



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

CRISTINA CIRINO DE JESUS

**PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO:  
PROMOVENDO APRENDIZAGENS DE PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA EM UM CONTEXTO DE COMUNIDADE DE  
PRÁTICA**

---

Londrina  
2017

CRISTINA CIRINO DE JESUS

**PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO:  
PROMOVENDO APRENDIZAGENS DE PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA EM UM CONTEXTO DE COMUNIDADE DE  
PRÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito à obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Coorientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira.

Londrina  
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Jesus, Cristina Cirino de .

Perspectiva do Ensino Exploratório: Promovendo aprendizagens de professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática / Cristina Cirino de Jesus. - Londrina, 2017.  
200 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Coorientador: Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Perspectiva do Ensino Exploratório - Tese. 2. Formação continuada de professores de Matemática - Tese. 3. Comunidade de prática - Tese. 4. Recurso multimídia - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade . II. Oliveira, Hélia Margarida Aparício Pintão de . III. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. Título.

CRISTINA CIRINO DE JESUS

**PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO:  
PROMOVENDO APRENDIZAGENS DE PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA EM UM CONTEXTO DE COMUNIDADE DE PRÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito à obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Márcia Cristina de Costa  
Trindade Cyrino  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Ana Lúcia Manrique Pontifícia  
Universidade Católica - PUC-SP

---

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná -  
UTFPR

---

Prof.<sup>a</sup>. Dra. Marcia Cristina Nagy  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

---

Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira  
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 30 de novembro de 2017.

*Dedico este trabalho*

*À minha mãe que é meu exemplo de vida, minha fonte de  
inspiração.*

*Ao meu pai que de onde estiver tenho certeza que  
acompanha meus passos.*

*Ao meu irmão e às minhas irmãs pelo incentivo e pelo  
amor que compartilhamos.*

## AGRADECIMENTOS

---

*A Deus, que faz toda a diferença em minha vida, pela força e sustento durante toda esta caminhada.*

*Aos meus pais, Francisca e Orlando, por me darem a vida, pelo amor incondicional e por tudo que representam em minha vida. Obrigada!*

*Ao meu irmão e minhas irmãs, pelo incentivo na realização de meus objetivos, por entenderem minhas ausências e pelo amor que compartilhamos.*

*Às minhas sobrinhas e sobrinhos, em especial ao Fellipe, Matheus e Gabriel, por me ajudarem com as traduções e transcrições contribuindo para que meu trabalho se concretizasse.*

*À minha orientadora, Márcia Cyrino, pela confiança, apoio e pelos ensinamentos que levarei para a vida toda.*

*À minha coorientadora Hélia Oliveira, por compartilhar um pouco de seus conhecimentos comigo. Obrigada pelo acolhimento e generosidade.*

*Às professoras, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Lúcia Manrique, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Karina Alessandra Pessoa da Silva, Prof<sup>a</sup> Marcia Cristina Nagy e ao Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira, por terem aceitado fazer parte da Banca Examinadora deste trabalho, pelo tempo que dispensaram e pelas considerações e sugestões apresentadas, que contribuíram para a elaboração deste trabalho*

*Às professoras da CoP-ProfMARE, que participaram desta pesquisa, pela dedicação a seus alunos, e pela disponibilidade e compromisso para com o desenvolvimento da CoP. Obrigada pela confiança!*

*Aos amigos do Gepefopem, pelo convívio de todos esses anos e por compartilharmos experiências, conhecimentos, angústias, enfim, pelas relações de confiança e respeito mútuo que construímos ao longo desses anos.*

*À minha amiga Marcia Cristina, companheira de todas as horas, com que sempre posso dividir minhas alegrias e angústias. Obrigada por estar sempre disposta a me ajudar.*

*Ao meu amigo Bruno, pelas valiosas ideias e sugestões para a constituição deste trabalho. Obrigada.*

*Às amigas Edilaine e Heloísa, amigadas que cultivei neste período e que contribuíram para deixar a vida mais alegre.*

*Aos meus alunos do Colégio Estadual Pe. José Canale, por se engajarem em meus projetos, contribuindo para que eu me torne uma pessoa e uma profissional melhor.*

*A Secretaria de Estado de Educação do Paraná pelo afastamento parcial concedido para este estudo.*

*Ao Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq) pelo auxílio e bolsa concedidos.*

*A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.*

*Há um tempo em que é preciso abandonar as roupas usadas, que já tem a forma do nosso corpo, e esquecer os nossos caminhos, que nos levam sempre aos mesmos lugares. É o tempo da travessia: e se não ousarmos fazê-la, teremos ficado, para sempre, à margem de nós mesmos.*

*Fernando Pessoa*

JESUS, Cristina Cirino de. **Perspectiva do ensino exploratório:** promovendo aprendizagens de professores de matemática em um contexto de comunidade de prática. 2017. 200 f. Tese. (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

## RESUMO

A formação de professores é uma temática muito discutida nas pesquisas brasileiras e internacionais, por isso pensar em espaços de formação voltados aos professores de Matemática e ainda garantir que estes contextos os considerem como sujeitos “pensantes” e atendam suas necessidades para a prática de sua profissão têm conduzido a ações de formação nas quais os professores têm a oportunidade de compartilhar experiências, negociar significados, ser corresponsável por sua aprendizagem. Este estudo tem como foco de investigação olhar para a perspectiva do Ensino Exploratório como uma temática promissora para fomentar discussões, reflexões e aprendizagens profissionais em um contexto de formação continuada. Para isso constituímos como espaço de formação uma Comunidade de Prática de professores de Matemática, CoP-ProfMARE, por considerarmos este espaço de formação promissor para o desenvolvimento de aprendizagens do professor e utilizamos como ferramenta de formação o caso multimídia Plano de Telefonia. Tendo como ponto de partida a exploração da perspectiva do Ensino Exploratório no contexto da CoP-ProfMARE, assumimos a seguinte questão geral de investigação: “*Que aprendizagens profissionais, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório, são manifestadas por professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática?*” Nosso estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa, assumindo um paradigma interpretativo e a modalidade de pesquisa intervenção. A recolha de dados envolveu as transcrições dos encontros da comunidade (audiogravados), as produções escritas elaboradas pelas professoras e o diário de campo da pesquisadora, que neste contexto também assumiu o papel de formadora. Os resultados desta investigação evidenciaram as potencialidades da perspectiva do Ensino Exploratório para a formação continuada de professores de Matemática, pois permite ao professor no contexto de formação: (i) reconhecer as potencialidades das perspectivas alternativas de ensino; (ii) desenvolver conhecimentos necessários para a sua profissão; (iii) repensar sua prática pedagógica; (iv) desenvolver a sua autoconfiança; (v) refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem; (vi) conhecer o potencial das tarefas cognitivamente desafiadoras para a aprendizagem dos alunos; (vii) mudar sua forma de ensinar e (viii) desenvolver uma postura inquiridora. Consideramos que privilegiar discussões acerca da perspectiva do Ensino Exploratório em contextos de formação continuada permite uma articulação entre a teoria e a prática.

**Palavras-chave:** Perspectiva do Ensino Exploratório. Formação Continuada de Professores de Matemática. Comunidades de Prática. Tarefas Cognitivamente desafiadoras. Recurso multimídia.

JESUS, Cristina Cirino de. **Exploratory teaching perspective: promoting learning of mathematics teachers in a context of community of practice.** 2017. 200 p. Thesis (Doctoral Degree in Science Education and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

## ABSTRACT

The Mathematics Teacher Education is a thematic much discussed in Brazilian and international research, so think formation spaces aimed of teachers of Mathematics and also, to ensure that they consider the teacher as a "thinking" subject and meet their needs for the practice of their profession has led to teaching actions in which the teacher has the opportunity to share experiences, negotiate to be co-responsible for their learning. The present study focuses on the Exploratory Teaching perspective as a means to promote discussions, reflections and learning in a context of in-service Teacher Education. We set up as a Teacher Education place a Community of Practice, CoP-ProfMARE, because we consider this teaching context promising for the development of teacher's learning and we used as a teaching education tool the Multimedia Case Telephony Plan. Taking as a starting point the development of the in the context of CoP-ProfMARE, we assume the following general question of research: "What professional learning, regarding the Exploratory Teaching perspective, are manifested by Mathematics teachers in a context of Community of Practice ?" This study is situated in a qualitative perspective of research, assuming an interpretive paradigm and modality of intervention research. They were instruments for collecting data to the transcripts of the community meetings (audio-taped), the written productions elaborated by the teachers and the day-book of the researcher, who in this context also assumed the role of former. The results of this research show the potential of the Exploratory Teaching perspective for the continuing education of Mathematics teachers, since it allows the teacher in the formation context: (i) to recognize the potentialities of alternative teaching perspectives; (ii) to develop skills necessary for their profession; (iii) to rethink their pedagogical practice; (iv) to develop their self-confidence; (v) to reflect on teaching and learning processes; (vi) to know the potential of cognitively challenging tasks for student learning; (vii) to change their way of teaching and (viii) to develop an stance of inquiry. We considered that privileging discussions about the Exploratory Teaching perspective in context of Mathematics Education to allows an articulation between theory and practice.

**Keywords:** Exploratory Teaching perspective. Teacher Education of Mathematics teachers. Community of Practice. Cognitive challenges tasks. Multimedia Resource.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

Figura 1 - Casos multimídia desenvolvidos pelo Gepefopem.....	36
Figura 2 - Aspecto geral de um caso multimídia.....	38
Figura 3– Seção Antes da aula – subseção Desenvolvimento da tarefa.....	39
Figura 4 – Tarefa “Plano de Telefonia” e questões problematizadoras .....	107
Figura 5- Algumas tarefas que foram trabalhadas no empreendimento Resolução de Análise de Tarefas .....	107

## LISTA DE QUADROS

---

Quadro 1 – Características dos participantes do grupo que originou a CoP-ProfMARE23	
Quadro 2 – Ação do empreendimento Resolução e análise de tarefa .....	31
Quadro 3 - Ações do empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia .....	31
Quadro 4 – Ação 1 do empreendimento “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia” .....	68
Quadro 5– Ações do empreendimento Resolução e análise de tarefas .....	106
Quadro 6 – Framework elaborado pelo Gepefopem. ....	139

## SUMÁRIO

---

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	16
Constituindo e cultivando uma Comunidade de Prática .....	19
Recurso Multimídia na formação de professores .....	34
Questão geral e objetivos específicos de pesquisa .....	40
Encaminhamento metodológico .....	41
Natureza da pesquisa .....	41
Instrumentos de coleta de dados .....	44
Processo de Análise dos dados .....	46
Organização do estudo .....	47
Referências .....	49
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	56
<b>APRENDIZAGENS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA COM RELAÇÃO À PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO: ANÁLISE DE UM CASO MULTIMÍDIA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA</b> .....	56
A constituição de CoPs na formação de professores e a exploração de recurso multimídia .....	58
A perspectiva do Ensino Exploratório .....	62
Contexto da investigação .....	65
O caso multimídia Plano de Telefonia .....	66
Encaminhamento metodológico e Análise dos dados .....	67
Aprendizagens evidenciadas pelas professoras da CoP-ProfMARE durante a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia .....	69
Negociações de significados durante a exploração da seção Antes da aula .....	70
Negociações de significados durante a exploração da seção A aula .....	71
Negociações de significados durante a exploração da seção Reflexão após a aula .....	84
Discussão das aprendizagens profissionais evidenciadas pelas professoras .....	85
Agradecimentos .....	90
Referências .....	90
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	97
<b>ANÁLISE DE TAREFAS COGNITIVAMENTE DESAFIADORAS EM UM PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA</b> .....	97
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	98
A relevância das Tarefas Cognitivamente Desafiadoras .....	99
Encaminhamento metodológico .....	109

Aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras considerados pelas professoras da CoP-ProfMARE.....	110
(i) Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem ao aluno construir suas próprias estratégias.....	110
(ii) Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem que o aluno explique suas estratégias e justifique seu pensamento .....	113
(iii) Tarefas cognitivamente desafiadoras não explicitam um modo de como resolvê-las .....	117
A CoP-ProfMARE no trabalho com Tarefas Cognitivamente Desafiadoras .....	119
Agradecimentos .....	122
Referências.....	122
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	127
INTRODUÇÃO .....	128
A Perspectiva do Ensino Exploratório e o plano de aula.....	130
Contexto e participantes da investigação .....	141
Encaminhamento metodológico .....	144
Desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação das fases de discussão coletiva e sistematização.....	146
(i) Desafios manifestados pelas professoras com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na análise e elaboração de planos de aula ...	146
(ii) Desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.....	151
Considerações .....	160
Agradecimentos .....	161
Anexo.....	162
Referências.....	163
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	170
Aprendizagens profissionais manifestadas por professores de Matemática com relação à perspectiva do Ensino Exploratório .....	172
Caso multimídia Plano de Telefonia e Comunidades de Prática .....	178
Agradecimentos .....	180
Referências.....	180
<b>ANEXOS</b> .....	182
<b>APÊNDICE</b> .....	195

## INTRODUÇÃO

---

A importância atribuída à formação, inicial e continuada, do professor que ensina Matemática está associada ao reconhecimento de que ele influencia diretamente a aprendizagem dos alunos (DOYLE, 1983; LERMAN, 2001). São responsabilidades do professor organizar a prática pedagógica de acordo com seus objetivos de ensino, ter conhecimentos (SHULMAN, 1986; HILL; BALL; SCHILING, 2008) para orientar essa prática, tomar decisões nas diversas situações que a envolvem e apoiar os alunos no trabalho com as tarefas<sup>1</sup>.

Ensinar Matemática é um empreendimento complexo. É preciso conhecer os alunos, saber matemática e saber ensiná-la e ter oportunidades de aplicar estes conhecimentos numa grande variedade de cenários pedagógicos. Além disso, requer uma compreensão profunda do efeito que têm no ambiente de aprendizagem, fenômenos tão diversos como o nível sócio-econômico, a herança cultural, as atitudes e as concepções e o clima político. Acima de tudo, é um trabalho que implica o conhecimento crescente de si próprio, que alie sensibilidade e responsabilidade para com os alunos, com o conhecimento, as capacidades, o discernimento e a predisposição para ensinar matemática. (NCTM, 1991, p.125, grifos nossos)

Neste estudo, temos como foco de investigação a formação continuada de professores de Matemática. O processo de formação do professor é contínuo, inconcluso e inicia-se muito antes de seu ingresso na licenciatura. Implica aprendizagens formais ou informais, considera o professor como um todo, respeita sua individualidade, frustrações, experiências, conhecimentos, emoções, que, conseqüentemente, podem conduzir a modificação na forma que o professor vê a si próprio, a sua prática, os processos de ensino e de aprendizagem e o aluno (JESUS, 2011).

Desenvolvemos uma proposta de formação que foi organizada de modo a constituir uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998), o que de fato aconteceu, na qual os professores são convidados a partilhar suas experiências, discutir, debater, discordar, refletir, criticar, sair de seu “mundo” confortável e se desafiar. Olhar para si

---

<sup>1</sup> Neste trabalho, utilizaremos o termo “tarefas” para nos referir às tarefas matemáticas.

mesmos e perceberem-se como sujeitos que têm ideias próprias e podem ser ativos no seu processo de formação.

De acordo com Smith et al. (2014), a maioria dos professores em serviço desenvolve um trabalho isolado, sem compartilhar experiências com os colegas, sem conhecer o trabalho do outro ou novas formas de ensino. Ball (1994, p.16) afirma que

a cultura escolar desencoraja os professores a criticar e a desafiar as ideias de outro profissional. Assim, não há suporte para a comparação ou escolha entre alternativas de ensino, não há base para um debate real e útil. Esta falta impede a capacidade de crescimento do professor.

Para promover o debate, as discussões e a aprendizagem<sup>2</sup> no contexto da Comunidade de Prática que constituímos, usamos como ferramenta de formação um recurso multimídia<sup>3</sup>, em especial o caso multimídia Plano de Telefonia<sup>4</sup>, que aparece como um instrumento no qual “os professores têm a oportunidade de envolverem-se em atividades que estão no cerne do seu trabalho diário. Desta forma, desenvolvendo conhecimentos através da análise de situações reais” (SMITH, 2001, p.2). Conhecimentos não sobre o que fazer, mas como interpretar e refletir sobre as práticas de sala de aula (SHERIN, 2004).

Uma das mídias que constitui o caso é a mídia vídeo. Segundo Borko et al. (2014, p.260), “os vídeos capturam a complexidade da sala aula, incluindo aspectos da vida desta sala que o professor pode não notar em meio a realização de uma aula”. O recurso multimídia possibilita ao professor ver, várias vezes, excertos dos vídeos (episódios), com diferentes lentes e olhar mais de perto outras formas de ensinar o conteúdo abordado nas aulas, as ideias ou conceitos explorados, o trabalho do aluno e a maneira que o professor gerencia a aula. Para Smith (2001, p.24), “olhar de perto o

<sup>2</sup>Neste estudo, optamos por tratar da aprendizagem na formação de professores a partir da Teoria Social da Aprendizagem, desenvolvida por Lave e Wenger (1991), na qual aprender é consequência de um processo de negociação de significados, que envolve a interação entre os processos de participação (“pertencer a” ou “ser membro de” uma Comunidade de Prática) e de reificação.

<sup>3</sup>O recurso multimídia faz parte do projeto “Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática”, financiado pelo CNPq. Foi elaborado pelo Grupo de estudo e pesquisa sobre a formação de professores que ensinam matemática – Gepefopem, e contempla quatro casos multimídia. Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

<sup>4</sup>“Esse caso, assim como outros que compõem o recurso multimídia, é constituído pelas mídias: excertos de vídeos de aulas desenvolvidas na perspectiva do ensino exploratório; plano de aula do professor; entrevistas (antes e após a aula) com o professor protagonista da aula; produções escritas dos alunos; questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma online mediante login e senha” (CYRINO, 2016c).

trabalho do aluno produzido em uma sala de aula diferente da sua oferece aos professores oportunidades de aprender com a prática dos outros”. Assim,

a fim de desenvolver habilidade para refletir sobre seu próprio ensino, os professores precisam de oportunidades para analisar e criticar episódios de ensino, capturado em vídeo, observado diretamente, ou retratado em relatos escritos. [...] Tais oportunidades convidam os professores a fazerem conexões entre os eventos registrados nos episódios e seu próprio conhecimento da matemática e da prática de sala de aula. Ao contrário de outros materiais, os casos integram elementos que são frequentemente tratados separadamente: conteúdo e processos, pensamento e sentimento, e ensino e aprendizagem. (SMITH, 2001, p.13)

A utilização de casos multimídia na formação de professores tem o potencial de permitir a eles: melhorar o seu pensamento pedagógico e raciocínio (COLESTOCK; SHERIN, 2009); pensar sobre os desafios que envolvem sua prática (MARKOVITS; EVEN, 1999); engajar-se em reflexões que permitem dar sentido às suas experiências, construindo conhecimentos e utilizá-los para decisões futuras; promover discussões sobre os processos de ensino e de aprendizagem e o conhecimento de Matemática (BORKO et al., 2008; SEIDEL, 2011; SMITH et al., 2014); observar as complexidades das interações na sala de aula (SEAGO, 2004; SHERIN, 2004); “desenvolver uma visão do que é possível, que muitas vezes pode ser bastante diferente do tipo de ensino que normalmente eles têm a oportunidade de presenciar” (SHERIN et al., 2009, p. 215); desenvolver a capacidade de “*noticing*”<sup>5</sup>; e interpretar características significativas de interações das salas de aula (VAN ES; SHERIN, 2002, 2008, 2009).

Os casos multimídia, ainda, podem mobilizar o professor a “rever o seu pensamento sobre o que significa conhecer e compreender a matemática, os tipos de tarefas matemáticas e em que os seus alunos devem engajar-se, e como eles podem apoiar a aprendizagem de seus alunos” (STEIN et al., 2009, p.132). Podem ser o ponto de partida para mobilizar o professor a adotar uma perspectiva alternativa de ensino<sup>6</sup>, a analisar seu papel como professor, seu discurso e sua comunicação na sala de aula.

<sup>5</sup>“A capacidade de *noticing* está relacionada à visão profissional do professor, em que ele seletivamente presta atenção a situações que ocorrem em sala de aula, e, então usa seus conhecimentos para dar sentido e interpretar esses eventos observados” (SHERIN; RUSS; COLLESTOCK, 2010, p.80).

<sup>6</sup>Entendemos como perspectiva alternativa de ensino aquela que é contrária a uma perspectiva tradicional de ensino (ensino direto). Por exemplo, a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a perspectiva do Ensino Exploratório, a Modelagem Matemática, etc.

É relevante que, na exploração de casos multimídia, assim como fizemos na do Plano de Telefonia, aconteçam momentos nos quais seja possível a articulação entre conhecimentos teóricos e práticos a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática (CYRINO, 2016c), de modo que o professor constitua aprendizagens, essenciais para a implementação de perspectivas alternativas de ensino.

Nas seções que seguem, buscamos descrever a constituição da Comunidade de Prática, o recurso multimídia, esclarecemos nossa opção metodológica e como o trabalho está organizado.

## **Constituindo e cultivando uma Comunidade de Prática**

A formação de professores em contextos de Comunidades de Prática – CoP aparece na literatura como um espaço produtivo não só para a exploração e o desenvolvimento de aprendizagens de professores e futuros professores que ensinam Matemática, como também para o desenvolvimento de sua identidade profissional (BALDINI; CYRINO, 2016; CYRINO, 2009; CYRINO, 2016a; CYRINO; CALDEIRA, 2011; CYRINO et al., 2014; ESTEVAM; CYRINO, 2016; GARCIA, 2014; GRAVEN, 2003; NAGY; CYRINO, 2014). É uma prática alternativa de formação<sup>7</sup>, na qual os professores são convidados a interagir regularmente, compartilhar experiências e construir uma relação de confiança (GRAVEN, 2003; WENGER, 1998; WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002).

Nos últimos anos, é empreendimento do Gepefopem<sup>8</sup> investigar perspectivas de formação (inicial e continuada) de professores que ensinam Matemática com o objetivo de identificar e analisar os elementos que constituem os contextos de formação, e como eles promovem a aprendizagem de professores e seu desenvolvimento profissional (BALDINI, 2014; BELINE, 2012; CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; CYRINO, 2016a; CYRINO et al., 2014; ESTEVAM, 2015; GARCIA, 2014; JESUS, 2011; NAGY; 2013; ROCHA, 2013; OLIVEIRA, 2014; ROGRIGUES, 2015). De acordo com Cyrino (2009, p. 107), “[...] são poucas as pesquisas que buscam entender como os

---

<sup>7</sup>Entendemos como práticas alternativas de formação aquelas que se opõem às práticas formativas tradicionais, que ocorrem de forma fragmentada, sem considerar as necessidades do professor. Por exemplo, cursos, treinamentos.

<sup>8</sup>Grupo de estudos e pesquisa de formação de professores que ensinam matemática.

contextos de formação podem se constituir em um espaço fértil para os processos de negociação de significados como mecanismo para aprendizagem”.

Estabelecer uma formação no *design* de uma Comunidade de Prática significa ir além das práticas formativas tradicionais, fundamentadas principalmente em cursos, treinamentos, capacitações, nos quais o professor apenas recebe as informações, o formador é quem decide o que deve ser aprendido, e as necessidades dos professores, o contexto nos quais estão inseridos, seus desejos, angústias, e as pressões externas a eles impostas não são considerados.

Tendo isso em conta, em abril de 2015, constituímos um grupo com professores de Matemática da rede pública de ensino do estado do Paraná, com a intenção de que viesse a se tornar uma Comunidade de Prática. Convidamos professores, que atuavam em escolas estaduais do município de Arapongas. Esse convite foi realizado pessoalmente e por *e-mail* pelos pesquisadores<sup>9</sup>. Sabíamos do interesse de alguns deles em participar do grupo, pois alguns já haviam participado da Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática (CoP-FopMat), desenvolvido nos anos de 2012 e 2013 pela pesquisadora Loreni Aparecida Ferreira Baldini<sup>10</sup>.

Nosso primeiro<sup>11</sup> encontro aconteceu no dia 14 de abril de 2015, com a participação de cinco professoras<sup>12</sup>: Ana<sup>13</sup>, Inês, Luísa, Mariana e Rosa. Nessa reunião, assumimos alguns compromissos e negociamos que os encontros do grupo aconteceriam todas as terças-feiras, das 17h15min às 18h15min, no estabelecimento do próprio colégio<sup>14</sup> e que todas receberiam uma certificação de participação.

Durante nossa conversa, consideramos pertinente destacar que o grupo não seguiria os pressupostos de uma formação tradicional, na qual um *expert* gerencia todas as decisões quanto ao processo de formação. Esclarecemos que nossa intenção era promover um espaço para estudo, partilha de experiências e repertórios, discussões e

---

<sup>9</sup> A autora deste trabalho e Julio César Rodrigues de Oliveira, que na ocasião estava cursando o mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual de Londrina. Esse grupo também foi fonte de coleta de dados da dissertação dele.

<sup>10</sup> A pesquisadora Loreni Aparecida Ferreira Baldini investigou a CoP-FopMat com o objetivo de coletar dados para a sua tese intitulada “Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do *software* GeoGebra”, defendida no ano de 2014.

<sup>11</sup> Neste encontro, entregamos às professoras o termo de consentimento livre e esclarecido, no qual continham as informações relevantes sobre nossa pesquisa.

<sup>12</sup> Usaremos sempre o termo “professoras”, uma vez que todas as pessoas que aceitaram o convite para participar do grupo eram mulheres.

<sup>13</sup> Os nomes são fictícios de modo a preservar a identidade das professoras envolvidas na investigação, evitando, assim, quaisquer constrangimentos.

<sup>14</sup> Neste ano, os encontros aconteceram no Colégio Estadual Antônio Garcez Novaes.

reflexões a respeito de aspectos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Essa forma de trabalho não seria uma novidade para elas, uma vez que já haviam participado da CoP-FopMat.

**Mariana:** *Eu vim, porque eu sei que aqui eu vou aprender alguma coisa sobre a minha disciplina e sei que vocês vão deixar a gente falar, trazer as tarefas para serem discutidas, igual da outra vez. Não vamos ficar... paradas só ouvindo, vamos participar. É isso que eu quero.* (Encontro, 14/04/2015)

**Ana:** *Quando vocês me convidaram e falaram que ia seguir a mesma dinâmica da Loreni, achei muito bom. Porque a gente dá aula o dia inteiro, está cansada, então temos que aproveitar este espaço mesmo para discutir e procurar soluções para melhorar o nosso ensino.* (Encontro, 14/04/2015)

Aproveitamos também para negociar com as professoras o registro, em um caderno, de suas impressões, dúvidas e reflexões a respeito dos encontros<sup>15</sup>. De acordo com Phillips e Crespo (1996, p.15), “a escrita externa o pensamento ainda mais que a fala, por exigir uma expressão mais acurada de ideias”. Esse caderno se constituiu em uma ferramenta de formação e um instrumento para coleta de informações para a pesquisa. Explicitamos que a escrita seria livre e que elas poderiam sentir-se à vontade para expor suas ideias e pensamentos, sem constrangimentos. Explicamos que utilizaríamos as informações do caderno para as nossas reflexões e tomada de decisão a respeito das possíveis propostas de encaminhamento do grupo.

Logo após o nosso primeiro encontro, os professores do estado do Paraná entraram em greve<sup>16</sup> e, por esse motivo, os nossos encontros ficaram suspensos. No entanto, nesse período, procuramos não perder o contato com as professoras. Trocamos *e-mails*, mensagens pelo *whatsapp* e telefonemas, com a intenção de conversar, de ouvi-las e apoiá-las. Consideramos que essas ações também fazem parte do papel do formador.

Retomamos nossas atividades no grupo no dia 12 de maio<sup>17</sup>, então, somente, com quatro professoras. A professora Rosa desistiu de participar do grupo, justificando-se com a seguinte frase: “*Não tenho mais motivos para participar do grupo depois da*

<sup>15</sup>O caderno era recolhido por nós a cada encontro, para darmos um *feedback* às professoras. Depois devolvíamos a elas antes do próximo encontro.

<sup>16</sup>Esse foi o segundo período de greve dos professores no ano de 2015, compreendido entre 25 de abril e 09 de junho. E foi o período mais tenso para os professores.

<sup>17</sup> Nessa data, embora a greve continuasse, muitos professores retomaram suas atividades no colégio. Então, conseguimos recomeçar os trabalhos com o grupo.

*greve*”. O período de greve teve um impacto muito negativo na motivação e na autoestima dos professores do Paraná. Em nossa última conversa, percebemos que a professora Rosa, assim como grande parte dos professores paranaenses, sentia-se muito desvalorizada profissionalmente. Como havíamos negociado com as professoras e a direção do colégio, seguimos com nossos encontros normalmente nesse período<sup>18</sup>.

No terceiro encontro do grupo, a professora Caroline<sup>19</sup> (recém-formada no curso de licenciatura em Matemática) começou a participar. Porém, por uma questão de incompatibilidade de horário, participou somente de cinco encontros. A professora Inês também acabou por abandonar o grupo sem apresentar uma justificativa.

Nosso grupo, assim, ficou constituído por três professoras e dois formadores<sup>20</sup>. O fato de sermos um grupo pequeno fez com que nossa relação ficasse mais estreita e nossas interações mais intensas. Segundo Wenger (1998), a constituição de uma Comunidade de Prática não depende do tamanho, mas, sim, da identificação de seus membros com o domínio e com as dimensões da prática da comunidade: o engajamento mútuo, os empreendimentos articulados e o repertório compartilhado, tecido social para que ocorra aprendizagem.

Consideramos que o compromisso com a sua formação e a busca por “novas” formas de ensinar foram aspectos essenciais para a permanência das professoras no grupo. Vivenciamos esse período de greve dos professores, e as três professoras se mantiveram engajadas e comprometidas com o grupo, cuja participação foi voluntária. De acordo com Wenger, MacDermott e Snyder (2002, p.36),

a participação pode certamente ser encorajada, claro, mas o tipo de investimento pessoal que contribui para uma comunidade vibrante não é algo que pode ser inventado ou forçado. Algumas vezes precisa-se de um pouco de estímulo para as pessoas descobrirem o valor de aprenderem juntas. Nada diz que comunidades de prática devem ser puramente espontâneas.

Nossos encontros<sup>21</sup> com o grupo no ano de 2015 aconteceram até o dia 03 de dezembro. Retornamos no ano de 2016, no dia 08 de março, com a presença das professoras: Ana, Luísa e Mariana. Nessa reunião, fizemos algumas negociações e ficou

<sup>18</sup> O período, ao qual nos referimos, é após o dia 12 de maio.

<sup>19</sup> Caroline, até o momento, não havia atuado como professora. Sua experiência em sala de aula resumia-se aos estágios realizados na faculdade. Porém, no grupo, sempre a tratávamos como professora, assim como as demais. No momento, sua profissão era de agente comunitária de saúde.

<sup>20</sup> A autora deste trabalho e Julio César Rodrigues de Oliveira, como já explicitado anteriormente.

<sup>21</sup> Foram realizados 33 encontros no ano de 2015 e 12 no ano de 2016.

acordado que os encontros do grupo aconteceriam em um colégio<sup>22</sup> diferente do ano anterior, seriam quinzenalmente, às quartas-feiras e no horário das 16h30min às 17h30min. Essas alterações foram negociadas para atender à solicitação da professora Mariana que havia assumido a vice-direção desse colégio e teria dificuldade para se deslocar até o outro local.

No encontro do dia 05 de abril, tivemos a presença de um novo membro, a professora Maísa. Ela trabalhava no colégio no qual aconteciam as reuniões e, como sempre ouvia a professora Mariana falar das atividades do grupo, teve curiosidade e decidiu participar. O Quadro 1 apresenta as informações que caracterizam as professoras<sup>23</sup> quanto à sua formação, à sua experiência profissional e à participação no grupo.

Quadro 1 – Características dos participantes do grupo que originou a CoP-ProfMARE

<b>Participantes</b>	<b>Formação</b>	<b>Nível de ensino em que atua<sup>24</sup></b>	<b>Tempo de serviço na educação<sup>25</sup></b>	<b>Participação no grupo</b>
<b>Mariana</b>	Licenciatura em Matemática. Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE <sup>26</sup>	Anos finais do EF e EM	26 anos	maio/2015 a jul/2016
<b>Inês<sup>27</sup></b>	Licenciatura em Matemática. Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE	Anos finais do EF	23 anos	maio/2015 a maio/2015
<b>Ana</b>	Licenciatura em Matemática.	Anos finais	22 anos	maio/2015 a

<sup>22</sup> No ano de 2016, os encontros aconteceram no Colégio Estadual Unidade Pólo, também no município de Arapongas.

<sup>23</sup> Não incluímos a professora Rosa no quadro, porque ela participou somente do primeiro encontro.

<sup>24</sup> A sigla EF refere-se ao Ensino Fundamental (1º ao 9º ano) e a sigla EM, ao Ensino Médio (1º ao 3º ano).

<sup>25</sup> Esses dados referem-se ao momento em que cada membro ingressou na CoP.

<sup>26</sup> O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) é uma política pública de estado, regulamentado pela Lei complementar nº130, de 14 de julho de 2010. Tem como objetivo proporcionar aos professores da rede pública estadual subsídios teóricos metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas e que resultem em redimensionamento de sua prática. Tem duração de dois anos, no primeiro ano o professor fica afastado integralmente (100%) de suas aulas para elaborar e organizar seu projeto de intervenção, e, no segundo ano, tem afastamento de 25% de sua carga horária e utiliza o restante para a implementação do projeto de intervenção em sua escola.

<sup>27</sup> Frequentou o grupo até dia 26 de maio de 2015.

