosana Maria Mendes	UNESP (Rio Claro)/Educação Matemática
D05/13	Formação de Professores de Matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática	Vanessa Cerignoni Benites	UNESP (Rio Claro)/Educação Matemática
T06/13	O PIBID e as relações de saber na formação inicial de professores de matemática	Vanessa Largo	UEL/Ensino de Ciências e Educação Matemática
D07/13	O PIBID na formação inicial do licenciando em matemática: construção de saberes da experiência docente	Anna Christina Alcoforado Corrêa	IFES/Educação em Ciências e Matemática
D08/13	O programa institucional de bolsa de iniciação à docência – PIBID na formação inicial de professores de matemática	Eliton Meireles de Moura	UFU /Educação
D09/13	Percepções de licenciandos sobre as contribuições do PIBID-matemática	Suzicassia Silva Ribeiro	UFLA / Educação
D10/14	Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no PIBID-IFES	Eulessia Costa Silva	IFES/Educação em Ciências e Matemática
T11/14	Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática: investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense	Emerson Batista Gomes	UFMT / Educação em Ciências e Matemática UFMT-UFPA-UEA
D12/14	O PIBID no contexto das políticas de formação de professores de Biologia e Matemática na Universidade Estadual de Goiás	Melca Moura Brasil	UFG/ Educação em Ciências e Matemática
D13/14	O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na Formação de Professores de Matemática - perspectivas de ex-bolsistas	Ana Claudia Molina Zaquero	UNESP (Rio Claro)/Educação Matemática
D14/14	Práticas de iniciação à docência : um estudo no PIBID/IFPI/Matemática	Rayssa Martins de Sousa Neves	Unisinos / Educação
D15/14	Processo de iniciação à docência de professores de matemática: olhares de egressos do PIBID/UFSCar	Danielli Ferreira Silva	UFSCar / Educação
D16/14	Um estudo sobre as contribuições do PIBID-FURB para a formação inicial de professores de matemática	Andrea Cristina Vieira	FURB/Ensino de Ciências Naturais e Matemática
D17/14	Um olhar "pibidiano" sobre o desenvolvimento profissional de professores supervisores do PIBID/UFPEl	Magda Rosane Nunes Corrêa	UFPEl/ Ensino de Ciências e Matemática
D18/15	Escritas de licenciandos em Matemática, quanto à docência, no contexto do PIBID	Tháís Cosmo	UFSCar / Educação
D19/15	Experiências e narrativas: um olhar para a formação de professores de matemática a partir do PIBID	Cristina Schaefer	UNISC/Educação
D20/15	Impactos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial de professores de matemática	Danielle Christiane dos Santos Canteiro	USP /Educação
D21/15	Percursos formativos, profissionais e as práticas dos docentes coordenadores do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID	Valeska Carvalho e Almeida	UFV/ Educação

T22/15	Professor de Matemática em início de carreira: contribuições do Pibid	Rafael Neves Almeida	Universidade Anhanguera de São Paulo /Educação Matemática
D23/15	Sobre as Ações do Pibid/Matemática na Constituição de Saberes Docentes de Ex-bolsistas desse Programa na Universidade Federal de Santa Maria	Carmen Reisdorfer	UFSC/ Educação Matemática e Ensino de Física
T24/16	A formação do professor de matemática em interface com o PIBID – programa institucional de bolsa de iniciação à docência: as representações de licenciandos e supervisores	Silvana Pucetti	Universidade Metodista de São Paulo /Educação
D25/16	Compreensões de professores supervisores do PIBID quanto ao seu papel na construção de saberes docentes de futuros professores de matemática	Enderson Lopes Guimarães	UFPR/Educação em Ciências e em Matemática
D26/16	Contribuições do programa institucional de bolsas de iniciação à docência para a formação inicial dos egressos das licenciaturas da universidade federal do ABC	Alinic Vieira de Barros	UFABC/ Ensino e História das Ciências e da Matemática
D27/16	Contribuições formativas do PIBID/matemática: identidade e saberes docentes	Evaneila Lima França	UESC/ Educação Matemática
D28/16	Entre a singularidade e a complexidade da construção de saberes docentes na formação inicial de professores de matemática no contexto do PIBID	Iury Sparctton Melchior de Abreu	UFG / Educação em Ciências e em Matemática
T29/16	Escrever e compartilhar histórias de vida como práticas de (auto) formação de futuros professores e professoras de matemática	Silvia Maria Medeiros Caporale	USF/Educação
T30/16	O PIBID e as relações com o saber, aprendizagem da docência e pesquisa: caracterização de uma intervenção na formação inicial de professores de matemática	Diego Fogaça Carvalho	UEL/Ensino de Ciências e Educação Matemática
T31/16	Potencialidades do PIBID como Espaço Formativo para Professores de Matemática no Brasil	Marcio Urel Rodrigues	UNESP (Rio Claro)/Educação Matemática
D32/16	Professores de matemática iniciantes: um estudo sobre seu desenvolvimento profissional	Francisco Jeovane do Nascimento	UECE/Educação
D33/16	Programa institucional de bolsas de iniciação à docência- PIBID - e a formação inicial de professores	Marcelina Ferreira Vicente	UNESP (Presidente Prudente) /Educação
T34/16	Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID: dinâmica de formação	Silvia Regina Pereira de Mendonça	UFRN/ Educação
T35/16	Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em matemática no contexto da escola pública: Contribuições do PIBID	Marcos Pavani de Carvalho	Universidade Anhanguera de São Paulo /Educação Matemática

**Fonte:** Dos autores

Observamos, no quadro 1, que as primeiras pesquisas com foco no PIBID e na formação dos professores que ensinam matemática somente foram concluídas a partir do ano de 2012 e que até o final do mês de dezembro de 2017 não obtivemos resultados de trabalhos concluídos no ano de 2017 que se enquadravam em nossos filtros. Sendo assim, em fevereiro de 2018, fizemos uma nova busca no banco de teses e dissertações da CAPES, a fim de verificar se houve cadastro de pesquisas terminadas até aquele momento, mas não obtivemos resultados.

Diante dessas 35 pesquisas, realizamos um segundo movimento interpretativo, considerando seus títulos, resumos, objetivos e perguntas norteadoras, a fim de

evidenciarmos termos comuns, os quais possibilitassem a identificação de focos de análise. Em algumas, não havia informações suficientes em seus títulos ou resumos que pudessem nos dar indícios desses focos, por esse motivo houve a necessidade de procurarmos ao longo do trabalho.

Para essa interpretação construímos o quadro 2, em que contempla o título da pesquisa juntamente com seu(s) objetivo(s) ou pergunta(s) norteadora(s).

**Quadro 2:** Objetivo(s) e/ou pergunta(s) norteadoras de pesquisas defendidas entre os anos de 2012-2017 que tem o PIBID e a formação do professor de matemática como objeto de estudo

Cód.	Título	Objetivo(s) ou pergunta(s) norteadora(s)
D01/12	Estudo dos conhecimentos evidenciados por alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física participantes do PIBID-PUC/SP	"[...] investigar os conhecimentos evidenciados por alunos dos cursos de licenciatura em Matemática e Física participantes do projeto aprovado da PUC/SP no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID da Capes."
D02/12	PIBID: um estudo sobre suas contribuições para o processo formativo de alunos de licenciatura em matemática da PUC-SP	"[...] investigar a partir das percepções de três alunos do curso de Licenciatura em Matemática, bolsistas do PIBID Exatas PUC/SP, as contribuições da fase inicial deste programa para o processo formativo dos sujeitos."
D03/12	Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID	"1) Criar uma proposta para iniciar o conteúdo de Probabilidade para o Ensino Médio que possa ser aplicada pelos licenciandos vinculados ao PIBID. Para isto, nos valem dos vários conceitos que permeiam a Probabilidade, dos conhecimentos de conteúdo e pedagógico de conteúdo (SHULMAN, 1986, 1987) e da análise do conteúdo de Probabilidade apresentado no livro didático do Ensino Médio adotado na escola em que se dará o acompanhamento da pesquisa. 2) Identificar, via a proposta criada, algumas das contribuições do PIBID na formação profissional dos licenciados em Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro."
T04/13	A formação do professor que ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades de Prática: uma relação possível	"[...] investigar a negociação de significados que pode ocorrer em um processo de formação do professor de Matemática, em um grupo do PIBID, da UFLA, quando planejam, experimentam, vivenciam e refletem sobre a complexidade de se ensinar e aprender Matemática com a mediação da tecnologia."
D05/13	Formação de Professores de Matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática	"[...] compreender dimensões teórico metodológicas que podem emergir de processos de formação inicial de professores de Matemática numa parceria entre Universidade e Escola."
T06/13	O PIBID e as relações de saber na formação inicial de professores de matemática	"[...] apresentar as nossas compreensões das relações estabelecidas com o ensinar, com o saber e com o aprender que os estudantes desenvolveram durante os dois anos de participação nesse programa, e, também, falar sobre a aprendizagem da docência no contexto PIBID."
D07/13	O PIBID na formação inicial do licenciando em matemática: construção de saberes da experiência docente	"Esta investigação tem por princípio a análise da relação entre teoria e prática na formação inicial de professores de matemática, por meio de articulações de conhecimentos específicos de matemática e pedagógicos, com saberes experienciais da docência, construídos por licenciandos inseridos no contexto escolar da educação básica mediante Pibid Matemática."
D08/13	O programa institucional de bolsa de iniciação à docência – PIBID na formação inicial de professores de matemática	"[...] compreender o espaço de formação proporcionado pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência para um grupo de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que desenvolveram atividades em uma escola pública."
D09/13	Percepções de licenciandos sobre as contribuições do PIBID-matemática	"Este trabalho aborda o tema formação de professores, apresentando análises sobre as percepções de licenciandos inseridos no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID"
D10/14	Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da	"Esta pesquisa traz uma análise de reflexões e conhecimentos em relação a prática docente e o ensino-aprendizagem de Álgebra



	álgebra no PIBID-IFES	apontados por licenciandos em Matemática que fazem parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), subprojeto Matemática Campus Vitória.
T11/14	Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense	"[...] objetivo identificar, descrever e analisar evidências e processos de aprendizagem e desenvolvimento profissional docente de professores de matemática situados em contornos de experiências colaborativas na interface entre a Universidade e a Escola."
D12/14	O PIBID no contexto das políticas de formação de professores de biologia e matemática na universidade estadual de goiás	"[...] compreender as repercussões do Pibid (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) nos cursos de licenciatura em Biologia e Matemática da Universidade Estadual de Goiás, a partir das atividades desenvolvidas pelos cursos por meio dos seus subprojetos."
D13/14	O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na Formação de Professores de Matemática - perspectivas de ex-bolsistas	"Compreender os significados que ex-bolsistas do PIBID atribuem às ações deste programa para a sua formação foi o objetivo da pesquisa."
D14/14	Práticas de iniciação à docência : um estudo no PIBID/IFPI/Matemática	"[...] descrever e analisar as práticas de iniciação à docência, desenvolvidas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) - Campus Teresina Central.
D15/14	Processo de iniciação à docência de professores de matemática: olhares de egressos do PIBID/UFSCar	"[...] compreender o processo de iniciação à docência dos egressos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal de São Carlos, da área de Matemática. No intuito de identificarmos as contribuições e limitações desse processo formativo, sob o olhar dos bolsistas egressos do mesmo, buscamos responder à seguinte questão norteadora: Quais as principais percepções dos egressos do PIBID/UFSCar de Matemática em seu processo de iniciação à docência, sobre dificuldades e aprendizagens da carreira docente?"
D16/14	Um estudo sobre as contribuições do PIBID-FURB para a formação inicial de professores de matemática	"[...] compreender como o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, da Universidade Regional de Blumenau – FURB, contribui para a formação inicial de professores de Matemática."
D17/14	Um olhar "pibidiano" sobre o desenvolvimento profissional de professores supervisores do PIBID/UFPEl	"Análisei as contribuições do Programa para o desenvolvimento profissional de professores-supervisores e a possibilidade das ações e referenciais teóricos deste constituírem-se em um projeto de formação continuada em serviço."
D18/15	Escritas de licenciandos em Matemática, quanto à docência no contexto do PIBID	"[...] analisar as escritas de futuros professores de matemática, quanto à docência, enquanto inseridos no contexto do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)."
D19/15	Experiências e narrativas: um olhar para a formação de professores de matemática a partir do PIBID	"[...] é contribuir para fazer avançar reflexões a respeito do tema, considerando as narrativas dos bolsistas pibidianos e suas possíveis concepções acerca de experiência, aprendizagem, Matemática e aprendizagem de Matemática."
D20/15	Impactos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial de professores de matemática	"[...] investigar, junto a licenciandos bolsistas dos subprojetos de Matemática, se a estrutura e o funcionamento do programa impactam na sua formação inicial de professores de Matemática."
D21/15	Percurso formativo, profissionais e as práticas dos docentes coordenadores do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID	"[...] compreender e analisar os percursos formativos, profissionais e as práticas dos docentes formadores que atuam como coordenadores de área de conhecimento no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, tendo em vista elucidar a sua constituição como docente formador."
T22/15	Professor de Matemática em início de carreira: contribuições do Pibid	"[...] estudar contribuições do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid da Licenciatura da Universidade Federal de Sergipe, campus Itabaiana, para a prática docente de professores de Matemática."
D23/15	Sobre as Ações do Pibid/Matemática na Constituição de Saberes Docentes de Ex-bolsistas desse Programa na Universidade Federal de Santa Maria	"[...] analisar, com base nas entrevistas com três ex-bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), subprojeto Matemática da UFSM – hoje professores da Educação Básica – e de documentos oficiais referentes ao PIBID, as influências das ações desenvolvidas por esse programa na constituição de Saberes Docentes desses ex-bolsistas."

T24/16	A formação do professor de matemática em interface com o PIBID – programa institucional de bolsa de iniciação à docência: as representações de licenciandos e supervisores	investigar "[...] o processo de formação inicial de professores de Matemática, tendo como referência discussões e análises aprofundadas sobre o percurso acerca desta formação no Brasil, sobre as políticas públicas de formação de professores de Matemática em interface com a crise das licenciaturas e, também, sobre as concepções e ações que embasam o PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência e as representações das experiências com este Programa, de licenciandos e supervisoras (professoras das escolas públicas parceiras), por meio do Subprojeto de Matemática, desenvolvido em uma IES – Instituição de Ensino Superior, comunitária, localizada na região do Grande ABC Paulista."
D25/16	Compreensões de professores supervisores do PIBID quanto ao seu papel na construção de saberes docentes de futuros professores de matemática	"[...] detectar as compreensões dos supervisores do PIBID sobre seu papel na formação inicial de professores de Matemática."
D26/16	Contribuições do programa institucional de bolsas de iniciação à docência para a formação inicial dos egressos das licenciaturas da universidade federal do ABC	"[...] investigar as contribuições do PIBID da UFABC aos seus egressos, analisando como eles consideram o programa para a sua formação profissional."
D27/16	Contribuições formativas do PIBID/matemática: identidade e saberes docentes	"[...] analisar e discutir as contribuições formativas das práticas desenvolvidas por estudantes-bolsistas, participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), vinculados ao Subprojeto da área de Licenciatura em Matemática, desenvolvido em uma universidade pública baiana, nos últimos dois anos."
D28/16	Entre a singularidade e a complexidade da construção de saberes docentes na formação inicial de professores de matemática no contexto do PIBID	"[...] analisar e compreender as influências do ambiente oportunizado pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) na construção de saberes docentes."
T29/16	Escrever e compartilhar histórias de vida como práticas de (auto) formação de futuros professores e professoras de matemática	"[...] tem como foco a constituição da identidade docente de professoras e futuros professores de matemática quando inseridos em práticas de formação compartilhadas."
T30/16	O PIBID e as relações com o saber, aprendizagem da docência e pesquisa: caracterização de uma intervenção inicial de professores de matemática	"[...] objetivou-se caracterizar uma intervenção realizada no âmbito do PIBID e compreender seu reflexo nas relações estabelecidas por um dos bolsistas com o saber, o aprender e o ensinar matemática."
T31/16	Potencialidades do PIBID como Espaço Formativo para Professores de Matemática no Brasil	"[...] elencar e compreender potencialidades do PIBID como “Terceiro Espaço” para a formação de professores de Matemática no Brasil. Visando atender este objetivo, guiamo-nos metodologicamente pelos pressupostos da pesquisa qualitativa."
D32/16	Professores de matemática iniciantes: um estudo sobre seu desenvolvimento profissional	"Este estudo versa sobre o desenvolvimento profissional de professores de Matemática iniciantes, em que analisamos as implicações de experiências singulares vivenciadas na formação inicial (no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência-PIBID) e sua repercussão no exercício docente e desenvolvimento profissional."
D33/16	Programa institucional de bolsas de iniciação à docência- PIBID - e a formação de professores	"[...] investigar as contribuições do PIBID para o processo de formação inicial e para a aprendizagem da docência de alunos que cursam Licenciatura em Matemática na Faculdade de Ciência e Tecnologia – FCT/UNESP, campus de Presidente Prudente/SP."
T34/16	Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID: dinâmica de formação	"[...] identificar as representações sociais dos licenciandos, bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, sobre o ensino de Matemática e enfatizar os benefícios do contato com os alunos da rede pública para sua formação. Essa pesquisa contou com a participação de quinze licenciandos de Matemática do IFRN, campus Santa Cruz - RN, atuantes no Ensino Médio de três escolas Estaduais."
T35/16	Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em matemática no contexto da escola pública: Contribuições do PIBID	"[...] foi investigar contribuições do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid – do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais no processo de construção da prática docente de futuros professores de Matemática."

**Fonte:** Dos autores

Após esse movimento interpretativo, inferimos oito focos de análise, que chamamos de eixos temáticos, os quais contemplam as trinta e cinco pesquisas selecionadas conforme nossos filtros. Os eixos são:

- A. Conhecimentos evidenciados/desenvolvidos por participantes do PIBID;
- B. Contribuições, potencialidades, limitações na formação dos participantes do PIBID;
- C. Contribuições do processo de formação na perspectiva de comunidade de prática;
- D. Construção/relação de saberes na formação dos participantes do PIBID;
- E. Compreensões, percepções dos participantes sobre a docência ou sobre a sua formação a partir de ações desenvolvidos no âmbito do PIBID;
- F. Desenvolvimento profissional;
- G. Constituição da identidade docente; e
- H. Representações sociais sobre o ensino de Matemática de licenciandos participantes do PIBID.

Em posse desses eixos, construímos o quadro 3, a seguir, com a finalidade de relacionarmos quais pesquisas se enquadram em cada um deles. Cada trabalho está sinalizado com seu código, título, autor e ano de publicação.

**Quadro 3:** Eixos temáticos

<b>Cód.</b>	<b>EIXOS TEMÁTICOS</b>	<b>Autor(a)</b>
<b>A) Conhecimentos evidenciados/desenvolvidos por participantes do PIBID</b>		
D01/12	Estudo dos conhecimentos evidenciados por alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física participantes do PIBID-PUC/SP	Correia (2012)
D03/12	Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID	Amâncio (2012)
D10/14	Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no PIBID-IFES	Silva, E. C. (2014)
<b>B) Contribuições, potencialidades, limitações na formação dos participantes do PIBID</b>		
D02/12	PIBID: um estudo sobre suas contribuições para o processo formativo de alunos de licenciatura em matemática da PUC-SP	Tinti (2012)
D12/14	O PIBID no contexto das políticas de formação de professores de Biologia e Matemática na Universidade Estadual de Goiás	Brasil (2014)
D15/14	Processo de iniciação à docência de professores de matemática: olhares de egressos do PIBID/UFSCar	Silva, D. F. (2014)
D16/14	Um estudo sobre as contribuições do PIBID-FURB para a formação inicial de professores de matemática	Vieira (2014)
D19/15	Experiências e narrativas: um olhar para a formação de professores de matemática a partir do PIBID	Schaefer (2015)
D20/15	Impactos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial de professores de matemática	Canteiro (2015)
T22/15	Professor de Matemática em início de carreira: contribuições do Pibid	R. N. Almeida (2015)
D26/16	Contribuições do programa institucional de bolsas de iniciação à docência para a formação inicial dos egressos das licenciaturas da universidade federal do ABC	Barros (2016)
T31/16	Potencialidades do PIBID como Espaço Formativo para Professores de Matemática no Brasil	Rodrigues (2016)
D33/16	Programa institucional de bolsas de iniciação à docência - PIBID - e a formação inicial de professores	Vicente (2016)
T35/16	Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em matemática no contexto da escola pública: Contribuições do PIBID	M. P. Carvalho (2016)
<b>C) Contribuições do processo de formação na perspectiva de comunidade de prática</b>		
T04/13	A formação do professor que ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades de Prática: uma relação possível	Mendes (2013)
D05/13	Formação de Professores de Matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática	Benites (2013)
<b>D) Construção/relação de saberes na formação dos participantes do PIBID</b>		
T06/13	O PIBID e as relações de saber na formação inicial de professores de matemática	Largo (2013)
D07/13	O PIBID na formação inicial do licenciando em matemática: construção de saberes da experiência docente	Corrêa (2013)
D23/15	Sobre as Ações do Pibid/Matemática na Constituição de Saberes Docentes de Ex-bolsistas desse Programa na Universidade Federal de Santa Maria	Reisdoerfer (2015)
D25/16	Compreensões de professores supervisores do PIBID quanto ao seu papel na construção de saberes docentes de futuros professores de matemática	Guimarães (2016)
D28/16	Entre a singularidade e a complexidade da construção de saberes docentes na formação inicial de professores de matemática no contexto do PIBID	Abreu (2016)
T30/16	O PIBID e as relações com o saber, aprendizagem da docência e pesquisa: caracterização de uma intervenção inicial na formação inicial de professores de matemática	D. F. Carvalho (2016)
<b>E) Compreensões, percepções dos participantes sobre a docência ou sobre a sua formação a partir de ações desenvolvidas no âmbito do PIBID</b>		
D08/13	O programa institucional de bolsa de iniciação à docência – PIBID na formação inicial de professores de matemática	Moura (2013)
D09/13	Percepções de licenciandos sobre as contribuições do PIBID-matemática	Ribeiro (2013)
D13/14	O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na Formação	Zaqueu

	de Professores de Matemática - perspectivas de ex-bolsistas	(2014)
D14/14	Práticas de iniciação à docência: um estudo no PIBID/IFPI/Matemática	Neves (2014)
D18/15	Escritas de licenciandos em Matemática, quanto à docência no contexto do PIBID	Cosmo (2015)
D21/15	Percursos formativos, profissionais e as práticas dos docentes coordenadores do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID	V. C. Almeida (2015)
T24/16	A formação do professor de matemática em interface com o PIBID – programa institucional de bolsa de iniciação à docência: as representações de licenciandos e supervisores	Pucetti (2016)
<b>F) Desenvolvimento Profissional</b>		
T11/14	Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática: investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense	Gomes (2014)
D17/14	Um olhar "pibidiano" sobre o desenvolvimento profissional de professores supervisores do PIBID/UFPel	Corrêa (2014)
D32/16	Professores de matemática iniciantes: um estudo sobre seu desenvolvimento profissional	Nascimento (2016)
<b>G) Constituição da Identidade Docente</b>		
D27/16	Contribuições formativas do PIBID/matemática: identidade e saberes docentes	França (2016)
T29/16	Escrever e compartilhar histórias de vida como práticas de (auto) formação de futuros professores e professoras de matemática	Caporale (2016)
<b>H) Representações sociais sobre o ensino de Matemática de licenciandos participantes do PIBID</b>		
T34/16	Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID: dinâmica de formação	Mendonça (2016)

**Fonte:** Dos autores

No subtópico que segue, apresentamos as temáticas que foram investigadas por essas 35 pesquisas que tiveram como objeto de estudo o PIBID e a formação do professor que ensina matemática. Dentro desses eixos, a partir de seus resultados obtidos, realizamos uma reflexão sobre possíveis contribuições e potencialidades apontados em comparação com os objetivos e princípios norteadores do programa, além disso, evidenciamos algumas limitações do PIBID mencionadas por esses estudos.

## 2.1 Uma análise sobre as temáticas evidenciadas pelas pesquisas investigadas

A partir do levantamento dos eixos temáticos, observamos que existem outros aspectos inerentes ao programa que influenciaram na forma como as pesquisas foram conduzidas, como os sujeitos investigados e os procedimentos metodológicos utilizados.

Em relação aos sujeitos investigados, como mencionado, o PIBID tem quatro tipos de participantes diretos, que são: os licenciandos, os professores da Educação Básica, chamados de supervisores, e os docentes do ensino superior que são coordenadores de área e coordenadores institucionais. No entanto, em algumas pesquisas foram investigados outros sujeitos, como egressos do programa que no momento da pesquisa atuavam na Educação

Básica como professores que ensinam matemática. Sendo assim, construímos nove agrupamentos, conforme o quadro 4, a seguir, para mostrar os sujeitos investigados dessas pesquisas.

**Quadro 4:** Sujeitos investigados

Sujeitos investigados	Pesquisas
I. Licenciandos	D01/12, D02/12, D03/12, D05/13, T06/13, D07/13, D08/13, D09/13, D10/14, T11/14, D16/14, D18/15, D19/15, D20/15, D28/16, D32/16, T34/16
II. Egressos	D13/14, D15/14, T22/15, D23/15, D26/16
III. Professores Supervisores	D17/14, D25/16
IV. Coordenadores de Área	D21/15
V. Licenciandos e Supervisores	T24/16, T29/16, T30/16
VI. Licenciandos e coordenador de área	D33/16
VII. Supervisores e coordenador de área	D14/14
VIII. Licenciandos, Supervisores e Coordenadores de área	T04/13, D27/16, T35/16
IX. Licenciandos, Supervisores, Coordenadores de área e Coordenadores institucionais	D12/14, T31/16

**Fonte:** Dos autores

Observando o quadro 4, em algumas pesquisas foram investigados aspectos relativos à formação de mais de um tipo de participante, que é o caso das que estão inseridas nos agrupamentos V, VI, VII, VIII e IX.

No tocante aos procedimentos metodológicos utilizados, notamos que grande parte das pesquisas, utilizaram variados instrumentos para a obtenção das informações, como, análise de documentos (relatórios dos subprojetos e institucionais), entrevistas estruturadas e semi-estruturadas, diários de bordo, gravações em áudio e vídeo, registros escritos, e em alguns casos os pesquisadores fizeram intervenções na dinâmica do PIBID, que foram as pesquisas D03/12, T04/13, D05/13 e T30/16.

Diante disso, trazemos à discussão, dentro de cada temática, os resultados desses trabalhos no que diz respeito à participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática, seja ele licenciando, supervisor, coordenador de área ou coordenador institucional, ou egresso do programa.

#### **A) Conhecimentos evidenciados/desenvolvidos por participantes do PIBID**

As três pesquisas que se enquadram neste eixo, D01/12, D03/12 e D10/14, buscaram investigar os conhecimentos evidenciados durante a participação no PIBID com

base na teoria de Shulman (1986, 1987). Os conhecimentos desenvolvidos foram o conhecimento de conteúdo, conhecimento pedagógico de conteúdo e conhecimento curricular, que segundo E. C. Silva (2014) e Correia (2012), foram construídos durante a prática do PIBID, na troca de experiência com os supervisores, nas reuniões realizadas com todos os participantes e em atividades de intervenção na escola. A investigação de Amâncio (2012), elaborou uma sequência didática envolvendo o conteúdo de probabilidade e, a partir dessa aplicação, verificou que os licenciandos evidenciaram os conhecimentos ao demonstrarem

[...] habilidade em aproveitar algum comentário do aluno para criar uma situação didática, com a finalidade de reorganizar o seu entendimento; [...] tiveram sensibilidade de disponibilizar mais tempo para o desenvolvimento do conteúdo quando perceberam que isto se fazia necessário; [...] criaram perguntas que ajudaram os alunos a resolver as atividades; [...] criaram estratégias para estimular a participação dos alunos [...]. (AMÂNCIO, 2012, p. 155 -156).

Essas pesquisas nos mostram o desenvolvimento de conhecimentos profissionais no contexto do PIBID, sendo caracterizado por Ponte e Oliveira (2002), como um aspecto do desenvolvimento profissional, pois está ligado a competências profissionais, as quais dão suporte ao desenvolvimento de conhecimentos relativos à prática letiva, como observamos na citação de Amâncio (2012). Além disso, essas pesquisas vão ao encontro de um dos princípios pedagógicos do programa, os quais estão alicerçados na perspectiva de desenvolvimento profissional de Nóvoa (2009), a "[...] formação de professores realizada com a combinação do conhecimento teórico e metodológico dos professores das instituições de ensino superior e o conhecimento prático e vivencial dos professores das escolas públicas" (BRASIL, 2013, p. 29).

Uma crítica ao programa levantada no trabalho de Amâncio (2012), foi em relação à pouca participação dos alunos da Educação Básica nas atividades realizadas pelos licenciandos na escola. Segundo a autora, houve pouco interesse, pois essas atividades aconteciam em contraturno e os estudantes não tinham a obrigação em participar.

## **B) Contribuições, potencialidades, limitações na formação dos participantes do PIBID**

Onze pesquisas pertencem a esse eixo temático, são elas: D02/12; D12/14; D15/14; D16/14; D19/15; D20/15; T22/15; D26/16; T31/16; D33/16 e T35/16. Em seus

estudos, evidenciaram contribuições, potencialidades e limitações na formação dos participantes, além dos objetivos propostos pelo PIBID.

Os trabalhos D02/12 de Tinti (2012) e o D26/16 de Barros (2016) destacaram a importância do trabalho colaborativo vivenciado nesse programa, o qual prepara seus participantes a futuras práticas colaborativas em outros contextos. Souza (2000, p. 87) considerou o trabalho coletivo/colaborativo como sendo "[...] um espaço privilegiado para o processo de reflexão dos professores, o diálogo entre eles é fundamental para a criação e consolidação de seus saberes profissionais e serve também para romper muitas vezes o isolamento existente entre eles".

A dissertação D12/14 de Brasil (2014), salientou que o programa fomenta uma melhoria na formação inicial dos professores por meio dessa interação, possibilitando o contato, a compreensão e a reflexão sobre a prática docente, e sobre a vivência da realidade escolar, esse último aspecto evidenciado também pelos trabalhos D19/15 de Schaefer (2015) e D20/15 de Canteiro (2015).

Tinti (2002) e Barros (2016) ressaltaram que o programa promoveu o preparo para a vida acadêmica com o incentivo à inserção no universo da pesquisa científica. De acordo com o relatório de gestão do programa no período de 2009 - 2013 (BRASIL, 2013), um dos aspectos propiciados aos seus integrantes é o da crescente participação em eventos científicos e acadêmicos.

A dissertação D15/14 de Silva (2014) evidenciou que a participação no programa possibilitou a seus egressos a superação de algumas dificuldades encontradas na prática letiva desses que, no momento da pesquisa, eram professores atuantes, as quais foram vivenciadas durante a participação no PIBID, como o interesse pela formação continuada. O trabalho T22/15 de Almeida (2015), que também investigou os egressos, ressaltou que a participação no PIBID amenizou o choque desses professores com a realidade escolar e que promoveu compartilhamento de experiências positivas e reflexão sobre dificuldades encontradas no início da docência. Isso corrobora um dos princípios norteadores do PIBID, conforme Nóvoa (2009), “[...] formação de professores referenciada no trabalho na escola e na vivência de casos concretos.” (BRASIL, 2013, p. 29).

Os trabalhos D33/16 de Vicente (2016) e D16/14 de Viera (2014), destacaram que, ao propor situações que aproximem os licenciandos do contexto escolar, as mesmas contribuem para a constituição da identidade profissional. Juntamente com os conhecimentos profissionais, a identidade profissional é um dos aspectos do desenvolvimento profissional, conforme Ponte e Oliveira (2002), que estão sendo



mobilizados no contexto do PIBID e em conformidade aos seus princípios pedagógicos, os quais estão alicerçados no desenvolvimento profissional.

E a tese T31/16 de Rodrigues (2016) inferiu o programa como um "Terceiro Espaço<sup>15</sup>" para a formação de professores que ensinam matemática no Brasil e, ainda, o fato de que tem contribuído para redimensionar processos formativos de professores em nosso país. De acordo com o relatório de gestão do PIBID, no período de 2009-2013, o programa tem o reconhecimento de um novo *status* para as licenciaturas, indo ao encontro do que o autor evidencia.

Entendemos que o sucesso na formação inicial e continuada aos participantes do PIBID, não acontece apenas com a sua inserção na IES, é preciso que os responsáveis pelo programa na universidade, juntamente com os coordenadores dos subprojetos e supervisores, tracem um plano de ação, o qual possibilite o desenvolvimento desses objetivos, conforme ressalta a pesquisa T35/16 de Carvalho (2016), que embora as ações do PIBID sejam favoráveis à entrada do licenciando no contexto escolar, é preciso que o coordenador do subprojeto juntamente com o supervisor forneçam subsídios para que construam uma prática docente de modo a favorecer a aprendizagem matemática dos alunos.

### **C) Contribuições do processo de formação na perspectiva de comunidade de prática**

Dois trabalhos se enquadram nesse eixo, T04/13 e D05/13, que são, respectivamente, a tese de Mendes (2013), que investigou a negociação de significados em um processo de formação do professor que ensina matemática com a mediação de tecnologia, e a dissertação de Benites (2013), que estudou algumas dimensões do processo de formação do professor que ensina matemática sob a perspectiva da comunidade de prática.

Em sua análise, Mendes (2013) ressaltou o contexto do programa como significativo, no qual a atuação dos seus participantes se constituiu de um repertório compartilhado, especialmente nas interações, colaborações, no compromisso mútuo e na

---

<sup>15</sup> O autor utiliza o termo Terceiro Espaço em conformidade com a perspectiva apresentada por Zeichner (2010), "O conceito de Terceiro Espaço diz respeito a criação de espaços híbridos nos programas de formação inicial de professores da Educação Básica e do Ensino Superior, e o conhecimento prático profissional e acadêmico em novas formas para aprimorar a aprendizagem dos futuros professores. Contrários à desconexão tradicional entre escola e universidade e à valorização do conhecimento acadêmico como a fonte de autoridade do conhecimento para a aprendizagem sobre o ensino, próprio dos modelos tradicionais de formação de professores das escolas superiores e das universidades, os terceiros espaços reúnem o conhecimento prático ao acadêmico de modos menos hierárquicos, tendo em vista a criação de novas oportunidades de aprendizagem para professores em formação". (ZEICHNER, 2010, apud RODRIGUES, 2016, p. 22).

ação conjunta. Além disso, a autora concordou com os princípios pedagógicos para o PIBID para a formação de professores conforme Nóvoa (2009), porém, em sua análise, ressaltou, também, que isso não garante que os projetos institucionais das IES irão contemplá-los e defendeu que a "[...] concepção do formador, neste caso, dos coordenadores institucionais e de área, influencia a maneira como os projetos são conduzidos nas IES" (p. 251), como já levantado por Carvalho (2016).

Benites (2013) caracterizou o processo de integração entre os diferentes espaços utilizados pelo PIBID como um movimento constante de (trans)formação, promovendo a minimização da insegurança sobre o trabalho docente. A autora ressaltou que o programa contribui para elevar o nível de qualidade da Educação Básica e que a formação docente se torna possível nos termos da comunidade de prática. Além disso, a autora concluiu que o desenvolvimento profissional dos participantes acontece pela reflexão, colaboração, resignificação e aprendizagem compartilhada. No entanto, destacou que a relação entre os participantes é complexa e que, para sua constituição, é preciso que haja confiança de todos para que o trabalho atinja seus objetivos. E ainda, a autora argumentou que é preciso acontecer uma ampliação do programa incluindo um número maior de licenciandos, fato também evidenciado por Mendes (2013), bem como em relação ao aumento do tempo de permanência na escola.

Essas pesquisas corroboram, portanto, o que Nóvoa (2009) discute sobre os trabalhos realizados em equipe. Para o autor, por meio desses movimentos pedagógicos ou das comunidades de prática,

[..] reforça-se um sentimento de pertença e de identidade profissional que é essencial para que os professores se apropriem dos processos de mudança e os transformem em práticas concretas de intervenção. É esta reflexão colectiva que dá sentido ao desenvolvimento profissional dos professores. (p. 8).

#### **D) Construção/relação de saberes na formação dos participantes do PIBID**

Neste eixo estão inseridas seis pesquisas, T06/13, D07/13, D23/15, D25/16, D28/16 e T30/16, as quais buscaram investigar a construção ou a relação de saber evidenciados na formação de professores que ensinam matemática no contexto do PIBID. Como resultados, esses estudos apontaram contribuições significativas para seus participantes desenvolvidas no programa.

Em relação aos licenciandos, quatro trabalhos apresentaram contribuições para a sua formação. O trabalho T06/13 de Largo (2013) destacou a decisão de um estudante em se manter na profissão por ter participado do programa, por este se caracterizar como um momento para a mobilização e a articulação do seu saber-fazer.

A dissertação D07/13 de Corrêa (2013) inferiu a construção de articulações de saberes da experiência docente no contexto da sala de aula, no ambiente escolar, na troca de experiências com professores e em reflexões. A investigação D28/16 de Abreu (2016) destacou que o programa contribui para o desenvolvimento dos saberes de campo científico-específico, saberes de campo pedagógico-didático, saberes de campo político e saberes de campo experiencial.

A tese T30/16 de Carvalho (2016), em sua análise da prática de um licenciando, evidenciou que o planejamento das aulas e as orientações compartilhadas se configuraram como um ambiente de aprendizagem da docência em fase inicial, ressaltando que o ambiente formativo propiciou modificações na relação com o saber, ampliando as potencialidades formativas em relação a docência em matemática, tendo a aprendizagem do bolsista como referência.

Em relação ao professor supervisor, o trabalho D25/16 de Guimarães (2016) verificou em sua análise que o supervisor se configura nesse contexto como modelo para os licenciandos, apresentador da realidade escolar, orientador de atividades escolares, participante e orientador de atividades acadêmicas, e orientador de um estágio mais adequado.

A dissertação D23/15 de Reisdorfer (2015), investigou os egressos do PIBID e, segundo a autora, a participação no programa os influenciou e continua a influenciá-los em relação a sua prática profissional, na utilização de recursos como jogos e tecnologias digitais. Além disso, destacou que as ações desenvolvidas nesse contexto, oportunizaram a constituição de diferentes tipos de saberes docentes, os saberes profissionais, com o uso de métodos de ensino e recursos diversificados, e os saberes experienciais, pelo contato com os professores da escola e o desenvolvimento de atividades em sala de aula.

Observamos que muitos desses saberes se constituíram na prática, na relação entre os sujeitos participantes do PIBID, mobilizando saberes intrínsecos à prática letiva, aqueles oriundos de situações inesperadas e imprevisíveis, o chamado por Nóvoa (2009) de *transformação deliberativa*, pois se constitui na transformação dos saberes da prática, os quais precisam de uma resposta para dilemas pessoais, sociais e culturais.

### **E) Compreensões, percepções dos participantes sobre a docência ou sobre a sua formação a partir de ações desenvolvidos no âmbito do PIBID**

Pertencem a esse eixo sete pesquisas: D08/13, D09/13, D13/14, D14/14, D18/15, D21/15 e T24/16. Em nossa análise, inferimos que além de serem evidenciados alguns objetivos do programa nesses trabalhos, outras contribuições na formação dos participantes foram relatadas.

A pesquisa D08/13 de Moura (2013) apresentou como resultados a quebra de paradigmas das ideias em relação à escola pública, as quais distanciavam os futuros professores do desejo de lecionar, além do desenvolvimento de autonomia nos licenciandos sobre as decisões a serem tomadas nos trabalhos relativos à prática letiva. O trabalho D14/14 de Neves (2014) ressaltou que as práticas de iniciação desenvolvidas no PIBID/IFPI foram realizadas com ênfase no desenvolvimento de projetos, na utilização de jogos e materiais manipuláveis, e na utilização de recursos tecnológicos, as quais são orientadas pelos documentos oficiais, e são vistas como produtivas, proporcionando o trabalho coletivo, e que fazem parte das "verdades" presentes no discurso da matemática e na concepção do curso de matemática dessa instituição.

A dissertação D13/14 de Zaqueu (2014) salientou que o programa vem agregar um modelo de formação de professores alternativo às licenciaturas, assumindo um conhecimento na prática ao invés da prática, o que proporcionou aos seus egressos uma valorização do magistério e os motivou a seguir a carreira docente. A investigação D18/15 de Cosmo (2015) inferiu que futuros professores, quando inseridos no programa, apresentam ampla compreensão sobre o trabalho docente, em relação: ao conhecimento pedagógico; à experiência; ao planejamento; à adaptação e à improvisação; à socialização; à contextualização; ao uso de materiais e tecnologias; a adversidades; à aprendizagem dos alunos; à avaliação da aprendizagem; à disciplina; à falta de recursos; e à intenção da educação.

A dissertação D21/15 de Almeida (2015) destacou que o programa traz contribuições para a constituição do docente formador, no caso o coordenador, apresentando que tanto sua formação quanto suas práticas pedagógicas estão relacionadas ao modo de ser e estar nos diversos contextos sócio históricos. A tese T24/16 de Pucetti (2016) apresentou em seus resultados que o PIBID tem uma avaliação positiva em território nacional, proporcionando: uma ligação direta entre as melhorias aplicadas na formação docente em nível superior e o desenvolvimento na Educação Básica; a aproximação entre Universidade e

a escola; a valorização das metodologias como formas diferenciadas de ensinar matemática e como meio para a compreensão da construção do conhecimento matemático; a motivação da inserção profissional dos licenciandos nas escolas públicas.

O trabalho D09/13 de Ribeiro (2013) destacou a importância de se esclarecer aos licenciandos a proposta do PIBID, a fim de qualificar essa fase inicial de formação, pois, segundo a autora, esses participantes compreendem parcialmente os objetivos do programa, e parte deles considera que a contribuição do mesmo se restringe à Educação Básica.

Observamos que os trabalhos que investigaram as compreensões e percepções dos participantes do PIBID apontaram que o programa tem se desenvolvido de maneira satisfatória, promovendo a esses os objetivos propostos, como o incentivo e a valorização do professor da Educação Básica, a integração entre universidade e escola, a vivência da realidade escolar, o uso de diferentes abordagens metodológicas, entre outros, os quais possibilitam momentos de reflexão e apropriação de ações da prática letiva.

## **F) Desenvolvimento profissional**

Os trabalhos inseridos neste eixo, T11/12, D17/14 e D32/16, versaram sobre experiências realizadas no contexto do PIBID, as quais possibilitaram inferir processos de desenvolvimento profissional dos participantes desse programa.

Na tese de Gomes (2014), por meio de um percurso formativo, analisando-o a partir do desenvolvimento profissional docente em uma perspectiva catastrófica (DPDPC), evidenciou que foi possível descrever e compreender a aprendizagem e o desenvolvimento profissional docente dos licenciandos em sua formação inicial, a partir das experiências vivenciadas, nas quais ocorreram períodos de conversão catastrófica "[...] com potencial de promover mudanças de atitudes e de relação com o saber escolar e também uma progressiva socialização e identificação dos licenciandos com outras formas de ser e fazer docente em uma comunidade profissional" (p. 11).

A dissertação de Corrêa (2014), analisou as contribuições do PIBID para o desenvolvimento profissional dos supervisores e evidenciou que o contexto do programa promove uma proximidade com um trabalho colaborativo e contribuições para o desenvolvimento profissional, relacionadas "[...] às trocas de experiências, à interação de saberes, ao tempo e espaço para os estudos de formação, à oportunidade de atualização, ao trabalho em equipe, à participação nas ações disciplinares e no projeto interdisciplinar" (p. 5).

Para Passos *et al.* (2006), essas práticas coletivas, colaborativas, possibilitam que os professores aprendam colaborativamente, sejam eles experientes ou iniciantes, ambos contribuem com "[...] saberes e experiências variadas e o objeto da pesquisa passa ser a transformação das práticas" (p. 206). Outra evidência desse trabalho foi que as "[...] ações do PIBID – relacionadas aos estudos, auxílio financeiro e participação em eventos – promoveram um estímulo à formação continuada dos professores supervisores" (CORRÊA, 2014, p. 5).

Além disso, em relação à reflexão de suas práticas, houve avanços nos conhecimentos profissionais quanto à consideração dos conhecimentos prévios dos alunos, o protagonismo da interação professor-aluno, o desenvolvimento de projetos disciplinares e interdisciplinares, o trabalho em equipe e a teoria aliada à prática. Como mencionado, conhecimentos estes que fazem parte do percurso do desenvolvimento profissional.

Por sua vez, o terceiro trabalho desse eixo, de Nascimento (2016), investigou as implicações das experiências vivenciadas por egressos do PIBID e sua repercussão no exercício docente e no desenvolvimento profissional. Segundo o autor, os resultados apontaram que as ações desenvolvidas no PIBID, propiciaram momentos de formação, constituição e aperfeiçoamento da aprendizagem da profissão. Além disso, em relação à prática profissional, essas ações repercutiram no trabalho dos professores iniciantes, como a reflexão sobre a prática, a gestão de sala de aula, a aprendizagem com os pares, o uso de estratégias diversificadas no processo de ensino de matemática.

### **G) Constituição da identidade docente**

Neste eixo inserem-se dois trabalhos, T29/16 e D27/16, que tiveram como foco a constituição da identidade docente dos participantes do PIBID. A dissertação D27/16 de França (2016), identificou saberes mobilizados pelos licenciandos em seus diferentes perfis identitários e inferiu que quanto mais oportunidades de experiências oferecidas no PIBID, mais possibilidades para que perfis diferentes se encontrem frente à docência e suas necessidades.

A tese T29/16 de Caporale (2016) se desenvolveu de forma narrativa, na qual a pesquisadora atuou como professora e mediadora biográfica dos memoriais da professora supervisora e de seis licenciandos. De acordo com a autora, o programa

[...] evidenciou-se como espaço de formação de professores, pelas múltiplas possibilidades de aprendizagens e identificações profissionais

propiciadas aos futuros professores e professores – por um lado, pela sua estrutura e organização; por outro, pelo trabalho incessante dos sujeitos e dos professores orientadores da Universidade. (2016, p. 233).

Sendo assim, entendemos que, a partir da imersão da pesquisadora envolvida em todo o processo de investigação, inclusive sobre si mesma, Caporale (2016) evidenciou na formação dos participantes uma "[...] ligação entre as dimensões pessoais e profissionais na produção identitária dos professores (NÓVOA, 2009, p. 3)". Conforme esse autor, é nesse sentido que a formação deve contribuir para "[...] criar nos futuros professores hábitos de reflexão e de autorreflexão que são essenciais numa profissão que não se esgota em matrizes científicas ou mesmo pedagógicas, e que se define, inevitavelmente, a partir de referências pessoais." (p. 7).

#### **H) Representações sociais sobre o ensino de Matemática de licenciandos participantes do PIBID**

Se insere neste eixo apenas um trabalho, T34/16, de Mendonça (2016), o qual teve por objetivo identificar as representações sociais dos licenciandos, bolsistas do PIBID, sobre o ensino de Matemática e enfatizar os benefícios do contato com os alunos da rede pública para sua formação. Em seus resultados, a autora destacou que, a participação no programa aproxima o licenciando da realidade no exercício da docência, pois, "[...] com a observação e convivência no contexto escolar, em confronto com os conhecimentos específicos do curso, eles desenvolvem suas próprias metodologias de ensino, conhecendo o real ofício de ser professor" (p. 7). Diante disso, a autora entende que o PIBID traz benefícios aos licenciandos em:

[...] atividades que proporcionam reflexão e análise crítica nas quais os futuros docentes se defrontam com representações histórico-sociais construídas e exercidas no percurso de sua profissão, reelaboração dos conhecimentos específicos da área de formação tendo em vista o seu ensino e o perfil dos estudantes da educação básica e reestruturação de suas representações sociais sobre a área e seu ensino (MENDONÇA, 2016, p. 7).

A partir da análise realizada sobre essas pesquisas, apresentamos a seguir uma síntese da participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática, com contribuições que foram evidenciadas, além das listadas em seus objetivos.

## 2.2 Caracterização da participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática

Diante dessa análise, listamos no quadro 5, a seguir, uma síntese das contribuições que foram evidenciadas por essas pesquisas na participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática.

**Quadro 5:** Uma caracterização da participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática

<b>O PIBID na formação do professor que ensina matemática pode proporcionar</b>	
<b>aos participantes</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• conhecimentos relativos à prática pedagógica, ao conteúdo e ao currículo, por meio da interação entre licenciando, supervisor, coordenador e da vivência profissional nas escolas;</li> <li>• desenvolvimento da identidade profissional, pelas múltiplas possibilidades de aprendizagens e identificações profissionais, no que tange aos hábitos de reflexão e de autoreflexão sobre as dimensões pessoais e profissionais;</li> <li>• desenvolvimento profissional docente, a partir das experiências vivenciadas no trabalho colaborativo, as quais possibilitam mudanças de atitudes de relação com o saber escolar e com o desejo da contínua (re)construção das formas de ser e se fazer docente;</li> <li>• inserção a uma prática colaborativa;</li> <li>• preparo para a vida acadêmica, com o incentivo ao universo da pesquisa científica;</li> <li>• um terceiro espaço formativo, no qual as práticas são realizadas de uma ótica teórica e metodológica;</li> <li>• minimização da insegurança sobre o trabalho docente;</li> <li>• articulação de saberes da experiência docente no contexto escolar, na troca de experiências com professores e em reflexões;</li> <li>• modificações na relação com o saber, ampliando as potencialidades formativas em relação à docência matemática.</li> </ul>
<b>aos licenciandos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aproximação da realidade no exercício da docência;</li> <li>• decisão em se manter na profissão;</li> <li>• quebra de paradigmas de ideias em relação à escola pública;</li> <li>• desenvolvimento de autonomia sobre as decisões a serem tomadas na prática letiva;</li> <li>• desenvolvimento de suas próprias metodologias de ensino, na observação e convivência da escola em confronto com os conhecimentos relativos à licenciatura.</li> </ul>
<b>aos supervisores</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• se configurarem como modelo para os licenciandos: apresentadores, orientadores e colegas de profissão das atividades e realidade escolares, acadêmicas.</li> </ul>
<b>aos coordenadores</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• imprimirem marcas significativas, definidoras da singularidade profissional e pessoal;</li> <li>• se constituírem docentes formadores.</li> </ul>
<b>aos egressos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• preparo para futuras práticas colaborativas em outros contextos;</li> <li>• reflexão e superação de dificuldades encontradas na prática letiva;</li> <li>• compartilhamento de experiências positivas vivenciadas no programa;</li> <li>• interesse pela formação continuada;</li> <li>• influência na utilização de recursos metodológicos diversificados.</li> </ul>

**Fonte:** Dos autores

Algumas pesquisas evidenciaram também certas limitações do programa, como em Amâncio (2012), D. F. Carvalho (2016), M. P. Carvalho (2016), Mendes (2013), e Ribeiro (2013). Em nossa análise, observamos que algumas dessas limitações estão ligadas à forma do plano de ação realizado pelos coordenadores de área e coordenadores



institucionais, impossibilitando o desenvolvimento de objetivos propostos pelo PIBID, como afirmam M. P. Carvalho (2016) e Mendes (2013), e ainda, este último acrescenta que a concepção do formador, influencia o modo como os projetos são conduzidos. Outras limitações evidenciadas por alguns dos trabalhos analisados são as seguintes:

- pouca participação de alunos da Educação Básica na prática letiva de licenciandos, pois em alguns casos essa prática acontece no contraturno escolar, minimizando a presença dos estudantes;
- poucos momentos destinados à prática letiva dos licenciandos; e a
- falta de esclarecimento da proposta do PIBID aos seus participantes.

Além disso, Benites (2013) sugeriu uma ampliação do programa, oportunizando a participação de todos licenciandos do curso, além do aumento do tempo de permanência na escola.

Diante disso, com o objetivo de investigar a participação do PIBID na formação do professor que ensina matemática a partir de pesquisas brasileiras de mestrado e de doutorado desenvolvidas durante o primeiro ciclo do programa, logo, de seu início em 2009 até o final de 2017, construímos oito eixos temáticos, os quais nos possibilitaram inferir elementos para uma caracterização em relação às possíveis contribuições na formação do professor que ensina matemática como um participante desse programa.

Em relação às temáticas, algumas foram mais exploradas do que outras, como as que estão nos eixos, *B) Contribuições, potencialidades, limitações na formação dos participantes do PIBID; D) Construção/relação de saberes na formação dos participantes do PIBID; e E) Compreensões, percepções dos participantes sobre a docência ou sobre a sua formação a partir de ações desenvolvidos no âmbito do PIBID*, com 24 trabalhos ao todo. E as três temáticas menos exploradas foram referentes aos eixos: *C) Contribuições do processo de formação na perspectiva de comunidade de prática, G) Constituição da identidade docente; e H) Representações sociais sobre o ensino de Matemática de licenciandos participantes do PIBID*, com 5 pesquisas nesses eixos.

Outro fato a destacar com vistas ao quadro 4 é que grande parte das pesquisas optaram por investigar apenas um sujeito participante do PIBID, ou seja, 17 investigaram os licenciandos, 2 os supervisores, 5 os egressos e 1 os coordenadores de área, totalizando 25 trabalhos. Por outro lado, alguns trabalhos buscaram compreender a formação do professor que ensina matemática com o olhar voltado para as relações existentes entre seus participantes nesse contexto, ou seja, 3 pesquisaram os licenciandos e supervisores; 1 investigou os licenciandos e coordenadores de área; 1 os supervisores e coordenadores de

área; 3 os licenciandos, supervisores e coordenadores de área; e, examinando todos sujeitos, foram 2 pesquisas.

Sendo assim, a partir da análise dos resultados apresentados por essas pesquisas, elencamos contribuições na formação do professor que ensina matemática participante do PIBID, além dos que estão descritos nos objetivos do programa, como se apresenta no quadro 5, e de algumas limitações levantadas por esses trabalhos.

Diante dessa caracterização, observamos que o PIBID propicia um contexto formativo aos seus participantes, promovendo tanto a formação inicial quanto a continuada, conduzindo-os a momentos de reflexão sobre práticas letivas e a apropriação de estratégias metodológicas, atividades acadêmicas, construídas a partir da integração entre universidade e escola, teoria e prática, contribuindo, assim, para a valorização do magistério, culminando na elevação da qualidade da formação do professor que ensina matemática.

Cabe destacar que, para que isso aconteça, segundo algumas pesquisas, é preciso que os coordenadores responsáveis pelo andamento do programa tenham um plano de ação bem formulado, o qual promova uma formação de qualidade ao professor que ensina matemática integrante do PIBID.

Diante dos resultados apresentados, corroboramos com a fala de Nóvoa (2017) a respeito desse programa,

Na formação inicial, o PIBID tem aberto caminhos muito importantes, procurando uma coerência na formação de professores, nomeadamente na relação entre os estudantes das licenciaturas e a sua futura profissão. [...] O PIBID tem consequências na formação continuada, ao inspirar lógicas de reflexão e de ação centradas nas escolas e no trabalho pedagógico. A ligação entre professores universitários, estudantes de licenciatura e professores da Educação Básica é um elemento central no desenvolvimento de novos modelos de formação continuada, que se afastem da tradicional 'formação por catálogo' (a formação através de cursos avulsos) e que se organizem em torno da vida das escolas e do trabalho educativo. (p. 2-3).