	Especialização em Didática e Metodologia de Ensino PDE	do EF		mar/2016
<b>Luísa</b>	Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática. Especialização em Tecnologias da Aprendizagem. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (em curso)	Anos finais do EF	2 anos	maio/2015 a jul/2016
<b>Caroline<sup>28</sup></b>	Licenciatura em Matemática com ênfase em Informática (recém-formada)	-----	Sem experiência profissional	maio/2015 a jun/2015
<b>Maísa</b>	Licenciatura em Matemática. Especialização em Educação Especial, Especialização em Gestão Escolar e Especialização em Educação Matemática	Anos finais do EF e EM	6 anos	abr/2016 a jul/2016
<b>Cristina (formadora)</b>	Licenciatura em Matemática. Especialização em Ensino da Matemática. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática.	Anos finais do EF e EM	15 anos	maio/2015 a jul/2016
<b>Julio (formador)</b>	Gestão em Ciências Econômicas. Licenciatura em Matemática. Especialização em docência no Ensino Superior. Mestrado Profissional em Matemática.	Anos finais do EF; EM e Licenciatura em Matemática	2 anos	maio/2015 a jul/2016

**Fonte:** A autora

<sup>28</sup> Frequentou o grupo até o dia 23 de junho de 2015.

Nos últimos encontros do grupo, não contamos com a presença da professora Ana, que precisou sair por motivos pessoais. A professora Mariana passou a ter uma participação irregular, pois teve de assumir a direção do colégio com uma carga horária de 40h semanais. Os 45 encontros<sup>29</sup> realizados aconteceram no período de maio de 2015 a julho de 2016.

O nosso papel nesse grupo foi atuar tanto como membro (formadora) na organização das tarefas e dinamizadora do grupo, buscando ajudar as professoras no seu processo de formação, quanto como pesquisadora, procurando ampliar nosso conhecimento com relação à temática formação de professores de modo a colaborar com a comunidade científica. Segundo Krainer (2003, p.98), “o duplo papel dos formadores de professores exige deles negociar interesses e levar em consideração normas éticas”. Durante os encontros, procuramos desenvolver uma ação compartilhada na organização das tarefas, de modo a mobilizar as professoras a desempenharem um papel mais ativo no seu processo de formação. Ao longo dos encontros, conforme necessário, alguns aspectos foram (re) negociados.

A dinâmica assumida pelo grupo respeitou e legitimou a individualidade, as emoções (frustração, medo, desejo de acertar, insegurança), as experiências, os conhecimentos, constituindo um ambiente de confiança e respeito mútuo. Podemos dizer que essa forma de organização nos permitiu a criação de uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998), nomeada pelos membros como “Comunidade de Prática de Professores de Matemática: Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática”, CoP-ProfMARE<sup>30</sup>. A seguir, buscamos evidenciar elementos que caracterizaram nosso grupo como uma Comunidade de Prática.

De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 34), uma Comunidade de Prática é constituída por “um grupo de pessoas que interagem, aprendem juntas, constroem relacionamentos, e no processo desenvolvem um senso de pertencer e comprometimento mútuo”. Podem ser informais, não dependem de imposições institucionais e não existe uma tarefa predeterminada a ser realizada. Todas as ações da comunidade são negociadas com seus membros.

Segundo esses autores, uma Comunidade de Prática é uma combinação única entre três elementos que a estruturam: domínio, comunidade e prática.

---

<sup>29</sup>O cronograma com o registro dos encontros, as síntese das tarefas realizadas e os participantes encontram-se no Apêndice A.

<sup>30</sup>A partir de agora usaremos essa denominação para nos referir ao grupo de estudos que foi constituído intencionalmente para o desenvolvimento desta pesquisa.

Desenvolver domínio, comunidade, e prática juntos é uma ação de equilíbrio; cada elemento exige um tipo distinto de atenção desenvolvida e trabalho. Ao mesmo tempo, os três elementos interagem, e esta ação recíproca contribui para uma comunidade saudável. Todos os três elementos de uma comunidade de prática são dinâmicos. O domínio evolui enquanto o foco muda de um tópico corrente para outro. Os membros se juntam à comunidade e outros vão adiante. Novas práticas surgem e velhas são descartadas. (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002, p.47)

O domínio é o que envolve os membros de uma comunidade. Para Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 28), o domínio é o que “[...] inspira os membros a contribuírem e participarem, guia suas aprendizagens, e dá significado a suas ações”. É ele que

define a identidade da comunidade, o seu lugar no mundo, e o valor de suas realizações para os membros e para os outros. Nesse sentido, a identidade da comunidade depende em boa parte da importância do seu domínio no mundo, que por sua vez torna o domínio importante para os membros. (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 31)

Na CoP-ProfMARE, o interesse em aprender sobre as tarefas e o processo de ensino de Matemática, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório<sup>31</sup>, constituiu o seu domínio, delineado conforme as necessidades e as dificuldades das professoras. As ideias surgiram a partir das ações desenvolvidas na comunidade, não trouxemos um “pacote pronto” para elas. No primeiro encontro, percebemos que o trabalho com tarefas e com as formas alternativas de ensino era uma temática com que as professoras esperavam trabalhar no grupo.

**Ana:** *Como esse ano tem prova Brasil, eu queria trabalhar umas tarefas para poder aplicar para os alunos. Contemplando aqueles conteúdos estruturantes. Porque eu quero trabalhar tarefas diferentes. (Encontro 14/04/2015)*

**Luísa:** *Nós vamos trabalhar também alguma coisa sobre as tendências em Educação Matemática? Por exemplo, desenvolver uma tarefa em modelagem, em investigação, resolução de problemas? (Encontro 14/04/2015)*

---

<sup>31</sup>É uma perspectiva alternativa de ensino, desenvolvida a partir do trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, as quais têm o potencial de engajar os alunos em formas complexas de pensamento, mobilizando o trabalho autônomo deles. Desenvolvida em quatro fases: proposição e apresentação da tarefa; desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva e sistematização.

Assim, o domínio não se constituiu por um conjunto fixo de problemas (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002). O domínio é o motivo, a razão pela qual as pessoas participam de Comunidades de Prática. Sem um domínio, uma comunidade é apenas um grupo de pessoas.

A comunidade, segundo elemento estruturante de uma CoP, pode ser caracterizada como “um grupo de pessoas que interagem, aprendem e constroem relações entre si, é o que cria o tecido social da aprendizagem” (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 28). Nessa visão, conforme já mencionado anteriormente, aprender é consequência de pertencer “a” ou ser membro de uma comunidade (WENGER, 1998).

Cada Comunidade de Prática tem o seu próprio ritmo e desenvolve-se em um espaço único, no qual os participantes sentem-se à vontade para expor suas ideias, dúvidas, relatar experiências, errar sem medo de ser ridicularizado, ouvir e ajudar o outro, negociar significados sobre o que produzem coletivamente. No entanto, para que isso seja efetivo, é relevante que os membros construam uma relação de respeito mútuo e confiança (WENGER, 1998, 2010).

Uma Comunidade de Prática se difere das outras instituições (rede, equipe, grupos de trabalho), na medida em que: são negociados os empreendimentos da comunidade; há um envolvimento dos membros em um processo coletivo de aprendizagem; começa, evolui e termina de acordo com a sua aprendizagem; não há a preocupação de entregar um “produto”, o foco está na prática compartilhada; não existe uma liderança estabelecida previamente, todos os membros são livres para propor assuntos a serem discutidos pela comunidade; há uma identidade como comunidade e, assim, molda a identidade de seus membros (WENGER, 2010).

Neste estudo, a CoP-ProfMARE foi constituída pelas professoras de Matemática e pelos formadores (pesquisadores), os quais também atuam como professores de Matemática na rede estadual de ensino. Assim, nessa comunidade, como os membros compartilharam uma mesma profissão, os dilemas, as angústias, os desafios e as dificuldades, como o desinteresse e as dificuldades dos alunos em aprender Matemática e a falta de apoio do sistema educativo. Também compartilharam a necessidade de aprender e construir novos conhecimentos conjuntamente, o que mobilizou seus membros a interagirem constantemente e se engajarem mutuamente em estudar e aprender a respeito de tarefas, de perspectivas alternativas de ensino, plano de aula, gestão de aula. Consideramos que essas ações são relevantes e estão conectadas com o

domínio desta comunidade, o interesse em aprender sobre as tarefas e o processo de ensino de Matemática, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório.

A prática aparece como o terceiro elemento fundamental de uma Comunidade de Prática. É um conhecimento específico que a comunidade desenvolve, partilha e mantém. Segundo Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 29), a prática envolve “[...] esquemas de trabalho, ideias, informação, estilos, linguagem, histórias e documentos que são compartilhados pelos membros”.

O conceito de prática inclui “todas as relações implícitas, convenções tácitas, sinais sutis, regras favoráveis não reveladas, intuições reconhecíveis, percepções específicas, sensibilidades bem afinadas, entendimentos personificados, suposições latentes e visões de mundo compartilhadas” (WENGER, 1998, p.47). Para esse autor, prática não está desvinculada da teoria, não existem dicotomias entre o prático e o teórico, entre a ação e o conhecimento, o concreto e o abstrato. É um processo de engajamento na qual o indivíduo é considerado como um todo.

A prática não é fixa, mesmo sendo local, ela evolui com a comunidade. O conhecimento é organizado de modo a explicitar as expectativas dos membros da comunidade. A prática é sempre uma prática social, “[...] é um processo contínuo, social e interativo, localizada no tempo e no espaço” (CYRINO, 2016b, p.81).

Wenger (1998) propõe três dimensões da prática como fonte de coerência de uma Comunidade de Prática: engajamento/compromisso mútuo, empreendimento articulado/conjunto e repertório compartilhado.

O engajamento/compromisso mútuo é a relação mais imediata com uma prática, e “envolve a nossa competência e também a competência dos outros. Baseia-se no que fazemos e no que conhecemos, bem como em nossa capacidade de dar significado às contribuições e conhecimentos dos outros” (NAGY, 2013, p.34).

É por meio do engajamento/compromisso mútuo que as pessoas se relacionam, buscam compreender aspectos referentes ao domínio da comunidade e repartem conhecimentos. As relações entre os participantes podem ser harmoniosas ou conflituosas. Entretanto, o engajamento mútuo não supõe homogeneidade, pois podem surgir tanto diferenças como semelhanças (WENGER, 1998).

O engajamento mútuo permite a negociação dinâmica dos aspectos explícitos e tácitos do conhecimento. O conhecimento ganha vida nas discussões e na resolução conjunta de problemas. Na medida em que os membros constroem a confiança através da interação ao longo do tempo, eles podem fazer perguntas sem ter excessivamente medo de expor a sua ignorância. Conhecer um ao outro também torna mais fácil pedir ajuda (WENGER, 2010, p.180)

Notamos que, ao longo dos encontros, as professoras tiveram diferentes formas de participação na CoP. Cada uma, com sua individualidade, engajou-se na realização do que era negociado. Envolviam-se em ações nas quais todas estavam comprometidas. Estavam ali para conhecer, discutir e refletir sobre as tarefas e o processo de ensino de Matemática, dessa forma, construindo conhecimentos coletivamente.

Durante toda a trajetória do grupo, compartilharam ideias, opiniões, experiências, influenciaram as compreensões umas das outras e, conjuntamente, desenvolveram práticas. As interações não aconteceram somente durante os encontros, nos falávamos antes dos encontros do grupo no próprio colégio ou por meio de conversas telefônicas, mensagens de *whatsapp*, *e-mails* e, em alguns momentos, nos reuníamos para tomar um “cafezinho”<sup>32</sup>. Todas essas formas de aproximação favoreceram ao engajamento mútuo. Consideramos ter sido essa dimensão da prática essencial na constituição da comunidade, foi o “alicerce”<sup>33</sup>, o que as manteve no grupo durante e após o período de greve dos professores. Segundo Wenger, McDermott e Synider (2002, p.43, grifo nosso), “a essência de uma comunidade de prática é o investimento pessoal dos membros em seus domínios”.

De acordo com Garcia (2014, p.44), “o engajamento na prática social é um processo que envolve a pessoa como um todo, o agir, o pensar, o conhecer, o sentir; e é por meio dele que negociamos significados, aprendemos e assim nos tornamos quem somos”.

A prática também é definida pelos empreendimentos articulados/conjuntos que são negociados conjuntamente pelos membros, de acordo com seus interesses. Para Wenger (1998, p. 77-78, grifos nossos), os empreendimentos articulados

---

<sup>32</sup>Esses momentos passaram a ser rotina no grupo. Após o encontro, alguns membros (aqueles que não tinham compromissos) saíam para tomar um café. Nestes momentos informais, conversávamos sobre assuntos profissionais, pessoais, sobre o encontro daquele dia, e isso permitiu uma maior aproximação entre os membros da CoP.

<sup>33</sup>Utilizamos esta metáfora para exemplificar que o engajamento mútuo foi fundamental para a constituição da Comunidade de Prática.

são resultados de um processo coletivo de negociação de uma comunidade, que reflete toda a complexidade do engajamento/compromisso mútuo dos participantes; criam entre os participantes relações de responsabilidade mútua que se tornam parte integrante da prática e é definido pelos participantes no próprio processo de procurar alcançá-lo.

Os empreendimentos articulados/conjuntos não podem ser impostos por alguém, seja por algum participante, seja por determinação externa à comunidade. Não se trata de objetivos definidos previamente e seguidos pelos participantes, mas é um processo contínuo, definido no coletivo a partir do que as pessoas fazem juntas (NAGY, 2013).

A negociação de um empreendimento articulado/conjunto dá origem a relações de responsabilidade mútua entre os envolvidos. Essas relações de responsabilidade incluem o que importa e o que não importa, o que é importante e porque é importante, o que fazer e o que não fazer, o que prestar atenção e o que ignorar, o que falar e o que deixar subentendido, o que justificar e o que não dar valor (desprezar), o que mostrar e o que ocultar, quando ações e artefatos são bons o suficiente e quando eles precisam de melhoria ou refinamento. (WENGER, 1998, p.81)

Para aprender sobre aspectos relacionados às tarefas e à perspectiva do Ensino Exploratório, de modo a fomentar uma discussão matemática produtiva na sala de aula, o grupo negociou conjuntamente os empreendimentos, considerando os interesses das professoras e suas experiências em sala de aula. Por exemplo, análise e resolução de tarefas cognitivamente desafiadoras<sup>34</sup>, ações do professor para gerenciar o trabalho em sala de aula. De acordo com Wenger (1998, p. 82),

definir um empreendimento conjunto é um processo, não um acordo estático. [...] Um empreendimento gera e direciona a energia social. Estimula a ação tanto quanto lhe dá foco. Envolve nossos impulsos e emoções tanto quanto seu controle. [...] Um empreendimento é um recurso de coordenação, de dar sentido, de engajamento mútuo, é como o ritmo para a música.

Constituíram empreendimentos articulados pela CoP-ProfMARE: (i) Resolução e análise de tarefas (grau de complexidade, características e potencialidades da tarefa)<sup>35</sup>

<sup>34</sup>Tarefas cognitivamente desafiadoras são aquelas que têm alto nível de demanda cognitiva e o potencial de envolver os alunos em uma atividade que desencadeia formas complexas de pensamento (SMITH; STEIN, 2013).

<sup>35</sup> Nesse empreendimento, resolvemos e analisamos a tarefa que compõe o caso multimídia Plano de Telefonia, outras tarefas propostas pelos formadores e pelas professoras participantes.

e (ii) Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia. A maior parte do tempo foi dedicada ao segundo empreendimento. As ações que desenvolvemos nestes empreendimentos estão brevemente sintetizadas e descritas nos Quadros 2 e 3.

Quadro 2 – Ação do empreendimento Resolução e análise de tarefa

<b>Ações</b>	<b>Descrição</b>
<p><b>Ação 1</b></p> <p>Resolução e Análise de tarefas, propostas pelos formadores e pelas professoras em formação</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- resolveram e analisaram 16 tarefas de alto e de baixo nível de demanda cognitiva, propostas pelos formadores e pelas professoras;</li> <li>- socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes;</li> <li>- analisaram e discutiram o grau de complexidade e as características das tarefas. Para tanto, utilizaram a categorização proposta por Stein e Smith (1998).</li> </ul>
<p><b>Ação 2</b></p> <p>Resolução e Análise da tarefa, proposta na seção “Antes da aula” (subseção a Tarefa) do caso multimídia</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- resolveram e analisaram a tarefa do caso “Plano de Telefonia”;</li> <li>- socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes;</li> <li>- analisaram e discutiram o grau de complexidade e as características da tarefa.</li> </ul>
<p><b>Ação 3</b></p> <p>Resolução e Análise das tarefas, elaboradas pelas professoras na seção “Colocar em prática” do caso multimídia</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- elaboraram/adaptaram tarefas que seriam aplicadas em sala de aula, utilizando a perspectiva do Ensino Exploratório;</li> <li>- analisaram e resolveram essas tarefas.</li> </ul>

**Fonte:** A autora

Quadro 3 - Ações do empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia

<b>Ações</b>	<b>Descrição</b>
<p><b>Ação 1</b></p> <p>Exploração do caso multimídia Plano de Telefonia<sup>36</sup></p>	<p>Os membros da comunidade ouviram e analisaram os excertos das entrevistas (antes da aula e após a aula) da professora protagonista do caso multimídia. Resolveram e discutiram a tarefa Plano de Telefonia. Socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes. Analisaram os excertos dos vídeos<sup>37</sup>, as produções escritas dos alunos, responderam às questões problematizadoras. Elaboraram um quadro-síntese, apontando as ações da professora protagonista para cada uma das fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.</p>
<p><b>Ação 2</b></p> <p>Análise e elaboração de planos de aula (Colocar em prática)</p>	<p>Os membros da comunidade analisaram o plano de aula da professora protagonista do caso multimídia. Elaboraram planos de aula<sup>38</sup>, um deles antes de começarmos a trabalhar o multimídia e outro após a discussão do <i>framework</i>.</p>

<sup>36</sup>Falaremos mais sobre esse caso adiante.

<sup>37</sup>Episódios explorados nesse empreendimento relacionados à seção “A aula” foram: episódio 1 (fase proposição e apresentação da tarefa); episódios 4, 5 e 6 (fase desenvolvimento da tarefa); episódios 8, 9 e 10 (fase de discussão coletiva) e episódios 11 e 12 (fase de sistematização).

<sup>38</sup>Neste estudo nosso foco está no plano de aula que foi elaborado depois da discussão do caso multimídia, na seção Colocar em prática.

	Elaboraram coletivamente o plano de aula para a Tarefa Explorando Padrões <sup>39</sup> , proposta pela professora Maísa, e outro para a Tarefa Organizando Mesas, proposta pela professora Luísa.
<b>Ação 3</b> Implementação de aulas na perspectiva do ensino exploratório (Colocar em prática)	As professoras Maísa e Luísa aplicaram em sala as tarefas, cujos planos de aula tinham sido elaborados na ação 2.
<b>Ação 4</b> Estudo de textos relacionados à perspectiva do ensino exploratório	Os membros da comunidade estudaram dois textos, sendo um deles elaborado por nós, em que procuramos evidenciar as principais ideias, características da perspectiva do ensino exploratório (sem nomeá-la). O outro foi o texto proposto pela professora Mariana “O Caso de Célia” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012) <sup>40</sup> .

**Fonte:** A autora

Conforme o que era negociado nas reuniões da CoP-ProfMARE, as professoras trabalhavam individualmente. Depois de algum tempo, o trabalho passava a ser coletivo, com a intenção de socializar o que tinha sido desenvolvido por elas. As dúvidas, as diferentes resoluções, as informações, também eram compartilhadas com o grupo nesse momento. Todas se sentiam à vontade para concordar ou discordar de alguma ideia apresentada por uma colega ou por um formador, para expor suas opiniões ou fazer sugestões.

Ao longo dos encontros da comunidade, os participantes tiveram uma convivência, de modo geral, harmoniosa. Trocávamos experiências de sala de aula, conversávamos a respeito de assuntos relacionados às escolas em que atuávamos, sobre livros e materiais didáticos, problemas de ordem profissional e pessoal, havia uma preocupação de uns com os outros. É claro, que, como em todas as relações sociais, houve alguns conflitos, porém, devido à existência de um respeito muito grande entre nós, isso não interferiu no andamento da comunidade, nem no convívio amistoso que construímos. De acordo com Wenger (1998, p.77), “[...] uma comunidade de prática pode se tornar um laço forte de relações interpessoais”.

<sup>39</sup>Estas tarefas encontram-se no final do artigo.

<sup>40</sup>Mariana teve acesso a este texto em outra formação, que realizou simultaneamente à sua participação na CoP-ProfMARE. A formação na qual Mariana teve contato com o texto “O Caso de Célia” é denominada de Grupo de Trabalho em Rede (GTR), e é uma das ações desenvolvidas pelos professores que cursam o Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), promovido pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED). É ofertado aos professores da rede estadual de ensino, sendo sua realização exclusivamente *online*. A professora Mariana era participante deste GTR e inscreveu-se nesta formação mobilizada pelo seu interesse em aprofundar seu conhecimento sobre a perspectiva do Ensino Exploratório, temática discutida na CoP-ProfMARE e também trabalhada no GTR.

O processo de negociação dos empreendimentos articulados/conjuntos deu origem a recursos para a negociação de significados. Esses recursos constituem a terceira fonte de coerência da comunidade, o repertório compartilhado, que envolve “rotinas, palavras, ferramentas, maneiras de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações ou conceitos que uma comunidade produziu ou adotou no curso de sua existência e que se tornou parte de sua prática” (WENGER, 1998, p. 83). Os elementos que constituem o repertório ganham coerência não por si mesmos, mas, pelo fato de pertencer à prática de uma comunidade.

Sempre iniciávamos os encontros da Cop-ProfMARE falando da escrita no caderno, elogiando, incentivando o registro. Em seguida, pedíamos para que uma das professoras falasse sobre o encontro anterior, a fim de lembrarmos o que havia sido discutido, de modo que essa ação pudesse colaborar com a aprendizagem delas. Ao longo dos encontros, como tivemos poucas ausências, pois a presença das professoras era constante, passamos a pedir a elas que compartilhassem alguma experiência que haviam vivenciado na sala de aula durante a semana<sup>41</sup>. Em seguida, desenvolvíamos as ações propostas para o encontro, por exemplo, resolução de tarefas, exploração do caso multimídia Plano de Telefonia, discussão das produções escritas dos alunos, uso do GeoGebra<sup>42</sup>, leitura e discussão de textos. Essa rotina desenvolvida pelo grupo faz parte do repertório compartilhado dessa comunidade.

Além disso, o modo de realizar e discutir as tarefas, os conceitos matemáticos que emergiram da análise e discussão do caso multimídia Plano de Telefonia, os comentários sobre as dificuldades enfrentadas na sala de aula, a troca de experiências, os estudos de textos, assumiram um caráter específico nesta comunidade e ajudaram a constituir o repertório compartilhado.

Segundo Wenger (1998), as três dimensões da prática de uma Comunidade de Prática – engajamento mútuo, empreendimentos articulados/conjuntos e repertório compartilhado – devem ser entendidas como uma unidade. Embora elas possam parecer distintas, estão inter-relacionadas. Assim, ao refletir sobre cada uma delas, é necessário considerar a interação com as demais.

---

<sup>41</sup>Sentimos a necessidade de deixá-las falar sobre os acontecimentos do dia a dia, porque percebemos que elas chegavam ao grupo ansiosas para nos contar sobre suas aulas. Principalmente, após começarmos a análise do caso multimídia Plano de Telefonia.

<sup>42</sup>O *software* GeoGebra faz parte do caso multimídia Plano de Telefonia. No entanto, ele acabou ficando em segundo plano nas discussões da comunidade. Não houve muito interesse por parte das professoras, pois elas haviam trabalhado com o *software* na Cop-FopMat.

Desse modo, ao longo dos encontros, percebemos que as professoras, aprenderam juntas, construíram relacionamentos, compartilharam conhecimentos, experiências, interesses comuns. Cada uma com sua personalidade se envolveu na negociação e no desenvolvimento das ações do grupo (engajamento mútuo), constituindo os empreendimentos articulados/conjuntos. A negociação dos empreendimentos aconteceu a partir do nosso interesse de cumprir os objetivos da investigação e das necessidades e das inquietações das professoras com relação à sua prática pedagógica (ao seu modo de ensinar), por isso foi um processo coletivo.

Na busca dos empreendimentos, foi possível realizar ações que incluíam resolução de tarefas<sup>43</sup> e a socialização das suas resoluções; discussões com relação aos conteúdos e aos conceitos matemáticos que emergiram das tarefas analisadas e também do caso multimídia Plano de Telefonia; diferentes perspectivas de ensino; ações do professor para fomentar um ensino de Matemática com compreensão (*framework*); relatos de experiências; elaboração de planos de aula que constituíram o repertório compartilhado da CoP-ProfMARE.

Diante disso, podemos dizer que o grupo de estudos investigado apresentou os três elementos fundamentais que caracterizam uma comunidade de prática. A trajetória do grupo teve início a partir do interesse dos membros, professores de Matemática e pesquisadores/formadores (comunidade), que se uniram, interagiram e tiveram interesse em aprender sobre as tarefas e os processos de ensino de Matemática, em especial sobre a perspectiva do Ensino Exploratório (domínio). Ao se reunirem para estudar, discutir e refletir a respeito desse domínio, produziam práticas relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática (prática).

## **Recurso Multimídia na formação de professores**

No cenário internacional, alguns estudos apontam para as diversas potencialidades do uso de recurso multimídia, em especial a mídia vídeo, no contexto de formação de professores (CALANDRA; RICH, 2015; CARVALHO; GONÇALVES, 2000; COLLESTOCK; SANTAGATA, 2009; FERREIRA; OLIVEIRA; CYRINO, 2014; KARSENTY; ARCAVI; NURICK, 2015; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; SANTAGATA; GUARINO, 2011; SEAGO, 2004; SHERIN, 2004;

---

<sup>43</sup>Algumas dessas tarefas foram propostas por nós e outras foram trazidas pelas professoras. As tarefas se encontram no Anexo B.

SEIDEL et al., 2011; SHERIN, 2004, 2009; STIGLER; HIEBERT, 1999; VAN ES, 2012; VAN ES; SHERIN, 2006, 2008, 2009, 2010). Nesses estudos, o uso de vídeos é considerado como um excelente recurso para o processo de formação de professores, pois permite a visualização do ambiente de sala de aula, a interação entre professor e alunos, e entre os alunos. Dessa forma, eles “podem ser usados em contextos que permitem ao professor refletir sobre essas interações” (VAN ES; SHERIN, 2008, p.245). No Brasil, de acordo com Rodrigues et al. (2014), são poucas as pesquisas que apontam a mídia vídeo como uma ferramenta para a análise de ações em sala de aula, num contexto de formação de professores.

Segundo Collestock e Sherin (2009), os vídeos são recursos interessantes para investigar o pensamento dos professores a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem. Conforme já destacado, eles auxiliam “a desenvolver uma visão do que é possível, que muitas vezes pode ser bastante diferente do tipo de ensino que normalmente eles têm a oportunidade de presenciar” (SHERIN et al., 2009, p. 215).

A utilização de vídeos em um contexto de formação permite ao professor confrontar a prática pedagógica apresentada com a sua própria prática. Segundo Canavarro (2011, p.2),

o uso dos vídeos revela-se, pois, uma estratégia prometedora para o desenvolvimento profissional dos professores, que assim têm a possibilidade de ter acesso à observação e análise de práticas que não são necessariamente as suas e com as quais se podem confrontar. Isto é especialmente relevante no caso de práticas de ensino pouco comuns, como é a de ensino exploratório da Matemática.

Tendo isso em consideração, desde 2013 o Gepefopem iniciou a construção de um recurso multimídia, que está organizado em uma plataforma *online* e pode ser acessado a qualquer momento por meio de *login* e senha<sup>44</sup>. Esse recurso é composto por quatro casos multimídia, que retratam experiências de sala de aula, desenvolvidas em torno de tarefas cognitivamente desafiadoras, na perspectiva do Ensino Exploratório (Figura 1). As aulas que constituem esses casos multimídia foram desenvolvidas nos diferentes níveis de ensino (Fundamental e Médio) da rede pública de ensino do Paraná

---

<sup>44</sup>Para preservar a integridade das pessoas envolvidas nos vídeos, produções escritas e entrevistas, que constituem os casos multimídia, até o momento, somente os pesquisadores do Gepefopem têm acesso a essa plataforma.

e contemplam os conteúdos estruturantes<sup>45</sup> números e álgebra, geometria, tratamento da informação (EF) e funções (EM).

Figura 1 - Casos multimídia<sup>46</sup> desenvolvidos pelo Gepefopem

### Casos multimídia

Os casos multimídia têm como foco aulas desenvolvidas com base em uma tarefa matemática e são constituídos por recortes de vídeos de diferentes etapas das aulas, produções escritas dos alunos e comentários do próprio professor a respeito dessas aulas.

Na construção dos casos multimídia adotou-se um modelo de quatro etapas para a apresentação de diferentes aspectos da aula, nomeadamente: 1) Antes da aula, 2) A Aula, 3) Reflexão após a aula e 4) Colocar em prática.

Listam-se, a seguir, os casos multimídia disponíveis.

O acesso a cada um deles está condicionado ao login pelo usuário.

**APOIO:** Conselho Nacional de Apoio Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação Araucária.

Caso Multimídia 1: "Os Colares"

Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"

Caso Multimídia 3: "Brigadeiros"

Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área

**Fonte:** Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

O caso “Os Colares” retrata uma aula com uma turma de 6º ano EF, com a intenção de desenvolver aspectos do pensamento algébrico dos alunos; o caso “Plano de telefonia”<sup>47</sup> apresenta uma aula desenvolvida com uma turma de 1º ano do EM, na qual os alunos tiveram a oportunidade de construir o conceito de funções, em especial função afim e linear, utilizando como recurso o *software* GeoGebra; o caso “Brigadeiros” foi construído a partir de uma aula realizada com uma turma de 9º ano do EF, na qual foram trabalhados os significados e as propriedades da média aritmética. Por fim, o caso “Explorando perímetro e área” foi elaborado por duas aulas realizadas com uma turma de 5º ano do EF (anos iniciais), envolvendo o cálculo e a articulação entre os conceitos de área e perímetro.

<sup>45</sup>Os conteúdos estruturantes fazem parte das Diretrizes Curriculares do estado do Paraná – disciplina de Matemática (PARANÁ, 2008).

<sup>46</sup>Os casos multimídia: Os Colares, Plano de Telefonia e Brigadeiros são capítulos do livro Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas (CYRINO, 2016c).

<sup>47</sup>Este caso multimídia foi explorado pela CoP-ProfMARE.

Esses casos multimídia são formados por: excertos de vídeos (chamados de episódios); plano de aula elaborado pelo professor protagonista do caso multimídia; excertos de áudio das entrevistas realizadas com o professor (antes e depois da aula); produções escritas dos alunos (com a resolução da tarefa); questões problematizadoras; *framework* (quadro de referência que contempla as ações do professor em aulas nas perspectivas alternativas de ensino); quadro-síntese que deve ser preenchido com as anotações dos participantes em formação durante a exploração do caso multimídia, textos de apoio.

Na plataforma *online*, os casos multimídia, de modo geral, estão organizados em cinco seções principais, assim dispostas: (1) *Introdução do caso multimídia*, constituído por informações a respeito do contexto (escola, turma) no qual foi desenvolvida a aula, do professor protagonista de cada caso e das indicações sobre o uso do caso; (2) *Antes da aula*, formada pela tarefa, o plano de aula do professor, os excertos do áudio da entrevista com o professor antes da aula e questões problematizadoras; (3) *A aula*, na qual aparecem os excertos dos vídeos com as ações em sala de aula, as questões problematizadoras relacionadas aos episódios e à perspectiva do ensino exploratório, as produções escritas dos alunos, o quadro-síntese; (4) *Reflexão após a aula*, na qual estão os excertos do áudio da entrevista do professor após a aula, as questões problematizadoras e o *framework*; (5) *Colocar em prática*, que aparece como um convite ao participante em formação para planejar e implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. O caso multimídia Plano de Telefonia (Figura 2), além de apresentar as cinco seções já mencionadas, contempla também a seção *O GeoGebra*, na qual apresenta os excertos dos vídeos com as ações que foram desenvolvidas para a exploração gráfica da tarefa utilizando este recurso e as questões problematizadoras relacionadas aos episódios.

Figura 2 - Aspecto geral de um caso multimídia



**Fonte:** Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

As aulas que constituíram os casos multimídia estão estruturadas na perspectiva do Ensino Exploratório, na qual o professor é mobilizado a desempenhar um papel diferente daquele que assume em um ensino tradicional. Trata-se de uma atividade complexa e que propõe muitos desafios ao professor (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, 2014; CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011; CHAPMAN, 2013; CYRINO, 2016c; KATRIN; EULE; MASS, 2013; MASS; DOORMAN, 2013; MASS; ARTIGUE, 2013; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO, 2016c). A partir de então, torna-se fundamental o “papel e a ação do professor, que começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delineamento da respectiva exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático, orientado pelas indicações programáticas” (CANAVARRO, 2011, p.11).

De acordo com Cyrino e Oliveira (2016), uma aula estruturada do ponto de vista da perspectiva do Ensino Exploratório possui quatro fases: (i) proposição e apresentação da tarefa; (ii) desenvolvimento da tarefa; (iii) discussão coletiva da tarefa e (iv) sistematização. Na primeira fase, acontece a organização da sala de aula: a apresentação da tarefa, o gerenciamento dos recursos que podem ser utilizados pelos alunos, a leitura da tarefa. É o momento no qual o professor deve assegurar, em poucos minutos, que os alunos compreenderam a tarefa proposta. Na segunda fase, o professor direciona o trabalho em sala de aula, tendo o cuidado para que os alunos desenvolvam um trabalho autônomo, de modo a não reduzir os aspectos desafiadores da tarefa (STEIN; SMITH,

1998). Nesse momento, o professor seleciona e sequencia as resoluções mais adequadas aos objetivos da aula, para serem apresentadas pelos alunos no momento da discussão coletiva. Na terceira fase, discussão coletiva, os alunos são convidados a apresentar suas resoluções, justificá-las, explicando o raciocínio desenvolvido. Nessa fase, o professor deve orquestrar a discussão (STEIN et al., 2008), gerir as interações, fazer as intervenções necessárias, mobilizar os alunos a justificarem suas respostas, de modo a explicitarem as ideias e/ou conceitos matemáticos envolvidos em sua resolução. É fundamental que o professor faça conexões entre as resoluções apresentadas e não se limite apenas a compará-las. Na última fase, sistematização, é o momento em que o professor sistematiza os conceitos, ideias ou procedimentos envolvidos na aula. Para isso, é recomendável que o professor tenha como ponto de partida as resoluções que foram apresentadas e “discutidas” na fase de discussão coletiva (CANAVARRO, 2011; CHAPIN, O’ CONNOR; ANDERSON, 2003; CYRINO; OLIVEIRA, 2016; FRAILLIG, 2001; SMITH; STEIN, 2013; STAPLES, 2017).

Como os casos multimídia apresentam aulas que foram desenvolvidas na perspectiva do ensino exploratório, as seções *Antes da aula*, *A aula* e *Reflexão após a aula*, estão organizadas de modo a contemplar as fases da perspectiva do Ensino Exploratório, citadas anteriormente (Figura 3).

Figura 3– Seção Antes da aula – subseção Desenvolvimento da tarefa

The screenshot shows a web application interface. At the top, there is a navigation bar with links: CASOS MULTIMÍDIA, TAREFAS, GEPEFOPEM, PECEM, CONTATO, and LOGOUT. The main heading is 'Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"'. Below this, there are tabs for 'introdução', 'Antes da aula', 'A aula', 'Reflexão após a aula', 'O Geogebra', and 'Colocar em prática'. The 'Antes da aula' tab is active, showing a sidebar with a list of episodes: 'Episódio 2' (selected), 'Episódio 3', 'Episódio 4', 'Episódio 5', 'Episódio 6', 'Produção escrita dos alunos', 'Discussão coletiva da tarefa', and 'Sistematização'. The main content area is titled 'Episódio 2' and contains a video player with the title 'Desenvolvimento da tarefa 1'. Below the video, there is a description: 'Descrição – Episódio 2 pdf | pdf | 20,21 KB'. Three questions are listed: '1. Que estratégias são utilizadas pelos alunos?', '2. Identifique as ações da professora neste episódio.', and '3. Qual a importância dessas ações para o desenvolvimento desta aula?'. A text input field is provided for answers, and a 'Gravar/Imprimir' button is at the bottom. The footer of the page reads 'Universidade Estadual de Londrina'.

Fonte: Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

Os casos multimídia são ferramentas produtivas para a formação do professor de Matemática, pois o auxiliam a compreender a complexidade das ações envolvidas no planejamento, na implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório e a identificar a diversidade de papéis que os professores e os alunos assumem durante uma aula nesse enfoque (CYRINO, 2016c).

O recurso multimídia, constituído pelos casos multimídia, foi desenvolvido pelo Gepefopem com a intenção de utilizá-lo em contextos de formação de professores, de modo a lhes oferecer subsídios para aprender sobre aspectos relativos à sua profissão e se desenvolverem profissionalmente. Por isso, torna-se relevante que, nestes contextos de formação, aconteçam momentos de reflexão a respeito da prática dos professores, nos quais seja possível a articulação entre conhecimentos teóricos e práticos a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. O uso de recurso multimídia pode colaborar para que essa articulação aconteça.

A seguir apresentamos nossa questão de investigação e o encaminhamento metodológico desta pesquisa.

## **Questão geral e objetivos específicos de pesquisa**

Delineamos nossa questão de investigação: *“Que aprendizagens profissionais, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório, são manifestadas por professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática”?*

Para respondê-la, consideramos necessário delinear os objetivos específicos, que servirão como “fio condutor” para a estruturação dos artigos que compõem nossa tese.

- Investigar que aprendizagens foram manifestadas pelas professoras com relação à perspectiva do Ensino Exploratório durante o empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia, no contexto de uma Comunidade de Prática.

- Investigar que aspectos da natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados pelas professoras.

- Investigar que desafios relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização se colocam aos professores durante as ações Análise e elaboração de planos de aula e Implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.

Esses objetivos específicos da investigação serão desenvolvidos nos três artigos<sup>48</sup> que compõem o estudo, que será apresentado no formato *multipaper* (apresentado na próxima seção).

## **Encaminhamento metodológico**

### **Natureza da pesquisa**

Nosso estudo situa-se em uma perspectiva qualitativa de pesquisa, assumindo um paradigma interpretativo (COHEN et al., 2007; DENZIN; GIARDINA, 2013; ERICKSON, 1986). Segundo Bogdan e Biklen (1994, p.49), a pesquisa qualitativa “exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo”. Embora esses autores apresentem cinco características que definem uma investigação qualitativa, destacam que não há a obrigatoriedade de uma pesquisa contemplar todas as cinco para que seja considerada como qualitativa.

(i) O ambiente natural é a fonte direta dos dados na qual o investigador elabora o instrumento principal. Para a coleta de informações, para nossa interação com as professoras participantes e para a construção do conjunto de dados, foi essencial o contato direto, regular e frequente que mantivemos com as professoras da comunidade ao longo dos onze meses, durante os encontros semanais na escola; a implementação de algumas tarefas em sala de aula, nos eventos promovidos pela SEED<sup>49</sup> nos quais participamos juntas e nossos encontros informais.

(ii) Os dados recolhidos são essencialmente descritivos. As interações e as reflexões que aconteceram entre os membros da comunidade foram audiogravados e, posteriormente, transcritos (todos os encontros); as produções escritas, os planos de aula, as

---

<sup>48</sup> Falaremos sobre os artigos mais adiante.

<sup>49</sup> Secretaria Estadual de Educação do Paraná.

anotações de campo dos pesquisadores, montaram um material com informações descritivas.

(iii) O investigador está mais interessado no processo do que simplesmente nos resultados ou produtos. Ao longo dos encontros da CoP-ProfMARE, focamos nosso olhar em informações que nos ajudassem a compreender como os elementos presentes no contexto da comunidade, durante a exploração do caso multimídia, permitiram que as professoras aprendessem. Entendemos que nossa preocupação esteve voltada mais para o processo do que para os resultados.

(iv) A análise dos dados é feita de modo indutivo. Em nosso estudo, não buscamos testar uma teoria ou confirmar hipóteses previamente estabelecidas. É por meio dos dados recolhidos que a investigação será desenhada, de modo que se possam evidenciar e revelar aspectos particulares do objeto de estudo. Com a intenção de compreender o significado que os fatos ou acontecimentos têm para os participantes em um estudo, “os investigadores qualitativos constroem a teoria através da observação e de entendimentos intuitivos adquiridos pela sua presença no campo” (MERRIAM, 2002, p. 5). Assim, não se trata de montar um quebra-cabeça, cujo formato final já conhecemos (BOGDAN; BICKLEN, 1994). Como o grupo se constituiu como uma CoP, analisamos as trajetórias de aprendizagem de seus membros, tendo em conta aspectos da teoria, para responder a nossa questão de investigação.

(v) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Procuramos manter um contato estreito com as professoras, respeitando suas opiniões, ideias, buscando descrever os acontecimentos e os significados atribuídos por elas ao longo do desenvolvimento da comunidade.

Consideramos que o paradigma interpretativo dialoga com a pesquisa qualitativa, ao compartilhar alguns elementos. Por exemplo, neste paradigma “a teoria não deve preceder a investigação, mas segui-la, os dados produzidos incluem os

significados e os propósitos das pessoas que são as suas fontes” (COHEN et al., 2007, p.22). Ela é emergente e surge das situações particulares, baseada nos dados originados pela ação da pesquisa.

Segundo Erickson (1986, p. 119), o que caracteriza o paradigma interpretativo é “o interesse central pelo significado humano na vida social e na sua elucidação e exposição pelo investigador”. De acordo com esse autor, nesse paradigma o núcleo da investigação não é o comportamento, mas a ação. É relevante analisar “não apenas o comportamento físico observável, mas, também a ação, o comportamento físico acrescido dos significados que o ator e aqueles com os quais ele está em interação detêm” (ERICKSON, 1986, p.127).

Nosso estudo assume o paradigma interpretativo na medida em que procuramos, a partir das práticas desenvolvidas pela CoP-ProfMARE, compreender como os empreendimentos articulados/conjuntos negociados por essa comunidade podem oferecer oportunidades para o desenvolvimento de aprendizagens profissionais com relação à perspectiva do Ensino Exploratório. Temos a intenção de descrever e analisar as trajetórias de aprendizagens das participantes que constituem essa CoP. Nosso objetivo não é testar uma teoria, nem testar hipóteses, pois “os comportamentos a serem observados não são predeterminados, eles são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação” (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1997, p. 166).

Situamos também nossa investigação dentro da modalidade de pesquisa intervenção (AGUIAR; ROCHA, 1997; BESSET; COUTINHO; COHEN, 2008; KRAINER, 2003; ROCHA; AGUIAR, 2003; ROCHA, 2010). Entendemos que toda pesquisa, na qual investigação e intervenção acontecem ao mesmo tempo, é denominada de pesquisa intervenção. De acordo com Aguiar e Rocha (1997, p.97)

na pesquisa-intervenção, a relação pesquisador/objeto pesquisado é dinâmica e determinará os próprios caminhos da pesquisa, sendo uma produção do grupo envolvido. Pesquisa é, assim, ação, construção, transformação coletiva, análise das forças sócio-históricas e políticas que atuam nas situações e das próprias implicações, inclusive dos referenciais de análise. É um modo de intervenção, na medida em que recorta o cotidiano em suas tarefas, em sua funcionalidade, em sua pragmática – variáveis imprescindíveis à manutenção do campo de trabalho que se configura como eficiente e produtivo no paradigma do mundo moderno.

Como já esclarecemos, dentro da comunidade, atuamos tanto como membro (formadores), quando buscamos apoiar as professoras no seu processo de formação, quanto como pesquisadores, na medida em que procuramos ampliar nossos conhecimentos e compreensão com relação às temáticas, às tarefas e à perspectiva do Ensino Exploratório. De acordo com Krainer (2003, p. 98), a pesquisa intervenção “é na maioria das vezes um processo orientado em um contexto limitado, gerado por meio da interação contínua e comunicação com a prática”.

Ao buscar respostas para nossa questão de pesquisa, configuramos uma investigação na qual não nos posicionamos “fora” da prática (tendo a melhora dela como uma meta) e nem os professores investigaram sua própria prática de forma independente (KRAINER, 2003). Nesta investigação, não tivemos uma ação neutra. Segundo Besset, Coutinho e Cohen (2008, p. 12), “a partir do momento em que o pesquisador entra no contexto onde se dá a pesquisa, suas perguntas e propostas já constituem uma intervenção”.

Para Rocha e Aguiar (2003, p. 71), na pesquisa intervenção “não visamos à mudança imediata da ação instituída, pois, a mudança é consequência da produção de uma outra relação entre teoria e prática, assim como entre sujeito e objeto”. Esse tipo de pesquisa não está fundamentado somente na participação ou nas ações desenvolvidas, mas na interação entre todos os sujeitos envolvidos na investigação, portanto, o conhecimento é constituído a partir da interação entre eles, ou seja, é compartilhado.

## **Instrumentos de coleta de dados**

Um instrumento de coleta de dados é um recurso que está à disposição do investigador e, a partir do qual ele consegue obter informações relevantes para auxiliá-lo a responder sua questão de investigação. Neste estudo, utilizamos como instrumentos:

- diário de campo, organizado pela pesquisadora: o diário de campo, no qual o investigador registra os acontecimentos relevantes que vão emergindo durante a investigação, é “um dos instrumentos mais ricos de coleta de informação durante o trabalho de campo” (FIORETINI; LORENZATO, 2009, p.118). No diário de campo, registramos nossas expectativas antes de cada reunião; os principais acontecimentos de

cada encontro; os participantes presentes no dia; os diálogos que aconteceram com as participantes antes, durante e depois dos encontros, nas aulas que observamos; e as reflexões realizadas ao final de cada registro.

- transcrições das gravações de áudio dos encontros da *CoP-ProfMARE*<sup>50</sup>: os encontros da comunidade foram gravados em áudio e, em seguida, todos foram transcritos, de modo que as “falas” das participantes pudessem ser captadas na sua forma original, mantendo a integridade dos diálogos. Em alguns episódios transcritos, com declarações das professoras, corrigimos erros gramaticais, de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem, e outros. Porém, com muito cuidado, de modo a não mudar o sentido da declaração delas. Quando a correção prejudicaria a compreensão ou mudaria o sentido da declaração ou diálogo, mantivemos a fala original.

- produções escritas<sup>51</sup> elaboradas pelas professoras participantes: após cada encontro, as participantes tiveram a tarefa de elaborar uma produção escrita (livre) sobre as discussões que aconteceram no grupo naquele dia. Com os *feedbacks*<sup>52</sup>, procuramos provocá-las de modo que começassem a refletir e não somente descrevessem ou relatassem os fatos. De acordo com Dewey (1997, p.87), “refletir é olhar para trás, sobre o que se tem feito de modo a extrair os significados que é a principal reserva para lidar com inteligência com novas experiências”.

Ao longo da exploração do caso multimídia, as professoras responderam a questões problematizadoras e também elaboraram o quadro-síntese<sup>53</sup>, no qual elas faziam uma produção escrita (completando o quadro), enunciando suas ideias sobre a perspectiva do Ensino Exploratório, antes da exploração dos episódios; e outra, após a exploração e a discussão destes episódios com os membros da comunidade. O foco deste quadro é a perspectiva do Ensino Exploratório (etapas *Antes da aula* e *Durante a aula*) e as ações do professor nessas etapas. Essa foi uma produção escrita mais direcionada, o que a diferenciou da escrita no caderno. Outra produção escrita foi a

---

<sup>50</sup>No primeiro encontro entregamos um termo de consentimento livre e esclarecido (Anexo A) com informações detalhadas sobre os objetivos e os procedimentos do estudo, e uma solicitação de permissão das professoras para que os encontros pudessem ser audiogravados.

<sup>51</sup> Escrita no caderno, plano de aula, quadro-síntese e narrativa.

<sup>52</sup> Nos *feedbacks*, por exemplo, fazíamos perguntas com a intenção de esclarecer alguma ideia, pedíamos que dessem exemplos de situações de sala de aula.

<sup>53</sup>Optamos por ter acesso a esse quadro-síntese somente no trigésimo terceiro encontro (03/12/2015), de modo que não interferíssemos na escrita delas.

elaboração de planos de aula. As professoras elaboraram dois planos<sup>54</sup>, um antes e outro após a exploração do caso multimídia, constituindo o “colocar em prática”.

- observação de aulas que foram implementadas pelas professoras<sup>55</sup> na perspectiva do Ensino Exploratório: observamos as aulas das professoras Luísa e Maísa. Elas desenvolveram aulas na perspectiva do Ensino Exploratório que aconteceram nos meses de junho e julho de 2016, totalizando cinco aulas observadas. Segundo Lüdke e André (1986, p.26), “a observação permite que o observador chegue mais perto das perspectivas dos sujeitos”. As observações nos permitiram perceber o modo como as professoras lidavam com as tarefas cognitivamente desafiadoras e como elas gerenciaram uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

## Processo de Análise dos dados

Segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1997, p. 170), o processo de análise dos dados em uma pesquisa qualitativa

é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação. À medida que os dados vão sendo coletados, o pesquisador vai procurando tentativamente identificar temas e relações, construindo interpretações e gerando novas questões e/ou aperfeiçoando as anteriores, o que, por sua vez, o leva a buscar novos dados, complementares ou mais específicos, que testem suas interpretações, num processo de “sintonia fina” que vai até a análise final.

Dessa forma, iniciamos a análise das informações, conforme foram sendo obtidas. Porém, este processo passou a ser mais intenso a partir do momento em que estávamos de posse de todas as informações coletadas. Em seguida, realizamos uma leitura minuciosa das transcrições, das produções escritas, das anotações do diário de campo e da observação das aulas, com a intenção de criar uma organização para as

---

<sup>54</sup>O primeiro plano foi elaborado pelas professoras, antes de começarmos a exploração do recurso multimídia, de acordo com os conhecimentos que elas já tinham sobre um plano de aula. O segundo plano foi elaborado após a exploração do recurso multimídia, na perspectiva do Ensino Exploratório, com o auxílio do *framework*.

<sup>55</sup>As aulas foram audiogravadas. A direção da escola da professora Luísa não permitiu que filmássemos a aula, porque grande parte dos alunos não entregou a autorização de uso de imagem que enviamos aos pais. A professora Maísa não se sentiu segura para realizar uma aula filmada, uma vez que ela começou a participar do grupo em abril do ano de 2016 e não participou do empreendimento Análise e discussão do caso multimídia Plano de Telefonia.

informações. Por fim, agrupamos essas informações por seção do caso multimídia, por participante, por empreendimento e por instrumento. Dando continuidade à análise, realizamos outras leituras desse material, procurando indícios de aprendizagens das professoras nas suas trajetórias de formação e na sala de aula.

Ao longo desse processo de análise, considerando nossos objetivos específicos, de modo a responder nossa questão de investigação, elaboramos um quadro para cada um dos empreendimentos e em cada um indicamos algumas aprendizagens, o encontro em que ocorreu, e possíveis influências dessas aprendizagens nas ações das professoras, seja na sala de aula ou na comunidade.

Por meio da análise desses quadros, selecionamos algumas aprendizagens relacionadas à perspectiva do Ensino Exploratório, em especial, à natureza da tarefa, à gestão de aula, ao plano de aula, às ações do professor para o gerenciamento de uma aula nessa perspectiva e sua articulação com as fases de discussão coletiva e sistematização. Analisamos diversos processos de negociação de significados que aconteceram na comunidade para evidenciar essas aprendizagens.

## **Organização do estudo**

Esta tese está organizada no modelo *multipaper*. Esse formato alternativo de apresentação é uma tendência nos programas de pós-graduação, principalmente na Alemanha e nos países nórdicos (THOMAS, WEST, RICH, 2016), e usado com mais frequência nas pesquisas da área de saúde, física, química, biologia.

O *multipaper* é formado por uma compilação de artigos científicos, na qual cada um tem suas próprias características (questão de investigação, dados, métodos). Embora guardem entre si certa independência, eles mantêm um diálogo, o que ocasiona algumas vezes a revisitar assuntos já visitados. Eles estão articulados de modo a levar o investigador a atingir os objetivos da pesquisa.

Segundo Duck e Beck (1999), ao escrever estes artigos, os estudantes pesquisadores são encorajados a desenvolver uma ampla visão dos seus dados. Esse esforço configura uma excelente preparação para o mundo acadêmico. Outro aspecto pontuado pelos autores com relação aos formatos alternativos de escrita é o fato de que os resultados das pesquisas são divulgados mais rapidamente, permitindo maior acesso aos leitores, uma vez que, ao final da tese, os artigos já estão prontos para publicação,

diferentemente do formato tradicional, pois o pesquisador ainda terá que construir os artigos ao final do estudo.

A estrutura de um *multipaper* consiste em uma introdução, um conjunto de artigos que colaboram para responder à questão da tese e as considerações finais. Cada artigo contém seu próprio resumo, introdução, fundamentação teórica (revisão da literatura), encaminhamento metodológico, conclusões, considerações finais e resultados, pautados nos objetivos específicos da tese, no entanto, sem se distanciar do objetivo ou questão geral da pesquisa, de forma que possam ser publicados posteriormente (BOOTE; BEILE, 2005; DUCK; BECK, 1999; THOMAS; WEST; RICH, 2016).

Assim, esta pesquisa é formada por uma introdução estendida<sup>56</sup> e por quatro artigos. O último é destinado às conclusões e às considerações finais. Estes artigos estão relacionados ao nosso objeto de estudo e nos permitiram responder à nossa questão de investigação.

O artigo I tem como objetivo investigar que aprendizagens profissionais foram manifestadas pelas professoras com relação à perspectiva do Ensino Exploratório durante o empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia. Nomeadamente, como as professoras olham para essa perspectiva de ensino; como relacionam os elementos presentes no caso multimídia Plano de Telefonia com sua prática pedagógica e que desafios com relação à dinâmica de uma aula nesta perspectiva são apresentados por elas.

No artigo II, investigamos que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados por professoras da CoP-ProfMARE, evidenciando a natureza das tarefas, suas características e potencialidades, bem como o papel do professor; qual a importância desse tipo de tarefa para a perspectiva do Ensino Exploratório e para a aprendizagem do aluno.

No artigo III, investigamos que desafios relacionados à articulação entre a discussão coletiva e a sistematização se colocam aos professores no desenvolvimento das ações análise e elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.

---

<sup>56</sup>Optamos por fazer uma introdução estendida, pois pensamos ser necessário descrever detalhadamente o contexto no qual a investigação foi desenvolvida, o que não seria possível em um artigo com limite de páginas.

Por fim, a partir dos resultados dos três artigos centrais, elaboramos o último artigo no qual tecemos nossas considerações finais sobre os estudos realizados e responderemos à nossa questão geral da pesquisa.

## Referências

AGUIAR, K. F.; ROCHA, M. L. Práticas universitárias e a formação sócio-política. *Anuário do Laboratório de Subjetividade e política*, n°3/4, p.87-102, 1997.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisas quantitativas e qualitativas*. São Paulo: Pioneira, 1997.

BALDINI, L. A. F. *Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra*. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na utilização do *Software GeoGebra*. *Unión: San Cristobal de La Laguna*, v. 45, p. 184-204, 2016.

BALL, D. L. With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The elementary school journal*, Chicago, v. 93, n.4, 1994.

BELINE, W. *Formação de Professores de Matemática em Comunidades de Prática: um estudo sobre identidades*. 2012. 184 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2012.

BESSET, V. L, COUTINHO, L. G; COHEN, R. H. P. Pesquisa-intervenção com adolescentes: contribuições da psicanálise. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. (Org.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. NAU: Rio de Janeiro, 2008.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars before researchers: on the centrality of the dissertation literature review in research preparation. *Educational Researcher*, v. 34, n. 6, p. 3-15, 2005.

BORKO, H.; JACOBS, J.; SEAGO, N.; MANGRAM, C. Facilitating vídeo-based professional development: planning and orchestrating productive discussions. In: LI, Y; SILVER, E. A.; LI, S. (Eds.). *Transforming Mathematics Instructions: Multiple approaches and practices*. Springer, p.259-281, 2014.

BORKO, H; JACBS, E.; EITELJORG, E.; PITTMAN, M. E. Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, n.24, p.417- 436, 2008

CALANDRA, B.; RICH, P.J. *Digital vídeo for teacher education: research and practice*. New York: Routledge, 2015.

CALDEIRA, J. S. *Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática*. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CANAVARRO, A. P. *Ensino Exploratório da Matemática: Práticas e desafios. Educação e Matemática*, 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.), *Investigação em Educação Matemática*. Portalegre: SPIEM, p. 255–266, 2012.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H., MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Lisboa, p.217-233, 2014. (Coleção: Encontros de Educação).

CARVALHO, A. M. P.; GONÇALVES, M. E. R. G. Formação continuada de professores: o vídeo como tecnologia facilitadora da reflexão. *Cadernos de Pesquisa*, n. 111, 2000.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 14, p. 355–374, 2011.

CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. Classroom discussions: using math talk to help students learn. *Math Solutions Publications*. Sausalito, CA, 2003.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' learning through inquiry. *Sisyphus - Journal of Education*, v. 1, n.3, p.122-150, 2013.

COHEN, L.; MANION, L.; MORRISON, K. *Research Methods in Education*. 6th ed. London: Routledge, 2007.

COLESTOCK, A.; SHERIN, M. G. Teachers' Sense-Making Strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, v. 17, n.1, p.7-29, 2009.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, I.; SALVI, R. F. (Org.). *Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática: um perfil de pesquisas*. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

CYRINO, M. C. C. T. Mathematics teachers' professional identity development in Communities of Practice: Reifications of proportional reasoning teaching. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online)*, v. 30, p. 165-187, 2016a.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da exploração de um caso multimídia como elemento da prática na formação inicial de professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo, v. 39B, p. 80-89, 2016b.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016c.

CYRINO, M. C. C. T. et al. *Formação de Professores em Comunidades de Prática: frações e raciocínio proporcional*. 1 ed. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2014.

CYRINO, M. C. C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 16, p.373-401, 2011.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H.. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, p.19-32, 2016.

DENZIN, N. K.; GIARDINA, M. D. *Global dimensions of qualitative inquiry*. London: Routledge: 2013.

DEWEY. J. *Experience and education*. New York: Touchstone, 1997.

DOYLE, W. Academic work. *Review of Educational Research Summer*, v. 53, n. 2, p.159-199, 1983.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. *Educational Researcher*, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of Research on Teaching*. Nova Iorque: MacMillan, p.119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G. *Práticas de uma comunidade de professores que ensinam matemática e o desenvolvimento profissional em educação estatística*. 2015. 192 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2015.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de Prática como contexto para o desenvolvimento profissional docente em Educação Estatística. *Educação Matemática Pesquisa* (Online), v. 18, p.1.291-1.317, 2016.

FERREIRA, R. T.; OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. A discussão na aula de matemática a partir da análise de um caso multimídia na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 491 - 512, 2014.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2009.

FRAIVILLIG, J. Strategies for advance children's mathematical thinking. *Teaching children mathematics*, v.7, n.8, p.454-459, 2001.

GARCIA, T. M. R. *Identidade profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática*. 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GRAVEN, M. Teacher learning as changing meaning, practice, community, identity and confidence: the story of Ivan. *For the Learning of Mathematics*, Kingston, v. 23, n. 2, p. 25-33, 2003.

HILL, H.; BALL, D.; SCHILLING, S. Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 39, n.4, p.372-400, 2008.

JESUS, C. C. *Análise crítica de tarefas matemáticas: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2011. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

KARSENTY, R., ARCAVI, A., NURICK, Y. Video-based peer discussions as sources for knowledge growth of secondary teachers. In: KRAINER, K.; VONDROVÁ, N. (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European society for research in Mathematics Education*. Charles University - Faculty of Education. Praga: CERME, 2015. p.2825 – 2832.

KATRIN; E; EULE; M.; MAAS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, 2013, p.823-836.

KRAINER, K. Teams, Communities e Networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 2, p. 93-105, 2003.

LAVE, J; WENGER, E. *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge. Cambridge University Press, 1991.

LERMAN, Stephen. A review of research perspectives on mathematics teacher education. In: LIN, Fou-Lai; COONEY, Thomas, J. (Eds.). *Making sense of mathematics teacher education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 33-52.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MAAS; K.; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM - Mathematics Education*, n. 45, p.779 -795, 2013.

MAAS; K; DOORMAN, M. A model a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM - Mathematics Education*, n.45, p.887-899, 2013.

MARKOVITS, Z.; EVEN, R. Mathematics classroom situations: in-service course for elementary school teachers. In: JAWORSKI, B.; WOOD, T.; DAWSON, A. J. (Eds.), *Mathematics teacher education: Critical international perspectives*. London: Falmer Press p.59-67, 1999.

MERRIAM, S. B. *Qualitative research and case study applications in Education*. San Francisco: Jossey Bass, 2002.

NAGY, M. C. *Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática*. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2012.

NAGY, M. C.; CYRINO, M.C.C.T. Aprendizagens de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática. *Revista FAEEBA*, v. 23, p. 149-163, 2014.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Professional standards for the teaching of mathematics. Virginia: Reston, 2008.

OLIVEIRA, L. M. C. P. de. *Aprendizagens no empreendimento estudo do raciocínio proporcional*. 2014. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Casos multimídia na formação de professores que ensinam Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.429-461.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: one study with prospective mathematics teachers. *Sisyphus, Journal of Education*, v.1, n.3, p.214-245, 2013.

PARANÁ. *Diretrizes Curriculares de Matemática*. Secretaria Estadual de Educação. Curitiba, 2008.

PHILLIPS, E.; CRESPO, S. Developing written communication in Mathematics through math penpal letters. *For the Learning of Mathematics*, v. 16, n. 1. p.15-22, 1996.

ROCHA, M. L.; AGUIAR, K. F. Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises. *Psicologia Ciência e Profissão*, v. 23, n.4, p. 64-73, 2003.

ROCHA, M. L. Formação e Prática docente - implicações com a pesquisa-intervenção. In: MACIEL, I. M. *Psicologia e Educação - novos caminhos para a formação*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2010.

ROCHA, M. R. *Um estudo a respeito de empreendimentos de uma Comunidade de Prática de Professores de Matemática na busca de aprender e ensinar frações*. 2013. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - UEL, Londrina, 2013.

RODRIGUES, P. H. *Práticas de um grupo de estudo e pesquisa na elaboração de um caso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática*. 2015. 227f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2015.

RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam matemática: análise de pesquisas brasileiras. *Nuances: estudos sobre Educação*. Presidente Prudente, v. 25, n. 2, p. 148-169, maio/ago, 2014.

SANTAGATA, R. Designing Video-Based Professional Development for Mathematics Teachers in Low-Performing Schools. *Journal of Teacher Education*, p. 38 – 51, 2009.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM - Mathematics Education*, v. 43, p.133–145, 2011.

SEAGO, N. Using video as an object of inquiry for mathematics teaching and learning. In: BROPHY, J. (Ed.), *Using video in teacher education*. New York: Elsevier, 2004, p.259 – 286.

SEIDEL, T. et al. Teacher learning from analysis of videotaped classroom situations: Does it make a difference whether teachers observe their own teaching or that of others? *Teaching and Teacher Education*, n. 27, p.259-267, 2011.

SHERIN, M. G. New perspectives on the role of video in teacher education. In: BROPHY, J. (Ed), *Using video in teacher education*. New York: Elsevier, p.1 – 27, 2004.

SHERIN, M.G.; LINSENMEIER, K. A.; VAN ES, E. Selecting Video Clips to Promote Mathematics Teachers' Discussion of Student Thinking. *Journal of Teacher Education*, p.212 – 230, 2009.

SHERIN, M.G.; RUSS, R. S.; COLESTOCK, A. A. Accessing Mathematics teachers' in-the-moment noticing. In: SHERIN, M. G.; JACOBS, V. R.; PHILIPP, R. A. (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. London: Routledge, p.79-94, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v.5, n.2, p.4-14.

SMITH, M. S. Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*. Virgínia: Reston, 2001.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Five practices for orchestrating productive mathematics discussion. *National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, Virginia, 2013.

SMITH, M. S.; BOYLE, J.; ARBAUGH, F.; STEELE, M. D.; STYLIANIDES, G. Cases as a Vehicle for Developing Knowledge Needed for Teaching. In: YEPING, L.; SILVER, E. A. (Eds), *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices*. Spring International Publishing, p.311-333, 2014.

STAPLES, M. Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and instruction*, v. 2, n. 25, p.161-217, 2017.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSSEN, M. A.; SILVER, E. A. *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press, 2009.

THOMAS, R. A.; WEST, R. E.; RICH, P. Benefits, challenges, and perceptions of the multiple article dissertation format in instructional technology. *Australasian Journal of Educational Technology*, v.32, n.2, 2016.

VAN ES, E. A. Examining the development of a teacher learning community: the case of a video club. *Teaching and teacher education*, v.28, n.2, p.182 -192, 2012.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M.G. Learning to Notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, v.10, n.4, p.571-596, 2002.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. How Different Video Club Designs Support Teachers in "Learning to Notice". *Journal of Computing in Teacher Education*, v. 22, n. 4, 2006.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, p. 244 - 276, 2008.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, p.20-37, 2009.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics teacher education*, v.13, p. 155-176, 2010.

WENGER, E. *Communities of Practice: learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E. Communities of Practice and social learning systems: the career of a concept. In: BLACKMORE, C. (Org.). *Social learning system and communities of practice*. London: Springer, 2010, p. 179 -198

WENGER, E.; McDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. *Cultivating Communities of Practice*. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

## CAPÍTULO 1

---

### APRENDIZAGENS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA COM RELAÇÃO À PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO: ANÁLISE DE UM CASO MULTIMÍDIA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

Cristina Cirino de Jesus  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino  
Hélia Margarida Oliveira

**Resumo:** Este artigo tem como objetivo investigar que aprendizagens profissionais, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório<sup>57</sup>, foram manifestadas por professoras de Matemática, no contexto de uma Comunidade de Prática. Para promover as discussões e as aprendizagens, foi utilizado como ferramenta de formação um recurso multimídia nomeadamente o caso multimídia Plano de Telefonía. Trata-se de uma pesquisa qualitativa com características de pesquisa intervenção. As aprendizagens, relacionadas à perspectiva do Ensino Exploratório, manifestadas pelas professoras, estão associadas: às ações e aos papéis do professor, ao papel do aluno, à gestão da aula e à importância do planejamento da aula. Essas aprendizagens permitiram às professoras repensar e questionar algumas de suas ações durante as aulas e a perceber (*noticing*) aspectos essenciais desta perspectiva, relacionando-os com suas experiências em sala de aula. Os resultados revelam que a constituição de uma Comunidade de Prática e a exploração de um caso multimídia na formação de professores podem constituir-se em catalisador de aprendizagens de seus membros.

**Palavras-chave:** Perspectiva do Ensino Exploratório. Formação de Professores de Matemática. Teoria Social da Aprendizagem. Comunidade de Prática. Caso multimídia.

### LEARNING OF MATHEMATICS TEACHERS WITH CONCERNING TO EXPLORATORY TEACHING IN THE DEVELOPMENT OF A MULTIMEDIA CASE IN A COMMUNITY OF PRACTICE

**Abstract:** This article aims is to investigate that professional learning in relation to the Exploratory Teaching perspective was manifested by Mathematics teachers, in the context of a Community of Practice. In order to promote the discussions and the learning we use a tool of multimedia resource, namely the multimedia case “Telephony Plan”. This is a qualitative research with characteristics of intervention research. The learning related to the Exploratory Teaching perspective expressed by the teachers are associated to: the actions and roles of the teacher, the role of the student, the classroom management and the importance of the lesson planning. These learning allowed the teachers to rethink and question some of their actions during the lessons and to perceive (*noticing*) essential aspects of this perspective relating them to their classroom experiences. The results show that the constitution of a CoP and the exploration of a multimedia case in Teacher education can be a catalyst for the learning of its members.

---

<sup>57</sup>É uma perspectiva alternativa à perspectiva diretiva de ensino desenvolvida em quatro fases (proposição e apresentação da tarefa; desenvolvimento da tarefa; discussão coletiva da tarefa e sistematização) a partir do trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, isto é, que têm o potencial de engajar os alunos em formas complexas de pensamento, mobilizando o trabalho autônomo do aluno.