### **2.3 Diferenciando a pesquisa**

Diante desse movimento interpretativo, além de nos possibilitar o conhecimento de um panorama geral das temáticas abordadas nesses trabalhos, evidencio-se também elementos que se aproximam das nossas intenções de pesquisa e, diante disso, proporcionou-nos esclarecer em que nosso estudo se diferencia em relação aos demais.

Referente aos eixos temáticos, dois deles se aproximam de nosso estudo: A) *Conhecimentos evidenciados/ desenvolvidos por participantes do PIBID*, com os trabalhos

D01/12, D03/12 e D10/14; e o eixo F) *Desenvolvimento Profissional*, com as pesquisas T11/14, D17/14 e D32/16.

Em relação ao eixo A, as três pesquisas pertencentes tratam de investigar os conhecimentos profissionais com base na teoria de Shulman (1986, 1987), e referente ao eixo F, as pesquisas utilizam diferentes bases teóricas, mas com foco em analisar diferentes aspectos de desenvolvimento profissional, não somente os conhecimentos profissionais. Nenhum dos trabalhos mencionados utilizou a perspectiva do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) conforme Ball, Thames e Phelps (2008) para a análise de conhecimentos profissionais.

O MKT foi desenvolvido com base na perspectiva de *Conhecimento Pedagógico de Conteúdo* de Shulman (1986). A partir dos trabalhos de Shulman, Ball e seus colaboradores buscaram investigar o que mais os professores podem saber a respeito da matemática, e de que modo utilizam esses conhecimentos em serviço, ou seja, pesquisaram sobre conhecimentos matemáticos necessários para realizar o trabalho de ensino de matemática. Desse modo, esses autores analisaram em detalhes as categorias do Conhecimento Específico de Conteúdo e do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo de Shulman, desenvolvendo-as em alguns aspectos, e, assim, construíram subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino.

Nesse sentido, conforme o objetivo deste estudo de investigar *conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, buscamos analisar conhecimentos profissionais segundo a perspectiva do MKT que foram mobilizados/desenvolvidos durante a participação no processo formativo, realizado com base no ciclo letivo do professor, especificamente em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, apoiando-se na abordagem de ensino exploratório. E, para atingirmos esse objetivo, buscamos responder a seguinte pergunta: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

No tocante aos sujeitos investigados, nossa investigação se enquadra no item V *de licenciandos e supervisores*, que estão nos estudos T24/16 e T29/16. Assim, nos diferenciamos pelo fato de analisar a formação desses dois tipos de participantes em uma ação formativa específica. Com isso não pretendemos apontar quais conhecimentos profissionais do MKT foram desenvolvidos por esses dois tipos de participantes separadamente, e sim, investigar conhecimentos profissionais que foram

mobilizados/desenvolvidos em uma ação conjunta, colaborativa, ou seja, que foram desenvolvidos a partir da reflexão e construção em momentos relativos ao ciclo letivo do professor, em um movimento dialógico entre licenciandos e supervisores.

Em relação à prática interventiva, nossa pesquisa constituiu-se de um processo formativo realizado em dois momentos distintos: primeiro processo formativo (set. - dez. de 2017) desenvolvido no contexto do PIBID, e o segundo processo formativo (abr. - jul. de 2018) realizado com os participantes que foram analisados no primeiro, mas não mais no contexto desse programa, pois, como o primeiro ciclo do PIBID havia terminado no mês de fevereiro de 2018 e os participantes manifestaram a intenção de continuar com a formação, realizamos a segunda ação formativa com base nas necessidades levantadas por esses sujeitos no decorrer da primeira ação formativa, como descrevemos em mais detalhes na seção 6.2.

Sendo assim, ambos os processos formativos foram desenvolvidos conforme o ciclo letivo do professor, envolvendo momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, e apoiado na abordagem de ensino exploratório e, outro fato a destacar é que, diante dos 35 trabalhos mencionados, nenhum constituiu uma ação formativa envolvendo a perspectiva de ensino exploratório.

Nesse sentido, entendemos que nosso estudo torna-se original ao *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório.*

No capítulo que segue, apresentamos algumas considerações a respeito de aspectos do desenvolvimento profissional docente e dos conhecimentos profissionais, os quais nos conduziram no desenvolvimento da análise dos dois processos formativos.

### 3. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE

Neste capítulo, primeiramente apresentamos algumas ponderações a respeito do Desenvolvimento Profissional Docente, o qual foi considerado para a elaboração desta pesquisa, pois os conhecimentos profissionais investigados neste trabalho são caracterizados como um aspecto dessa perspectiva formativa.

Em um segundo momento, trazemos algumas considerações acerca dos conhecimentos profissionais a partir do ponto de vista de Ponte e Oliveira (2002) e de Ball, Thames e Phelps (2008). Como o nosso objetivo é *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, descrevemos com mais detalhes a perspectiva do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball e seus colaboradores, e a maneira como foi elaborada com base na perspectiva de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK<sup>16</sup>) de Shulman, porém utilizamos em nossas análises apenas o MKT.

Um (novo) olhar que está em discussão em relação aos processos de formação de professores, seja em sua formação inicial ou continuada, o qual possibilita ao (futuro) professor em formação uma reflexão sobre sua prática profissional, é o de *desenvolvimento profissional docente*. Este tem por foco os processos de desenvolvimento do professor que está em serviço, inserindo-o em um processo de reflexão, individual e coletiva, a fim de ampliar, aprofundar e melhorar suas qualificações profissionais; diferenciando-se dos modelos de formação mais comuns, nos quais o centro de sua atenção está no conteúdo voltado a um conhecimento organizado, dito necessário, à profissão (MARCELO, 2009; SMITH, 2001; PONTE, 1998, 2014).

Esse tema tem se destacado no cenário de Educação Matemática devido à atenção dada ao professor atuante, aquele que está inserido em sala de aula, como um profissional que desempenha um papel complexo, exigente, o qual, além dos saberes intrínsecos à sua área, deve mobilizar outros de diferentes domínios, alguns mais acadêmicos e outros mais práticos (CANAVARRO; ABRANTES, 1994).

Para Marcelo (2009), o desenvolvimento profissional é entendido como um processo que acontece no ambiente de trabalho do professor, ou seja, na escola, podendo ser coletivo ou individual, e que, por meio de experiências diversificadas, formais ou informais, acaba desenvolvendo suas experiências profissionais. Além disso, segundo o autor, o

---

<sup>16</sup> Pedagogical Content Knowledge.

desenvolvimento profissional e os processos de mudanças estão intrinsecamente ligados, pois buscam promover mudanças junto aos docentes a fim de que possam crescer enquanto profissionais e pessoas.

Ponte (2014) destaca que, quando se tem a visão voltada para o desenvolvimento profissional do professor, percebem-se suas necessidades e potencialidades, as quais precisam ser descobertas, valorizadas e promovidas, permitindo que se torne o protagonista do seu processo de crescimento e de formação. Além disso, para o autor, o desenvolvimento profissional docente e os conceitos de formação de professores podem ser entendidos como movimentos opostos, ou seja,

[...] a formação representa um movimento de “fora para dentro”, do curso e do formador para o formando, enquanto o desenvolvimento profissional constitui um movimento de “dentro para fora”, do professor em formação para o ambiente onde está inserido. A formação atende sobretudo ao que o professor não tem e “deveria ter” e o desenvolvimento profissional dá especial atenção às realizações do professor e ao que ele se revela capaz de fazer. A formação é vista de modo compartimentado, por assuntos ou por disciplinas, enquanto o desenvolvimento profissional implica o professor como um todo nos seus aspetos cognitivos, afetivos e relacionais e contribui para o desenvolvimento da sua identidade profissional. De modo simplificado, podemos dizer que a formação tende a partir da teoria e frequentemente não chega a sair da teoria e o desenvolvimento profissional tende a considerar a teoria e a prática de forma integrada. Na perspectiva da formação o professor surge como *objeto*, enquanto no desenvolvimento profissional assume o papel de *sujeito*. (PONTE, 2014, p. 346, grifo nosso).

Nesse sentido, a fim de desenvolver uma ação formativa voltada para a perspectiva de desenvolvimento profissional, é preciso considerar em seu formato diferentes aspectos que estão relacionados com a profissão docente, por exemplo, as exigências referentes a documentos curriculares, mudanças de dinâmicas das aulas, entre outras. Desse modo, Smith (2001) ressalta que para os professores acolherem esses aspectos é preciso que haja uma análise de seu pensamento em relação ao significado de conhecer e entender a matemática, as tarefas a serem utilizadas pelos estudantes e, sobretudo, repensar seu próprio papel dentro da sala de aula.

Diante disso, para Smith (2001), cursos de capacitação/formação que focam na transmissão de técnicas, ideias ou materiais, não transformam crenças, hábitos, conhecimentos da prática de sala de aula, por isso sugere um programa de desenvolvimento profissional, o qual tenha potencial de transformar as concepções e atitudes do professor, fazendo as devidas conexões com a prática de ensino.

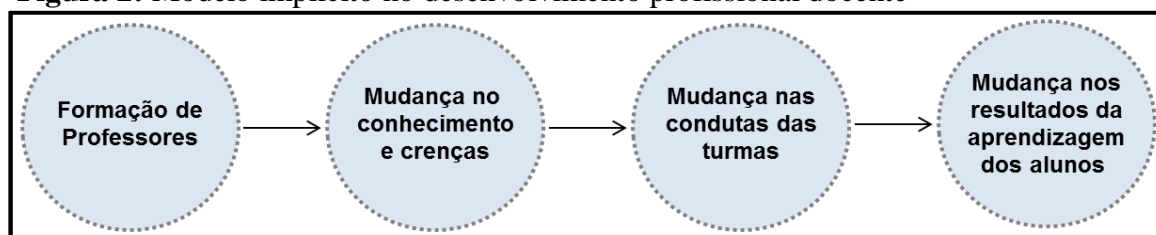
Para Day (2001), o desenvolvimento profissional docente envolve

[...] todas as experiências espontâneas de aprendizagem e as actividades conscientemente planificadas, realizadas para benefício, directo ou indirecto, do indivíduo, do grupo ou da escola e que contribuem, através destes, para a qualidade da educação em sala de aula. É o processo através do qual os professores enquanto agentes de mudança, revêem, renovam e ampliam, individual ou colectivamente, o seu compromisso com os propósitos morais de ensino, adquirem e desenvolvem, de forma crítica, juntamente com as crianças, jovens e colegas, o conhecimento, as destrezas e a inteligência emocional, essenciais para uma reflexão, planificação e prática profissionais eficazes, em cada uma das fases das suas vidas profissionais. (DAY, 2001, p. 20-21, grifo nosso).

Marcelo (2009) traz para a discussão a formação por meio do desenvolvimento profissional com foco na mudança de conhecimentos e crenças. Para o autor, as crenças são “[...] as proposições, premissas que as pessoas têm sobre aquilo que consideram verdadeiro”, e que influenciam tanto na “[...] forma como o professor aprende [...]”, como nos processos de mudança que possa iniciar. Além disso, essas crenças “[...] afectam directamente a interpretação e valorização que os professores fazem das suas experiências de formação de professores” (p. 15).

Sendo assim, ele apresenta dois modelos para a discussão, o primeiro (figura 2), mesmo que de forma implícita, tende a proporcionar mudanças de crenças e concepções como resultado da participação de um programa de desenvolvimento profissional e, posteriormente, provocar alterações na prática letiva do professor a fim de gerar melhorias nos resultados de aprendizagem dos alunos.

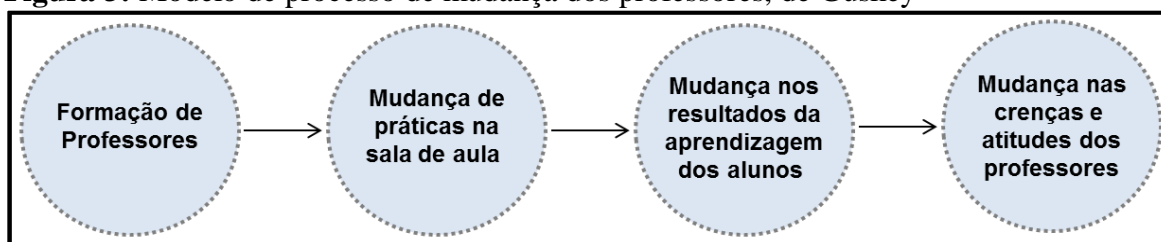
**Figura 2:** Modelo implícito no desenvolvimento profissional docente



Fonte: Marcelo (2009, p. 16)

E, no segundo (figura 3), baseado em Guskey e Sparks (2002), o autor entende que as possíveis transformações nos conhecimentos e crenças dos professores podem acontecer no processo de desenvolvimento profissional, após haver as mudanças nas práticas de sala de aula, as quais propiciam aos professores a comprovação de que essas novas práticas geram resultados na aprendizagem dos seus alunos.

**Figura 3:** Modelo de processo de mudança dos professores, de Guskey



**Fonte:** Marcelo (2009, p. 16)

Corroboramos com a ideia do segundo modelo, em que uma mudança de atitudes, crenças e conhecimentos, acontece quando o (futuro) professor é colocado a vivenciar outras práticas de ensino, sendo que essas começam a partir do momento em que está disposto a participar de um processo de desenvolvimento profissional, trazendo seus anseios, necessidades, potencialidades, a fim de contribuir com alunos e outros participantes inseridos no mesmo contexto, tornando-se protagonista do seu processo de crescimento profissional (PONTE, 2014).

A partir das ideias de Day (2001), Marcelo (2009), Ponte (1998, 2014) e Smith (2001), entendemos por desenvolvimento profissional como sendo um processo permanente da formação do professor, o qual se desenvolve antes, durante e depois de sua prática letiva, de modo que o docente ou futuro docente dá início a uma (re)construção contínua em relação às suas atitudes, crenças, conhecimentos profissionais, todos inter-relacionados, visando uma melhoria de sua prática profissional, o qual permita aos sujeitos posicionarem-se quanto às suas necessidades, anseios e que sejam promovidas suas potencialidades, realizações, tornando-os sujeitos da ação e objetivando o crescimento do seu conhecimento profissional e a formação e afirmação da sua identidade profissional.

De acordo com Ponte e Oliveira (2002), tanto o conhecimento profissional quanto a identidade profissional são aspectos do desenvolvimento profissional. Enquanto o primeiro está ligado a competências profissionais, as quais dão suporte ao desenvolvimento de conhecimentos relativos à prática letiva, o segundo, “[...] envolve a capacidade de assumir os papéis, as normas e os valores fundamentais da profissão” (PONTE; OLIVEIRA, 2002, p. 12). Na seção que segue, apresentamos mais algumas considerações em relação aos conhecimentos profissionais.



### 3. 1 Conhecimento Profissional Docente

Nesta seção, abordamos algumas considerações a respeito do conhecimento profissional na formação de professores que ensinam Matemática. Começamos trazendo as ideias de Ponte e Oliveira (2002) sobre esse tema e, posteriormente, algumas ponderações de Ball, Thames e Phelps (2008) a respeito da sua abordagem de Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), realizada a partir da teoria de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo de Shulman (1986, 1987)<sup>17</sup>, e suas implicações para a formação do professor de Matemática.

Para Ponte e Oliveira (2002), o conhecimento profissional é específico da profissão, o qual envolve saberes da prática necessários ao seu exercício. No caso da docência, são saberes da prática letiva, como do trabalho em sala de aula, da participação em atividades da escola, da interação com participantes do convívio escolar, do currículo, dentre outros. E, ainda, inclui a visão do professor sobre o seu próprio desenvolvimento profissional.

O desenvolvimento desse tipo de conhecimento está além do cunho acadêmico, pois a formação de um bom profissional não se resume a técnicas e teorias aprendidas em um curso de graduação, ele é contínuo, reforçado na prática diante das diversas situações e problemas enfrentados no dia a dia, tendo como base a experiência e reflexão sobre sua formação, individual e coletivamente (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

Segundo os autores, esse tipo de conhecimento é estruturado por *imagens* e *concepções*. As *imagens* podem ser tanto perceptivas, prospectivas, de ideias que se planejam no presente tornando-se planos, intenções ou desejos para o futuro, quanto da mesma forma que foram planejadas em um passado. Além disso, são dinâmicas, sendo modificadas, definidas, conforme trabalhamos com um certo objeto. Um exemplo de imagem é o que um professor tem dele mesmo em relação a seu trabalho, ao convívio com seus alunos, com sua disciplina, entre outras.

Por sua vez, as *concepções* são as que o professor tem sobre ensino, aprendizagem, matemática, atividades em diversos momentos, como ministrar uma aula, conversar com os pais de um aluno ou com um colega de profissão, participar de um curso de formação, entre outras. Nesse sentido, estas podem ser variadas, dependendo da situação

---

<sup>17</sup> Trazemos alguns apontamentos teóricos a respeito dos trabalhos de Shulman (1986, 1987) com o intuito de contribuir para um possível esclarecimento sobre o modo como Ball, Thames e Phelps (2008) elaboraram sua perspectiva do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) baseados nos estudos desse autor, porém não utilizaremos esses trabalhos em nossas análises.

em que o profissional se encontra, não necessariamente contraditórias, mas com respostas distintas a situações diferentes (PONTE; OLIVEIRA, 2002).

Os autores Ball, Thames e Phelps (2008) constroem a sua perspectiva de Conhecimento Matemático para o Ensino a partir da noção de *Conhecimento Pedagógico de Conteúdo* de Shulman (1986).

Shulman (1986) e seus colaboradores desenvolveram seu estudo a partir da crítica em relação ao modo como as pesquisas no campo de formação do professor estavam sendo desenvolvidas, com uma clara distinção entre conteúdo da disciplina e questões didático-pedagógicas, sendo que o foco das pesquisas de ensino nessa época, em geral, estavam sobre o segundo item. Para o autor, o que faltavam nesses trabalhos eram questões que tratassem sobre o conteúdo das aulas ministradas, sobre os direcionamentos que os professores faziam em relação ao seu ensino, sobre suas explicações, exemplos, entre outras.

Em contrapartida, a fim de superar o que Shulman chamou de *paradigma perdido* (*The Missing Paradigm*), ou seja, a falta de estudos sobre o conteúdo de ensino, ele apresentou um conhecimento destinado à análise desse conteúdo e à forma de ensiná-lo, o PCK. Para esse autor, o conhecimento de conteúdo utilizado isoladamente se torna tão inútil quanto a habilidade pedagógica sem conteúdo.

Sendo assim, a pergunta central de seu trabalho desenvolveu-se sobre a transição do estudante universitário para se tornar professor. Fizeram parte desse estudo questões como:

De que modo o bom estudante universitário transforma seu conhecimento sobre o assunto em uma forma que os estudantes do Ensino Médio possam compreender? Quando o professor no início de carreira confronta capítulos de livros didáticos falhos ou confusos ou alunos desconcertados, como ele emprega conhecimento de conteúdo para gerar novas explicações, representações ou esclarecimentos? Quais são as fontes de analogias, metáforas, exemplos, demonstrações e reformulações? Como o professor novato (ou mesmo o experiente) se baseia no conhecimento da matéria no processo de ensino? Quais são os preços pedagógicos quando a competência da matéria do professor está comprometida por deficiências de educação ou habilidade prévia? (SHULMAN, 1986, p. 8, tradução nossa<sup>18</sup>).

---

<sup>18</sup> How does the successful college student transform his or her expertise in the subject matter into a form that high school students can comprehend? When this novice teacher confronts flawed or muddled textbook chapters or befuddled students, how does he or she employ content expertise to generate new explanations, representations, or clarifications? What are the sources of analogies, metaphors, examples, demonstrations, and rephrasings? How does the novice teacher (or even the seasoned veteran) draw on expertise in the subject matter in the process of teaching? What pedagogical prices are paid when the teacher's subject matter competence is itself compromised by deficiencies of prior education or ability?

Essa análise de Shulman (1986) desenvolveu-se com professores do Ensino Médio recém-formados, das disciplinas de Matemática, Biologia, Língua Inglesa e Estudos Sociais, os quais foram analisados por um ou dois anos.

Em outro trabalho, Shulman (1987) apresenta mais algumas categorias sobre o conhecimento do professor, ressaltando a importância do papel do conhecimento do conteúdo, que são:

- conhecimento do conteúdo;
- conhecimento pedagógico geral, com referência especial aos princípios e estratégias gerais de gerenciamento e organização de sala de aula que parecem transcender o específico do assunto;
- conhecimento do currículo, com uma compreensão particular dos materiais e programas que servem como "ferramentas de trabalho" para professores;
- conhecimento pedagógico de conteúdo, esse amálgama especial de conteúdo e pedagogia é exclusivamente o terreno dos professores, sua forma própria de compreensão profissional;
- conhecimento dos alunos e de suas características;
- conhecimento de contextos educacionais, desde o funcionamento do grupo ou sala de aula, gestão e financiamento das unidades escolares, até características das comunidades e suas culturas; e
- conhecimento de fins, propósitos e valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos. (SHULMAN, 1987, p. 8, tradução nossa<sup>19</sup>).

Para Ball, Thames e Phelps (2008), os trabalhos de Shulman (1986, 1987) trouxeram muitas contribuições para o campo de formação de professores, com várias pesquisas desenvolvidas especialmente no que tange ao paradigma perdido, mas ressaltam algumas críticas por essa compreensão apresentar-se incompleta. A crítica desses autores é sobre não haver uma distinção clara do conhecimento pedagógico de conteúdo e das outras formas de conhecimento, ou seja, “[...] parece incluir quase tudo o que um professor pode conhecer ao ensinar um tópico particular, obscurecendo as distinções entre as ações dos

---

<sup>19</sup> content Knowledge;

- general pedagogical knowledge, with special reference to those broad principles and strategies of classroom management and organization that appear to transcend subject matter;
- curriculum knowledge, with particular grasp of the materials and programs that serve as "tools of the trade" for teachers;
- pedagogical content knowledge, that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special form of professional understanding;
- knowledge of learners and their characteristics;
- knowledge of educational contexts, ranging from the workings of the group or classroom, the governance and financing of school districts, to the character of communities and cultures; and
- knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds.

professores, o raciocínio, as crenças e o conhecimento” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394, tradução nossa<sup>20</sup>).

Diante disso, Ball e seus colaboradores estavam interessados em pesquisar o conhecimento *em e para* o ensino, indo além do conhecimento específico do campo acadêmico necessário ao docente, como conteúdos essenciais à sua disciplina. Nesse sentido, começaram a pesquisa pela prática do professor, a busca foi por determinar o que mais os professores podem saber a respeito da matemática e de que modo utilizam esses conhecimentos em serviço, ou seja, pesquisaram sobre conhecimentos matemáticos necessários para realizar o trabalho de ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Sendo assim, analisaram tarefas envolvidas em atividades de ensino e suas possíveis exigências matemáticas, como o conhecimento de ideias matemáticas envolvidas, habilidades de raciocínio matemático, de formular exemplos, conhecer termos, entre outras. Para os autores, são essas tarefas que caracterizam o trabalho docente e que exigem um tipo de conhecimento matemático específico, geralmente não necessário em outras profissões ou atividades cotidianas.

A partir de suas análises, esses autores formularam uma hipótese de que os dois domínios propostos por Shulman, Conhecimento Específico do Conteúdo e o PCK, poderiam ser divididos, cada um em dois subdomínios. O primeiro em *Conhecimento Comum do Conteúdo* (CCK) e *Conhecimento Especializado do Conteúdo* (SCK), e o segundo em *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes* (KCS) e *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino* (KCT)<sup>21</sup>, formulando assim o que denominaram de Conhecimento Matemático para o Ensino.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o CCK é um tipo de conhecimento que não é restrito ao professor, como a própria nomenclatura diz, é algo comum, que outros profissionais podem possuir, e é utilizado em diversas situações que não são restritas ao ensino, por exemplo, calcular um troco correto, verificar um erro matemático em um problema, entre outros.

O segundo tipo de conhecimento do conteúdo é o SCK, em geral, é um tipo de conhecimento que não é necessário para outros fins a não ser para o ensino. Este requer habilidade para ensinar além do que os estudantes aprendem em sala de aula, envolve

---

<sup>20</sup> [...] look as though it includes almost everything a teacher might know in teaching a particular topic, obscuring distinctions between teacher actions, reasoning, beliefs, and knowledge.

<sup>21</sup> Optamos por utilizar as siglas como no original, pois na tradução algumas siglas ficariam iguais. Assim, temos common content knowledge (CCK), specialized content knowledge (SCK), knowledge of content and students (KCS), e knowledge of content and teaching (KCT).

conhecer a matemática de uma forma detalhada, entendendo, por exemplo, os porquês de um procedimento, diferentes interpretações e estratégias para a resolução de um problema, distintos algoritmos para realizar um cálculo aritmético, a verificação de um erro e suas possíveis compreensões de como possa ter ocorrido, etc. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Segundo os autores, muitas das tarefas letivas são inerentes a esse tipo de conhecimento, como:

Apresentar ideias matemáticas; responder às perguntas de "por quê" dos alunos; encontrar um exemplo para criar um ponto matemático específico; reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular; vincular representações a ideias implícitas e a outras representações; conectar um tema que está sendo ensinado a temas de anos anteriores ou posteriores; explicar objetivos e propósitos matemáticos para os pais; avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos; adaptar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis; avaliar a viabilidade das reivindicações dos alunos (geralmente com rapidez); fornecer ou avaliar explicações matemáticas; escolher e desenvolver definições que podem ser utilizadas; usar notação e linguagem matemática e criticar seu uso; fazer perguntas matemáticas produtivas; selecionar representações para fins específicos; inspecionar equivalências. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa<sup>22</sup>).

Em relação ao segundo domínio proposto por esses autores ao PCK de Shulman (1986), temos primeiramente o KCS, como sendo o conhecimento que combina estudantes e a Matemática. Para escolher uma tarefa, o professor, conhecendo sua classe, muitas vezes, pensará em uma que possibilite a construção do conhecimento matemático pretendido e, ao mesmo tempo, seja interessante, motivadora aos seus alunos. Da mesma forma, observando e ouvindo o trabalho realizado por seus estudantes durante uma aula, o docente poderá dar direcionamentos aos seus pensamentos incompletos ou em desenvolvimento. E, também, ao antecipar as possíveis resoluções, estratégias, erros, e interpretações dos alunos no planejamento de uma tarefa, sabendo que cada uma tem suas particularidades, como seus alunos também têm, o professor estará fazendo a conexão entre compreensão matemática e

---

<sup>22</sup> Presenting mathematical ideas; Responding to students' "why" questions; Finding an example to make a specific mathematical point; Recognizing what is involved in using a particular representation; Linking representations to underlying ideas and to other representations; Connecting a topic being taught to topics from prior or future years; Explaining mathematical goals and purposes to parents; Appraising and adapting the mathematical content of textbooks; Modifying tasks to be either easier or harder; Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly); Giving or evaluating mathematical explanations; Choosing and developing useable definitions; Using mathematical notation and language and critiquing its use; Asking productive mathematical questions; Selecting representations for particular purposes; Inspecting equivalencies.

familiaridade com o que os estudantes provavelmente pensam ou fazem em sala de aula (BALL; THAME; PHELPS, 2008). Esses exemplos citados são característicos do KCS.

O segundo subdomínio do PCK é o KCT, conhecimento sobre ensino e sobre a matemática. Este perpassa pelas diversas atividades de um professor no momento do ensino, como sequenciar os conteúdos, escolher os exemplos a serem utilizados, avaliar vantagens e desvantagens de utilizar certas representações, estratégias, interpretações, decidir a quais conceitos atribuirá mais tempo, entre outras, as quais dependem de decisões que requerem coordenação do conhecimento da sua disciplina e das diferentes opções de tomadas de decisões referente ao ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Esse tipo de conhecimento conduz o professor a direcionar ações letivas em sua aula, pois, ao conhecer e saber utilizar efetivamente, por exemplo, diferentes procedimentos para resolver um problema matemático, o professor conhecerá suas diferenças e saberá quais são importantes para utilizar no desenvolvimento de sua aula.

Além disso, Ball e seus colaboradores trazem à discussão mais dois subdomínios: o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK<sup>23</sup>), e o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC<sup>24</sup>). O HCK indica como as matemáticas se relacionam na grade escolar, por exemplo, refere-se ao conhecimento que o professor tem em relação a como um conceito é estudado tanto em uma série anterior quanto em uma posterior a que ele leciona, a fim de estabelecer possíveis conexões em sua aula. E o KCC é um tipo de conhecimento que trata da maneira como a matemática está organizada ao longo do currículo, é uma categoria de Shulman que Ball, Thames e Phelps (2008) posicionaram como um subdomínio do PCK (figura 4), baseados em estudos posteriores à pesquisa de Shulman, realizados por membros de sua equipe.

Nesse sentido, esses autores ressaltam que o MKT foi construído com o intuito de contribuir com a teoria de Shulman, não para a sua substituição, uma vez que foi desenvolvida “[...] em maior detalhe os fundamentos do conhecimento do conteúdo para o ensino, estabelecendo uma conceituação baseada na prática, elaborando subdomínios e medindo e validando o conhecimento desses domínios” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 402, tradução nossa<sup>25</sup>). Sendo assim, para representar suas ideias, Ball, Thames e Phelps

---

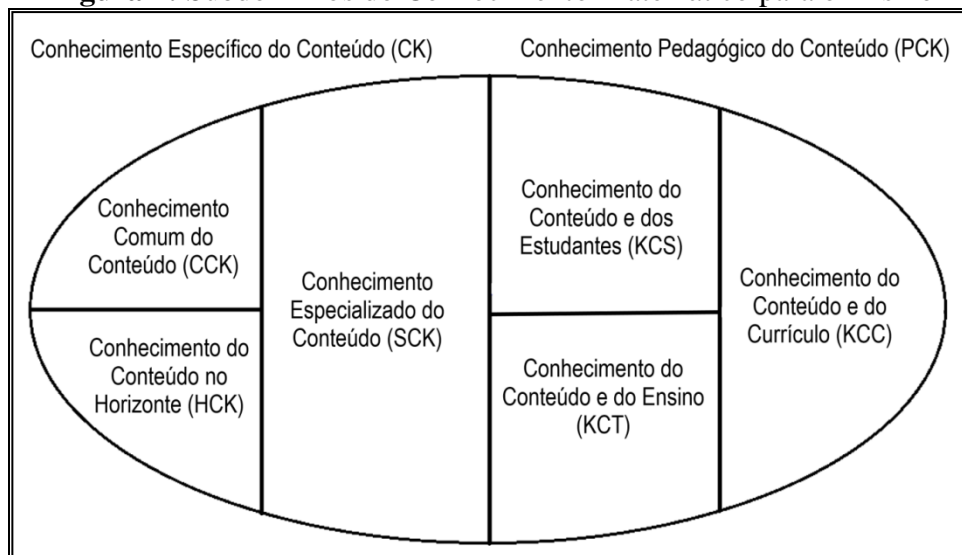
<sup>23</sup> Horizon Content Knowledge.

<sup>24</sup> Knowledge of Content and Curriculum.

<sup>25</sup> [...] in more detail the fundamentals of *subject matter knowledge for teaching* by establishing a practice-based conceptualization of it, by elaborating sub domains, and by measuring and validating knowledge of those domains.

(2008) apresentaram um diagrama como um refinamento das categorias de Shulman (1986) (Figura 4).

**Figura 4:** Subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



**Fonte:** Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403, tradução nossa)

Além disso, os autores ressaltam que os subdomínios HCK e de KCC, estão provisoriamente alocados nos domínios de Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, respectivamente, e que os subdomínios propostos do MKT não são estáticos, podendo não existir uma clara delimitação entre eles.

Pelo fato dessa perspectiva ter sido elaborada a partir da prática do professor de matemática, por meio de tarefas de ensino e de suas possíveis exigências matemáticas, entendemos que esses conhecimentos apresentados também podem ser mobilizados/desenvolvidos por meio da participação em um processo formativo que considera o ciclo letivo do professor, desenvolvido em momentos de planejamento, de ensino, e de reflexão, aliado a uma abordagem de ensino, a qual proporcione a construção e reflexão de ações inerentes à prática docente.

Diante disso, com o objetivo de *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, entendemos que a ideia do modelo de formação (figura 3) apresentado por Marcelo (2009) contribui para atingirmos esse objetivo, pois, segundo esse autor, nesse modelo, uma mudança de atitudes, crenças e conhecimentos, acontece quando o sujeito em formação é colocado a vivenciar outras

práticas de ensino, sendo que essas começam a partir do momento em que se está disposto a participar de um processo de desenvolvimento profissional.

Pensando em uma prática de ensino que possibilite aos participantes da pesquisa planejarem e realizarem ações letivas que possam contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais segundo Ball, Thames e Phelps (2008), adotamos a abordagem de ensino exploratório de matemática, pois, além dessa perspectiva favorecer a participação dos alunos no desenvolvimento da aula, tornando-os protagonistas na construção do conhecimento matemático (conforme descrevemos com mais detalhes no próximo capítulo), exige do professor um planejamento mais detalhado sobre ações específicas para a gestão da aula e a promoção da aprendizagem matemática dos estudantes.

Além disso, como a perspectiva de desenvolvimento profissional docente tem por foco os processos de desenvolvimento do professor situados em sua prática letiva, envolvidos nos saberes da prática profissional e também possibilita ao participante um papel de sujeito da ação, desenvolvemos os encontros dos dois processos formativos organizados em momentos de planejamento, de ensino, e de reflexão, a partir das necessidades e potencialidades desses participantes, possibilitando tornarem-se protagonistas do seu processo de crescimento profissional.

Diante disso, nesta pesquisa os conhecimentos profissionais que pretendemos investigar dizem respeito à subdomínios do MKT, por entendermos que esses conhecimentos podem ser mobilizados/desenvolvidos por meio do desenvolvimento de ações letivas pertinentes a abordagem de ensino exploratório de matemática realizadas durante o ciclo de trabalho do professor, ou seja, no planejamento, na prática de ensino, e na reflexão sobre esse trabalho.



#### 4. ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA

A perspectiva de ensino exploratório surge como alternativa à abordagem de ensino tradicional na disciplina de matemática, buscando, além do propósito de suprir a prática de ensino “[...] centrada na exposição dos tópicos por parte do professor e seguida da realização de exercícios com vista à repetição de procedimentos por parte dos alunos [...]” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014, p. 218), atender metas desafiantes de orientações curriculares de diversos países para o ensino da matemática.

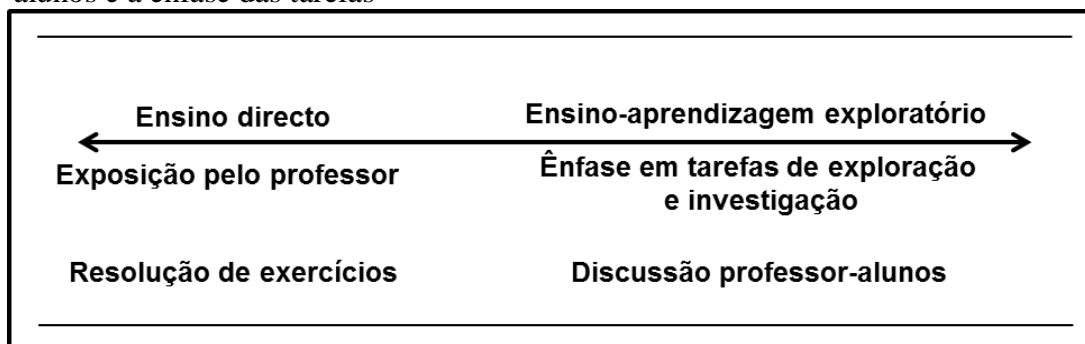
No Brasil, documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998; 2000), e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), destacam a importância de trazer diferentes elementos didáticos para a aula de Matemática. Os PCN ressaltam a promoção de um espaço em que o estudante possa assumir um papel investigativo, questionador, com liberdade para trabalhar em grupo, e o professor de ser o mediador, incentivador da aprendizagem, conduzindo o aluno à construção do seu conhecimento matemático (BRASIL, 1998; 2000).

A BNCC enfatiza “[...] o papel heurístico das experimentações na aprendizagem Matemática” (BRASIL, 2018, p. 265), além de sugerir as mais variadas abordagens de ensino, como a resolução de problemas, a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem matemática, as quais “[...] são potencialmente ricas para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional” (p. 266).

Diante desses desafios, o professor necessita assumir outras práticas letivas em sala de aula, caminhando em sentido oposto do ensino tradicional, no qual o ensino acontece de forma direta, partindo da explanação do conteúdo, conceitos e definições, seguido da explicação de técnicas, enfatizando as fórmulas e suas etapas decoradas de resolução, e finaliza com a aplicação exercícios de repetição. Essa sequência, valoriza apenas a reprodução de procedimentos explicados pelo professor, não proporcionando uma atividade na qual o aluno exerça o papel de questionador, de investigador, conforme está proposto pelos documentos oficiais.

O ensino exploratório propõe ao estudante um papel participativo e significativo dentro do seu processo de aprendizagem matemática. Ponte (2005) traz uma ilustração (figura 5) que clarifica essa ideia de sentidos opostos em relação a essas duas abordagens.

**Figura 5:** Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas



**Fonte:** Ponte (2005, p. 14)

De acordo com Oliveira, Menezes, e Canavarro (2013, p. 3), a aprendizagem no ensino exploratório é um processo

[...] simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevivendo processos de negociação de significados.

Nesse processo interativo, todos são participantes do desenvolvimento da aula, segundo Oliveira e Carvalho (2014), a ênfase é colocada tanto no aluno como nas situações que favorecem essa participação individual e coletiva, envolvidos em uma atividade de inquirição, sob uma perspectiva dialógica de construção do conhecimento, ou seja, “[...] quando a contribuição dos alunos é fortemente valorizada” (PONTE; QUARESMA, 2015, p. 134). Sendo assim, o conhecimento é constituído a partir de “[...] situações práticas específicas, em que os alunos levantam questões, formulam conjeturas e exploram possíveis caminhos, apoiando-se nas suas experiências anteriores” (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014, p. 466).

Considerando essas condições que favorecem a participação dos alunos, o professor tem um papel decisivo nessa abordagem de ensino, pois, de acordo com Canavarro (2011, p. 11), “[...] os alunos não descobrem sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos [...]”, ou o “[...] professor espera tranquilamente sentado pelos rasgos iluminados e criativos dos seus alunos — não que estes não os tenham quando lhes é dada oportunidade”. Nesse sentido, é preciso acontecer um bom planejamento por parte do docente, começando pela escolha da tarefa, considerando os objetivos em relação à tarefa e à aula, a fim de delinear todo o percurso didático, as ações que apontam para a promoção da aprendizagem e a gestão da sala de aula conforme as fases da aula na perspectiva de ensino exploratório.

Essas ações são planejadas de acordo com a tarefa selecionada, pois, segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, p. 256), nela está

[...] implícita uma determinada oportunidade de aprendizagem, mas uma vez selecionada, é crucial que o professor equacione como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula.

Além disso, de acordo com Ponte e Quaresma (2015), é preciso que a tarefa assuma características desafiantes, propiciando uma variedade de estratégias de resolução, para, posteriormente, ser comparada e avaliada pelos alunos.

Sabemos que a condução de uma aula não é um trabalho fácil, mesmo se tratando da perspectiva tradicional que, em geral, não oportuniza aos alunos momentos de indagação, reflexão e discussão sobre o objeto que está sendo ensinado, mantendo o professor em sua zona de conforto, sem muitos imprevistos. Quando se trata de uma aula na abordagem de ensino exploratório, os alunos enfrentam muitos desafios, pois os caminhos de solução não são nítidos, conseqüentemente aparecem várias interpretações e estratégias, colocando o professor fora da sua zona de conforto e demandando um esforço maior por parte dele para o entendimento das produções realizadas em aula (STEIN *et al.*, 2008).

Nesse sentido, Stein *et al.* (2008), apresentam cinco práticas para facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas exigentes cognitivamente que podem ser adotadas pelos professores na elaboração e condução de uma aula nessa perspectiva, as quais são: antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar as respostas dos alunos.

Além dessas práticas, quatro fases podem ser utilizadas pelo professor para o desenvolvimento de uma aula na perspectiva do ensino exploratório, conforme proposto por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, 2014): 1) Introdução da tarefa; 2) Realização da tarefa; 3) Discussão da tarefa; e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas. A seguir apresentamos algumas considerações a respeito de cada fase, considerando também as cinco práticas de Stein *et al.* (2008).

Retomando a questão do planejamento e da seleção da tarefa, é preciso que, antes de iniciar a primeira fase, haja um engajamento por parte do professor em conhecer efetivamente a tarefa, quais conceitos estão relacionados, os conhecimentos prévios exigidos, os possíveis modos de resolução. Nesse sentido, Stein *et al.* (2008) apontam que a ação de antecipar as respostas dos alunos envolve

[...] o desenvolvimento de expectativas consideradas sobre como podem interpretar matematicamente um problema, o conjunto de estratégias -

corretas e incorretas - que podem ser usadas para enfrentá-la e como essas estratégias e interpretações podem estar relacionadas com conceitos matemáticos, representações, procedimentos e práticas que o professor gostaria que seus alunos aprendessem (p. 322-323, tradução nossa<sup>26</sup>).

De acordo com Canavarro (2011), essa antecipação permite ao professor adquirir confiança e preparo para uma boa exploração da tarefa com seus alunos, tomando decisões mais acertadas para conduzir as discussões, potencializando, dessa forma, a aprendizagem matemática.

Após esse movimento de antecipar as possíveis resoluções dos alunos, a *primeira fase*, é o momento do arranque da aula, nesta é preciso que o professor estabeleça ações para que os alunos entendam e engajem-se na realização da tarefa. Organizar o trabalho a ser desenvolvido pelos alunos é fundamental nesta etapa, como a divisão de grupos, estabelecer objetivos, determinar o tempo de cada etapa, escolher materiais que facilitem o entendimento da tarefa.

A *segunda fase* é o momento de realização da tarefa. Após o entendimento de como iniciá-la, os alunos, individualmente ou em pequenos grupos, exploram-na apoiando-se em conhecimentos anteriores e indagações realizadas pelo professor e pelos colegas, buscando interpretações e estratégias de resolução a fim de solucioná-la. Nesse momento o professor deve assumir o papel de condutor da aprendizagem, lançando perguntas que façam os alunos pensarem sobre a atividade matemática que está sendo desenvolvida, sobre suas possíveis representações, seus diferentes caminhos, não os restringindo a só um modo de solução, para que não se limite o nível de exigência cognitiva (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014).

Além disso, é o momento do professor *monitorar* as resoluções dos alunos, identificando o potencial de aprendizagem matemática envolvido nas estratégias e representações utilizadas, participando ativamente da atividade, avaliando e direcionando-os ao aperfeiçoamento das mesmas (STEIN *et al.*2008). Dessa forma o professor ficará inteirado do que está sendo desenvolvido pela classe, possibilitando a *seleção* das resoluções que farão parte da próxima fase e, com isso, pedir para se prepararem, organizando o trabalho realizado para posterior discussão perante a turma.

A *terceira fase* é a da discussão da tarefa, nesta, em posse das possíveis resoluções, o professor escolhe algumas para a sua socialização, *sequenciando-as*,

---

<sup>26</sup> Anticipating students' responses involves developing considered expectations about how students might mathematically interpret a problem, the array of strategies—both correct and incorrect—they might use to tackle it, and how those strategies and interpretations might relate to the mathematical concepts, representations, procedures, and practices that the teacher would like his or her students to learn.

escolhendo estratégias que podem maximizar a aprendizagem dos alunos - como partindo de uma resolução mais simples até uma mais sofisticada, ou escolhendo a que mais foi utilizada pelos alunos, entre outras -, possibilitando um aprofundamento na compreensão, “[...] fazendo uma discussão matematicamente coerente e previsível” (STEIN *et al.*, 2008, p. 330).

Nesse sentido, o professor promove “[...] a qualidade matemática das suas explicações e argumentações, [...] cuidando da comparação de distintas resoluções e da discussão da respectiva diferença e eficácia matemática” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). E, ainda, segundo esses autores, é preciso manter um clima positivo de interesse, buscando a participação de todos. Vale ressaltar que o propósito dessa fase não é o de apresentar todas as formas possíveis, certas ou erradas, de resoluções que surgiram, e sim de “[...] relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento colectivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos”. (CANAVARRO, 2011, p. 16).

E, por fim, é a fase *da sistematização das aprendizagens matemáticas*, na qual o professor sintetiza os caminhos percorridos nas fases anteriores, *conectando* as ideias matemáticas que emergiram no desenvolvimento da aula, sejam elas novas e/ou de procedimentos já conhecidos e aplicados, além de reforçar “[...] aspectos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). Conforme Stein *et al.* (2008), ao conectar as ideias matemáticas, o professor possibilita aos alunos avaliarem as consequências sobre as diferentes estratégias que surgiram, como a que foi mais eficaz, aquela em que o entendimento tornou-se mais fácil, que a junção de duas diferentes pode resultar em uma terceira, entre outras.

Dois outros elementos importantes que Stein *et al.* (2008) trazem para a discussão são a autorização e a responsabilidade dadas aos alunos durante o desenvolvimento da aula. Ao permitir que os alunos sejam autorizados a resolverem as tarefas matemáticas utilizando suas próprias interpretações e estratégias, o sentimento que os cerca, ao realizar a tarefa, é o de autoria das ideias utilizadas, da construção da própria aprendizagem. Isso permite que se sintam responsáveis pela disciplina, incentivando-os a explicarem suas ideias, a forma como as resolveram, sabendo que isso contribuirá para o desenvolvimento da aula e a aprendizagem dos colegas.

Diante disso, entendemos que para desenvolver uma prática de ensino exploratório, é preciso dedicação por parte do professor no planejamento dessa aula,

atentando-se tanto à escolha da tarefa e das ações que serão desenvolvidas em cada fase quanto às cinco práticas utilizadas para facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas. Nesse sentido, destacamos dois quadros com ações em relação ao planejamento como um todo da aula nessa perspectiva, com ações voltadas a contribuir desde a escolha da tarefa até o desenvolvimento das fases de ensino exploratório, os quais utilizamos em nosso processo formativo.

No primeiro quadro (quadro 6), Canavarro, Oliveira e Menezes (2014) apresentam um conjunto de ações e intenções observadas pelos autores, baseado em um processo de formação de uma professora experiente (chamada Célia), referente à gestão de aula e à promoção da aprendizagem dos alunos.

**Quadro 6:** Ações intencionais de Célia na sua prática de ensino exploratório de Matemática

	<b>Promoção da aprendizagem matemática</b>	<b>Gestão da aula</b>
<b>Introdução da tarefa</b>	<p><i>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Familiarizar com o contexto da tarefa (material cubos e autocolantes para apresentação)</li> <li>- Esclarecer a interpretação da tarefa (como?)</li> <li>- Estabelecer objetivos (o que se quer saber?)</li> </ul> <p><i>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estabelecer conexões com experiência anterior</li> <li>- Desafiar para o trabalho</li> </ul>	<p><i>Organizar o trabalho dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definir formas de organização do trabalho (grupos de dois alunos para o trabalho autónomo e turma toda para a discussão colectiva)</li> <li>- Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa e cubos e autocolantes para todos os grupos)</li> </ul>
<b>Realização da tarefa</b>	<p><i>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Colocar questões e dar pistas</li> <li>- Sugerir representações</li> <li>- Focar ideias produtivas</li> <li>- Pedir clarificações e justificações</li> </ul> <p><i>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuidar de promover o raciocínio dos alunos</li> <li>- Cuidar de não validar a correcção matemática das respostas dos alunos (nem respostas, nem expressões faciais)</li> </ul>	<p><i>Promover o trabalho de pares/grupos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Regular as interações entre alunos</li> <li>- Providenciar materiais para o grupo</li> </ul> <p><i>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pedir registros escritos</li> <li>- Fornecer materiais a usar (acetatos e canetas)</li> </ul> <p><i>Organizar a discussão a fazer:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar e seleccionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar, e com representações relevantes)</li> <li>- Sequenciar as resoluções seleccionadas</li> </ul>
<b>Discussão da tarefa</b>	<p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?)</li> <li>- Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas</li> <li>- Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras)</li> </ul> <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas</li> <li>- Incentivar a resposta às questões colocadas</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos</li> <li>- Providenciar a reorganização dos lugares/espço para a discussão</li> <li>- Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados</li> </ul> <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definir a ordem das apresentações</li> <li>- Promover e gerir as participações dos alunos na discussão</li> </ul>
<b>Sistematização das aprendizagens matemáticas</b>	<p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela)</li> <li>- Reconhecer o valor de uma regra com letras</li> </ul> <p><i>Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Evidenciar ligações com conceitos matemáticos e procedimentos anteriormente trabalhados (ideia de regra com letras; ideia de operação inversa).</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente adequado à sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Focar os alunos no momento de sistematização coletiva</li> <li>- Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada</li> </ul> <p><i>Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Registo pela professora em acetato que previamente estruturou</li> </ul>

**Fonte:** Canavarro; Oliveira; Menezes (2014, p. 229).

Esse quadro possibilita compreender ações específicas em relação à gestão da aula, assim como na promoção das aprendizagens matemáticas a serem realizadas em cada fase de ensino exploratório, por esse motivo foi utilizado em nosso primeiro processo formativo na construção do planejamento dos participantes da pesquisa.

E o segundo quadro (quadro 7) a destacar é do grupo Gepefopem<sup>27</sup>. Este grupo, com base nos trabalhos de Stein *et al.* (2008) e de Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), e também sobre conhecimentos teóricos e a experiência como alunos, docentes e formadores de professores, elaborou um *framework* com o intuito de possibilitar aos professores subsídios de como organizar e conduzir suas aulas na perspectiva de ensino exploratório (CYRINO, TEIXEIRA, 2016). E, por essa razão, utilizamos esse *framework* no planejamento do segundo processo formativo.

**Quadro 7: O *framework***

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
<b>Antes da aula</b>	<b>Antecipar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer os objetivos específicos da aula.</li> <li>• Escolher/adaptar/elaborar a(s) tarefa(s), considerando:               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ os objetivos da aula;</li> <li>▪ a natureza da tarefa, priorizando aquelas de elevado nível de demanda cognitiva;</li> <li>▪ os conhecimentos prévios dos alunos;</li> <li>▪ os recursos disponíveis na escola.</li> </ul> </li> <li>• Resolver a(s) tarefa (s).</li> <li>• Prever possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos.</li> <li>• Pensar em possíveis questionamentos, orientações ou outros recursos que podem ser sugeridos aos alunos, cuidando para manter o nível de demanda cognitiva.</li> <li>• Estabelecer conexões entre:               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ as resoluções previstas;</li> <li>▪ resoluções previstas e os conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Durante a aula</b>	<b>Propor a tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar a tarefa para os alunos.</li> <li>• Explicitar para os alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: forma de trabalho (grupo ou individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo, organização do ambiente.</li> <li>• Orientar formas de comunicação das resoluções: organização dos registros escritos, seleção e organização de uma tarefa resolução a ser socializada.</li> <li>• Distribuir a tarefa para os alunos.</li> <li>• Direcionar a leitura da tarefa, que pode ser feita pelo professor, pelo aluno individualmente ou pela sala.</li> <li>• Promover a compreensão do enunciado da tarefa.</li> <li>• Fomentar o engajamento dos alunos na discussão e na resolução da tarefa.</li> </ul>
	<b>Monitorar a resolução da tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionar, orientar e provocar o aluno quanto à resolução da tarefa.</li> <li>• Promover e mediar a interação entre os alunos.</li> <li>• Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos.</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não).</li> <li>• Não validar a correção das respostas dos alunos.</li> <li>• Identificar as diferentes resoluções e representações e possíveis conexões entre elas.</li> <li>• Avaliar o potencial das diferentes resoluções para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>• Fazer anotações a respeito das resoluções que tem potencial para promover a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>
	<b>Selecionar e Sequenciar as resoluções</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escolher e propor resoluções e representações que têm potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>

<sup>27</sup> Grupo de estudo e pesquisa sobre a formação de professores que ensinam matemática, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina.



	<b>para discussão</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escolher e mobilizar os alunos para apresentação das resoluções selecionadas.</li> <li>• Sequenciar as apresentações tendo em conta os objetivos da aula e as características dos alunos. Por exemplo:</li> <li>• Partir de resoluções, corretas ou não, que foram utilizadas pela maioria;</li> <li>• Partir de uma resolução menos complexa para uma mais complexa.</li> <li>• Organizar a discussão: decidir se a discussão vai ocorrer após a apresentação de cada resolução selecionada ou após a apresentação de um conjunto de resoluções</li> </ul>
	<b>Discutir as resoluções</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convidar os alunos para a discussão e promover uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas.</li> <li>• Promover e gerir a participação dos alunos nas discussões.</li> <li>• Incentivar os alunos a questionar e buscar possíveis respostas.</li> <li>• Solicitar justificações para as resoluções e representações apresentadas.</li> <li>• Evidenciar e discutir equívocos comuns.</li> <li>• Salientar para os alunos a existência de diferentes resoluções para a tarefa.</li> <li>• Caso necessário, introduzir uma resolução particularmente importante, que não foi apresentada pelos alunos, para atingir os objetivos da aula</li> <li>• Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.</li> </ul>
	<b>Sistematizar as aprendizagens</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios e ideias e representações matemáticas formalizadas, com vistas à sistematização.</li> <li>• Promover o reconhecimento da importância das ideias matemáticas, das regras e das generalizações.</li> <li>• Apresentar os conhecimentos matemáticos em uma estrutura organizada.</li> <li>• Incentivar os alunos a registrar os conhecimentos matemáticos sistematizados.</li> </ul>

**Fonte:** Cyrino e Teixeira (2016, p. 86-87)

Observamos nesse *framework* as mais diversas ações que podem contribuir para a construção do planejamento e desenvolvimento de uma aula sob a perspectiva de ensino exploratório, apresentando-se como um quadro de referência a ser utilizado por professores que desejam desenvolver suas aulas nessa abordagem.

A partir das ideias de Canavarro (2011), Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, 2014), Cyrino e Teixeira (2016), Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), Oliveira e Carvalho (2014), Ponte e Quaresma (2015), entendemos que a perspectiva de ensino exploratório aliada ao uso das cinco práticas para facilitar as discussões matemáticas de Stein *et al.* (2008) permitem ao professor assumir uma prática letiva que propicia a seus alunos assumirem um papel participativo e significativo dentro do seu processo de aprendizagem matemática, resultado da interação entre colegas e professor com o conhecimento matemático, desenvolvido sob uma perspectiva dialógica, a qual oportuniza que os estudantes levantem perguntas, formulem hipóteses, explorem diferentes interpretações e estratégias de resolução, a partir de seus conhecimentos prévios.

No próximo capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos referentes aos dois processos formativos.

## 5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 5.1 A natureza da Pesquisa

O presente estudo é de natureza qualitativa, de cunho interpretativo. Bogdan e Biklen (1994) apresentam cinco características que auxiliam a caracterizar uma investigação como qualitativa, as quais apresentamos a seguir, assim como os motivos que fazem este estudo se enquadrar em cada uma destas características.

Como primeira característica de uma pesquisa qualitativa, temos que “[...] *a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal*” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47). Em nossa pesquisa os dados foram coletados durante os encontros ocorridos em um grupo do PIBID do curso de Licenciatura em Matemática da UVA, realizado nas dependências dessa Universidade, e teve como pesquisadora a autora desta tese, a qual atuou como formadora nos dois processos formativos.