**Key-words:** Exploratory Teaching perspective. Mathematics Teacher Education. Social Theory of Learning. Community of Practice. Multimedia case.

## Introdução

Vivemos em uma sociedade em constante movimento de mudança. Isso de algum modo se reflete nos sistemas educativos e implica o professor admitir novos papéis nos processos de ensino e de aprendizagem, abandonar a ideia de simples transmissor de conhecimentos e assumir o papel de orientador das aprendizagens dos alunos. Segundo Lerman (2001, p. 33), o professor é “um elemento chave na aprendizagem matemática dos alunos”. É ele o principal responsável por organizar a prática pedagógica, selecionar ou elaborar as tarefas<sup>58</sup> que irá propor em sala, os conteúdos que serão abordados, enfim, criar um ambiente para que os alunos se envolvam em atividade matemática (NCTM, 2000).

De acordo com Van Es e Sherin (2010, p. 158), muitos contextos escolares nos quais o professor está inserido “são resistentes à mudança e assim restringem os esforços para adoção de perspectivas alternativas de ensino”. Por isso, consideramos pertinente propiciar ao professor a participação em ambientes de formação nos quais ele possa “reformular o seu pensamento, sobre o que significa conhecer e compreender a matemática, os tipos de tarefas nas quais os alunos estão envolvidos, e, o seu próprio papel na sala de aula” (SMITH, 2001, p.4); assumir um papel de sujeito ativo na produção de conhecimentos; “engajar-se em reflexões que o auxiliem a dar sentido as suas experiências, usar este conhecimento para decisões futuras” (VAN ES; SHERIN, 2008, p.246); e aprender a ensinar de outras maneiras. De acordo com Boston (2006, p.3),

[...] as experiências de formação que proporcionem oportunidades aos professores de matemática de reconsiderar suas práticas atuais de ensino, à luz de novas ideias e experiências, podem servir como veículo para mover os professores em direção às novas práticas que melhorem a aprendizagem dos alunos.

Assim, neste artigo analisamos as aprendizagens, relacionadas à perspectiva do Ensino Exploratório, manifestadas por um grupo de professoras de Matemática, no desenvolvimento de uma proposta de formação continuada, cuja dinâmica de trabalho permitiu a constituição de uma Comunidade de Prática – CoP (WENGER, 1998),

---

<sup>58</sup> Neste trabalho, utilizaremos o termo “tarefas” para nos referirmos às tarefas matemáticas.

denominada pelos participantes de “Comunidade de Prática de Professores de Matemática Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática”, CoP-ProfMARE. Para promover as discussões, reflexões e aprendizagens acerca dessa perspectiva utilizaram como ferramenta de formação um recurso multimídia, mais especificamente o caso multimídia Plano de Telefonia<sup>59</sup>, construído pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem<sup>60</sup>.

Esse recurso multimídia<sup>61</sup> é constituído por quatro casos multimídia (Os Colares, Plano de Telefonia, Brigadeiros, Explorando perímetro e área) que retratam aulas, desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, realizadas nos diferentes níveis de ensino Fundamental e Médio da rede pública de ensino do Paraná, contemplando, respectivamente, os conteúdos estruturantes: números e álgebra, tratamento da informação, geometria e medida (EF), e funções (EM). O caso multimídia Plano de Telefonia, assim como os outros que compõem o recurso multimídia, “é constituído por vídeos de sala de aula associados a outros elementos, tais como, plano de aula, entrevistas com os professores, produções escritas dos alunos, questões problematizadoras e textos” (CYRINO, 2016b, p. 83).

Nas próximas seções, discutimos, como quadro teórico, a constituição de CoPs na formação de professores, a exploração de recurso multimídia e a perspectiva do Ensino Exploratório em aulas de Matemática. Em seguida, apresentamos o contexto e o encaminhamento metodológico da investigação, seus resultados e suas conclusões.

## **A constituição de CoPs na formação de professores e a exploração de recurso multimídia**

As Comunidades de Prática – CoPs têm se constituído como um cenário fértil para aprendizagem de professores em processo de formação (BALDINI, 2014; CYRINO, 2016a; CYRINO; BALDINI, 2017; CYRINO; CALDEIRA, 2011; ESTEVAM, 2015; GARCIA, 2014; GRAVEN, 2003; NAGY, 2013; NAGY; CYRINO, 2014 ). De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 34, grifo nosso), uma

<sup>59</sup>Falaremos mais adiante sobre esse caso.

<sup>60</sup><http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem>

<sup>61</sup>Esse recurso multimídia faz parte do projeto “Rede de cooperação Universidade Estadual de Londrina/Universidade de Lisboa na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática”, financiado pelo CNPq. Pode ser acessado eletronicamente em uma plataforma *online* por meio de *login* e senha. Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

*CoP* se caracteriza por ser “um grupo de pessoas que *interagem, aprendem juntas*, constroem relacionamentos, e no processo desenvolvem um senso de *pertencer e comprometimento mútuo*”.

Neste estudo, optamos por considerar a Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) em Comunidades de Prática – CoPs, no processo de formação em oposição à aprendizagem focada na simples aquisição de informações. Nessa teoria, a CoP é o tecido social da aprendizagem, “é um espaço no qual se pode explorar a negociação de significados como um mecanismo para aprendizagem” (CYRINO, 2009, p. 98). Desse modo, aprender é consequência de um processo de negociação de significados, que envolve a interação entre os processos de participação (“pertencer a” ou “ser membro de” uma Comunidade de Prática) e de reificação.

A participação é um “processo complexo que combina ações como falar, sentir, pensar, dialogar, agir, pertencer. Envolve a pessoa como um todo, incluindo nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais” (WENGER, 1998, p.56). Assim, quando “[...] nos relacionamos com outras pessoas e agimos nas Comunidades de Prática às quais pertencemos, tomamos parte de uma ‘coisa’, compartilhamos e, portanto, participamos” (CALDEIRA, 2010, p. 23).

A reificação<sup>62</sup> refere-se ao processo de “moldar nossa experiência produzindo objetos que congelam essa experiência em coisa” (WENGER, 1998, p.58). Para Wenger (1998), essa “coisa” não necessariamente significa algo físico ou palpável, pois a reificação pode ser, por exemplo, um conceito. É por meio deste processo que projetamos nossos significados no mundo, “criando assim pontos de enfoque em torno dos quais a negociação de significado se organiza. [...] É dada forma a certa compreensão que, então, se converge em um foco para a negociação de significado” (WENGER, 1998, p.58-59). De acordo com Garcia (2014, p.53-54),

o processo de reificação se refere à manifestação de nossas experiências em uma espécie de “retrato” instantâneo. A imagem impressa no retrato dá visibilidade à experiência vivida naquele momento, e se torna uma referência para representá-la, mas não poderá revelar a experiência em si. Apesar de o retrato ser sempre o mesmo, a cada vez que recorreremos a ele para falar da experiência em si, sempre haverá algo novo que nos chamará a atenção ou algo que já

---

<sup>62</sup> O uso do termo reificação, segundo Wenger (1998, p. 58), é menos comum do que participação; entretanto, “[...] em conjunto com a participação, a reificação é um conceito muito útil para descrever o nosso engajamento com o mundo como produtor de significado”.

não nos parece tão importante quanto antes, produzindo novos significados.

Segundo Wenger (1998, p. 59), o termo reificação inclui processos, como “[...] fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, assim como perceber, interpretar, utilizar, reutilizar, decodificar e reformular”.

Os processos de participação e de reificação são interdependentes, distintos e complementares, interagem, porém não se misturam. Formam uma dualidade que é fundamental para a experiência do significado e para a natureza da prática. A participação revela o aspecto dinâmico do processo, enquanto a reificação possibilita estabelecer pontos de referência da trajetória de negociação de significados. É uma articulação do “contínuo” e do “discreto” na construção de significados. É nesse sentido que a participação e a reificação representam o processo de negociação de significados. Esses processos não são opostos, um não existe sem o outro, um não substitui o outro, implicam-se mutuamente e são essenciais às aprendizagens em CoPs. Uma mudança nas relações dos processos de participação e de reificação nunca é neutra, ela sempre transforma as possibilidades para negociar significados.

Em nosso estudo, consideramos também a importância das relações de confiança na formação de professores. Embora Wenger (1998) não tenha aprofundado a discussão a respeito desse aspecto em CoPs, essa relação foi destacada em outros estudos que envolveram a formação de professores em CoP (BALDINI, 2014; CALDEIRA, 2010; ESTEVAM, 2015; GARCIA, 2014; GRAVEN, 2003; NAGY, 2013). Segundo Graven (2003, p.32), esse elemento refere-se a aprender como um domínio<sup>63</sup>, e envolve “o discernimento para saber quando não sabemos algo, a confiança para admitir isso e a capacidade de acessar informações necessárias e apoio da comunidade profissional”. Para essa autora, é a confiança que permite ao participante de uma CoP ver a si mesmo como um aprendiz para toda vida e isso o mobiliza para um processo de mudança em suas formas de participação nas comunidades em que está envolvido. É tanto um produto da aprendizagem como um processo dessa aprendizagem.

Assim como acontece com as comunidades de prática, estudos apontam para as diversas potencialidades do uso de recurso multimídia, em especial a mídia vídeo, como ferramenta para a aprendizagem de professores em contextos de formação (BORKO et

---

<sup>63</sup>“Domínio é o elemento que mobiliza os membros a contribuírem e participarem da comunidade na busca da afirmação dos seus propósitos, ações, iniciativas, e valorização de seus membros; é o elemento que legitima a existência da comunidade” (CYRINO, 2009, p. 97).

al., 2014; BROPHY, 2004; CALANDRA; RICH, 2015; CYRINO, 2016b; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; OLIVEIRA; CANAVARRO; MENEZES, 2014; SEAGO, 2004; VAN ES; SHERIN, 2006, 2008, 2009, 2010). Esses estudos evidenciam que a exploração do recurso multimídia oferece oportunidades para os professores refletirem e interpretarem a respeito das complexidades das interações na sala de aula, conectando-as com suas próprias experiências pedagógicas.

O recurso multimídia tem a capacidade de mostrar as facetas das situações de sala de aula. Permite que eventos simultâneos de interação da sala de aula sejam descompactados. [...] o multimídia pode dar aos usuários acesso aos aspectos minuciosos de interação em sala de aula, bem como o controle sobre o uso de diferentes construções. (SULLIVAN; MOUSLEY, 2001, p.159)

A exploração de recurso multimídia na formação de professores também tem o potencial de possibilitar ao professor: melhorar o seu pensamento pedagógico e raciocínio (COLESTOCK; SHERIN, 2009); pensar sobre os desafios que envolvem a prática (MARKOVITS; EVEN, 1999); engajar-se em reflexões que permitem dar sentido às experiências e usar seus conhecimentos para tomar decisões futuras; promover discussões sobre o ensino e a aprendizagem, o conhecimento de Matemática e as práticas de ensino (BORKO et al., 2008; SMITH et al., 2014); “desenvolver uma visão do que é possível, que muitas vezes pode ser bastante diferente do tipo de ensino que normalmente eles têm a oportunidade de presenciar” (SHERIN; LINSENMEIER; VAN ES, 2009, p. 215); conhecer outras alternativas de ensino; e desenvolver sua capacidade de “*noticing*”<sup>64</sup>. Segundo Van Es e Sherin (2008), essa capacidade está relacionada com a visão profissional do professor e contempla três aspectos: identificar o que é importante em uma interação na sala de aula; interpretar aspectos significativos dessas interações fazendo conexões entre eles e os princípios mais amplos de ensino e aprendizagem que eles representam; e usar o que sabe sobre o contexto para raciocinar sobre as situações. Jacobs, Lamb e Phillip (2010) ainda incluem a ação de planejar respostas às situações de ensino observadas, como parte da capacidade de *noticing*, pois argumentam que, além de reconhecer o que é importante na sala de aula e interpretar as situações significativas, cabe ao professor decidir como irá responder aos desafios propostos. O recurso multimídia é considerado como um meio de o professor conhecer

<sup>64</sup>“A capacidade de *noticing* está relacionada à visão profissional do professor, em que ele seletivamente presta atenção a situações que ocorrem em sala de aula, e, então usa seus conhecimentos para dar sentido e interpretar esses eventos observados” (SHERIN; RUSS; COLLESTOCK, 2010, p.80).

diferentes alternativas de ensino<sup>65</sup> (SHERIN; VAN ES, 2009). Dentre elas, destacamos a perspectiva do Ensino Exploratório.

## A perspectiva do Ensino Exploratório

A perspectiva do Ensino Exploratório tem suas origens em uma perspectiva mais ampla de *inquiry-based teaching*<sup>66</sup> (ARTIGUE; BLOMHOJ, 2013; ERMELING, 2010; HMELO-SILVER; DUNCAN; CHINN, 2006; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; QUIGLEY et al., 2011; TOWERS, 2009) que se refere a formas de ensino sustentadas pela inquirição e centradas no aluno, na qual ele pode elaborar questões, explorar situações e desenvolver as suas próprias estratégias para solucioná-las, ou seja, “os alunos constroem significados; a aprendizagem significativa ocorre em um meio social, apoiada por contextos significativos e é um processo dialógico” (ENGELN; EULER; MASS, 2013, p.824).

De acordo com Chapman (2013), as abordagens de ensino sustentadas na perspectiva de *inquiry-based teaching* têm suas origens na filosofia de aprendizagem de John Dewey e nos estudos de Gordon Wells sobre *dialogic inquiry*<sup>67</sup>. Entretanto, enquanto os estudos de Dewey foram orientados para uma perspectiva cognitiva de aprendizagem, a abordagem de Wells pendeu para uma perspectiva sociocultural.

A perspectiva do Ensino Exploratório aparece no contexto educacional como uma perspectiva alternativa de ensino, na qual os alunos têm a oportunidade de engajar-se no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras<sup>68</sup>, que os mobilizam a construir conhecimentos sustentados pela compreensão. Apesar de ser muito divulgada no cenário internacional (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, 2014; CHAPMAN, 2013; CYRINO; OLIVEIRA, 2013; KATRIN; EULER; MASS, 2013; MASS; DOORMAN, 2013), essa forma de ensinar ainda se constitui um desafio para a maioria dos professores no Brasil (CYRINO, 2016c), pois sua implementação exige que

---

<sup>65</sup>Perspectivas alternativas de ensino estão fundamentadas na compreensão e no desenvolvimento do raciocínio do aluno, contrárias a perspectiva tradicional de ensino (ensino diretivo).

<sup>66</sup>A perspectiva de *inquiry* tradicionalmente não fazia parte da Educação Matemática, mas do ensino de Ciências. Essa perspectiva migrou para o ensino da Matemática com as reformas curriculares promovidas pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (SCHOENFELD; KILPATRICK, 2013).

<sup>67</sup>Wells (1999, p. 122) define *dialogic inquiry* como "a disposição de perguntar e de procurar compreender, em colaboração com os outros, na tentativa de responder a elas".

<sup>68</sup>Tarefas cognitivamente desafiadoras são aquelas que têm alto nível de demanda cognitiva, isto é, têm o potencial de envolver os alunos em uma atividade que desencadeie formas complexas de pensamento, mobilizando o trabalho autônomo do aluno (SMITH, STEIN, 2013).

o professor desempenhe papéis diferentes daqueles a que está acostumado no ensino diretivo.

Segundo Ponte (2005), a perspectiva do Ensino Exploratório envolve alguns aspectos essenciais para o seu desenvolvimento: (i) as tarefas devem ser cognitivamente desafiadoras; (ii) a gestão da aula, que envolve tanto o papel do aluno como do professor e o modo como as tarefas são trabalhadas em sala; e (iii) a comunicação que acontece durante a realização da tarefa. A seguir exploramos cada um desses aspectos.

As tarefas<sup>69</sup>, na perspectiva do Ensino Exploratório, devem favorecer o “raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p.256); “oferecer aos alunos oportunidades para ampliar o que eles conhecem e estimular a sua aprendizagem” (SHIMIZU et al., 2010, p. 8). Para Stein, Grover e Henningsen (1996, p. 456), a proposição e a implementação de tarefas cognitivamente desafiadoras têm o potencial de mobilizar os alunos a “discutir as suas ideias uns com os outros, onde o risco intelectual é alimentado por meio do respeito e da valorização do pensamento dos alunos, e, onde o tempo é suficiente e o encorajamento é fornecido para a exploração de ideias matemáticas”.

Quanto ao papel dos alunos, eles são convidados a desempenhar um papel ativo no trabalho com a tarefa, a interagir com os outros (professor e colegas), a fornecer justificativas para suas estratégias de resolução, de modo que todos possam compreender suas ideias e estar dispostos a ouvir a resolução de outros alunos (NATHAN; KNUTH, 2003).

Quanto ao papel do professor, ele aparece como o mediador das aprendizagens dos alunos. Para isso é essencial que tenha um “bom” conhecimento da tarefa que irá propor aos alunos, resolvendo-a de diversas maneiras, diferenciando as estratégias e as representações. Segundo Smith e Stein (2013), além de selecionar e conhecer (resolver) a tarefa, é pertinente que o professor elabore um plano de aula, o qual contemple os objetivos que ele quer alcançar e uma descrição minuciosa de “como” realizará sua implementação (gestão da aula).

Com relação à gestão da aula, é necessário que o professor crie um ambiente onde os alunos possam trabalhar ativamente, de modo a “discutir e compartilhar ideias, independente se estas são incompletas, confusas ou mesmo erradas” (MENEZES et al.,

---

<sup>69</sup>Aprofundaremos mais sobre esse elemento da perspectiva do Ensino Exploratório no segundo artigo desta Tese.

2003, p.49). Cyrino e Teixeira (2016) apresentam um *framework*<sup>70</sup> que contempla as seguintes ações em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório: antecipar; propor a tarefa; monitorar a resolução da tarefa; selecionar e sequenciar as resoluções para a discussão; discutir as resoluções; sistematizar as aprendizagens, que devem ser explicitadas pelo professor na elaboração do plano de aula e colocadas em prática durante o desenvolvimento da aula. Essas ações não são exclusivas da perspectiva do Ensino Exploratório e, portanto, podem ser contempladas em outras formas de ensino.

Quanto à comunicação, essa permeia “toda” a aula desenvolvida nesta perspectiva, por meio das interações e do diálogo entre os alunos e entre o professor e os alunos (WELLS, 2004). É a comunicação que possibilita aos alunos engajarem-se em atividades matemáticas; negociar significados; dar sentido a novas ideias; organizar seu pensamento; estabelecer conexões entre as ideias matemáticas e construir conhecimentos (NCTM, 2000). “Ao verbalizarem seus pensamentos por meio do diálogo, ao tentarem interpretar e dar sentido as verbalizações dos colegas, os alunos favorecem a comunicação e conseqüentemente sua aprendizagem” (YACKEL; COBB; WOOD, 1993, p.59). Smith e Stein (2013, p. 42) argumentam que “a comunicação é essencial para a aprendizagem dos alunos, pois, permite que aspectos de seu pensamento matemático sejam explorados e compreendidos”.

Smith e Stein (2013) e Wells (2004) argumentam que a comunicação não pode estar somente focada na oralidade, mas precisa acontecer também na escrita, nas representações gráficas, nos desenhos.

A comunicação é um processo dialógico, os significados são feitos por oradores e ouvintes, ou, escritores e leitores com respeito a enunciados individuais que são fortemente influenciados pelo contexto do discurso em que ocorrem. Saber, portanto, é tanto situado como dialógico. (WELLS, 2004, p.106, grifo nosso)

A implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório implica que o professor crie uma cultura de sala de aula que permita ao aluno pensar, raciocinar, resolver problemas e comunicar-se matematicamente a partir de seu engajamento com tarefas cognitivamente desafiadoras (SMITH, 2001). Para isso, ele deve estar preparado para lidar com as diferentes estratégias de resolução da tarefa (corretas e incorretas) durante as fases da aula e alinhá-las aos objetivos de aprendizagem determinados por

---

<sup>70</sup>O *framework* foi elaborado a partir das discussões do grupo Gepefopem com base em Stein et al. (2008) e Canavarro, Oliveira e Menezes (2012). Falaremos mais sobre o *framework* no capítulo 3 dessa tese.

ele previamente no plano de aula. E, embora ele não possa antecipar tudo o que irá acontecer, o plano de aula pode ajudá-lo a “formular objetivos claros e precisos de aprendizagem” (HIEBERT et al., 2007, p.51) e programar ações para a consecução desses objetivos.

## Contexto da investigação

Considerando as CoPs como espaço privilegiado para a aprendizagem de professores de Matemática (BALDINI, 2014; BELINE, 2012; CALDEIRA, 2010; ESTEVAM, 2015; GARCIA, 2014; GRAVEN, 2003; NAGY, 2013), constituímos em abril de 2015 um grupo com professores de Matemática da rede estadual de ensino do Paraná, com a intenção de cultivarmos uma CoP.

As reuniões do grupo aconteceram no período de maio de 2015 a julho de 2016, compreendendo 45 encontros com uma hora de duração cada. No ano de 2015, as reuniões realizaram-se semanalmente, às terças-feiras<sup>71</sup>, no colégio<sup>72</sup> no qual as professoras trabalhavam. No ano de 2016, aconteceram quinzenalmente, em local<sup>73</sup> diferente ao do ano anterior. A participação no grupo foi voluntária.

A dinâmica assumida pelo grupo respeitou e legitimou a individualidade, as emoções (frustração, medo, desejo de acertar, insegurança, dúvidas), as experiências, os conhecimentos, constituindo um ambiente de confiança e respeito mútuo. Esse modo de trabalho permitiu a constituição de uma CoP, nomeada pelos membros como Comunidade de Prática de Professores de Matemática, Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática, CoP-ProfMARE<sup>74</sup>.

Fizeram parte da CoP-ProfMARE no ano de 2015, as professoras Ana<sup>75</sup>, Luísa e Mariana e dois formadores<sup>76</sup> (pesquisadores). No ano de 2016, tivemos a participação de um novo membro, a professora Maísa, que começou a frequentar a CoP em abril do referido ano. Elas atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental, com turmas de 7º e

<sup>71</sup>Em alguns momentos, os encontros aconteceram em outros dias da semana, negociados com os membros da CoP, devido a eventos que ocorreram no Colégio ou a compromisso das professoras.

<sup>72</sup>Os encontros aconteceram no Colégio Estadual Antônio Garcez Novaes, município de Arapongas – PR.

<sup>73</sup>Os encontros aconteceram no Colégio Estadual Unidade Pólo, município de Arapongas – PR.

<sup>74</sup>A partir de agora, usaremos esta denominação para nos referir ao grupo que foi constituído intencionalmente para o desenvolvimento desta pesquisa.

<sup>75</sup>Os nomes são fictícios de modo a preservar a identidade das professoras.

<sup>76</sup>A primeira autora deste artigo e o pesquisador Julio César Rodrigues de Oliveira, mestrando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PECEM da Universidade Estadual de Londrina – UEL, que também tinha a CoP-ProfMARE como fonte de recolha de dados para a dissertação dele.

9º ano, com exceção de Mariana que também trabalhava com turmas do Ensino Médio. Eram licenciadas em Matemática, tinham pós-graduação na área de Ensino ou de Educação Matemática. As professoras Ana e Mariana também participaram do programa PDE<sup>77</sup>, desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação do Paraná - SEED.

Para investigar que aprendizagens foram manifestadas pelas professoras com relação à perspectiva do Ensino Exploratório em um contexto de uma Comunidade de Prática, utilizamos como ferramenta de formação o caso multimídia Plano de Telefonia.

## O caso multimídia Plano de Telefonia

Este caso apresenta uma aula<sup>78</sup> desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, na qual os alunos tiveram a oportunidade de construir o conceito de função, em especial as funções afim e linear, e ainda utilizaram o *software* GeoGebra para auxiliar na elaboração da representação gráfica, de modo a obter maior precisão nos gráficos.

Para a exploração na plataforma *online*<sup>79</sup>, este caso está organizado em seis seções, que contemplam diferentes mídias e estão assim dispostas: (1) *Introdução do caso multimídia*, que contém informações a respeito do contexto (escola, turma) na qual foi desenvolvida a aula, da professora protagonista do caso e as indicações sobre o uso do caso; (2) *Antes da aula*, constituída pelo enunciado da tarefa “Plano de Telefonia”, o plano de aula da professora, excertos do áudio da entrevista com a professora antes da aula e questões problematizadoras; (3) *A aula*, na qual aparecem os excertos dos vídeos (episódios)<sup>80</sup> com as ações da professora e dos alunos em sala de aula, questões problematizadoras relacionadas aos episódios e à perspectiva do Ensino Exploratório, as produções escritas dos alunos com as resoluções dos itens a, b, c da tarefa e quadro-

<sup>77</sup>O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) é uma política pública do estado do Paraná regulamentado pela Lei complementar nº130, de 14 de julho de 2010. Tem como objetivo proporcionar aos professores da rede pública estadual subsídios teóricos metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas e que resultem em redimensionamento de sua prática. Tem duração de dois anos, no primeiro ano o professor fica afastado integralmente de suas aulas para elaborar e organizar seu projeto de intervenção e, no segundo ano, tem afastamento de 25% de sua carga horária e utiliza o restante para intervenção.

<sup>78</sup>Um relato mais aprofundado dessa aula encontra-se em Baldini (2016).

<sup>79</sup> Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

<sup>80</sup>Esses episódios estão relacionados com as fases da perspectiva do Ensino Exploratório, sendo um para a fase proposição e apresentação da tarefa; cinco para a fase de desenvolvimento da aula; quatro para a fase de discussão coletiva e dois para a fase de sistematização.

síntese (para registro das ações da professora protagonista do caso); (4) *Reflexão após a aula*, apresenta os excertos do áudio<sup>81</sup> da entrevista da professora após a aula, questões problematizadoras com relação a entrevista e o *framework*, (5) *O GeoGebra*, constituído pelos excertos de vídeos<sup>82</sup> relacionados a alguns itens da tarefa Plano de Telefonia desenvolvidos com o uso desse *software*, questões problematizadoras relacionadas a esses episódios e ao uso do GeoGebra como recurso para a realização dos itens (d, e, f) da tarefa e excertos do áudio<sup>83</sup> da entrevista da professora após a aula e (6) *Colocar em prática*, que aparece como um convite aos participantes da formação para planejar e implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

As diferentes mídias que constituem o caso multimídia Plano de Telefonia permitiram às professoras da CoP-ProfMARE engajarem-se em reflexões e discussões a respeito do conceito de função e de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

## **Encaminhamento metodológico e Análise dos dados**

Este estudo situa-se em uma perspectiva qualitativa de pesquisa, assumindo características de pesquisa intervenção (BESSET; COUTINHO; COHEN, 2008; KRAINER, 2003). Segundo Krainer (2003, p. 98), uma pesquisa intervenção “é na maioria das vezes um processo orientado em um contexto limitado, gerado por meio da interação contínua e comunicação com a prática”.

Durante os encontros da CoP, procuramos desenvolver uma ação compartilhada na organização das tarefas, de modo a mobilizar as professoras a um papel mais ativo na construção de seus conhecimentos. Atuamos tanto como membro (formadora) na preparação das tarefas, na dinamização do grupo, buscando apoiar as professoras no seu processo de formação, quanto como pesquisadora, no empenho de ampliar nosso conhecimento e compreensão com relação à temática formação de professores.

Neste estudo, nosso foco de análise está na ação 1 do empreendimento “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia” (Quadro 4), que foi negociado conjuntamente com os membros da CoP-ProfMARE.

---

<sup>81</sup>Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se somente aos itens da tarefa realizados na sala de aula, pois outros itens aconteceram no laboratório de informática com o uso do software GeoGebra para a exploração da representação gráfica da função.

<sup>82</sup> A seção o GeoGebra contempla quatro vídeos.

<sup>83</sup> Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se aos itens da tarefa realizados no laboratório de informática do Colégio com o uso do *software* GeoGebra.

Quadro 4 – Ação<sup>84</sup> 1 do empreendimento “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia”

Ação 1	Descrição
Exploração do caso multimídia “Plano de Telefonia” (seções Antes da aula, A aula, Reflexão após a aula)	Os membros da comunidade ouviram e analisaram os excertos das entrevistas (antes da aula e após a aula) da professora protagonista do caso multimídia. Resolveram e discutiram a tarefa Plano de Telefonia. Socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes. Analisaram os excertos dos vídeos <sup>85</sup> , as produções escritas dos alunos, responderam às questões problematizadoras. Elaboraram um quadro-síntese, apontando as ações da professora protagonista para cada uma das fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

**Fonte:** As autoras

As discussões que ocorreram na Cop-ProfMARE foram gravadas em áudio<sup>86</sup> e transcritas, de modo que as declarações das professoras pudessem ser captadas na sua forma original, mantendo a integridade dos diálogos. Em alguns episódios transcritos, com afirmações das professoras, corrigimos erros de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem. Porém, com muito cuidado de modo que não alterássemos o sentido do que havia sido “dito”. Quando a correção prejudicaria a compreensão ou mudaria o sentido da declaração ou diálogo, mantivemos a fala original.

Para análise das informações coletadas, utilizamos: as transcrições e episódios de encontros do grupo (TE); as produções escritas elaboradas pelas professoras (PE); e as anotações do diário de campo da pesquisadora (DC).

A fim de identificar as aprendizagens (WENGER, 1998) manifestadas pelas professoras com relação à perspectiva do Ensino Exploratório, fizemos uma leitura minuciosa das informações contidas nesses instrumentos, uma análise interpretativa, a identificação de padrões e a codificação.

Neste estudo, organizamos a análise a partir das trajetórias de aprendizagem das professoras da CoP-ProfMARE, durante a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia, por meio de suas seções: Antes da aula, a Aula e Após a aula, e por fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Para identificar a informação descrita na análise, utilizamos o nome fictício de quem forneceu a informação, seguido de um

<sup>84</sup>Foram desenvolvidas outras ações ao longo deste empreendimento, porém para este artigo consideramos somente a Ação 1.

<sup>85</sup>Episódios explorados nesse empreendimento relacionados à seção A aula foram: episódio 1 (fase proposição e apresentação da tarefa); episódios 4, 5 e 6 (fase desenvolvimento da tarefa); episódios 8, 9 e 10 (fase de discussão coletiva) e episódios 11 e 12 (fase de sistematização).

<sup>86</sup>No primeiro encontro, entregamos um termo de consentimento livre e esclarecido com informações detalhadas sobre os objetivos e os procedimentos do estudo e uma solicitação de permissão das professoras para que os encontros pudessem ser audiogravados.

código que identifica o instrumento (TE, PE ou DC) e a data em que ela foi obtida. Em seguida, discutimos as aprendizagens relacionadas à perspectiva do Ensino Exploratório, manifestadas pelas professoras, associadas: às ações e papéis do professor, ao papel do aluno, à gestão da aula e à importância do planejamento da aula.

### **Aprendizagens evidenciadas pelas professoras da CoP-ProfMARE durante a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia**

Com a intenção de cultivarmos e constituirmos uma CoP, na qual fosse possível fomentar as aprendizagens profissionais das professoras participantes com relação à perspectiva do Ensino Exploratório, procuramos estabelecer um ambiente no qual elas pudessem se engajar em discussões e reflexões e assumir um papel ativo no seu processo de formação. As professoras mostraram-se, desde o início, dispostas ao trabalho no grupo, não tiveram medo de se expor e admitir que “não sabiam” tudo e consideravam que o grupo além de ajudá-las, seria também um local para “desabafar”, compartilhar as dificuldades do dia a dia de sala de aula. Assim, o grupo possibilitou a elas interagir, aprender juntas e construir relacionamentos (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002).

A exploração da Ação 1 do empreendimento “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia” ocorreu de forma sequencial<sup>87</sup> e contemplou as seções Antes da aula, A aula e Reflexão após a aula, com a intenção de permitir às professoras elaborarem gradualmente, “passo a passo”<sup>88</sup>, aprendizagens acerca da perspectiva do Ensino Exploratório e, aos poucos, inserir essa forma de ensinar em sua prática pedagógica.

Para o trabalho com o caso multimídia Plano de Telefonia, utilizamos a seguinte dinâmica: primeiro as professoras exploravam a mídia individualmente<sup>89</sup>, por exemplo analisavam um episódio da fase “proposição e apresentação da tarefa” (seção *A aula*) e, no encontro seguinte, socializavam e compartilhavam as suas ideias e reflexões com os demais participantes da CoP, realizando uma discussão coletiva<sup>90</sup>.

---

<sup>87</sup> Porém, durante a exploração do caso multimídia, as professoras tinham a liberdade de retomar as outras seções e subseções quando sentissem necessidade.

<sup>88</sup> Usamos esta metáfora com a intenção de especificar que essas aprendizagens foram construídas aos poucos, que não ocorreram de uma vez só.

<sup>89</sup> Essa opção de trabalho foi escolhida pelas professoras pelo fato de sermos um grupo pequeno.

<sup>90</sup> Os formadores tinham acesso às respostas elaboradas pelas professoras às questões problematizadoras antes da discussão coletiva, de modo que pudessem analisá-las e elaborar questões inquiridoras para o

A seguir, apresentamos algumas aprendizagens manifestadas pelas professoras no desenvolvimento da CoP-ProfMARE na exploração das seções *Antes da aula*, *A aula* e *Reflexão após a aula*, do caso multimídia Plano de Telefonia, que constituíram as seguintes categorias de análise: (i) aprendizagens evidenciadas pelas professoras na exploração da seção *Antes da aula*, (ii) aprendizagens evidenciadas pelas professoras na exploração da seção *A aula* e (iii) aprendizagens evidenciadas pelas professoras na exploração da seção *Após aula*.

## **Negociações de significados durante a exploração da seção *Antes da aula***

Um dos potenciais da utilização de casos multimídia em contextos de formação é mobilizar os professores a desenvolver sua atenção seletiva e interpretar as complexidades de sala de aula, fazendo conexões com sua prática pedagógica (COLESTOCK; SHERIN, 2009). A perspectiva do Ensino Exploratório exige que o professor desenvolva ações diferentes daquelas a que está habituado, tais como: não dar as respostas aos alunos ou validá-las durante a resolução da tarefa (STEIN; GROVER, HENNINGSEN, 1996; STEIN, et al., 2008).

Ao analisar a entrevista da professora Loreni<sup>91</sup>, uma das questões que as professoras tiveram que responder foi: “Quais as características da aula que foram referidas pela professora”? Durante a discussão de suas respostas, destacamos o episódio a seguir.

- Ana:** *[...] o trabalho em grupo, a necessidade de o aluno ser mais participativo...*  
**Mariana:** *Os alunos vão descobrindo por si mesmo, e a professora não fica passando no quadro, ou seja, fica ali só explicando.*  
**Luísa:** *Ah, tem a parte que os alunos terão que expor suas ideias e registrar suas resoluções.*  
**Ana:** *A Loreni vai orientar o trabalho, acho que ela fala “monitorar” os alunos.*  
**Luísa:** *Ela fala que a aula vai ser uma oportunidade de os alunos colocarem a “mão na massa”, que não será transmissão de conteúdos, os alunos vão pensar no que estão fazendo.*

(TE, 28/07/2015)

---

momento da discussão, que seriam utilizadas, se necessário, para mobilizar as professoras a explicar, justificar suas respostas.

<sup>91</sup>Esta entrevista encontra-se na seção *Antes da aula* (subseção planejamento da aula - intenções e finalidades).

As professoras evidenciaram ter clareza de que a aula desenvolvida pela professora Loreni não aconteceria nos moldes do ensino tradicional e apontaram algumas ações do professor, como, orientar e monitorar o trabalho em sala de aula e não dar as respostas prontas aos alunos.

Quanto ao papel do aluno, destacaram que ele deverá ser mais participativo, registrar e expor suas resoluções e ideias durante a aula, isto é, deve ser o protagonista do seu processo de aprendizagem. Quanto ao papel do professor, reconheceram a necessidade de ele ter clareza de que ensinar vai além da transmissão de conteúdos. Segundo Canavarro (2011), na perspectiva do Ensino Exploratório, os papéis tanto do professor quanto do aluno são diferentes daqueles assumidos no ensino diretivo e isso pode se constituir em um obstáculo para a implementação de aulas nesta perspectiva.

Salientaram, quanto à gestão de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, o fato de a professora protagonista do caso propor que os alunos trabalhassem em grupo (GOOD et al., 1990; ALLEN, 2012).

## **Negociações de significados durante a exploração da seção A aula**

A seção *A aula* está organizada em torno das fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, nomeadamente: proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva e sistematização. Ao analisar e discutir a fase de proposição e apresentação da tarefa, as professoras destacaram dois aspectos: o trabalho em grupo e a necessidade de leitura da tarefa.

- Mariana:** *A Loreni é corajosa hein! **Trabalhar em grupo** no Ensino Médio! Com esses alunos que temos hoje! **Eu não consigo**. A minha sala de primeiro ano, por exemplo, vira uma bagunça total. **Eu perco o controle da sala**.*
- Ana:** *Acho que trabalhar em grupo com os alunos menores até dá.*
- Mariana:** *Mas com os alunos maiores eu só **trabalho individual**. Com os alunos do sétimo até que vai.*
- Formadora:** *Quer dizer que vocês acham que o trabalho em grupo não é viável para a sala de aula?*
- Ana:** *Não é que não é viável, é que é **difícil**. Não é fácil você auxiliar todos os grupos, os alunos podem se dispersar ou um aluno faz e os outros só copiam. Nossos alunos não sabem trabalhar em grupo. O máximo que eu trabalho é duplas.*
- Mariana:** *Eu também gosto de **duplas**. Também depende da sala.*
- Luísa:** ***Eu gosto de trabalhar em grupos, mas, tenho um pouco de medo de não saber conduzir a aula, de virar bagunça, igual à professora Mariana falou. Acho legal porque os alunos podem interagir, mas ao mesmo tempo não sei como lidar.***
- Mariana:** *Acho que é bem isso, **não sei lidar com o trabalho em grupo**. Fico*

*apavorada, pensando que não vai dar certo.*

(TE, 15/09/2015)

Por meio do episódio anterior, observamos que as professoras consideram que é papel do professor ter confiança e controle do seu trabalho, manter a sua autoridade, para que os alunos possam resolver a tarefa e não copiar a resolução dos colegas. Para tanto, cabe a ele auxiliar o trabalho em grupo, promover a interação entre os alunos e monitorar para que não se dispersem.

As professoras declararam que o trabalho em grupo é uma forma “difícil” de ser gerenciada. E apresentaram dois motivos para justificar o fato de não se valerem desse recurso em suas aulas: o medo de “perder o controle”, isto é, os alunos se distraírem e a aula se tornar uma “bagunça”, e o fato de não saberem “lidar” com essa forma de organização, por isso recorrem com mais frequência ao trabalho em dupla ou individual (SMITH; STEIN, 2013). Essa preocupação demasiada de “perder o controle” dos alunos está sustentada na ideia de que uma sala de aula tem que ser silenciosa e os alunos enfileirados para que a aprendizagem aconteça, ideias presentes em um ensino tradicional.

Ao longo dos encontros, as professoras explicitaram em suas declarações e nas produções escritas que uma aula considerada “desorganizada” representa que o professor não tem autoridade na sala de aula, e essa situação não é vista com “bons olhos” pela comunidade escolar. Essa preocupação pela “ordem disciplinar” pode inibir as professoras de implementar formas alternativas de ensino (SMITH; STEIN, 2013). Em seu caderno, Mariana expõe essa vulnerabilidade.

*[...] Não trabalho assim (em grupo) porque sempre preferi fazer como estava acostumada. **Tenho medo que fuja o “controle” da turma. Parece que a sala não tem professor.** (Isso é horrível).*

(Mariana, PE, 23/09/2015)

No entanto, as professoras valorizam a necessidade de manutenção de uma dinâmica que privilegie a participação efetiva dos alunos.

Durante as discussões, por meio de perguntas provocativas, inquiridoras, instigamos as professoras a pensar sobre a importância do trabalho em grupo para a aprendizagem do aluno. Sabemos que esse modo de organizar os alunos na sala de aula exige um trabalho intenso do professor, pois ele precisa gerenciar os grupos de modo a atendê-los adequadamente. Durante a exploração do caso multimídia, percebemos que

as professoras reconheceram a relevância do trabalho em grupo. Em uma de suas produções escritas, Mariana evidencia que começou a modificar seu pensamento com relação a esse tipo de trabalho.

*[...] Hoje vejo que incorporaria o trabalho em grupo, porque acho importante as interações que surgem entre eles (alunos) na resolução da tarefa. O trabalho em grupo dá a oportunidade dos alunos de interagirem, discutirem suas ideias, sem ficar se preocupando em decorar fórmulas [...] Dá mais independência ao aluno.*

(Mariana, PE, 25/10/2015, grifo da professora)

De acordo com Stein et al. (2009), o trabalho coletivo em contextos de formação pode proporcionar aos professores a oportunidade de se envolver em reflexões que os ajudem a dar sentido às suas experiências, assumindo um papel ativo na construção de seus conhecimentos profissionais. Ao longo dos encontros da CoP, as professoras se engajaram conjuntamente no desenvolvimento da prática da comunidade e manifestaram aprendizagens com relação à gestão de aula, em especial, ao trabalho em grupo e à importância de manutenção de uma dinâmica de aula que fomentasse a aprendizagem dos alunos. A professora Mariana reificou sua ideia no que diz respeito a essa dinâmica de aula e, então, passou a promovê-la em suas aulas.

Outro aspecto destacado pelas professoras com relação à fase de proposição e apresentação da tarefa foi a leitura da tarefa. Apresentamos a seguir um episódio que emergiu durante as discussões.

**Formadora:** *Vocês leem a tarefa, ou deixam os alunos lerem?*

**Mariana:** *Eu sempre leio.*

**Formadora:** *Por quê?*

**Mariana:** *Porque geralmente eles (os alunos) pegam a tarefa e não leem e já vão dizendo que não sabem fazer. Às vezes eu não leio, aí falo: “hoje eu não vou ler para vocês, eu quero ver o que vocês vão conseguir fazer e entender sozinhos”. E dou um tempo. Só que **eu sou muito ansiosa**, não consigo esperar, tenho dificuldade com isso e **acabo lendo e falando o que é para fazer**.*

**Ana:** *Assim **nós estragamos os alunos**. Nós os acostumamos a esperar nossa leitura. Não damos tempo para eles pensarem e eles sabem disso, então, não fazem. **Eu acho que isso é errado**, eu acho que é errado. É algo que temos que corrigir.*

**Luísa:** ***Eu também leio**. Mas quando eu vi este vídeo da “proposição e apresentação da tarefa”, eu fiquei na dúvida se na entrevista a Loreni não tinha falado que ela fazia a leitura. Voltei lá na entrevista e o que me chamou a atenção foi que **ela justificou que pediria para um aluno ler, justamente para que ela não enfatizasse algumas palavras da tarefa**. Porque é bem isso, nós temos este hábito de ler e ir destacando as **palavras-chave da tarefa**.*

(TE, 15/09/2015)

Ler a tarefa e realçar as “palavras-chave” parece ser um hábito na conduta dessas professoras. Mesmo de forma inconsciente, elas subestimam a capacidade de seus alunos de ler e de interpretar enunciados (STEIN; SMITH, 1998). Ana reconhece que essa ação pode impedir os alunos de pensar por si mesmos. Luísa retoma a entrevista de Loreni e argumenta que dar ênfase às palavras-chave era uma preocupação dessa professora e foi por esse motivo que ela não realizou a leitura da tarefa. Em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, é relevante que o professor crie um ambiente no qual o aluno possa desenvolver sua autonomia (CANAVARRO, 2011) e, ao ler a tarefa, enfatizando as palavras-chave, o professor, sem perceber, pode eliminar os aspectos desafiadores e, assim, impedir que o aluno desenvolva formas complexas de pensamento (STEIN et al., 2009).

Quanto à fase de desenvolvimento da aula, após analisarem os episódios e responderem às questões problematizadoras, as professoras participantes da CoP apontaram algumas ações da professora protagonista do caso multimídia e evidenciaram a relevância do plano de aula para essa fase.

- Formadora:** *O que vocês destacam nos excertos de vídeos que vocês assistiram?*
- Mariana:** *Primeiro, que ela (Loreni) teve muito trabalho. Segundo que foi uma aula diferente do ensino tradicional. O tempo todo ela passava nos grupos, auxiliando, como ela falou antes “monitorando” os alunos.*
- Ana:** *[...] ela não falava a resposta aos alunos. Ela ia questionando-os. Atendia os alunos, monitorava, aproveitava as ideias deles para fazê-los refletir ou encaminhar a tarefa.*
- Luísa:** *Ela incentivou os alunos a fazerem a tarefa. Fazia perguntas, para ver como os alunos estavam pensando, e se eles estavam em uma linha de pensamento coerente, se estavam atendendo o que o exercício estava pedindo. Não dava respostas, monitorava a resolução nos grupos.  
[...]*
- Mariana:** *Agora ficou claro o porquê ela colocou no plano as resoluções que os alunos poderiam fazer, para ela já ter uma ideia do que ia encontrar.*
- Luísa:** *Ela também escreveu no plano os questionamentos que ela iria fazer*
- Mariana:** *Super legal! Porque aí o plano é uma base para você dar a aula. Embora nós não conseguimos planejar tudo, tem coisas que fogem ao nosso controle.  
[...]*

(TE, 22/09/2015)

As professoras identificaram algumas ações da professora Loreni durante a fase do desenvolvimento da aula e agregaram o termo “monitorar” ao repertório da CoP-ProfMARE.

Mariana reconheceu (reificou) a importância do plano de aula e argumentou que este serve de apoio ao professor, apesar de não ser possível planejar tudo (SMITH;

STEIN, 2013). No plano de aula, é relevante registrar diferentes formas de resolução da tarefa, registrar prováveis questionamentos a serem feitos aos alunos, antecipar possíveis dúvidas dos alunos.

As professoras evidenciaram que a professora Loreni (protagonista do caso Plano de Telefonía) não respondeu diretamente às perguntas dos alunos, mas, procurou compreender o modo como eles estavam pensando e usou questionamentos para ajudá-los a desenvolver a tarefa, de modo a valorizar as ideias elaboradas por eles na dinâmica da aula. Segundo Chappin, O'Connor e Anderson (2003), o papel do professor na sala de aula é ser mediador, por isso não deve fornecer respostas diretamente ao aluno.

No desenvolvimento da CoP-ProfMARE, foi possível notar demonstrações de confiança entre os membros da CoP. Por exemplo, a professora Mariana reconheceu que tinha dificuldade em gerenciar o trabalho com a tarefa sem falar as respostas aos alunos, que não conseguia dar-lhes tempo para elaborar a resolução, que interferia e realizava a tarefa por eles. Ao explicitar suas fragilidades, ela demonstrou ter confiança nos membros da CoP. Suas ações não oportunizavam aos seus alunos assumir a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, característica essencial para as perspectivas baseadas no *inquiry-based teaching* (CHAPPIN; O'CONNOR; ANDERSON, 2003).

- Mariana:** *Gente eu tenho muita dificuldade nisso. Muita! É ruim porque tem aluno que gosta de pensar um pouquinho, de fazer, e de repente você fala, aí o aluno fala: “ah, professora agora não tem mais graça, agora você já fez né?!”. Mas, também tem um detalhe, é difícil ficar esperando todo mundo terminar a tarefa na sala, senão você não caminha.*
- Formadora:** *Mas precisamos esperar todos terminarem?*
- Ana:** *A maioria sim, mas todos acho difícil. Penso que o professor tem que avaliar o momento de começar a fazer a correção. Foi por isso que a Loreni estipulou um tempo para cada fase, lá no planejamento.*
- Luísa:** *Eu acho que essa questão do tempo é bem bacana, porque isso não deixa que você fique parada ali na tarefa. E como você vai monitorar os grupos, você tem consciência de como está o andamento da tarefa, você vai tentar que pelo menos a maioria termine.*
- Ana:** *É. Se você monitorar os grupos, então, você já tem noção do que está acontecendo. Você (refere-se a Mariana) ainda está em conflito com a aula tradicional, o que estamos vendo aqui não tem nada a ver com uma aula tradicional.*

(TE, 29/09/2015)

As professoras reconheceram a importância de estabelecer um tempo para o aluno realizar a tarefa (SMITH; STEIN, 2013) e associaram esse aspecto com o “bom” desenvolvimento da aula. Definir um tempo apropriado para o trabalho com tarefa é

uma decisão fundamental na prática pedagógica do professor, pois “ao oferecer tempo excessivo para a resolução da tarefa o aluno pode se dispersar, porém, quando não é oferecido tempo suficiente, esse trabalho pode ficar comprometido” (STEIN et al., 2009, p.16). Do mesmo modo, é significativo no plano de aula estabelecer um tempo para cada fase da aula.

Desenvolver um ensino na perspectiva do Ensino Exploratório pode suscitar vários obstáculos ao professor, pois exige habilidades que não são familiares nas aulas tradicionais (CHAPMAN, 2013; SULLIVAN et al., 2015), tais como: apoiar o aluno em seu trabalho autônomo, usar questionamentos que o mobilizem a pensar sobre, justificar suas ideias, a não validar as suas respostas (ENGELN; EULER; MASS, 2013; STEIN et al., 2008).

De modo geral, podemos inferir que as professoras perceberam que ensinar de forma diferente da tradicional é possível (SHERIN et al., 2009) e começaram (ao longo do desenvolvimento da CoP) a adotar em sua prática ações como: monitorar o trabalho dos alunos sem resolver a tarefa por eles, dar um tempo apropriado para a realização da tarefa. Ao longo do empreendimento, as professoras observaram atentamente as situações apresentadas no caso multimídia, dando-lhes sentido e, assim, contribuindo para o desenvolvimento de sua capacidade de *noticing* (VAN ES; SHERIN, 2002).

Em vários encontros, incentivamos as professoras a desenvolver a perspectiva do Ensino Exploratório, usando as tarefas realizadas e discutidas na CoP-ProfMARE, bem como nos oferecemos para acompanhá-las durante essa experiência. Apresentamos a seguir um relato da experiência de Mariana que tinha começado a desenvolver aulas nessa perspectiva de ensino.

**Mariana:** *Dei uma tarefa no 7º ano e fiz igual a Loreni. Dei a tarefa do voo em V, que eu trabalhei no PDE. Fiz a leitura, perguntei se alguém tinha dúvida... Ah, detalhe, trabalhei em grupo (três alunos cada). Fui andando pela sala e ajudando os grupos, me reprimi ao máximo para não falar a resposta, ou ajudar demais os alunos. Fui deixando... Eles conversaram entre eles, e eu observando, questionando. Se alguém precisava eu ajudava. E eu ali, segurando para não interferir demais, segurando a ansiedade. E não é que a aula deu certo! Foi super legal! A aula foi uma delícia. Os alunos gostaram. Eu só não cheguei na sistematização. Mas pedi para alguns alunos apresentarem, fui fazendo perguntas... Gostei. Não vejo a hora de ver o resto da aula da Loreni. Não chamei vocês para assistirem porque fiquei com medo de não dar certo.*

(TE, 29/09/2015)

A professora Mariana começou a refletir sobre sua prática pedagógica e sentiu-se desafiada a implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. A cada encontro, essa professora estava mais empolgada com sua experiência e compartilhou na CoP algumas tarefas e um texto<sup>92</sup> a que tinha tido acesso em outra formação<sup>93</sup>, com a mesma temática da perspectiva do Ensino Exploratório. Em uma das discussões na CoP, Mariana fez a seguinte declaração com relação ao empreendimento:

*Eu estou achando interessante isso, de pensar no jeito que a gente dá aula, na perspectiva do Ensino Exploratório. Eu vi, assim, que eu dava muito a resposta para o aluno. Eu estou achando interessante, e **tudo isso está me levando a pensar**. Porque eu trabalho muito exercício, muito conteúdo e fico só na repetição. Eu falo como tem que fazer, não são eles (alunos) que descobrem. Naquele dia que o Júlio perguntou, se os alunos descobrem que dá para fazer uma reta apenas com dois pontos, eu falei, eu conto para eles. Olha o que eu fazia! Eu contava. Eu não deixava descobrir, interferia demais. **O que nós vemos aqui no Ensino Exploratório é que o aluno tem que ser ativo e o professor só precisa orientar para ver se ele está em um caminho certo ou ajudá-lo a conseguir partir para uma resolução.***

(Mariana, TE, 10/11/2015)

Essa declaração de Mariana deixa claro que a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia a ajudou a refletir sobre sua maneira de gerenciar os processos de ensino e de aprendizagem. Vimos no episódio anterior que ela começou a repensar e a modificar seu papel em sala de aula, reificando a ideia de que os alunos conseguem trabalhar em grupo e são capazes de resolver, sozinhos, a tarefa sem a sua intervenção. Ao compartilhar suas experiências, Mariana encorajou as outras professoras da CoP a implementar aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Então, Luísa, compartilhou sua experiência.

**Luísa:** *Pessoal, tenho que compartilhar com vocês. Foi muito bom, mas foi engraçado. Lá estava eu **tentando praticar a perspectiva do Ensino Exploratório, “me achando”**. Dei a tarefa, **pedi para um aluno fazer a leitura, expliquei que era para escrever como pensaram...** Estou **monitorando os grupos**, oitavo ano, fazendo questionamentos, o aluno perguntava, eu **devolvia com uma pergunta...** até que cheguei em um grupo e uma aluna me fez uma pergunta, eu **peguei e fiz outra com a intenção de que ela refletisse e olhasse para a tarefa e percebesse o que estava errando**. A aluna insistiu na pergunta e eu insisti em continuar devolvendo outra pergunta, até que uma aluna do grupo falou assim **“você não está vendo que***

<sup>92</sup>CANAVARRO, A. P; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. *Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia*, 2012.

<sup>93</sup>Essa formação refere-se ao Grupo de Trabalho em Rede (GTR), que é uma das ações desenvolvidas pelos professores que cursam do PDE (tutores), promovido pela SEED. É ofertado a todos os professores da rede estadual de ensino do Paraná, sendo sua realização exclusivamente *online*. A professora Mariana era participante deste GTR e inscreveu-se nesta formação mobilizada pelo seu interesse em aprofundar seu conhecimento sobre a perspectiva do Ensino Exploratório, temática discutida na CoP-ProfMARE e também trabalhada no GTR.

*nem a professora sabe responder, por isso que ela não está te respondendo”. Pode isso!*

**Formadora:** *E aí o que você fez?*

**Luísa:** *Então, expliquei que eu não queria falar a resposta porque queria que elas pensassem. Fiz outra pergunta e deixei que o grupo pensasse. Saí de perto, depois voltei, mas eu vi que elas não se conformaram muito não. Mas, tirando esse episódio a aula foi boa. Só não consegui chegar na sistematização. E discussão foi mais ou menos. Mas é o começo, né!. **Acho que só com o tempo vamos ganhando experiência com essa forma de ensinar.** Sei que foi muito produtivo.*

(TE, 20/10/2015)

A experiência relatada por Luísa vem corroborar a afirmação de que os alunos, assim como alguns professores, não sabem lidar com formas alternativas de ensino (CHAPPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003). Os alunos estão tão habituados com o modo tradicional, no qual a prioridade é a repetição de procedimentos sem significado e a memorização, que, equivocadamente, associaram a ação da professora de questioná-los com uma provável falta de conhecimento. Smith e Stein (2013) argumentam que é complicado para o aluno trabalhar de uma maneira que nunca vivenciou. Por isso, é fundamental que o professor, aos poucos, vá construindo uma cultura de sala de aula que privilegie a perspectiva do Ensino Exploratório, na qual ele e aluno assumam papéis diferentes daqueles que, até então, desempenhavam no ensino diretivo (ENGELN; EULER; MASS, 2013).

A afirmação de Luísa de que “*só com o tempo vamos ganhando experiência com essa forma de ensinar*” vem ao encontro da afirmação de McGraw (2002, p.10) de que “o ponto chave é fazer as mudanças do ensino diretivo para a perspectiva do Ensino Exploratório lentamente, o professor e os alunos precisam sentir-se confortáveis. Os dois precisam ser bem sucedidos”. Ainda, McGraw et al. (2007) argumentam que a perspectiva do Ensino Exploratório representa uma nova, diferente e complexa situação de sala de aula para professores e alunos, assim é necessário tempo para que ambos façam a transição para os novos tipos de atividades de sala de aula.

Portanto, as professoras legitimaram a CoP-ProfMARE como um espaço formativo para a aprendizagem, e a perspectiva do Ensino Exploratório como uma forma de ensinar possível de ser implementada em suas aulas. Em seu caderno, Luísa declarou que participar do grupo permitiu a ela aprender muitas “coisas” sobre a profissão de professor, como agir, como lidar com certas dificuldades na sala de aula. Ressaltou também que o fato de os outros membros da CoP terem mais experiência de sala de aula, oportunizou a ela o compartilhamento de dúvidas, angústias durante os

encontros. De acordo com Wenger (1998), não importa a forma que a aprendizagem tenha, ela muda quem somos, modifica nossa habilidade de participar, de pertencer, de negociar significados, muda a nossa identidade.

Observamos que a participação e o engajamento das professoras nas ações da CoP-ProfMARE estavam, a cada encontro, mais intenso. A exploração do caso multimídia, as discussões e o compartilhamento de experiências na comunidade possibilitaram a elas refletir sobre a sua prática, o seu papel em sala de aula, extrair aspectos relevantes da experiência que analisaram no caso e aplicar às suas aulas (SMITH, 2001).

Quanto à fase de discussão coletiva, antes de analisar os episódios, solicitamos às professoras que fizessem a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos para a tarefa Plano de Telefonía. Em seguida, pedimos que escrevessem no caderno o que entendiam sobre esta fase.

*Comparar as diferentes estratégias dos alunos. Ajudar os alunos que não chegaram à solução encontrar um caminho, entender a tarefa.*

(Ana, PE, 24/09/2015)

*Mostrar as diferentes estratégias usadas pelos alunos. A discussão é mais uma chance de saber o que o aluno está pensando, se ele realmente entendeu. Se os outros que não entenderam com o colega falando, explicando, talvez possam entender, com os questionamentos da professora. Por isso, acho que discussão coletiva é uma fase muito importante no Ensino Exploratório.*

(Mariana, PE, 26/09/2015)

Para essas professoras, o objetivo da fase de discussão coletiva era comparar as resoluções dos alunos. Porém, indicaram outros aspectos que podem ser explorados durante essa fase, como, ajudar os alunos que não conseguiram realizar a tarefa a compreendê-la. Mariana abordou uma característica importante desta fase, “*a discussão é mais uma chance de saber o que o aluno está pensando*” (PE, 26/09/2015) (STEIN et al., 2008). No entanto, é essencial que a fase de discussão coletiva não se limite a simples comparação das resoluções dos alunos, mas que o professor faça conexões entre as ideias matemáticas envolvidas e mobilize os alunos a “aprenderem a comunicar as suas ideias, tornando público o seu pensamento e a avaliar as suas próprias ideias matemáticas e as dos outros” (SMITH; STEIN, 2013, p.1). Assim, a fase de discussão coletiva pode proporcionar aos alunos a oportunidade de dar sentido a novas ideias (CHAPIN; O’CONNOR; ANDERSON; 2003).

As professoras destacaram que o uso de questionamentos pelo professor para conduzir esta fase da aula ajuda os alunos a esclarecer o que fizeram e a evidenciar aspectos da tarefa que tinham ficado despercebidos (SULLIVAN; MOUSLEY, 2001; SULLIVAN et al., 2015).

Quanto à ação de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, as professoras declararam que essa foi a ação mais “difícil” do empreendimento, pois tiveram dúvidas de quais produções escolher, quais eram mais apropriadas para a discussão. Após a exploração dos episódios, fizemos a discussão sobre o que elas analisaram.

- Luísa:** *[...] a fase de discussão coletiva, não é só comparar as diferentes resoluções, mas fazer relação entre elas, destacando os conceitos importantes para a aula. Motivar os alunos a reconhecer diferentes procedimentos.*
- Ana:** *Sabe, depois que escolhemos as produções, eu percebi a dificuldade que tive, mas, agora ao assistir os vídeos percebi que se eu tivesse olhado no plano os objetivos da aula, talvez, tivesse sido mais fácil escolher as produções. [...] porque toda a aula está girando em torno dos objetivos.*
- Luísa:** *Verdade! Ela (Loreni) escolheu as diferentes estratégias pensando nos objetivos.*
- Ana:** *Eu nem pensei nisso no momento que fiz as minhas escolhas. [...] a Loreni... não podia escolher qualquer resolução.*
- Luísa:** *Na verdade, a Loreni teve que focar nos objetivos da aula o tempo todo, tanto na fase de elaboração do plano, no desenvolvimento da aula, agora na discussão coletiva.*
- Formadora:** *Ana, você disse que a Loreni não podia escolher qualquer resolução, por quê?*
- Ana:** *Porque... Porque ela precisa de resoluções que ajudem a discutir o conceito de função. Se ela tivesse escolhido uma resolução que não correspondia ao que ela queria, não tinha sentido. Como ela ia fazer a sistematização? Não dava para estabelecer o conceito de função.*
- Luísa:** *Será que na fase de discussão coletiva nós já não podemos fazer a sistematização junto? Duas fases separadas... para mim poderia fazer tudo junto ali.*
- Ana:** *Penso que pode ser junto e que pode ser separado. Acho que depende do professor. Acho que a sistematização é mais a parte do professor.*
- Mariana:** *Acho que não faz diferença em fazer as duas fases juntas. Mas, o professor precisa ser muito esperto para isso.*

(TE, 20/10/2015)

As professoras reconheceram a importância de o professor definir objetivos para a aula, pois eles servirão de orientação para suas ações durante o desenvolvimento da aula, principalmente para a seleção e o sequenciamento das resoluções dos alunos a serem apresentados na fase de discussão coletiva.

A confiança nos membros da CoP permitiu a Ana expor sua dificuldade em escolher as produções dos alunos, justificando que não se atentou aos objetivos da aula.

A declaração de Ana vem ao encontro do que Canavarro (2011) chama a atenção sobre a intencionalidade da fase de discussão coletiva, que é de “promover a qualidade matemática das explicações e argumentações dos mesmos, sem perder o foco nos objetivos da aula” (p. 13). Para Smith et al. (2014), não é importante se há um “caminho certo” para selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, pois estas ações dependem em grande parte das metas que o professor delineou para a aula.

Luísa questionou se a fase de sistematização não poderia acontecer simultaneamente à fase de discussão coletiva. Segundo Menezes et al. (2003), em algumas situações essas duas fases podem acontecer juntas, porém isso não é habitual. Após esse encontro, as professoras escreveram sobre a fase de discussão coletiva.

*A discussão coletiva envolve mais do que a comparação das resoluções dos alunos, é o momento de destacar os pontos comuns e as divergências, preparando para a fase de sistematização. Também é o momento em que o professor levanta questionamentos que permite aos alunos pensarem sobre o que está sendo estudado. Considero esses pontos importantes, pois torna o aluno responsável pelo conceito que está sendo produzido, além da valorização do seu trabalho.*

(Luísa, PE, 25/10/2015)

*A fase de discussão coletiva permite promover nos alunos uma compreensão aprofundada do que fizeram no grupo, uma maior organização do seu raciocínio. [...] Possibilita que os outros alunos entendam outras formas de fazer a tarefa. [...] O professor deve “orquestrar” a discussão procurando estabelecer interação entre os alunos, de modo que eles compreendam as ideias envolvidas. [...] É necessário que os alunos respeitem os grupos que estão apresentando, deixando-os falar, intervindo e perguntando para que a discussão seja produtiva, pois o objetivo maior é o desenvolvimento das ideias matemáticas.*

(Mariana, PE, 27/10/2015)

Durante a análise dos episódios e a discussão com os membros da CoP, as professoras reificaram a ideia que tinham com relação à fase de *discussão coletiva*, compreendendo que esta vai além da comparação das diferentes estratégias (SULLIVAN; MORNANE, 2013). Evidenciaram que, nessa fase, o professor precisa valorizar as ideias dos alunos, tornando-os responsáveis pelo o que está sendo estudado (STEIN; SMITH; 1998). Para Smith e Stein (2013, p.2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves”. A discussão coletiva pode proporcionar isso aos alunos.

As professoras reconheceram ainda que, na fase de *discussão coletiva*, embora professor e alunos precisem trabalhar conjuntamente, nesse momento cabe ao professor ter uma participação mais “intensa e cuidadosa”, fazendo as intervenções necessárias

(STEIN et al., 2008). Para Smith e Stein (2013), é essencial, nesta fase, que o professor mantenha um equilíbrio entre as suas ações e as dos alunos, pois, se as discussões ficarem muito focadas no professor, voltamos ao ensino diretivo, e, se ficarem muito centralizadas no aluno, isso pode dificultar a fase de sistematização.

Mariana chamou a atenção para a postura do aluno durante a fase de discussão coletiva, que deve haver respeito entre os colegas (SULLIVAN; MORNANE, 2013), de ser capaz de organizar as suas ideias para comunicá-las durante a discussão coletiva. Acrescenta que é função do professor “orquestrar” as discussões em sala de aula. Segundo Borko et al. (2014), as discussões que ocorrem em sala de aula são intencionalmente constituídas por meio do pensamento dos alunos e isso é mais uma tarefa pedagógica desafiadora para os professores.

Inferimos que as professoras constituíram aprendizagens com relação à fase de discussão coletiva, em especial acerca das ações selecionar e sequenciar as resoluções adequadas aos objetivos da aula, da importância dos questionamentos que apoiam o aluno a expor o seu pensamento ou a compreender os conceitos estudados, da relevância de estimular a interação entre os alunos e de promover a compreensão aprofundada do que foi estudado na aula.

Quanto à fase de sistematização, destacamos o seguinte episódio:

- Formadora:** *Na opinião de vocês o que consiste a fase de sistematização?*  
**Mariana:** *Resumir, fazer um fechamento de tudo o que foi visto na aula. Colocar o conceito de função afim lá, no caso, que estava sendo estudado.*  
**Ana:** *Fazer um fechamento depois de tudo que foi estudado. De todas as ideias que eles fizeram. Destrinchar todo o conteúdo.*  
**Luísa:** *Sintetizar as ideias.*  
**Formadora:** *Mais alguma coisa?*  
**Mariana:** *A sistematização é uma organização das ideias, apoiado no que foi discutido. Organizar o pensamento para algo mais geral, fórmula.*  
**Ana:** *Utilizar o que foi estudado para um contexto qualquer, se ele (o aluno) entender ele poderá utilizar aquele conceito em outro contexto.*  
**Formadora:** *Então, quer dizer que em uma próxima tarefa ele..*  
**Ana:** *Vai fazer a ligação, porque compreendeu o conceito. Para mim é a maior dificuldade que os alunos têm. Aplicar o que aprendeu em outras tarefas.*  
**Luísa:** *Por um lado a culpa é nossa, porque só ficamos em tarefa que não tem conexão com nada. Só repetição de algoritmo. Então, fica difícil mesmo para o aluno levar o que aprendeu para outras tarefas. E por outro lado também tem a falta de interesse deles em aprender.*

(TE, 27/10/2015)

As professoras associaram a fase de sistematização com as ações de resumir, sintetizar e fazer um “fechamento” de tudo o que foi estudado. Esta fase é o momento no qual o professor sistematiza os conceitos, ideias, ou procedimentos envolvidos na

aula, permitindo aos alunos consolidar sua aprendizagem. Para realizar a sistematização é recomendável que o professor tenha como ponto de partida as resoluções exploradas na fase de discussão coletiva (SULLIVAN; MOUSLEY, 2001) em que importantes “ideias matemáticas são trazidas à tona (superfície), contradições são expostas e compreensões são desenvolvidas e consolidadas” (SMITH; STEIN, 2013, vii).

É nesta fase que o professor pode ajudar o aluno a estabelecer conexões com aprendizagens anteriores e também mostrar a possibilidade de aplicar o conhecimento constituído em outros contextos, usando exemplos ou novas tarefas. Usar o que aprendeu em outras situações, de acordo com Ana, é a maior “dificuldade” dos alunos. Luísa afirmou que a “culpa” dessa “dificuldade” é dos próprios professores que só privilegiam tarefas de memorização e repetição de exercícios (STEIN et al., 2009). É importante propor tarefas que permitam estabelecer diferentes conexões (com outros contextos, com aprendizagens anteriores e futuras). Segundo Carpenter e Lehrer (2009, p.19) “quando os alunos adquirem conhecimento com compreensão, eles podem aplicar esse conhecimento para aprender novos tópicos e resolver problemas novos e desconhecidos”.