A segunda característica é que a “[...] *investigação qualitativa é descritiva*” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Em nosso estudo, as informações utilizadas foram coletadas por meio de instrumentos que possibilitaram a descrição das mesmas, como diário de bordo, gravações em áudio e vídeo, e entrevistas semiestruturadas realizadas em áudio, de modo que essas descrições serviram como base para a análise dos dados.

A terceira característica é que “*os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos*” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.49). Neste trabalho estamos considerando as ações realizadas pelos participantes, das quais não pretendemos apenas destacar os conhecimentos profissionais que apresentaram, mas, também, interpretar o modo como foram mobilizados ou desenvolvidos.

A quarta característica apontada pelos autores é a que “*os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva*” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). Nesta investigação, os dados coletados não têm o intuito de confirmar hipóteses previamente construídas, ao contrário, foram analisados e interpretados durante o desenvolvimento da pesquisa com a intenção de entender e valorizar as ações realizadas pelos participantes.

E, como quinta característica, os autores apontam que “*o significado é de importância vital na abordagem qualitativa*” (p. 50). No desenvolvimento da pesquisa

buscamos entender os significados que os participantes do PIBID manifestaram nesse processo formativo e o modo como essa formação contribuiu para a mobilização/desenvolvimento de aspectos de conhecimentos profissionais dos sujeitos.

Sendo assim, como a pesquisa apresenta as características citadas por Bogdan e Biklen (1994), inferimos a sua natureza como qualitativa. Nas próximas subseções, apresentamos os elementos que constituíram cada processo formativo, os participantes, o contexto, os instrumentos que foram utilizados para a coleta dos dados e os procedimentos de análise.

## 5.2 Processos Formativos

Os dois processos formativos constituíram com base na teoria de Desenvolvimento Profissional Docente segundo os referenciais apresentados no capítulo 3. Nesse sentido, os encontros foram elaborados com base no ciclo de trabalho do professor, envolvendo atividades que se relacionam com a prática letiva docente em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão. Esses momentos foram elaborados mediante a perspectiva de ensino exploratório, a qual permeou todo o processo formativo, desde o estudo, reflexão e discussão necessária para a construção do planejamento, culminando com posterior aplicação e reflexão desse processo vivenciado.

As duas ações formativas foram compostas por seis encontros presenciais cada uma e por ações não presenciais distribuídas em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão sobre o processo, conforme expõe os quadros de números 8 e 9, referentes ao primeiro e segundo processos formativos, respectivamente.

Cada encontro presencial foi dividido em três partes: 1) *discussão inicial*, geralmente realizada com o intuito de discutir tarefas realizadas no encontro anterior ou deixadas como não presenciais; 2) *trabalho em pares*, neste os participantes realizavam as atividades relativas ao planejamento em pequenos grupos; 3) *discussão final*, destinada à apresentação das tarefas realizadas no momento anterior, finalizando com a discussão no grande grupo.

Como mencionado, a cada encontro os participantes recebiam atividades não presenciais como: a leitura de textos relacionados à abordagem de ensino exploratório para reflexão e discussão; a formalização de planejamentos, preparando-os para o ensino, cuja realização deu-se nas escolas; organização e envio ao grande grupo das atividades realizadas

nos encontros, entre outros. Além disso, ocorreram discussões via *e-mails* e pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp* a respeito do desenvolvimento dessas tarefas não presenciais. Esses encontros foram realizados entre os meses de setembro e dezembro do ano de 2017, para o primeiro processo formativo, e entre os meses de abril a julho, para o segundo processo, sendo que cada um teve uma duração média de três horas e estão descritos resumidamente nos quadros de números 8 e 9 a seguir.

**Quadro 8: Quadro Síntese do Primeiro Processo Formativo**

		PLANEJAMENTO			ENSINO	REFLEXÃO	
		Encontro 1 28/09/17	Encontro 2 05/10/17	Encontro 3 26/10/17	Encontro 4 Aplicação nas escolas	Encontro 5 30/11/17	Encontro 6 15/12/17
Trabalho Presencial	Discussão inicial	Apresentação da pesquisa; Termo de consentimento <sup>28</sup>	Discussão de texto.	Com base nas possíveis resoluções, formular o objetivo da tarefa.	Aula do G3 (13/11 - EJA EM - 18h50-20h10)  Aula do G2 (14/11 - 2º EM- 8h55-10h35)  Aula do G1 (27/11 - 2º EM - 8h30-10h00)	Apresentação da aplicação de aula de cada grupo.	Balanco final da formação.
	Trabalho em pares	Oficina de aula de ensino exploratório.	Escolha do conteúdo; Escolha da tarefa; Antecipação das possíveis resoluções da tarefa.	Planejamento da aplicação com base nas fases de ensino exploratório e nas 5 práticas descritas em Stein <i>et al.</i> (2008).			
	Discussão final	Sobre o ensino exploratório.	Apresentação e discussão das possíveis resoluções.	Discussão e fechamento do plano de aula.		Reflexão sobre o trabalho realizado.	
Trabalho não presencial	Trabalho individual e/ou coletivo	Leitura do texto recomendado (Canavarro; Oliveira; Menezes, 2012).	Escrever e organizar as resoluções feitas pelos grupos.	Formalizar as ações e intenções discutidas em um quadro.	Reflexão e descrição da aula, e construção da apresentação de cada grupo.	-----	

Fonte: Adaptado de Oliveira e Carvalho (2014)

**Quadro 9:** Quadro Síntese do Segundo Processo Formativo

		PLANEJAMENTO				ENSINO	REFLEXÃO
		Encontro 1 24/04/18	Encontro 2 07/05/18	Encontro 3 17/05/18	Encontro 4 04/06/18	Encontro 5 Aplicação	Encontro 6
Trabalho Presencial	Discussão inicial	Apresentação da pesquisa; Termo de consentimento <sup>29</sup>	Discussão de texto.	Discussão de texto.	Apresentar e discutir a formalização da 1ª e 2ª fases	Aula do G3 (11/06 - 2º EM - 9h45 - 11h25).  Aula do G1 (19/06 - 2º EM - 7h50-9h30).	Reflexão em grupos sobre a formação realizada G3 - 03/07 G1 - 10/07.
	Trabalho em pares	Planejamento do segundo processo formativo: datas, temas, grupos.	Escolha do conteúdo; Escolha da tarefa; Antecipação de possíveis resoluções da tarefa.	Discussão das resoluções da tarefa. Construção do plano de aula - fases 1 e 2.	Construção do plano de aula - fases 3 e 4.		
	Discussão final	Reflexão sobre as ações realizadas no processo formativo 1.	Apresentação e discussão de possíveis resoluções.	Discussão sobre ações letivas planejadas para as duas primeiras fases.	Discussão sobre ações letivas planejadas para as duas últimas fases.		
Trabalho não presencial	Trabalho individual e/ou coletivo	Leitura do texto recomendado (CANAVARRO, 2011).	Organizar as resoluções da tarefa. Leitura do texto recomendado (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).	Formalizar ações e intenções discutidas nas duas primeiras fases.	Fechamento do plano de aula e envio aos participantes.	Reflexão e descrição da aula.	

**Fonte:** Adaptado de Oliveira e Carvalho (2014)

Com exceção do primeiro encontro, o planejamento dos demais foi elaborado conforme o andamento das atividades propostas aos participantes, pois cada uma foi construída a partir de suas necessidades. A descrição e a análise dos dois processos formativos estão detalhadas nos capítulos 6 e 7 deste trabalho.

<sup>29</sup> Apêndice A

## 5.3 Contexto Investigativo

### 5.3.1 Primeiro Processo Formativo

No segundo semestre de 2017 haviam dois grupos do PIBID do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, cada um sendo coordenado por um docente do curso. Sob cada coordenação haviam três professores da Educação Básica, denominados de *supervisores* pelo programa, e dezoito licenciandos, referenciados como *bolsistas*.

Diante desse cenário, convidou-se os docentes e coordenadores da área de Matemática do PIBID da Universidade a participarem com seus grupos do processo formativo, pois o mesmo seria desenvolvido em alguns encontros do próprio subprojeto da área de Matemática. Prontamente ambos aceitaram, entretanto, em um dos grupos, dois dos professores supervisores não estavam atuando na Educação Básica e, conforme prevê a proposta formativa, um dos encontros aconteceria na escola, em sala de aula com o momento de ensino, aplicando o planejamento construído, então não foi possível realizar esse processo formativo com um dos grupos.

O grupo que participou do primeiro processo formativo era constituído por uma coordenadora<sup>30</sup>, docente do Ensino Superior do curso de Licenciatura em Matemática da UVA, dezoito<sup>31</sup> licenciandos e três professores supervisores atuantes na Educação Básica, os quais ministravam aulas somente no Ensino Médio. Os encontros do programa com esse grupo aconteciam na Universidade, com pelo menos dois encontros mensais e, além disso, semanalmente os licenciandos participavam em um período nas escolas, juntamente com seus supervisores.

Os encontros na Universidade aconteciam em momentos: de formação institucional, juntamente com outros subprojetos do PIBID de outras licenciaturas da Universidade; com o outro grupo do subprojeto de Matemática, esses denominados *ciclos de reflexões*, nos quais cada supervisor junto com seus licenciandos traziam temas diversificados para discussão, sugeridos pelas coordenações de área ou escolhidos por eles

---

<sup>30</sup> A coordenadora participou de alguns encontros do primeiro processo formativo e optou por apenas observar o desenvolvimento da formação.

<sup>31</sup> Faziam parte de cada grupo do subprojeto Matemática do PIBID/UVA, em 2017, vinte licenciandos, porém no momento do desenvolvimento da pesquisa trabalhamos com dezoito licenciandos, pois duas vagas estavam em processo de troca de bolsistas, por isso dois não participaram de nenhum dos seis encontros.

mesmos; e com o seu grupo específico, formado pelos três supervisores e os dezoito licenciandos, sendo ministrado pelo coordenador do subprojeto de área.

A atuação dos licenciandos na escola acontecia de acordo com o planejamento de seus supervisores e do coordenador de área. Os momentos em que conduziram algumas aulas, em geral nos contraturnos, aconteceram com a presença de seus supervisores, em outros, participavam de atividades diversificadas, como a observação da aula dos supervisores, construção de jogos, planejamentos de aula, entre outras.

### 5.3.2 Segundo Processo Formativo

O segundo processo formativo foi realizado após o término do primeiro ciclo do PIBID (2009 - fev. 2018). Durante o desenvolvimento do primeiro processo formativo (de setembro a dezembro de 2017), os integrantes da pesquisa manifestaram a intenção de continuarem essa formação mesmo se o programa terminasse<sup>32</sup>. Sendo assim, logo no início de 2018, entramos em contato com esses participantes para continuarmos a formação.

Para esse segundo processo formativo fizemos um convite por *e-mail* a todos os participantes da primeira formação que foram analisados, ou seja, sete licenciandos e os três supervisores. Com o aceite de todos, criamos um grupo no aplicativo *WhatsApp* para discutirmos sobre as possíveis datas e horários para acontecerem os encontros. Devido à incompatibilidade de horários, pois os professores supervisores trabalhavam o dia todo e os licenciandos estudavam à noite, não conseguimos encontrar um horário em que todos pudessem participar.

Diante disso, optamos pelos dias e horários em que mais pessoas participariam. Sendo assim, o segundo processo formativo teve a participação dos sete licenciandos analisados na primeira formação, em todos os seis encontros. Nos dois últimos encontros e em discussões via *e-mail* e aplicativo *WhatsApp* também participaram dois professores supervisores, pois receberam em suas salas de aula esses licenciandos para o momento de ensino (5º encontro) e estiveram presentes no momento de reflexão (6º encontro) que ocorreu na Universidade.

Os quatro primeiros encontros do momento de planejamento aconteceram na Universidade, conduzidos pela autora deste trabalho. O quinto encontro, do momento de

---

<sup>32</sup> No segundo semestre de 2017, surgiram notícias de que o governo federal poderia terminar com esse programa, e foi o que aconteceu em fevereiro de 2018. Mas em agosto de 2018, o programa retorna com algumas mudanças, dentre elas, a diminuição do número de bolsistas.

ensino, ocorreu em duas salas do segundo ano do Ensino Médio regular de duas escolas da rede estadual de ensino do estado do Ceará, que foram duas das mesmas escolas da aplicação do primeiro processo formativo. A escolha pelo segundo ano do Ensino Médio se deu pelo fato de ambos os supervisores lecionarem nessa série, e também porque os participantes optaram por aplicar uma única tarefa em um mesmo ano escolar.

## **5.4 Os Participantes da Pesquisa**

### **5.4.1 Primeiro Processo Formativo**

No segundo semestre de 2017, faziam parte do grupo do PIBID participantes do primeiro processo formativo, uma coordenadora da área de Matemática do programa na instituição, três professores supervisores e dezoito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UVA. Para a garantia do anonimato desses participantes, referenciamos cada um com códigos, a letra “S” foi utilizada para os três supervisores, S1, S2 e S3, a letra “L” para os dezoito licenciandos, ou seja, L1, L2, L3, ..., L18, e a letra “P” para a pesquisadora, a qual também atuou como formadora desse processo formativo.

Para realizar as análises das informações do primeiro processo formativo, estabelecemos um critério para a escolha daqueles sujeitos que participaram ativamente dos encontros, pois, dentre esses dezoito licenciandos, alguns tiveram presença em apenas um dos seis encontros. Então, em relação aos graduandos, escolhemos investigar aqueles que tiveram até uma falta nesse processo formativo, ou seja, participando de no mínimo cinco encontros, incluindo o momento de ensino, ficando assim sete licenciandos para serem analisados: L1, L4, L5, L6, L11, L13 e L18.

Quanto aos supervisores, decidimos analisar os três professores da Educação Básica, pois cada um é responsável por um grupo de licenciandos na escola em que trabalha e, então, no momento de ensino, S1, S2 e S3 estariam presentes. Sendo assim, o supervisor S1 conduziu seis licenciandos, de L1 a L6, porém somente L1, L4, L5 e L6 foram analisados; do mesmo modo, S2 supervisionou os licenciandos L7 a L12, mas apenas L11 foi investigado; e, em relação aos de S3, foram analisados apenas L13 e L18.

Outro fato a ressaltar sobre os supervisores é que se tratam de professores efetivos da rede pública de ensino do estado do Ceará, a qual compreende apenas as escolas de Ensino Médio, pois as escolas do Ensino Fundamental são de responsabilidade dos



municípios. Apesar de todos estarem no mesmo nível de ensino, operam em modalidades diferentes. Os professores S1 e S3, atuam em escolas regulares e o S3 também atua na Educação de Jovens e Adultos (EJA). O supervisor S2 é professor em uma escola estadual de educação profissional de tempo integral, essas instituições integram o Ensino Médio com a educação profissional contemplando todas as disciplinas respectivas desse nível de ensino e com outras específicas do curso profissionalizante. Porém, para estudar em escolas de educação profissional, é preciso fazer um teste seletivo para competir por uma das vagas.

É importante destacar as modalidades de atuação de cada supervisor, pois o quarto encontro do processo formativo aconteceu nessas escolas, o grupo do S1 na escola regular do Ensino Médio, o do S2 na educação profissional, e a do S3 na EJA, os quais descreveremos na descrição e análise dos dados do primeiro processo formativo.

#### **5.4.2 Segundo Processo Formativo**

Como mencionado anteriormente, nesse segundo processo formativo tivemos a participação dos sete licenciandos analisados na primeira formação, L1, L4, L5, L6, L11, L13, L18, e também dos professores da Educação Básica, ex-supervisores do PIBID, S1 e S3 (apenas nos dois últimos encontros). Decidimos por analisar todos esses participantes, pois, com exceção de L13 e L18 que tiveram uma falta no encontro 4 (mas antes do quinto encontro, reunimo-nos - L11, L13 e L18 - para finalizarmos o plano de aula para o momento de ensino), os demais licenciandos estiveram presentes nos seis encontros.

Além disso, analisamos os professores ex-supervisores do PIBID S1 e S3, pois, como participavam do programa juntamente com esses licenciandos, estando juntos no primeiro processo formativo, poderiam trazer informações relativas à formação anterior, bem como contribuir com a reflexão desse segundo processo ao pensar sobre as práticas letivas realizadas pelos licenciandos em suas salas de aulas.

No primeiro processo formativo L1, L4, L5 e L6, faziam parte do grupo G1 do PIBID do supervisor S1, e assim se mantiveram para o momento de ensino da segunda formação. Os licenciandos L13 e L18 também permaneceram para a aplicação de aula junto ao supervisor da formação anterior, S3. No G3 foi incluído o L11, participante do G2 no primeiro processo formativo, pois o supervisor S2 não poderia participar dos momentos de planejamento e de reflexão, e, assim, esse licenciando optou em participar do G3. Essas escolhas foram realizadas pelos licenciandos, pois a intenção foi a de continuar na mesma

escola em que participavam do PIBID, bem como sob a supervisão do mesmo professor, mesmo não havendo mais o programa.

Para a garantia do anonimato desses participantes, mantivemos a mesma simbolização utilizada na análise do primeiro processo formativo, incluindo a mesma numeração, ou seja, a letra “L” para os licenciandos, e a letra “S” para os professores ex-supervisores do PIBID.

### **5.5 Instrumentos para a coleta de informações**

Para a coleta de dados nos dois processos formativos usamos como instrumentos: o diário de bordo (DB) da pesquisadora; gravações em áudio (GA); gravações em vídeo (GV) - apenas para o primeiro processo formativo -; entrevistas semiestruturadas (ES); e os registros dos participantes desenvolvidos durante os encontros.

Utilizamos o diário de bordo ao término de cada encontro, dentro da perspectiva descritiva conforme Fiorentini e Lorenzato (2012), esse instrumento nos foi útil para descrever as atividades, procedimentos didáticos, e ações realizadas pelos participantes, em especial os que implicavam na modificação da dinâmica dos encontros.

Ainda para a descrição, utilizamos o recurso de áudio e vídeo (apenas para o primeiro processo formativo), o qual nos possibilitou voltar em partes específicas a fim de clarificar essas descrições, além de deixar mais viável a averiguação do registro real de ações suscitadas pelos participantes nas entrevistas semiestruturadas. Porém, no quarto encontro do primeiro processo formativo, o do momento de ensino, não utilizamos a gravação em vídeo, pois, como aconteceu nas escolas da Educação Básica, tivemos apenas a permissão para gravar em áudio.

Além disso, realizamos uma entrevista semiestruturada com os participantes que foram escolhidos para a análise, ou seja, sete licenciandos e os três supervisores, a fim de que a aplicação desse instrumento possibilitasse-nos entender por meio de suas respostas quais subdomínios relacionados aos conhecimentos profissionais, conforme Ball, Thames e Phelps (2008), são mobilizados/desenvolvidos pelos participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório, e que práticas letivas realizadas durante esse processo podem colaborar para a mobilização/constituição desses conhecimentos profissionais. Decidimos por realizá-la

individualmente, para deixar os participantes mais à vontade e não terem receio de responder algo que poderia causar algum constrangimento a um de seus colegas ou supervisores.

No primeiro processo formativo, essa entrevista aconteceu entre o quinto e o sexto encontro, pois, se fosse realizada após o último, da reflexão final, poderia influenciar nas respostas dos participantes. E no segundo processo formativo a entrevista semiestruturada foi realizada depois do sexto encontro. As entrevistas dos participantes foram realizadas individualmente, em momentos distintos dos encontros e gravadas em áudio. Os roteiros das entrevistas semiestruturadas dos dois processos formativos estão descritos nos apêndices B e C deste trabalho.

A escolha por esse tipo de entrevista deu-se pelo fato de possibilitar ao pesquisador uma direção em relação a assuntos específicos, sem que algo pudesse ser esquecido, e, por outro lado, por permitir que perguntas não previstas surgissem conforme as respostas obtidas, ou até mesmo da possibilidade de alterar a ordem das questões existentes, propiciando investigar outros aspectos que apareceram durante a entrevista (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

## 5.6 Procedimentos de Análise

Para analisarmos os dois processos formativos, iniciamos com a organização dos documentos a serem submetidos à análise. Primeiramente, verificamos a assiduidade dos participantes, isso nos possibilitou a direção de quais sujeitos analisaríamos. Adiante, transcrevemos as entrevistas semiestruturadas dos participantes e os encontros realizados em cada processo formativo para fazermos uma leitura desse material e obtermos uma primeira impressão.

Para a análise desses encontros e entrevistas, codificamos os participantes, conforme descrito anteriormente, a fim de não revelarmos suas identidades. Além disso, o diário de bordo e as gravações em áudio e vídeo (apenas do primeiro processo formativo) foram utilizadas, em sua maioria, para a descrição das informações e em pequenos trechos nas análises, sendo que as respostas das entrevistas exigiam um maior detalhamento do desenvolvimento da ação formativa que possibilitasse o esclarecimento dos dados.

A partir disso, com o *corpus* composto e uma primeira impressão adquirida, buscamos explorar o material primeiramente com a leitura de todas as respostas das perguntas realizadas a cada participante na entrevista semiestruturada, e depois com a leitura

das respostas de todos apresentadas a uma mesma questão. Nesse sentido, essas leituras nos direcionaram à maneira de como deveríamos agrupar os elementos comuns conforme a literatura estudada.

Utilizamos como parâmetros de análise investigar aspectos relacionados ao desenvolvimento profissional docente, especificamente aos subdomínios do MKT que podem ser mobilizados/desenvolvidos a partir de práticas letivas referentes à abordagem de ensino exploratório, organizados em torno do ciclo do trabalho docente em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão.

E, por fim, fizemos o tratamento e a interpretação dessas informações a partir de inferências que nos permitiram *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizado/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, e responder a seguinte questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

Sendo assim, nos capítulos 6 e 7 apresentamos a descrição e a análise dos dois processos formativos, respectivamente, realizados conforme nosso objetivo. Decidimos por apresentá-los separadamente, pois cada ação formativa foi realizada em um contexto diferente, a primeira desenvolvida dentro do subprojeto de matemática do PIBID da UVA no segundo semestre do ano de 2017, e a segunda realizada não mais no contexto desse programa, mas com os participantes que foram analisados no primeiro processo formativo, possibilitando uma continuidade da primeira formação.

## **6. PRIMEIRO PROCESSO FORMATIVO**

### **6.1 Descrição e Análise das Informações**

Neste capítulo apresentamos a descrição e análise das informações que foram obtidas a partir do desenvolvimento do primeiro processo formativo, realizado à luz de aspectos teóricos apresentados nos capítulos 3 e 4 deste trabalho, relativos ao Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT (Ball; Thames; Phelps, 2008) e a abordagem de ensino exploratório de matemática.

O quadro 8, pertencente ao capítulo anterior, traz uma síntese do que aconteceu em cada um dos encontros e mostra apenas a forma final de como se desenvolveram, pois, com exceção do primeiro, no qual ocorreu a oficina de aula de ensino exploratório (que compreendeu dois momentos: o primeiro com a aplicação de uma aula desenvolvida sob essa perspectiva aos participantes da pesquisa; e o segundo, com a apresentação de aspectos teóricos dessa abordagem, conectando-os com a aula vivenciada) ministrada pela formadora e pesquisadora deste estudo, os demais foram elaborados a partir das ações realizadas pelos participantes, levando em conta as especificidades de cada contexto do momento de ensino (as escolas) e anseios, interesses e necessidades de cada participante.

Nesse sentido, apresentamos as análises sobre que conhecimentos profissionais foram mobilizados/desenvolvidos pelos participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório envolvendo momentos de: planejamento, contemplando os três primeiros encontros; ensino, realizado no quarto encontro, com as três aplicações de aula; reflexão, que se desenvolveu nos dois últimos encontros, com as apresentações das práticas letivas realizadas nas escolas pelos participantes da pesquisa e com a discussão/reflexão sobre o primeiro processo formativo.

#### **6.1.1 Momento de Planejamento**

O planejamento do primeiro processo formativo foi desenvolvido nos três primeiros encontros e teve como intenção propiciar aos participantes do PIBID momentos de estudo, discussão, reflexão e construção sobre ações letivas referentes à abordagem de ensino exploratório, a qual, posteriormente, foi utilizada no momento de ensino dos três

grupos nas escolas. Nos três próximos subtópicos apresentamos as descrições e análises desses encontros relativos ao momento de planejamento.

### **Primeiro Encontro: oficina de aula de ensino exploratório**

O primeiro encontro aconteceu no dia 28 de setembro de 2017, no período vespertino das 14 horas às 17 horas, com dezessete participantes, sendo quatorze licenciandos, **L1**<sup>33</sup>, L2, L3, **L4**, **L5**, **L6**, L7, L9, **L11**, **L13**, L14, L15, L16 e **L18**, e os três supervisores, **S1**, **S2** e **S3**.

Iniciou-se com a apresentação da proposta da pesquisa e o convite à participação dos envolvidos nesse grupo do PIBID do curso de Licenciatura em Matemática da UVA. Anteriormente a esse encontro, foi apresentada a proposta à coordenadora desse Subprojeto da área de Matemática, docente do curso, que permitiu que realizássemos a investigação. Em seguida, foi entregue aos participantes o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A) para que assinassem, concordando em participar da pesquisa.

Nesse encontro foi desenvolvida uma oficina de aula de ensino exploratório. Como os participantes não conheciam essa perspectiva, a qual utilizariam posteriormente no momento de ensino, decidimos por trazer uma oficina de aula para vivenciarem, promovendo, assim, uma possível reflexão a respeito de ações letivas pertinentes a essa abordagem nesse momento e em outros do ciclo formativo.

Para isso escolhemos uma tarefa que possibilitasse várias interpretações e estratégias de resolução, sem que em seu enunciado estivesse explícito um conteúdo específico, a fim de não terem uma fórmula pronta para a sua resolução.

Para a condução dessa oficina, utilizamos as quatro fases do ensino exploratório conforme Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), aliando ao modelo pedagógico sugerido por Stein *et al.* (2008), o qual apresenta cinco práticas para tornar as discussões matemáticas mais produtivas no desenvolvimento de tarefas. A tarefa proposta foi:

---

<sup>33</sup> Os símbolos que estão em negrito representam os participantes que foram analisados, conforme nosso critério de escolha mencionado no capítulo dos procedimentos metodológicos.

**Quadro 10:** Tarefa da Oficina

A figura abaixo mostra castelos de cartas de 1, 2 e 3 andares. Para montar esses castelos, foram usadas 2, 7 e 15 cartas, respectivamente. Quantas cartas serão necessárias para montar um castelo de 10 andares?



**Fonte:** Olimpíada Brasileira de Matemática (2009, adaptada)

Na *introdução da tarefa*, primeira fase, os participantes foram direcionados a formarem três pequenos grupos, conforme a divisão das escolas em que acontece esse subprojeto do PIBID. Ou seja, o grande grupo é composto por três professores da Educação Básica (os supervisores), e cada um atua em uma escola diferente juntamente com seis licenciandos do curso de Matemática da UVA. Sendo assim, neste dia: o grupo 1 (G1) foi liderado por **S1** e estavam presentes os licenciandos **L1**, L2, L3, **L4**, **L5** e **L6**; no grupo 2 (G2) faziam parte o supervisor **S2** e os licenciandos L7, L9, **L11**; e no grupo 3 (G3) estavam presentes o supervisor **S3** e os licenciandos **L13**, L14, L15, L16 e **L18**.

Após a organização dos grupos, foi apresentada a dinâmica da oficina de aula de ensino exploratório de matemática, como seriam desenvolvidas cada uma de suas fases, algumas ações de condução da aula por parte da formadora e também como aconteceria a participação dos envolvidos no desenvolvimento da oficina. Logo após esses esclarecimentos, foi proposta a tarefa (quadro 10) e levantada a pergunta se haviam entendido o que era para ser feito para a sua resolução. Como todos manifestaram ter entendido, foi dado início à próxima fase.

Na segunda fase, da *realização da tarefa*, os participantes foram conduzidos a resolverem de diversas maneiras, utilizando diferentes interpretações, estratégias e representações, promovendo, assim, o desenvolvimento do pensamento matemático por meio da exploração e de questionamentos.

Como critério de seleção e de sequenciamento, foram escolhidas primeiramente resoluções que tornam a discussão mais acessível a todos, caminhando progressivamente para aquelas que trazem aspectos de generalização dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa.

Na fase da *discussão da tarefa*, o primeiro grupo a apresentar sua resolução (GV), foi o supervisionado por **S3**. O G3 mostrou que a quantidade de cartas presentes em cada figura ( $F_n$ ) obedece à soma de uma progressão aritmética (PA), com primeiro termo  $a_1 = 2$ , e razão  $r = 3$ . Sendo assim,

$$F_1 = 2$$

$$F_2 = 2 + 5 = 7$$

$$F_3 = 2 + 5 + 8 = 15$$

$$F_4 = 2 + 5 + 8 + 11 = 26, \text{ e assim}$$

$$F_{10} = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29 = 155 \text{ cartas.}$$

Além disso, esse grupo observou que as figuras são compostas por torres de cartas que chamaram de aberturas, assim a  $F_1$  tem uma torre de cartas, a  $F_2$  tem 3 torres, a  $F_3$  tem 6 torres, a  $F_4$  tem 10 torres, e que essa sequência de torres ( $T_n$ ) obedeceria a seguinte soma,

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 1 + 2 = 3$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$\vdots$$

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

Depois do G3 apresentar sua resolução, a formadora perguntou se eles saberiam generalizar a soma da quantidade de torres para cada figura e descobrir uma fórmula que a determina, e responderam que até o momento não tinham conseguido. Então a formadora lançou outra pergunta a todos participantes, se alguém conhecia a sequência: 1, 3, 6, 10, 15, ..., e disseram que não. Sendo assim, a sequência das torres ficou para ser discutida na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas.

O segundo grupo a se apresentar foi o supervisionado por **S2**. Em sua apresentação o G2 mostrou a quantidade de cartas de cada figura ( $F_n$ ) a partir de sua construção por triângulos abertos (sem a carta da base, com apenas 2 cartas) e fechados (contendo as 3 cartas). Assim, a  $F_1$  tem 1 triângulo aberto e nenhum fechado, ou seja,  $F_1 = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 2$ ; a  $F_2$  tem 2 triângulos abertos e 1 fechado,  $F_2 = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 7$ ; a  $F_3$  tem



3 triângulos abertos e 3 fechados,  $F_3 = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 15$ ; e a  $F_4$  com 4 triângulos abertos e 6 fechados,  $F_4 = 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 26$ .

Continuando esse raciocínio, o G2 mostrou que a  $F_{10}$  teria, 10 triângulos abertos e  $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9$  triângulos fechados, e que a soma da quantidade de triângulos fechados ( $S_n$ ) pode ser realizada por meio da soma de dois termos equidistantes, ou seja,  $(1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5$ :

$$S_9 = (1 + 9) \cdot \frac{9}{2} = 45 \text{ triângulos fechados}$$

Logo,  $F_{10}$  seria igual a:

$$F_{10} = 10 \cdot 2 + 45 \cdot 3 = 155 \text{ cartas.}$$

O último grupo a se apresentar foi o G1, o qual fez sua apresentação utilizando o conceito de PA conectando com a resolução apresentada pelo G3. Sendo assim, a  $F_{10}$  poderia ser calculada utilizando a fórmula da soma de uma PA com  $a_1 = 2$ ,  $r = 3$  e  $a_{10} = 29$ , pois se  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ , então  $a_{10} = 2 + (10 - 1) \cdot 3 = 29$ . Desse modo,

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

$$S_{10} = (2 + 29) \cdot \frac{10}{2} = 155 \text{ cartas.}$$

Por fim, na última fase, a formadora a iniciou conectando a resolução do G1 com a do G2, mostrando que a partir da soma de dois termos equidistantes é possível generalizá-los para determinar a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA. Além disso, resgatou a sequência discutida na primeira apresentação do G3 (1, 3, 6, 10, 15, ...), sequência dos números triangulares que apareceu para determinar o número de torres de cartas em cada figura, e, do G2, a sequência que determina o número de triângulos fechados. Assim, a partir de perguntas levantadas aos participantes, sobre essa sequência e as ideias discutidas sobre PA, foi construído um termo geral para determinar a quantidade de cartas a partir do número de torres de uma figura qualquer:

Seja  $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ , o número de torres presentes em cada figura, sabendo que  $a_1 = 1$  e  $a_n = n$ , podemos determinar a  $T_n$  utilizando a fórmula da soma de uma PA, assim

$$T_n = (1 + n) \cdot \frac{n}{2}$$

Como discutido na terceira fase, as torres da base de qualquer figura  $F_n$  não estão completas, ou seja, na  $F_1$  temos uma torre incompleta sem uma carta na sua base; em  $F_2$  temos 3 torres, 1 completa com 3 cartas e 2 incompletas com 2 cartas cada, faltando as cartas da base; em  $F_3$  temos 6 torres, 3 com 3 cartas em cada e 3 incompletas, faltando 3 cartas da base, seguindo esse raciocínio, na  $F_n$  teremos 3 vezes a soma dos  $n$  primeiros naturais (torres completas) menos  $n$  cartas que formam a sua base (torres incompletas), então

$$\begin{aligned} F_n &= 3 \cdot T_n - n \\ &= 3 \cdot \left[ (1 + n) \cdot \frac{n}{2} \right] - n \\ &= \frac{3n^2 + n}{2} \end{aligned}$$

Após essas discussões/reflexões realizadas sobre a tarefa, a formadora apresentou a perspectiva de ensino exploratório, conectando as quatro fases ao modelo pedagógico sugerido por Stein *et al.* (2008), com as ações realizadas pelos alunos e por ela no desenvolvimento da oficina.

Em seguida, para continuidade do processo formativo, foi proposta como atividade não presencial a leitura do artigo “*Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia*”, de Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), para estudo e reflexão da oficina vivenciada, além de direcionar as atividades dos próximos encontros, como, por exemplo, a construção do plano de aula a ser elaborado para o momento de ensino.

Além disso, foi indicado aos supervisores que discutissem via *e-mail* ou *WhatsApp* sobre qual seria o conceito matemático a ser escolhido para o momento de ensino que fariam posteriormente com os licenciandos nas escolas que lecionavam. Dessa forma foi finalizado o primeiro encontro.

Em relação à oficina de aula de ensino exploratório, decidimos propiciar aos participantes da pesquisa essa oficina, antes mesmo de estudarem sobre o tema, por dois motivos. Primeiramente, pela experiência da prática letiva da formadora, a qual revelou que a vivência trazida aos licenciandos de explorar uma tarefa matemática desenvolvida por essa

perspectiva de ensino, sendo conduzidos por um professor, enriquece o momento de estudo/discussão teórico posterior a essa prática. Ainda possibilitou a experiência de vários aspectos da abordagem metodológica, promovendo uma reflexão tanto sobre as práticas realizadas pelo docente da oficina, o qual conduz a pensar a respeito do seu papel de professor ao utilizar essa estratégia, quanto sobre as ações realizadas pelos licenciandos durante a resolução, como as estratégias, dificuldades, representações, entre outras, promovendo a reflexão do papel de aluno.

O segundo motivo justifica-se por outras pesquisas (ROMANATTO, 2008, 2012; MOÇO, 2013; TEIXEIRA; SANTOS, 2017) terem evidenciado que a vivência de uma abordagem metodológica pelo professor em formação assumindo o papel de aluno permite compreender pelo que o estudante pode passar nas diferentes etapas de aula. Romanatto (2008, 2012), ao trabalhar com a estratégia de Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática, ressalta que “[...] se enquanto estudantes (formação inicial), os mais variados aspectos da resolução de problemas foram experimentados, com certeza, a tomada de decisões mais tarde enquanto professores serão extremamente facilitadas” (ROMANATTO, 2012, p. 6).

Teixeira e Santos (2017), ao analisarem algumas dissertações e teses com focos de estudo relacionados a investigar a metodologia de ensino de Resolução de Problemas na formação de professores de Matemática, destacam a investigação de Dutra (2011), a qual investigou a vivência dessa abordagem pelos licenciandos na posição de alunos, evidenciando que

Ao pensarem a respeito de condições importantes para a sua própria aprendizagem quando estão na posição de alunos, consideramos que eles podem perceber a importância de analisarem aspectos que podem interferir no processo de aprendizagem de seus alunos quando estiverem utilizando a Resolução de Problemas na posição de professores em sala de aula [...] (TEIXEIRA; SANTOS, 2017, p. 167-168, grifo nosso).

Nesse sentido, observamos nos depoimentos dos participantes que a vivência dessa oficina possibilitou diferentes entendimentos sobre o percurso de uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório, tanto no papel de aluno quanto no de professor, a qual serviu como parâmetro para suas futuras práticas profissionais, bem como para uma possível compreensão do modo como os alunos sentem-se no desenvolvimento de cada uma das suas fases. Vejamos isso em algumas declarações a seguir.

**L1:** [...] *a gente não somente chegou e aplicou (remetendo ao momento de ensino), mas a gente viveu isso (na oficina) [...] dá uma realidade maior, não é? Como é que a gente pode se sentir também? Como é que o aluno vai se sentir naquele momento? Então, foi muito importante mesmo a gente ter essa noção de como é vivenciar essa metodologia e também aplicar. A princípio, como era algo novo, assim, eu diria que a gente se sente desafiado a resolver o problema em si, apesar de que não seja fácil. [...] se a gente tiver algo para tentar resolver, que estimula a gente a resolver, a gente vai até o final, não é?* (ES).

**L4:** [...] *a sua aula foi o nosso espelho. E eu pude observar através do nosso primeiro encontro, a nossa resolução, esse sequenciamento (das apresentações), essas possibilidades e as possíveis resoluções que tivemos em mãos. Então, foi, assim, um espelho muito rico para que pudéssemos fazer essa prática, foi algo, assim mesmo que nos motivou e que na prática pudemos perceber como docentes, como devemos estar preparados e bem planejados para possíveis desafios. [...] foi, assim, um momento [...] que pudemos perceber que a matemática não segue somente um caminho uniforme à resolução. [...] essas dúvidas geradas, aconteceu isso conosco no nosso primeiro encontro, e isso foi a base para que nós pudéssemos fazer um bom trabalho com os alunos [...]*(ES).

**L18:** [...] *quando você vê a forma de aplicação (da abordagem de ensino) você começa a atentar para aquilo. 'O que foi que a professora fez aplicando com a gente? Qual foi o assunto que ela tentou fazer? Ela tentou ir às carteiras? Ela falou que tinha se preparado antes? Ela falou que existe uma questão de ordem de apresentação? Ela falou da importância de trabalhar em equipe?' [...] mas, a partir do que você fez, a gente teve noção da quantidade de pessoas, não é só trabalhar em equipe, mas é a parte, digamos, da eficiência da equipe* (ES).

**S2:** [...] *vivenciar é diferente de só ler, de só estar no campo teórico, então um aspecto importante foi a gente vivenciar antes mesmo de ter uma leitura prévia, antes mesmo de executar a gente vivenciou, então esse foi o diferencial* (ES).

Diante dessas declarações, observamos que a vivência dessa oficina proporcionou a esses participantes um (re)pensar sobre questões didático-pedagógicas, em como dedicar uma maior atenção à construção do plano de aula em relação ao conhecimento do conceito matemático a ser ensinado e, também, sobre as possíveis ações letivas que podem contribuir para a aprendizagem matemática dos estudantes.

Sendo assim, entendemos que a participação na oficina aliada ao estudo sobre essa abordagem de ensino possibilitou a mobilização/desenvolvimento de subdomínios do MKT, conforme Ball, Thames e Phelps (2008), aos sujeitos investigados.

De SCK, ao evidenciarem uma compreensão de que em um aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório é preciso buscar conhecer o objeto matemático de forma detalhada, pensar nos possíveis erros, procedimentos, notações, representações, interpretações, conexões com outros conceitos, a fim de se preparar para diferentes caminhos e perguntas.

De KCS, ao manifestarem o entendimento de que é preciso considerar os estudantes para o planejamento e desenvolvimento de uma aula: ao escolher uma tarefa que

seja desafiante e que possa despertar o interesse deles; ao realizar a prática de monitorar o desenvolvimento da tarefa para entender o pensamento incompleto e em desenvolvimento dos estudantes, e, assim, elaborar perguntas que direcionem suas resoluções, mantendo o desafio cognitivo.

De KCT, ao perceberem que sequenciar as apresentações utilizando de critérios é importante para possibilitar um encadeamento lógico das ideias matemáticas. Como foi realizado no desenvolvimento da oficina, com o critério de iniciar a fase da discussão com resoluções que tornam a discussão mais acessível, com a apresentação do grupo que possibilitou o entendimento da tarefa a partir de elementos introdutórios de uma PA (primeiro termo, razão, termo geral), caminhando progressivamente para a resolução que trouxe aspectos de generalização dos conceitos matemáticos envolvidos, que utilizou a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA, e que, a partir disso, a formadora pôde conectá-la com o número de torres ( $T_n$ ) e uma fórmula para obter a quantidade de cartas em uma determinada figura  $n$  ( $F_n$ ).

Além disso, o relato do supervisor **S2** ressalta que esse processo formativo do qual participou não foi apenas mais um para contabilizar em sua profissão, mas teve seu diferencial por conta da dinâmica do processo, da oficina vivenciada no primeiro dia, possibilitando, desse modo, entender a abordagem de ensino proposta na prática, antes mesmo de ocorrerem os estudos teóricos sobre o tema.

Nesse sentido, podemos inferir que, ao trabalhar com futuros professores e professores em atuação uma determinada abordagem de ensino, seja com Resolução de Problemas (ROMANATTO, 2008; 2012; MOÇO, 2013; TEIXEIRA; SANTOS, 2017), seja no ensino exploratório, como aqui destacado, e apresentá-las inicialmente em forma de oficina de aula, propicia momentos de reflexão sobre as ações letivas inerentes a cada uma, conduzindo os participantes a pensarem a respeito das futuras práticas, bem como promover o entendimento das possíveis ações a serem realizadas por seus alunos no desenvolvimento de uma tarefa.

### **Segundo Encontro: escolha da tarefa e antecipação de possíveis resoluções**

Esse encontro aconteceu no dia sete de outubro de 2017, no período da tarde das 14 horas às 17 horas. Tivemos doze participantes, onze licenciandos (**L1**, **L2**, **L3**, **L4**, **L5**, **L6**, **L9**, **L11**, **L13**, **L16** e **L18**) e um supervisor (**S1**).

Inicialmente foi proposto aos participantes discutirem sobre o texto que ficou como leitura não presencial aliado às ações ocorridas no encontro anterior durante a oficina de ensino exploratório.

Logo após, os participantes reuniram-se conforme seus subgrupos a fim de escolherem uma tarefa a ser planejada para futura prática de ensino. Em comum acordo, os supervisores optaram em utilizar o mesmo conteúdo no momento de ensino, decisão tomada pelos três anteriormente via aplicativo *WhatsApp*, pois lecionavam em séries comuns do Ensino Médio e, segundo eles, desse modo a discussão e construção do planejamento de apenas um objeto matemático poderia ser enriquecida.

Dessa forma, Probabilidade foi o conteúdo escolhido, especificamente a sua definição, e a tarefa foi elaborada pelo grande grupo. Além disso, foi sugerido pelos supervisores para não utilizar a palavra probabilidade em seu enunciado, pois, como duas das três turmas estudaram anteriormente esse conceito, a tarefa poderia ser resolvida apenas de uma maneira, com a aplicação da fórmula, diminuindo assim a diversidade de interpretações e estratégias essenciais para a condução da aula sob a abordagem de ensino exploratório. A seguir apresentamos a tarefa elaborada pelos participantes e escolhida para o ensino.

**A tarefa:** Dois dados são jogados simultaneamente. Calcular as possibilidades de que a soma dos números mostrados nas faces superiores seja um número par.

Em relação à escolha da tarefa, no primeiro momento de discussões nos pequenos grupos, os participantes levantaram algumas questões a serem consideradas para essa seleção. Observamos no G1, que **L1** busca entender quais conhecimentos prévios são necessários para o desenvolvimento da tarefa.

**L1:** *Mas que conhecimentos os alunos precisam saber para entender probabilidade?* (GV).

**S1:** *Frações, porcentagem, pois a partir disso podemos direcioná-los a entenderem a definição de probabilidade* (GV).

Percebemos nessa discussão que **S1** mostra um conhecimento especializado em relação a uma possível forma de ensinar o conteúdo de probabilidade, objetivando relacionar o significado de razão, presente no conceito de fração e também no de porcentagem, para construção do conhecimento de probabilidade por seus alunos, e, assim, promover o seu

entendimento por meio de uma razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número de casos possíveis. Nesse sentido, entendemos que esse supervisor mobilizou/desenvolveu aspectos do SCK, pois manifestou a compreensão de diferentes representações para o significado de razão, conectando-os com o conteúdo a ser ensinado.

Em outro grupo, no G3, o licenciando **L13** preocupa-se em levar uma tarefa que possibilite trabalharem com a definição de probabilidade e que também seja interessante para o contexto dos alunos.

**L13:** *É bom levar uma tarefa para eles que seja interessante para o contexto deles, algo que dê para manipularem, porque eles gostam, então a gente pode levar algo referente a dados, [...] que trabalhe com a soma que dê par ou ímpar, por exemplo, [...] trabalhar com o lançamento de dois dados (GV).*

Diante desse depoimento, observamos que há a preocupação em elaborar uma tarefa que leve em consideração os conhecimentos prévios necessários para o seu desenvolvimento e que seja interessante para os alunos, como cita **L13**, sugerindo trabalhar com outras ideias matemáticas que estão atreladas ao objeto matemático em questão, como a soma dos números das faces superiores de dois dados.

De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), o KCS combina conhecimento de estudantes e do conteúdo, ou seja, é um tipo de conhecimento que direciona o professor a ter familiaridade com seus alunos, a fazer as devidas conexões com o conteúdo de forma a promover a construção do conhecimento matemático pretendido. Nesse sentido, inferimos que **L13** mobilizou/desenvolveu aspectos de KCS ao levantar essa discussão considerando os interesses dos estudantes.

Atrelado a esse questionamento, **L18** (G3) e **L11** (G2) concordam com a sugestão de **L13** e enfatizam que seria interessante que a tarefa promovesse o desenvolvimento de várias estratégias de resolução.

**L18:** *[...] em discussão com o grupo de L11, que teve a ideia parecida com a nossa, estávamos pensando em lançar dois dados e obter a soma par, então existe a possibilidade dos dois números serem ímpares ou os dois serem pares, [...] aí eles (alunos) vão perceber que a única possibilidade de não sair uma soma par é se em um dado o número for ímpar e no outro for par [...] (GV).*

Observamos que essa discussão permitiu a esses sujeitos pensarem na conexão de diferentes interpretações para a tarefa, com a definição de probabilidade e a generalização para a soma de dois números resultar em um número par. Sendo assim, podemos inferir que esses participantes mobilizam/desenvolvem aspectos de SCK quando buscam entender a

matemática de uma forma detalhada, fazendo o exercício de compreender seus porquês, diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, entre outros, para a resolução de uma tarefa (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Diante dessas discussões, observamos nos depoimentos da entrevista semiestruturada, que o primeiro processo formativo proporcionou a seus participantes uma preocupação em escolher uma tarefa que seja interessante, a qual promova o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, permita aos estudantes ter capacidade de resolvê-la a partir de seus conhecimentos prévios, e que possa desafiá-los e encorajá-los a buscar sua resolução. Vejamos.

**L1:** [...] eu acredito que a gente deve *escolher algo que instigue o aluno a pensar, [...] ele se sinta desafiado [...]. Eu diria que o professor deve pensar em uma tarefa interessante para o contexto do aluno, [...] eu acho que o aluno vai se debruçar mais sobre o problema [...]* (ES).

**L6:** *Para escolher a tarefa tem que ter muito cuidado, pois tem que ver o nível dos alunos, [...] vai depender muito do nível dos alunos, claro que a gente tem que sempre desafiar eles, encorajá-los a fazer mais coisas* (ES).

**S3:** *Assim, quando você vai fazer qualquer planejamento, na sua mente precisa vir a sua turma, qual é a característica da sua turma? Qual é o nível cognitivo da sua turma?* (ES).

Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que KCS é o conhecimento que os professores têm referente aos estudantes e em relação à matemática, ou seja, ao se preocuparem com o nível de conhecimento dos alunos, com seus conhecimentos prévios, com suas possíveis dificuldades, em trazer uma tarefa que seja interessante, que consigam resolvê-la e que, ao mesmo tempo, proporcione novas aprendizagens, são características desse tipo de conhecimento.

Após a escolha da tarefa, os participantes reuniram-se para antecipar possíveis resoluções. Em um primeiro momento alguns licenciandos não deram muita importância à prática de antecipar as possíveis resoluções, para eles na fase de realização da tarefa pelos alunos não surgiriam muitas dúvidas ou diferentes estratégias de resolução, pois seria óbvio aos estudantes construir o espaço amostral, ou utilizar a fórmula de probabilidade logo no início da resolução da tarefa.

Foi quando o supervisor **S1** levantou um questionamento: existiam alunos que não haviam estudado o conceito em questão, então será que conseguiriam resolver a tarefa utilizando o espaço amostral ou a fórmula de probabilidade sem conhecê-las? A partir desse questionamento foram surgindo outras ideias para a condução da aula, como a manipulação



dos dados, apresentada por **L13**, e o modo de sistematizar a tarefa com a apresentação da definição por meio da ideia de fração, trazida por **L18**. Vejamos.

*S1: A estratégia é pensar em todas as tentativas, e não somente no espaço amostral, pois tem alunos que ainda não estudaram probabilidade (GV).*

*L13: Seria legal levar dados para os alunos fazerem esses lançamentos, e a partir disso, verificarem as possibilidades (GV).*

*L18: A partir disso, poderíamos conduzi-los a construírem o espaço amostral com todas essas possibilidades, [...] e depois pedir para eles avaliarem as possibilidades da soma ser par em relação a todas as possibilidades, conduzindo a trabalharem com a fração e, a partir disso, definir a probabilidade como uma fração (GV).*

Diante disso, observamos que essa discussão sobre a prática de antecipar as possíveis resoluções da tarefa possibilitou aos participantes mobilizarem/desenvolverem aspectos de SCK quando **S1** sugere aos licenciandos pensarem sobre diferentes estratégias de resolução da tarefa e não somente utilizando o espaço amostral, pois, como alguns alunos não estudaram o conceito em questão, poderiam apresentar dificuldades para encontrar o número de possibilidades para soma par no lançamento de dois dados, e, por isso, seria necessário pensar em outras formas de resolução na construção do plano de aula, com o intuito de direcionar melhor os estudantes no desenvolvimento da tarefa, possibilitando a realização de diferentes conexões com o conteúdo matemático no momento de ensino.

Observamos que **L18** também manifesta esse tipo de conhecimento, pois sugere conduzir os alunos a construírem o espaço amostral a partir dos lançamentos dos dados, e, com isso, avaliarem as possibilidades de somas pares em relação a todas, utilizando o significado de razão presente em uma fração para definir probabilidade.

Após esse momento, cada grupo desenvolveu diferentes resoluções, apresentando-as aos participantes a fim de que fossem discutidas e repensadas para serem utilizadas em seus planejamentos. Como tarefa não presencial desse encontro, cada grupo ficou responsável por formalizá-las e enviá-las a todos. Vejamos essas resoluções<sup>34</sup> nos quadros que seguem (quadros 11, 12 e 13).

---

<sup>34</sup> Apesar de no enunciado da tarefa não pedir para determinar a probabilidade de ocorrer somas pares nas faces voltadas para cima no lançamento de dois dados, a decisão de escolher uma tarefa em que no seu enunciado não ficasse explícito ser de probabilidade, mas que tivesse o potencial para desencadear a discussão sobre o conceito em questão, foi dos participantes, por esse motivo que algumas resoluções apresentam apenas as possibilidades de somas pares ocorrerem, que são 18, e em outras trazem também a probabilidade do evento acontecer, que são de 50%.

**Quadro 11:** Resoluções do G1 da tarefa de probabilidade

Primeira resolução: Poderiam somar os dois números obtidos das faces no lançamento dos dados e, a partir disso, construir um quadro. O quadro a seguir ilustra todos os possíveis resultados:

D1\D2	1	2	3	4	5	6
1	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6
2	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6
3	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6
4	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6
5	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6
6	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6

Depois de construído esse quadro, poderiam analisar quantos, dentre os 36 resultados possíveis, resultam em uma soma par, ou seja, de todas as 36 possibilidades, apenas 18 resultam em uma soma par.

$$\frac{18}{36}$$

Assim, a probabilidade de sair uma soma par é de 50%.

Segunda resolução: O quadro mostra o resultado da adição e está destacando as somas pares

Dados	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Temos ao total 36 possibilidades, sendo 18 possibilidades das jogadas de sair uma soma par e 18 de sair ímpar. Representando na forma de fração a probabilidade de sair uma soma par, temos:

$$\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Terceira resolução: Intuitivamente os alunos poderiam concluir que um número par somado com outro par resulta em um número par da forma  $2n$ . E que, um número ímpar  $(2n+1)$  somado com um ímpar resulta em número par  $(2n)$ . Ou seja,

A soma de dois números pares é igual a outro número par:

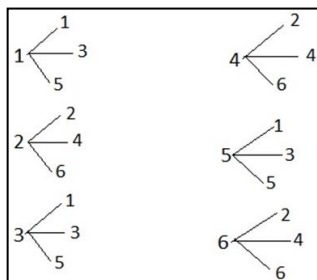
$$2n + 2n = 4n = 2 \cdot (2n)$$

E a soma de dois números ímpares é igual a um número par, pois:

$$(2n + 1) + (2n + 1) = 4n + 2 = 2(2n + 1)$$

E qualquer número multiplicado por 2 é par. Assim, teremos 18 somas pares nas adições de dois números pares e de dois ímpares.

**Quarta resolução:** Poderiam construir uma árvore de possibilidades, como mostra a figura abaixo:



E contar as possibilidades que resultam em uma soma par, que são 18. Para direcionarmos essa resolução a fim dos alunos obterem probabilidade de uma soma par no lançamento de dois dados, poderíamos levantar perguntas sobre todos os resultados possíveis e, assim, os estudantes poderiam utilizar uma regra de três simples para obter essa probabilidade, ou seja, se 36 é o total de resultados possíveis, que equivale a 100%, então 18 possibilidades é referente a 50%. Vejamos,

<i>Resultados</i>	<i>Porcentagem</i>
36	100%
18	$x$

$$\frac{36}{18} = \frac{100}{x}$$

$$36x = 1800$$

$$x = 0,5 = 50\%$$

**Fonte:** Registro do G1

### Quadro 12: Resoluções do G2 da tarefa de probabilidade

**Primeira resolução:** Primeiramente poderiam pensar nas possibilidades que teriam no primeiro dado, ou seja, de 6 casos possíveis, de 1 a 6. Em seguida, poderiam pensar nas possibilidades do segundo dado, sendo fixado o primeiro. Então, se o primeiro dado mostra na face o número 1, ele teria 6 possibilidades para o dado 2, ou seja,

$$1 + 1, \quad 1 + 2, \quad 1 + 3, \quad 1 + 4, \quad 1 + 5, \quad 1 + 6$$

O mesmo caso se aplicaria para as faces com os números 2, 3, 4, 5 e 6, assim, para cada número fixado no primeiro dado, teríamos 6 possibilidades para o segundo, e de todas as possibilidades, metade seria de somas pares.