Após a exploração dos episódios da fase de sistematização, perguntamos às professoras se era possível a professora Loreni ter realizado esta fase sem passar pela discussão coletiva. Mariana respondeu que sim, porém esta não seria tão “rica”. Luísa argumentou que, quando o professor não faz à discussão coletiva, isso pode ser comparado com quando ele dá uma tarefa aos alunos e, ao final da aula, simplesmente a corrige, como acontece no ensino tradicional, provavelmente os alunos assumiriam somente a resolução do professor (“*alguns vão apagar o que fizeram achando que está errado*” – Luísa, PE, 15/11/2015) e o seu pensamento não seria valorizado (SULLIVAN et al., 2015). Luísa fez uma reflexão sobre a fase de discussão coletiva, destacando a característica dialógica da perspectiva do Ensino Exploratório.

*[...] para mim a fase de discussão coletiva é o que diferencia esta perspectiva das outras, porque nesse momento o aluno vai construindo seu conhecimento dialogando com o professor e com os colegas.*

(Luísa, PE, 15/11/2015)

Ao final do empreendimento, solicitamos às professoras que elaborassem uma produção escrita destacando cada uma das fases da perspectiva do Ensino Exploratório contempladas no caso multimídia. Apresentamos a seguir algumas produções escritas

dessas professoras sobre as fases de discussão coletiva e sistematização.

*[...] Na terceira fase, acontece a discussão das resoluções feitas pelos alunos, e a professora usa questionamentos para ajudá-los na apresentação e para explorar as ideias importantes da aula. A sistematização acontece com a participação ativa dos alunos, os alunos ajudam a construir a definição do que está sendo estudado. A professora faz conexão entre os registros e o conteúdo e, estabelece uma forma geral para um contexto qualquer. [...] No momento da fase de sistematização o professor tem que pensar muito bem nas perguntas que vai fazer e como perguntar. É o fechamento do conteúdo.*

(Mariana, PE, 17/11/2015)

*Na discussão coletiva a ideia é compartilhar as diferentes resoluções, estimulando os alunos a falar sobre como resolveram a tarefa, explicar seu pensamento. A sistematização é o momento que o professor formaliza o conteúdo, faz uma regra geral, para fechar o conteúdo trabalhado.*

(Luísa, PE, 15/11/2015)

As professoras apontaram algumas ações significativas dos alunos na fase de discussão coletiva, tais como, participar ativamente; estabelecer conexões entre as resoluções e o conteúdo estudado; organizar suas ideias para ter clareza do que fizeram; justificar suas resoluções e explicar seu pensamento para que possam comunicar o que aprenderam. Perceberam (reificaram) que a fase de sistematização não se trata somente de resumir o conteúdo, mas formalizá-lo tendo como principal sustentação as ideias que foram discutidas na fase de discussão coletiva. Luísa evidenciou que nesta fase, entretanto, o aluno pode apresentar um papel mais passivo.

## **Negociações de significados durante a exploração da seção Reflexão após a aula**

Na seção *Reflexão após a aula*, a professora Loreni fez a reflexão sobre como se desenvolveu a aula. Na análise dessa seção, as professoras afirmaram que essa ação é essencial para o trabalho do professor, porém Luísa declarou que realizar uma reflexão após a aula não é prática da maioria dos professores. Ana destacou também que refletir sobre a aula pode ajudar o professor a (re)pensar algumas das ações realizadas durante a aula e fazer um *feedback* verificando se os seus objetivos foram alcançados. Ela fez uma comparação com sua prática, pois tem o hábito de modificar suas aulas conforme as necessidades que vai percebendo, embora não faça um plano de aula escrito.

As professoras declararam que mudaram alguns aspectos de sua prática pedagógica, tais como, dar espaço para os alunos explicarem seu pensamento, promover

a discussão coletiva, pensar em possíveis questionamentos antes de aplicar a tarefa. Perceberam que a perspectiva do ensino exploratório é uma forma de ensino viável para a sala de aula, porém Ana acredita que, no momento, ainda não era possível abandonar completamente o ensino expositivo. Luísa e Mariana argumentaram que só com o tempo elas iriam acostumar-se com essa perspectiva de ensino.

Para Stigler e Hiebert (1999, p.xi), “ao estimular a mudança no modo de ensinar do professor estamos indiretamente influenciando a aprendizagem dos alunos”. Por isso a importância das experiências de formação que propiciam aos professores oportunidade de refletir, e (re)pensar suas práticas pedagógicas por meio de ferramentas que os levam a conhecer outras práticas e, conseqüentemente, melhorar a aprendizagem dos alunos (BOSTON, 2006).

## **Discussão das aprendizagens profissionais evidenciadas pelas professoras**

A partir das análises que realizamos foi possível identificar algumas aprendizagens manifestadas pelas professoras, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório. À medida que se familiarizaram com essa perspectiva, por meio da exploração do caso multimídia, elas começaram a repensar e questionar algumas de suas ações durante as aulas e a perceber (*noticing*) aspectos essenciais da perspectiva do Ensino Exploratório, nomeadamente no que se refere às ações e papéis do professor, ao papel do aluno, à gestão da aula e à importância do planejamento da aula, permitindo-lhes desenvolver novas formas de olhar para o ensino (VAN ES; SHERIN, 2002). De acordo com Ball e Cohen (1999), ao olhar mais de perto para o trabalho produzido em uma sala de aula diferente da sua, os professores têm a oportunidade de aprender com a prática dos outros e, conseqüentemente, refletem sua própria prática.

Apesar de considerarmos que o papel do professor e o papel dos alunos sejam fundamentais para a gestão da aula, ao discutirmos as aprendizagens das professoras durante o processo de formação, trataremos separadamente cada um desses aspectos.

Com relação às ações e papéis do professor, as professoras evidenciaram algumas reificações ao longo dos encontros da CoP, tais como: escolher tarefas que permitam estabelecer diferentes conexões; deixar o aluno fazer a leitura da tarefa; monitorar e apoiar o trabalho autônomo dos alunos; fazer questionamentos prestando atenção para não eliminar os aspectos desafiadores da tarefa; promover a interação entre

os alunos; fomentar o desenvolvimento de formas complexas de pensamento matemático; incentivar o aluno a avaliar e explicar seu pensamento com relação à sua estratégia de resolução da tarefa; não responder diretamente as perguntas dos alunos ou validar suas respostas; incentivar a comunicação matemática dos alunos; selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos para a fase de discussão coletiva; orquestrar as discussões matemáticas que ocorrem durante o desenvolvimento da aula; estabelecer conexões entre as ideias matemáticas presentes nas diferentes resoluções dos alunos; promover a sistematização das aprendizagens; generalizar o que foi estudado para um contexto qualquer.

Inferimos que essas ações e papéis se constituíram em aprendizagens das professoras. Primeiro, porque não faziam parte de seu repertório e de sua prática. Segundo, porque ultrapassaram o contexto de formação e chegaram até suas salas de aula (VAN ES; SHERIN, 2002). No momento que elas começaram a compartilhar suas experiências de sala de aula com a perspectiva do Ensino Exploratório, legitimaram essa perspectiva de ensino como uma forma de ensinar que permite aos alunos constituir conhecimentos com compreensão.

Ao analisar os episódios de aula, as professoras perceberam que suas ações e decisões podem influenciar a aprendizagem de seus alunos, e que seu papel, no momento de resolução da tarefa, é o de apoiar o trabalho deles, mediar as interações, e proporcionar-lhes a oportunidade de dar sentido a novas ideias matemáticas. Mariana percebeu que, ao falar como fazer a tarefa e não dar tempo aos alunos resolvê-la, ela os impede de se desenvolverem. Assim, as professoras reificaram a ideia de que o papel do professor não é de ser transmissor de informações, mas sua principal função é ser mediador das aprendizagens que acontecem em sala de aula. Conscientizaram-se de que não é preciso que o professor “fale” tudo ao aluno, mas que apenas o oriente de como trabalhar sobre a tarefa, estimulando-o a explicar seu pensamento sem intervir demasiadamente.

Com relação ao papel do aluno, elas perceberam que, na perspectiva do Ensino Exploratório, ele precisa desempenhar um papel ativo, estar disposto a desenvolver um trabalho diferenciado, fornecer justificativas para suas estratégias de resolução, aprender a comunicar suas ideias de modo que se torne corresponsável pela sua aprendizagem e pela validação de seu próprio pensamento e do pensamento dos colegas, respeitar o trabalho dos colegas e do professor, aplicar o que aprendeu em outras tarefas, e estabelecer conexões com aprendizagens anteriores. Ao implementarem aulas na

perspectiva do Ensino Exploratório, as professoras reconheceram que os alunos são capazes de trabalhar de modo autônomo na tarefa. Ressaltaram também que, é fundamental que os alunos em uma aula nessa perspectiva, aprendam a respeitar os seus pares, pois ao explicar seu pensamento, ele fica exposto ao grupo e isso pode causar-lhe tensão. Neste momento o professor precisa ser sensível para lidar com os eventos que possam acontecer, uma vez que a maioria dos alunos não está acostumada a trabalhar com perspectivas alternativas de ensino (SMITH; STEIN, 2013).

Quanto à gestão de aula, a aprendizagem das professoras teve seu foco nos seguintes aspectos: a organização dos alunos (trabalho em grupo); a manutenção de uma dinâmica de aula que fomente a aprendizagem dos alunos e o gerenciamento do tempo para a realização da tarefa e para cada fase da aula.

As professoras reificaram que o modo de organizar os alunos para o desenvolvimento da aula, privilegiando um trabalho coletivo (trabalho em grupo), faz diferença na maneira como eles compreendem e resolvem as tarefas propostas. A análise dos episódios da fase do desenvolvimento da aula (seção *A aula*) apresentou interações entre os alunos nos pequenos grupos e isso permitiu a elas “olhar mais de perto” para esse tipo de trabalho. Perceberam a potencialidade do trabalho em grupo e reconheceram que esse modo de trabalho desenvolve a independência dos alunos, pois, ao interagir com os outros, eles desenvolvem sua capacidade de comunicarem-se matematicamente. Aos poucos elas começaram a trabalhar com seus alunos dessa forma.

As professoras manifestaram a importância do planejamento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, com destaque para a definição e a clareza dos objetivos da aula e da tarefa, para que na fase de discussão coletiva, o professor os utilize como sustentação no momento de selecionar e sequenciar a resolução dos alunos e ao considerar aspectos a serem evidenciados na fase de sistematização; o registro de diferentes formas de resolução da tarefa; a necessidade de antecipar possíveis dificuldades dos alunos e possíveis questionamentos a serem feitos a eles; a definição de um tempo para a tarefa em cada fase da aula.

Delinear os objetivos para uma aula é uma das ações mais importantes do professor na sua prática (SMITH; STEIN, 2013). É a partir dos objetivos que ele irá escolher a tarefa e pensar como desenvolverá sua aula. Na perspectiva do Ensino Exploratório, o professor necessita focalizar os objetivos pretendidos, para que ao mesmo tempo em que monitora o trabalho desenvolvido pelos alunos, auxilia-os e

observa quais estratégias de resolução selecionará para a discussão coletiva (STEIN et al., 2008). Pensar nos objetivos que pretende alcançar apóia o professor na elaboração de questionamentos que poderá fazer aos alunos durante a aula. Ao analisar o caso multimídia na fase da discussão coletiva (seção *A aula*), as professoras perceberam que a aula desenvolvida no caso tinha um “fio condutor”, delineado pelos objetivos planejados previamente pela professora. Esse fato ficou mais perceptível no momento em que elas selecionaram e sequenciaram as resoluções dos alunos para essa fase, pois perceberam que não seria possível escolher “qualquer” resolução, pois o objetivo da aula era construir o conceito de função.

Pensar na questão do tempo para o trabalho do aluno com a tarefa foi outro aspecto reificado pelas professoras. Elas perceberam que não proporcionavam tempo suficiente para os alunos realizarem a tarefa e pensar, nesse aspecto, não era relevante para elas. A ideia de que o professor deve deixar os alunos trabalharem na tarefa até “todos” terminarem, pode fazer com que eles se dispersem, realizem outras atividades e, então, a tarefa pode tornar-se sem sentido. Essa situação pode comprometer a discussão da tarefa posteriormente. Elas começaram a reificar essa ideia a partir da análise dos episódios sobre a fase de desenvolvimento da aula (seção *A aula*) e também quando implementaram tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório ao longo do empreendimento. Luísa evidencia que a ação de monitorar o trabalho dos alunos permite ao professor conhecer, “ter consciência” do que está sendo realizado, então gerenciar o tempo é importante para que a aula tenha um ritmo adequado.

Ao explorar os episódios referentes à fase de desenvolvimento da aula (Seção *A aula*), as professoras deram sentido ao plano de aula. Perceberam que as resoluções, os questionamentos e os possíveis equívocos dos alunos poderiam ser antecipados no plano e, portanto elas teriam subsídios em que se apoiar nessas situações. Reconheceram a potencialidade desse recurso para amparar o professor na gestão da aula, quando alinhado com os objetivos determinados para a aula.

As aprendizagens apresentadas nesta seção foram sustentadas por meio do repertório compartilhado, do engajamento mútuo, do compartilhamento de experiências e pela negociação de significados desenvolvidos na CoP-ProfMARE.

## **Considerações**

Inferimos que a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia possibilitou às professoras as aprendizagens discutidas anteriormente, pois se constitui em uma ferramenta de formação que permitiu a elas:

- ✓ *desenvolver a capacidade de perceber (noticing)*, pois identificaram aspectos importantes da perspectiva do Ensino Exploratório e interpretaram-nos usando seus conhecimentos e experiência de sala de aula, agindo sobre essas situações;
- ✓ *reconhecer que ensinar de forma diferente é possível*, uma vez que analisaram uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório;
- ✓ *constituir-se como (co)responsáveis pela constituição de conhecimentos*, à medida que foram estimuladas a explicar e justificar suas ideias por meio das questões problematizadoras;
- ✓ *“entrar” no mundo da sala de aula sem estar, no momento, na posição de professor* (SHERIN; VAN ES, 2002) e, assim, poder olhar para as interações específicas da aula que talvez lhes passassem despercebidas em sua rotina;
- ✓ *fazer conexões entre as situações analisadas e sua própria prática*;
- ✓ *um tempo para refletir com mais profundidade as interações que ocorreram na aula*, o fato de não estar “dentro” da situação proporcionou tempo suficiente para pensar em como responder aos eventos observados (*noticing*);
- ✓ *fazer uma autoavaliação* de suas ações em sala de aula a partir das situações de aulas analisadas.

Essas aprendizagens ficaram evidentes, na medida em que elas compartilharam as experiências vividas, em suas salas de aula, na perspectiva do Ensino Exploratório, relataram suas dificuldades e fragilidades, explicitaram diferentes perguntas que poderiam ser feitas aos alunos durante o desenvolvimento da tarefa, e implementaram a prática de “escrever” mais detalhadamente o que iriam trabalhar com os alunos, ao perceberem a relevância desta ação para seu trabalho em sala de aula.

No contexto da CoP-ProfMARE, por meio da exploração do caso multimídia Plano de Telefonia, as professoras tiveram ainda a oportunidade de se engajar conjuntamente na análise de uma situação real de sala de aula, de partilhar experiências e repertórios, de refletir, discutir e constituir conhecimentos profissionais a partir da sua prática e da prática do outro. Observamos que as relações de confiança e respeito mútuo que as professoras estabeleceram ao longo dos encontros permitiram a elas admitir o que não sabiam e partilhar suas fragilidades. É importante que os professores reconheçam e assumam as suas vulnerabilidades para desenvolver a capacidade de lidar

com a incerteza, com a diversidade da sala de aula, com a necessidade de pensar e tolerar períodos de “desorganização” na sala de aula.

A utilização do caso multimídia Plano de Telefonia revelou-se um catalisador das aprendizagens constituídas na CoP. A partir de sua exploração, as professoras foram mobilizadas a refletir sobre o seu papel, o papel dos alunos, a sua prática, as suas ações e reconheceram as complexidades de lidar com as discussões e as diferentes estratégias em sala de aula. Assim, sugerimos que casos multimídia sejam explorados em contextos de formação, nos quais os professores possam interagir com frequência, compartilhar experiências, refletir sobre sua profissão e aprender conjuntamente.

## **Agradecimentos**

Nossos agradecimentos à professora Loreni Aparecida Ferreira Baldini, protagonista do caso multimídia Plano de Telefonia, aos alunos e à escola envolvida. Ao Gepefopem, pelo engajamento na construção do Recurso Multimídia no âmbito do projeto Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e na utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

Agradecemos também às professoras da CoP-ProfMARE.

## **Referências**

ALLEN, K. C. Keys to successful group work: Culture, structure, nurture. *The Mathematics teacher*, v. 16, n.4, p.308-312, 2012.

ARTIGUE, M.; BLOMHOJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, p.797-810, 2013.

BALDINI, L. A. F. *Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra*. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L. A. F. Uma aula de Funções na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática: O Plano de Telefonia. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, p. 143-172, 2016.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-base theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey Bass, p.3-32, 1999.

BELINE, W. *Formação de Professores de Matemática em Comunidades de Prática: um estudo sobre identidades*. 2012. 184 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2012.

BESSET, V. L.; COUTINHO, L. G.; COHEN, R. H. P. Pesquisa-intervenção com adolescentes: contribuições da psicanálise. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. (Orgs.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. Rio de Janeiro: NAU, p.94-112, 2008.

BORKO, H.; JACOBS, J.; EITELJORG, E.; PITTMAN, M. E. Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, p. 417-436, 2008.

BORKO, H.; JACOBS, J.; SEAGO, N; MANGRAM, C. Facilitating vídeo-based professional development: planning and orchestrating productive discussions. In: LI, Y; SILVER, E. A.; LI, S. (Eds.). *Transforming Mathematics Instructions: Multiples approaches and practices*. Springer, 2014.

BOSTON, M. D. *Developing secondary mathematics teachers' knowledge of and capacity to implement instructional tasks with high level cognitive demands*. 2006. 255f. Dissertation (Educational Doctorate in Mathematics Education). University of Pittsburgh. School of Education – Department of Instruction and Learning, Pittsburgh, 2006.

BROPHY, J. *Using video in teacher education*. Elsevier, New York, 2004. p.1- 27.

CALANDRA, B.; RICH, P.J. *Digital vídeo for teacher education: research and practice*. New York: Routledge, 2015.

CALDEIRA, J. S. *Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática*. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, nov/dez, p.11- 17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática*, 2012. *Práticas de ensino da Matemática*. SPIEM, Portalegre, p.255-266, 2012.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H., MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, p.217-233, 2014. (Coleção: Encontros de Educação

CARPENTER, T. P.; LEHRER, R. Teaching and learning Mathematics with understanding. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (Eds.), *Mathematics classroom that promote understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, p.19-32, 2009.

CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. *Classroom discussions: using math talk to help students learn*. Sausalito: Math Solutions Publications, 2003.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' learning through inquiry. *Sisyphus – Journal of Education*, v. 1, n.3, p.122-150, 2013.

COLESTOCK, A.; SHERIN, M. G. Teachers' Sense-Making Strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, v. 17, n.1, p.7-29, 2009.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (Org.). *Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática: um perfil de pesquisas*. Londrina: EDUEL, p. 95-110, 2009.

CYRINO, M. C. C. T. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online)*, v. 30, p. 165-187, 2016a.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da exploração de um caso multimídia como elemento da prática na formação inicial de professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo, v. 39B, p. 80-89, 2016b.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016c.

CYRINO, M. C. C. T.; BALDINI, L. A. F. Ações da formadora e a dinâmica de uma comunidade de prática na constituição/mobilização de TPACK. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 19, p. 25-48, 2017.

CYRINO, M. C. C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. *Investigações em Ensino de Ciências (Online)*, v. 16, p. 373-401, 2011.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016, p.81-99.

ENGELN; K.; EULER, M.; MASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, p.823-836, 2013.

ERMELING, B. Tracing the effects of teacher inquiry on classroom practice. *Teaching and Teacher Education*, v. 26, p. 377–388, 2010.

ESTEVAM, E.J.G. *Práticas de uma comunidade de professores que ensinam matemática e o desenvolvimento profissional em educação estatística*. 2015. 192 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2015.

GARCIA, T. M. R. *Identidade profissional de professores de Matemática em uma Comunidade de Prática*. 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

GOOD, T. L. et al. Using work-groups in Mathematics instruction. *Educational Leadership*, p.56-62, 1990.

GRAVEN, M. Teacher learning as changing meaning, practice, community, identity and confidence: the story of Ivan. *For the Learning of Mathematics*. Kingston: Publishing Association, v. 23, n. 2, p. 25-33, 2003.

HIEBERT, J.; MORRIS, A. K.; BERK, D.; JANSEN, A. Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, p.47-61, 2007.

HMELO-SILVER, C; DUNCAN, R. G; CHINN, C. A. Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark. *Educational Psychologist*, v. 4, n.2, p. 99-107, 2006.

JACOBS, V. R.; LAMB, L. C.; PHILIPP, R. A. Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Researching Mathematics Education*, v. 41, n.2, p.169- 202, 2010.

KATRIN, E; EULE, M.; MAAS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, p. 823-836, 2013.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 2, p. 93-105, 2003.

LERMAN, Stephen. A review of research perspectives on mathematics teacher education. In: LIN, Fou-Lai; COONEY, Thomas, J. (Ed.). *Making sense of mathematics teacher education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 33-52, 2001.

MCGRAW, R. *Facilitating whole-class discussions in secondary mathematics classrooms*. 2002. 243f. Dissertation (Doctorate degree of Philosophy. Department of Curriculum and Instruction) - Indiana University, 2002.

MCGRAW, R.; LYNCH, R. K.; KOC, Y.; KAPUZUS, A.; BROW, C. A. The multimedia case as a tool for professional development: An analysis of online and face-to-face interactions among mathematics pre-service teachers, in-service teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.10, n.2, p. 95-121, 2007.

MARKOVITS, Z.; EVEN, R. Mathematics classroom situations: in-service course for elementary school teachers. In: JAWORSKI, B.; WOOD, T.; DAWSON, A. J. (Eds.), *Mathematics teacher education: Critical international perspectives*. London: Falmer Press, p.59-67, 1999.

MASS, K.; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM - Mathematics Education*, v. 45, p.779 -795, 2013.

MASS, K.; DOORMAN, M. A model for a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, p. 887–899, 2013.

MENEZES, L.; GUERREIRO, A.; MARTINHO, M. H.; FERREIRA, R. A. T. Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. *Sisyphus - Journal of education*, v.1, n.3, p.44-75, 2003.

NAGY, M. C. *Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática*. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2013.

NAGY, M. C.; CYRINO, M.C.C.T. Aprendizagens de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática. *Revista FAEEBA*, v. 23, p. 149-163, 2014.

NATHAN, M.; KNUTH, E. Study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, v. 21, n.2, p.175-207, 2003.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Principles and standards for school mathematics. Reston, 2000.

OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P.; MENEZES, L. Casos multimédia na formação de professores que ensinam Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p.429-46, 2014.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analyzing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS - Journal of education*, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: APM (Ed), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.

QUIGLEY, C. et al. Challenges to Inquiry teaching and suggestions for how to meet them. *Springer*, v. 20, n.1, 2011.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, v.45, p.901-909, 2013.

SEAGO, N. Using video as an object of inquiry for mathematics teaching and learning. In: BROPHY, J. (Ed), *Using video in teacher education*. New York: Elsevier, p.259 – 286, 2004.

SHERIN, M.G.; LINSENMEIER, K. A.; VAN ES, E. Selecting video clips to promote mathematics teachers' discussion of student thinking. *Journal of Teacher Education*, p.212 - 230, 2009.

SHIMIZU, Y.; KAUR, B.; HUANG, R.; CLARKE, D. The role of mathematical tasks in different cultures. In: SHIMIZU, Y.; KAUR, B.; HUANG, R.; CLARKE, D. (Eds.). *Mathematical tasks in classroom around the world*. Rotterdam: Sense Publishers, p.1-14, 2010.

SMITH, M. S. Practice-based professional development for teachers of mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston, Virginia, 2001.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, 1998.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Five practices for orchestrating productive mathematics discussion. National Council of Teachers of Mathematics, 2013, Reston, Virginia.

SMITH, M. S.; BOYLE, J.; ARBAUGH, F.; STEELE, M. D.; STYLIANIDES, G. Cases as a Vehicle for Developing Knowledge Needed for Teaching. In: YEPING, L.; SILVER, E. A. (Eds), *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices*. Spring International Publishing, p.311-333, 2014.

STEIN, M. K., ENGLE, R. A., SMITH, M. S., HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *America Educational Research Journal*, Summer, v. 33, n. 2, p. 455-488, 1996.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, 1998.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. A. *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press, 2009.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in classroom. New York: Free Press, 1999.

SULLIVAN, P.; MORNANE, A. Exploring teachers' use of, and students' reactions to, challenging mathematics tasks. *Mathematics Education Research group of Australasia*, Springer, 2013.

SULLIVAN, M.; MOUSLEY, J. Thinking teaching: Seeing Mathematics teachers as active decision makers. In: LIN, F. L; CONNEY, T. J. (Eds.). *Making Sense Mathematics Teacher Education*. Kluwer Academic Publishers, p.147-163, 2001.

SULLIVAN, P. et al. Supporting teachers in structuring mathematics lessons involving challenging tasks. Dordrecht: Springer Science Business, published online, 2015.

TOWERS, J. Learning to teach mathematics through inquiry: a focus on the relationship between describing and enacting inquiry-oriented teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.13, p. 243-263, 2009.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M.G. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, v.10, n.4, p.571-596, 2002.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. How Different Video Club Designs Support Teachers in "Learning to Notice". *Journal of Computing in Teacher Education*, v. 22, n. 4, 2006.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, v. 24, p. 244–276, 2008.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, p.20-37, 2009.

VAN ES, E.A.; SHERIN, M. G. The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics teacher education*, v.13, p. 155-176, 2010.

WELLS, G. Dialogic inquiry in education: Building on the legacy of Vygotsky. In: LEE, C. D.; SMAGORINSKY, P. (Eds.). *Vygotskian perspectives on literacy research*. New York: Cambridge University Press, p.51-85, 1999.

WELLS, G. *Dialogic Inquiry: Towards a Sociocultural Practice and theory of education*. Cambridge, University Press, 2004.

WENGER, E. *Communities of Practice: learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. *Cultivating Communities of Practice*. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

YACKEL, E.; COBB, PAUL; WOOD, T. Developing a basis for mathematical communication within small groups. In: WOOD, T.; COBB, PAUL; YACKEL, E. (Eds.). *Rethinking elementary schools mathematics: Insights and issues*. Journal for Research in mathematics education, Monograph, n.6. Virginia: NCTM, p.33- 44, 1999.

## CAPÍTULO 2

---

### ANÁLISE DE TAREFAS COGNITIVAMENTE DESAFIADORAS EM UM PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Cristina Cirino de Jesus  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino  
Hélia Margarida de Oliveira

**Resumo:** Conhecer as tarefas cognitivamente desafiadoras e suas potencialidades pode apoiar o professor no momento de selecionar/elaborar/adaptar as tarefas que deseja implementar em sala de aula. Assim, neste estudo investigou-se que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados por professoras de Matemática, participantes da “Comunidade de Prática de Professores de Matemática Analisando e Refletindo o Ensino de Matemática” - CoP-ProfMARE, durante o empreendimento Resolução e Análise de tarefas, que envolveu a resolução de tarefas propostas pelos formadores e pelas professoras em formação e, a exploração de um caso multimídia. Este estudo constitui-se como uma pesquisa qualitativa com características de pesquisa intervenção. Os resultados evidenciaram que as professoras consideraram três aspectos associados à natureza de uma tarefa cognitivamente desafiadora, como aquela que: (i) permite ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) mobiliza o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicita um modo de resolução. As reflexões compartilhadas no processo de formação possibilitaram às professoras conhecer as características e as potencialidades de uma tarefa cognitivamente desafiadora e compreender a relevância do papel do professor no trabalho com esse tipo de tarefa, para promover processos de ensino e de aprendizagem centrados no entendimento dos alunos.

**Palavras-chave:** Tarefas cognitivamente desafiadoras. Formação de professores de matemática. Perspectiva do Ensino Exploratório.

### ANALYSIS OF COGNITIVELY CHALLENGING TASKS IN A PROCESS OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATION

**Abstract:** Knowing the cognitively challenging tasks and their potentialities can support the teacher when selecting/elaborating/adapting the tasks that want to implement in the classroom. Thus, in this study we investigated that aspects of the nature of cognitively challenging tasks are considered by Mathematics teachers, participants of the "Community of Practice of Mathematics Teachers Analyzing and Reflecting Mathematics Teaching" - CoP-ProfMARE, during the enterprise of Solving and Analysis of Tasks, which involved the solving of tasks proposed by the educators and the development of a multimedia case. This study consists in a qualitative research with characteristics of intervention research (KRAINER, 2003). The results showed that teachers considered three aspects associated with the nature of a cognitively challenging task, such as: (i) allowing the student to construct their own strategies, (ii) mobilizing the student to explain his/her strategies and justify his / Iii) doesn't specify a way of solving. The shared reflections in education process allowed the teachers to know characteristics and potentialities of a cognitively challenging task, as well as the role of the teacher in the work with this type of task, in the search to promote teaching and learning processes centered on students' comprehension.

**Key-words:** Cognitively Challenging Tasks. Mathematics Teacher Education. Exploratory Teaching Perspective.

## Introdução

As tarefas<sup>94</sup> estão presentes nas aulas de forma marcante, não somente nas de Matemática, mas também nas de outras áreas do conhecimento e constituem-se como um meio de o professor articular os conteúdos de modo a alcançar seus objetivos de ensino (STEIN et al., 2009). Segundo Doyle (1983, p.161), “as tarefas influenciam os alunos, por orientar sua atenção para aspectos particulares de conteúdos e especificar modos de processar a informação”. Assim, elas podem influenciar *o que* e *como* os alunos aprendem (SMITH; STEIN, 1998).

Vários estudos nos quais as tarefas foram o foco de investigação indicam que existe uma relação entre a natureza das tarefas propostas e o tipo de pensamento dos alunos (ARBAUGH; BROW, 2005; BRÄNDSTRÖM, 2005; CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986; DOYLE, 1983; 1986; SMITH; STEIN, 1998; SHIMIZU et al., 2010; STEIN; LANE, 1996; STEIN et al., 2009; SULLIVAN et al, 2011; WATSON; SULLIVAN, 2008). Pensar sobre o papel da tarefa e sua relevância para os processos de ensino e de aprendizagem auxiliam o professor a compreender como esta pode influenciar nesses processos. Segundo Steele (2001, p.42), “nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades de os alunos aprenderem e na sua percepção do que é Matemática, como a seleção ou elaboração de tarefas”. A escolha e a elaboração de tarefas pelo professor estão estreitamente relacionadas com as suas formas de ensinar (WALLS, 2005).

As abordagens de ensino fundamentadas no *inquiry-based learning*<sup>95</sup>, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório<sup>96</sup>, dependem da escolha de tarefas cognitivamente desafiadoras, pois é a partir do trabalho com essas tarefas que uma aula

---

<sup>94</sup>Utilizamos o termo tarefas para nos referirmos às tarefas matemáticas.

<sup>95</sup>*Inquiry-based learning* se refere às formas de ensino sustentadas pela inquirição e centradas no aluno, nas quais ele pode elaborar questões, explorar situações e desenvolver as suas próprias estratégias para solucioná-las, assim, nessa perspectiva “os alunos constroem significados; a aprendizagem significativa ocorre em meio social, apoiada por contextos significativos e é um processo dialógico” (ENGELN; MANFRED; MASS, 2013, p.824).

<sup>96</sup>É uma perspectiva alternativa de ensino que é desenvolvida a partir do trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, isto é, que têm o potencial de engajar os alunos em formas complexas de pensamento, mobilizando o trabalho autônomo do aluno.

nesta perspectiva é implementada, possibilitando ao aluno “desenvolver sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas” (STEIN et al., 2009, p.5).

A perspectiva do Ensino Exploratório pode ser desenvolvida em quatro fases: proposição e apresentação da tarefa; desenvolvimento da tarefa; discussão coletiva; e sistematização (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012). O trabalho desse modo exige que os professores apóiem o trabalho autônomo dos alunos, promovam o diálogo, a partilha de ideias matemáticas, mobilizando-os a justificar seu pensamento presente em suas estratégias de resolução. Por isso, ao implementar essa perspectiva em sala de aula o professor deve estar preparado para lidar com as diferentes estratégias de resolução da tarefa (corretas e incorretas) durante as fases da aula e alinhá-las aos objetivos de aprendizagem pensados por ele previamente. Ainda precisa manter os alunos em um trabalho cognitivamente desafiador, em que eles são responsáveis pelo desenvolvimento de suas ideias, estratégias matemáticas. “Se os professores falharem ao fazerem isso, a balança se inclinará muito para a ‘autoridade’ e não para a ‘autonomia’ dos alunos e as discussões em sala de aula se tornarão desvinculadas da compreensão matemática” (SMITH; STEIN, 2013, p.2).

Neste estudo, investigamos que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados pelas professoras de Matemática, participantes da “Comunidade de Prática de Professores de Matemática: Analisando e Refletindo o Ensino de Matemática” - CoP-ProfMARE, durante o empreendimento Resolução e Análise de tarefas, que envolveu a resolução de tarefas propostas pelos formadores e a exploração de um caso multimídia. Para tanto, discutimos a relevância de tarefas cognitivamente desafiadoras para o desenvolvimento de um ensino centrado na compreensão, apresentamos o contexto da investigação e os encaminhamentos metodológicos, fazemos uma discussão a respeito dos aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras mobilizados pelas professoras da CoP-ProfMARE e as conclusões.