1 --- 6  
2 --- 6  
3 --- 6  
4 --- 6  
5 --- 6  
6 --- 6

Desse modo, teríamos 36 resultados possíveis no lançamento de 2 dados. E, destes, 18 seriam de soma par.

**Segunda resolução:** Se o primeiro dado mostrar na face o número 1, teremos apenas 3 possibilidades no segundo para obter uma soma par, que são os números 1, 3 e 5; do mesmo modo, se mostrar o número 2, teremos 3 possibilidades, que são os números 2, 4 e 6. Sendo assim, para os demais números teremos:

1 --- 3  
2 --- 3  
3 --- 3  
4 --- 3  
5 --- 3  
6 --- 3

18 casos de resultados possíveis em que a soma resulte em um número par.

Terceira resolução: A Probabilidade se dá por uma razão entre o número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, ou seja,

$$\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

**Fonte:** Registro do G2

### **Quadro 13:** Resoluções do G3 da tarefa de probabilidade

Primeira resolução: Os alunos poderiam analisar a possibilidade de sair números pares no primeiro e no segundo dados, ou seja,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

E, de maneira análoga, calcular as possibilidades de serem dois números ímpares,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

pois a soma de dois números pares é um número par e a soma de dois ímpares também é um número par. Assim, poderiam obter as possibilidades de somas pares por meio da adição desses resultados, ou seja,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

obtendo a metade dos resultados possíveis, que é de 50%.

Segunda resolução: Os alunos poderiam pensar que, para acontecer a soma par, as faces nos dois dados devem ser de dois números pares ou de dois números ímpares. Sendo assim, para acontecer dois números pares nas faces dos dados, teríamos 3 possibilidades para o primeiro dado (2, 4 e 6) e 3 para o segundo, e utilizando o princípio multiplicativo para obter as possíveis combinações desses números, teremos:

$$3 \cdot 3 = 9$$

De maneira análoga, faríamos o mesmo procedimento para saírem dois números ímpares (1, 3, 5):

$$3 \cdot 3 = 9$$

Portanto, somando todas as possibilidades de soma par resultaria em 18 casos possíveis.

**Fonte:** Registro do G3

Diante disso, observamos diferentes resoluções para a tarefa escolhida, nas quais foram utilizadas variadas interpretações, estratégias, procedimentos, representações e conceitos relacionados com probabilidade, como: a utilização de quadros para encontrar o número total de possibilidades para soma dos números das faces superiores de dois dados, construindo assim o espaço amostral; o uso de diferentes representações - fração, porcentagem, decimal, relacionando com a definição de probabilidade; a generalização da soma par e da ímpar para as faces superiores no lançamento de dois dados; o uso da árvore de possibilidades para determinar o número de casos possíveis para obter uma soma par; a utilização da regra de três simples para obter o número de casos possíveis de uma soma par, a partir do espaço amostral; associar que para cada face fixada no primeiro dado é possível

obter 3 possibilidades de somas pares; a partir do entendimento da soma de dois números resultar em um par ou em um ímpar, determinar a probabilidade com a adição da probabilidade de sair um número par no primeiro e no segundo dados (1/4), com a probabilidade de sair um número ímpar no primeiro e no segundo dados (1/4); e o uso do princípio multiplicativo para determinar o número de possibilidades de somas pares.

Essas resoluções foram apresentadas e discutidas pelos participantes nesse encontro, e como tarefa não presencial cada grupo deveria formalizá-las e enviar via *e-mail* aos demais participantes.

Em relação aos depoimentos à entrevista semiestruturada, entendemos que a vivência dessa prática proporcionou aos participantes um norte para a condução da aula, possibilitando-os refletirem sobre prováveis erros e acertos dos alunos durante seu desenvolvimento, como também em maneiras de orientá-los em suas resoluções. Vejamos seus depoimentos.

**L1:** [...] o professor também deve estar preparado para pensar em *diversas resoluções que podem acontecer em sala de aula para poder conduzir a aula*, [...] os alunos [...] pensam de uma forma só que o professor precisa meio que lapidar aquilo, não é? Então ele precisa pensar muito bem [...] e no planejamento dele resolver antes de levar isso para os alunos (ES).

**L13:** [...] a gente procura [...] possíveis resoluções e sempre vai com ele (aluno) naquele momento, se ele fez de uma maneira diferente a gente já está sabendo [...], e a gente pode ajudar eles (ES).

**L18:** [...] essa é a parte principal do planejamento, que é: *você entender quais caminhos que vão ser tomados e você estar preparado*, porque podem surgir situações que você não imaginou, mas se forem todas, você deixa de instigar o aluno a ir mais além. [...] É parte importante *antecipar as questões, porque você sabe para onde seguir a partir dali, então você só poderá orientar o aluno a seguir aquele caminho, a continuar, se você tiver se planejado antes* (ES).

**S2:** [...] em relação ao planejamento, [...] *você já vai com um leque de possibilidades, então caso surja uma resolução diferente, você já tendo um conhecimento prévio das possíveis resoluções*, isso não impede que um grupo encontre uma resolução que não esteja prevista naquela situação, *mas vai facilitar o trabalho do professor ali no momento que ele estiver circulando (monitorando) nos grupos [...]. Enfim, então quando ele planejou as respostas antecipadas facilita, [...] então ele já consegue apontar (sequenciar) melhor, “opa, essa aqui vai ser a primeira, essa aqui vai ser a segunda”, melhor para socializar a resolução lá no quadro* (ES).

**S3:** [...] então, *você começa a antecipar as possíveis resoluções [...] e, automaticamente, você se prepara para as possíveis dúvidas que vão surgir com relação àquela, e você começa a traçar estratégias de como ajudar, dar dicas para eles resolverem sem [...] dar a resposta, só dicas que fazem com que eles consigam ir construindo o conhecimento sozinhos* (ES).

Diante desses depoimentos percebemos que a prática de antecipar possíveis resoluções proporcionou aos integrantes da pesquisa mobilizar/desenvolver conhecimentos relativos ao MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

De SCK, quando manifestaram entender que ela permite ao professor: pensar sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e assim buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão; e preparar-se para um possível critério de sequenciamento das apresentações.

De KCS, quando propicia ao professor em seu planejamento pensar nos seus alunos, considerando possíveis erros, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas no momento de monitorar a realização da tarefa, para que durante a aula possam direcionar os pensamentos dos alunos, possibilitando-os a “[...] *instigar o aluno a ir mais além* [...]” (L18); e monitorar os estudantes de forma mais efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.

Sendo assim, antecipar possíveis resoluções na construção do plano de aula permitiu que esses participantes analisassem ações letivas que podem contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem matemática dos seus alunos.

### **Terceiro Encontro: plano de aula**

O terceiro encontro aconteceu no dia 26 de outubro de 2017, no período da tarde, das 14 horas às 17 horas, com doze participantes, nove licenciandos (L1, L4, L5, L6, L7, L11, L13, L16 e L18) e os três supervisores (S1, S2 e S3).

Iniciamos o encontro com a discussão sobre as datas do momento de ensino de cada grupo, ou seja, da aplicação de aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório. Diante disso o G1 optou em aplicar a tarefa no dia 27/11/2017, no turno da manhã, em uma sala da segunda série do Ensino Médio regular. O G2 decidiu aplicar no dia 14/11/2017, no período da manhã, também em uma turma da segunda série do Ensino Médio da modalidade de ensino profissional. Por fim, o G3 decidiu aplicar a tarefa na EJA do Ensino Médio, a data da aplicação ficou acordada para ser no dia 13/11/2017, no turno da noite.

Em um segundo momento, conversamos a respeito do objetivo da tarefa. Para isso cada grupo reuniu-se e construiu os seguintes objetivos:

- G1 - Desenvolver as diferentes interpretações, estratégias e representações na resolução da tarefa;

- G2 - Investigar formas diferentes de resolver a tarefa envolvendo o conceito de probabilidade, e promover a sua formalização;
- G3 - Promover uma tarefa de probabilidade que possibilite diferentes estratégias de resolução.

Em uma discussão geral, todos decidiram por formalizar apenas um objetivo, a saber: “*promover uma tarefa envolvendo<sup>35</sup> o conceito de probabilidade que possibilite diferentes interpretações, estratégias de resolução e representações a fim de desenvolver a sua formalização.*”

Em seguida, os grupos reuniram-se a fim de elaborar o plano de aula para o momento de ensino. Para isso foram levantadas perguntas dentro de um quadro (quadro 14) baseadas em Canavarro, Oliveira e Menezes (2014), a fim de direcionar a construção do plano de aula. Em cada fase os grupos discutiram e construíram as ações e intenções que seriam utilizadas. Após esse momento, cada grupo apresentou suas ideias a todos os participantes.

**Quadro 14:** Perguntas para a construção do plano de aula desenvolvido sob a perspectiva de ensino exploratório

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
Introdução da tarefa	Como conduzir os alunos a entenderem a tarefa para atingir seus objetivos? Como promover a adesão dos alunos à tarefa?	Como organizar o trabalho dos alunos?
Realização da tarefa	O que é preciso para monitorar, conduzir e incentivar a realização da tarefa? Como manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos?	Como promover o trabalho de pares/grupos? De que modo posso organizar a apresentação dos alunos na fase da discussão?
Discussão da tarefa	Como promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos? Como conduzir as interações entre os alunos na discussão?	Como criar um ambiente propício à apresentação e discussão? Como gerir relações entre os alunos?
Sistematização das aprendizagens matemáticas	De que modo posso formalizar as ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento matemático suscitado pela exploração da tarefa? Como estabelecer conexões com aprendizagens anteriores?	Como criar um ambiente adequado à sistematização? Como garantir o registro escrito das ideias resultantes da sistematização?

**Fonte:** Adaptado de Canavarro, Oliveira e Menezes (2014)

<sup>35</sup> No segundo encontro os participantes optaram por trabalhar com o conceito de probabilidade, porém, em duas das três classes em que a tarefa seria aplicada, os alunos haviam estudado esse conceito anteriormente, e, por esse motivo, os supervisores e licenciandos decidiram escolher uma tarefa cujo enunciado não explicitasse que era de probabilidade, mas que tivesse o potencial para desencadear a discussão sobre o conceito em questão, tendo em vista que a palavra possibilidades, nesse caso, determina apenas a quantidade de somas pares, que são 18, e não a probabilidade para que esse evento ocorra, mas que, a partir disso, por meio de indagações, os participantes conduziram para a definição do conceito de probabilidade..

E, por fim, após as discussões sobre o plano de aula, foi pedido como atividade não presencial que redigissem seus planos no quadro anterior e enviassem por *e-mail* a todos participantes até o dia 05 de novembro de 2017, a fim de que pudessem ter em mãos os planejamentos antes das aplicações para uma última discussão entre os grupos em cada escola.

Em relação à construção do plano de aula, observamos nos relatos dos participantes o destaque a algumas ações letivas a serem consideradas, as quais foram trabalhadas durante o primeiro processo formativo. Houve uma preocupação com vários aspectos inerentes às questões didático-pedagógicas que contribuem para promover a aprendizagem dos estudantes, como em relação aos seus conhecimentos prévios, suas possíveis dificuldades, a forma de introduzir a tarefa, e, também, com o próprio conhecimento matemático necessário para conduzir a aula. Vejamos alguns de seus depoimentos à entrevista semiestruturada.

**L1:** [...] antes de aplicar uma atividade, a gente pensa muito, não é? Em como a gente vai introduzir a tarefa [...] de forma que o aluno possa entender o que é que a gente está propondo para ele, a gente também pensa como é que ele poderia pensar. Pensa como é que a gente vai formalizar aquilo. [...] então o professor deve também ir preparado [...]. **Estudar muito bem o conteúdo, antes de levar isso para a sala de aula, ter domínio** [...] às vezes o aluno mostra uma solução que meio que ele (professor) tem que **aproveitar daquela solução para poder formalizar o conteúdo** (ES).

**L13:** [...] já a maneira do ensino exploratório, **você deve pensar o que o aluno vai pensar, como ele vai agir, em todas as saídas, para não ficar aéreo durante a aplicação** (momento de ensino) [...]. Então, [...] a gente faz com que esse planejamento também tenha a bagagem do aluno, porque a gente sabe que ele [...] já vem com algum conhecimento. [...] Deve ser pensado, todo o conteúdo que a gente vai produzir naquela aula, porque aquilo vai ser bastante importante para você planejar sua aula [...] (ES).

Observamos nos relatos de **L1** e **L13** uma preocupação em relação ao conhecimento do conteúdo matemático e que na construção do planejamento é o momento de trabalhar com ele, detalhando-o, pois isso possibilitará conectar as ideias matemáticas presentes no desenvolvimento da aula.

**L11:** [...] a gente desenvolver o plano de aula, ter uma noção melhor de como faz um plano de aula [...] acho que é primordial o professor se planejar, [...], porque o que vi no dia da aplicação (momento de ensino), a gente estava bem programado para as coisas que poderiam acontecer. [...] Se você está bem preparado para fazer alguma coisa, vai dar certo, você vai conseguir realizar (ES).

No depoimento de **L11** observamos que esse licenciando atribui certa importância à construção e utilização do plano de aula, manifestando um entendimento de



que esse instrumento não deve ser considerado apenas como algo a ser preenchido para cumprimento de uma exigência, mas como uma ferramenta que o conduz ao desenvolvimento da aula, a qual propicia a organização das possíveis ações letivas, além de pensar antecipadamente sobre o modo como essas práticas poderão se constituir, minimizando, assim, os momentos de improvisação durante a aula.

Nesse sentido, podemos inferir que o primeiro processo formativo permitiu a esses licenciandos mobilizarem/desenvolverem aspectos de SCK, em relação ao modo de compreensão do papel do plano de aula, como um instrumento que faz refletir sobre: o conhecimento matemático necessário para conduzir uma aula, propiciando conhecer a matemática de uma forma mais detalhada, entendendo diferentes procedimentos, estratégias, interpretações de um objeto matemático, possíveis erros e compreensões de como ocorreu (BALL; THAMES; PHELPS, 2008); possíveis ações da gestão da aula que podem contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos, como a prática de antecipar possíveis resoluções.

*L18: [...] levar em consideração o nível da sua turma. [...] existe o caso da turma do EJA, que era a da gente, que não tinha visto o conteúdo. [...] a gente sabendo mais ou menos o que os alunos sabem, a gente tem que se preparar para respostas que os alunos darão. [...] Nós, professores, precisamos saber quais serão as possíveis respostas dos alunos, para que a gente esteja preparado quando surgir determinados caminhos. [...] Deveria ser uma coisa que atraísse eles. Eles gostam muito de jogos, devido à experiência que a gente já tinha com eles [...]. Foi por isso que a gente se atentou a levar os dados, porque poderia ser um objeto que eles pudessem manipular e pudesse atrair eles [...]* (ES).

*S2: [...] a tarefa [...] tem que ser desafiadora, [...] então no planejamento [...] conhecendo o perfil do aluno, qual o conhecimento prévio que ele tem, e a partir daí você planejar a aula em cima do que ele já sabe, desafiando, e até chegar no objetivo estabelecido no planejamento* (ES).

Além disso, diante desses depoimentos observamos que esses participantes manifestam entender que para a construção de um plano de aula é preciso ter o conhecimento da turma, pois assim poderão levar em conta: os conhecimentos prévios desses alunos, a fim de viabilizar a escolha da tarefa e desafiá-los à construção de novos conhecimentos; a antecipação das suas possíveis resoluções, com o olhar a prováveis dificuldades e caminhos que poderão tomar; o que os estudantes poderiam achar de interessante, para promover o engajamento na realização da tarefa e assim proporcionar a aprendizagem matemática, como no exemplo citado por **L18**, de levar dois dados para manipularem e a partir disso verificarem as possíveis somas das faces superiores em seus lançamentos.

Nesse sentido, inferimos que considerar essas ações letivas na elaboração do plano de aula promove a mobilização/desenvolvimento de características do KCS, pois ao construírem práticas que demandam um pensar sobre a matemática em questão, e sobre os alunos, como prováveis erros, dificuldades ou interpretações da tarefa, possibilitam conduzir a aula potencializando a aprendizagem matemática destes estudantes.

### **6.1.2 Momento de Ensino**

O momento de ensino aconteceu em três ocasiões diferentes, foi a ocasião em que cada grupo aplicou as aulas nas respectivas instituições em que os supervisores atuam. Essas aulas aconteceram no mês de novembro do ano de 2017, nos dias: 27/11 com o G1, dirigido por **S1**; 14/11 com o G2, conduzido por **S2**; e 13/11 com o G3, liderado por **S3**. A seguir apresentamos uma descrição e análise das três aplicações de aula.

#### **Quarto Encontro: aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório**

##### ***Aula do Grupo 1***

A aula do grupo 1 aconteceu na segunda série do Ensino Médio de uma escola de ensino regular, no dia 27 de novembro de 2017, das 7h50min às 9h30min, totalizando duas horas aula. Estavam presentes neste dia, **S1**, **L1**, **L3**, **L4**, **L5** e **L6**. Como já haviam passado alguns dias do último encontro de planejamento (26/10/2017), na semana anterior, o supervisor e os licenciandos retomaram-no a fim de (re)estabelecerem algumas ações.

A aula iniciou com a apresentação dos licenciandos, com a fala de **L1** sobre a dinâmica da aula em relação à abordagem de ensino exploratório, da divisão em 4 fases, e a formação dos grupos de alunos. Nessa aula compareceram 30 alunos e foram feitos 6 grupos (A, B, C, D, E, e F) de 5 alunos. O professor regente da turma **S1**, em grande parte do tempo, apenas observou a atuação dos licenciandos e poucas vezes atendeu uma das equipes. Essa atitude foi acordada pelos três supervisores, a fim de propiciar mais liberdade aos licenciandos na condução da aula.

Em relação à primeira fase, da *introdução da tarefa*, observamos nos depoimentos dos participantes do G1 uma preocupação em auxiliar os alunos a entenderem a tarefa e ao mesmo tempo sentirem-se desafiados para realizá-la. Com o intuito dos

estudantes engajarem-se em sua resolução, o grupo, em seu planejamento, optou por levar um material manipulável<sup>36</sup> utilizando dados, porque, além de despertar o interesse, os licenciandos esperavam que a manipulação de lançamento dos dados para a verificação das possibilidades de somas pares e ímpares dos números das faces voltadas para cima poderia ajudar os alunos a pensarem sobre a realização da tarefa, de modo que, em um determinado tempo, não ficassem mais dependentes dos dados para o seu desenvolvimento.

***L1:** [...] assim vamos pensar na turma, não é? [...] Levar um jogo (material manipulável) que tenha relação com aquilo, [...] se sintam desafiados a participar da atividade. É importante ele levar algum recurso [...] que motive eles. [...] Assim, a ideia do jogo (lançamento dos dados) em si, já apareceu no planejamento, [...] só que, com o tempo, estudando a metodologia, [...] a gente também perguntou aos outros grupos como que eles trabalhariam, eles disseram que trabalhariam em cima de uma brincadeira. Da soma de números pares, e a gente também, né! [...] Então a gente pensou que com o tempo os alunos veriam os padrões que iam acontecendo, [...] chegaria um momento que eles não precisariam mais utilizar os dados, era apenas [...] para conduzir a atividade, para os alunos pensarem mais intuitivamente e desenvolver a atividade sem precisar estar realizando vários lançamentos dos dados (ES).*

Diante desse relato entendemos que há necessidade em utilizar o lançamento de dois dados para introduzir a tarefa, pelo fato do G1 conhecer os alunos sabendo que esse material poderia motivá-los e engajá-los na resolução da tarefa e, também, em possibilitar o entendimento do conceito matemático, como ressalta **L1** no reconhecimento de padrões, referindo-se à adição de dois números pares ou ímpares para obter uma soma par, e sobre as possíveis somas dos dois dados, a fim de constituir o espaço amostral.

Sobre essa escolha, observamos que um grupo de alunos conseguiu resolver a tarefa a partir do lançamento dos dois dados, resultado do que foi planejado. Esse foi o primeiro grupo a apresentar sua resolução na fase da discussão da tarefa.

---

<sup>36</sup> Os participantes disponibilizaram a cada grupo de estudantes um copo e dois dados, para que lançassem esses dados sobre as mesas e pudessem refletir sobre a soma das faces voltadas para cima conforme o enunciado da tarefa.

**Quadro 15:** Primeira apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G1

*A gente percebeu que mesmo lançando os dados diversas vezes [...] existiram resultados repetidos, então é muito difícil jogar 36 vezes e obter todos esses resultados diferentes. Então, a gente decidiu usar uma tabela e calculou todas as possibilidades do número 1 (no primeiro dado),*

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6
4+1	4+2	4+3	5+4	4+5	4+6
5+1	5+2	5+3	6+4	5+5	5+6
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6

*a gente percebeu que as possibilidades (de soma par) com o número 1 eram 3, e como o dado tem seis números, então a gente multiplicou  $3 \cdot 6 = 18$ , dezoito é o que a gente quer (número de somas pares) e 36 é o total, porque você vai ter 36 resultados, e se a pessoa multiplicar (o número) 6 de um dado vezes o 6 do outro dado, vai dar 36 resultados. Então a gente pegou 36 resultados e botou como total e aquele que é necessário, o que a gente quer, a gente botou 18, aí ficou 18 sobre 36 (fazendo referência a uma fração), que deu 50%. [...] Então a gente percebeu que a mesma probabilidade de dar a soma ímpar é a mesma probabilidade de dar a soma par (GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

Diante dessa resolução observamos que a partir do lançamento dos dois dados, o grupo C entendeu que era possível relacionar os números do primeiro dado com os números do segundo em uma tabela com o objetivo de obter os resultados possíveis e a partir disso chegar à quantidade de somas pares. Além disso, como um dos objetivos dos participantes com a tarefa era de desencadear uma discussão sobre probabilidade, durante a prática de monitorar foram levantadas perguntas aos alunos a fim de que pudessem em suas resoluções conectar o número de possibilidades de somas pares no lançamento de dois dados com a probabilidade de ocorrer esse evento.

Sendo assim, compreendemos que, ao considerar em seu planejamento o que provavelmente os alunos achariam de interessante para a realização da tarefa, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio matemático deles, o G1 mobiliza/desenvolve aspectos inerentes ao KCS, segundo Ball, Thames e Phelps (2008). Além disso, podemos ressaltar que essa mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais deu-se a partir da discussão e reflexão sobre momentos de planejamento aliados ao estudo da abordagem de ensino, conforme cita **L1**.

A prática de antecipar, como discutido anteriormente, conduziu os participantes a planejarem diferentes resoluções da tarefa, a qual possibilitou um monitoramento desta forma mais efetiva, ou seja, permitindo aos participantes da pesquisa entenderem os pensamentos dos alunos, suas diferentes interpretações e estratégias. Assim, durante a realização da tarefa, os bolsistas procuravam monitorar todos os grupos, levantando

perguntas para direcioná-los quanto às interpretações e estratégias de resoluções. Vejamos os depoimentos sobre a prática de monitorar.

**L1:** *Eu acho que é importante para o professor que ele circule por todos os grupos, [...] porque vemos que os alunos às vezes não entendem e se a gente não estiver lá para isso, [...] eles vão se sentir desestimulados e vão desistir. [...] É muito importante que o professor entenda como o aluno está pensando para poder trabalhar em cima daquilo, fazer perguntas, até contraexemplos. [...] se o aluno fez de uma forma, ele pode levantar questionamentos, [...] ele pode trabalhar em cima de perguntas que estimulem o aluno, [...] dar dicas [...] perguntas que são reflexivas, em cima do conteúdo em si (ES).*

**L4:** *[...] para o professor ter à disposição essas possibilidades de resoluções, [...] ele estar atento ao que está sendo [...] desenvolvido à turma, como eles (alunos) estão se portando diante daquela tarefa [...] (ES).*

**S1:** *[...] dar a oportunidade para ele (aluno) tentar, para ele fazer, para ele agir, conseguir ser agente do processo [...]. Então, eu vejo que o professor tem que fazer isso, essa ação, deixar que aluno inicie, comece, faça, tente, aí depois, em seguida, ele pode fazer intervenções [...] (ES).*

Nesse sentido, entendemos que no depoimento de **L1** existe a preocupação em circular nos grupos para ter ideia do modo como os alunos estão realizando a tarefa, a fim de ajudá-los por meio de perguntas, contraexemplos, dicas, e, ao mesmo tempo, permitindo que reflitam sobre suas respostas. Para isso, **L4** remete a importância do professor se preparar para a condução dessa fase, para não ficar restrito apenas a um tipo de resolução e possibilitar aos alunos conhecerem o modo como as diferentes ideias matemáticas presentes na aula se relacionam. E, ainda, **S1** destaca a necessidade do professor promover a autonomia do aluno, esse apoio ao trabalho autônomo dos estudantes é fundamental, pois, assim, o professor possibilitará que todos participem de forma produtiva, seja individualmente ou em grupo (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014).

Diante disso, a prática de monitorar a realização da tarefa permite ao professor conduzir essa fase de modo a promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes e, nesse sentido, inferimos que essa prática possibilita a mobilização/desenvolvimento de aspectos do KCS, pois permite o docente “[...] ouvir e interpretar o pensamento em desenvolvimento e incompleto dos alunos, na linguagem deles” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401).

Em consequência do monitoramento, houve diferentes resoluções, as quais foram apresentadas na terceira fase da aula. A estratégia escolhida pelos licenciandos para a seleção e sequenciamento foi a de escolher diferentes tipos de resolução, começando a

discutir a partir da mais simples, de modo a tornar a discussão mais acessível a todos, caminhando gradativamente até a mais elaborada. Vejamos algumas dessas resoluções.

**Quadro 16:** Segunda apresentação (grupo E) referente ao momento de ensino do G1

*A gente primeiro começou fazendo as tabelas, daí vimos que todo número ímpar somado com outro número ímpar daria par, e que todo número par com outro número par, também resulta em par. E que 18 é o número de somas pares (GA e DB).*

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	5,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	6,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	7,4	6,5	6,6

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 17:** Terceira apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G1

1+1 = 2	4+2 = 6	
1+3 = 4	4+4 = 8	
1+5 = 6	4+6 = 10	$P = \frac{18}{36}$
2+2 = 4	5+1 = 6	
2+4 = 6	5+3 = 8	
2+6 = 8	5+5 = 10	$P = 0,5 \text{ ou } 50\%$
3+1 = 4	6+2 = 8	
3+3 = 6	6+4 = 10	
3+5 = 8	6+6 = 12	

(DB)

**Fonte:** Dos autores

O grupo B listou as possibilidades para ocorrer a soma par no lançamento de dois dados, conforme o quadro 17, e explicou que metade das somas do total de possibilidades seriam par e a outra metade ímpar, obtendo o total de 36 possibilidades de somas no lançamento de dois dados. Sendo assim, mostrou por meio de uma fração que a probabilidade de sair uma soma par é a metade do número total, ou seja, de 50%.

**Quadro 18:** Quarta apresentação (grupo D) referente ao momento de ensino do G1

*Eu comecei fazendo 20 lançamentos, e quando eu terminei, eu vi que todos os lançamentos deram exatamente 10 pares e 10 ímpares, aí eu pensei, isso não é possível, foi só sorte minha mesmo [...]. Então eu fiz o total de possibilidades,  $6 \times 6 = 36$ , e vi que são 6 números em cada dado e que metade são pares (2, 4, 6) e metade ímpares (1, 3, 5), então olhando para as possíveis combinações só não teremos somas pares quando no lançamento sair um par e um ímpar, que é em exatamente metade dessas possibilidades, ficando 50% par e 50% ímpar (GA e DB).*

$$\frac{36}{2} = 18$$

**Fonte:** Dos autores

Diante das resoluções apresentadas na fase da discussão da tarefa, trazemos os depoimentos dos participantes do G1, referentes a essa fase e às práticas de selecionar e sequenciar necessárias para a sua condução.

**L1:** [...] *colocar de forma mais, eu diria, elementar, até a mais complexa. [...] de imediato, se alguém, alguma equipe, mostrar uma resolução simples, eu acho que quem não entendeu, vai entender [...] e assim, ele (professor) pode aproveitar, não é? [...] ele pode aproveitar isso para poder formalizar o conteúdo, fazer ligações [...]* (ES).

**L4:** [...] *no planejamento, nós optamos por fazermos primeiro de maneira simples, para que o aluno pudesse ver, entender, primeiramente, da maneira mais fácil, de como é que seria resolvido, e ver também que outras resoluções implicam também outros conhecimentos matemáticos, como, por exemplo, na aplicação, a representação em forma de tabela, nós vimos que os alunos conseguem visualizar o que está sendo proposto* (ES).

**L6:** [...] *é bom saber o caminho por onde eles resolveram [...], começar com o mais simples ao mais detalhado, assim eles vão prestando atenção por si só às diferenças, [...] vai ficando cada vez mais complicado, mais detalhado. Assim vão prestando atenção e veem como se estivesse abrindo os olhos* (ES).

Com relação à seleção das resoluções, o grupo 1 decidiu escolher quatro das seis para serem apresentadas, pois duas estavam muito parecidas e, assim, não tomaria um tempo a mais de aula que poderia ser utilizado com outra discussão em relação ao conceito matemático em questão. Dessa forma, ao fazer uma seleção criteriosa, o professor proporciona aos seus estudantes que as ideias matemáticas importantes sejam discutidas (CANAVARRO, 2011).

Ao sequenciar, os integrantes desse grupo utilizam o critério de começar pelas resoluções mais simples e gradativamente colocarem as que apresentam pensamentos mais elaborados e que também implicam em diferentes conhecimentos matemáticos. Para esses licenciandos, ao utilizarem esse critério concordam que aqueles alunos que conseguiram entender de forma mais simples possivelmente compreenderão as resoluções mais complexas.

Nesse sentido observamos que esses participantes optaram por trazer primeiramente as resoluções que utilizaram a representação tabular para construir o espaço amostral com os resultados possíveis para a soma de dois dados, para que, a partir disso, os alunos pudessem verificar nessa tabela as possíveis somas pares, que foram os casos do grupo C e do E (quadros 15 e 16 respectivamente).

A terceira resolução (quadro 17) trouxe a ideia de probabilidade a partir da representação fracionária, a qual aponta para uma possível formalização do conceito por

meio da ideia de razão. Essa estratégia de resolução aconteceu porque essa turma havia estudado o conteúdo de probabilidade e, por meio das práticas de monitorar e de indagar, os licenciandos conduziram os alunos a relacionarem o número de possibilidades de somas pares no lançamento de dois dados com a probabilidade desse evento ocorrer.

A última resolução, do grupo D (quadro 18), traz uma ideia mais direta para a obtenção do resultado, o qual percebeu que metade das possíveis somas no lançamento de dois dados seriam pares e a outra metade ímpares. Esse grupo resolveu a tarefa sem necessariamente construir todos os casos possíveis, mas por uma generalização das possíveis somas pela combinação dos números pares e ímpares. Por isso optaram por deixar por último, pois, talvez sem o espaço amostral, alguns alunos não a entenderiam.

Diante disso, podemos inferir que esse processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório, propiciou a mobilização/desenvolvimento de aspectos relacionados ao KCT aos participantes da pesquisa ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre escolher quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um encadeamento lógico das ideias matemáticas apresentadas e, assim, conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Ainda sobre a terceira fase da aula, os participantes em seus depoimentos relatam que devem conduzi-la de forma harmoniosa para que promova a aprendizagem dos alunos.

*L1: [...] os alunos se sintam estimulados a participar, [...] é importante que ele (professor) busque, [...] meios de se relacionar com o aluno de forma que o aluno se sinta à vontade, não é? [...] mostrar que ele está lá para ajudar o aluno, e dessa forma o aluno vai estar mais confiante para ir lá na frente, até expor para os seus colegas (ES).*

*L4: É de alguma maneira encontrar uma forma de **deixar o aluno à vontade**. [...] um caso aqui, seria, assim, importante, como nós fizemos lá na escola, é **deixar o aluno à vontade, escolher um membro entre o grupo e ver aquele que esteja mais disposto a expor as suas resoluções** (ES).*

*L6: Em um primeiro momento é muito importante ter a sala silenciosa, **porque na hora da discussão é hora de prestar atenção nos colegas**, [...] fazer eles **observarem a explicação**, [...] **vão entender uma certa diferença, a diferença entre cada uma, e que eles possam fazer perguntas**, como lá na apresentação **a gente perguntava se os alunos que assistiam a apresentação do colega tinham alguma pergunta** (ES).*

*S1: [...] pois **haverá caminhos diferentes que levou aos mesmos resultados**, [...] **discutir com eles, refletir com eles, ponderar com eles, pensar com eles**, não é? [...] é importante [...] **valorizar e incentivar cada um a continuar buscando resoluções** (ES).*



Mediante a experiência da prática de ensino realizada pelos integrantes do G1, os participantes **L1**, **L4** e **S1**, destacam que nessa fase é importante manter um clima harmonioso, no qual o aluno se sinta à vontade e estimulado para ir ao quadro, sem medos ou receios, e que o professor tenha a atitude de ajudá-lo durante sua apresentação, direcionando seus raciocínios matemáticos para que os colegas entendam o que foi apresentado. Além disso, o licenciando **L6** ressalta que, para haver um bom entendimento das diferentes resoluções apresentadas, é preciso conduzir os alunos a respeitarem seus colegas, independentemente de suas estratégias, para que entendam as diferenças e possam fazer perguntas sobre elas.

Nesse sentido entendemos que essa preocupação por parte dos participantes em manter um clima harmonioso na fase da discussão da tarefa é resultado de presenciar como as discussões realizadas em uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório contribuem para a construção das aprendizagens matemáticas dos estudantes, a qual possibilitou a mobilização/desenvolvimento de aspectos referentes ao KCS, pois, ao conhecerem a maneira como os alunos aprendem, exigiu do licenciando fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Na quarta fase, da *sistematização das aprendizagens matemáticas*, L3 foi até o quadro para definir o conceito de probabilidade, iniciando pela definição de espaço amostral e sua construção, foi quando **L1** sugeriu para que utilizasse o espaço amostral que estava na lousa construído pelos grupos C e E em suas apresentações, a fim de conectar as ideias discutidas na fase anterior.

**L1:** [...] igual a gente tentou fazer lá (no momento de ensino), não é? **Deixar (no quadro) algumas resoluções [...] para poder fazer um paralelo, eu diria assim, como que ele pretende ensinar e assim conduzir o conteúdo sequencialmente [...], eu acho que em alguns grupos até se sentem valorizados, “Aproveitaram a minha solução” [...] a gente escolheu a partir da tabela [...] para definir a noção introdutória de probabilidade [...] a tabela e mostrou que de trinta e seis resultados, apenas dezoito eram os resultados que a gente queria. Então seria representado em uma forma de fração, por exemplo, que seria número de casos favoráveis sobre os casos possíveis. [...] Isso foi discutido também na formação, que seria uma ideia de fração (ES).**

**L6:** [...] a gente pegou o que eles (alunos) fizeram no quadro, pegou lá, e formalizamos o conteúdo. [...] que faria também eles ficarem por dentro do conteúdo, se sentirem importantes, por exemplo, “nossa o professor está usando meu exemplo para dar aula.” [...] se sentirem incluídos na explicação da atividade no final (ES).

Diante desses relatos percebemos uma preocupação em aproveitar as ideias que foram apresentadas pelos estudantes na fase da discussão da tarefa a fim de relacioná-las com a fase da sistematização das aprendizagens matemáticas e, com isso, conduzirem o aprendizado de modo significativo para os alunos, promovendo um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa a partir do que foi realizado e discutido anteriormente.

Como citado por **L1**, a ideia de utilizar uma fração conectando seu significado de razão com o conceito de probabilidade foi discutido no segundo encontro, como mencionado anteriormente neste trabalho. Com isso percebemos que esse licenciando manifesta aspectos de KCT, pois a partir de seu planejamento conduziu a sistematização das aprendizagens matemáticas, relacionando o que foi produzido pelos grupos C e E (quadros 15 e 16, respectivamente) com a definição de espaço amostral, e também ao conectar a definição de probabilidade com sua representação fracionária.

Ao final dessa etapa, os bolsistas agradeceram a participação de todos, finalizando a aula.

### ***Aula do Grupo 2***

A aula do grupo 2 aconteceu na segunda série do Ensino Médio de uma escola profissionalizante, no dia 14 de novembro de 2017, das 8h55min às 10h35min, totalizando duas horas aula. Estavam presentes neste dia, **S2**, L7, L8, L9, L10, **L11** e L12. Como no G1, o G2 encontrou-se na semana anterior da aplicação para acertar os últimos detalhes do planejamento.

A primeira fase começou com a explicação da dinâmica da aula, com a fala de **L11**, o qual conduziu em grande parte o seu desenvolvimento. Em seguida foram divididos os grupos, ficando 5 grupos com 6 alunos e um com 7, totalizando 37 estudantes, sendo que cada licenciando ficou responsável por um grupo, com exceção de L7 e **L11**, os quais monitoraram todos os grupos.

Além disso, para o desenvolvimento dessa fase, G2 levou dois dados para cada grupo de alunos para realizarem os lançamentos e, a partir disso, verificarem as possíveis somas pares ou ímpares das faces superiores dos dados, conforme planejado no segundo encontro e descrito anteriormente.

Na segunda fase os alunos estavam bem interessados em resolver a tarefa e, pelo fato de anteriormente terem estudado o conceito matemático envolvido, G2 tinha como um

de seus objetivos desafiar os estudantes para apresentarem diferentes estratégias de resolução. Diante disso, conduziram os seus respectivos grupos com indagações, sugerindo resoluções variadas.

*S2: Fazer com que os alunos participem, [...] então, promover o equilíbrio, de participação. [...] Incentivar, [...] todos têm que estar a par de todas as resoluções. [...] Visitar cada grupo, de repente um grupo que está precisando de um pouco mais de atenção, demorar um pouco mais, não tem como dividir igualmente, [...] acredito que o olhar do professor vai permitir que ele pense: “não esse grupo está precisando mais, esse grupo aqui está menos” (ES).*

*L11: [...] Quanto mais próximo você puder estar do aluno, [...] perguntar, ver como é que ele está desenvolvendo, dar sugestões, dar dicas [...]. É a hora do professor estar preparado [...], o professor já tem que antecipar algumas situações pra ele pensar em perguntas que possam dar uma luz na cabeça do aluno [...] (ES).*

Diante desses relatos observamos que esses participantes destacam a importância de monitorar a realização da tarefa dos estudantes como uma maneira de incentivá-los e ainda conhecer o raciocínio matemático em desenvolvimento para, a partir disso, orientá-los em suas resoluções. Além disso, entendemos que **L11** manifesta a necessidade de se planejar com a prática de antecipar possíveis resoluções da tarefa para que, a partir daí, o professor possa conduzir os alunos na construção do conhecimento matemático. Vejamos um trecho de uma discussão realizada em um dos grupos de alunos no momento da realização da tarefa, monitorada por **L11**.

#### **Quadro 19:** Trecho da realização da tarefa do Grupo D - G2

*L11: Vou fazer uma pergunta para vocês, imagina que no primeiro dado deu o número 1, se lançarem o segundo dado, quantas possibilidades tem de sair uma soma par?*

*Aluno A: 1.*

*L11: somente o 1?*

*Aluno B: Não! 1, 3, e 5.*

*L11: Então você está acabando de me dizer que para o número 1 no primeiro dado, tenho quantas possibilidades no segundo dado para sair soma par?*

*Alunos: Três!*

*L11: Então como podemos continuar essa resolução?*

*Aluno B: Hum é de multiplicação...*

*Aluno C: E quando o número for 2?*

*Aluno B: Eu vou ter 3 possibilidades também, 2, 4 e 6. Em todos terei 3 possibilidades.*

*Aluno A: E quando for o número 3?*

*Aluno B: Terei 3 possibilidades também, 3 e 1, 3 e 3, e 3 e 5 (GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

**L11** ao presenciar que esse grupo estava com dificuldades em relacionar os lançamentos de dois dados com alguma ideia de generalização para obter o número total de

possibilidades para soma par ou escrever cada resultado possível, levantou algumas perguntas para direcioná-lo.

Observamos nesse diálogo que a partir dos questionamentos realizados por esse licenciando o grupo manifestou entender uma ideia de generalização para as possibilidades de soma pares, pois o Aluno B antes de explicar aos seus colegas a estratégia em questão, quando disse “*hum é de multiplicação*”, expressa compreender que, para cada número fixado no primeiro dado, obtém 3 possibilidades no segundo dado para realizar soma par, e, como são 6 faces, poderia multiplicar 3 por 6.

Diante disso, percebemos que a participação nesse processo formativo contribuiu para esse licenciando manifestar o entendimento da importância da prática de antecipar e monitorar no desenvolvimento de uma tarefa, e que o ato de refletir e utilizar essas práticas letivas proporcionaram a **L11** mobilizar/desenvolver subdomínios do MKT, como: de SCK ao pensar e construir diferentes estratégias de resolução, possibilitando olhar para o conceito em questão de uma forma detalhada, conforme o planejamento do seu grupo, o qual contribuiu para esse monitoramento em questão, pois o modo como **L11** direcionou as perguntas está relacionado com as duas primeiras resoluções descritas em seu planejamento, ou seja, de fixar um número no primeiro dado e verificar as possibilidades de soma par com as faces do segundo dado; e de KCS ao dar um encaminhamento para que o grupo de alunos pudessem realizar a tarefa a partir do que estavam desenvolvendo em sua resolução, e, assim, por meio do diálogo direcioná-los à aprendizagem matemática.

Na terceira fase, da *discussão da tarefa*, foram apresentadas quatro resoluções distintas dos seis grupos (A, B, C, D, E, e F). Quanto à seleção e o sequenciamento das resoluções da classe, esse grupo utilizou do mesmo critério do G1, começando pelas resoluções mais simples e gradativamente apresentando as resoluções com pensamentos mais elaborados. Duas resoluções não foram selecionadas para a discussão, pois utilizaram de estratégias parecidas com as demais. Vejamos essas resoluções (quadros 20, 21, 22 e 23).

**Quadro 20:** Primeira apresentação (grupo F) referente ao momento de ensino do G2

*Para começar, fiz uma tabela com todas as possibilidades que podem ter, tipo: 1 com 1; 2 com 2; [...]*

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	5,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	6,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	7,4	6,5	6,6

*então a gente fez ali no grupo, a chance de sair números pares quando a gente tivesse “saltando” (lançando) os dados, e se a gente for selecionar só as somas que darão pares, serão: 1 com 1; 1 com 3; 1 com 5; então se fosse fazer a tabela toda irá ser 3 de cada, 3 do 1, 3 do 2, 3 do 3, ..., e se a gente for fazer essa relação, ela vai ficar*

$$\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 50\%$$

*36 porque, como são dados, e eles tem 6 faces, então multiplica 6x6 (GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 21:** Segunda apresentação (grupo D) referente ao momento de ensino do G2

*A gente pensou assim, se no primeiro dado desse o número 1, o segundo teria 3 possibilidades de somar eles dois e dar um número par, por exemplo, 1 com 1, 1 com 3, e 1 com 5. [...] E assim com todos os números, sempre vai ter 3 possibilidades, então se você for somar todas as possibilidades, vai dar 18 (GA e DB).*

- 1- 3 possibilidades
- 2- 3 possibilidades
- 3- 3 possibilidades
- 4- "
- 5- "
- 6- "

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 22:** Terceira apresentação (grupo E) referente ao momento de ensino do G2

*Eu fiz cada “bixinho” (possibilidades de somas) tanto ímpar como par,*

$$\begin{aligned} 1+1 &= 2 \\ 1+2 &= 3 \\ 1+3 &= 4 \\ 1+4 &= 5 \\ 1+5 &= 6 \\ 1+6 &= 7 \end{aligned}$$

*Assim, desse jeito, eu somei a possibilidade de sair tanto ímpar como par, depois disso eu vi que cada um tinha 3 pares e 3 ímpares, depois que somei “tudininho”, a gente viu que, como são 6 fileiras, e cada uma dá 3 pares, então eu fiz*

$$3 \times 6 = 18$$

*E fiz,*

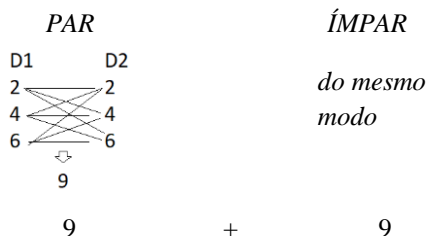
$$\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

*(GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 23:** Quarta apresentação (grupo A) referente ao momento de ensino do G2

*Como são 2 dados, o dado 1 e o dado 2, eu peguei todos os pares de um dado e todos os pares de outro, e fiz a combinação deles, e daqui eu descobri que tem 9 números, e nos ímpares do mesmo jeito, dá 9,*



*Se são 6 números em um dado e 6 números no outro, então dá 36 possibilidades. Então, 36 menos 18, que são os pares, dá 18 que são os ímpares, [...] e a gente descobriu que a soma de dois pares é par, a soma de dois ímpares é par, e a soma de par com ímpar, é ímpar. (GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

Em relação às resoluções selecionadas e sequenciadas, G2 trouxe à discussão primeiramente uma resolução que apresentava todas as possibilidades de somas no lançamento de dois dados, pares e ímpares, pois, dessa forma, os alunos poderiam contar os resultados possíveis para obter uma soma par. A partir disso escolheu três resoluções que de algum modo traziam ideias de generalização. Cabe destacar que o último grupo escolhido para se apresentar traz a ideia de que para obter uma soma par é preciso ter dois números pares ou dois números ímpares, e que a adição de um número par com um ímpar resulta em uma soma ímpar.

Diante disso, em seu depoimento, **S2** apresenta ter uma preocupação com o aprendizado de seus alunos, em especial com os que apresentam mais dificuldades. Nesse sentido, esse supervisor considera que as práticas de selecionar e sequenciar as apresentações das resoluções dos estudantes possibilita que esse momento tenha um encadeamento lógico das ideias matemáticas presentes na aula, promovendo a aprendizagem matemática desses alunos, além de contribuir para o desenvolvimento da sua oralidade.

*S2: [...] essa forma de sequenciar [...] vai impactar de forma maior nos alunos que têm mais dificuldade, porque ele vai entender a resolução mais simples, ele vai entender a mediana, depois a mais complexa [...] a gente percebe que dos diferentes grupos surgem diferentes respostas, [...] então quando fez a socialização (discussão) com a sala toda, “ah eu não tinha pensado dessa forma”, “ah realmente é desse jeito.” e às vezes faz uma ponte com a outra resolução, “dessa resolução e dessa surge essa” e pode surgir até uma terceira, sem falar também no desenvolvimento do aluno no aspecto de oralidade (ES).*

Sendo assim, entendemos que o processo formativo promoveu a esses participantes mobilização/desenvolvimento característicos do KCT, possibilitando

realizarem ações letivas como as de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos a partir do monitoramento dos grupos, entendendo que práticas como essas podem contribuir na aprendizagem matemática de seus estudantes (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Na última fase, a da sistematização das aprendizagens matemáticas, o grupo havia planejado conectar as ideias matemáticas a partir da expressão algébrica que caracteriza a soma de dois números pares, pois **S2** não havia trabalhado isso até o presente momento com seus alunos. Sendo assim, a partir da resolução do grupo A, o qual utilizou a ideia de que a soma de dois números pares é par e a soma de dois ímpares também é um par (quadro 23), o licenciando **L11**, com indagações de como escrever algebricamente um número par e um número ímpar, fez a conexão dos conceitos matemáticos utilizados na aula.

**L11:** Quando eu estava circulando nos grupos, eu perguntei para ele (mostrou um aluno), por que a soma de um número ímpar mais um número ímpar, é par? E ele me respondeu: “porque não é ímpar”, (risos da turma). Mas você tem que me provar que um ímpar mais um ímpar é um par, e par com par dá um par, então ele “não, mas tá aqui,  $1+1$  dá 2,  $1+3$  dá 4”. E eu disse para ele, isso são exemplos, você está me mostrando exemplos de que isso dá certo, mas você não está me provando que para quaisquer dois números pares ou quaisquer dois números ímpares a soma dá par, você me mostrou exemplos. Depois que fui à carteira dele, ele estava com essa resolução aqui (quadro 23). Após a explicação dele perguntei, **mas você pode me dar a certeza que sempre a soma de dois números ímpares será par e que a soma de dois pares também será um par?** E ele disse que não. Então, quem aqui sabe qual é a forma que representa um número par (perguntando para a sala)?

**Um aluno:** 2 vezes n,  $2n$ .

**L11:** Então para resolver essa questão, eu tenho que utilizar isso, vocês perceberam que par com par dá um par, então  $2n$  (par) +  $2n$  (par), é quanto?

**Alunos:**  $4n$ .

**L11:** A gente pode fatorar isso? Isso fica?

**Um aluno:** 2 vezes  $2n$ ,  $2.2n$ .

**L11:** Esse n é um número qualquer, não é?

**Alunos:** Sim.

**L11:** Então a soma de dois números pares também vai dar um par. [...] quem sabe a forma que representa dois números ímpares?

**Alunos:**  $2n+1$ .

**L11:** E ele (aluno da discussão) me falou também, que se somar ímpar com ímpar também dá um par. Então  $2n+1$  mais  $2n+1$ , dá quanto?

**Alunos:**  $4n+2$

**L11:** Isso pode ser transformado em quê? [...]

**Alunos:**  $2.(2n+1)$

**L11:** Isso aqui quer dizer o quê (se referindo a  $2n+1$ )?

**Alunos:** Um número ímpar.

**L11:** Mas qualquer número multiplicado por 2 dá o quê?

**Alunos:** Um número par.

**S2:** Demonstra um ímpar mais um par? (GA e DB).

De modo análogo, o licenciando mostrou que a soma de um número par mais um ímpar, resulta em um número ímpar.

Verificamos que **L11** inicia a última fase a partir de ideias matemáticas que surgiram no desenvolvimento da aula, conectando a última resolução apresentada (quadro

23) com o que foi discutido por esse grupo durante a realização da tarefa. Isso proporciona aos demais alunos pensarem sobre outras estratégias de resolução, oportunizando refletirem sobre diferentes ideias matemáticas.

Nessa fase, esse licenciando conduz a turma a pensar acerca das expressões algébricas que caracterizam a adição de dois números pares, dois números ímpares, e um par e um ímpar. Entendemos que a intenção não é provar do ponto de vista matemático ao utilizar a palavra “prova” em sua fala, mas que **L11** tem o intuito de mostrar à turma uma forma de generalizar a soma de dois números naturais, como foi discutido durante o segundo encontro de planejamento (quadro 11). Além disso, para finalizar, o licenciando relaciona as resoluções apresentadas na fase da discussão da tarefa com a ideia de razão entre o número de casos favoráveis ao evento (possibilidades de somas pares) e o número de casos possíveis.

Nesse sentido, ao conduzir essa fase, a partir do monitoramento dos grupos, em especial do grupo A (quadro 23), inferimos que **L11** mobilizou/desenvolveu aspectos do KCT, quando decide usar “[...] a observação de um aluno para fazer um ponto matemático ou quando faz uma nova pergunta ou coloca uma nova tarefa para promover o aprendizado dos estudantes” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401).

Após o término da sistematização das aprendizagens matemáticas, os licenciandos agradeceram a participação de todos, terminando o momento de ensino.

### ***Aula do Grupo 3***

O momento de ensino do G3 foi realizado na EJA do Ensino Médio no dia 13 de novembro de 2017, das 19h15min às 20h40min, correspondendo a duas horas/aula. Nesse dia estavam presentes **S3**, **L13**, L14, L16, L17 e **L18**, além de nove estudantes dessa turma.

Antes do início da aula, os licenciandos e **S3** reuniram-se para preparar alguns materiais didáticos que utilizariam em seu desenvolvimento, os quais eram dois dados com arestas de aproximadamente 20cm e um varal contendo bexigas, as quais continham chocolates<sup>37</sup> para presentear os estudantes no momento da discussão da tarefa. Além disso, na semana anterior, tiveram outro encontro para definir os últimos ajustes em relação à aplicação de aula, como fizeram os grupos anteriores.

---

<sup>37</sup> A decisão de levar chocolates para a turma foi tomada pelo G3 em um encontro desse grupo na escola, a qual a formadora teve ciência apenas no momento de ensino na escola. A intenção desse grupo em trazer os chocolates foi de proporcionar um ambiente mais descontraído na fase da discussão da tarefa. Os chocolates foram distribuídos a todos os alunos da turma, mesmo para aqueles que não apresentaram suas resoluções.



A fase da *introdução da tarefa* deu-se com uma encenação realizada pelos licenciandos, na qual dois deles (**L13** e **L18**) manipulavam os dados e somavam os números das faces voltadas para cima. Em seguida, os mesmos organizaram a sala em grupos, três duplas e um trio, e entregaram dois dados para cada grupo para que os estudantes os manipulassem e fossem compreendendo o possível espaço amostral que poderiam construir. Vale ressaltar que esses alunos ainda não haviam estudado o conceito de probabilidade e, dessa maneira, os licenciandos não utilizaram as nomenclaturas específicas pertinentes ao tema até o momento da terceira e quarta fases. Após essas ações, entregaram a tarefa e houve a leitura pela turma. Vejamos alguns depoimentos dos participantes da pesquisa sobre essa fase.

***L18:** A gente tentou deixar claro qual seria o objetivo daquilo (da aula), não explicou o que ia ensinar, a gente tentou deixar claro o que era para ser feito. [...] surgiu na hora do planejamento [...] a outra escola (grupo) falou e a gente achou isso importante. [...] E então eu fui conversando com S3 e eu disse que era ótima a ideia de mostrar qual era o objetivo, porque você iria mostrar onde você quer chegar (ES).*

***S3:** [...] tem turma que precisa de um incentivo a mais, [...] precisa de uma manipulação de objeto, depende muito da turma. Então, turmas de EJA, por exemplo, a questão do jogo de manipulação é bem viável, certo? Porque isso, além de dar prazer deles resolverem, atiza a curiosidade deles, e eles querem buscar conhecimento [...] (ES).*

O licenciando **L18** destaca a importância de esclarecer o objetivo da aula para os alunos, dizer como será a sua dinâmica, de modo que tenham um norte e, a partir disso, consigam construir os possíveis caminhos para a resolução da tarefa, pois a realização dessa ação pelo professor pode contribuir para a conscientização do aluno quanto ao dever de participar ativamente na aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2018).

O supervisor **S3** ressalta que para essa turma decidiram trazer um material manipulável, pois, segundo esse supervisor, por se tratar de uma turma de EJA, na qual as idades variavam entre 20 e 60 anos e por esses alunos terem ficado algum tempo fora da sala de aula, esse material proporcionaria um incentivo a mais para o engajamento na resolução da tarefa.

Tanto a ação de esclarecer a dinâmica da aula aos alunos quanto de trazer um material manipulável para iniciar a aula foram discutidas durante os encontros de planejamento e realizadas a partir dos conhecimentos do G3 a respeito dessa turma de EJA, como descrito anteriormente na análise do planejamento do segundo encontro sobre a

discussão de **L13** e **L18** (integrantes do G3) quanto ao uso dos dados e as possíveis interpretações e estratégias de resolução que poderiam surgir na realização da tarefa.

Diante desses relatos, podemos inferir que o processo formativo vivenciado possibilitou a mobilização/desenvolvimento de aspectos inerentes ao KCS (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) quando houve a preocupação em trazer elementos didáticos para a aula que podem contribuir para a aprendizagem dos alunos, como a ação de explicitar a dinâmica da aula, de utilizar um material manipulável e a encenação para garantir que os alunos entendam e consigam dar andamento à realização da tarefa.

Além disso, destacamos a importância da prática colaborativa dentro desse processo formativo por meio da construção, discussão e reflexão do planejamento no grande grupo. Pois esse grupo (G3) utilizou da ideia de outro em relação ao esclarecimento do objetivo e da dinâmica da aula aos alunos, possibilitando a esses participantes o compartilhamento de conhecimentos e experiências, assim, promovendo seu desenvolvimento profissional (FIORENTINI; CRECCI, 2013).

Na segunda fase, da *resolução da tarefa*, cada licenciando ficou responsável em monitorar um grupo, e dois deles, **L13** e **L18**, ficaram responsáveis em acompanhar a turma e conduzir a aula. **S3**, como os outros supervisores, tomou a atitude de observar a aula com intuito de oportunizar que os licenciandos conduzissem-na. Sendo assim, com questionamentos sobre as possíveis somas das faces superiores de dois dados conduziram o desenvolvimento dessa etapa.

Em relação ao desenvolvimento dessa fase, os participantes do G3 destacaram ações necessárias para o desenvolvimento da aula, vejamos nos depoimentos a seguir.

*L18: uma pergunta para direcionar eles [...], a cada descoberta delas a gente fazia uma revisão [...] para que entendessem o que elas já tinham feito. E eu sempre perguntava: “e aí, o que a gente descobriu?”. Então elas me falavam o que elas tinham descoberto. Isso já prepara pra quando fossem explicar para os outros. [...] um momento eu vi a parte negativa (do uso dos dados), que foi os alunos não terem percebido a ideia de que um dado era uma coisa e o outro dado era outra coisa. O dado rosa era um e o azul era outro. Quando saía o 2 no rosa e 1 no azul eles anotavam 2 e 1. Mas se saísse 2 no azul e 1 no rosa eles consideravam a mesma coisa. [...] quando eu percebi isso eu tentei mudar [...] (ES).*

*S3: [...] a questão de observar, de estar ali acompanhando, dando pequenas dicas [...] um pequeno incentivo, você tem que ter o olhar para que o aluno não desista da atividade e ao mesmo tempo ele consiga buscar a solução sozinho. Então, [...] o olhar do professor observando na hora da atividade é importantíssimo, porque ele vai perceber quando o aluno desistiu para ir lá e puxar aquele aluno, começar a dar as dicas para ele resolver, e para perceber também quando outros alunos já estão em um nível maior de desenvolvimento [...], e assim para você tentar buscar na sala como um todo. (ES)*

Diante desses depoimentos, percebemos que esses participantes manifestam entender que a prática de monitorar os grupos permite ao professor ter acesso ao modo como o pensamento matemático dos alunos está se desenvolvendo, e que essa ação possibilita fazer encaminhamentos a fim de direcionar esses pensamentos para sua resolução, além de incentivá-los durante a realização da tarefa.

Verificamos esse fato no depoimento de **L18**, quando relata que um grupo não se atentou que ao lançar dois dados é preciso considerar que são lançamentos distintos, que temos possibilidades para o primeiro dado e possibilidades para o segundo, por exemplo, se sair o número 2 no primeiro e 1 no segundo, é diferente de sair o número 1 no primeiro e 2 no segundo, apesar da soma desses lançamentos ser a mesma. Observamos que **L18** destaca que nessa situação o material manipulável dificultou o entendimento do espaço amostral, talvez pelo fato desse grupo lançar os dados e não diferenciá-los em suas anotações. Mas, ao monitorar esse grupo e entender a estratégia que estava sendo utilizada, esse licenciando orientou-os a considerar os dois dados como lançamentos distintos e, ao lançá-los, anotar essas possibilidades tendo em vista as cores dos dados.

Além disso, **L18** destaca outra potencialidade da prática de monitorar, a de promover aos alunos um repensar sobre os caminhos tomados para a realização da tarefa, e assim, permitir que reorganizem sua resolução a fim de reforçarem seus entendimentos e também para se prepararem para as apresentações na terceira fase. Podemos inferir que o momento de ensino proporcionou a esse licenciando refletir sobre isso, pois durante sua realização os alunos apresentavam dificuldades em generalizar seus pensamentos e em fazer conexões sobre diferentes ideias, nesse sentido, ao questionar as ideias recém levantadas pelos alunos, observou que o entendimento sobre a ideia matemática em questão era reforçado.

Diante disso, percebemos que a prática de monitorar o desenvolvimento da tarefa dos estudantes permitiu a esses participantes mobilizarem/desenvolverem aspectos do KCS ao realizar interações entre o conceito matemático em questão com questões pedagógicas que possibilitaram a promoção da aprendizagem desses alunos, como: ter acesso ao raciocínio matemático em desenvolvimento dos estudantes a fim de direcioná-los e incentivá-los em suas resoluções; e levantar perguntas para (re)organizarem seus pensamentos e se prepararem para a discussão da tarefa.

Na fase da *discussão da tarefa*, 3 dos 4 grupos conseguiram finalizar a tarefa, e 2 grupos de estudantes apresentaram suas resoluções. Durante essa fase, esses alunos mostravam-se inseguros em discutirem suas resoluções e ao final de cada explicação

precisavam da confirmação dos licenciandos para validarem suas falas. Vejamos as resoluções dos dois grupos que se apresentaram.

A primeira dupla a se apresentar foi composta por duas senhoras que aparentavam ter mais ou menos 50 anos, ambas tiveram dificuldade em explicar sua resolução e por esse motivo **L18** levantou algumas perguntas para direcioná-las. Vejamos sua resolução.

**Quadro 24:** Primeira apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G3

$1+1 = 2$
$1+2 = 3$
$1+3 = 4$
$1+4 = 5$
$1+5 = 6$
$1+6 = 7$
$6 \times 3 = 18$

*L18: Posso lhe fazer uma pergunta? De onde saiu aquele 6 que você multiplicou por 3?*  
*Aluna: É a quantidade de lados (faces) do dado.*  
*L18: Então para cada número da face...?*  
*Aluna: Dava 6, 3 ímpares e 3 pares.*  
*L18: Então foi por isso que você multiplicou 6 por 3?*  
*Aluna: Sim, dá 18.*  
*L18: Então você descobriu que são quantas possibilidades?*  
*Aluna: 18 pares e 18 ímpares, e somando deu 36 (GA e DB).*

**Fonte:** Dos autores

A segunda dupla apresentou sua resolução escrevendo na lousa parte das possíveis somas pares (quadro 25), e disse que teriam 18 possibilidades de somas pares e 18 de somas ímpares, totalizando 36 possibilidades. E, a partir do monitoramento de um dos licenciandos, por meio de indagações conduziu-os a mostrar que a probabilidade de obter somas pares no lançamento de dois dados pode ser obtida com uma fração, utilizando a ideia de razão entre as possibilidades de somas pares e o total de possibilidades, mostraram que 50% do total dos resultados seriam de somas pares.

**Quadro 25:** Segunda apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G3

$1+1$	$2+2$
$1+3$	$2+4$
$1+5$	$2+6$
$\frac{18}{36} = 50\%$ (DB).	

**Fonte:** Dos autores

Com referência a essa fase, vejamos os relatos dos participantes do grupo 3.

*L13: [...] uma resolução mais simples na lousa, todo mundo pensa “nossa, poderia ter sido só assim?”, aí vem o outro que resolveu de uma outra maneira, como a gente selecionou a partir da mais simples até a mais difícil [...]. Então, nessa construção a gente vai vendo que o aluno vai evoluindo a cada momento que utiliza resolução diferente [...]. (ES)*

*L18: [...] e no decorrer da discussão, eu acredito que o professor deve estar sempre buscando deixar claro e aí continuar as perguntas. [...] Acho que eles devem respeitar a apresentação do colega e o professor deve deixar claro que aquilo que o colega está explicando é uma coisa diferente. (ES)*

*S3: [...] o professor tem que saber trabalhar, conduzir, incentivar o aluno, [...] professor está ali para ajudar. [...] tem que saber intermediar a turma por inteiro, [...] respeitar o tempo de quem está à frente [...]. Mas, geralmente, quando eles fazem esse tipo de atividade, eles já não têm tanto esse problema, porque eles já aprendem a respeitar um ao outro, a atividade em si, isso já conduz para isso. [...] a gente observa que a partir da medida que a gente vai passando essas atividades eles sentem menos medo de perguntar, eles sentem menos medo de se expor, [...] existe uma interação melhor entre eles e entre eles e o professor (ES).*

Nessas declarações percebemos a diversidade de ações realizadas pelos participantes ao conduzir essa fase, como apoiar e incentivar os alunos a apresentarem suas resoluções, utilizar critérios para a seleção e sequenciamento, manter o desafio cognitivo nesse momento com perguntas, e promover um ambiente de respeito e interesse em relação às diferentes ideias apresentadas.

Diante disso, podemos inferir que a participação nesse processo formativo, promoveu mobilizar/desenvolver aspectos relativos ao KCT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), quanto ao sequenciamento das apresentações, ao propiciar um encadeamento das ideias matemáticas utilizando critérios, os professores promovem uma profundidade na compreensão da tarefa.

Como fizeram no momento de ensino, trazendo primeiramente uma resolução que traz a ideia do espaço amostral no lançamento de dois dados, o qual foi construído pelo grupo B e depois verificado o número de possibilidades de somas pares. E, na sequência, do grupo C, o qual traz uma estratégia de generalização ao aferir que a cada número fixado no primeiro dado existem 3 possibilidades de somas pares no lançamento do segundo dado, finalizando sua apresentação com a ideia de razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Além disso, ao levantar perguntas durante essa fase, como **L18** fez na apresentação do grupo B, possibilitou um melhor esclarecimento para a turma acerca das ideias discutidas.

Cabe ainda destacar no depoimento de **S3** a importância de se repetir esse formato de aula a fim de promover o respeito aos diferentes tipos de raciocínios, a interação entre os participantes, e a perda do medo de se expor perante seus colegas. Canavarro (2011) apresenta essa questão como um desafio aos professores, pois além de contribuir para o desenvolvimento de habilidades e a aprendizagem matemática dos alunos, a repetição de aulas desenvolvidas na perspectiva de ensino exploratório promove a melhora das práticas letivas do próprio docente.

Na fase da *sistematização das aprendizagens matemáticas*, os licenciandos utilizaram as ideias presentes nas resoluções apresentadas para definir o conceito de probabilidade.

*L18: A parte mais importante disso é aproveitar o que os alunos fizeram. Eu acho, quando aproveita tudo o que o aluno fez, ele pode sentir que ele realmente descobriu alguma coisa (ES).*

*S2: Eu acho que você elencando assim, tipo no quadro, as resoluções de cada um e com eles debatendo as resoluções, eu acho que isso é uma sistematização boa (ES).*

**L18** e **S3** em seus relatos enfatizam a ideia de realizar essa fase a partir do que foi discutido anteriormente, das resoluções dos alunos, mostrando que por meio de diferentes caminhos é possível chegar a um ponto em comum, valorizando, assim, as produções realizadas pelos mesmos. Nesse sentido, nesta fase o professor desempenha o papel de conectar as ideias matemáticas, estratégias de resolução, representações, possibilitando que as apresentações realizadas anteriormente se “[...] conectem umas com as outras para desenvolver ideias matemáticas poderosas” (STEIN *et al.*, 2008, p. 330).

Após a sistematização das aprendizagens matemáticas, os integrantes do G3, agradeceram a turma e se despediram de todos. E, dessa forma, foi finalizado o quarto encontro, o do momento de ensino.

### **6.1.3 Momento de Reflexão**

O momento de reflexão aconteceu em duas etapas distintas: 1<sup>a</sup>) no quinto encontro, com as apresentações da aplicação de aula de cada grupo; e 2<sup>a</sup>) no sexto encontro, com a reflexão geral, no qual foram levantadas algumas perguntas pela pesquisadora com o intuito dos participantes refletirem e discutirem sobre o processo formativo vivenciado.

Em sua maioria, as questões levantadas pelos participantes nos encontros de reflexão tratam sobre práticas letivas que foram estudadas, planejadas, discutidas e

executadas durante os quatro primeiros encontros desse processo formativo, nos de planejamento e de ensino, permitindo a esses sujeitos vivenciarem práticas não comuns em sua formação, as quais possibilitaram a mobilização/desenvolvimento de alguns dos conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do MKT, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), os quais foram descritos nas subseções anteriores neste capítulo.

Nesse sentido, na descrição e análise do quinto e sexto encontros, enfatizamos essas práticas conforme foram destacadas e entendidas pelos participantes como ações letivas que promoveram a aprendizagem matemática dos alunos.

### **Quinto Encontro - Apresentações dos grupos**

O quinto encontro aconteceu no dia 30 de novembro de 2017, das 14 horas às 17 horas, e teve como objetivo refletir e discutir sobre os momentos de ensino realizados pelos grupos. Para isso, após o término de cada aula, foi pedido aos participantes que a descrevessem e a comparassem com o planejamento elaborado previamente, para apresentar e discutir perante o grande grupo no quinto encontro.

Nesse encontro compareceram oito participantes, sete licenciandos e um supervisor, que foram: **L1, L5, L6**, do G1; **L7, L8, L9**, do grupo G2; e **S3 e L18** do G3. Os grupos fizeram suas apresentações sobre o momento de ensino destacando o planejamento construído para a tarefa e também algumas ações letivas realizadas em cada fase da abordagem de ensino exploratório. Nesse sentido, a seguir descrevemos e analisamos algumas dessas práticas, juntamente com alguns depoimentos obtidos na entrevista semiestruturada (a qual aconteceu após esse encontro) que remetem aos aspectos mencionados.

### **Sobre o Momento de Planejamento**

Nesse encontro, os participantes destacaram o modo como foi conduzida a construção do planejamento, levando em conta diferentes ações letivas a serem realizadas em cada fase de aula e seus possíveis desdobramentos para a promoção da aprendizagem dos alunos. Vejamos alguns depoimentos que remetem a isso.

***L4:** [...] meu primeiro contato com essa metodologia e ver quão rica ela é, tão organizada, porque obedecendo essas fases, tanto os professores conseguem tirar*

*conhecimento, como o aluno também consegue, mas aí no caso que consta a preparação (planejamento) (ES).*

*S2: [...] no planejamento, realmente mudou também, porque a gente fica muito atrelado ao que já existe [...], então houve essa reviravolta na forma de planejar e na forma de estudar como é que o aluno está pensando aquele conteúdo, como é que ele entendeu [...], e a discussão veio a partir do planejamento da discussão [...] (ES).*

*L18: [...] repensar o planejamento, [...] repensar a forma de levar alguma coisa diferente para os meus alunos aprenderem, levar uma coisa que deixe eles mais atraídos, vou deixar o meu aluno ser o construtor do conhecimento dele. Eles não estão só copiando. Eles estão aprendendo de verdade. [...] Você repensa várias coisas. Tudo mesmo. Totalmente diferente do que você já está acostumado (ES).*

Para **L4**, a construção do plano promoveu a aprendizagem matemática nos alunos, mas também a do professor, pois durante sua elaboração foi preciso pensar no conceito matemático envolvido na tarefa de forma detalhada, como em possíveis procedimentos, ideias relacionadas, representações, entre outros, a fim de abranger diferentes ideias dos alunos no desenvolvimento da aula.

Entendemos que para **S2** o modo como foi elaborado o plano de aula não é algo habitual, pois relata que foi uma reviravolta no entendimento da forma de planejamento ao considerar o pensamento do aluno em sua construção. **L18** relata a importância da construção desse planejamento, o qual possibilitou pensar sobre possíveis materiais didáticos a serem utilizados para desenvolver a aprendizagem matemática dos seus alunos, que, no caso do seu grupo, teve o foco na turma de EJA.

Essas práticas mencionadas foram vivenciadas durante os encontros de planejamento, conforme descritos anteriormente, e, assim, entendemos que ao planejarem uma aula a ser desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, na qual se contemplou pensar sobre diversas ações letivas referentes à gestão da aula e à promoção da aprendizagem dos alunos, possibilitou a esses participantes refletir que planejar, nesse sentido, é “[...] uma prática complexa que coloca o aluno no centro do processo de ensino, compelindo o professor a preparar-se da melhor forma para fazer emergir e aprofundar o conhecimento matemático dos alunos a partir da sua atividade” (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014, P. 470).

Sendo assim, entendemos que as ações letivas realizadas nesse processo formativo contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de aspectos do MKT, como de: SCK ao manifestar a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático em questão, buscando diferentes procedimentos, representações e possíveis conexões com outros conceitos; e de KCS ao evidenciar de que é preciso considerar os alunos na



construção do planejamento, seus conhecimentos prévios, suas dificuldades, interesses, entre outros.

### **Sobre o Momento de Ensino**

Os grupos iniciaram suas apresentações explicando como foi organizada a fase de introdução da tarefa: a divisão dos grupos de alunos; a explicação da dinâmica da aula, das fases e as ações a serem realizadas; o tempo para cada fase; e a entrega dos dados para cada grupo. Essas práticas evidenciam a intenção desses grupos em informar aos alunos o modo como será conduzida a gestão da aula, como também em relação ao entendimento da tarefa pelos estudantes.

Em relação à segunda fase, relataram alguns exemplos de como a conduziram partindo do manuseio com os dados, levantando alguns questionamentos. Comentaram também como os alunos ficavam estimulados em responder as perguntas levantadas para conduzir a tarefa, e, à medida que os licenciandos monitoravam os grupos, percebiam que até os alunos mais apáticos, quando direcionavam uma pergunta a eles, voltavam a realizar a tarefa, conforme observamos nos relatos de **L4** e **L6**.

***L4:** [...] lá na escola um dos aspectos, [...] que os alunos, [...] a maior parte, se sentiram, assim, dedicados durante a aplicação, [...] os alunos foram nos indagando, nós fomos fazendo perguntas [...] foram surgindo novas dúvidas, e essas dúvidas são o que fomenta o conhecimento (ES).*

***L6:** [...] eu vi o interesse dos alunos, alguns não de início, mas como a gente foi incentivando, eles foram conseguindo fazer [...] (ES).*

***S2:** [...] o ensino exploratório se mostrou um pouquinho diferente pelo envolvimento maior do aluno, a gente coloca eles em grupo [...]. Então, eu achei muito positivo, aliar a discussão, a construção, os alunos interagindo[...] (ES).*

Consideramos que essas ações letivas levantadas pelos participantes contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de aspectos do KCS, pois, ao refletirem sobre essas práticas e seus desdobramentos, evidenciaram a compreensão de que a prática de monitorar a realização da tarefa por meio de indagações direcionou o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes e também possibilitou um maior envolvimento e interesse dos seus alunos durante a aula.

Outro fato a destacar em relação à prática de monitorar discutida nesse encontro foi a opção do G1 sobre cada licenciando monitorar todos os grupos, a fim de terem em mente o andamento da turma e tomarem as decisões em conjunto.

*L5: [...] na hora da atividade teve o **trabalho em equipe de todos**, tanto dos alunos, como o dos bolsistas, eles trabalharam juntos com perguntas, cada um não ficando só em um grupo, mas a gente sempre fica mesclando pessoas, mesclando grupos, movimentando dentro da sala de aula* (ES).

Esse grupo ressaltou a importância da decisão de monitorarem juntos todos os grupos na realização da tarefa, pois assim tinham em mente o andamento da turma como um todo e poderiam tomar decisões conjuntas durante a aula, como a de sequenciar e selecionar as resoluções a serem apresentadas. Essa necessidade em conduzir vários momentos de aula de forma conjunta permitiu aos participantes desse grupo pensarem em possíveis ações letivas com diferentes olhares, minimizando que algo planejado caísse no esquecimento ou que improvisações acontecessem.

Na terceira fase da discussão da tarefa, os grupos relataram algumas ações realizadas para a condução dessa fase, como a necessidade de deixarem os alunos bem à vontade para apresentarem suas resoluções e que também poderiam perguntar sobre dúvidas e fazerem colocações durante as apresentações. E, ainda, explicaram sobre o critério de seleção e sequenciamento das resoluções, iniciando pelas resoluções mais simples e gradativamente trazer à discussão as mais elaboradas, com ideias de generalização, o qual foi utilizado pelos três grupos.

*L1: [...] é muito importante que o professor conduza a turma de forma que possa garantir todo o respeito com quem está lá na frente, os alunos, eu acho que isso é muito importante* (ES).

*L6: [...] escolhemos a partir do resultado mais simples, até o mais difícil [...]. De início eles ficaram meio intimidados, depois de um tempo eles foram se soltando. [...] Nós falamos para eles ficarem à vontade, dissemos que se alguém tivesse alguma dúvida, perguntassem a eles, foi como se, a turma que estava apresentando, estivesse dando a aula [...]* (GV).

Diante disso, com a ação de deixar os alunos à vontade para a fase da discussão, os licenciandos notaram que esses estudantes no início da fase estavam um pouco apreensivos, mas, à medida que a fase caminhava, tranquilizavam-se, de modo que a impressão era que “[...] a turma que estava apresentando, estivesse dando a aula [...]” (L6). Foi o que possivelmente contribuiu para que uma aluna do G3, a qual sempre se recusou a ir até a lousa, dessa vez participou explicando sua resolução, como destacou **S3** nesse encontro. Outra observação a ressaltar, foi que os alunos entendiam que a resolução de seus colegas tinha raciocínio matemático semelhante, porém realizados de outra forma.

Nesses relatos, observamos uma preocupação referente à manutenção de um ambiente propício para a discussão, prezando pelo respeito mútuo e pela liberdade dos alunos fazerem perguntas, permitindo que pudessem tirar suas dúvidas, ou fazer colocações para contribuir com a conexão das ideias matemáticas apresentadas nesta fase. Diante disso entendemos que essa ação propiciou a mobilização/desenvolvimento de elementos inerentes ao KCS desses participantes, pois, ao conhecer esses alunos, manifestaram o entendimento de que essa ação promove um ambiente favorável para as discussões matemáticas, assim, os alunos poderiam compreender o objeto matemático em questão de diferentes maneiras, mantendo o nível de exigência cognitiva da tarefa.

Vale destacar no relato de **S2** a fala sobre a importância que deu para a fase da discussão da tarefa, a qual o permitiu direcionar os pensamentos em desenvolvimento e incompletos de seus alunos, mobilizando/desenvolvendo o KCS. Além disso, enfatizou que a aula desenvolvida sob essa abordagem de ensino diferencia-se de uma aula habitual, possibilitando o entendimento sobre o desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos desde a introdução do conteúdo, e não apenas no final do processo, na correção da prova, como cita.

**S2:** [...] *geralmente a discussão só acontece quando o aluno já vai corrigir o exercício, não é? Lá no final do processo. E aqui não, no início do processo, na introdução do conteúdo, o aluno já está socializando, já está vindo para o quadro, então já pode corrigir um desvio de pensamento “opa não você pensou errado aqui” coisa que às vezes a gente só consegue fazer quando vai corrigir a prova e a prova só vem no final do processo* (ES).

Nos relatos sobre a última fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, os grupos ressaltaram a maneira como conduziram essa fase a partir das resoluções apresentadas pelos alunos, conforme descrevemos na análise do momento de ensino. Além disso, cada grupo levantou alguns pontos positivos sobre o desenvolvimento do momento de ensino.

O G1 ressaltou o interesse pelos alunos da escola em relação à aula ministrada sob a perspectiva de ensino exploratório, pois, após a tarefa de ensino, os licenciandos continuaram a participar de atividades relativas ao PIBID na escola, e, ao encontrar com os alunos que participaram da aula, esses os indagavam sobre quando aconteceria a próxima atividade de aula nesse formato.

O G2 frisou acerca do entendimento que tiveram sobre papel dos alunos durante a aula, o de “investigador”, do estudante ativo no desenvolvimento da construção do seu

conhecimento, o qual os permitiu “[...] raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014, p. 218).

O supervisor do G3 mencionou que logo após essa prática trabalhou novamente com aspectos de uma aula na perspectiva de ensino exploratório com a mesma turma de EJA, pois devido ao interesse e participação da classe optou por conduzir uma aula nessa mesma abordagem. Além disso, na entrevista semiestruturada realizada doze dias após o quinto encontro, **S3** relatou que utilizaria novamente essa perspectiva em sala de aula, mas agora com outra turma do ensino regular.

*S3: [...] então isso aí vai com certeza **agregar o meu conhecimento, vai com certeza fazer com que eu mude minha visão e com certeza vou usar muito mais esse Ensino Exploratório.** [...] Então, para minha aula dessa semana, que vai ser amanhã, eu já mudei minha estratégia, [...] vou botar uma atividade que eu já preparei para eles, e vou tentar ir pelo caminho do **Ensino Exploratório e ver se eles conseguem fazer a atividade do Ensino Exploratório** (ES).*

Diante desses aspectos mencionados, entendemos que esses participantes em suas reflexões sobre esse processo formativo evidenciaram ações letivas que contribuíram para o seu desenvolvimento profissional e, conseqüentemente, promoveram também a aprendizagem matemática de seus estudantes. Vale destacar o depoimento de **S3** a respeito da abordagem de ensino exploratório, a qual possibilitou uma reflexão sobre suas práticas, mobilizando diferentes conhecimentos profissionais conforme observamos nas análises dos momentos de planejamento e de ensino, e, assim, promovendo o desejo de utilizá-la novamente em suas aulas.

Segundo Marcelo (2009), baseado no modelo de mudança dos professores de Guskey e Sparks (2002), os professores “[...] mudam as suas crenças, não como consequência da sua participação em atividades de desenvolvimento profissional, mas sim comprovando, na prática, da utilidade e exequibilidade dessas novas práticas que se querem desenvolver” (MARCELO, 2009, p. 16).

### **Sexto Encontro - Reflexão Final**

Este encontro realizou-se no dia 15 de dezembro de 2017, quinze dias após o encontro das apresentações relativas a cada aula ministrada e posterior à realização das

entrevistas individuais<sup>38</sup>. Neste compareceram dois supervisores, **S1** e **S3**, e doze licenciandos, **L1**, **L3**, **L4**, **L5**, **L6**, **L8**, **L10**, **L11**, **L13**, **L14**, **L17** e **L18**.

Essa reflexão iniciou-se com o quadro síntese do primeiro processo formativo (quadro 8) com o intuito de lembrarem os momentos vivenciados nesta formação, desde o primeiro encontro com a oficina de aula de ensino exploratório, passando pelos encontros de: *planejamento*, estudo, discussão e elaboração de ações letivas relativas à abordagem de ensino exploratório; *ensino*: aplicação de aula pelos grupos; *reflexão*, apresentação de cada grupo sobre o ensino realizado. Em um segundo momento, a fim de conduzir essa reflexão, a pesquisadora lançou algumas perguntas<sup>39</sup> aos participantes.

Sendo assim, a seguir apresentamos alguns aspectos de desenvolvimento profissional docente que foram mobilizados/desenvolvidos pelos participantes investigados no primeiro processo formativo, evidenciados nos depoimentos desse encontro e também em suas respostas à entrevista semiestruturada, sobre: a abordagem de ensino exploratório de matemática; a forma como foi conduzido o primeiro processo formativo; o processo formativo ter sido desenvolvido no PIBID; a continuação da formação vivenciada pelos participantes.

### **Sobre a abordagem de ensino exploratório de matemática**

Nos depoimentos dos sujeitos da pesquisa, observamos que o primeiro processo formativo, apoiado na perspectiva de ensino exploratório, promoveu a inclusão de ações letivas realizadas no momento de ensino em suas futuras práticas profissionais.

*L1: [...] quando a gente leva um desafio [...] que seja de um contexto interessante para o aluno, [...] de forma que estimule ele a pensar sobre aquilo, [...] que leve ele a raciocinar, de forma que possa trabalhar o conteúdo matemático em cima daquilo, é bem interessante, pretendo utilizar, porque eu acho que nesse processo o aluno é o principal, o professor deixa de ser o foco, não é? Quando eu falo foco, não que não seja importante, que ele é importante para produzir a atividade, mas o aluno, ele é o protagonista. [...]então é muito melhor a gente levar um problema que o aluno chegue na fórmula, do que estimular ele a decorar a fórmula. [...] Porque a gente vê que essa ideia de [...] meio que impor fórmulas para os alunos decorarem não tem sentido nenhum, se para gente não tem sentido, imagine para eles [...]* (ES).

*L5: [...] a partir dele a gente vai buscar o que o aluno está pensando, você pode fazer ele aperfeiçoar, interpretar muito melhor o conteúdo do que com uma aula simples, normal. [...] o aluno vai interpretar a matéria, o conteúdo sozinho, utilizando os*

<sup>38</sup> Realizamos a reflexão final após as entrevistas, para que não influenciasse as respostas dos participantes em seus depoimentos.

<sup>39</sup> Algumas dessas perguntas foram feitas na entrevista semiestruturada realizada pelos participantes analisados.

*conteúdos passados que ele já viu e a partir disso é que a gente faria a finalização. [...] Ponto positivo seria que você teria que trabalhar mais, você pensaria mais, você teria que puxar pontos antigos que talvez o professor mesmo já tenha esquecido, para poder responder (ES).*

*L6: Como eu disse, abriu os olhos, me fez ensinar os meus alunos de uma forma diferente, que eles possam praticar mais por si só, sem ficar e dizer “Olha é essa fórmula” ou “a regra é essa.”, não, eles criariam a sua própria regra que chegaria no final, porém, a gente tem que ficar lá, não é? [...] orientá-los para chegar no caminho certo. [...] Então, eu gostei de ter participado dessa experiência, [...] eu também aprendi junto com os meus alunos, porque eu aprendi uma nova forma de ensinar, enquanto eles aprendiam um novo jeito de pensar. [...] acho que resumindo tudo, foi ótimo, foi bom, eu faria de novo, eu pretendo passar para os meus alunos quando eu estiver atuando em uma escola (ES).*

*L13: [...] então, durante o Ensino Exploratório eu vi que [...] quando a gente está tentando resolver a gente fica pensando, construindo, fica encantado com aquilo. [...] a gente viu que eles sabem, eles conseguem fazer, a gente não acredita nos nossos alunos, então, eu acredito que isso eu vou levar para minha vida [...]. No Ensino Exploratório a gente viu que, fazendo com que eles participem da aula, é que a gente deixa de ser aquele centro das atenções, [...] os alunos participam, eles tem a vez, eles podem modificar aquela maneira de resolver, a gente pode construir algo novo (ES).*

*L18: Porque eu vi todo mundo participando, eu vi as pessoas descobrindo, [...] elas se dedicaram a aprender aquilo, elas simplesmente se atraíram por aquela forma de aprender. [...] elas ficaram contentes com aquela descoberta e dispostas a aprender mais coisas (ES).*

Diante desses relatos, observamos que o processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório proporcionou aos participantes desse estudo (re)construírem e conduzirem práticas letivas, as quais promoveram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos do MKT.

De SCK, ao evidenciar que é preciso planejar-se, buscar conhecer o conteúdo matemático, possíveis procedimentos, representações, conceitos relacionados, notações, a fim de se preparar frente a diversas interpretações, estratégias que os alunos poderão utilizar em sua resolução, possibilitando, assim, diferentes encaminhamentos para conduzi-los à aprendizagem do conceito em questão.

De KCS, ao manifestar o entendimento de que é preciso ter o conhecimento dos alunos, sobre seus conhecimentos prévios, o que acham de interessante, suas dificuldades, pois o mesmo contribui para o desenvolvimento da aula de modo a promover suas aprendizagens matemáticas. Como escolher uma tarefa que seja interessante para os alunos a fim de obter o engajamento deles durante sua realização, proporcionando, assim, a participação de todos e o desenvolvimento de autonomia nas tomadas de decisões. E monitorá-los durante a aula, objetivando conhecer seus pensamentos incompletos, em desenvolvimento, para dar dicas e direcioná-los na resolução da tarefa.

De KCT, ao evidenciar que o ensino exploratório de matemática, enquanto uma abordagem de ensino, proporcionou aos licenciandos e supervisores pensarem sobre outras formas de ensinar o conteúdo em questão.

Além disso, entendemos que esse momento propiciou a esses professores e futuros professores um olhar para o modo como aconteceu as aprendizagens dos estudantes, levando-os a acreditarem que são capazes de desenvolver estratégias para a construção do seu próprio conhecimento matemático, e que a descoberta realizada por eles traz uma satisfação pessoal, impulsionando a querer aprender mais, como relata **L18**: “[...] Elas ficaram contentes com aquela descoberta, e dispostas a aprender mais coisas”. Nesse sentido, entendemos que “aprender bem matemática resulta do envolvimento em uma sequência de ações cuidadosamente planejadas e orquestradas” (Stein *et al.*, 2008, p. 335).

### **Sobre o primeiro processo formativo**

Com base na literatura estudada, consideramos que para desenvolver uma ação formativa de professores, a qual vise o desenvolvimento profissional de seus participantes, é preciso ter por foco processos de desenvolvimento docente situados em serviço, em práticas sociais, possibilitando a reflexão, tanto individual quanto coletiva, proporcionando rever, renovar, ampliar, aprofundar, e melhorar suas qualificações profissionais, e que, além disso, tenha uma significativa contribuição da parte teórica (DAY, 2001; MARCELO, 2009; SMITH, 2001; PONTE, 1998, 2014).

Nesse sentido, desenvolvemos o primeiro processo formativo considerando o ciclo letivo do professor, especificamente em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão sobre o trabalho realizado, o qual foi apoiado na abordagem de ensino exploratório de matemática, a fim de promover a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do MKT de Ball, Thames e Phelps (2008). Diante disso, trazemos alguns depoimentos que remetem a possíveis contribuições que o primeiro processo formativo pode ter proporcionado à formação desses participantes.

*S2: O tempo de amadurecimento teve o encontro em que a gente vivenciou a tarefa, houve um tempo, não é? [...] vivenciou hoje e leva as resoluções para casa, socializa, envia, para a professora, ela devolve formalizado, então esse feedback, esse bate e volta das resoluções do processo, a constante troca de ideias. Fiz as minhas respostas aqui, fui para lá, corrigiu, mandou. Esse processo aliado ao tempo, aqui teve oito dias para o próximo encontro, teve mais outros dias para a aplicação. Então eu acredito que foi positivo por conta disso. Teve um tempo, mas teve um tempo que foi acompanhado [...] (ES).*

*S3: Difere, assim, porque geralmente eles (formadores) trazem as realidades diferentes da sua, eles te dão dicas de outras coisas, de outros modelos que deram certo em outras situações, mas eles não vivenciam na prática, e o que vai dizer para você se vai dar certo ou não é a prática, é a realidade do seu aluno. [...] Então, eu acho que trazer isso para a prática, que se fez uma primeira experiência, você viu “olha, eu acho que pode funcionar, com essa experiência que eu tive eu acho que pode funcionar”, tanto acho que pode funcionar que eu já estou querendo fazer nas minhas turmas [...]. Então, eu já abri os meus horizontes, eu já tenho uma nova estratégia para usar para me auxiliar (ES).*

Nesses depoimentos percebemos que os participantes destacaram positivamente a forma de organização do processo formativo, o qual considerou a realidade em que trabalham, desenvolvendo o trabalho a partir de suas necessidades, por meio da interação entre os participantes, durante e após os encontros com as tarefas presenciais e não presenciais, sempre com o acompanhamento e *feedback* da formadora. Como relata S3: “[...] o que vai dizer para você se vai dar certo ou não é a prática, é a realidade do seu aluno”, e foi o conhecimento da sua realidade que possibilitou esse supervisor dizer que “[...] pode funcionar que eu já estou querendo fazer nas minhas turmas [...]”.

Sobre isso, Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que, quando se há uma ação formativa organizada em torno da prática letiva do professor, é possível promover em seus participantes a reflexão sobre sua própria prática, e se for realizada de outra forma, não considerando-a, poucas serão as “[...] influências sobre as realidades diárias do ensino e pouco efeito sobre a melhoria do ensino e da aprendizagem” (p. 404).

L13 relata em seu depoimento a diferença de participar de uma ação formativa desenvolvida com tarefas relativas ao trabalho docente, em relação a outras que trazem apenas o conhecimento teórico, a qual contribuiu para esse licenciando “[...] aprender a ser professor [...]”.

*L13: [...] no seu projeto que a gente estava fazendo no PIBID eu abri novos horizontes, eu pude ver que nós professores podemos, sim, modificar para os alunos poderem entender alguma coisa, e não os alunos se modificarem para aprender com a gente. Sim, quando eu participava do outro grupo (do PIBID), [...] sempre estava disponibilizando cursos para a gente participar. [...] Essa contribuição deles foi legal para o que a gente aprendeu, mas em relação a gente aprender a ser professor daquela área, é bem diferente do que aconteceu com o seu curso, posso dizer assim, porque não foi você quem estava fazendo o curso, digamos assim, era a gente que estava construindo todo aquele curso, foi dependendo da gente para você elaborar ele, porque se nós não participássemos, nós não teríamos a progressão do curso (ES).*

Diante desse depoimento notamos que na formação docente pode ainda persistir a visão do professor como um mero executor de propostas, sem haver uma preocupação em saber o que o docente tem a dizer, sobre suas crenças, concepções e valores, bem como,



sobre outros assuntos relativos aos conhecimentos didáticos (FERREIRA, 2003; FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016; PASSOS *et al.*, 2006; PONTE, 1998, 2002, 2014). Esse olhar não fica restrito apenas a esse grupo do PIBID citado por **L13**, mas também outras pesquisas que foram realizadas nesse programa fazem essa crítica e ressaltam que a concepção do formador influencia o modo como os projetos são conduzidos (CARVALHO, 2016; MENDES, 2013).

Cabe frisar que a preocupação com o conhecimento de conteúdo matemático presente nos cursos que trabalham com formação de professores é importante e necessária para a condução de uma aula, porém, como descrito neste estudo, é preciso os formadores irem além e relacionarem o conhecimento da disciplina com tarefas específicas de ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Percebemos no depoimento do participante **L18**, o qual não acreditava que abordagens de ensino diferentes da tradicional poderiam contribuir para a aprendizagem dos alunos, no entanto, após a participação nessa ação formativa, esse licenciando manifesta entender que a partir do estudo, reflexão e a prática letiva sobre uma “nova” estratégia de ensino, a sua utilização pode colaborar para aprendizagem dos estudantes e também para o seu desenvolvimento profissional.

***L18:** Eu fui uma pessoa que eu bati algumas vezes de frente [...] com relação a essas coisas, porque eu não acreditava. Mas eu acho que é tão importante, é uma sensação muito boa quando você vê que o aluno está descobrindo as coisas por si só, e ali você vê que realmente está aprendendo, ele não está simplesmente copiando. Eu achei interessante a aplicação, mas não se resume somente você chegar com um exemplo de ensino exploratório na sua turma e simplesmente aplicar. Aquele todo, aquele planejamento, é importante. Eu aprendi isso como? Eu aprendi nos encontros. [...] Você aprende que é importante acompanhar os alunos, é importante se preparar muito bem antes, é importante não ser qualquer coisa a levar para os alunos. [...] Então não se resume apenas na aplicação, se resume na preparação, numa forma de aprender como planejar, aprender como aplicar, aprender como elaborar. [...] Todos os encontros, eu não queria faltar nenhum (ES).*

Diante disso entendemos que essas percepções de **L18** em relação às ações letivas necessárias para conduzir os alunos à aprendizagem matemática acontecem por meio da conscientização de que é preciso mudar a sua prática letiva, e que a partir disso foi possível conduzir seus estudantes à construção do conhecimento matemático.

## Sobre o primeiro processo formativo ter sido desenvolvido no PIBID

O desenvolvimento profissional docente tem por foco processos de desenvolvimento do professor em serviço, como acontece no PIBID, o qual tem como princípios norteadores a formação de professores “[...] referenciada no trabalho na escola e na vivência de casos concretos”, como também “[...] realizada com a combinação do conhecimento teórico e metodológico dos professores das instituições de ensino superior e o conhecimento prático e vivencial dos professores das escolas públicas” (BRASIL, 2013, p. 29).

Sendo assim, nos próximos depoimentos entendemos que foram mobilizados/desenvolvidos pelos participantes alguns aspectos de desenvolvimento profissional docente a partir do trabalho realizado entre escola e universidade, o qual propiciou aos licenciandos e supervisores, momentos reais de prática letiva em que foram planejados previamente, a partir de estudos teóricos, discussões e reflexões realizadas em conjunto.

*L11: Tivemos um pouco mais de facilidade porque nós do PIBID já estamos vivenciando aquela realidade da escola, [...] acredito que como a gente está lá fazendo parte da escola, vivenciando o dia a dia do professor, do planejamento, às vezes até entrando em sala pra dar uma aula, aplicando atividades, eu acho que ficou mais fácil, mais viável. [...] Estar trabalhando com o professor lá é muito rico, porque o professor está ali todos os dias com os alunos dele, ele traz aquelas experiências pra gente [...] (ES).*

*L13: [...] a gente tem um professor, a gente tem aquela sala, aquela sala também é nossa então, facilitou bastante a aplicação da nossa atividade do Ensino Exploratório com ele, porque ele deu todo o apoio, tanto quanto à sala, quanto por material didático daquela aula (ES).*

*L18: [...] já ter conhecido os alunos, a gente ter uma liberdade na escola, a gente chegar à escola e ter uma sala, eu acho muito mais interessante você agir em uma sala de aula completa, [...] do que você chegar e retirar alguns alunos e levar para o laboratório. [...] Porque a gente tem a escola que nos apoia (ES).*

Nesses relatos observamos a importância do PIBID para o desenvolvimento profissional desses participantes, propiciado pela sua dinâmica (figura 1), ou seja, por acontecer parte na universidade e parte na escola, promovendo, assim, um espaço real da prática letiva da futura profissão, a qual possibilita a esses licenciandos conhecerem a estrutura da escola, os alunos, os professores, bem como outros atores que fazem parte desse espaço. Nesse sentido, entendemos que essa aproximação direta e constante gera neles um sentimento de pertencer a essa realidade (NÓVOA, 2009), devido aos seus encontros

semanais nesse local, seja para a observação das atividades escolares, planejamento, regência, entre outras atividades.

Diante disso, entendemos que a participação no PIBID aliada a uma formação que promova a reflexão sobre atividades de ensino e suas possíveis exigências matemáticas, pode auxiliar esses licenciandos a mobilizarem/desenvolverem conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do MKT. Como aconteceu neste estudo que, ao participarem parte da carga horária do programa na escola, possibilitou esses graduandos conhecerem diversos aspectos do trabalho docente, e um deles foi o conhecimento dos estudantes em relação a seus interesses, dificuldades, conhecimentos prévios, entre outros, possibilitando que o utilizassem no momento de planejamento e de ensino aliado ao conteúdo matemático, promovendo, assim, a mobilização/desenvolvimento de aspectos de KCS, como descrevemos nas análises desses dois momentos.

Outro fato a destacar foi a interação entre licenciando e supervisor durante a participação desse processo formativo, a qual possibilitou que mobilizassem/desenvolvessem aspectos do MKT. Vejamos alguns depoimentos.

*S2: [...] porque [...] na hora do planejamento a gente esteve junto, e ali naquela hora, na hora do planejamento, não havia supervisor nem pibidianos. A gente estava de igual para igual construindo junto o planejamento. Executou junto. Só na discussão dos resultados [...], na socialização, a gente deixou eles agirem um pouco mais, por conta deles terem uma exigência maior de vivenciar a atividade (ES).*

*S3: [...] o PIBID auxiliou demais, porque os meninos te ajudam demais. [...] A troca de experiência dos supervisores que já são professores formados há muito tempo, com os bolsistas do PIBID que ainda estão em processo de formação, a troca de ideias. [...] o que eles estão vivenciando na universidade, das coisas novas que eles continuam trazendo das universidades faz com que crie um equilíbrio entre o professor que já tem anos de experiência com aquelas inovações de quem está chegando (ES).*

Diante disso entendemos que esses supervisores consideram essa interação como algo positivo para a formação de ambos, licenciandos e professores, pois, ao mesmo tempo que estão contribuindo para o desenvolvimento profissional docente dos licenciandos, por meio de suas experiências, os graduandos trazem conhecimentos oriundos da universidade que auxiliam em suas práticas diárias em sala de aula. Além disso, percebemos que se configura nesse ambiente um sentimento de autonomia pelos licenciandos em tomada de decisões, em discussões, planejamentos, em relação a ações letivas realizadas dentro de cada grupo.

Essa interação no momento de planejamento possibilitou que esses participantes mobilizassem/desenvolvessem o SCK em práticas, por exemplo, de antecipar a tarefa,

promoveu que discutissem diferentes procedimentos, representações, estratégias, ideias relacionadas ao conceito de probabilidade, permitindo conhecer esse objeto matemático de forma detalhada atrelado a diferentes formas de ensiná-lo, como verificamos na análise do momento de planejamento e na discussão entre S1 e o G1 dos conhecimentos prévios de probabilidade.

Para Nóvoa (2009), essa reflexão coletiva é que dá sentido ao desenvolvimento profissional dos professores, pois, por meio de trabalhos realizados em equipe “[...] reforça-se um sentimento de pertença e de identidade profissional que é essencial para que os professores se apropriem dos processos de mudança e os transformem em práticas concretas de intervenção” (NÓVOA, 2009, p. 8).

Na seção que segue, trazemos algumas considerações a respeito do primeiro processo formativo.

## **6.2 Considerações sobre o Primeiro Processo Formativo**

Com o objetivo de *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, buscamos responder a seguinte questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

Diante disso, após uma análise do primeiro processo formativo realizada na seção anterior deste trabalho, apresentamos nos quadros a seguir conhecimentos profissionais relativos aos subdomínios do MKT que foram mobilizados/desenvolvidos na realização do primeiro processo formativo a partir dos momentos de planejamento, de ensino e de reflexão. Além disso, trazemos quadros que sintetizam práticas letivas que foram realizadas pelos participantes no desenvolvimento dessa formação que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento dos subdomínios da perspectiva do MKT.

**Quadro 26:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de planejamento do Primeiro Processo Formativo

<b>Momento de Planejamento</b>		
<b>Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Subdomínio do MKT</b>
<p>- Relacionar o significado de razão das representações de fração e de porcentagem, a fim de promover o entendimento dos alunos por meio de uma razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número de casos possíveis;</p> <p>- Realizar a conexão de diferentes interpretações para a tarefa, com a definição de probabilidade e a generalização para a soma de dois números resultar em um número par ou em um número ímpar.</p>	<p>- Ao escolher uma tarefa que considere os conhecimentos prévios dos alunos e que seja desafiante e interessante para eles.</p>	SCK
<p>- Utilizar dois dados para os alunos manipularem a fim de trabalhar com outras ideias matemáticas que estão atreladas ao objeto matemático em questão, como a generalização para a soma dos números das faces superiores de dois dados.</p>		KCS
<p>- Resolver a tarefa por meio:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da utilização de quadros para encontrar o número total de possibilidades para soma dos números das faces superiores de dois dados, construindo assim o espaço amostral;</li> <li>• do uso de diferentes representações - fração, porcentagem, decimal -, relacionando-as com a definição de probabilidade;</li> <li>• da generalização da soma par e da soma ímpar para as faces superiores no lançamento de dois dados;</li> <li>• do uso da ideia de árvore de possibilidades para determinar o número de caso possíveis para obter uma soma par;</li> <li>• da utilização da regra de três simples para obter o número de casos possíveis de uma soma par, a partir do espaço amostral;</li> <li>• da associação de que para cada face fixada no primeiro dado é possível obter 3 possibilidades de somas pares com o segundo dado;</li> <li>• da determinação da probabilidade de obter somas pares das faces superiores no lançamento de dois dados a partir da adição da probabilidade de sair um número par no primeiro e no segundo dados (1/4), com a probabilidade de sair um número ímpar no primeiro e no segundo dados (1/4);</li> <li>• do uso do princípio multiplicativo para determinar o número de possibilidades de somas pares.</li> </ul>	<p>- Antecipar possíveis resoluções da tarefa, pensando em prováveis resoluções dos alunos e também em ideias matemáticas que podem ser conectadas ao conceito em questão.</p>	SCK
<p>- Utilizar diferentes estratégias de resolução para a tarefa, além da razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis ao evento e do espaço amostral, permitindo aos alunos que não haviam estudado o conceito em questão resolvessem de diferentes maneiras, como por meio da generalização da soma de dois números para obter um número par, usando o significado de razão presente em uma fração para definir probabilidade.</p>		KCS

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 27:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento do Primeiro Processo Formativo

Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT		Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Participação na oficina de aula	- Ao compreenderem que em uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório é preciso buscar conhecer o objeto matemático de forma detalhada, pensar nos possíveis erros, procedimentos, notações, representações, interpretações, conexões com outros conceitos, a fim de se preparar para diferentes resoluções e perguntas.	SCK
	- Ao manifestarem o entendimento de que é preciso considerar os estudantes para o desenvolvimento de uma aula: <ul style="list-style-type: none"> <li>• em escolher uma tarefa que seja desafiante e que possa despertar o interesse deles;</li> <li>• em realizar a prática de monitorar o desenvolvimento da tarefa para entender o pensamento incompleto e em desenvolvimento dos estudantes, e, assim, elaborar perguntas que direcionem suas resoluções, mantendo o desafio cognitivo.</li> </ul>	KCS
	- Ao perceberem que sequenciar as apresentações utilizando de critérios pode possibilitar um encadeamento lógico das ideias matemáticas.	KCT
Escolha da tarefa	- Ao pensarem na conexão de diferentes interpretações para a tarefa, buscando entender a matemática de uma forma detalhada, ou seja, fazendo o exercício de compreender seus porquês, diferentes estratégias, procedimentos, entre outros, para sua resolução.	SCK
	- Ao se preocuparem com o nível de conhecimento dos alunos, com seus conhecimentos prévios, com suas possíveis dificuldades, erros, em trazer uma tarefa que seja interessante, que possa desafiá-los e encorajá-los na busca de sua resolução, ao mesmo tempo que proporcione novas aprendizagens.	KCS
Antecipar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao permitir pensarem sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e, assim, buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão; preparar-se para um possível critério de sequenciamento das apresentações.	SCK
	- Ao propiciar ao professor, em seu planejamento, pensar nos alunos, considerando possíveis erros, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas no momento de monitorar a realização da tarefa, possibilitando a criação de estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.	KCS
Construção do plano de aula	- Ao modo de compreensão do papel do plano de aula como um instrumento que faz refletir sobre: <ul style="list-style-type: none"> <li>• o conhecimento matemático necessário para conduzir uma aula, propiciando conhecer a matemática de uma forma mais detalhada, entendendo diferentes procedimentos, estratégias, interpretações de um objeto matemático, possíveis erros e compreensões de como ocorreu;</li> <li>• prováveis ações da gestão da aula, que podem contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos, como a prática de antecipar possíveis resoluções.</li> </ul>	SCK
	- Ao manifestarem entender que é preciso ter o conhecimento dos seus alunos, pois assim poderão levar em conta: <ul style="list-style-type: none"> <li>• os conhecimentos prévios desses alunos, a fim de viabilizar a escolha da tarefa e desafiá-los para a construção de novos conhecimentos;</li> <li>• a antecipação das suas possíveis resoluções, com o olhar a prováveis dificuldades e caminhos que poderão tomar;</li> <li>• o que os estudantes poderiam achar interessante para promover o engajamento na realização da tarefa e, assim, proporcionar a aprendizagem matemática deles.</li> </ul>	KCS

Fonte: Dos autores

**Quadro 28:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de ensino do Primeiro Processo Formativo

<b>Momento de Ensino</b>		
<b>Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de subdomínios do MKT</b>	<b>Subdomínio do MKT</b>
<p>- Relacionar os lançamentos de dois dados com uma ideia de generalização para obter o número de possibilidades para somas pares, conduzindo os alunos a fixarem o primeiro dado a fim de obter 3 possibilidades no segundo dado, assim poderiam realizar esse procedimento com cada uma das 6 faces.</p>	<p>Monitorar (STEIN, et al., 2008) a realização da tarefa dos alunos</p>	<p>KCS</p>
<p>- Orientar um grupo de alunos que não se atentou que ao lançar dois dados é preciso considerar que são lançamentos distintos, que existem possibilidades para o primeiro dado e possibilidades para o segundo, por exemplo, se sair o número 2 no primeiro e 1 no segundo dados, é diferente de sair o número 1 no primeiro e 2 no segundo, apesar das somas desses lançamentos serem as mesmas.</p>		
<p>- Ao selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente trazendo a que utilizou uma representação tabular para construir o espaço amostral com os resultados possíveis para a soma de dois dados, para que, a partir disso, os alunos pudessem verificar nessas tabelas as possíveis somas pares. Em um segundo momento, trazer a que mostrou a ideia de probabilidade a partir da representação fracionária, apontando para uma possível formalização do conceito por meio da ideia de razão. E, por fim, trouxeram a resolução que indica uma ideia mais direta para a obtenção do resultado, a qual percebeu que metade das somas possíveis no lançamento de dois dados seriam pares e a outra metade ímpares, mostrando uma generalização pela combinação dos números pares e ímpares.</p>	<p>Selecionar e sequenciar (STEIN, et al., 2008) as resoluções apresentadas pelos alunos durante a fase da resolução da tarefa</p>	<p>KCT</p>
<p>- Utilizar o espaço amostral construído por um grupo de alunos, a fim de relacionar com a definição de probabilidade a partir do significado de razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis ao evento;</p> <p>- Conduzir a turma a pensar sobre expressões algébricas que caracterizam a adição de dois números pares, dois números ímpares, e um par e um ímpar, a partir da ideia da árvore de possibilidades trazida por um dos grupos de alunos.</p>	<p>Conectar (STEIN, et al., 2008) as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas</p>	

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 29:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino do Primeiro Processo Formativo

Fases da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)	Práticas letivas realizadas durante o momento de ensino que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT	Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Antes da aula	- Ao perceber que a prática de <u>antecipar</u> possíveis resoluções dos alunos promove a busca por entender o conceito matemático de uma forma detalhada, a fim de contribuir para a prática de monitorar a realização da tarefa dos alunos.	SCK
Introdução da tarefa	- Quando houve uma preocupação em trazer elementos didáticos para a aula que podem contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e consequentemente na aprendizagem dos alunos, como: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a ação de esclarecer a dinâmica da aula;</li> <li>• utilizar um material manipulável; e</li> <li>• a encenação para garantir que os alunos entendam e consigam dar andamento à realização da tarefa.</li> </ul>	KCS
Realização da tarefa	- Ao entender que a prática de <u>monitorar</u> permite ao professor: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ter acesso ao modo como o pensamento matemático dos alunos está se desenvolvendo, e que essa ação possibilita fazer encaminhamentos para direcionar esses raciocínios para sua resolução, além de incentivá-los durante a realização da tarefa; e</li> <li>• questionar os alunos para (re)organizarem seus pensamentos a fim de se prepararem para a discussão da tarefa.</li> </ul>	KCS
	- Ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre <u>selecionar</u> quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um <u>sequenciamento</u> lógico das ideias matemáticas apresentadas e assim conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula.	KCT
Discussão da tarefa	- Ao se preocuparem em manter um clima harmonioso, além de apoiar e incentivar os alunos a apresentarem suas resoluções, pois, ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos. - Ao manifestarem a compreensão de que iniciar a discussão da tarefa com uma resolução fácil ajuda a tornar esse momento mais acessível aos estudantes.	KCS
	- Ao levantarem perguntas para orientar os alunos nas suas apresentações, a fim de conectar as diferentes ideias discutidas e possibilitar que os estudantes não se esqueçam de mostrar algo importante de suas resoluções.	KCT
Sistematização das aprendizagens matemáticas	- Ao aproveitar as ideias que foram apresentadas na fase da discussão da tarefa, <u>conectando-as</u> a diferentes ideias discutidas para conduzirem o aprendizado de modo significativo para os alunos, promovendo um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa a partir do que foi realizado e discutido anteriormente.	KCT

**Fonte:** Dos autores

Como destacamos anteriormente, as questões levantadas pelos participantes nos encontros de reflexão, em sua maioria, tratam a respeito de ações letivas que foram estudadas, planejadas, discutidas e executadas durante os quatro primeiros encontros desse processo formativo, nos de planejamento e de ensino, o que permitiu a esses sujeitos



vivenciarem práticas não comuns em sua formação, e que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de alguns dos conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do MKT, como destacado nos quadros 26 e 28 e na seção de descrição e análise do primeiro processo formativo. Nesse sentido, no momento de reflexão trazemos apenas o quadro síntese das práticas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento dos subdomínios do MKT.