## **A relevância das Tarefas Cognitivamente Desafiadoras**

No ambiente de sala de aula, as tarefas são utilizadas pelos professores para atingir diferentes propósitos. Podem aparecer no início, no meio ou no final das aulas, em forma, por exemplo, de exercícios, problemas, investigações (DOYLE, 1983;

PONTE, 2005). Neste estudo, assumimos tarefa como uma “proposição feita pelo professor em sala de aula, cujo objetivo é concentrar a atenção dos alunos em uma determinada ideia matemática” (STEIN et al., 2009, p.19).

Segundo Smith e Stein (1998), as tarefas podem influenciar e estruturar a maneira como os professores gerenciam suas aulas e o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente. Assim, diferentes tipos de tarefas constituem diferentes oportunidades de aprendizagem para o aluno, uma vez que algumas têm o potencial de mobilizá-lo às formas complexas de pensamento e outras não. Essas autoras apresentam uma categorização para tarefas baseada no nível de demanda cognitiva exigido dos alunos para a sua resolução. Para elas as tarefas diferenciam-se em quatro níveis de demanda cognitiva: memorização, procedimentos sem conexões com os significados, procedimentos com conexões com os significados e fazer matemática. Os dois primeiros correspondem a tarefas de baixo nível e os dois últimos correspondem às tarefas de alto nível de demanda cognitiva. As tarefas que se enquadram nos níveis procedimentos com conexão com os significados<sup>97</sup> e fazer matemática<sup>98</sup>, categorizadas em elevado nível de demanda cognitiva, são denominadas de tarefas cognitivamente desafiadoras (SMITH; STEIN, 2013).

As tarefas que têm como objetivo desenvolver procedimentos com conexões com os significados potencializam a atenção dos alunos na aprendizagem de processos e modos de representação e ampliam a compreensão de ideias e conceitos matemáticos. Incluem, normalmente, diferentes representações (diagramas visuais, materiais manipuláveis, tabelas e outros) que promovem o desenvolvimento de significados. Nessas tarefas, apesar de os procedimentos serem utilizados para resolvê-las, eles “não podem ser usados sem compreensão do aluno que precisa se envolver com as ideias conceituais subjacentes aos procedimentos a fim de completar a tarefa com sucesso e desenvolver compreensão” (STEIN et al., 2009, p.6). Por sua vez, as tarefas que estão no nível fazer matemática são aquelas que não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações, sendo assim demandam um pensamento mais complexo à medida que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações (STEIN; SMITH, 1998).

---

<sup>97</sup> Neste nível de demanda cognitiva se encontram os problemas e as tarefas de exploração.

<sup>98</sup> Neste nível de demanda cognitiva se encontram as investigações matemáticas e as tarefas envolvidas na modelagem matemática.

Neste estudo, nosso foco são as tarefas cognitivamente desafiadoras, pois é a partir do trabalho com esse tipo de tarefa que os alunos são incentivados a realizar atividades matemáticas que desenvolverão o seu raciocínio, sua capacidade para resolver problemas, ao serem capazes de atribuir sentido às ideias ou aos conceitos matemáticos que podem emergir da resolução da tarefa e, posteriormente, da discussão coletiva<sup>99</sup> (STEIN et al., 2008). Este tipo de tarefa é essencial para as perspectivas alternativas de ensino<sup>100</sup>, em especial para a perspectiva do Ensino Exploratório.

Diversos estudos sugerem que as aprendizagens mais significativas acontecem em salas de aula, nas quais os alunos têm oportunidades de se engajarem na realização de tarefas cognitivamente desafiadoras (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014; BOSTON; SMITH, 2009; DOYLE, 1986; HENNINGSEN; STEIN; 1997; HIEBERT; WEARNE, 1993; SMITH; STEIN, 2013; STEIN; LANE, 1996; STEIN; SMITH, 1998; STIGLER; HIEBERT, 1999; STYLIANIDES; STYLIANIDES, 2008; SULLIVAN; MORNANE, 2013). Segundo Stein, Grover e Henningsen (1996), os alunos se beneficiam ao se envolverem na resolução deste tipo de tarefa, uma vez que “não estão conscientes das ferramentas processuais para resolver os problemas, mas são solicitados a desenvolver estratégias para resolvê-las” (BRÄDSTROM, 2005, p.25). Estas tarefas aumentam a capacidade do aluno de interpretar, comunicar suas ideias, negociar significados, tomar decisões sobre o que fazer e como fazer, desenvolvendo um trabalho autônomo (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN et al., 2009).

Applebaum e Leikin (2014) argumentam que as tarefas cognitivamente desafiadoras podem desenvolver a curiosidade e o interesse dos alunos sobre os conteúdos matemáticos. Para essas autoras, esse tipo de tarefa tem o potencial de viabilizar o desenvolvimento da capacidade do aluno de pensar e raciocinar, de mobilizá-lo a explorar vários caminhos para resolvê-la, de explicar suas estratégias e de justificar seu pensamento de forma escrita e/ou oral.

De acordo com Sullivan et al. (2011), as tarefas cognitivamente desafiadoras exigem que o aluno planeje sua abordagem de resolução; processe várias partes da informação contida na tarefa, com a expectativa de fazer conexão entre elas e olhe os conceitos de novas maneiras; engaje-se com importantes ideias matemáticas e

---

<sup>99</sup>Discussão coletiva é uma das fases da perspectiva do Ensino Exploratório.

<sup>100</sup>Entendemos como perspectiva alternativa de ensino aquela que é contrária a uma perspectiva tradicional de ensino (ensino diretivo). Por exemplo, Resolução de Problemas, Investigação Matemática, perspectiva do Ensino Exploratório, Modelagem Matemática, etc.

principalmente, justifique seu pensamento para o professor e para os colegas, de modo que a ampliar o seu conhecimento.

Smith e Stein (2013) argumentam que, mesmo que as tarefas ganhem “vida própria”, ao serem propostas em sala de aula e sofram influências de diversos fatores e possam declinar no seu nível demanda cognitiva (HENNINGSEN; STEIN, 1997)<sup>101</sup>, é relevante que o professor priorize em seu ensino tarefas cognitivamente desafiadoras, pois “os alunos têm maiores ganhos de aprendizagem em aulas nas quais as tarefas de ensino incentivam o pensamento e o raciocínio de alto nível e poucos ganhos em aulas em que as tarefas são de natureza procedimental” (STEIN et al., 2009, p.5). Na visão de Sullivan e Mornane (2013), é fundamental que os professores implementem tarefas cognitivamente desafiadoras e assim ofereçam aos alunos um ensino centrado na compreensão. No entanto, admitem que a maioria dos alunos, e também alguns professores, resiste à ideia de desenvolver um trabalho sustentado nesse tipo de tarefa.

Ao privilegiar tarefas cognitivamente desafiadoras em sua prática, o professor promove uma cultura de sala de aula na qual os alunos podem debater e explicar os seus raciocínios (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014), além de “potencializar as oportunidades para os alunos aprenderem” (WARFIELD, 2001, p.194). Quando os alunos aprendem com compreensão, a partir do trabalho com tarefas de alto nível de demanda cognitiva, têm a chance de “aplicar o conhecimento que adquiriram para aprender novos tópicos e resolver problemas novos ou pouco familiares” (CARPENTER, LEHER, 2009, p.19). Quando eles não compreendem, apenas percebem cada parte como uma habilidade isolada e não ampliam seu conhecimento para novos assuntos.

Os professores, quando propõem exclusivamente tarefas de baixo nível de demanda cognitiva, não favorecem aos seus alunos desenvolver o raciocínio e a capacidade de resolver problemas (NCTM, 2000), pois eles se habitam a esperar que os professores lhe ofereçam um “método”, uma maneira “correta” de resolver os problemas (SCHOENFELD, 1992).

Segundo Henningsen e Stein (1997, p. 524), para desenvolver a “capacidade dos alunos para fazer matemática, as salas de aulas devem tornar-se ambientes nos quais os alunos sejam capazes de envolver-se ativamente em atividade rica e que valha a pena”,

---

<sup>101</sup>Por causa das influências que a tarefa pode sofrer em sala de aula, Henningsen e Stein (1997) apresentam um quadro no qual a tarefa passa por três fases: (i) tarefas como aparecem nos materiais curriculares; (ii) tarefas como são propostas pelos professores em sala de aula e (iii) tarefas como são realizadas pelos alunos. Essas fases estão relacionadas diretamente com a aprendizagem do aluno. O foco de nosso estudo está nas tarefas da primeira fase, antes de o professor aplicar a tarefa na sala de aula.

e a escolha da tarefa é o primeiro passo para que isso aconteça (CHRISTIANSEN; WALTER, 1986; SMITH; STEIN, 2013). Para McCormick (2016), as tarefas cognitivamente desafiadoras oferecem oportunidades para os alunos aprenderem Matemática e usarem seu conhecimento para fazer conexões com outros contextos.

Sullivan e Mornane (2013, p. 195) argumentam que há pelo menos três aspectos do conhecimento do professor que influenciam na escolha e na utilização de tarefas cognitivamente desafiadoras

se ele sabe Matemática suficientemente bem para permitir a ele ser flexível; se ele conhece abordagens pedagógicas que podem facilitar a aprendizagem baseada no trabalho dos alunos com tarefas desafiadoras; e se ele tem consciência dos recursos curriculares e fontes de sugestões de tarefas.

Selecionar tarefas cognitivamente desafiadoras para propor aos alunos implica ao professor conhecer profundamente a tarefa e os conteúdos matemáticos envolvidos em suas diferentes formas de resolução. Por isso, a análise de tarefas "deve ir além das características superficiais<sup>102</sup> para se concentrar nas características e nos tipos de pensamento em que os alunos devem se envolver para completar a tarefa" (STEIN; SMITH, 1998, p. 345). Também é essencial que o professor conheça os alunos a quem a tarefa se destina, isto é, que preste atenção à idade deles, aos níveis de aprendizagem em que se encontram, aos conhecimentos que possuem e às suas experiências anteriores (STEIN et al., 2009), para que atentem as abordagens pedagógicas e os recursos que viabilizem a aprendizagem.

Discutir aspectos das tarefas cognitivamente desafiadoras ajuda os professores a ampliarem o seu conhecimento com relação aos processos de ensino e de aprendizagem e, em especial, com a escolha daquelas que configuram as perspectivas alternativas de ensino (YEO, 2007); a refletir como as tarefas podem ser usadas na sala de aula e reconhecer o seu potencial para promover a aprendizagem dos alunos, pois as tarefas abrangem muito daquilo que os alunos podem aprender e é reconhecido que estas, pelas suas características próprias, suscitam diferentes oportunidades para a aprendizagem deles (BOSTON; SMITH, 2009).

---

<sup>102</sup>De acordo com Stein et al (2009), as características superficiais de uma tarefa estão relacionadas a aspectos da tarefa que aparecem somente com fins ilustrativos. Por exemplo, uma tarefa pode trazer desenhos, tabelas, diagramas, ter um contexto do mundo real, porém esses aspectos podem ser irrelevantes para a compreensão e realização da tarefa, não fazem diferença para a sua resolução.

## Contexto da investigação

Nosso estudo foi desenvolvido a partir das discussões de um grupo constituído por professoras de Matemática que atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, na rede pública de ensino do Paraná, e por dois formadores<sup>103</sup>, em um contexto de formação que se caracterizou como uma Comunidade de Prática - CoP-ProfMARE<sup>104</sup>. A dinâmica estabelecida na CoP-ProfMARE permitiu às professoras compartilhar seus repertórios (ideias, opiniões e experiências), influenciar as compreensões umas das outras e, conjuntamente, desenvolver uma prática de formação que ultrapassou a reprodução de informações. O engajamento mútuo foi essencial para o desenvolvimento da CoP-ProfMARE e para o estabelecimento de empreendimentos articulados e para as relações de confiança.

Para suscitar as discussões na CoP-ProfMARE utilizamos tarefas de vários níveis de demanda cognitiva e um recurso multimídia<sup>105</sup>, em especial o caso multimídia “Plano de Telefonia”. Este caso foi desenvolvido a partir de uma aula<sup>106</sup>, realizada na perspectiva do Ensino Exploratório com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Envolveu o conteúdo de Função Afim e a utilização do software GeoGebra.

Na plataforma *online*, este caso está estruturado em seis seções, as quais abrangem diferentes mídias e estão assim constituídas: (1) *Introdução do caso multimídia*, em que aparecem informações a respeito do contexto (escola, turma) no qual foi desenvolvida a aula, da professora protagonista do caso e das indicações sobre o uso do caso; (2) *Antes da aula*, constituída pela tarefa “Plano de Telefonia”, o plano de aula da professora, os excertos do áudio da entrevista com a professora antes da aula

<sup>103</sup> A primeira autora deste artigo e Julio César Rodrigues de Oliveira, mestrando em Ensino de Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual de Londrina. A CoP-ProfMARE também foi fonte de coleta de dados da dissertação dele.

<sup>104</sup> Ver capítulo 1 da tese.

<sup>105</sup> O recurso multimídia utilizado faz parte do projeto “Rede de cooperação Universidade Estadual de Londrina/Universidade de Lisboa na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática” financiado pelo CNPq. Esse recurso é constituído por quatro casos multimídia (Os Colares, Plano de Telefonia, Brigadeiros e Explorando perímetro e área) que retratam aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, realizadas em diferentes níveis de ensino (Fundamental e Médio) da rede pública de ensino do Paraná, contemplando respectivamente os conteúdos estruturantes: números e álgebra, funções, tratamento da informação e geometria e medidas. Pode ser acessado eletronicamente em uma plataforma *online* por meio de *login* e senha. Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

<sup>106</sup> O relato mais aprofundado deste caso encontra-se em BALDINI, L. A. F. Uma aula de Funções na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática: O Plano de Telefonia. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, p. 143-172, 2016.

e as questões problematizadoras; (3) A aula, na qual aparecem os excertos dos vídeos (episódios)<sup>107</sup> com as ações da professora e dos alunos em sala de aula, as questões problematizadoras relacionadas aos episódios e a perspectiva do Ensino Exploratório, as produções escritas dos alunos (resoluções das tarefas) e o quadro-síntese (para registro das ações da professora protagonista do caso); (4) *Reflexão após a aula*, que apresenta os excertos do áudio<sup>108</sup> da entrevista da professora após a aula, questões problematizadoras com relação a entrevista e o *framework*<sup>109</sup>, (5) *O GeoGebra*, constituído pelos excertos de vídeos<sup>110</sup> relacionados aos itens da tarefa desenvolvidos com o uso deste *software*, questões problematizadoras relacionadas a esses episódios e ao uso do GeoGebra como recurso para a realização da tarefa e excertos do áudio<sup>111</sup> da entrevista da professora após a aula e (6) *Colocar em prática*, que aparece como um convite aos participantes da formação a planejar e implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Neste estudo, focalizamos nossa investigação nas ações que foram desenvolvidas no empreendimento Resolução e análise de tarefas (definido pela Cop-ProfMARE), utilizando como ferramenta de formação a resolução de tarefas propostas pelos formadores e o caso multimídia Plano de Telefonia, com o objetivo de identificar que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras foram considerados pelas professoras da CoP-ProfMARE.

O empreendimento Resolução e análise de tarefas envolveu 12 encontros<sup>112</sup> semanais de uma hora de duração cada (Quadro 5).

---

<sup>107</sup>Esses episódios estão relacionados com as fases da perspectiva do Ensino Exploratório, sendo um para a fase proposição e apresentação da tarefa; cinco para a fase de desenvolvimento da aula; quatro para a fase de discussão coletiva, e dois para a fase de sistematização.

<sup>108</sup>Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se somente aos itens da tarefa que foram realizados na sala de aula.

<sup>109</sup>O *framework* foi elaborado a partir das discussões do grupo Gepopem com base em Stein et al. (2008) e Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e contempla as ações de um professor nas diferentes etapas de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Falaremos mais sobre esse *framework* no capítulo 3 dessa tese.

<sup>110</sup>A seção o GeoGebra contempla quatro vídeos.

<sup>111</sup>Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se aos itens da tarefa que foram realizados no laboratório de informática do Colégio com o uso do *software* GeoGebra.

<sup>112</sup>O empreendimento Resolução de Análise de tarefas foi desenvolvido na CoP em 2015 (oito encontros) e em 2016 (quatro encontros).

Quadro 5– Ações do empreendimento Resolução e análise de tarefas

Ações	Descrição
<p style="text-align: center;"><b>Ação 1</b></p> <p style="text-align: center;">Resolução e Análise de tarefas propostas pelos formadores e pelas professoras em formação</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- resolveram e analisaram 16 tarefas de alto e de baixo nível de demanda cognitiva propostas pelos formadores e pelas professoras em formação;</li> <li>- socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes;</li> <li>- analisaram e discutiram o grau de complexidade e as características das tarefas. Para tanto, utilizaram a categorização proposta por Stein e Smith (1998).</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>Ação 2</b></p> <p style="text-align: center;">Resolução e Análise da tarefa proposta na seção Antes da aula (subseção a Tarefa) do caso multimídia</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- resolveram e analisaram a tarefa do caso “Plano de Telefonia” (Quadro 2);</li> <li>- socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes;</li> <li>- analisaram e discutiram o grau de complexidade e as características da tarefa.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>Ação 3</b></p> <p style="text-align: center;">Resolução e Análise das tarefas elaboradas pelas professoras na seção Colocar em prática do caso multimídia</p>	<p>Os membros da comunidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- elaboraram/adaptaram tarefas que seriam aplicadas em sala de aula utilizando a perspectiva do Ensino Exploratório;</li> <li>- analisaram e resolveram essas tarefas.</li> </ul>

**Fonte:** As autoras

As duas primeiras ações aconteceram no ano de 2015 e a terceira em 2016. A organização do trabalho desenvolvido na CoP deu-se da seguinte forma: inicialmente as professoras resolveram e analisaram as tarefas individualmente, em seguida compartilharam e discutiram as estratégias de resolução com o grupo explorando aspectos, tais como: as diferenças e as semelhanças entre as estratégias, as características da tarefa, a escrita do enunciado, para quem se destina, quais os conteúdos que podem ser explorados, as dinâmicas para sua implementação. No trabalho com a tarefa do caso “Plano de Telefonia” (Figura 4), as professoras também tiveram que responder às questões problematizadoras<sup>113</sup> presentes na subseção A Tarefa da seção Antes da Aula.

<sup>113</sup>As questões problematizadoras não foram respondidas na plataforma, pois as professoras preferiram escrever as respostas em seus cadernos.

Figura 4 – Tarefa “Plano de Telefonia” e questões problematizadoras

**CASOS MULTIMÍDIA** TAREFAS GEPEFOPEM PECEM CONTATO LOGOUT

**Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"**

Introdução Antes da aula A aula Reflexão após a aula O Geogebra Colocar em prática

**A tarefa**

Planejamento da aula  
Quadro síntese

**A tarefa**

**Tarefa - O plano de telefonia**

Júlia quer contratar um plano de telefonia, e fazendo uma pesquisa, ela encontrou duas empresas que oferecem os seguintes planos:

Empresa 1: R\$ 0,30 por minuto falado, sem nenhuma taxa fixa.  
Empresa 2: R\$ 0,15 por minuto falado mais uma taxa de manutenção mensal de R\$ 12,00.

a) Se Júlia fala em média 110 minutos por mês, qual das empresas oferece menor preço? Justifique sua resposta.

b) Lívia também quer contratar um plano de telefonia. Sabendo que ela costuma falar 60 minutos em média por mês, qual das empresas oferece menor preço para ela? Justifique sua resposta.

c) Para cada empresa, indique uma expressão matemática que represente o preço ( $y$ ) cobrado de acordo com os minutos falados ( $x$ ).

d) Represente graficamente, num mesmo plano cartesiano, os planos de cada empresa.

e) Comparando os planos das empresas 1 e 2, existe alguma quantidade de minutos falados que tornará indiferente a escolha entre elas? Justifique sua resposta.

f) Qual plano você contrataria? Por quê?

1. Resolva a tarefa
2. Que ideias matemáticas foram mobilizadas ao resolver essa tarefa?
3. Que estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos na resolução dessa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

**Fonte:** BALDINI (2016)

Além da tarefa Plano de Telefonia, também apresentamos algumas tarefas que foram trabalhadas com as professoras durante este empreendimento (Figura 5), em especial aquelas mencionadas pelas professoras durante as discussões e implementadas pelas professoras Luísa e Maisa no momento de “colocar a prática”.

Figura 5- Algumas tarefas que foram trabalhadas no empreendimento Resolução de Análise de Tarefas

Quantos telefonemas?

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descubra quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para felicitarem todos entre si...

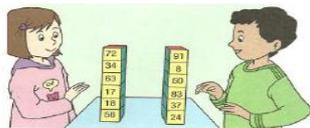
E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

**Fonte:** CANAVARRO (2009)

Andréia e Renato construíram cada um uma pilha de cubos numerados. Eles organizaram os cubos dessas pilhas, colocando-os um a um.



- Qual o primeiro cubo que Andréia colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
- Qual é o último número que Renato colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
- Na pilha que Andréia construiu há mais cubos com números pares ou ímpares?

Fonte: RIBEIRO (2009)

Observe a sequência de figuras e responda:



- Desenhe a próxima figura da sequência.
- Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas têm a figura?
- Sem desenhar, descubra quantas bolinhas têm a figura que ocupa a posição 14 da sequência. Explique seu raciocínio.
- Escreva a sequência relativa ao número de bolinhas que tem cada uma das figuras até a posição 7.
- Que posição corresponde a figura que tem 59 bolinhas? Explique seu raciocínio.
- Descreva como é construída qualquer figura desta sequência.
- Escreva uma regra que represente o número de bolinhas que tem uma figura em qualquer posição.

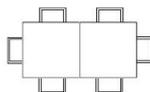
Fonte: Adaptada de BRANCO (2008).

### Tarefa – Organizando as mesas

Amanda trabalha em um restaurante. Seu chefe pediu para que ela organizasse as mesas para um jantar com quatorze pessoas. Ela começou a colocar as mesas quadradas e reparou que numa mesa poderiam estar sentadas quatro pessoas.



Enquanto que em duas mesas juntas poderiam sentar seis pessoas.



- Quantas mesas Amanda usou para acomodar quatorze pessoas? Justifique sua resposta.
- Juntando doze mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas? Explique como você pensou.
- E em vinte mesas, quantas pessoas podem se sentar? Explique como você pensou.
- Se chegarem vinte e oito pessoas no restaurante, quantas mesas precisaremos juntar para acomodá-las? Explique como pensou.
- O patrão de Amanda disse que estavam sentadas nas 15 mesas juntas 33 pessoas no salão do restaurante, mas Amanda discordou imediatamente. Explique por que Amanda discordou.

- f) Quantas mesas precisariam ser juntadas para acomodar 33 pessoas? Justifique sua resposta.  
g) Descreva uma regra que lhe permita determinar o número de mesas no restaurante para qualquer número de pessoas.

**Fonte:** Adaptada de MESTRE (2014).

Fonte: As autoras

## Encaminhamento metodológico

Nosso estudo constituiu-se em uma pesquisa de natureza qualitativa, assumindo características de pesquisa intervenção (AGUIAR; ROCHA, 1997; BESSET; COUTINHO; COHEN, 2008; KRAINER, 2003). No desenvolvimento da CoP-ProfMARE atuamos, ao mesmo tempo como membro (formadora), de modo a apoiar as professoras no seu processo de formação, e como pesquisadora, na medida em que investigamos como elas compreendiam às tarefas cognitivamente desafiadoras e seu uso em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Assim, nesta investigação não tivemos uma ação neutra. Segundo Besset, Coutinho e Cohen (2008, p. 12), “a partir do momento em que o pesquisador entra no contexto onde se dá a pesquisa, suas perguntas e propostas já constituem uma intervenção”. Para Krainer (2003), a pesquisa intervenção “é na maioria das vezes um processo orientado em um contexto limitado, gerado por meio da interação contínua e comunicação com a prática” (p.98).

As fontes de coleta de informações foram: as transcrições dos encontros da CoP (TE); as produções escritas elaboradas pelas professoras<sup>114</sup> (PE) e as anotações do diário de campo da pesquisadora (DC). As discussões mobilizadas na CoP-ProfMARE foram gravadas em áudio<sup>115</sup> e transcritas, de modo que as “falas” das participantes pudessem ser aproveitadas em sua totalidade, preservando a integridade dos diálogos. Nessa transcrição, com consentimento das professoras, corrigimos erros gramaticais, de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem, tendo, todavia, o cuidado para não mudar o significado do que havia sido declarado. Quando a correção afetaria a compreensão ou modificaria o sentido da declaração ou diálogo, mantivemos a fala original.

<sup>114</sup>As produções escritas envolveram as respostas elaboradas pelas professoras às questões problematizadoras; os registros no caderno, no qual elas fizeram anotações após os encontros com suas reflexões, dúvidas e comentários gerais sobre as discussões na comunidade, e as resoluções das tarefas.

<sup>115</sup>No primeiro encontro, entregamos um termo de consentimento livre e esclarecido com informações detalhadas sobre os objetivos e procedimentos do estudo, e uma solicitação de permissão das professoras para que os encontros pudessem ser audiogravados.

Para a análise, em um primeiro momento, agrupamos as informações por encontro, por participante e por instrumento de coleta. Em seguida, separamos as informações de modo que pudessem ser comparadas, a fim de encontrar indícios de aspectos relacionados à natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras, considerados pelas professoras.

Na próxima seção, apresentamos a análise das informações de acordo com os aspectos relacionados à natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras, como aquelas que: (i) permitem ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) permitem que o aluno explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicitam um modo de como resolvê-las. Para identificar a informação descrita na análise, utilizamos o nome fictício<sup>116</sup> de quem forneceu a informação, seguido de um código que identifica o instrumento (TE, PE ou DC), e da data em que a ela foi obtida.

### **Aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras considerados pelas professoras da CoP-ProfMARE**

A seguir, apresentamos os aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras, considerados pelas professoras ao longo dos encontros da CoP-ProfMARE, tendo como parâmetros suas características e potencialidades, bem como o papel dos professores.

#### **(i) Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem ao aluno construir suas próprias estratégias**

As ações do empreendimento Resolução e análise de tarefas permitiram às professoras reconhecer que as tarefas cognitivamente desafiadoras possibilitam aos alunos construir suas próprias estratégias para resolvê-las (APPEBLAUM; LEIKIN, 2014).

**Ana:** *O que mais me chamou a atenção nestas tarefas que estamos discutindo é que podemos resolvê-las de diferentes formas. O aluno não precisa fazer do mesmo jeito que o professor pensou. Ele faz do jeito dele. Igual aconteceu conosco, cada uma fez da sua maneira, do jeito que entendeu a tarefa. O que nos leva a perceber que uma tarefa pode ter uma variedade de formas de resolver. É claro que as estratégias têm que ser*

---

<sup>116</sup>A investigação foi aprovada pelo Comitê de Ética da UEL e todos as participantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido no qual se assumia o compromisso de manter o anonimato das participantes.

- coerentes com o que a tarefa está pedindo.*
- Luísa:** *Cada uma resolveu da maneira que achou mais fácil. Então na sala de aula essas tarefas vão permitir que o aluno resolva como ele quer, usando o “seu” conhecimento, o “seu” procedimento, a “sua” estratégia. Isso é bom porque vai ajudar o aluno a ganhar autoconfiança e perceber que ele pode lidar com problemas mais complexos.*
- [..]*
- Ana:** *É, e o professor tem que aceitar a estratégia de resolução do aluno. Porque nós conhecemos professores que não aceitam que o aluno faça diferente dele. Aqui na escola tem isso.*
- Formadora:** *São todas as tarefas que permitem a utilização de mais de uma estratégia de resolução?*
- Luísa:** *Não. Por exemplo, na tarefa da pilha de cubos, para identificar os números pares e ímpares, isso não é possível.*
- Formadora:** *Por quê?*
- Ana:** *Porque a única coisa que exige ali é que você saiba o que são números ímpares e números pares. Não é uma tarefa exigente.*
- Mariana:** *Só precisa que você lembre o que são números pares e ímpares e mais nada. As outras tarefas não, nos levam a explorar as diferentes estratégias [...]. Essas tarefas são completamente diferentes das que estamos acostumadas. Infelizmente os livros didáticos não trazem muitas tarefas deste tipo.*

(TE, 02/06/2015)

As tarefas cognitivamente desafiadoras têm como características: permitir diferentes resoluções e possibilitar que os alunos se utilizem de seus conhecimentos prévios na elaboração de suas estratégias. Esse tipo de tarefa tem o potencial de desenvolver a autoconfiança dos alunos, ao permitir que eles construam “suas” próprias estratégias de resolução, “seus” próprios caminhos. Eles elaboram uma estratégia de acordo com o que entenderam, com a sua interpretação (STEIN et al., 2009). Ana declarou que, assim como aconteceu com elas no processo de formação, o aluno irá resolver tendo em conta o que entendeu, entretanto essa estratégia deve ser plausível com o que está envolvido na tarefa.

É importante que os professores aceitem/valorizem as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos e reconheçam/aceitem que eles são capazes de lidar com problemas complexos. Ao se engajarem no trabalho com as tarefas cognitivamente desafiadoras, as professoras perceberam que o foco dessas tarefas são as ideias elaboradas pelos alunos e não apenas as respostas corretas, embora elas também devam ser consideradas, entretanto, não como prioridade (CHAPPIN, O’CONNOR; ANDERSON, 2003).

*O que é importante valorizar nestas tarefas que resolvemos no grupo são as ideias, como os alunos fizeram. O que eles pensaram, como resolveram a tarefa.[...] O professor precisa olhar e compreender o que os alunos fizeram. [...] Não dá para ficar exigindo que o aluno faça do jeito que você fez. Penso que se o aluno fez errado você tem que corrigir, mas, se*

*ele fez de outra forma que não a sua e é coerente com o que é pedido na tarefa, o professor precisa respeitar.*

(Ana, PE, 04/06/15)

Ao monitorar o trabalho de sala de aula, o professor desenvolve diversas ações, entre elas a de observar e interpretar o pensamento matemático dos alunos e suas estratégias de resolução de modo a compreender como se deu todo processo aí envolvido e verificar se as resoluções apresentadas são coerentes com o que se espera da tarefa. De acordo com Sullivan et al. (2011), quando a tarefa permite ser resolvida de diferentes formas, tem o potencial de engajar o aluno em uma atividade intelectual que desenvolve sua autonomia e autoconfiança. Desse modo ele não teme expor suas ideias diante do professor e de seus pares, pois sente que haverá respeito e valorização do seu pensamento (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996). Segundo Smith e Stein (2013, p.2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves”.

Muitas vezes, os alunos estão acostumados a esperar a “correção” do professor, a “maneira certa” para resolver a tarefa, pois não confiam em suas estratégias (SCHOENFELD, 1992). Em outras situações, basta uma palavra ou um gesto do professor para que eles apaguem suas resoluções sem considerar o que realizaram (NATHAN; KNUTH, 2003). Na sala de aula, tanto o professor quanto os alunos precisam valorizar as diferentes estratégias de resolução para uma tarefa, assim eles estarão ampliando suas oportunidades de aprendizagem (SMITH; STEIN, 2013).

Percebemos que a falta de confiança no trabalho com essas tarefas não é uma prerrogativa somente dos alunos, mas também de alguns professores. As professoras da CoP-ProfMARE manifestaram ter receio de propor esse tipo de tarefa, como podemos observar na afirmação de Luísa quanto ao trabalho com tarefas que possibilitam que o aluno construa sua estratégia de resolução.

*[...] Percebo que propor aos alunos tarefas que podem ser resolvidas de várias maneiras é importante, porém, **tenho receio de utilizar essas tarefas porque tenho medo de aparecer uma estratégia com que eu não saiba lidar, que eu não consiga ver se ela é coerente para resolver a tarefa.***

(Luísa, PE, 06/06/15)

Portanto o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras pode constituir-se em um obstáculo ao professor, porque exigem habilidades que não lhe são familiares em aulas tradicionais, nas quais são propostas tarefas que predominantemente recorrem

à memorização ou à realização de procedimentos sem conexão com significados que são de baixo nível de demanda cognitiva (SULLIVAN et al., 2015). Porém, envolver-se na resolução da tarefa, explorando a Matemática existente nela e as diversas formas de resolvê-la, permite ao professor adquirir a confiança necessária para uma implementação adequada desta tarefa com os alunos (CANAVARRO, 2011).

Inferimos que tarefas cognitivamente desafiadoras provocam professores e alunos a saírem de sua zona de conforto, pois, conforme relata Mariana, embora elas sejam “completamente diferentes” das que estão acostumados, ajudam a construir e aprofundar seus conhecimentos. De acordo com Boston (2006, p. 27), ao resolver as tarefas cognitivamente desafiadoras, os professores têm a oportunidade de “aprofundar seus conhecimentos matemáticos, ganhar experiência como ‘aprendizes’ com este tipo de tarefa, apreciar o potencial dessas tarefas e refletir sobre como implementá-las na sala de aula”.

Mesmo tendo consciência da importância de privilegiar este tipo de tarefa, alguns professores e alunos as rejeitam, pois têm receio de correr riscos (STEIN; GROVEN; HENNINGSEN, 1996). Sullivan, Clarke e Clarke (2013) enfatizam que as tarefas cognitivamente desafiadoras são “difíceis” de implementar, pois as dificuldades e a resistência em desenvolver este tipo de tarefas estão relacionadas com os objetivos do professor para a tarefa, com seus conhecimentos matemáticos, com suas crenças sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, com as abordagens pedagógicas que pode facilitar a aprendizagem dos alunos e com os recursos curriculares (SULLIVAN; MORNANE, 2013).

## **(ii) Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem que o aluno explique suas estratégias e justifique seu pensamento**

A exigência de explicar como pensou é um aspecto essencial apontado pelas professoras acerca das tarefas cognitivamente desafiadoras. De acordo com Nathan e Knuth (2003), o aluno ao explicar como resolveu a tarefa tem que refletir sobre a sua resolução, e isso o ajudará, posteriormente, a comunicar oralmente suas ideias e a desenvolver seu raciocínio (FUNG, 2010; SULLIVAN; DAVIDSON, 2014). Ao solicitar uma justificativa para a estratégia utilizada pelo aluno, o professor pode apoiar o pensamento matemático dos alunos, e colaborar para que eles se (re)estruturarem

cognitivamente. Essa característica foi um dos destaques da tarefa Plano de Telefonia, que constitui o caso multimídia, apresentados pelas professoras da CoP-ProfMARE.