**Quadro 30:** Síntese das práticas letivas realizadas durante o momento de reflexão do Primeiro Processo Formativo

Práticas letivas realizadas durante o momento de reflexão que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT		Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Tarefa de Planejamento	- Ao manifestar a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático em questão, buscando diferentes interpretações, procedimentos, estratégias, representações, possíveis erros e compreensões.	SCK
	- Ao evidenciar que é preciso considerar os alunos na construção do planejamento, seus conhecimentos prévios, suas dificuldades, interesses, entre outros.	KCS
Tarefa de Ensino	- Ao evidenciarem a compreensão de que a prática de monitorar a realização da tarefa por meio de indagações direciona o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, e também possibilita um maior envolvimento e interesse por parte deles durante a aula.	KCS
	- Ao manifestarem o entendimento de que um ambiente propício para as discussões matemáticas possibilita aos alunos compreenderem o objeto matemático em questão de diferentes maneiras, mantendo o nível de exigência cognitiva da tarefa.	
Abordagem de ensino exploratório de matemática	- Ao evidenciarem que é preciso se planejar, buscar conhecer o conteúdo matemático, possíveis procedimentos, representações, conceitos relacionados, notações, etc., a fim de se prepararem frente a diversas interpretações, estratégias que os alunos poderão utilizar em sua resolução, possibilitando, assim, diferentes encaminhamentos para conduzi-los à aprendizagem matemática.	SCK
	- Ao manifestar o entendimento de que é preciso ter o conhecimento dos alunos, sobre seus conhecimentos prévios, o que acham de interessante, suas dificuldades, pois contribui para o desenvolvimento da aula e para promover suas aprendizagens matemáticas. Como: <ul style="list-style-type: none"> <li>• escolher uma tarefa que seja interessante para os alunos a fim de obter o engajamento deles durante sua realização, proporcionando, assim, a participação de todos e o desenvolvimento de autonomia nas tomadas de decisões;</li> <li>• monitorá-los durante a aula, a fim de conhecer seus pensamentos incompletos e em desenvolvimento, para dar dicas, direcioná-los na resolução da tarefa.</li> </ul>	KCS
	- Ao manifestarem que houve um aprendizado por parte de seus alunos e acreditarem que eles são capazes de desenvolver estratégias para a construção do próprio conhecimento matemático, e que a descoberta realizada pelos estudantes promove uma satisfação pessoal, impulsionando-os a quererem aprender mais.	
	- Ao evidenciarem que o ensino exploratório de matemática, enquanto uma abordagem de ensino, proporcionou aos licenciandos e supervisores a pensarem sobre outras formas de ensinar o conteúdo em questão.	KCT
Sobre a formação ter acontecido no contexto do PIBID	- A interação entre licenciando e supervisor possibilitou uma discussão sobre diferentes procedimentos, representações, estratégias, ideias relacionadas ao conceito de probabilidade, permitindo conhecer esse objeto matemático de forma detalhada atrelado a diferentes formas de ensiná-lo.	SCK
	- Ao cumprirem parte da carga horária do programa na escola possibilitou a esses graduandos conhecerem diversos aspectos do trabalho docente, e um deles foi o conhecimento dos estudantes em relação a seus interesses, dificuldades, conhecimentos prévios, entre outros, possibilitando que utilizassem nos momentos de planejamento e de ensino aliado ao conteúdo matemático.	KCS

Fonte: Dos autores

Diante disso, na análise do primeiro processo formativo evidenciamos que os participantes da pesquisa mobilizaram/desenvolveram três subdomínios pertencentes à perspectiva de Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008), a saber: Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT).

Apesar de não termos evidenciado os outros três subdomínios do MKT, Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC), não implica que um processo formativo semelhante ao que desenvolvemos não possibilite a mobilização/desenvolvimento desses outros, mas com base nos dados analisados foram os que evidenciamos nessa primeira ação formativa.

Além dessas ações letivas que auxiliaram para a mobilização/desenvolvimento desses três subdomínios do MKT, podemos destacar outros aspectos evidenciados em nossas análises que ocorreram durante a realização do primeiro processo formativo, os quais podem contribuir para o desenvolvimento profissional desses participantes. Como a manifestação da conscientização de que o desenvolvimento profissional docente acontece por meio da participação ativa em uma ação formativa, colocando em discussão suas necessidades, realidades, conhecimentos, entre outros, a fim de melhorar suas qualificações profissionais. E também sobre o entendimento de que, quando um processo formativo acontece situado na prática letiva, este permite intensificar os conhecimentos adquiridos relativos à abordagem de ensino adotada, pois o mesmo foi vivenciado em uma situação real, não se restringindo apenas ao discurso teórico.

E, ainda, pelo fato dessa ação formativa ter sido realizada no contexto do PIBID, evidenciamos que esse programa proporcionou aos participantes manifestarem: o entendimento de que a interação entre universidade e escola contribuiu para a formação docente, pois aliou a teoria com a prática profissional; que o conhecimento e vivência da prática profissional real aos licenciandos; que o conhecimento profissional vem por meio da troca de experiências e conhecimentos entre supervisores, licenciandos e coordenadores de área; o entendimento de que os momentos de práticas letivas foram direcionados e acompanhados; o sentimento de pertencer à realidade e de se enxergar como um professor.

Diante disso, podemos inferir que a participação no primeiro processo formativo promoveu aos integrantes da pesquisa uma mobilização/desenvolvimento de SCK, KCS e KCT conforme Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolvidos durante os momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, bem como, o conhecimento de uma nova abordagem

de ensino, proporcionando, rever, ampliar, aprofundar e melhorar suas qualificações profissionais.

Além disso, do mesmo modo que esse processo formativo propiciou momentos de reflexão aos participantes a respeito de aspectos inerentes à prática letiva, promoveu também à pesquisadora, em relação à maneira como foi conduzida essa formação a cada encontro, a abordagem de ensino, as discussões realizadas, as tarefas não presenciais, entre outros. Observamos que haviam pontos que deveriam ser melhorados, por exemplo, em relação à condução das duas últimas fases do ensino exploratório, dando maior ênfase às ações que fomentam as discussões, e também na construção de um planejamento mais detalhado, com elementos das práticas letivas descritos em cada fase.

Nesse sentido, ao conduzir a entrevista semiestruturada, havia uma questão sobre a continuidade do processo, perguntando se eles tinham intenção de vivenciarem um segundo processo formativo apoiado na abordagem de ensino exploratório, o qual se desenvolveria de modo semelhante, considerando o ciclo letivo do professor, e quais seriam suas sugestões para isso.

Sendo assim, em seus depoimentos, todos os dez entrevistados manifestaram o desejo de continuidade do processo formativo e levantaram alguns pontos que gostariam de trabalhar mais um pouco, vejamos alguns.

**L1:** *Eu gostaria da aplicação dessa metodologia, eu gostaria de trabalhar um pouco mais, eu acho que seria a parte dos alunos, [...] essa parte de quando eles estão resolvendo a atividade o mais enriquecedor. [...] Eu acho que esse é um momento muito importante, que os alunos se sentem os protagonistas, digamos assim, que eles estão lá em grupo, tentando construir o conhecimento em conjunto* (ES).

**L4:** *No caso, assim, eu poderia até citar a parte da sistematização do conteúdo, deveria ser assim, mais [...] abrangente, [...] ele poderia ser, assim, mais explorado, porque no caso, é a parte principal da organização dos conhecimentos* (ES).

**L18:** *Eu acho que deveria haver mais leituras, eu acho que, de certa forma, quando a gente chega aqui, a parte da leitura [...], digamos que a gente precisa da prática, mas também precisa da teoria, na hora de planejar, na hora de aplicar, a gente tem toda aquela noção teórica de como fazer isso* (ES).

**S2:** *[...] então, repetir o que foi positivo das ações, repetir o planejamento coletivo [...], vai fazer com que o aluno pibidiano aprenda uma forma de trabalhar mais consistente, [...] eu me identifico com essa metodologia. [...] Então, assim, quando ele fica em uma repetição a gente vai conseguir não só aprender pela repetição, mas aprender também pela melhoria do processo* (ES).

Diante desses relatos, percebemos diferentes elementos que os participantes gostariam de trabalhar um pouco mais. Por exemplo, os licenciandos **L1** e **L4** citam a possibilidade de colocar uma ênfase maior no estudo e preparo das ações relativas à segunda

e quarta fases, **L18** fala sobre ter mais leituras relacionadas ao ensino exploratório, as quais deram suporte às práticas letivas a serem realizadas, e **S2** destaca o aspecto de repetir o planejamento coletivo, objetivando a melhoria do processo formativo.

Nesse sentido, decidimos realizar um segundo processo formativo, e para sua construção e desenvolvimento foram considerados esses relatos e também as impressões evidenciadas da formadora, o qual está descrito no capítulo 7 desta pesquisa.

## **7. SEGUNDO PROCESSO FORMATIVO**

### **7.1 Descrição e Análise das Informações**

Neste capítulo apresentamos a descrição e análise das informações que foram obtidas a partir do desenvolvimento do segundo processo formativo, realizado à luz de aspectos teóricos apresentados nos capítulos 3 e 4 deste trabalho relativos ao Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e a abordagem de ensino exploratório de matemática.

O segundo processo formativo também foi desenvolvido em seis encontros, em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão. Esses encontros foram conduzidos com base na teoria de desenvolvimento profissional docente e apoiados na perspectiva de ensino exploratório. Após a participação nos encontros, os integrantes da pesquisa responderam a uma entrevista semiestruturada (Apêndice C) com perguntas relativas ao desenvolvimento dessa formação.

Como mencionado no capítulo de procedimentos metodológicos, o segundo processo formativo não foi realizado no contexto do PIBID, pois o programa havia finalizado suas atividades no mês de fevereiro de 2018 e essa ação formativa aconteceu entre os meses de abril e julho de 2018. No entanto, foram analisados nove de dez participantes que participaram da primeira análise, que foram sete licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da UVA e dois professores da Educação Básica do estado do Ceará, ex-supervisores do PIBID.

No roteiro (Apêndice B) da entrevista semiestruturada respondida por esses participantes ao final do primeiro processo formativo há uma questão direcionada à continuidade da primeira formação vivenciada, e, dentre algumas coisas, pergunta-se sobre quais aspectos os integrantes da pesquisa gostariam de trabalhar um pouco mais em uma próxima oportunidade formativa, e os dez participantes responderam que gostariam de estudar e utilizar novamente a abordagem de ensino exploratório de matemática.

Sendo assim, o segundo processo formativo foi elaborado a partir das sugestões dos integrantes da primeira formação, e constituído por quatro encontros de planejamento, ao invés de três como no anterior, com o intuito de refletir um pouco mais durante a construção do plano de aula, sobre algumas ações letivas a serem realizadas no desenvolvimento das fases dessa abordagem de ensino.

O quadro 9 pertencente ao capítulo de procedimentos metodológicos traz uma síntese do que aconteceu em cada um desses encontros, e mostra apenas a forma final de como se desenvolveram. Cada encontro foi desenvolvido a partir das ações realizadas pelos participantes, levando em conta as especificidades de cada contexto do momento de ensino (as escolas) e anseios e necessidades de cada participante.

Nesse sentido, na seção que segue apresentamos as análises sobre conhecimentos profissionais que foram mobilizados/desenvolvidos pelos participantes quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório, envolvendo momentos de: planejamento, que contemplaram os quatro primeiros encontros; de ensino, realizado no quinto encontro, com as duas aplicações de aula; e de reflexão, que se desenvolveu no último encontro, com a reflexão coletiva dos dois grupos (reflexão do G1, e reflexão do G3) separadamente sobre o segundo processo formativo.

### **7.1.1 Momento de Planejamento**

O momento de planejamento do segundo processo formativo foi desenvolvido nos quatro primeiros encontros e teve intenção de propiciar aos participantes momentos de estudo, discussão, reflexão e construção sobre ações letivas realizadas na formação anterior e também visando à elaboração do plano de aula referente à abordagem de ensino exploratório o qual foi utilizado no segundo momento de ensino. Nos próximos subtópicos apresentamos as descrições e análises desses encontros relativos aos momentos de planejamento.

#### **Primeiro Encontro: reflexão do primeiro processo formativo e início do planejamento**

O primeiro encontro aconteceu no dia 24 de abril de 2018, no período matutino das 8 horas às 11 horas, com sete participantes, L1, L4, L5, L6, L11, L13 e L18. Como mencionado no capítulo anterior, S1 e S3 (ex-supervisores do PIBID) participaram presencialmente apenas dos dois últimos encontros, no entanto participaram das discussões via *e-mail* e *WhatsApp* para a escolha da tarefa a ser aplicada no momento de ensino.

Esse iniciou com a apresentação da proposta da pesquisa e o convite à participação no segundo processo formativo desses sete licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da UVA e ex-bolsistas do PIBID. Após essa apresentação foi

entregue aos participantes o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A) para que assinassem, concordando em participar da segunda parte desse estudo.

Em seguida, discutimos sobre possíveis datas dos próximos encontros e a constituição dos grupos para ministrar o momento de ensino. Os participantes decidiram manter os mesmos grupos do primeiro processo formativo, sendo o G1 com os licenciandos L1, L4, L5 e L6, sob a supervisão de S1 na tarefa de ensino, e G3 com os integrantes L13 e L18, sob a supervisão de S3 na aplicação, além disso, L11 foi incluído no G3, pois não foi possível a participação de S2 nesse segundo processo formativo.

Após organizarmos os grupos e as datas, houve um momento de reflexão e discussão sobre o primeiro processo formativo. Essa discussão teve o intuito de levantar outros aspectos relativos às práticas letivas vivenciadas, os quais pudessem ser revistos, reformulados, reorganizados, a fim de melhorarmos o desenvolvimento desse segundo processo formativo.

Uma das questões discutidas foi o esclarecimento do porquê gostariam de continuar a formação nas mesmas escolas que participavam com o PIBID, pois, como a perspectiva de ensino exploratório não era utilizada habitualmente nas escolas, queriam ter a oportunidade de realizar o momento de ensino na mesma escola, para observarem como seria o desenvolvimento dos alunos em uma segunda aula utilizando essa abordagem. Porém, as duas turmas escolhidas por S1 e S3 para o desenvolvimento do momento de ensino desse segundo processo foi do 2º ano do Ensino Médio, o que impossibilitou desses licenciandos realizarem a aula na mesma turma.

Em seguida, para continuidade do processo formativo, foi proposta como tarefa não presencial para estudo e reflexão a leitura do artigo “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios”, de Canavarro (2011), o objetivo dessa tarefa foi contribuir para o direcionamento da construção do plano de aula e das ações letivas inerentes a essa abordagem de ensino.

Além disso, foi pedido para que discutissem via *WhatsApp* e *e-mail*, juntamente com S1 e S3, sobre a tarefa a ser escolhida para a aplicação de aula que fariam posteriormente. E assim foi finalizado o primeiro encontro do segundo processo formativo.

### **Segundo Encontro: escolha da tarefa e antecipação de possíveis resoluções**



Esse encontro aconteceu no dia sete de maio de 2018, no período da manhã, das 8 horas às 11 horas. Tivemos sete participantes, os licenciandos L1, L4, L5, L6, L11, L13, e L18.

Primeiramente foi proposto aos participantes discutirem sobre o estudo do artigo que ficou como tarefa não presencial no primeiro encontro. Logo após, os integrantes se reuniram a fim de escolherem a tarefa e anteciparem suas possíveis resoluções. Em uma discussão anterior a esse encontro, não presencial via aplicativo *WhatsApp*, os participantes sugeriram três tarefas que contemplavam o conceito de sequências numéricas, e ficaram de resolvê-las de várias maneiras e discuti-las neste encontro, a fim de escolherem apenas uma a ser utilizada na aplicação de aula.

Após essas discussões, e em comum acordo entre os licenciandos e professores S1 e S3, optaram por uma única tarefa a ser aplicada pelos participantes dos dois grupos, decisão tomada anteriormente, pois os dois professores lecionavam em séries comuns do Ensino Médio, e assim poderiam realizar o planejamento em conjunto entre os dois grupos.

A tarefa escolhida foi a que esses participantes resolveram no primeiro encontro da oficina de aula do primeiro processo formativo. Optaram por essa tarefa (quadro 32), pois além de trabalhar com sequências, no seu enunciado não está claro qual seria o conteúdo envolvido em sua resolução, de modo que poderiam instigar os alunos a resolverem-na de diferentes maneiras. Além disso fizeram algumas adaptações a fim de levantarem uma discussão para os alunos obterem uma lei de formação para determinar o número de cartas em qualquer figura. Vejamos a tarefa (quadro 32).

**Quadro 31:** Tarefa castelo de cartas

A figura abaixo mostra castelos de cartas de 1, 2 e 3 andares. Para montar esses castelos, foram usadas 2, 7 e 15 cartas, respectivamente. De acordo com as informações, responda os seguintes itens:



- Quantas cartas serão necessárias para montar um castelo de 5 andares? E de 10 andares?
- Quantas cartas serão necessárias para construir um castelo com o mesmo número de andares do maior edifício do mundo *Burj Khalifa*, localizado em Dubai - Emirados Árabes, com 160 andares?

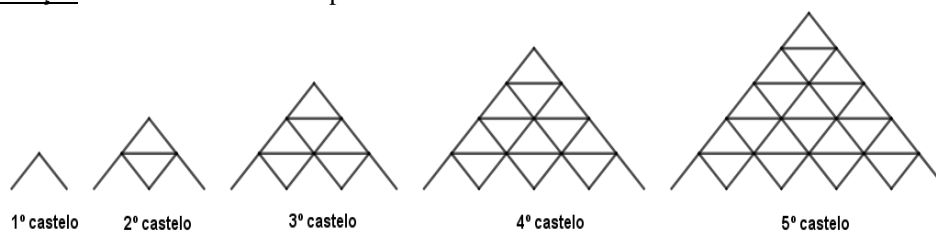
**Fonte:** Olimpíada Brasileira de Matemática (2009, adaptada)

Entendemos que a prática de elaborar uma tarefa que considere os conhecimentos prévios dos alunos - que neste caso é possível relacionar o conceito de sequências com o de progressão aritmética, estudados anteriormente, na resolução de ambos os itens -, além de adaptá-la com a inserção do item *b*, com o objetivo de torná-la mais interessante e desafiante e com o potencial para desencadear uma discussão para obter uma lei de formação que generalize a quantidade de cartas necessárias para a construção de um castelo qualquer em uma posição *n* - conforme expresso no planejamento (quadro 34) -, contribuiu para a mobilização/desenvolvimento do KCS desses participantes.

Após essa escolha, nesse encontro, os participantes anteciparam possíveis resoluções, conforme as práticas de Stein *et al.* (2008), e as socializaram posteriormente para uma discussão geral. Vejamos as resoluções apresentadas aos itens *a* (quadro 33) e *b* (quadro 34) da tarefa pelos participantes.

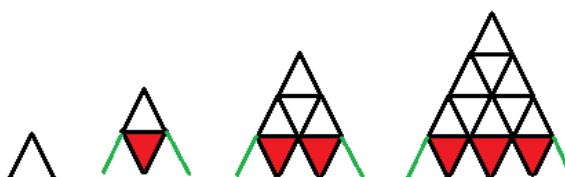
**Quadro 32:** Resoluções dos participantes para o item *a* da tarefa - castelo de cartas

Primeira resolução: Descobrimo o item *a* por meio do desenho:



No 1º, 2º, 3º e 4º castelos temos respectivamente, 2, 7, 15, e 26 cartas. O 5º castelo teremos com 40 e o 10º castelo com 155 cartas.

Segunda resolução: Para fazer um novo andar em um castelo já construído, precisamos das cartas do castelo anterior mais três cartas para cada novo triângulo formado (em vermelho) e mais duas para os lados (em verde).



Assim, para fazer o castelo de dois andares ( $C_2$ ) a partir do primeiro temos:  $2 + 1 \cdot 3 + 2 = 7$ . Para fazer o castelo de três andares ( $C_3$ ), a partir do segundo,  $7 + 2 \cdot 3 + 2 = 15$ , e assim sucessivamente. Vejamos:

$$\begin{aligned} C_2 &= 2 + 1 \cdot 3 + 2 = 7 \\ C_3 &= 7 + 2 \cdot 3 + 2 = 15 \\ C_4 &= 15 + 3 \cdot 3 + 2 = 26 \\ C_5 &= 26 + 4 \cdot 3 + 2 = 40 \\ &\vdots \\ C_n &= C_{n-1} + (n-1) \cdot 3 + 2 \end{aligned}$$

Seguindo essa ideia temos que o castelo com 10 andares terá  $C_{10} = 126 + 9 \cdot 3 + 2 = 155$  cartas.

Terceira resolução: A partir dos resultados obtidos anteriormente, observa-se que existe um padrão, onde o 2º castelo foi construído com 2 cartas pertencentes ao castelo anterior mais 5 novas cartas, resultando em  $2+5=7$  cartas. Já o 3º foi construído com as 7 cartas do 2º castelo mais 8 cartas novas, totalizando em  $7+8=15$  cartas. O 4º castelo é construído com 15 cartas mais um novo andar com 11 novas cartas, resultando em  $15+11 = 26$  cartas. Temos que a cada novo castelo construído, aproveitamos a quantidade de cartas do castelo anterior e adicionamos três cartas ao resultado da diferença entre a quantidade de cartas dos dois castelos anteriores. Por exemplo, o 4º castelo é construído com 15 cartas do 3º castelo, mais 11 cartas que é o resultado da diferença entre quantidade de cartas entre do 3º e do 2º castelo, acrescido de três cartas, ou seja,

$$\begin{aligned} 15 + [(15 - 7) + 3] &= 26 \\ C_4 &= C_3 + (C_3 - C_2) + 3 \\ C_5 &= C_4 + (C_4 - C_3) + 3 \end{aligned}$$

Construindo a sequência teremos:

$$2, 7, 15, 26, 40, 57, 77, 100, 126, 155$$

Assim o castelo com 10 andares terá 155 cartas na sua construção.

Quarta resolução: Podemos reescrever o número de cartas necessárias para construir os castelos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 1^\circ \text{ andar} &= 1 + 1 = 2 \\ 2^\circ \text{ andares} &= (1 + 2) + (1 + 2) + 1 = 7 \\ 3^\circ \text{ andares} &= (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3) + 3 = 15 \\ 4^\circ \text{ andares} &= (1 + 2 + 3 + 4) + (1 + 2 + 3 + 4) + 6 = 26 \\ 5^\circ \text{ andares} &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 10 = 40 \\ 6^\circ \text{ andares} &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 15 = 57 \end{aligned}$$

⋮

$10^{\circ}$  andares =  $(1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10) + (1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10) + 45 = 155$   
 Assim o número de cartas para construir um castelo de 10 andares é 155 cartas.

Quinta resolução: Inicialmente podemos fazer a análise da quantidade de cartas usadas nas primeiras três figuras ( $F_1, F_2, F_3$ ):  $F_1 = 2$ ;  $F_2 = 7$ ; e  $F_3 = 15$ . A partir disso, podemos observar que a diferença entre  $F_2$  e  $F_1$  são de 5 cartas e de  $F_3$  e  $F_2$  são de 8 cartas. Sendo assim, a diferença entre  $F_4$  e  $F_3$  será de 11 cartas. E assim seguirá o padrão de três unidades entre essas diferenças, logo

$$\begin{aligned} F_2 &= 2 + 5 = 7 \\ F_3 &= 7 + 8 = 15 \\ F_4 &= 15 + 11 = 26 \\ F_5 &= 26 + 14 = 40 \\ &\vdots \\ F_{10} &= 126 + 29 = 155 \text{ cartas} \end{aligned}$$

Sexta resolução: Outra maneira de encontrarmos a quantidade de cartas usadas para montar os castelos de 5 e 10 andares é analisando a quantidade de cartas laterais e quantidade de cartas que formam a base de cada andar. Observe que as cartas que compõe os lados dos triângulos e não sua base, obedecem à seguinte soma:  $F_1 = 2$  cartas;  $F_2 = 4 + 2 = 6$ ;  $F_3 = 6 + 4 + 2 = 12$ ;  $F_4 = 8 + 6 + 4 + 2 = 20$ ; logo

$$F_{10} = 20 + 18 + \dots + 4 + 2 = 110,$$

pois a quantidade de cartas laterais necessárias para cada figura  $n$  é determinada pela soma dos elementos da sequência  $2n$  das primeiras figuras até a  $F_n$ .

Agora contamos a quantidade de cartas necessárias para compor as bases de cada triângulo de  $F_n$ , vejamos:  $F_1$  não temos cartas que compõe a base, pois não forma um triângulo; em  $F_2 = 1$ ; em  $F_3 = 2 + 1 = 3$ ; em  $F_4 = 3 + 2 + 1 = 6$ ; logo

$$F_{10} = 9 + 8 + \dots + 2 + 1 = 45,$$

pois a quantidade de cartas da base de cada triângulo necessárias para  $F_n$  é determinada pela soma dos elementos da sequência  $n - 1$  das primeiras figuras até a  $F_n$ .

Assim, para determinar a quantidade de cartas de  $F_5$  e  $F_{10}$  teremos que realizar as seguintes somas:

$$F_5 = (10 + 8 + 6 + 4 + 2) + (4 + 3 + 2 + 1) = 40$$

e

$$F_{10} = (20 + 18 + \dots + 4 + 2) + (9 + 8 + \dots + 2 + 1) = 155$$

Sétima resolução: Observando a construção dos andares percebemos que na 1ª figura temos apenas um triângulo incompleto (com 2 cartas), faltando a carta da base. Na 2ª percebemos que tem 2 triângulos incompletos e um triângulo completo (com 3 cartas) em cima desses dois. Na 3ª temos 3 triângulos incompletos na base, 2 em cima destes completos e mais 1 em cima. Seguindo esse raciocínio, na 5ª figura teremos 5 triângulos incompletos ( $5 \cdot 2 = 10$ ), mais  $4 + 3 + 2 + 1$  triângulos completos ( $10 \cdot 3 = 30$ ), totalizando 40 cartas. Na 10ª figura teremos 10 triângulos incompletos ( $10 \cdot 2 = 20$ ), seguido de  $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$  triângulos completos ( $45 \cdot 3 = 135$ ), totalizando 155 cartas.

**Fonte:** Registros dos participantes

**Quadro 33:** Resoluções dos participantes para o item *b* da tarefa - castelo de cartas

Resolução 1: Utilizando o termo geral de uma PA para encontrar a quantidade de cartas laterais do primeiro andar da 160ª figura,

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1) \times r \\a_{160} &= 2 + (160 - 1) \times 2 \\a_{160} &= 320\end{aligned}$$

Assim, conforme a sexta resolução do item *a* (quadro 33),  $F_{160}$  será composta por 160 andares, e cada andar será construído por  $2n$  de cartas laterais, mais  $n - 1$  de cartas da base, ou seja, a soma dessa construção determinará a quantidade de cartas totais utilizadas na  $F_{160}$ . Vejamos,

$$F_{160} = (320 + 318 + 316 + \dots + 6 + 4 + 2) + (159 + 158 + 157 + \dots + 1)$$

Utilizando a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA para obter a quantidade de cartas necessárias para a construção do 160º castelo, primeiramente encontramos a soma dos pares de 2 a 320:

$$\begin{aligned}Sn &= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \\Sn &= \frac{(2 + 320) \times 160}{2} \\Sn &= 25760\end{aligned}$$

Em seguida, encontramos a soma de 1 a 159:

$$\begin{aligned}Sn &= \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2} \\Sn &= \frac{(1 + 159) \times 159}{2} \\Sn &= 12720\end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}f_{160} &= (320 + 318 + 316 + \dots + 6 + 4 + 2) + (159 + 158 + 157 + \dots + 1) \\f_{160} &= 25760 + 12720 \\f_{160} &= 38480 \text{ cartas.}\end{aligned}$$

Resolução 2: Partindo da ideia da soma dos  $n$  primeiros pares ( $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ ), mais a soma dos  $n - 1$  primeiros naturais ( $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$ ), vejamos

Fazendo a soma dos  $n$  primeiros pares utilizando a soma dos termos equidistantes,

$$\begin{aligned}S_{pares} &= (2 + 4 + 6 + \dots + 2n) \\S_{pares} &= (2 + 2n) \times \frac{n}{2} \\S_{pares} &= \frac{2n + 2n^2}{2}\end{aligned}$$

De modo análogo, fazemos a soma dos  $n - 1$  naturais,

$$\begin{aligned}S_{naturais} &= (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) \\S_{naturais} &= (1 + (n - 1)) \times \frac{(n - 1)}{2} \\S_{naturais} &= (n) \times \frac{(n - 1)}{2} \\S_{naturais} &= \frac{(n^2 - n)}{2}\end{aligned}$$

Assim, a lei de formação que determina a soma de todas as cartas utilizadas para a construção de uma figura  $n$  ( $f_n$ ) será igual à soma dos números pares mais a soma dos  $n - 1$  naturais,

$$F_n = S_{pares} + S_{naturais}$$

$$F_n = \frac{2n + 2n^2}{2} + \frac{(n^2 - n)}{2}$$

$$F_n = \frac{3n^2 + n}{2}$$

Sendo assim, para determinar o castelo com 160 andares, fazemos

$$F_{160} = \frac{3 \cdot 160^2 + 160}{2} = 38480$$

**Resolução 3:** Observamos que a quantidade de cartas a mais necessárias para a construção de um próximo castelo obedece à sequência,  $2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 3n - 1$ , ou seja,

$$S_1 = 2$$

$$S_2 = 2 + 5 = 7$$

$$S_3 = 2 + 5 + 8 = 15$$

$$S_4 = 2 + 5 + 8 + 11 = 26$$

E assim por diante. Sendo assim, o primeiro termo é 2 e a razão é 3, e se aplicarmos isso na fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA, obteremos a lei de formação, vejamos

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

como  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ , temos

$$S_n = \frac{\{a_1 + [a_1 + (n - 1) \cdot r]\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{\{2 + [2 + (n - 1) \cdot 3]\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{\{2 + [2 + 3n - 3]\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{\{2 + [3n - 1]\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{\{3n + 1\} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{3n^2 + n}{2}$$

Para  $n = 160$ , temos

$$S_{160} = \frac{3(160)^2 + 160}{2} = 38480 \text{ cartas}$$

**Fonte:** Registros dos participantes

Diante disso, observamos diferentes resoluções para a tarefa escolhida, nas quais foram utilizadas várias interpretações, estratégias, procedimentos, representações para antecipar possíveis resoluções. No item *a* percebemos que para encontrar a quantidade de cartas nas figuras de números cinco e dez, esses licenciandos utilizaram: a representação pictórica para contar a quantidade de cartas e também para associar estratégias de construção das figuras com possíveis generalizações para obter a quantidade de cartas; a ideia de recursividade, utilizando a quantidade de cartas do castelo anterior para determinar a quantidade de cartas do próximo; sequências numéricas relacionando a posição da figura

com a ideia de recursividade; soma dos elementos de sequências numéricas relacionadas com a posição da figura.

Para resolver o item *b*, os participantes associaram a soma dos elementos da sequência de uma figura em uma posição qualquer com elementos de uma PA, considerando a quantidade de cartas da primeira figura com o primeiro termo  $a_1$  ( $a_1 = 2$ ), a adição de 3 cartas para a construção de uma próxima figura com a razão,  $r = 3$ , e a soma das sequências  $2n$  e  $(n - 1)$  com a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA; obtiveram a fórmula para determinar a quantidade de cartas em uma figura  $n$  usando a ideia da soma dos termos equidistantes na adição das sequências dos  $n$  primeiros pares ( $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ ), com a dos  $n - 1$  primeiros naturais ( $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$ ); considerando a sequência  $3n - 1$  que determina a quantidade de cartas a serem adicionadas em cada figura, e as fórmulas do termo geral e da soma dos  $n$  termos de uma PA, elaboraram a lei geral que determina a quantidade de cartas em cada figura  $n$ .

Todas essas resoluções foram apresentadas e discutidas pelos participantes nesse encontro, após foram digitadas e enviadas por *e-mail* aos participantes, inclusive a S1 e S3. Além disso, para a tarefa não presencial, o artigo “O ensino exploratório e a elaboração de um *framework* para os casos multimídia”, de Cyrino e Teixeira (2016), deveria ser lido para a discussão no dia 14 de maio de 2018.

Diante disso, percebemos que a prática de antecipar possíveis resoluções contribuiu para os integrantes da pesquisa mobilizarem/desenvolverem conhecimentos relativos ao MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

De SCK ao pensar sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e, assim, buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão, preparando-se para possíveis direcionamentos no momento de ensino.

De KCS, pois essa prática permitiu a esses licenciandos pensar nos alunos na construção do planejamento, considerando possíveis erros, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas na realização da tarefa, para, assim, monitorar os estudantes de forma mais efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.

Em relação aos seus depoimentos à entrevista semiestruturada, entendemos que a vivência dessa prática proporcionou aos participantes um norte para a condução da aula, possibilitando-os refletirem sobre prováveis resoluções que os alunos poderão desenvolver,

erros e acertos, como maneiras de orientá-los em suas resoluções. Vejamos seus depoimentos.

*L1: [...] é importante antecipar possíveis resoluções. [...] porque o professor tem que pensar nos conhecimentos dos alunos e explorar isso em sala de aula [...]. Nós resolvemos um problema de uma forma, porém, quando chegar lá, o aluno pode resolver de outra e se eu não tiver essa preparação (planejamento) para entender aquilo, então a aula não vai ter um êxito igual esperamos (ES).*

*L4: [...] da escolha da tarefa, de buscar possíveis resoluções, isso é uma das tarefas mais difíceis que o Ensino Exploratório exige, porque, no caso, o docente vai ter que dispor de tempo para fazer isso, [...] buscar que estejamos preparados para que ao surgir alguma diferença através do pensamento do aluno, nós consigamos fazer essa conexão (ES).*

*L5: [...] isso poderá ajudar até mesmo o professor na hora do entendimento do pensamento do aluno, que é a prática de antecipar as possíveis resoluções, que nos veremos não como professores, mas veremos como um aluno. [...] às vezes quando eu tenho dificuldade com determinado conteúdo, normalmente eu procuro estudar na internet para repassar, mas eu não vejo como o aluno vai entender esse conteúdo, e é isso que precisamos muito, trabalhar com o conhecimento relacionado ao pensamento do aluno [...], quais os meios que ele poderá usar para chegar a uma determinada resolução [...] (ES).*

Diante desses depoimentos, inferimos que esses licenciandos manifestam um entendimento de que a prática de antecipar possíveis resoluções possibilita ao professor um preparo para conduzir diferentes ideias matemáticas que podem surgir no desenvolvimento da aula, a fim de direcionar os pensamentos em desenvolvimento dos alunos e fazer possíveis conexões com as ideias matemáticas apresentadas. Além disso, o ato de se planejar propicia um sentimento de segurança e confiança para ministrar uma aula sob a abordagem de ensino exploratório de matemática.

### **Terceiro e Quarto Encontros: construção do plano de aula**

Os terceiro e quarto encontros aconteceram no período da noite, das 18h30min. às 21h30min., nos dias 17 de maio e 04 de junho do ano de 2018, respectivamente. Nesses dois encontros, os sete licenciandos compareceram.

No terceiro encontro, inicialmente foi proposto aos participantes discutirem sobre o texto que ficou como leitura não presencial, “O ensino exploratório e a elaboração de um *framework* para os casos multimídia”, de Cyrino e Teixeira (2016), pois o plano de aula para o momento de ensino seria elaborado fundamentado nesse *framework*. Em seguida, com base nas resoluções da tarefa realizadas no encontro anterior, os participantes deram



início à construção do plano de aula, elaborando suas ações e intenções para as duas primeiras fases de aula.

O quarto encontro iniciou com a discussão sobre ações letivas que foram planejadas para as duas primeiras fases de aula e, em seguida, começaram a construção de ações e intenções para as duas últimas fases de aula. Após a discussão sobre essas ações, e também sobre a construção do plano em geral, ficou como tarefa não presencial para os licenciandos a digitalização do planejamento do momento de ensino.

Como descrito anteriormente, esse plano de aula foi elaborado com base no *framework* de Cyrino e Teixeira (2016) juntamente com as possíveis resoluções da tarefa que os licenciandos realizaram no encontro anterior, e sua forma final, após a digitalização pelos participantes, ficou como se apresenta no quadro 35.

**Quadro 34:** *Framework* utilizado no planejamento do segundo momento de ensino

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
Antes da aula	Antecipar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Objetivo da aula:</b> Proporcionar uma tarefa que promova a construção do conceito de sequências numéricas através de diferentes interpretações, estratégias de resolução e representações.</li> <li>• <b>Objetivos da tarefa:</b> investigar regularidades na construção dos castelos de cartas; determinar a quantidade de cartas para as próximas figuras; explorar as sequências presentes e soma de seus termos; identificar a relação entre as variáveis e determinar o termo geral.</li> <li>• <b>Ações a serem consideradas:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver de várias formas a tarefa, seja de forma mais elementar até a mais complexa;</li> <li>• Fazer uma adaptação da tarefa para torná-la mais desafiante e motivadora para os alunos do 2º ano do Ensino Médio;</li> <li>• Pensar nas principais dificuldades que os alunos poderão ter durante a realização da tarefa;</li> <li>• Definir um tempo 15 min. para introdução da tarefa, 35 min. para a realização, 25 min. para discussão e 20 min. para a sistematização das aprendizagens matemáticas.</li> </ul> </li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar brevemente como se dará a aula, falando um pouco da dinâmica do ensino exploratório, dando um pequeno enfoque em cada uma das 4 fases que o compõe;</li> <li>• Apresentar a tarefa de forma esclarecedora, a fim de facilitar o seu entendimento e obter o engajamento dos alunos em sua resolução;</li> <li>• Organizar a sala em grupos de 3 a 5 participantes dependendo do número de alunos;</li> <li>• Trazer a tarefa em uma folha impressa e dividir entre as turmas;</li> <li>• Fazer a leitura em bom tom para toda a turma e em seguida fazer questionamentos sobre os objetivos da tarefa;</li> <li>• Trazer palitos de fósforos para a construção dos andares.</li> </ul>
Durante a aula	Propor a tarefa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Instigar os alunos através de perguntas motivadoras e questionadoras sobre a resolução da tarefa;</li> <li>• Proporcionar uma interação dentro do grupo sobre possíveis resoluções, a fim de gerar discussões e aprendizagens;</li> <li>• Proporcionar a autonomia dos alunos diante da tarefa;</li> <li>• Desenvolver o pensamento crítico do aluno, através de perguntas sobre suas resoluções, de como chegaram a tal conclusão, porque representaram de tal maneira;</li> <li>• Levar em consideração as resoluções certas e erradas pelos alunos;</li> <li>• Não validar os métodos e resoluções dos alunos;</li> <li>• Averiguar e fazer anotações sobre as resoluções que ajudam a realizar a discussão e identificação dos elementos matemáticos envolvidos na tarefa que facilitam a aprendizagem;</li> <li>• Instigar os alunos a fazerem perguntas tanto para os professores, quanto para os membros dos seus grupos durante a realização da tarefa.</li> </ul>
	Monitorar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequenciar as apresentações de acordo com o seu grau de dificuldade;</li> <li>• Pedir aos grupos para organizarem suas resoluções e escolher um representante para apresentá-la à classe;</li> <li>• Fazer explicarem suas resoluções.</li> </ul>
	Selecionar e Sequenciar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convidar todos para que participem da discussão, fazendo que prestem atenção na apresentação de cada grupo;</li> <li>• Apresentar as diferentes formas de resoluções e analisar junto com os alunos as suas diferenças;</li> <li>• Promover a interação entre toda a turma para que juntos possam discutir as resoluções apresentadas durante a discussão da tarefa.</li> </ul>
	Discutir as resoluções	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Criar conexões entre possíveis resoluções e representações encontradas pelos alunos;</li> <li>• Pedir para que anotem os conhecimentos matemáticos adquiridos na sistematização, incentivando-os a conhecerem mais as regras matemáticas;</li> <li>• Falar da importância das ideias matemáticas, regras e generalizações;</li> <li>• Discutir os conhecimentos matemáticos usados em cada resolução apresentada, relacionando-os com ideias matemáticas formalizadas.</li> </ul>
	Sistematizar as aprendizagens	

**Fonte:** Adaptado de Cyrino e Teixeira (2016, p. 86-87)

Na elaboração do planejamento, podemos destacar algumas ações letivas que podem promover a aprendizagem dos estudantes, que foram discutidas durante os quatro

primeiros encontros e organizadas no *framework* (quadro 35), as quais nortearam os participantes a conduzirem uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório e que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais relativos ao MKT. Vejamos.

Do SCK ao possibilitar que:

- elaborar o objetivo da tarefa contribuiu para esses participantes pensarem sobre diferentes interpretações para a resolução da tarefa, como investigar regularidades na construção dos castelos de cartas; determinar a quantidade de cartas para as próximas figuras; explorar as sequências presentes e soma de seus termos; e identificar a relação entre as variáveis e determinar o termo geral.

Do KCS ao manifestarem:

- uma preocupação em trazer elementos didáticos para a aula que podem contribuir para o engajamento dos alunos na resolução da tarefa e, conseqüentemente, na aprendizagem deles, como a ação de esclarecer a dinâmica da aula e de utilizar um material manipulável;
- um entendimento sobre a prática de monitorar a realização da tarefa, a qual permite que o professor tenha acesso ao pensamento em desenvolvimento dos alunos, e que essa ação possibilita fazer encaminhamentos para direcioná-los e incentivá-los em sua resolução, promovendo a interação entre colegas e com o professor, a autonomia dos alunos, o levantamento de questionamentos, e a manter o desafio cognitivo no decorrer da resolução da tarefa;
- uma preocupação em manter um clima harmonioso, apoiando e incentivando os alunos a apresentarem suas ideias, analisando e discutindo diferenças entre as resoluções com a classe, pois, ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.

Do KCT ao evidenciar que:

- as práticas de selecionar e sequenciar as resoluções para a fase da discussão da tarefa possibilita compreender quais contribuições dos alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, a partir

de um critério que promova o encadeamento lógico das ideias matemáticas, e que direcionar os alunos para (re)organizarem seus pensamentos permite que se preparem para a fase da discussão da tarefa;

- a prática de conectar e de formalizar na linguagem matemática as respostas apresentadas pelos estudantes contribui para um entendimento sobre elementos matemáticos presentes no desenvolvimento da aula.

Em relação ao momento de planejamento, em seus depoimentos à entrevista semiestruturada, os licenciandos destacaram algumas contribuições para sua formação docente quanto à construção do plano de aula e à condução do processo formativo.

**L1:** [...] *houve uma interação melhor entre os membros da equipe, [...] a discussão foi mais ampla, então nos permitiu ter esse compartilhamento de experiências entre os demais [...] essa troca de experiências, a resolução das tarefas [...] foi um suporte maior para estarmos lá (momento de ensino), [...] nós conseguimos ver outras sequências e até [...] confrontar alguns conhecimentos que nós tínhamos, por exemplo, [...] eu me deparei com situações onde a quantidade de elementos de uma sequência era ímpar e eu pensava “ah, será que isso vai funcionar?”, porque a ideia de construir a soma de uma P.A. seria somar dois a dois (soma dos extremos) e esse último, como ficaria? Do meio? [...] então me permitiu confrontar alguns conhecimentos (ES).*

**L4:** [...] *o planejamento foi trabalhado com foco justamente naquelas ações em que estávamos um pouco mais falhos, então nós já fomos para essa segunda aplicação de aula atentos justamente para aqueles pontos onde nós não tínhamos conseguido um bom desenvolvimento e, conseqüentemente, indo com esse cuidado, nós também tivemos, acredito, um melhor desempenho dos alunos [...]. Antes de ter esse contato (com o ensino exploratório) [...] a visão que eu basicamente tinha era essa do professor na frente ensinando e os alunos apenas ouvindo, [...] inclusive eu pude perceber na prática como montar um plano de aula que foque não nos meus interesses como professor, mas na visão do aluno, [...] nos auxilia a pensar de outra maneira, que o principal foco na aprendizagem é o aluno (ES).*

**L18:** [...] *eu acho que ele (segundo processo) possibilitou um melhor desenvolvimento das ações devido à questão do planejamento, eu percebi que nesse processo teve um planejamento, digamos que, maior. [...] teve um embasamento teórico maior e teve uma questão de discussão mesmo e participação. [...] um complemento do primeiro que nós pudemos comparar, pudemos ter a experiência, porque, de certa forma, na hora de planejar, na hora de encontrar as resoluções, [...] nós tínhamos maior noção. [...] você entende que se você não planejar você não vai conseguir aplicar uma coisa bem feita e não vai encontrar os resultados esperados. [...] quando você percebe que o aluno está desenvolvendo aquela questão de uma forma, de um jeito, você vê o quão era importante você ter estudado para você conseguir auxiliar o aluno, de certa forma, para que ele consiga ir mais a frente (ES).*

O licenciando L4 relata que o momento de planejamento no segundo processo formativo foi direcionado para ações letivas as quais no primeiro processo destacaram que gostariam de melhorar, que seriam relativas a terceira e quarta fases. Por manifestarem essa necessidade, escolhemos propiciar a esses participantes momentos com mais leituras e discussões sobre a abordagem de ensino exploratório inserindo um encontro a mais para o

planejamento, e também em direcionar esses participantes à construção do plano baseado no *framework* de Cyrino e Teixeira (2016), que sugerem algumas ações letivas para direcionar uma aula a ser desenvolvida sob essa perspectiva, como destacam L1 e L18 em seus depoimentos.

Além disso, esses licenciandos destacam positivamente a participação de seus colegas nessa formação, tanto na questão da frequência como em relação às discussões, possibilitando um diálogo maior entre eles, este que foi fundamentado nos estudos das leituras sugeridas. Outro fato levantado foi acerca da primeira formação servir como norte para o desenvolvimento da segunda, relativo aos estudos teóricos, ações letivas a serem planejadas, momento de ensino, entre outros aspectos, possibilitando um avanço em relação às práticas profissionais desses participantes.

Observamos também que essa formação, a partir dos encontros de planejamento, permitiu a L4 manifestar o entendimento de considerar possíveis pensamentos dos seus alunos na construção do plano de aula, como seus interesses, conhecimentos prévios, possíveis erros e dificuldades, prática essa que contribuiu para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos relativos ao KCS por esse licenciando, pois para L4 “[...] montar um plano de aula que foque não nos meus interesses como professor, mas na visão do aluno, [...] que o principal foco na aprendizagem é o aluno”, fica evidente que o entendimento de que em sala de aula o aluno deve ser o protagonista.

E ainda, L1 relata que o momento de planejamento permitiu a esses participantes discutirem a respeito de diferentes interpretações, procedimentos, representações, estratégias de resoluções, entre outros, sobre as ideias matemáticas presentes na tarefa que possibilitaram a mobilização/desenvolvimento de SCK, e assim promoveu que esse licenciando manifestasse o entendimento da generalização da fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA a partir da soma dos extremos de uma sequência, no caso, quando essa sequência tem um número ímpar de elementos.

Ainda no momento de planejamento, destacamos o depoimento de L13, que a partir de um obstáculo encontrado, o qual não considerou em seu plano de aula, evidenciou a compreensão de que é preciso considerar em um planejamento o máximo possível de ações letivas para que se minimizem os momentos de improvisação de uma aula. E, nesse caso, essa reflexão possibilitou a esse participante olhar para a sua formação e ver que sempre é possível se desenvolver mais em relação aos seus conhecimentos profissionais.

*L13: A questão do planejar e na hora de executar, não ocorreu exatamente o que nós planejamos, [...] então fica aquela questão, tipo “meu Deus eu planejei tudo e esse cara ainda conseguiu encontrar essa resolução que eu não tinha visto”, [...] mesmo que tenhamos planejado minuciosamente ainda encontramos um obstáculo. Agora imagina quem planeja apenas simples, são vários obstáculos. [...] nós ficamos meio pensativos, então acho que foi um dos pontos que foi relevante. [...] Eu ainda posso melhorar mais (ES).*

### **7.1.2 Momento de Ensino**

O momento de ensino aconteceu em duas ocasiões diferentes, pois foi quando as aplicações de aula foram realizadas nas escolas pelos grupos (G1 e G3) nas instituições de ensino de Educação Básica em que os supervisores S1 e S3 atuavam. Essas aulas aconteceram no mês de junho do ano de 2018, nos dias: 19/06 com o G1, supervisionado por S1; e no dia 11/06 com o G3, supervisionado por S3. A seguir, apresentamos uma descrição e análise das duas aulas ministradas pelos participantes do segundo processo formativo.

### **Quinto Encontro: aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório**

#### ***Aula do Grupo 1***

A aula do G1 aconteceu na segunda série do Ensino Médio de uma escola de ensino regular no dia 19 de junho de 2018 das 7h50min. às 9h30min., totalizando duas horas aula. Estavam presentes neste dia, S1, L1, L4, L5 e L6.

A aula iniciou com a apresentação dos licenciandos, com a fala de L1 sobre a dinâmica da aula em relação à abordagem de ensino exploratório, a divisão em 4 fases e a organização dos grupos de alunos. Nessa aula compareceram 30 alunos e foram formados 6 grupos de 5 alunos. O professor regente da turma S1 apenas observou a atuação dos licenciandos, como não participou dos encontros de planejamento, preferiu apenas observar.

Para dar início à primeira fase da *introdução da tarefa*, após a organização dos grupos, os licenciandos entregaram uma folha com a tarefa impressa para cada aluno, e pediram para que um estudante a lê-se em voz alta. Em seguida, entregaram palitos de fósforos para cada grupo a fim de que pudessem utilizá-los para construir o quarto e o quinto castelo de cartas e que, a partir disso, levantassem estratégias para a resolução da tarefa. Após verificarem que os estudantes se engajaram na *realização da tarefa*, os licenciandos foram monitorá-los, dando início à segunda fase.

Durante a segunda fase, os licenciandos decidiram por monitorarem todos os grupos para ter uma visão geral do andamento da aula. No decorrer dessa fase, observamos que o licenciando L5 ao ver um grupo com dificuldades de encontrar o número de cartas da décima figura, levantou alguns questionamentos a esse grupo, a fim de direcioná-lo em sua resolução a partir do que havia realizado, vejamos.

*L5: Esse aqui é o castelo de dois andares certo?*

*Alunos: Sim.*

*L5: Para construí-lo vocês utilizaram...*

*Alunos: o castelo anterior mais 5 cartas.*

*L5: E para construir o próximo?*

*Aluno<sup>40</sup> 11: Utilizaria as 2 cartas do primeiro, mais 5 cartas que utilizou a mais no segundo, mais 8 cartas (e aponta para o que escreveu: castelo 1 = 2, castelo 2 = 2+5, castelo 3 = 2+5+8).*

*L5: Para eu saber do castelo de 10 andares, eu teria que fazer o quê?*

*Aluno 11: Somar os andares.*

*L5: Como?*

*Aluno 11: 2+ 5+ 8+ 11 + ....., está aumentando de 3 em 3.*

*L5: Quando uma sequência aumenta gradativamente, podemos chamar do quê?*

*Aluno 11: Progressão aritmética, é a soma de uma progressão aritmética (GA e DB).*

Frente a essa discussão, sabendo que esses alunos haviam estudado o conteúdo de progressão aritmética, esse licenciando levantou algumas perguntas que poderiam ajudá-los a relacionar a quantidade de cartas necessárias para a construção de cada figura, com a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma PA. Dessa forma, esse grupo pode dar continuidade a sua resolução.

Diante disso, observamos que ao monitorar a resolução de um grupo, L5 pôde ver e ouvir o que os alunos estavam desenvolvendo, suas possíveis dúvidas e estratégias utilizadas, e assim pôde orientá-los a fim de que utilizassem seus conhecimentos prévios para resolver a tarefa. Nesse sentido, podemos inferir que a prática de monitorar contribuiu para que esse licenciando mobilizasse/desenvolvesse o KCS, pois “[...] ouvir e interpretar o pensamento em desenvolvimento e incompleto dos alunos, na linguagem deles” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401) possibilitou que continuassem sua resolução a partir de seus conhecimentos prévios e, assim, colaborar para a aprendizagem matemática desses estudantes.

Em relação à segunda fase e a prática de monitorar a realização da tarefa, L4 em sua entrevista levanta alguns apontamentos.

---

<sup>40</sup> Os alunos da Educação Básica participantes da tarefa de ensino não foram codificados anteriormente, pois nossa intenção é de analisar apenas os licenciandos e professores, mas sentimos a necessidade de distinguir suas falas em momentos que há a interação entre eles e os sujeitos da pesquisa para esclarecermos as práticas letivas realizadas.

**L4:** [...] no ensino exploratório, além de ter esse contato **entre professor e aluno, ainda o aluno consegue interagir com o grupo**, então aqui, além de buscar formar o conhecimento, nós vivemos essa interatividade que é o grande diferencial (ES).

Observamos nesse depoimento que a prática de monitorar proporcionou aos estudantes uma interação entre professor e aluno, e entre seus colegas em sala, possibilitando construir o conhecimento matemático em conjunto a partir do que fizeram, como aconteceu na discussão anterior mencionada, na qual, com base no que os alunos haviam realizado, L5 orientou-os para a resolução da tarefa, promovendo que esses alunos pudessem dar sentido matemático ao que fora realizado.

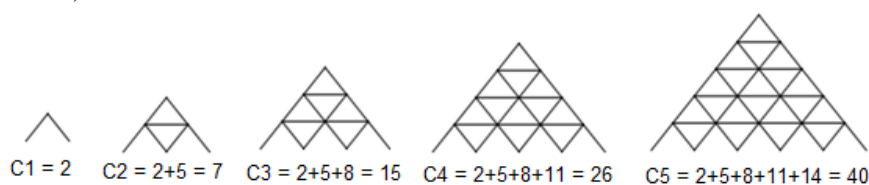
A terceira fase, *discussão da tarefa*, começou com a apresentação de diferentes resoluções pelos grupos de alunos, iniciando-se com a resolução mais simples, a qual construiu os castelos de cartas com os palitos de fósforos disponibilizados pelos licenciandos, e finalizando com o grupo que trouxe uma ideia que possibilitasse resolver o item *b* da tarefa. Nesse sentido, a estratégia escolhida pelos licenciandos para a seleção e sequenciamento da fase anterior, foi a de escolher diferentes tipos de resoluções, começando a discutir a partir das mais simples, a fim de tornar a discussão mais acessível a todos, caminhando gradativamente até a mais elaborada. Vejamos algumas dessas resoluções.

O primeiro grupo a se apresentar (grupo E), respondeu o item *a* da tarefa mostrando que contou a quantidade de cartas das figuras 5 e 10 que foram obtidas a partir da construção de cada uma, por meio dos palitos de fósforos e do desenho das cinco primeiras figuras que fizeram no quadro.

O segundo grupo (grupo B) trouxe para a discussão, a partir dos desenhos realizados no quadro pelo grupo E, a obtenção da quantidade de cartas para as figuras de números 5 e 10, por meio da sequência 2, 5, 8, 11, ...,  $3n-1$ .

**Quadro 35:** Segunda apresentação (grupo B) referente ao momento de ensino do G1

**Aluno 6:** Aqui está a quantidade de cartas que tem em cada castelo. A soma está assim, de 3 em 3: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 e 29, aí você pega esse valor aqui (apontando para o número 2 da figura 1) e soma com 5 que vai dar esse aqui (apontando para o número 7). Você pode pegar esse valor (apontando o número 7) e somar com o 8, pega o 15 e soma com o 11, pega o 26 e soma com o 14 (DB e GA).



**Fonte:** Dos autores



Na terceira apresentação, vários alunos de outros grupos participaram levantando suas dúvidas sobre a resolução do grupo A.

**Quadro 36:** Terceira apresentação (grupo A) referente ao momento de ensino do G1

*Aluno 1:* a primeira coisa que a gente soube, foi que o número de andares representa também o número da base deles, ou seja, esse e esse vale 1, esse e esse vale 1 (apontando para a junção de duas cartas na figura 1), então se um castelo tem 50 andares, sua base vai ser 50 desses, está entendendo?

*Aluno<sup>41</sup> 11:* Não entendi.

*Aluno 12:* Então, se for 160 andares, vai ser 160 desses aí?

*Aluno 1:* Se for 160 andares, o número desses 2 que formam 1, vai ser de 160. Se for de 5 andares, o número desse valor vai ser 5. Como a gente percebeu isso, no primeiro exemplo, é um andar, então é só um (aponta para a junção de 2 cartas). No segundo, são dois andares, então tem 2 (e aponta para eles). No terceiro tem três andares e tem três coisas dessas [...]. Depois disso, a gente descobriu que o número de andares acima da base, soma 3 (de cada junção) com seu anterior (cartas da base), então (apontando para as três cartas que formam o triângulo do topo da figura 2) esse com esse e com esse formam 3, somando com 2 desses (junções de 2 cartas cada), temos 7. Esse é igual (apontando para a figura 3), aqui são 3, porque conta com esse, esse e esse (um triângulo), esse, esse e esse (2 triângulos), e esse, esse e esse (3 triângulos), está entendendo.

*Aluno 13:* E como a gente vai fazer no quinto?

*Aluno 1:* A gente vai contar (aponta para os triângulos formados por 3 cartas da quinta figura) 3, 6, 9, 12 ... aí depois a gente pode somar com a base, [...] e a gente viu que aqui tem 40 cartas. E se tiver 10 andares, assim vamos possuir 155 cartas.

*Aluno 14:* E no caso de 160 cartas?

*Aluno 1:* Dá para encontrar, mas daí a gente vai ter que somar tudo (DB e GA).

**Fonte:** Dos autores

Com relação à seleção das resoluções, o G1 escolheu quatro das seis possíveis para serem apresentadas, pois duas estavam muito parecidas, e assim não tomaria um tempo a mais de aula que poderia ser utilizado com uma outra discussão em relação ao conceito matemático em questão. Dessas quatro resoluções escolhidas, foram apresentadas apenas três, pois um grupo não quis apresentar perante a turma.

Sendo assim, observamos que esses participantes optaram por trazer primeiramente a resolução que utilizou desenhos, para que os demais alunos pudessem verificar a quantidade de cartas necessárias para a construção de cada castelo, contando as cartas uma a uma até a figura de número 5, permitindo que visualizassem mais uma vez cada castelo de cartas e a fim de promover que pensassem sobre a tarefa.

A segunda resolução apresentada trouxe a ideia de recursividade para a construção dos castelos, obtendo a quantidade de cartas da próxima figura a partir da anterior. A escolha por essa ser a segunda resolução se deu pelo fato de utilizar uma estratégia que possibilita generalizar a soma da sequência para obter a quantidade de cartas necessárias para construir o castelo de 160 andares.

<sup>41</sup> Os alunos 11, 12, 13 e 14 são colegas do aluno 1 que participaram em outros grupos na realização da tarefa.

E a terceira resolução apresentada traz uma ideia de construção para qualquer castelo, sendo que o grupo que apresentou relaciona a quantidade de cartas utilizadas na base de um castelo com o número da sua figura, e para as demais cartas que ficam acima da base relacionam com o número de triângulos completos que compõe a construção de cada castelo, que pode ser descrito pela sequência dos números triangulares:  $1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n^2+n}{2}$ .

Diante disso, podemos inferir que as práticas de selecionar e sequenciar, contribuíram para a mobilização/desenvolvimento do KCT aos participantes da pesquisa, ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre escolher quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um encadeamento lógico das ideias matemáticas apresentadas e assim conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

A última apresentação envolveu grande parte dos alunos em sua discussão, sendo assim, os licenciandos L1 e L5 com o intuito de aproveitarem as ideias que foram discutidas iniciaram a quarta fase de aula, *sistematização das aprendizagens matemáticas*, levantando questionamentos sobre a resolução do grupo A (quadro 37).

*L1: Na primeira figura temos quantas cartas na base?*

*Alunos: 2.*

*L1: E na segunda?*

*Alunos: 4.*

*Aluno 1: Sempre vai ser o dobro.*

*Alunos: Isso o dobro.*

*Aluno 15: Então na figura 160, vamos ter 320 (cartas na base)?*

*L1: Isso (GA).*

*L5: Aqui eu posso dizer que essa figura vai ser 3 vezes 1 menos 1? (apontando para o primeiro castelo, pois poderia formar um triângulo, mas falta uma carta). Aqui vai ser quanto? (apontando para o segundo castelo de cartas).*

*Alunos: 3 vezes 3 menos 2 (pois poderiam ser 3 triângulos completos, mas faltam 2 cartas da base do castelo).*

*L5: e aqui? (apontando para o terceiro castelo)*

*Alunos: 3 vezes 6 menos 3.*

*L5: 1, 3 e 6, vocês sabem que sequência é essa?*

*Alunos: Não.*

*L5: É a sequência dos números triangulares. Tipo, o primeiro triângulo é formado por 1, o segundo por 3 (desenha 3 pontos no quadro formando um triângulo), o terceiro por 6 (desenha 6 pontos formando um triângulo), aí 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 e assim vai indo (construindo o quarto triângulo a partir do terceiro, adicionando mais 4 pontos). Então por essa lógica a quarta figura é para ser? 3 vezes 10 menos 4.*

*A partir disso, L1 continua a explicar.*

*L1: Os números triangulares eu posso descrever dessa forma (escrevendo no quadro)*

$$\begin{aligned}
 &1 \\
 &1 + 2 = 3 \\
 &1 + 2 + 3 = 6 \\
 &1 + 2 + 3 + 4 = 10
 \end{aligned}$$

(DB e GA).

Em seguida por meio da soma dos termos extremos L1 constrói a fórmula que determina a soma dessa sequência,  $T_n = \frac{n^2+n}{2}$ , e a partir da discussão de L5 complementa a regularidade observada com a fórmula da soma dos números triangulares no quarto castelo e depois conclui para o castelo de número 160.

$$\begin{aligned}
 C_4 &= 3 \cdot 10 - 4 = 26 \\
 C_{160} &= 3 \cdot \frac{n^2 + n}{2} - 160 \\
 C_{160} &= 3 \cdot \frac{160^2 + 160}{2} - 160 \\
 C_{160} &= 38480 \text{ cartas}
 \end{aligned}$$

Devido à falta de tempo, pois logo após determinar o número de cartas necessárias para responder ao item *b* o sinal tocou, os licenciandos não puderam finalizar a ideia trazida pelo grupo A, que seria de somar as cartas da base com os triângulos completos dispostos na parte superior da base que formavam a sequência dos números triangulares, e também não foi possível formalizar a ideia apresentada pelo grupo B, da soma da sequência  $3n - 1$ . Ao final dessa etapa, os licenciandos agradeceram a participação de todos, finalizando a aula.

Diante desses encaminhamentos, observamos que esses licenciandos se preocuparam em utilizar algumas ideias que foram discutidas na terceira fase a fim de conectar as respostas dos alunos ao mostrar a resolução do item *b*. Nenhum dos grupos de alunos conseguiu resolver esse item, tiveram algumas ideias que permitiriam essa resolução, mas que levariam mais tempo para obter a quantidade de cartas no castelo de 160 andares. Sendo assim, a preocupação desses licenciandos era resolver o item *b* a partir do que fora realizado, porque os alunos estavam ansiosos para descobrir a quantidade de cartas, e depois conectar algumas ideias que foram discutidas na terceira fase.

Nesse sentido, entendemos que ao iniciarem a fase da sistematização das aprendizagens matemáticas utilizando de ideias que foram apresentadas pelos alunos anteriormente, com o intuito de relacioná-las com a resolução do item *b* e com a obtenção

das fórmulas para determinar a quantidade de cartas utilizadas na base de uma figura  $n$  e para gerar a quantidade de triângulos completos em cada figura, que obedece à sequência dos números triangulares, esses licenciandos mobilizaram/desenvolveram aspectos do KCT, pois cada uma dessas decisões exige que façam uma conexão entre a matemática que está em jogo e de questões pedagógicas que afetam o aprendizado dos alunos (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Sobre isso em seu depoimento o licenciando L1 destaca que essas duas fases são importantes para contribuir para a aprendizagem dos alunos, pois são as fases que vem logo após a da realização da tarefa, o que possibilitará entenderem o que fora realizado pelos colegas, além de propiciar outras aprendizagens matemáticas.

*L1: [...] na discussão é importante o professor controlar muito bem a turma, porque é o momento que os alunos estão lá explorando o que fizeram, todo o trabalho que eles tiveram e que não é um trabalho fácil, percebemos isso na aplicação (momento de ensino), você ver que se trabalharmos com uma tarefa desafiadora eles trabalham muito para resolver [...]. Na sistematização, é importante o professor explorar além do que os alunos já fizeram, [...] como se fosse uma ideia de que existe mais do que os alunos pensaram, até uma forma mais fácil de resolver e de explorar tudo aquilo que ele quer explorar, que seria formalizar aquilo de uma forma mais matemática, explorar as fórmulas através dos exemplos dos alunos (ES).*

### **Aula do Grupo 3**

A aula do G3 aconteceu na segunda série do Ensino Médio de uma escola de ensino regular no dia 11 de junho de 2018 das 9h45min. às 11h25min., totalizando duas horas aula. Estavam presentes neste dia, S3, L11, L13 e L18.

A aula iniciou com a apresentação dos licenciandos, com a fala de L11 sobre a dinâmica da aula e a formação dos grupos de alunos. Nessa aula, compareceram 24 alunos e foram feitos 3 grupos de 4 alunos, 2 de 5, e uma dupla, ou seja, seis grupos ao todo (A, B, C, D, E, e F). O professor regente da turma S3 decidiu apenas observar a atuação dos licenciandos, pois não participou dos encontros do momento de planejamento.

Para dar início à primeira fase, *da introdução da tarefa*, após a divisão dos grupos, os licenciandos entregaram uma folha com a tarefa impressa para cada aluno e pediram para que a lessem individualmente e após algum tempo L11 leu a tarefa em voz alta para a turma. Em seguida, entregaram palitos de fósforos para cada grupo a fim de que pudessem utilizá-los para construir o quarto e o quinto castelo de cartas, e que, a partir disso, levantassem estratégias para a resolução da tarefa. Após verificarem que os estudantes se engajaram na *realização da tarefa*, os licenciandos foram monitorá-los.

Durante a segunda fase, os licenciandos desse grupo também decidiram por monitorarem todos os grupos para ter uma visão geral do andamento da aula. No decorrer dessa fase, L13 notou que um grupo estava com dificuldades para encontrar a quantidade de cartas no castelo de 10 andares, e para obtê-la estavam contando separadamente o número de cartas que são utilizadas como base de cada triângulo, que estão na horizontal, e o número de cartas que compõe cada “abertura”, chamando assim a junção de duas cartas que estão apoiadas sobre a carta de base, formando um triângulo. Sendo assim, L13 utiliza dos desenhos realizados por esses estudantes para orientá-los em suas resoluções.

*L13: Tem quantas cartas aí (apontando para as cartas que compõe as aberturas que formam o primeiro andar da figura 2)?*

*Alunos: 4.*

*L13: E nesta (apontando para a figura 3)?*

*Alunos: 6.*

*L13: E na quarta?*

*Alunos: 8.*

*L13: E no castelo de 10 andares?*

*Alunos: Terá 10 aberturas ...*

*L13: Qual vai ser a quantidade total de aberturas em cada andar de um castelo?*

*Alunos: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 (contando do primeiro até o décimo andar).*

*L13: E agora vai ter quantas cartas na parte da base (apontando para uma carta na horizontal que forma um triângulo com uma abertura)?*

*Alunos: (contando as cartas do segundo andar) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.*

*L13: E quantas cartas terá na base do próximo andar?*

*Alunos: 8.*

*L13: E no outro?*

*Alunos: 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 (apontando para cada andar).*

*L13: E agora, como eu posso fazer essas somas? (GA e DB).*

Diante da prática de monitorar realizada por L13, percebemos que ao observar a resolução desse grupo e entender que estavam utilizando de uma estratégia para a contagem que possibilitaria obter a quantidade total de cartas de cada castelo sem ter que contar uma a uma, levantou esses questionamentos a fim de direcioná-los. Nesse sentido, entendemos que ao ouvir e interpretar o pensamento que estava em desenvolvimento desse grupo, L13 pôde direcioná-lo para além de obter a quantidade de cartas na construção de um castelo de 10 andares, pois a estratégia utilizada traz uma ideia de generalização para obter o número de cartas utilizadas em uma figura qualquer, conforme a sexta resolução do quadro 33, que foi planejado pelos participantes da pesquisa.

Sendo assim, podemos inferir que a prática de monitorar os alunos no desenvolvimento da tarefa possibilitou a esse participante mobilizar/desenvolver aspectos de KCS.

Em relação à segunda fase e à prática de monitorar a *realização da tarefa*, os licenciandos em suas entrevistas semiestruturadas levantaram alguns apontamentos.

**L11:** [...] como ela dá margem **para o aluno resolver de outro jeito**, do jeito que ele quiser e isso é importante, [...] então eu acho que essa é uma parte rica [...] **que leva a criança a pensar por si mesma, não seguir regras ou padrões**. [...] **leva os alunos a pensarem mais**, que leva os **alunos a se engajarem mais**, [...] nós estamos andando direto nos grupos, falando com eles [...] cada um se sente importante [...] (ES).

**L13:** [...] no ensino exploratório esses papéis se invertem, **o professor é o observador**, o que vai orientando seus alunos, e os alunos vão construindo todo aquele conhecimento em relação à aula. [...] é da dinâmica da aula, onde o aluno está construindo todo aquele processo de aprendizagem naquela aula, o professor está lá mais como mediador, [...] ele vai ter muito mais aprendizado, mais participação. [...] do início da aplicação, desde a questão do problema em si, até o final faz com que o aluno esteja atento o tempo todo, [...] porque ele se sente desafiado e motivado naquela tarefa, [...] porque ele tem aquele pensamento crítico, uma construção matemática ao invés de ser apenas 'bizu' (procedimento decorado) (ES).

Observamos nesses relatos que esses licenciandos manifestam o entendimento dos papéis atribuídos aos participantes de uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, do professor como observador e orientador da aprendizagem dos alunos, que os conduz a pensar por si mesmos com liberdade e apoio para apresentarem diferentes resoluções, possibilitando que a aprendizagem matemática faça sentido para eles, e dos estudantes como protagonistas da construção do conhecimento matemático. Além disso, destacam a participação dos alunos na aula, pois se sentem desafiados, interessados em resolver a tarefa, possibilitando que discutam, argumentem sobre as ideias matemáticas desenvolvidas por eles.

A terceira fase, da *discussão da tarefa*, começou com a apresentação de diferentes resoluções pelos grupos de alunos, iniciando-se com a resolução mais simples, a qual encontrou a quantidade de cartas necessárias para compor o quinto castelo a partir do desenho das figuras, finalizando com duas resoluções em que estavam implícitas ideias de generalização que permitiam construir uma lei geral que determinasse a quantidade de cartas para um castelo qualquer.

Nesse sentido, a estratégia escolhida por esses licenciandos para a seleção e sequenciamento na fase anterior, foi a mesma do G1 de escolher diferentes tipos de resoluções, começando a discutir a partir das mais simples, a fim de tornar a discussão mais acessível a todos, caminhando gradativamente até a mais elaborada. Vejamos algumas dessas resoluções.

A primeira resolução apresentada foi a do grupo B, esse grupo, por meio do desenho acrescentando dois andares de cartas embaixo do castelo de 3 andares, obteve a quantidade de cartas necessárias para a construção do quinto castelo, e assim puderam

determinar que seriam necessárias 40 cartas para a construção, sendo 15 cartas do terceiro castelo mais 25 novas cartas.

A segunda resolução escolhida, foi a do grupo D que encontrou o número de cartas necessárias para construir o quinto e o décimo castelos a partir da contagem dos triângulos completos (formados por 3 cartas), mais os triângulos não completos (formados por 2 cartas) que compõem o primeiro andar de cada castelo, contando os triângulos do topo a base de cada castelo. Assim, perceberam que na figura 5 teriam  $1 + 2 + 3 + 4$  triângulos completos e 5 incompletos, e a quantidade de cartas necessárias para sua construção seria de  $3 + 6 + 9 + 12 + (15 - 5)$  totalizando 40 cartas, pois no primeiro andar teria que subtrair as cartas da base de cada triângulo. De modo análogo, explicaram que no castelo de 10 andares seriam necessárias  $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 + (30 - 10)$ , totalizando 155 cartas.

A terceira resolução que foi apresentada foi a do grupo C, o qual mostrou para turma a ideia de construir os castelos por meio da soma dos elementos da sequência 2, 5, 8, 11, ...,  $3n-1$ .

#### **Quadro 37:** Terceira apresentação (grupo C) referente ao momento de ensino do G3

*Aluno 9: No castelo de um andar tem 2 cartas somente. No de 2 andares, a gente usou 7 cartas, ou seja, de 2 para 7 a gente somou 5 cartas, entendeu? Já do segundo para o terceiro, [...] a gente adicionou  $5 + 3$  cartas, é 8, está entendendo? No caso, sempre a gente vai adicionar mais 3. Do 2 para o 7, a gente pulou 5, do 7 para o 15, a gente pulou 8 cartas, então do 15 para o próximo, a gente vai pular quantas cartas? A gente vai pular 11 cartas, porque  $8 + 3$  são 11 cartas, e sempre assim, a gente vai pulando de 3 em 3 cartas. E o resultado do quinto andar (castelo de 5 andares) deu 40 cartas.[...] daí fizemos isso até o décimo castelo, que deu 155 cartas (DB e GA).*

**Fonte:** Dos autores

Diante das práticas de selecionar e sequenciar resoluções para a fase da discussão da tarefa, podemos inferir que esse processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório contribuiu para a mobilização/desenvolvimento de características relacionadas ao KCT nos participantes da pesquisa ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre escolher quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um encadeamento lógico das ideias matemáticas apresentadas e, assim, conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

A fase da *sistematização das aprendizagens matemáticas* iniciou com perguntas feitas pelo L11 sobre a última resolução apresentada.

*L11: Pessoal olhando para a última resolução, eles perceberam que no primeiro castelo tinham quantas cartas?*

*Alunos: 2.*

*L11: No segundo, haviam quantas? Sete, [...], quando estava com eles, eles perceberam que do primeiro andar, que tem 2, para o segundo, subiram quantas cartas?*

*Alunos: 5.*

*L11: 5, desse segundo andar para o terceiro que dá 15, subiu (aumentou) quantas cartas?*

*Alunos: 8.*

*L11: Então eu mandei elas desenharem o quarto andar, e eles perceberam que do terceiro para o quarto subiram (aumentaram) 11 cartas, aí eles pararam para pensar e disseram assim: “do 2 para o 7 são 5, depois do 7 para o 15 subiu 8, do 15 para o 26 subiu 11, do 26 para o 40, subiu 14 (GA).*

Em seguida, L11 escreveu a sequência 2, 5, 8, 11, 14, 17, ..., no quadro, e ressaltou que a quantidade de cartas presentes em cada castelo poderia ser obtida utilizando a soma dos termos dessa sequência. Como faltavam apenas dois minutos para acabar a aula, os licenciandos a terminaram agradecendo a participação de todos.

Os licenciandos, ao observarem que havia poucos minutos para o término da aula, decidiram por iniciar a quarta fase retomando a última resolução apresentada, pois havia alunos sem entender a estratégia utilizada pelo grupo C na obtenção da quantidade de cartas de cada figura. Sendo assim, esses participantes tomam uma decisão de retomar a explicação de uma estratégia apresentada pelos alunos, a qual foi desenvolvida utilizando a ideia da soma dos termos de uma sequência de razão 3, a fim de auxiliar na compreensão dos estudantes que permaneciam com dúvidas após a apresentação dos colegas. Além disso, essa resolução traz uma ideia de generalização para obter a quantidade de cartas no castelo de 160 andares, e também para elaborar uma lei de formação que determine a quantidade de cartas utilizadas para a construção de um castelo qualquer.

Nesse sentido, entendemos que esses licenciandos ao realizarem essa ação mobilizam/desenvolvem aspectos do KCT, pois ao retomarem essa estratégia, assumiram uma decisão que envolve uma interação entre a matemática envolvida e as questões pedagógicas que afetam a aprendizagem dos estudantes (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

### **7.1.3 Momento de Reflexão**

O momento de reflexão foi realizado no sexto encontro e aconteceu em momentos distintos para os dois grupos. Para o G1 aconteceu no dia 10 de julho de 2018 e para o G3 ocorreu no dia 03 do mesmo mês e ano. Pelo fato dos momentos de ensino não



terem acontecido na mesma escola e com participantes diferentes, em decisão conjunta esse momento foi realizado separadamente com cada grupo.

As questões levantadas pelos participantes neste encontro tratavam a respeito de práticas letivas que foram realizadas durante o segundo processo formativo, nos momentos de planejamento e de ensino, e também sobre comparações em relação ao primeiro processo formativo. Nesse sentido, na descrição e análise dos dois momentos do sexto encontro, enfatizamos essas práticas conforme foram destacadas.

## **Sexto Encontro - Reflexão dos grupos**

### ***Reflexão do Grupo 1***

A reflexão do grupo 1 aconteceu no dia 10 de julho de 2018, das 19h às 20h30min., na Universidade em que os licenciandos estudam, e estavam presentes nesse dia L1, L4, L5, L6 e S1. Para a condução do momento de reflexão, não teve perguntas previamente elaboradas por parte da formadora, e foi conduzida por meio de uma conversa em que os participantes levantaram pontos positivos e negativos sobre a formação. Nesse sentido, a seguir descrevemos e analisamos as discussões levantadas, juntamente com alguns depoimentos realizados na entrevista semiestruturada (a qual aconteceu após esse encontro), que remetem aos aspectos mencionados.

Em relação aos aspectos positivos, os participantes desse grupo destacaram: o momento de planejamento, o qual foi voltado para suas necessidades; mais estudo sobre a abordagem de ensino; mais dedicação e interação da parte dos licenciandos; e sobre o conhecimento de práticas letivas que contribuíram para aprendizagem profissional. Vejamos seus depoimentos.

***L1: [...] pontos positivos, creio que seja em relação ao estudo mais da teoria, porque nós chegamos a ver casos mais de ler outros artigos que esclareciam melhor as ideias. [...] A teoria eu diria que foi muito bem explorada, principalmente que norteia mais os passos antes da aplicação. [...] tivemos uma participação maior de todos os encontros [...] as ideias lá eram discutidas em conjunto, com todos, nós conseguíamos discutir diversas questões [...]. Então, nós meio que já sabíamos as ações que cada um ia fazer dentro de sala de aula, então isso foi um diferencial das duas [...] (ES).***

***L4: [...] esse planejamento que, na minha concepção, foi assim voltado justamente para aquela área que estávamos mais deficientes. [...] então tudo o que aconteceu na aplicação, os pontos em destaques, foi devido justamente ao nosso bom planejamento (ES).***

O segundo processo formativo se desenvolveu no mesmo formato do primeiro, com momentos referentes ao ciclo letivo do professor, mas com direcionamentos voltados às necessidades dos participantes que foram relatadas no momento de reflexão do primeiro processo formativo, conforme a seção 6.2. Para isso, foi necessário que estudassem novamente essa perspectiva de ensino, retomando textos anteriores aliando a novas leituras, para refletirem sobre ações realizadas na formação anterior e verificarem como poderiam desenvolvê-las, como cita L1 sendo um aspecto positivo da segunda formação.

Como um dos resultados de uma ênfase maior ao estudo da abordagem de ensino, foi a construção do plano de aula baseado no *framework* apresentado por Cyrino e Teixeira (2016), permitindo que esses participantes pudessem analisar possíveis práticas letivas a serem antecipadas em seus planejamentos, como possíveis resoluções da tarefa, diferentes perguntas que poderiam fazer para direcionar os alunos, sobre o critério de seleção e de sequenciamento, e também ações de gestão da aula, como a divisão em grupos, entre outros, como descrito no quadro 35 na seção do momento de planejamento.

O envolvimento destacado por L1 dos participantes, não foi somente em relação à presença, mas que esses licenciandos estavam comprometidos com a participação nesse segundo processo, tanto na realização de tarefas não presenciais quanto das presenciais, o que resultou em um maior envolvimento, com discussões e reflexões sobre ações a serem consideradas no planejamento. Diferente do que aconteceu no primeiro processo formativo, no qual havia participantes do PIBID que compareceram em apenas um encontro (como descrito no capítulo anterior, em que somente os licenciandos que tiveram até uma falta nos encontros foram analisados) e não participavam ativamente nas discussões que subsidiavam a construção do planejamento.

Nesse sentido, esse segundo processo formativo pôde promover a esses participantes o conhecimento de práticas letivas que os conduziram para a realização dos momentos de ensino e de planejamento, e que promoveram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do MKT. Vejamos os relatos.

**L1:** [...] e uma prática, que eu diria que me fez mudar, foi essa questão de estar estimulando eles (monitorando por meio de perguntas), esse trabalho que é realizado durante a resolução da tarefa que o professor passa circulando para poder incentivar eles a resolverem a tarefa, eu diria que uma principal mudança que aconteceu foi isso e também de levar algo que seja interessante para eles, [...] que dê para explorar diversas coisas, [...] tornar a matemática mais significativa para o aluno (ES).

**L4:** [...] um grupo que nós pedíamos para eles lerem a tarefa, ver o que estava pedindo e eles não estavam conseguindo ver o que estava sendo pedido, mas só que a partir do momento que nós fomos indagando e fomentando eles à curiosidade, eles foram

*vendo como era que estava o processo de resolução e a partir daí eles começaram a ter uma base e a buscar resoluções possíveis (GA).*

Nesses depoimentos observamos que a prática de monitorar contribuiu para que esses licenciandos mobilizassem/desenvolvessem características do KCS ao manifestarem o entendimento que ela possibilita ao professor ter um conhecimento do pensamento em desenvolvimento dos alunos e que, a partir disso, é possível orientá-los para a resolução da tarefa e, conseqüentemente, para a promoção da aprendizagem matemática desses estudantes. Além disso, L1 ressalta que a mesma o fez repensar sobre a escolha da tarefa, de modo que seja interessante para seus alunos e dê para explorar várias ideias matemáticas, permitindo que traga significados para os estudantes.

Além disso, esses participantes destacaram que a formação vivenciada possibilitou que repensassem sobre o modo de conduzir uma aula.

*SI: [...] nós vemos que isso faz parte do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, pelo fato de que a matemática ela não é assim repassada pronta como nós vemos no estilo tradicional lá na escola, mas aquela abordagem que é feita, aquela maneira que é feita, trazendo situações problemas para os meninos pensarem, refletirem, construir resoluções, pensarem em estratégias de resolução [...], eu vi essa importância nesse aspecto, [...] eu vejo que com isso nós podemos pensar em outras estratégias diferenciadas para nós dirigirmos e abordar os conteúdos matemáticos (GA).*

*L1: [...] eu vi que ações que eu poderia fazer e que eu tento fazer, [...] nós aprendemos isso durante esse processo e quando nós vamos levar alguma atividade para a escola, nós tentamos aplicar pelo menos alguma coisa do que nós aprendemos [...] eu levo isso muito para minha sala de aula, [...] e eu diria que de todos os projetos que eu participei esse foi o mais significativo na minha formação, por quê? Porque eu consigo trabalhar o que eu aprendo aqui, [...] por exemplo, amanhã eu marquei com os alunos para nós corrigirmos a avaliação, como é que eu irei corrigir? Vou pegar todas as resoluções que eles fizeram e vou discutir (GA).*

*L6: [...] nossa missão como professores é formar pensadores e não repetidores de informações [...] e o Ensino Exploratório nos ajuda a fazer isso, faz com que ele (aluno) veja uma tarefa e procure na sua mente, no seu aprendizado passado para resolver. [...] eu acho que com o Ensino Exploratório [...] ele vai aprender a pensar, e no tradicional não, o professor vai pensar por ele (ES).*

A partir da dinâmica da aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, a qual permite que o aluno tenha um papel ativo em sala pela busca de diferentes caminhos para a resolução da tarefa, S1 e L6 manifestam o entendimento de que essa dinâmica contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático desses alunos, e que promover a reflexão dos alunos é que o professor precisa buscar na condução de uma aula. Além disso, S1 ressalta que o conhecimento dessa abordagem o fez pensar em utilizar em sua prática diferentes práticas de ensino para conduzir outros conteúdos matemáticos.

Sobre aspectos negativos, os licenciandos destacaram a falta de conhecimento da turma em que realizaram o momento de ensino no segundo processo formativo. Durante a realização da primeira ação formativa, esses licenciandos participavam do PIBID e estavam semanalmente nas escolas desenvolvendo atividades variadas, as quais permitiram o conhecimento dos alunos, além disso, o professor regente da turma, o supervisor, participou dos encontros de planejamento. Dessa forma contribuiu para a realização do momento de planejamento, pois foi levado em conta aspectos específicos da turma, como seus conhecimentos prévios e interesses, e também na tarefa de ensino na forma de conduzir a aula, separar os grupos, manter um ambiente favorável à realização da tarefa.

Diante disso, em seus relatos ressaltaram a importância de conhecer a classe a fim de preparar e conduzir uma aula levando em consideração os alunos dessa turma.

*LI: [...] nós tivemos dificuldades também em relação ao perfil dos alunos, porque não conhecíamos muito bem, então planejamos uma tarefa e, apesar de estar no nível deles, nós não tínhamos conhecimentos deles. [...] acho que poderíamos ter analisado mais o nível dos alunos, poderíamos ter buscado mais informações da turma, mais detalhado, o que o professor vinha trabalhando em sala de aula, como é a reação deles [...] (ES).*

*L6: [...] no planejamento a pessoa tem que pensar pelos alunos, [...] e isso melhora muito quando se conhece a classe, para nós foi mais complicado, pois não conhecíamos a classe, então no planejamento a pessoa tem que ser o aluno nas fases lá [...] (ES).*

Diante disso, inferimos que os momentos de planejamento vivenciados no primeiro e no segundo processo formativo contribuíram para que esses licenciandos manifestassem o entendimento de que é necessário conhecer os alunos no desenvolvimento de um plano de aula, seus conhecimentos prévios, interesses, dificuldades, entre outros aspectos, para que no desenvolvimento da aula o professor esteja mais preparado para sua condução, para possíveis orientações, a fim de minimizar momentos de improvisação.

Nesse sentido, entendemos que ao planejar práticas letivas que levam em conta o conhecimento dos alunos, como de possibilitar uma tarefa que seja interessante e motivadora, de antecipar possíveis resoluções da tarefa, de organizar a turma como a divisão em grupos, do uso de materiais didáticos que possibilitam o desenvolvimento do raciocínio matemático, entre outras, contribuem para a mobilização/desenvolvimento do KCS, pois cada uma dessas tarefas “[...] requer uma interação entre compreensão matemática e familiaridade com seus alunos e seus pensamentos matemáticos” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

Outro aspecto levantado por não conhecerem a turma foi em relação à fase da discussão da tarefa, pois tiveram alunos que não quiseram compartilhar sua resolução com os colegas, talvez por timidez ou por não conhecerem os licenciandos, mas para os participantes da pesquisa esse fato poderia ser contornado se tivessem o conhecimento desses estudantes para poderem ministrar diferentes encaminhamentos para motivá-los a discutirem a tarefa. Foi o caso do grupo que conseguiu resolver a tarefa utilizando a fórmula da soma dos  $n$  termos de uma progressão aritmética, que foi descrito na seção do momento de ensino do G1 com o monitoramento de L5, mas não quis apresentar sua resolução à turma.

*L6: [...] eu acredito que dê para trabalhar com os alunos é a timidez deles, pois na hora de eles irem para o quadro apresentar tiveram bastante grupos que tinham assim timidez, ficaram com receio de ir, alguns só foram porque nós insistimos muito (GA).*

*S1: [...] a turma não está assim acostumada com esse tipo de atividade, [...] poucas vezes que o professor convida o aluno, deixa o aluno à vontade e desafia o aluno, [...] de trabalharem situações problemas de matemática e de alguém direcionar as aulas dessa maneira, [...] para alguns que foram para à frente foi legal, porque eles viram um direcionamento diferenciado da maneira como eles estão acostumados em ver, para outros que, digamos assim, são tímidos, eles não quiseram arriscar ir em frente, serem desafiados, porque alguns preferem permanecer na sua zona de conforto (GA).*

Diante desses relatos, percebemos que L6 manifesta o entendimento de que para conduzir a fase da discussão da tarefa para que mais alunos participem da discussão é preciso envolvê-los em mais momentos que propiciem essa prática, a qual, conseqüentemente, possibilita o conhecimento deles. S1 ressalta que a turma não estava habituada com essa abordagem de ensino e por isso que alguns alunos não quiseram apresentar sua resolução.

Outro aspecto levantado foi sobre a condução da segunda fase, que deixaram mais tempo do que o determinado para os alunos resolverem a tarefa, o que comprometeu a realização da última fase, deixando de conectar algumas respostas dos alunos na sistematização das aprendizagens matemáticas como foi planejado.

*L6: [...] nossas falhas foram mesmo foi com a prática (momento de ensino), [...] na hora da resolução, no tempo também que foi esticado mais do que deveria, [...] então se nós tivéssemos mais prática nessa metodologia (abordagem de ensino), nós teríamos nos saído melhores em todas as partes da metodologia (GA).*

Esse relato confirma o que Canavarro (2011, p. 17) descreve referente aos desafios de utilizar o ensino exploratório de matemática em sala de aula, pois segundo a autora essa abordagem de ensino precisa

[...] de tempo e de continuidade para que o professor possa melhorar e aperfeiçoar a sua prática, o mesmo tempo e continuidade que são necessários para que os alunos lhe correspondam e desenvolvam aquilo que ele proporciona: aprender conteúdos matemáticos mas também modos de produção do conhecimento matemático no contexto de uma comunidade da qual são parte integrante.

Nesse sentido, inferimos que G1 manifesta o entendimento que para conduzir uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório de matemática é preciso existir continuidade, tanto para o professor quanto para os alunos, a fim de que todos se envolvam em tarefas que promovam a construção do conhecimento matemático.

### ***Reflexão do Grupo 3***

A reflexão do grupo 3 aconteceu no dia 03 de julho de 2018, das 19h às 20h30min., na Universidade em que os licenciandos estudam, estavam presentes nesse dia L11, L13, L18 e S3.

Esse encontro teve como objetivo refletir e discutir sobre os momentos de planejamento e de ensino realizados por este grupo. Nesse dia não teve perguntas previamente elaboradas pela formadora, ele foi conduzido por meio de uma conversa, do mesmo modo que no G1, em que os participantes levantaram pontos positivos e negativos sobre a formação vivenciada. Nesse sentido, a seguir descrevemos e analisamos as discussões levantadas, juntamente com alguns depoimentos realizados na entrevista semiestruturada (a qual aconteceu após esse encontro), que remetem aos aspectos mencionados.

Em relação aos aspectos positivos, os participantes desse grupo destacaram a participação dos alunos, a escolha por uma tarefa desafiante, o momento de planejamento, a aplicação de aula em grupo, e mais estudo sobre a abordagem de ensino o qual reforçou o entendimento das práticas letivas.

O primeiro ponto levantado no encontro de reflexão foi a respeito da participação dos alunos no momento de ensino.

**L11:** [...] *nós conseguimos fazer com que todos estejam participando, [...] todos nós aqui somos professores e percebemos que quando estamos em uma aula, na lousa, no quadro, pode ser até algumas aulas diferentes, todos não têm condição de todos participarem, um vai está olhando para o lado, alguém pode estar dormindo [...]* (GA).

**L13:** *A parte positiva que eu acho legal dos alunos é porque faz com que eles trabalhem, se pudermos observar, até aqueles alunos que não estavam querendo participar [...], só que quando chegávamos na mesa deles e fazíamos algumas perguntas [...] eles estavam tentando participar, eles contavam, eles tentavam montar [...]. [...] a questão de levar tarefas que façam com que eles tenham aquele desafio de resolver, não somente levar por levar, por isso a importância do planejamento [...], porque esse desafio faz com que todos os alunos queiram participar* (GA).

**S3:** [...] *eles me falaram depois que tinham gostado bastante, a questão da participação depende muito realmente do tipo de trabalho que você leva, porque o que eu vi ali não foi porque eles viram, não estavam competindo, na verdade o que despertou foi a curiosidade mesmo, eles ficaram curiosos com aquela atividade, [...] e aí como despertou a curiosidade e eles foram se empolgando para responder* (GA).

Nesses depoimentos os participantes destacam o papel ativo dos alunos em uma aula realizada sob a perspectiva de ensino exploratório, o qual oportuniza a busca por diferentes interpretações, estratégias para resolver a tarefa, em um ambiente de diálogo, de interação entre colegas e também com o professor. Evidenciamos que esses participantes manifestam o entendimento de que essa participação é consequência da dinâmica da abordagem de ensino, em que o plano de aula inicia com a escolha da tarefa, a qual seja interessante, desafiante, perpassando por diversas práticas letivas que auxiliam na gestão da aula e também na promoção da aprendizagem dos estudantes.

**L11:** [...] *é a parte que volta a buscar a imaginação deles, não é só aquela memorização, aquela repetição, porque lá eles têm que pensar por si só, para sair daquele problema, daquela resolução e quando nós jogamos uma determinada tarefa, nós percebemos que aparecem [...], nós pensamos em várias resoluções antes e chega lá na hora e ainda aparecem coisas diferentes. Então, é a parte da imaginação que não temos isso lá, então, se conseguíssemos trazer isso novamente, do aluno pensar para responder ao invés de só memorizar um processo, eu acho que isso já seria um grande avanço* (ES).

**L18:** [...] *é aquela coisa que no começo nós não acreditávamos, mas quando passamos a ver os alunos construindo, eles discutindo, [...] nós percebemos aquela participação dos alunos [...]. Nós vemos um maior entrosamento do aluno com a atividade quando comparado com o ensino comum. Então, percebemos que os alunos passam a construir e isso pode ser de certa forma, [...] algo mais significativo, [...] ele não está só repetindo, de certa forma ele analisa o que está construindo, porque ele está construindo o conhecimento dele [...]. [...] porque somos acostumados com alunos tão dispersos nas aulas e eu acredito que pelo menos, como pudemos ver, todos os alunos participando, discutindo, colocando suas opiniões, então acho que foi uma coisa alcançada é o que é o diferencial [...]* (ES).

Nos depoimentos de L11 e L18 percebemos que esses licenciandos evidenciam a compreensão de que além da escolha da tarefa propiciar o engajamento dos alunos na sua

realização, ela permite que eles pensem em diferentes maneiras de resolução, promovendo a busca pela imaginação, o desenvolvimento do pensamento matemático, o que vai no caminho oposto à aula na abordagem tradicional, a qual enfatiza a memorização, a repetição de técnicas e procedimentos prontos.

Como consequência da participação efetiva dos alunos no momento de ensino do G3, possibilitou a S3 conhecer um pouco mais de seus alunos, em especial, aqueles que durante suas aulas eram pouco participativos.

*S3: [...] me surpreendeu alguns meninos ali, porque no dia a dia eles não são tão focados assim e eu observei esses meninos, eu já comecei a ver esses meninos de uma maneira diferente. [...]. Os meninos gostaram realmente, me cobram agora, de vez em quando, para eu fazer esse tipo de atividade novamente [...]. Eles me cobram, mas assim, o que eu observei realmente mesmo foi a questão da curiosidade, quanto ao menino que não queria participar [...] ele é acostumado a ser o do contra e os amiguinhos dele seguem ele, só que nesse dia foi o contrário, ele que seguiu os amigos, porque ele viu os amigos empolgados em responderem (GA).*

Além desse, teve um caso de um aluno que surpreendeu S3 não somente com seu engajamento na realização da tarefa, mas pela estratégia escolhida de resolução.

*S3: Ele me surpreendeu, ele foi um dos alunos que eu comecei a observar e a partir daquele momento ali eu já olho ele de outra maneira, [...] ele não é participativo nas aulas, ele não se coloca na frente, ele é meio apático, não participa de atividade nenhuma [...]. Me fez pensar de outras maneiras que eu não fazia antes, porque eu achava que ele já estava ali no limite, ali me mostrou que ele tem outra maneira de aprender [...]. Me fez ver a turma de maneira diferente, principalmente ali (GA).*

Diante desses relatos, entendemos que a participação nesse momento de ensino proporcionou a esse supervisor manifestar o entendimento de que é possível conhecer outras maneiras como os alunos aprendem a matemática por meio de uma abordagem de ensino não rotineira.

Outro aspecto positivo destacado pelos participantes do G3 foi a questão da dinâmica do segundo processo formativo, da tarefa de planejamento, da ênfase nas leituras e discussões a respeito da perspectiva de ensino exploratório.

*L11: [...] Então, acho que essa parte da segunda vez, [...] detalha mais e como nós já tínhamos aplicado uma vez, vimos algumas falhas, alguns defeitos daquela aplicação e aquele texto já dá outra ajuda, então já estamos mais maduros (ES).*

*L13: Se nós observarmos desde o primeiro e no segundo (processos formativos), [...] você não só estava lá explicando o que estava na leitura, mas você estava nos ajudando a construir tudo aquilo, [...] o diferencial de ter um intermediador é porque ele está construindo aqueles passos com ele [...]. Então, esses processos [...] faz com que tenhamos um pensamento diferenciado dos outros professores porque ele nos torna*



*peças mais críticas até na hora de construirmos o nosso planejamento, [...] vem todo detalhado o que que vamos fazer, o que não, as observações, então tudo isso faz com que pensemos antes de executar nossa aula [...] (ES).*

*L18: Eu acho assim, na última aplicação, na última vez lá no tempo do PIBID, uma das coisas na entrevista [...] eu falei que uma das coisas que eu achava importante era a leitura e eu acho que realmente funcionou [...]. Eu acho que de acordo com o que nós vamos lendo, nós vamos percebendo uma coisa e vamos tentando fazer daquele jeito e nós vamos juntando todas as ideias, que nós lembramos, é claro (GA).*

Como ressaltam esses participantes, a ênfase no estudo referente à abordagem de ensino no segundo processo formativo foi uma necessidade levantada por eles na formação anterior e que contribuiu para o desenvolvimento dos momentos de planejamento e de ensino, possibilitando um (re)pensar sobre práticas realizadas e juntamente com as novas leituras, elaboraram um planejamento mais detalhado, com foco nas ações que não estavam habituados e em algumas novas que na primeira ação formativa não haviam realizado. Além disso, L13 destaca a condução da formadora do processo formativo, a qual esteve junto nos encontros de planejamento, não dizendo apenas o que fazer, mas construindo em conjunto o planejamento, levando em conta as necessidades do contexto de ensino e dos participantes.

Ainda destacamos o relato de L18 que, a partir do que vivenciou em formação, expressa sua vontade de utilizar essa perspectiva de ensino em sua sala de aula.

*L18: Na minha sala de aula eu tenho muita vontade de usar, [...] a ideia dele ter participado, dele querer, dele se interessar, [...] ele vai se interessar pelo que o professor tem a dizer ou os colegas, porque ele analisou o problema, isso lhe interessou e ele ficou [...] tentando chegar em uma resposta, por mais que ele não chegue, quando for outra pessoa que for discutir isso vai despertar o interesse nele, [...] eu pude perceber isso nas duas aplicações (aulas) (ES).*

Em relação aos aspectos negativos, esses participantes destacaram a questão de ministrar sozinhos uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, e também sobre a organização do tempo.

*L18: [...] aquela situação você está ali junto de mais outras pessoas para conduzir, para atender, digamos atender as necessidades de todas as equipes se torna um pouco mais fácil, eu acredito que se torna mais simples, mas de certa forma eu tenho medo de pensar assim “e se fosse só eu ali? Será que eu saberia atender a todos quando eles tivessem uma necessidade, uma dúvida? Será que eu conseguiria acompanhar todos?” (GA).*

Quando esses licenciandos estavam desenvolvendo suas atividades no contexto do PIBID, sempre as realizavam em grupos ou duplas, então não manifestaram a questão de ministrar sozinhos uma aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório, pois não

era a rotina deles. No contexto da segunda formação, com menos colegas em cada momento de ensino, e esse grupo em especial em que os três licenciandos estavam cursando o último semestre do curso de Licenciatura em Matemática, e no momento de ensino atuavam como professores substitutos da rede pública de ensino do estado do Ceará, levantaram essa questão, porém essa incerteza ficou para ser respondida na própria prática de cada um após esses dois processos formativos.

*L11: [...] nós fomos pegos um pouco de surpresa e também fomos um pouco falhos, [...] foi logo depois do intervalo (a aula), os alunos vêm, vêm lá debaixo e já perdemos alguns minutos já para chegar todos em sala para nós começarmos a aplicação e **outra foi que demoramos muito na parte da resolução, só que eles estavam tão engajados, nós também, que eu pelo menos, não olhei nem uma vez sequer no relógio, [...] estava vendo um e outro, mas não estava preocupado com o tempo, então acho que pecamos um pouco nessa parte, porque não deu tempo finalizar, que é a parte da formalização, para fechar o ciclo do Ensino Exploratório, então acho que um ponto falho foi esse** (GA).*

L11 destaca um aspecto que considerou negativo na realização do momento de ensino que foi a de não se atentar ao tempo estabelecido para as fases da aula no planejamento e, como consequência disso, não puderam responder ao item *b* da tarefa. No entanto, optaram por retomar uma resolução apresentada por um grupo de alunos que a classe, em geral, não havia entendido muito bem.

Depois desses dois encontros da tarefa de reflexão, os licenciandos responderam à entrevista semiestruturada em momentos individuais. E logo após a essas entrevistas, finalizamos o segundo processo formativo, no mês de julho de 2018.

Na seção que segue, trazemos algumas considerações a respeito do segundo processo formativo.

## **7.2 Considerações sobre o Segundo Processo Formativo**

Com o objetivo de *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, buscamos responder a seguinte questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

Diante disso, após uma análise do segundo processo formativo realizada na seção anterior deste trabalho, o qual possibilitou uma continuação da formação do primeiro, desenvolvido não mais no contexto do PIBID, mas com ênfase nos interesses e necessidades dos participantes baseados na primeira ação formativa, apresentamos nos quadros a seguir quais conhecimentos profissionais relativos aos subdomínios do MKT foram mobilizados/desenvolvidos na realização desse segundo processo a partir dos momentos de planejamento, de ensino e de reflexão. Além disso, trazemos alguns quadros que sintetizam as práticas letivas que foram realizadas pelos participantes no desenvolvimento dessa formação que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento dos subdomínios da perspectiva do MKT.

**Quadro 38:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de planejamento do Segundo Processo Formativo

<b>Momento de Planejamento</b>		
<b>Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Subdomínio do MKT</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao relacionarem o conceito de seqüências com de progressão aritmética para a resolução de ambos os itens;</li> <li>- Ao adaptarem a tarefa com a inserção do item <i>b</i>, com o potencial para desencadear uma discussão para obter uma lei de formação que generalize a quantidade de cartas necessárias para a construção de um castelo em uma posição <i>n</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao escolher uma tarefa que considere os conhecimentos prévios dos alunos e que seja desafiante e interessante para eles.</li> </ul>	KCS
<p>Resolver a tarefa por meio:</p> <p><u>Item a</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da utilização da representação pictórica na construção dos castelos para contar a quantidade de cartas e também para associar estratégias de construção das figuras com possíveis generalizações para a quantidade de cartas;</li> <li>• da ideia de recursividade, usando a quantidade de cartas do castelo anterior para determinar a quantidade de cartas do próximo;</li> <li>• de seqüências numéricas relacionando a posição da figura com a ideia de recursividade;</li> <li>• da soma dos elementos de seqüências numéricas relacionadas com a posição da figura.</li> </ul> <p><u>Item b</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da associação da soma dos elementos da seqüência de uma figura em uma posição qualquer com o conceito de PA, relacionando a quantidade de cartas do primeiro castelo com o primeiro termo <math>a_1</math> (<math>a_1 = 2</math>), a adição de 3 cartas para a construção de uma próxima figura com a razão, <math>r = 3</math>, e a soma das seqüências <math>2n</math> e <math>(n - 1)</math> com a fórmula da soma dos <math>n</math> termos de uma PA;</li> <li>• da obtenção da fórmula para determinar a quantidade de cartas em uma figura <math>n</math> usando a ideia da soma dos termos equidistantes na adição das seqüências dos <math>n</math> primeiros pares (<math>2 + 4 + 6 + \dots + 2n</math>), com a dos <math>n - 1</math> primeiros naturais (<math>1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)</math>);</li> <li>• da seqüência <math>3n - 1</math> que determina a quantidade de cartas a serem adicionadas em cada figura, e as fórmulas do termo geral e da soma dos <math>n</math> termos de uma PA, elaborando uma lei geral que determina a quantidade de cartas em cada figura <math>n</math>.</li> </ul> <p>- Ao discutirem sobre a construção da fórmula da soma dos <math>n</math> termos de uma PA por meio da soma dos termos equidistantes de uma seqüência, em que essa seqüência apresenta um número ímpar de elementos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Antecipar possíveis resoluções da tarefa, pensando em prováveis resoluções dos alunos e também em ideias matemáticas que podem ser conectadas ao conceito em questão.</li> </ul>	KCS
<p>Pensar em diferentes objetivos para conduzir a aula, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• investigar regularidades na construção dos castelos de cartas;</li> <li>• determinar a quantidade de cartas para as próximas figuras;</li> <li>• explorar as seqüências presentes e soma de seus termos; e</li> <li>• identificar a relação entre as variáveis e determinar o termo geral.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaborar o objetivo da tarefa</li> </ul>	SCK
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao propiciar reflexões e discussões sobre diferentes interpretações, procedimentos, representações, estratégias de resolução da tarefa, propiciando aos licenciandos o estudo detalhado do conteúdo em questão.</li> </ul>	SCK

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 39:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento do Segundo Processo Formativo

Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT			Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Antes da aula	Escolha da tarefa	- Ao pensarem na conexão de diferentes interpretações para a tarefa, buscando entender a matemática de uma forma detalhada, ou seja, fazendo o exercício de compreender seus porquês, diferentes estratégias, procedimentos, entre outros, para sua resolução.	SCK
		- Ao se preocuparem com o nível de conhecimento dos alunos, com seus conhecimentos prévios, com suas possíveis dificuldades, erros, em trazer uma tarefa que seja interessante, que possa desafiar-los e encorajá-los pela busca de sua resolução ao mesmo tempo que proporcione novas aprendizagens.	KCS
	Antecipar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao pensar sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e assim buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão, preparando-se para possíveis direcionamentos na tarefa de ensino.	SCK
		- Ao considerar possíveis erros dos alunos, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas na realização da tarefa, e assim monitorá-los de forma mais efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.	
Introdução da tarefa	Usar diferentes elementos didáticos	- Ao se preocuparem em trazer elementos didáticos que possam contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e, conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos, como: a ação de esclarecer a dinâmica da aula; e de utilizar um material manipulável.	KCS
Resolução da tarefa	Monitorar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao compreenderem que essa prática permite que o professor tenha acesso ao pensamento em desenvolvimento dos alunos, possibilitando fazer encaminhamentos para direcioná-los e incentivá-los em sua resolução, além de promover: a interação entre os colegas e com o professor; a autonomia; o levantamento de perguntas; o desafio cognitivo no decorrer da resolução da tarefa.	
	Selecionar e sequenciar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao entenderem que essas práticas possibilitam compreender quais contribuições dos alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, a partir de um critério que promova o encadeamento lógico das ideias matemáticas e que direciona os alunos na (re)organização de seus pensamentos, permitindo que se preparem para a fase da discussão da tarefa.	KCT
Discussão da tarefa	Manter um clima harmonioso	- Ao se preocuparem em manter um clima harmonioso, apoiando e incentivando os alunos a apresentarem suas ideias, analisando e discutindo diferenças entre as resoluções, pois ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.	KCS
Sistematização das aprendizagens matemáticas	Conectar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao entenderem que essa prática permite ao professor formalizar na linguagem matemática as respostas apresentadas pelos estudantes, e que, além disso, contribui para um entendimento sobre elementos matemáticos presentes no desenvolvimento da aula.	KCT

Fonte: Dos autores

**Quadro 40:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos na participação do momento de ensino do Segundo Processo Formativo

<b>Momento de Ensino</b>		
<b>Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais</b>	<b>Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de subdomínios do MKT</b>	<b>Subdomínio do MKT</b>
<p>- Ao observar a sequência 2,5,8,11,14,..., descrita pelos alunos, sabendo que haviam estudado conteúdo de progressão aritmética, levantou perguntas para auxiliá-los a relacionar a quantidade de cartas necessárias para a construção de cada figura com a soma dos elementos de uma PA com o primeiro termo igual a 2 e razão 3.</p> <p>- Ao direcionar os alunos a generalizarem uma estratégia apresentada, a da adição da soma dos elementos da sequência <math>2n</math>, que determina a quantidade de cartas utilizadas para formar os lados dos triângulos (com bases e sem bases) que compõe um castelo de posição <math>n</math>, com a soma dos elementos da sequência <math>n - 1</math>, que determina a quantidade de cartas necessária para formar a base desses triângulos.</p>	<p>Monitorar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) a realização da tarefa dos alunos</p>	KCS
<p>- Ao G1 selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente trazendo a estratégia de representação pictórica, por meio do desenho dos cinco primeiros castelos, e que, a partir disso, os alunos pudessem contar a quantidade de cartas dessas figuras e assim estabelecer algumas relações para a construção dos próximos castelos. Em um segundo momento, com a ideia de recursividade para a construção dos castelos, obtendo a quantidade de cartas da próxima figura a partir da anterior. E, por fim, trouxe a estratégia de construção para um castelo de posição <math>n</math>, relacionando a quantidade de cartas utilizadas na base de um castelo com o número da sua figura, e para as demais cartas que ficam acima da base, com o número de triângulos completos que compõe a construção de cada castelo, que pode ser descrito pela sequência dos números triangulares: <math>1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n^2+n}{2}</math>.</p> <p>- Ao G3 selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente utilizando a estratégia da construção dos castelos por meio de desenhos. Em seguida trouxe a ideia de contar os triângulos completos (formados por 3 cartas), mais os triângulos não completos (formados por 2 cartas) que compõe o primeiro andar de cada castelo, contando os triângulos do topo a base de cada castelo. Assim, na figura 5 teriam <math>1 + 2 + 3 + 4</math> triângulos completos e 5 incompletos. E, por fim, a terceira resolução mostrou a ideia de construir os castelos por meio da soma dos elementos da sequência <math>2, 5, 8, 11, \dots, 3n-1</math>.</p>	<p>Selecionar e sequenciar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as resoluções apresentadas pelos alunos durante a fase da resolução da tarefa</p>	KCT
<p>- Ao relacionarem duas estratégias a fim de encontrar uma lei geral que determine a quantidade de cartas utilizadas no primeiro andar de uma figura <math>n</math>, que é a sequência <math>2n</math>, com a quantidade de triângulos completos em cada figura que obedece à lei de formação da sequência dos números triangulares.</p> <p>- Ao retomarem a última estratégia discutida, que apresenta uma ideia de generalização que possibilite encontrar uma lei geral para determinar a quantidade de cartas utilizadas em um castelo qualquer, a partir da soma dos elementos da sequência <math>2, 5, 8, 11, \dots, 3n-1</math>.</p>	<p>Conectar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas</p>	

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 41:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino do Segundo Processo Formativo

Fases da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)	Práticas letivas realizadas durante o momento de ensino que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT	Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Introdução da tarefa	- Quando houve uma preocupação em trazer elementos didáticos para a aula que podem contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e, conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos, como: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a ação de esclarecer a dinâmica da aula;</li> <li>• utilizar um material manipulável.</li> </ul>	KCS
Realização da tarefa	- Ao entender que a prática de <u>monitorar</u> permite ao professor ter acesso ao modo como o pensamento matemático dos alunos está se desenvolvendo, e que essa ação possibilita fazer encaminhamentos para direcionar esses raciocínios para sua resolução, além de incentivá-los durante a realização da tarefa.	KCS
	- Ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre <u>selecionar</u> quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um <u>sequenciamento</u> lógico das ideias matemáticas apresentadas e assim conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula.	KCT
Discussão da tarefa	- Ao se preocuparem em manter um clima harmonioso, além de apoiar e incentivar os alunos a apresentarem suas resoluções, pois, ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.	KCS
Sistematização das aprendizagens matemáticas	- Ao aproveitar as ideias que foram apresentadas na fase da discussão da tarefa, <u>conectando-as</u> a diferentes ideias discutidas, para conduzirem o aprendizado de modo significativo para os alunos, promovendo um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa, a partir do que foi realizado e discutido anteriormente.	KCT

**Fonte:** Dos autores

Sobre o momento de reflexão, como descrito anteriormente, as questões levantadas pelos participantes, em sua maioria, tratavam sobre ações letivas que foram estudadas, planejadas, discutidas e executadas durante os momentos de planejamento e de ensino a partir do que haviam vivenciado no primeiro processo formativo, o que possibilitou uma formação direcionada às suas necessidades e interesses.

Sendo assim, na tarefa de reflexão do segundo processo formativo esses participantes destacaram aspectos positivos e negativos, sendo este segundo referente a ações letivas que em seus entendimentos poderiam ter sido realizadas de outras maneiras.

Os aspectos positivos evidenciados por esses participantes dizem sobre práticas realizadas durante os encontros do momento de planejamento e de ensino. Um dos pontos destacados foi em relação a uma ênfase maior no estudo da abordagem de ensino, o que promoveu uma reflexão sobre ações letivas e a antecipação de algumas na construção do

plano de aula, conforme o *framework* (quadro 35) elaborado pelos participantes, o que contribuiu para minimizar os momentos de improvisação no decorrer da aula.

Outro ponto positivo ressaltado foi a participação efetiva dos licenciandos nos encontros, tanto em presença quanto na realização das tarefas presenciais e não presenciais, e nos momentos de discussões durante os encontros, possibilitando uma maior reflexão e discussão sobre práticas letivas a serem planejadas.

O envolvimento dos alunos no momento de ensino foi outra questão positiva levantada pelos participantes, o que possibilitou que manifestassem o entendimento de que a dinâmica da aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório propiciou isso, a qual promove um ambiente de interação e de diálogo entre alunos e professor, além da busca pelo conhecimento matemático por meio de diferentes interpretações e estratégias desenvolvidas pelos estudantes.

Além disso, de acordo com os participantes, a formação vivenciada contribuiu para que refletissem sobre a maneira de conduzir uma aula, permitindo que comparassem ações letivas realizadas nos dois processos formativos com práticas relativas ao ensino tradicional, o que promoveu um desejo de inserir esses novos conhecimentos em suas futuras práticas profissionais.

Outro aspecto positivo levantado foi sobre o modo como a formadora conduziu o segundo processo formativo, com participação efetiva, considerando os interesses e necessidades dos participantes no desenvolvimento dos encontros, levantando questionamentos durante os encontros de planejamento para refletirem sobre práticas letivas a serem utilizadas, construindo esse planejamento junto aos licenciandos e não apenas dizendo o que fazer.

E, ainda, vale ressaltar como um ponto positivo a disponibilidade dos professores, ex-supervisores do PIBID, ao permitirem que os licenciandos pudessem desenvolver o momento de ensino em suas aulas, mesmo depois do primeiro ciclo do programa ter encerrado. Possibilitando que esses licenciandos e também os próprios professores vivenciassem mais uma vez uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório de matemática, perspectiva essa que não é utilizada com frequência.

Sobre os aspectos negativos referentes ao segundo processo formativo, os participantes ressaltaram que foi mais complicado construir o planejamento e realizar o momento de ensino, pelo fato de que não conheciam muito bem a turma de alunos. Enquanto integrantes do PIBID, esses licenciandos estavam semanalmente nas escolas, o que proporcionava um conhecimento de conteúdos que estavam sendo trabalhados e também



de anteriores, de interesses dos alunos, da organização da turma, da sua participação, entre outras coisas.

Outro aspecto negativo relatado foi a questão do controle do tempo, os dois grupos não conseguiram realizar a última fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, por deixarem um tempo a mais do que o previsto na fase da realização da tarefa pelos alunos, impossibilitando-os de fazerem o fechamento da aula como planejado.

Além disso, após a realização dos dois processos formativos, os participantes levantaram o desejo de ministrar uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório sozinhos, pois assim poderia haver outras dificuldades que não tiveram na participação dos dois processos formativos, por terem os colegas auxiliando no decorrer da aula, como na prática de monitorar, levantando o questionamento se conseguiriam conduzir a segunda fase sozinhos, direcionando os alunos no desenvolvimento dessa fase.

Diante disso, como na análise do primeiro processo formativo, nesta evidenciamos que os participantes da pesquisa mobilizaram/desenvolveram três subdomínios pertencentes à perspectiva de Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008), a saber: Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT).

Apesar de não termos evidenciado os outros três subdomínios do MKT, Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC), não implica que um processo formativo semelhante ao que desenvolvemos não possibilite a mobilização/desenvolvimento desses outros, mas com base nos dados analisados foram os conhecimentos profissionais que evidenciamos nessa segunda ação formativa.

Diante disso, podemos inferir que a participação no segundo processo formativo promoveu aos integrantes da pesquisa, uma mobilização/desenvolvimento de SCK, KCS e KCT conforme Ball, Thames e Phelps (2008,) desenvolvidos durante os momentos de planejamento, de ensino, e de reflexão, bem como o desejo de inserir em suas futuras práticas as ações letivas vivenciadas nesse segundo processo formativo e também o ensino exploratório como abordagem de ensino.

Diante da descrição e análise dos dois processos formativos, no capítulo que segue apresentamos as considerações finais dessa pesquisa.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de *investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório*, buscamos responder a seguinte questão norteadora: *que práticas letivas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais?*

Após uma síntese das análises dos dois processos formativos realizadas nas seções 6.2 e 7.2 desta pesquisa, apresentamos nos quadros a seguir os conhecimentos profissionais que foram mobilizados/desenvolvidos conforme a perspectiva do MKT nas tarefas de probabilidade e do castelo de cartas, respectivamente, conforme o objetivo deste trabalho, e, também, as práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento desses conhecimentos profissionais em resposta a nossa pergunta norteadora.

**Quadro 42:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos no Primeiro Processo Formativo

Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais	Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais	Subdomínio do MKT
<p>- Relacionar o significado de razão das representações de fração e de porcentagem, a fim de promover o entendimento dos alunos por meio de uma razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número de casos possíveis;</p> <p>- Realizar a conexão de diferentes interpretações para a tarefa, com a definição de probabilidade e a generalização para a soma de dois números resultar em um número par ou em um número ímpar.</p>	<p>- Ao escolher uma tarefa que considere conhecimentos prévios dos alunos e que seja desafiante e interessante para eles.</p>	SCK
<p>- Utilizar dois dados para os alunos manipularem a fim de trabalhar com outras ideias matemáticas que estão atreladas ao objeto matemático em questão, como a generalização para a soma dos números das faces superiores de dois dados.</p>		KCS
<p>- Resolver a tarefa por meio:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da utilização de tabelas para encontrar o número total de possibilidades para soma dos números das faces superiores de dois dados, construindo assim o espaço amostral;</li> <li>• do uso de diferentes representações - fração, porcentagem, decimal -, relacionando-as com a definição de probabilidade;</li> <li>• da generalização da soma par e da soma ímpar para as faces superiores no lançamento de dois dados;</li> <li>• do uso da ideia de árvore de possibilidades para determinar o número de caso possíveis para obter uma soma par;</li> <li>• da utilização da regra de três simples para obter o número de casos possíveis de uma soma par, a partir do espaço amostral;</li> <li>• da associação de que para cada face fixada no primeiro dado é possível obter 3 possibilidades de somas pares com o segundo dado;</li> <li>• de determinar a probabilidade de obter somas pares das faces superiores no lançamento de dois dados a partir da adição da probabilidade de sair um número par no primeiro e no segundo dados (1/4), com a probabilidade de sair um número ímpar no primeiro e no segundo dados (1/4);</li> <li>• do uso do princípio multiplicativo para determinar o número de possibilidades de somas pares.</li> </ul>	<p>- Antecipar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) possíveis resoluções da tarefa, pensando em prováveis resoluções dos alunos e também em ideias matemáticas que podem ser conectadas ao conceito em questão.</p>	SCK
<p>- Utilizar diferentes estratégias de resolução, além da razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número de casos possíveis e do espaço amostral, permitindo aos alunos que não haviam estudado o conceito em questão resolvessem de diferentes maneiras, como por meio da generalização da soma de dois números para obter um número par, usando o significado de razão presente em uma fração para definir probabilidade.</p>		KCS
<p>- Relacionar os lançamentos de dois dados com uma ideia de generalização para obter o número de possibilidades para somas pares, conduzindo os alunos a fixarem o primeiro dado a fim de obter 3 possibilidades no segundo dado, e assim poderiam realizar esse procedimento com cada uma das 6 faces.</p>	<p>Monitorar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) a realização da tarefa dos alunos</p>	KCS
<p>- Ao lançar dois dados considera que são lançamentos distintos, que existem possibilidades para o primeiro dado e possibilidades para o segundo, por exemplo, se sair o número 2 no primeiro e 1 no segundo dado, é diferente de sair o número 1 no primeiro e 2 no segundo, apesar das somas desses lançamentos serem a mesma.</p>		

<p>- Ao selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente trazendo a ideia que utilizou uma representação tabular para construir o espaço amostral com os resultados possíveis para a soma de dois dados, para que, a partir disso, os alunos pudessem verificar nessas tabelas as possíveis somas pares. Em um segundo momento, trazer a que mostrou a ideia de probabilidade a partir da representação fracionária, apontando para uma possível formalização do conceito por meio da ideia de razão. E, por fim, trouxeram a resolução que traz uma ideia mais direta para a obtenção do resultado, a qual percebeu que metade das somas possíveis no lançamento de dois dados seriam pares e a outra metade ímpares, mostrando uma generalização pela combinação dos números pares e ímpares.</p>	<p>Selecionar e sequenciar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as resoluções apresentadas pelos alunos durante as fases da realização e da discussão da tarefa</p>	
<p>- Utilizar o espaço amostral construído por um grupo de alunos, a fim de relacionar com a definição de probabilidade a partir do significado de razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis ao evento;</p> <p>- Conduzir a turma a pensar sobre expressões algébricas que caracterizam a adição de dois números pares, dois números ímpares, e um par e um ímpar, a partir da ideia da árvore de possibilidades trazida por um dos grupos de alunos.</p>	<p>Conectar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas</p>	<p>KCT</p>

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 43:** Conhecimentos profissionais mobilizados/desenvolvidos no Segundo Processo Formativo

Ações que impulsionaram a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais	Práticas letivas que contribuíram para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais	Subdomínio do MKT
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao relacionarem o conceito de seqüências com de progressão aritmética para a resolução de ambos os itens;</li> <li>- Ao adaptarem a tarefa com a inserção do item <i>b</i>, com o potencial para desencadear uma discussão para obter uma lei de formação que generalize a quantidade de cartas necessárias para a construção de um castelo em uma posição <i>n</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao escolher uma tarefa que considere conhecimentos prévios dos alunos e que seja desafiante e interessante para eles.</li> </ul>	
<p>Resolver a tarefa por meio:</p> <p><u>Item <i>a</i></u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da utilização da representação pictórica na construção dos castelos para contar a quantidade de cartas e também para associar estratégias de construção das figuras com possíveis generalizações para a quantidade de cartas;</li> <li>• da ideia de recursividade, usando a quantidade de cartas do castelo anterior para determinar a quantidade de cartas do próximo;</li> <li>• de seqüências numéricas relacionando a posição da figura com a ideia de recursividade;</li> <li>• da soma dos elementos de seqüências numéricas relacionadas com a posição da figura.</li> </ul> <p><u>Item <i>b</i></u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• da associação da soma dos elementos da seqüência de uma figura em uma posição qualquer com o conceito de PA, relacionando a quantidade de cartas do primeiro castelo com o primeiro termo <math>a_1</math> (<math>a_1 = 2</math>), a adição de 3 cartas para a construção de uma próxima figura com a razão, <math>r = 3</math>, e a soma das seqüências <math>2n</math> e <math>(n - 1)</math> com a fórmula da soma dos <math>n</math> termos de uma PA;</li> <li>• da obtenção da fórmula para determinar a quantidade de cartas em uma figura <math>n</math> usando a ideia da soma dos termos equidistantes na adição das seqüências dos <math>n</math> primeiros pares (<math>2 + 4 + 6 + \dots + 2n</math>), com a dos <math>n - 1</math> primeiros naturais (<math>1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)</math>);</li> <li>• da seqüência <math>3n - 1</math> que determina a quantidade de cartas a serem adicionadas em cada figura, e as fórmulas do termo geral e da soma dos <math>n</math> termos de uma PA, elaborando uma lei geral que determina a quantidade de cartas em cada figura <math>n</math>.</li> </ul> <p>- Ao discutirem sobre a construção da fórmula da soma dos <math>n</math> termos de uma PA por meio da soma dos termos equidistantes de uma seqüência, em que essa seqüência apresenta um número ímpar de elementos.</p> <p>Pensar em diferentes objetivos para conduzir a aula, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• investigar regularidades na construção dos castelos de cartas;</li> <li>• determinar a quantidade de cartas para as próximas figuras;</li> <li>• explorar as seqüências presentes e soma de seus termos; e</li> <li>• identificar a relação entre as variáveis e determinar o termo geral.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Antecipar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) possíveis resoluções da tarefa, pensando em prováveis resoluções dos alunos e também em ideias matemáticas que podem ser conectadas ao conceito em questão.</li> <li>- Ao propiciar reflexões e discussões sobre diferentes interpretações, procedimentos, representações, estratégias de resolução da tarefa, propiciando aos licenciandos o estudo detalhado do conteúdo em questão.</li> </ul>	KCS
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ao observar a seqüência 2,5,8,11, 14, ..., descrita pelos alunos, sabendo haviam estudado o conteúdo de progressão aritmética, levantar perguntas para auxiliá-los a relacionar a quantidade de cartas necessárias para a construção de cada figura, com a soma dos elementos de uma PA com o primeiro termo igual a 2 e razão 3.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Monitorar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) a realização da tarefa dos alunos.</li> </ul>	KCS

<p>- Ao direcionar os alunos a generalizarem uma estratégia apresentada, a da adição da soma dos elementos da sequência <math>2n</math>, que determina a quantidade de cartas utilizadas para formar os lados dos triângulos (com bases e sem bases) que compõem um castelo de posição <math>n</math>, com a soma dos elementos da sequência <math>n - 1</math>, que determina a quantidade de cartas necessária para formar a base desses triângulos.</p>		
<p>- Ao G1 selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente trazendo a estratégia de representação pictórica, por meio do desenho dos cinco primeiros castelos, e que, a partir disso, os alunos pudessem contar a quantidade de cartas dessas figuras e, assim, estabelecer algumas relações para a construção dos próximos castelos. Em um segundo momento, com a ideia de recursividade para a construção dos castelos, obtendo a quantidade de cartas da próxima figura a partir da anterior. E, por fim, trouxe a estratégia de construção para um castelo de posição <math>n</math>, relacionando a quantidade de cartas utilizadas na base de um castelo com o número da sua figura, e para as demais cartas que ficam acima da base, com o número de triângulos completos que compõem a construção de cada castelo, que pode ser descrito pela sequência dos números triangulares: <math>1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n^2+n}{2}</math>.</p> <p>- Ao G3 selecionar e sequenciar as resoluções, primeiramente utilizando a estratégia da construção dos castelos por meio de desenhos. Em seguida, trouxe a ideia de contar os triângulos completos (formados por 3 cartas), mais os triângulos não completos (formados por 2 cartas) que compõem o primeiro andar de cada castelo, contando os triângulos do topo à base de cada castelo. Assim, na figura 5 teriam <math>1 + 2 + 3 + 4</math> triângulos completos e 5 incompletos. E, por fim, a terceira resolução mostrou a ideia de construir os castelos por meio da soma dos elementos da sequência <math>2, 5, 8, 11, \dots, 3n-1</math>.</p>	<p>Selecionar e sequenciar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as resoluções apresentadas pelos alunos durante as fases da realização e da discussão da tarefa.</p>	<p>KCT</p>
<p>- Ao relacionarem duas estratégias a fim de encontrar uma lei geral que determine a quantidade de cartas utilizadas no primeiro andar de uma figura <math>n</math>, que é a sequência <math>2n</math>, com a quantidade de triângulos completos em cada figura, que obedece a lei de formação da sequência dos números triangulares.</p> <p>- Ao retomarem a última estratégia discutida, que apresenta uma ideia de generalização que possibilite encontrar uma lei geral para determinar a quantidade de cartas utilizadas em um castelo qualquer, a partir da soma dos elementos da sequência <math>2, 5, 8, 11, \dots, 3n-1</math>.</p>	<p>Conectar (STEIN, <i>et al.</i>, 2008) as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas.</p>	

**Fonte:** Dos autores

**Quadro 44:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento dos dois processos formativos

Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de planejamento que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT			Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos
Antes da aula	Escolha da tarefa	- Ao pensarem na conexão de diferentes interpretações para a tarefa, buscando entender a matemática de uma forma detalhada, fazendo o exercício de compreender seus porquês, diferentes estratégias, procedimentos, entre outros, para sua resolução.	SCK
		- Ao se preocuparem com o nível de conhecimento dos alunos, com seus conhecimentos prévios, com suas possíveis dificuldades, erros, em trazer uma tarefa que seja interessante, que possa desafiar-los e encorajá-los pela busca de sua resolução, e ao mesmo tempo, que proporcione novas aprendizagens.	KCS
	Antecipar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao pensarem sobre diferentes interpretações, estratégias, procedimentos, representações inerentes à tarefa, e assim buscar entender de forma detalhada o conceito matemático em questão, preparando-se para possíveis direcionamentos na tarefa de ensino.	SCK
		- Ao considerarem os conhecimentos prévios dos alunos, possíveis erros, dificuldades, resoluções mais comuns, perguntas a serem levantadas na realização da tarefa, e assim monitorá-los de forma mais efetiva, criando estratégias de ação para as prováveis dúvidas e caminhos que poderão ser utilizados.	
Introdução da tarefa	Usar diferentes elementos didáticos	- Ao se preocuparem em trazer elementos didáticos que possam contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e consequentemente na aprendizagem dos alunos, como: a ação de esclarecer a dinâmica da aula; e de utilizar um material manipulável.	KCS
Resolução da tarefa	Monitorar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao compreenderem que essa prática permite que o professor tenha acesso ao pensamento em desenvolvimento dos alunos, possibilitando fazer encaminhamentos para direcioná-los e incentivá-los em sua resolução, além de promover: a interação entre os colegas e com o professor; a autonomia; o levantamento de perguntas; o desafio cognitivo no decorrer da resolução da tarefa.	
	Selecionar e sequenciar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao entenderem que essas práticas possibilitam compreender quais contribuições dos alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, a partir de um critério que promova o encadeamento lógico das ideias matemáticas e que direcione os alunos na (re)organização de seus pensamentos, permitindo que se preparem para a fase da discussão da tarefa.	KCT
Discussão da tarefa	Manter um clima harmonioso	- Ao se preocuparem em manter um clima harmonioso, apoiando e incentivando os alunos a apresentarem suas ideias, analisando e discutindo diferenças entre as resoluções, pois, ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.	KCS
Sistematização das aprendizagens matemáticas	Conectar (STEIN, <i>et al.</i> , 2008)	- Ao entenderem que essa prática permite ao professor conectar e formalizar na linguagem matemática as respostas apresentadas pelos estudantes, e que, além disso, contribui para um entendimento sobre elementos matemáticos presentes no desenvolvimento da aula.	KCT

Fonte: Dos autores

Ao comparar as duas análises sobre o momento de planejamento do primeiro e segundo processos formativos, observamos que no primeiro os participantes não relataram sobre algumas ações letivas a serem detalhadas na construção do plano de aula, como: utilizar diferentes elementos didáticos que possam contribuir para o desenvolvimento da aula; manter um clima harmonioso durante a fase de discussão da tarefa; e sobre conectar as respostas dos alunos na fase da sistematização das aprendizagens matemáticas. Nesse sentido, podemos inferir que o segundo processo formativo possibilitou um maior entendimento sobre o desenvolvimento de possíveis práticas letivas a serem consideradas na construção do planejamento de uma aula a ser desenvolvida pela abordagem de ensino exploratório de matemática.

Além disso, vale destacar a oficina de aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório de matemática ministrada no primeiro encontro do primeiro processo formativo, antes mesmo dos participantes terem o conhecimento dessa abordagem de ensino, o que possibilitou diferentes entendimentos sobre o percurso de uma aula desenvolvida sob essa perspectiva, tanto no papel de aluno, quanto no de professor, servindo como parâmetro para suas futuras práticas profissionais. Além disso, promoveu um (re)pensar sobre questões didático-pedagógicas a serem consideradas na construção do plano de aula (tarefa realizada posteriormente), como a respeito do conhecimento do conceito matemático a ser ensinado.



**Quadro 45:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de ensino dos dois processos formativos

Fases da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)	Práticas letivas realizadas durante o momento de ensino que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT	Conhecimentos do MKT mobilizados/ desenvolvidos
Antes da aula	- Ao perceberem que a prática de <u>antecipar</u> possíveis resoluções dos alunos promove a busca por entender o conceito matemático de uma forma detalhada, a fim de contribuir para a prática de monitorar a realização da tarefa dos alunos.	SCK
Introdução da tarefa	- Quando houve uma preocupação em trazer elementos didáticos para a aula que podem contribuir para o engajamento na resolução da tarefa e consequentemente na aprendizagem dos alunos, como: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a ação de esclarecer a dinâmica da aula;</li> <li>• utilizar um material manipulável.</li> </ul>	KCS
Realização da tarefa	- Ao entenderem que a prática de <u>monitorar</u> permite ao professor: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ter acesso ao modo como o pensamento matemático dos alunos está se desenvolvendo, e que essa ação possibilita fazer encaminhamentos para direcionar esses raciocínios para sua resolução, além de incentivá-los durante a realização da tarefa; e</li> <li>• questionar os alunos para (re)organizarem seus pensamentos a fim de se prepararem para a fase da discussão da tarefa.</li> </ul>	KCS
	- Ao verem a necessidade de tomar uma decisão sobre <u>selecionar</u> quais contribuições de alunos são úteis e quais podem ser ignoradas para o andamento da discussão da tarefa, além de realizar um <u>sequenciamento</u> lógico das ideias matemáticas apresentadas e, assim, conduzir os alunos mais profundamente ao entendimento das ideias presentes na aula.	KCT
Discussão da tarefa	- Ao se preocuparem em manter um clima harmonioso, além de apoiar e incentivar os alunos a apresentarem suas resoluções, pois ao manifestarem entender a maneira como os alunos aprendem, exige do professor fazer uma interação entre o conceito matemático que está sendo trabalhado em sala de aula e questões didático-pedagógicas que afetam o aprendizado dos seus alunos.	KCS
	- Ao manifestarem a compreensão de que iniciar a discussão da tarefa com uma resolução fácil ajuda a tornar esse momento mais acessível aos estudantes. - Ao levantarem perguntas para orientarem os alunos nas suas apresentações, a fim de conectar as diferentes ideias discutidas e possibilitar que os estudantes não se esqueçam de mostrar algo importante de suas resoluções.	KCT
Sistematização das aprendizagens matemáticas	- Ao aproveitar as ideias que foram apresentadas na fase da discussão da tarefa, <u>conectando-as</u> a diferentes ideias discutidas para conduzirem o aprendizado de modo significativo para os alunos, promovendo um entendimento sobre elementos matemáticos presentes na tarefa, a partir do que foi realizado e discutido anteriormente.	KCT

Fonte: Dos autores

**Quadro 46:** Síntese de práticas letivas realizadas durante o momento de reflexão dos dois processos formativos

Práticas letivas realizadas durante a tarefa de reflexão que contribuíram para mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais do MKT	Conhecimentos do MKT mobilizados/desenvolvidos	
Momento de Planejamento	<p>- Ao manifestar a necessidade de estudar de forma detalhada o conteúdo matemático em questão, buscando diferentes interpretações, procedimentos, estratégias, representações, possíveis erros e compreensões.</p>	SCK
Momento de Ensino	<p>- Ao evidenciar que é preciso considerar os alunos na construção do planejamento, seus conhecimentos prévios, suas dificuldades, interesses, possíveis erros, organização de grupos, entre outros.</p> <p>- Ao evidenciaram a compreensão de que a prática de monitorar, possibilita ao professor ter um conhecimento do desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, e que a partir disso é possível orientá-los para a resolução da tarefa, e também que essa prática promove o maior envolvimento e interesse por parte dos estudantes, pelo fato dos professores instigá-los, incentivá-los durante a aula.</p> <p>- Ao manifestaram o entendimento de que um ambiente propício para as discussões matemáticas possibilita aos alunos compreenderem o objeto matemático em questão de diferentes maneiras, mantendo o nível de exigência cognitiva da tarefa.</p>	KCS
Abordagem de ensino exploratório de matemática	<p>- Ao evidenciarem que é preciso se planejar, buscar conhecer o conteúdo matemático, possíveis procedimentos, representações, conceitos relacionados, notações, etc., a fim de se prepararem frente a diversas interpretações, estratégias que os alunos poderão utilizar em sua resolução, possibilitando, assim, diferentes encaminhamentos para conduzi-los à aprendizagem matemática.</p> <p>- Ao manifestar o entendimento de que é preciso ter o conhecimento dos alunos sobre seus conhecimentos prévios, o que acham de interessante, suas dificuldades, pois contribui para o desenvolvimento da aula e para promover suas aprendizagens matemáticas. Como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• escolher uma tarefa que seja interessante para os alunos, a fim de obter o engajamento deles durante sua realização, proporcionando, assim, a participação de todos e o desenvolvimento de autonomia nas tomadas de decisões;</li> <li>• monitorá-los durante a aula, a fim de conhecer seus pensamentos incompletos e em desenvolvimento, para dar dicas, direcioná-los na resolução da tarefa.</li> </ul> <p>- Ao manifestarem que houve um aprendizado por parte de seus alunos, e acreditarem que eles são capazes de desenvolver estratégias para a construção do próprio conhecimento matemático, e que a descoberta realizada pelos estudantes promove uma satisfação pessoal, impulsionando-os a quererem aprender mais.</p> <p>- Ao evidenciarem que o ensino exploratório de matemática, enquanto uma abordagem de ensino, proporcionou aos licenciandos e supervisores a pensarem sobre outras formas de ensinar o conteúdo em questão.</p>	SCK  KCS  KCT
Sobre a formação ter acontecido no contexto do PIBID	<p>- A interação entre licenciando e supervisor possibilitou uma discussão sobre diferentes procedimentos, representações, estratégias, ideias relacionadas ao conceito de probabilidade, permitindo conhecer esse objeto matemático de forma detalhada atrelado a diferentes formas de ensiná-lo.</p> <p>- Ao participarem parte da carga horária do programa na escola possibilitou a esses licenciandos conhecerem diversos aspectos do trabalho docente, e um deles foi o conhecimento dos estudantes em relação a seus interesses, dificuldades, conhecimentos prévios, entre outros, possibilitando que o utilizassem no momento de planejamento e de ensino aliado ao conteúdo matemático.</p>	SCK  KCS

Segundo Processo Formativo	- Possibilitou uma maior interação entre os participantes da pesquisa, tanto na realização de tarefas não presenciais, quanto das presenciais, o que resultou em um maior envolvimento, com discussões e reflexões sobre ações a serem consideradas no momento de planejamento e de ensino, e também a respeito de diferentes formas de abordar o conceito matemático em questão, como procedimentos, representações, estratégias, notações, permitindo conhecer esse objeto matemático de forma detalhada atrelado a diferentes formas de ensiná-lo.	SCK
----------------------------------	---	-----

**Fonte:** Dos autores

Em relação aos momentos de reflexão realizados nos dois processos formativos, podemos destacar diferentes aprendizagens que foram manifestadas pelos participantes que podem contribuir para o desenvolvimento profissional desses sujeitos.

Primeiramente, destacamos os aspectos observados em relação ao PIBID. Em nossas análises evidenciamos que esse programa proporcionou a esses participantes manifestarem: o conhecimento de que a interação entre a universidade e a escola contribuiu para a formação docente, pois aliou a teoria com a prática profissional; o entendimento do conhecimento da prática profissional real aos futuros professores de matemática; que neste contexto o conhecimento profissional foi conduzido por meio da troca de experiências e conhecimentos entre os participantes do programa, licenciandos, supervisores e coordenador de área; o sentimento de pertencerem à realidade e de se enxergarem como professores de matemática.

Além disso, acerca dos licenciandos participarem parte da carga horária do programa na escola, possibilitou conhecerem diversos aspectos do trabalho docente, e um deles foi o conhecimento dos estudantes em relação aos seus interesses, prováveis erros e dificuldades, conhecimentos prévios, entre outros, possibilitando que utilizassem esse conhecimento na construção do planejamento e na aplicação de aula.

O pouco conhecimento dos estudantes pelos participantes foi um aspecto negativo destacado no segundo processo formativo, o que ocasionou um empecilho na organização do tempo, no desenvolvimento das fases, impossibilitando que os dois grupos concluíssem a última fase como planejado, e também na questão de conduzir os alunos na discussão da tarefa, pois não conseguiram motivar alguns estudantes para apresentarem suas resoluções à turma.

Um fato positivo que inferimos como consequência da participação na primeira ação formativa foi referente à participação efetiva dos sujeitos. Os licenciandos analisados perceberam a diferença de dedicação do grupo no segundo processo formativo em relação ao

primeiro, pois havia outros participantes que não se dedicaram como eles, os quais não foram analisados por pouca presença nos encontros.

Na segunda ação formativa participaram dos encontros os licenciandos que tiveram até uma falta na primeira, ou seja, que haviam participado do momento de ensino e de pelo menos quatro dos cinco encontros do momento de planejamento e de reflexão, o que, de certo modo, propiciou um conhecimento do processo formativo, da abordagem de ensino e de algumas ações letivas. Assim, esses participantes foram para o segundo processo com certa bagagem, a qual pôde ser (re)organizada, (re)pensada e aliada a novos conhecimentos, isso proporcionou uma participação mais efetiva, com mais dedicação e interação nos momentos de estudo, reflexão e discussão.

Nesse sentido, os licenciandos destacam no segundo processo formativo a ênfase no estudo da abordagem de ensino, a qual contribuiu para relacionarem a teoria com a prática, proporcionando uma reflexão sobre possíveis práticas letivas a serem realizadas no momento de ensino, as quais puderam ser antecipadas no plano de aula, o que contribuiu para minimizar os momentos de improvisação durante a aplicação de aula.

Outro desdobramento da participação efetiva desses sujeitos nos dois processos formativos foi a manifestação do entendimento de que o desenvolvimento profissional docente acontece por meio da participação ativa em uma ação formativa, colocando em discussão suas necessidades, realidades, conhecimentos, entre outros, a fim de melhorar suas qualificações profissionais.

A manifestação do entendimento de que quando um processo formativo acontece situado na prática letiva, este permite intensificar os conhecimentos adquiridos relativos à abordagem de ensino adotada, pois o mesmo foi vivenciado em uma situação real, não se restringindo apenas ao discurso teórico, foi outro aspecto evidenciado nas análises.

Nas análises evidenciamos que a dinâmica dos processos formativos em relação aos momentos de planejamento, ensino e de reflexão e também ao modo de conduzi-los pela formadora, foram destacados como pontos positivos da formação, pois houve um acompanhamento e participação efetiva da formadora, a qual considerou os interesses e necessidades dos participantes no desenvolvimento das formações, levantando questionamentos durante os encontros para refletirem sobre a abordagem de ensino e também sobre práticas letivas a serem utilizadas, construindo esse planejamento junto aos licenciandos e não apenas dizendo o que fazer.

O envolvimento dos alunos das escolas no momento de ensino foi outra questão positiva levantada pelos participantes, isso possibilitou que manifestassem o entendimento de que a dinâmica da aula desenvolvida sob a perspectiva de ensino exploratório promove um ambiente de interação e de diálogo entre alunos e professor, além da busca pelo conhecimento matemático por meio de diferentes interpretações e estratégias desenvolvidas pelos estudantes.

De acordo com os participantes, a formação vivenciada contribuiu para que refletissem sobre a maneira de conduzir uma aula, permitindo que comparassem ações letivas realizadas nos dois processos formativos com práticas relativas ao ensino tradicional, o que promoveu um desejo de inserir esses novos conhecimentos em suas futuras práticas profissionais.

Além disso, após a realização dos dois processos formativos, os participantes levantaram o desejo de ministrar uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório, sozinhos, pois assim poderia haver outras dificuldades que não tiveram na participação dos dois processos formativos, por terem os colegas auxiliando no decorrer da aula.

E, ainda, vale ressaltar como mais um ponto positivo a disponibilidade dos professores, ex-supervisores do PIBID, em permitirem que os licenciandos pudessem desenvolver o momento de ensino em suas aulas, mesmo depois do primeiro ciclo do programa ter encerrado. Possibilitando que esses licenciandos, e também os próprios professores, vivenciassem mais uma vez uma aula desenvolvida sob a abordagem de ensino exploratório de matemática, perspectiva essa que não é utilizada com frequência em suas salas de aula.

Nos depoimentos obtidos após a realização do primeiro processo formativo, os participantes manifestaram o desejo de continuidade da formação, mesmo se o PIBID terminasse o seu ciclo, como de fato aconteceu. Nesse sentido, com base em suas necessidades, interesses, expectativas manifestadas no momento de reflexão da primeira formação, e também durante os encontros do segundo processo, desenvolvemos uma ação formativa que possibilitou a continuidade da primeira, com os sujeitos que participaram efetivamente anteriormente e dois supervisores que também manifestaram a vontade de continuar, mas estes só puderam participar no momento de ensino e de reflexão dessa segunda formação.

Após as análises que realizamos em relação a essas duas ações formativas, podemos inferir que, por meio da dinâmica dessas formações, a qual foi desenvolvida com

base na perspectiva de desenvolvimento profissional docente, considerando o contexto real da profissão, as escolas, e momentos do ciclo de trabalho do professor, e, que, além disso, foi apoiada na abordagem de ensino exploratório de matemática, permitiu que esses participantes mobilizassem/desenvolvessem conhecimentos profissionais conforme o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) de Ball, Thames e Phelps (2008).

Nesse sentido, inferimos que os participantes da pesquisa mobilizaram/desenvolveram três subdomínios do MKT conforme Ball, Thames e Phelps (2008), a saber: Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT). Apesar de não termos evidenciado os outros três subdomínios do MKT, Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)<sup>42</sup>, Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC), não implica que, um processo formativo semelhante ao que desenvolvemos, não possibilite a mobilização/desenvolvimento desses subdomínios, mas com base nos dados analisados foram os conhecimentos profissionais que evidenciamos nessa segunda ação formativa.

Além disso, em resposta à pergunta norteadora, verificou-se que algumas práticas letivas apoiadas na abordagem de ensino exploratório contribuíram para a mobilização/desenvolvimento desses conhecimentos, a saber: ao escolher uma tarefa desafiante e interessante aos alunos; ao antecipar suas possíveis resoluções; ao explicar a dinâmica da aula; ao usar um material manipulável; ao monitorar a realização da tarefa; ao selecionar as resoluções a serem discutidas; ao sequenciá-las a fim de propiciar um encadeamento lógico das ideias; em manter um clima harmonioso para a discussão das ideias matemáticas; e ao conectar as respostas dos alunos.

Diante disso, defendemos a tese de que o desenvolvimento de um processo formativo que considere o ciclo letivo de trabalho do professor, especificamente, em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, que seja apoiado na abordagem de ensino exploratório de matemática, e, que permita aos professores e futuros professores assumirem um papel de sujeitos nas ações formativas, pode contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais conforme a perspectiva do Conhecimento Matemático para o Ensino de Ball, Thames e Phelps (2008).

---

<sup>42</sup> Conforme Ball, Thames e Phelps (2008), o CCK é um tipo de conhecimento que não é restrito a prática profissional do professor, é algo comum, que outros profissionais podem possuir, e é utilizado em diversas situações que não são restritas ao ensino. Diante disso, em nossas análises não demos uma atenção especial em investigar esse tipo de conhecimento, pois os dois processos formativos foram desenvolvidos com base no ciclo de trabalho do professor, com foco nas práticas letivas inerentes ao trabalho docente.

Além disso, a pesquisa realizada nos proporcionou refletir sobre possíveis investigações futuras tomando como base um processo formativo que considere momentos do ciclo de trabalho do professor aliado à abordagem de ensino exploratório de matemática. Uma primeira ideia, é se esse tipo de modelo de formação pode contribuir para a mobilização de elementos associados à identidade profissional docente, sendo que é um dos aspectos que constituem o desenvolvimento profissional.

Uma segunda reflexão, é se seria possível realizar um processo formativo semelhante a este no âmbito da formação inicial de professores, possibilitando aos licenciandos desenvolverem práticas letivas no campo real de trabalho docente, nas escolas, pois programas como o PIBID e a Residência Pedagógica atingem apenas uma parte dos alunos de um curso de licenciatura. Um possível exemplo é o de conduzir o estágio supervisionado levando em conta momentos do ciclo letivo do professor e mediados pela abordagem de ensino exploratório.

Ademais, a realização desta pesquisa contribuiu para uma reflexão da pesquisadora enquanto formadora de futuros professores de matemática, sobre práticas que podem contribuir para o desenvolvimento profissional desses licenciandos, como de:

- promover o desenvolvimento de uma formação envolvendo momentos do ciclo de trabalho do professor e uma reflexão sobre as atividades realizadas;
- proporcionar aos licenciandos vivenciarem no papel de alunos uma oficina de aula sobre a perspectiva de ensino adotada, antes mesmo de acontecer uma estudo teórico sobre o tema, com o intuito de refletirem sobre possíveis atitudes que os estudantes da Educação Básica poderiam ter ao se depararem com uma abordagem não rotineira;
- propiciar momentos de discussão e reflexão sobre diferentes representações, procedimentos, interpretações, possíveis erros e dificuldades de um objeto matemático, atrelados a ações letivas, com foco a contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos profissionais; e
- desenvolver as práticas citadas considerando os sujeitos envolvidos como um todo, permitindo que se posicionem quanto às suas necessidades, anseios e que sejam promovidas suas potencialidades, realizações, tornando-os sujeitos da ação e objetivando o crescimento do seu conhecimento profissional e a formação e afirmação da sua identidade profissional.

## REFERÊNCIAS

ABREU, I. S. M. de. **Entre a singularidade e a complexidade da construção de saberes docentes na formação inicial de professores de matemática no contexto do PIBID.** 2016. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

ALMEIDA, R. N. **Professores de matemática em início de carreira: contribuições do Pibid.** 2015. 198 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

ALMEIDA, V. C. **Percursos formativos, profissionais e as práticas dos docentes coordenadores do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID.** 2015. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

AMÂNCIO, Juliana Ramos. **Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID.** 2012. 225 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2012.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.

BARROS, A. V. **Contribuições do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência para a Formação Inicial dos Egressos das Licenciaturas da Universidade Federal do ABC.** 2016. 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) – Pós-Graduação em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2016.

BENITES, V. C. **Formação de professores de matemática: dimensões presentes na relação PIBID e comunidade de prática.** 2013. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Biociências de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP. 2013.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Lisboa: Porto Editora, 1994.



BRASIL, M. M. **O Pibid no contexto das políticas de formação de professores de Biologia e Matemática na Universidade Estadual de Goiás**. 2014. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Ciências e Matemática) - Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. CAPES. **Formação de Professores da Educação Básica**. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica>>. Acesso em: 11 fev. 2019.

BRASIL. CAPES. **Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência**. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>>. Acesso em: 27 fev. 2018.

BRASIL. CAPES. Diretoria de Formação de Professores da Educação Básica – DEB. **Relatório de Gestão PIBID**. 2013. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/1892014-relatorio-PIBID.pdf>>. Acesso em: 27 fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. **Referenciais para formação de Professores**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília. MEC, 1999.

BRASIL. Resolução CNE/CP 2/2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2 de julho de 2015, Seção 1, p. 8-12. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf&category\\_slug=agosto-2017-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf&category_slug=agosto-2017-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 06 mar. 2018.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso Célia. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA 2012: Práticas de ensino de Matemática, 2012, Castelo de Vide. **Actas...** Portalegre: SPIEM, 2012. p. 255-266.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 217-233.

CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P., ABRANTES, P. Desenvolvimento profissional de professores de Matemática: uma experiência num contexto de formação. In: Mourão A.P. *et al.* **V seminário de Investigação em Educação Matemática - Actas**. Associação de Professores de Matemática, 1994.

CANTEIRO, D. C. S. **Impactos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial de professores de matemática**. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, 2015.

CAPORALE, S. M. M. **Escrever e compartilhar histórias de vida como práticas de (auto) formação de futuros professores e professoras de matemática**. 2016. 241 f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba, 2016.

CARVALHO, D. F. **O PIBID e as relações com o saber, aprendizagem da docência e pesquisa**: caracterização de uma intervenção na formação inicial de professores de matemática. 2016. 245 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

CARVALHO, M. P. **Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em matemática no contexto da escola pública**: Contribuições do PIBID. 2016. 208 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

CORRÊA, A. C. A. **O Pibid na formação inicial do licenciando em Matemática**: construção de saberes da experiência docente. 2013. 92 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória. 2013.

CORRÊA, M. R. N. **Um olhar "pibidiano" sobre o desenvolvimento profissional de professores-supervisores do PIBID/UFPel**. 2014. 139f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2014.

CORREIA, G. S. **Estudo dos conhecimentos evidenciados por alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física participantes do PIBID-PUC/SP**. 2012. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2012.

COSMO, T. **Escritas de licenciandos em matemática, quanto à docência, no contexto do PIBID**. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**. Londrina: Eduel, 2016. p. 81-99.

DAY, C. **Desenvolvimento Profissional de Professores: Os desafios da aprendizagem permanente**. Lisboa: Porto Editora, 2001.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, pp.19-50, 2003.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática - percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados. 2012.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento Profissional DOCENTE: Um Termo Guarda-Chuva ou um novo sentido à formação? **Revista Brasileira de Formação Docente**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, v. 05, n. 08, p. 11-23, jan./jun. 2013.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

FIORENTINI, D. *et al.* O professor que ensina Matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. p. 17-41.

FRANÇA, E. L. **Contribuições formativas do PIBID/matemática: identidade e saberes docentes**. 2016. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

GOMES, E. B. **Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense**. 2014. 308 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, Dourados, 2014.

GUIMARÃES, E. L. **Compreensões de professores supervisores do PIBID quanto ao seu papel na construção de saberes docentes de futuros professores de matemática**. 2016. 239 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

LARGO, V. **O PIBID e as relações de saber na formação inicial de professores de matemática**. 2013. 214f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.

MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Sísifo: Revista de Ciências da Educação**, n. 8, p. 7-22, 2009.

MEGID, M. A. B. A. *et al.* Mapeamento da pesquisa paulista sobre o professor que ensina matemática: aspectos físicos e tendências metodológicas e temáticas. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. p. 107-175.

MENDES, R. M. **A formação do professor que ensina matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as comunidades de prática: uma relação possível**. 2013. 285f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP. 2013.

MENDONÇA, S. R. P. de. **Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID: dinâmica de formação**. 2016. 291 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

MIZUKAMI, M. G. N. Docência, Trajetórias Pessoais e Desenvolvimento Profissional. In: Reali, A. M. M. R., Mizukami, M. G. N. **Formação de Professores: tendências atuais**. São Carlos. EDUFSCar, 1996. p.59-91.

MOURA, É. M. de. **O programa institucional de bolsa de iniciação à docência – PIBID na formação inicial de professores de matemática**. 2013. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia /MG. 2013.

MOÇO, P. P. **Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática**. 2013. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

NACARATO, A. M. *et al.* Tendências das pesquisas brasileiras que têm o professor que ensina matemática como campo de estudo: uma síntese dos mapeamentos regionais. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. p. 319-350.

NASCIMENTO, F. J. do. **Professores de matemática iniciantes: um estudo sobre seu desenvolvimento profissional**. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016.

NEVES, R. M. S. **Práticas de iniciação à docência: um estudo no PIBID/ IFPI/ Matemática**. 2014. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação) –Universidade do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2014.

NOVOA, A. Para uma formação de professores construída dentro da profissão. **Revista Educacion**. Madrid: 2009.

OBM. **Provas e Gabaritos**. 2009. Disponível em: <[https://www.obm.org.br/content/uploads/2017/01/2Fase\\_Nivel1\\_2009.pdf](https://www.obm.org.br/content/uploads/2017/01/2Fase_Nivel1_2009.pdf)>. Acesso em 30 ago. 2017.

OLIVEIRA, H; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-24, out. 2013.

PASSOS, C. L. B. *et al.* Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, v. XV, n. 1 e 2, p. 193-219, 2006.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do ProfMat98**, Lisboa: APM, p. 27-44, 1998.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. Formação do Professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: \_\_\_\_\_. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-358.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Campinas, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. A. F. As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. **Revista da Faculdade de Educação, Cáceres**, v. 23, n.1, p. 131-150, jan./jun. 2015.

PONTE, J. P. *et al.* Formação de professores do 1.º e 2.º ciclos: Articulado contextos de formação e de prática. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 361-375.

PONTE, J. P. *et al.* O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.

PUCETTI, S. **A formação do professor de matemática em interface com o PIBID – programa institucional de bolsa de iniciação à docência**: as representações de licenciandos e supervisores. 2016. 259 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Metodista de São Paulo, São Paulo, 2016.

QUARESMA, M. ; PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; MATA-PEREIRA, J. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 409-425.

REISDOERFER, Carmen. **Sobre as Ações do Pibid/Matemática na Constituição de Saberes Docentes de Ex-bolsistas desse Programa na Universidade Federal de Santa Maria**. 2015. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física., Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

RIBEIRO, S. S. **Percepções de licenciandos sobre as contribuições do PIBID-matemática**. 2013. 212 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

RODRIGUES, M. U. **Potencialidades do PIBID como espaço formativo para professores de matemática no Brasil**. 2016 540 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p.299-311, mai. 2012.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de Problemas na Formação de Professores e Pesquisadores**. In: I Seminário em Resolução de Problemas. Rio Claro - SP. Anais... Rio Claro, 2008. p. 1-9.

SCHAEFER, C. **Experiências e narrativas: um olhar para a formação de professores de matemática a partir do PIBID**. 2015. 71 f. Dissertação ( Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SILVA, D. F. **Processo de iniciação à docência de professores de matemática: olhares de egressos do PIBID/UFSCar**. 2014. 159 F. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

SILVA, E. C. **Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no Pibid-Ifes**. 2014. 151 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

SMITH, M. S. **Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SPAECE. **Matriz de Referência**. 2018. Disponível em:< <http://www.spaece.caedufjf.net/avaliacao-educacional/matriz-de-referencia/>>. Acesso em 18 set. 2018.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

TEIXEIRA, B. R. SANTOS, E. R. A Resolução de Problemas e o Conhecimento Didático de Futuros Professores de Matemática. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 161-172, mai/ago. 2017.

TINTI, D. da S. **PIBID**: um estudo sobre as suas contribuições para o processo formativo de alunos de Licenciatura em Matemática da PUC-SP. 2012. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2012.

UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática**. Sobral, 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ. **Projeto Institucional Pibid 2013 - UVA-CE - edital nº 61/2013**. Sobral, 2013.

VIEIRA, A. C. **Um estudo sobre as contribuições do PIBID-FURB para a formação inicial de professores de matemática**. 2014. 99 f. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014.

VICENTE, M. F. **Programa institucional de bolsas de iniciação à docência- PIBID - e a formação de professores**. 2016. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós - graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2016.

ZAQUEU, A. C. M. **O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na formação de professores de matemática: perspectivas de ex-bolsistas**. 2014. 267f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2014.



**APÊNDICE A****TERMO DE CONSENTIMENTO**

Eu, \_\_\_\_\_,  
portador(a) do R.G. \_\_\_\_\_, autorizo Alessandra Senes Marins, aluna de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL, sob as orientações da Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli e do Dr. Bruno Rodrigo Teixeira, a utilizar em partes ou integralmente, anotações, e gravações em áudio e vídeo das minhas falas, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que seja citado(a) apenas como participante da pesquisa, garantido o anonimato no relato da pesquisa. Declaro ainda, que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) quanto à investigação.

DATA: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_.

ASS.: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B

### Roteiro para a primeira entrevista semiestruturada

<b>Tarefa/Planejamento</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Como deve ser escolhida/elaborada uma tarefa a ser utilizada em uma aula desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório? Por quê?</li> <li>▪ Que aspectos devem ser considerados no planejamento de uma aula a ser desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório?</li> <li>▪ Você considera que o exercício de antecipar as possíveis resoluções (interpretações, estratégias, representações, procedimentos, práticas, entre outros) dos alunos contribui para o desenvolvimento da aula de Ensino Exploratório?</li> </ul>
<b>Introdução da Tarefa</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De que modo você considera que pode ser o início da aula para que haja o entendimento da tarefa e a participação dos alunos em sua resolução?</li> <li>▪ Que ações podem ser desenvolvidas durante a aula de Ensino Exploratório, para que os alunos se sintam engajados e desafiados na resolução da tarefa?</li> </ul>
<b>Resolução da Tarefa</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Quais ações são importantes para o professor desenvolver nessa etapa da aula de Ensino Exploratório?</li> <li>▪ De que modo o professor pode monitorar, apoiar e orientar a resolução da tarefa pelos alunos?</li> </ul>
<b>Discussão da Tarefa</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De que modo o professor pode conduzir esta fase para que os alunos participem da discussão, entendam as diferentes resoluções apresentadas e façam suas devidas conexões?</li> <li>▪ Selecionar e sequenciar propositalmente contribui para a fase da discussão da tarefa? E da sistematização? Como?</li> </ul>
<b>Sistematização da aprendizagem matemática</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Como o professor pode legitimar, sistematizar as principais ideias, (novas) aprendizagens, conceitos, procedimentos desenvolvidos durante a aula de ensino exploratório?</li> </ul>

**Reflexão da Atividade Realizada**

- Esse processo de formação - encontros, aplicação, reflexão - contribuiu para a sua formação docente? Justifique. (E por ter sido desenvolvido no PIBID, o que tem a dizer?).
- Ter vivenciado uma aula de Ensino Exploratório, no primeiro encontro, contribuiu para a aplicação posterior dessa abordagem? Justifique.
- Você utilizaria essa abordagem de ensino em sua sala de aula? Justifique.
- Você já havia vivenciado um processo formativo organizado em torno de ações como as que constituíram esse processo vivenciado no contexto do PIBID? Que características das ações formativas você considera que podem ter sido diferentes de outras vivenciadas e que considera que pode ter contribuído para sua formação em aspectos que já destacou?
- Se você pudesse propor ações para serem desenvolvidas no âmbito do PIBID, faria a proposição de ações como as desenvolvidas? Por quê?
- Se você pudesse dar continuidade ao processo formativo vivenciado, no contexto do PIBID ou fora dele, qual seria sua sugestão? Que ações você gostaria que fossem desenvolvidas novamente, teria alguma sugestão de modificação? E se fosse ainda sobre o Ensino Exploratório, sobre quais aspectos você gostaria de trabalhar um pouco mais?
- Esse processo de formação fez você repensar sobre práticas da docência, como o modo: que se constitui um plano de aula; de conduzir uma sala de aula (ações do professor e dos alunos); de abordar um conteúdo, entre outras coisas?
- Cite outros aspectos que você considera relevantes que aconteceram durante o processo de formação.

## APÊNDICE C

### Roteiro para a segunda entrevista semiestruturada

- 1) Faça uma análise crítica desse segundo processo formativo, em relação aos encontros (planejamento, ensino e reflexão), destacando os pontos positivos e sugestões para modificação. Justifique.
- 2) Em sua opinião ao comparar os dois processos formativos, o segundo possibilitou um melhor desenvolvimento das ações letivas tocantes ao Ensino Exploratório em relação as que foram realizadas no primeiro? Em caso afirmativo, destaque em que aspectos.
- 3) O que você tem a dizer sobre a perspectiva de Ensino Exploratório referente ao planejamento, às suas etapas, às ações desenvolvidas, ao papel dos alunos e do professor, entre outros? Como cada etapa se desenvolveu no momento de ensino realizado?
- 4) Você utilizaria o ensino exploratório em sua sala de aula? Por quê?
- 5) Esse processo formativo fez você repensar sobre práticas da docência, como o modo: que se constitui um plano de aula; de conduzir uma sala de aula (ações do professor e dos alunos); de abordar um conteúdo, entre outras coisas?
- 6) Cite outros aspectos que você considera relevantes que aconteceram durante o processo formativo.