- Ana:** *A tarefa Plano de Telefonia, por exemplo, em três dos seus itens a, b, e, é solicitado ao aluno para justificar sua resposta. E o item f, pergunta “por que”. Isso é importante na tarefa, pois o aluno tem que explicar como resolveu e isso o ajudará a compreender o que está fazendo.*
- Luísa:** *Para mim isso é fundamental para a construção nesta tarefa do conceito de função. Quando os alunos explicarem os itens a e b, isso os ajudará a responderem o item d, que é escrever a função que representa o preço cobrado (y) de acordo com os minutos falados (x).*
- Ana:** *Concordo que esses dois itens apoiam o terceiro. Isso ajuda o aluno a fazer uma relação para escrever a regra da função.  
[...]*
- Mariana:** *Em várias tarefas que nós resolvemos **tinha para explicar como pensou**. Algo que **a maioria das nossas tarefas não contempla**. Penso que isso pode ser considerado uma característica dessas tarefas.*
- Formadora:** *Por que vocês acham que a maioria das tarefas que vocês trabalham não pede para explicar como pensou?*
- Luísa:** *Talvez porque as tarefas que trabalhamos não tenham como foco a compreensão, mas apenas a resolução usando procedimentos.*  
(TE, 30/06/2015)

As professoras entendem que justificar suas estratégias auxilia o aluno a compreender como resolveu a tarefa. Smith e Stein (2013, p. 42) argumentam que as tarefas que pedem aos alunos para explicar suas estratégias de resolução “permitem que aspectos do pensamento matemático do aluno sejam explorados e compreendidos”. De acordo com Sullivan e Davidson (2014), uma grande vantagem de trabalhar com tarefas de alto nível, em que as estratégias utilizadas devam ser explicitadas, é desenvolver a capacidade argumentativa dos alunos.

*Para mim, levar o aluno a explicar suas estratégias e justificar seu pensamento é a principal característica dessas tarefas. Quando o aluno escreve ou fala sobre aquilo que fez, ele pensa como fez aquilo. [...] justificar o porquê fez daquela forma, movimenta o aluno a usar os conhecimentos que possui para explicar, e para mim ele está aprendendo.*

(Luísa, PE, 06/06/15)

*Essas tarefas que pediram para explicar como pensou, são importantes para o trabalho em sala de aula, pois quando os alunos explicam como pensaram eles trazem as ideias matemáticas que estão envolvidas na tarefa. [...] quando eles explicam como fizeram a tarefa, eles assumem aquela resolução como sua. [...] ao explicar seu pensamento e estratégias de resolução é um incentivo aos alunos para envolverem-se ativamente com a tarefa.*

(Mariana, PE, 08/06/15)

Na declaração das professoras, percebemos que foi considerado que as tarefas que solicitam aos alunos uma justificativa das estratégias utilizadas para resolução

permitem ao aluno pensar como ele realizou a tarefa, ajudam a trazer à tona as ideias que estão imersas na tarefa e podem ser um “incentivo” para o trabalho com a tarefa. Para Yackel, Cobb e Wood (1993, p.35), “as oportunidades de aprendizagem aumentam a partir do momento que os alunos verbalizam seus pensamentos e dão sentido a essas verbalizações”. Ana também ressalta esse aspecto em sua produção escrita, relacionando-a, assim como Luísa, com a aprendizagem do aluno, e com elementos da perspectiva do Ensino Exploratório.

*[...] as tarefas que pedem para explicar como pensou, exigem que os alunos pensem como realizaram a tarefa. Estas tarefas os estimulam a aprender, ficam mais motivados. Além de permitir que o aluno desenvolva sua comunicação, sua capacidade de interpretar, sua autonomia. [...] quando o aluno explica sua estratégia de resolução ele está aprendendo e também está fazendo com que o professor compreenda o que ele pensou, que talvez não tenha ficado tão óbvio na resolução da tarefa.*

(Ana, PE, 26/07/15)

É esperado que os professores encorajem seus alunos a partilhar suas ideias e as utilizem como sustentação para a discussão, desenvolvendo assim sua comunicação. Ao expressar verbalmente como fez a tarefa, o aluno organiza seu pensamento e reflete sobre o seu trabalho, permitindo ao professor e aos colegas entenderem como ele desenvolveu suas ideias (YACKEL, COBB; WOOD, 1993). Por isso, a comunicação é elemento essencial em aulas implementadas na perspectiva do Ensino Exploratório, pois é, por meio dela, que os alunos interagem, dialogam, trocam experiências entre si e com o professor. Mobilizar o aluno a falar sobre suas ideias matemáticas, conceitos, procedimentos, estratégias de resolução também podem fazer com que ele exponha as suas dificuldades para obter a compreensão (CHAPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003). Quando o aluno é mobilizado a socializar suas ideias, justificá-las, argumentar, negociar significados, ele tem a oportunidade de construir conhecimentos ou ampliar os já existentes (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011).

Em uma das discussões mobilizadas pela CoP, Mariana declarou que é muito “difícil” fazer com que os alunos do Ensino Médio expliquem como pensaram para resolver as tarefas.

*Quando pedi para alguém falar como resolveu a tarefa, ninguém se prontificou (está se referindo à sua turma de 1º ano do Ensino Médio). Então, é muito difícil. Pedi, insisti, mas nada. Mesmo ali na carteira, só eu e o aluno. No final das contas, eu fiz a pergunta e eu mesmo respondi. Fui fazendo a correção, eu falava e eu mesmo respondia. Ninguém quis falar, ou ir a frente explicar. Agora no sétimo ano já foi diferente, todos queriam falar, tive que selecionar. Eu já tinha selecionado alguns, mas tive que deixar a maioria falar. Embora*

*muitos acabaram falando a mesma coisa, pois não percebiam que tinham usado o mesmo pensamento do colega.*

(Mariana, TE, 07/07/15)

Essa declaração de Mariana apresenta uma dificuldade enfrentada por muitos professores, principalmente nas séries mais avançadas, pois na maioria das salas de aula, como os alunos não respondem às perguntas com frequência (GRAESSER; PERSON, 1994), a fala do professor acaba dominando o discurso (CAZDEN, 2001). Chappin, O'Connor e Anderson (2003, p. 7) argumentam que este impasse pode acontecer porque “alguns desses alunos nunca se envolveram neste tipo de discussão antes e podem achar estressante ou constrangedor falar na frente dos colegas”. Por isso, construir a confiança dos alunos sobre a sua própria capacidade de se envolver com tarefas cognitivamente desafiadoras e de engajar-se em uma discussão intelectual constitui-se um desafio para os professores.

A declaração de Mariana, mencionada anteriormente, contrapõe a ideia de Ana de que no trabalho com as tarefas cognitivamente desafiadoras os alunos ficam “mais motivados”. De acordo com Smith e Stein (2013), os alunos resistem em envolverem-se no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, porque não estão habituados a este tipo de tarefa, entretanto, os alunos mais novos são mais receptivos ao trabalho com estas tarefas. Essas autoras argumentam que, como as tarefas de alto nível de demanda cognitiva têm o potencial de mobilizar o aluno a elaborar formas complexas de pensamento, é fundamental que o professor as implemente, utilizando práticas de ensino que permitam ao aluno explorá-las adequadamente, monitorando o trabalho do aluno por meio de questionamentos, incentivando-o a trabalhar ativamente na tarefa.

Segundo Smith e Stein (2013), mobilizar os alunos a explicar seu pensamento é uma característica das tarefas cognitivamente desafiadoras. Pensar como resolveu a tarefa, elaborar uma justificativa escrita ou oral podem ajudar o aluno a desenvolver confiança para, posteriormente, engajar-se em discussões matemáticas produtivas (CHAPPIN; O'CONNOR; ANDERSON, 2003). Privilegiar este tipo de tarefas no trabalho de sala de aula pode ampliar a capacidade do aluno de interpretação e comunicação, de negociação de significados, de tomada de decisões sobre o que fazer e como fazer (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996).

**(iii) Tarefas cognitivamente desafiadoras não explicitam um modo de como resolvê-las**

Outro aspecto, evidenciado pelas professoras ao longo do desenvolvimento do empreendimento Resolução e análise de tarefas, foi que as tarefas cognitivamente desafiadoras não trazem explícito em seu enunciado um modo de resolvê-las. Para Luísa, uma tarefa cognitivamente desafiadora “é aquela que *não dá um caminho, que não está explícito como você deve proceder, que precisa de interpretação*” (Luísa, TE, 19/04/16).

De acordo com Stein e Smith (1998, p. 348), as tarefas cognitivamente desafiadoras que não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações, estão no nível fazer matemática. “São tarefas que requerem um pensamento mais complexo na medida em que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações”. Por outro lado, tarefas que focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos com os níveis de compreensão de conceitos e de ideias matemáticas são procedimentos que estabelecem conexão com os significados. Isto é, os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais que estão subentendidas no procedimento seguido, para desenvolver a compreensão e resolver a tarefa com êxito. Nesta categoria, encontra-se a maioria das tarefas trabalhadas na CoP-ProfMARE. Em uma de nossas conversas informais, Ana deixou evidente essa característica.

*[...] uma tarefa que não traz no enunciado um modo de resolvê-la, um caminho, um modo de começar a tarefa, estimula o aluno a usar o conhecimento que tem para procurar uma forma de resolver a tarefa. Então, a tarefa tem que ser selecionada levando em consideração os conhecimentos dos alunos. Isso também é importante, porque se a tarefa for muito difícil para o aluno, ele não consegue esboçar qualquer estratégia de resolução para a tarefa, ele pode ficar desestimulado, e acabar deixando a tarefa de lado.*

(Ana, DC, 04/08/15)

Ao escolher uma tarefa, o professor precisa considerar os conhecimentos prévios dos alunos de modo que eles tenham capacidade para resolvê-la e, não apenas sigam os procedimentos ensinados. Assim, a tarefa tem que estar de acordo com o nível de escolaridade, a idade, os conhecimentos dos alunos. Enfim, o professor, quando escolhe uma tarefa, precisa levar em conta o nível de seus alunos, o grau de complexidade apropriado, de modo que trabalhem sobre ela sem reduzir o seu nível de demanda

cognitiva (STEIN; SMITH, 1998), sem perder o interesse ou sentir-se incapaz de resolvê-la.

Luísa evidencia em uma de suas produções escritas que a tarefa que não explicita em seu enunciado um modo de resolvê-la exige do aluno um esforço maior para interpretar e compreender o que está sendo pedido para realizá-la. A declaração dela vem ao encontro da afirmação de Stein et al. (2009), de que uma tarefa cognitivamente desafiadora requer do aluno esforço cognitivo significativo, e isso pode gerar uma insegurança no aluno, pois não tem uma lista antecipada de processos exigidos para a sua resolução.

Durante a resolução e análise das tarefas escolhidas pelas professoras Luísa e Maísa para implementar em sala de aula (Colocar em prática), a professora Maísa<sup>117</sup> destacou o formato da tarefa “Plano de Telefonia”, argumentando que *“esta tarefa começa com questões simples, e depois envolve outras questões que vai ajudando o aluno a construir um raciocínio”* (Maísa, PE, 05/05/16). Por isso ela procurou escolher uma tarefa que tivesse o mesmo padrão para colocar em prática. Para Sullivan e Mornane (2013) e Ponte et al. (2013), a estrutura de uma tarefa pode variar de simples sentenças a sentenças complexas que incluem uma divisão de perguntas de uma forma organizada, ou uma relação de questões estruturadas sequencialmente a fim de promover a compreensão dos alunos de uma importante ideia ou tópico matemático.

Luísa também declarou que, para elaborar a sua tarefa na seção Colocar em prática, do recurso multimídia, se baseou nas tarefas trabalhadas durante os encontros, principalmente nas do Plano de Telefonia e da dos Colares.

*Escolhi esta tarefa porque ela tem quase a mesma estrutura das tarefas Plano de Telefonia e dos Colares. Ela começa com um item e vai evoluindo aos poucos. Então o que o aluno faz em um item vai ajudá-lo a resolver o outro, até chegar a uma generalização. Além do que posso explorar os diferentes tipos de estratégias que poderão aparecer durante a discussão coletiva.*

(Luísa, TE, 07/06/16)

De acordo com Ponte et al. (2013), além do formato da tarefa, o que deve ser relevante para a escolha são os tipos de raciocínio envolvidos quando na compreensão de importantes ideias matemáticas envolvidas nas tarefas cognitivamente desafiadoras.

---

<sup>117</sup>A professora Maísa não participou da exploração do caso multimídia, porém, teve acesso a tarefa Plano de Telefonia. Essa professora começou a fazer parte da comunidade em 05/04/16.

Desse modo, é fundamental que os professores apoiem os seus alunos a compartilhar suas ideias e realizem discussões matemáticas produtivas.

## **A CoP-ProfMARE no trabalho com Tarefas Cognitivamente Desafiadoras**

A CoP-ProfMARE se constituiu em um contexto de formação continuada no qual as professoras puderam propor, negociar, compartilhar ideias, experiências, dúvidas, enfim, foi estabelecido ali um espaço para a constituição de aprendizagens de professores de Matemática.

Resolver as tarefas propostas pelos formadores, explorar as seções *A aula e Colocar em prática* do caso multimídia, mobilizou as professoras a olhar para as tarefas além do conteúdo matemático a ser abordado, a valorizar o seu grau de complexidade e a ignorar elementos superficiais que, muitas vezes, podem aparecer em algumas tarefas somente com o intuito de dar a impressão que são de alto nível, porém, na verdade, não influenciam na compreensão dos alunos. Por exemplo, algumas tarefas apresentam desenhos, esquemas que nada, ou quase nada acrescentam, têm exclusivamente a função de ilustrá-las.

*Temos que prestar bastante atenção nas tarefas que escolhemos, porque às vezes uma tarefa parece bonitinha, traz diagrama, gráfico, esquema, mas no fundo não ajuda o aluno em nada. Não serve para nada. Só tem a aparência de que é desafiadora.*

(Mariana, DC, 02/12/15)

Nas discussões das resoluções das tarefas de alto nível de demanda cognitiva propostas pelos formadores, em um primeiro momento, as professoras argumentaram, que, se levassem aquelas tarefas para sala de aula, seus alunos não conseguiriam resolvê-las sozinhos, pois eles não estavam acostumados com este tipo de tarefa, não gostavam de pensar, ler e tinham dificuldades de interpretação. No entanto, no decorrer do empreendimento, os questionamentos provocativos dos formadores desafiaram as professoras, e algumas se sentiram motivadas a implementar esse tipo de tarefas nas suas sala de aula.

**Mariana:** *Quando resolvemos aquela tarefa dos telefonemas, e vocês (formadores) sugeriram que eu aplicasse aos alunos do sétimo ano, pensei: “a Cristina e o Julio estão fora da realidade. Nunca que os alunos vão conseguir fazer”. Mas, eu fiquei curiosa para ver o que ia dar. Eu tinha certeza que não ia dar em nada. Mas os alunos fizeram e me surpreenderam. Usaram*

- Formadora:** *desenhos para representar os amigos e fizeram as ligações. Por que você achava que eles não conseguiriam?*
- Mariana:** *Por que... Porque é uma tarefa que envolve a ideia de análise combinatória. Eu não achei que eles resolveriam por meio de desenhos. Não pensei nessa possibilidade. Penso que estou muito “bitolada” nos conteúdos e **quando vejo a tarefa já penso no conteúdo e esqueço as outras possibilidades.** Era uma tarefa que não daria para alunos do Ensino Fundamental. **Quando discutimos, eu falei que ela não era exigente, mas pensei nos alunos do ensino médio. Agora para os alunos do sétimo, com certeza é exigente.***

(TE, 26/05/2015)

Percebemos, pela declaração de Mariana, que ela subestimou os seus alunos, acreditando que não seriam capazes de resolver a tarefa. A ideia de pensar a tarefa somente para trabalhar os conteúdos está muito presente na prática pedagógica dos professores. Para Stein e Smith (1998), as tarefas não determinam apenas o conteúdo envolvido, mas definem como os alunos pensam sobre, de que maneira desenvolvem, usam e dão sentido à Matemática. Assim, as tarefas devem ser encaradas como “[...] um processo que pode potencialmente melhorar a compreensão matemática, em vez de simplesmente atuar como um veículo para o conteúdo” (PEPIN; HAGART, 2010, p.13).

No decorrer dos relatos das aulas, observamos que elas foram reconhecendo e admitindo que o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras era possível e que poderia fomentar aprendizagens matemáticas. Isso ficou mais evidente após a reflexão feita da aula que elas realizaram com seus alunos, na perspectiva do Ensino Exploratório, desencadeada pela seção Colocar em prática do caso multimídia.

*O trabalho com essa tarefa de alto nível foi muito gratificante. No início fiquei um pouco apreensiva, com medo de não conseguir ajudar os alunos nos grupos. Mas deu certo e os alunos se envolveram muito. Aprenderam.*

(Maísa, TE, 21/06/2016)

Na dinâmica assumida pela CoP-ProfMARE, ao resolver as tarefas as professoras puderam se colocar no “lugar” dos alunos, discutir as dificuldades que eles poderiam apresentar e quais raciocínios desenvolver. Isso colaborou para ampliar o conhecimento das professoras acerca das características e do potencial das tarefas de alto nível (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986; NATHAN, KNUTH, 2003; STEIN et al., 2009). Do mesmo modo, o empreendimento as fez perceber que o trabalho com esse tipo de tarefa tem o potencial de promover a aprendizagem dos alunos.

## Considerações

Durante o empreendimento, foi possível identificar três aspectos considerados pelas professoras a respeito da natureza de uma tarefa cognitivamente desafiadora, como aquela que: (i) permite ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) mobiliza o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicita um modo de resolução.

As ações de resolver e discutir tarefas cognitivamente desafiadoras fomentaram reflexões compartilhadas com relação à natureza deste tipo de tarefa, em especial sobre suas características e suas potencialidades, bem como a respeito do papel do professor para o processo de ensino centrado na perspectiva do Ensino Exploratório.

As professoras consideraram como características de uma tarefa cognitivamente desafiadora: permitir diferentes tipos de resolução; possibilitar que os alunos utilizem de seus conhecimentos para a elaboração de estratégias de resolução; solicitar que os alunos justifiquem como pensaram para resolvê-la; ter como foco a compreensão dos alunos; não explicitar em seu enunciado um caminho para a resolução; começar com questões simples para, em seguida, propor outras mais elaboradas de modo a encorajar o aluno e promover a compreensão da ideia ou do tópico matemático; e envolver diferentes tipos de raciocínio matemático.

Inferimos que o empreendimento propiciou às professoras reconhecer também as potencialidades de uma tarefa cognitivamente desafiadora, quais sejam a possibilidade de o aluno: desenvolver a sua autoconfiança, sair da zona de conforto, ampliar suas oportunidades de aprendizagem, utilizar seus conhecimentos para explicar como pensou para resolver a tarefa, compreender o que fizeram, desenvolver a capacidade argumentativa e a comunicação matemática, organizar suas formas de pensamento.

O papel do professor também foi um aspecto que chamou a atenção das professoras, pois, no enfoque do trabalho com tarefas desafiadoras, cabe a ele: aceitar/valorizar e compreender as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos; aceitar/reconhecer que o aluno pode lidar com tarefas de elevada demanda cognitiva; valorizar o processo e não somente as respostas corretas; solicitar e incentivar que os alunos apresentem justificativas para suas resoluções e partilhem suas ideias; apoiar o pensamento matemático do aluno; utilizar as ideias dos alunos para sustentar as discussões e o processo de sistematização das ideias matemáticas; construir relação de

confiança na capacidade de os alunos se envolverem nesse tipo de tarefa; considerar o nível de escolaridade, a idade e os conhecimentos prévios dos alunos na escolha da tarefa, e trabalhar com as inseguranças dos alunos. Assim, o professor precisa prestar atenção na escolha das tarefas para não priorizar somente aquelas que possuem “aparência” de desafiadoras, mas não o são.

Para que tudo isso se realize, o professor precisa abandonar a visão tradicionalista de ensino. E, assim, propiciar processos de ensino e de aprendizagem centrados na compreensão dos alunos. Embora ao longo dos encontros as professoras tenham reconhecido o quão significativo e enriquecedor é o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, elas ainda manifestaram receio de implementá-las em sala de aula. Talvez porque o trabalho com este tipo de tarefa demande do professor desempenhar outros papéis, diferentes daqueles que está acostumado a assumir no ensino diretivo, como monitorar o trabalho em sala de aula, ou talvez porque lidar com esse tipo de tarefa não seja usual no seu cotidiano, uma vez que muitos dos livros didáticos não as contemplam. Assim, a implementação de tarefas cognitivamente desafiadoras pode se constituir em um ‘desafio’ para essas professoras.

## **Agradecimentos**

Nossos agradecimentos à professora Loreni Aparecida Ferreira Baldini, protagonista do caso multimídia Plano de Telefonia, aos alunos e à escola envolvida. Ao Gepefopem, pelo engajamento na construção do Recurso Multimídia no âmbito do projeto Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e na utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

Agradecemos também às professoras da CoP-ProfMARE.

## **Referências**

AGUIAR, K.; ROCHA, M. L. Práticas universitárias e formação socio-política. *Anuário do Laboratório de Subjetividade e política*, n.11, 1997, p.87-102. Disponível em: <http://www.acheronta.org/acheronta11/socio-politica-p.htm>. Acesso em: 22 março 2013.

APPLEBAUM, M.; LEIKIN, R. Challenge in the Eyes of the Beholder: Mathematics Teachers' Views. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, p.1-16, 2014.

ARBAUGH, F.; BROWN, C. A. Analyzing Mathematical Tasks: a catalyst for change? *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 8, n. 6, p.499-536, 2005.

BESSET, V. L.; COUTINHO, L. G.; COHEN, R. H. P. Pesquisa-intervenção com adolescentes: contribuições da psicanálise. In: CASTRO, L. R de; BESSET, V. L. (Org.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. NAU: Rio de Janeiro, 2008.

BOSTON, M. D. Developing secondary mathematics teachers' knowledge of and capacity to implement instructional tasks with high level cognitive demands. 2006. 255f. Dissertation (Educational Doctorate in Mathematics Education). School of Education – Department of Instruction and Learning, University of Pittsburg, 2006.

BOSTON, M.; SMITH, M. Transforming secondary mathematics teaching: increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 40, n.2, p.40-11, 2009.

BRANCO, N. C. V. O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. 251 fls. Dissertação. (Mestrado em Educação – Didática da Matemática). Universidade de Lisboa. Lisboa, 2008.

BRÄNDSTRÖM, A. *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks An analysis of the levels of difficulty*. 2005. 117 f. Tese (Doctorate) - Department of Mathematics, University of Technology, Luleå, Sweden, 2005.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, v. 16, n. 2, 2009, Educação Matemática, p. 81-118

CANAVARRO, A. P. *Ensino Exploratório da Matemática: práticas e desafios*. Educação e Matemática, 2011.

CANAVARRO, A., OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática, 2012. Práticas de ensino da Matemática*. SPIEM, Portalegre, 2012. p.255-266.

CARPENTER, T. P.; LEHRER, R. Teaching and learning Mathematics with understanding. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (Eds), *Mathematics classroom that promote understanding*. New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, 2009.

CAZDEN, C. *Classroom discourse: The language of teaching and learning*. Portsmouth, N.H: Heinemann, 2001.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, p. 355–374, 2011.

CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. Classroom discussions: using math talk to help students learn. *Math Solutions Publications*. Sausalito, CA, 2003.

CHRISTIANSEN, B.; WHALTER, G. Task and Activity. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Ed.). *Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel, p. 243-307, 1986.

CYRINO, M.C.C.T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas*. Eduel, Londrina, 2016.

DOYLE, W. Academic work. *Review of Educational Research Summer*, v. 53, n. 2, p.159-199, 1983.

DOYLE, W. Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instructions. *Educational Psychologist*, v.23, n.2, p.167-180, 1988.

ENGELN; K.; EULER, M.; MASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, 45, 2013, p.823-836.

FUNG, M. G. Writing in a mathematics class? A quick report on classroom practices at the collegiate level. *Currents in Teaching and Learning*, v. 2, n.2, p.22-34, 2010.

GRAESSER, A.C.; PERSON, N. K. Question asking during tutoring. *American Education Research Journal*, v.31, p.104-137, 1994.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 28, n. 5, p. 524-549, 1997.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, v. 30, n. 2, p393-425, 1993.

KRAINER, K. Teams, Communities & Networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 2, 2003, p. 93-105.

MCCORMICK, M. Exploring the cognitive demand and features of problem solving tasks in primary mathematics classrooms. In: WHITE, B.; CHINNAPPAN, M.; TRENHOLM, S. (Eds.). *Opening up mathematics education research (Proceedings of the 39th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*, p. 150-157. Adelaide: MERGA, 2016.

MESTRE, C. O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino. 2014. 379 f. (Doutoramento - Didática de Matemática). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Lisboa, 2014.

NATHAN, M.; KNUTH, E. Study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, v. 21, n.2, p.175-207, 2003.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Authors, 2008.

PEPIN, B.; HAGGARTY, L. *Making connections and seeking understanding: mathematical tasks in English, French and German textbooks*. 2010. Disponível em: [http://www.maths-d.org.uk/mkit/MKiT5\\_Pepin&Haggarty.pdf](http://www.maths-d.org.uk/mkit/MKiT5_Pepin&Haggarty.pdf) Acesso em: 20 jul. 2010.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.

RIBEIRO, J. *Projeto Radix: Matemática 6º ano*. Editora Scipione, v.1, São Paulo, 2009.  
SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: GROWS, D. A. (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, p.334-370, 1992.

SHIMIZU, Y.; KAUR, B.; HUANG, R.; CLARKE, D. The role of mathematical tasks in different cultures. In: SHIMIZU, Y.; KAUR, B.; HUANG, R.; CLARKE, D. (Eds), *Mathematical tasks in classroom around the world*. Rotterdam: Sense Publishers, p.1-14, 2010.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. *Five practices for orchestrating productive mathematics discussion*. Virginia: NCTM, 2013.

STEELE, D. F. Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, n. 62, p. 39-42, 2001.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *America Educational Research Journal*, v. 33, n. 2, p. 455-488, 1996.

STEIN, M. K.; LANE, S. Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, v. 2, p.50-80, 1996.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, 1998.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. A. *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press, 2009.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in classroom*. New York: Free Press, 1999.

SULLIVAN, P.; ASKEW, M.; CHEESEMAN, J.; CLARK, D.; MORNANE, A.; ROCHE, A.; WALKER, N. Supporting teachers in structuring mathematics lessons involving challenging tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 18, p.123 - 140, 2015.

SULLIVAN, P.; CHEESEMAN, J.; MICHELS, D.; MORNANE, A.; CLARK, D.; ROCHE, A.; MIDDLETON, J. Challenging mathematics tasks: What they are and how to use them. In: BRAGG, L. (Ed.), *Math is multidimensional*. Melbourne: Mathematical Association of Victoria, p.33-46, 2011.

SULLIVAN, P.; CIARKE, D.; CLARKE, B. *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. New York: Springer, 2013.

SULLIVAN, P.; DAVIDSON, A. The role of challenging mathematical tasks in creating opportunities for student reasoning. In: ANDERSON, J.; CAVANGH, M.; PRESCOTT, A. (Eds). *Curriculum in focus: Research guided practice* - Proceeding of the 37<sup>th</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Sydney: MERGA, 2014, p. 605-612.

SULLIVAN, P.; MORNANE, A. Exploring teachers' use of, and students' reactions to, challenging mathematics tasks. *Mathematics Education Research group of Australasia*. Springer, 2013.

STYLIANIDES, A. J.; STYLIANIDES, G. J. Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in "real-life" contexts. *Teaching and Teacher Education*, v.24, p.859-875, 2008.

WALLS, F. Challenging task-driven pedagogies of mathematics. In: CLARKSON, P. et al. (Eds), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Melbourne, Sydney: MERGA, 2005, p.751-758.

WARFIELD, J. Where Mathematics content knowledge matters: Learning about building on children's mathematical thinking. In: WOOD, T.; NELSON, B. WARFIELD, J. (Eds). *Beyond classical pedagogy. Teaching elementary school*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2001. p.135 – 155.

WATSON, A.; SULLIVAN, P. Teachers Learning about Tasks and Lessons. In: Tirosh, Dina (ed.). *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, v.2. London: Sense Publishers, 2008.

YACKEL, E.; COBB, PAUL; WOOD, T. Developing a basis for mathematical communication within small groups. In: WOOD, T.; COBB, PAUL; YACKEL, E. (Eds) *Rethinking elementary schools mathematics: Insights and issues. Journal for Research in mathematics education*. Monograph, n.6. Virginia: NCTM, p.33-44. 1993.

YEO, J. B. W. Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. *Mathematics and Mathematics Education*, p. 1-26, 2007.

## CAPÍTULO 3

---

### DISCUSSÕES MATEMÁTICAS E SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS: DESAFIOS NO TRABALHO COM A PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO

Cristina Cirino de Jesus  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino  
Hélia Margarida Oliveira

**Resumo:** Este estudo teve investigar que desafios relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização se colocam aos professores de Matemática durante a elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório<sup>118</sup>, em um contexto de Comunidade de Prática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa com características de pesquisa intervenção. Ao longo das discussões da comunidade, procurou-se mobilizar as professoras a refletir sobre a relevância do plano de aula para o desenvolvimento da discussão coletiva e da sistematização, fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. As ações de analisar e elaborar planos de aula e de implementar aulas nesse enfoque possibilitaram às professoras tomarem consciência dos seguintes desafios: (i) pensar nas ações selecionar e sequenciar à procura de estratégias adequadas para a discussão coletiva; (ii) gerenciar a discussão coletiva; (iii) fazer conexão entre as estratégias selecionadas a fim de mobilizar os alunos a engajarem-se na discussão; (iv) pensar nas possíveis perguntas para fazer no momento da discussão coletiva e da sistematização; (v) considerar a falta de recursos para melhor organizar as estratégias de resolução na discussão coletiva; e (vi) desenvolver a discussão coletiva sem perder o foco dos objetivos. Os desafios enunciados permitiram às professoras não somente se tornarem mais confiantes para desenvolver discussões matemáticas produtivas, nas quais os alunos construam seu conhecimento com compreensão, como também desejarem mudar o seu modo de ensinar para se sentirem preparadas para tomada de decisões rápidas em situações não previstas.

**Palavras-chave:** Perspectiva do Ensino Exploratório. Discussões matemáticas produtivas. Sistematização das aprendizagens. Formação de Professores. Recurso Multimídia.

**Abstract:** This study aims to investigate which challenges related to the articulation between the collective discussion and the systematization are put to the teachers in the development of the actions analysis and elaboration of lesson plans and the implementation of classes from the Exploratory Teaching perspective in the context of community of practice. This is a qualitative research with features of Intervention Research. Throughout the community discussions, we sought to mobilize the teachers to reflect on the relevance of the lesson plan for the development of the collective discussion and systematization, phases of the Exploratory Teaching perspective. The actions of analyzing and elaborating lesson plans and the implementation of

---

<sup>118</sup> O Ensino Exploratório tem suas origens em uma perspectiva mais ampla de *inquiry-based teaching*, que se refere às formas de ensino sustentadas pela inquirição e centradas no aluno, na qual ele pode elaborar questões, explorar situações e desenvolver as suas próprias estratégias para solucioná-las. O *inquiry-based teaching* tradicionalmente não fazia parte da Educação Matemática, mas, sim, do ensino de Ciências, porém, a partir das reformas curriculares, promovidas pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, migrou para o ensino da Matemática (SCHOENFELD; KILPATRICK, 2013).

classes in this perspective enabled the teachers to become aware of the challenges: (i) to think about the actions to select and sequencing the search for appropriate strategies for collective discussion; (ii) to manage the collective discussion; (iii) to make a connection between the selected strategies in order to mobilize students to engage in the discussion; (iv) to think about the probably questions to ask at the moment of the collective discussion and systematization; (v) the lack of resources to better organize the resolution strategies in the collective discussion and (vi) to develop the collective discussion without losing the focus on the objectives. This study show that the challenges posed allowed teachers to become more confident in developing productive mathematical discussions in which students construct their knowledge with understanding, feel the need to change their way of teaching and be prepared for quick decisions in unexpected situations.

**Key-words:** Exploratory Teaching perspective. Collective mathematical discussions. Systematization of learning. Mathematics Teacher Education. Multimedia Resources.

## Introdução

A perspectiva do Ensino Exploratório tem recebido cada vez mais atenção no contexto educacional, pois existe uma necessidade crescente de promover um ensino de Matemática que mobilize o aluno a pensar, raciocinar, resolver problemas e comunicar-se matematicamente, permitindo a ele participar ativamente de sua própria aprendizagem (BISHOP; GOFFREE, 1986; KILPATRICK et al, 2001; LAMPERT, 1999; et al MESTRE; OLIVEIRA, 2014; NCTM, 2008; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2016; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2009; SULLIVAN; LILBURN, 2002; SULLIVAN et al, 2015). Nesta perspectiva de ensino, os alunos têm a oportunidade de trabalhar com tarefas cognitivamente desafiadoras<sup>119</sup> (STEIN; SMITH, 1998; STEIN et al, 2009) e engajar-se em discussões matemáticas produtivas<sup>120</sup> (SMITH; STEIN, 2013) que lhes possibilitarão explicar seu raciocínio e, assim, desenvolver o conhecimento matemático com compreensão (CANAVARRO, 2011; CHAPPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003; NCTM, 2008; SULLIVAN; MORNANE, 2013). Nas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, as discussões matemáticas são predominantes e, segundo Cyrino e Oliveira (2016), essas

---

<sup>119</sup>Tarefas cognitivamente desafiadoras são aquelas que têm alto nível de demanda cognitiva e o potencial de envolver os alunos em uma atividade que desencadeia formas complexas de pensamento (SMITH, STEIN, 2013).

<sup>120</sup>Discussões matemáticas produtivas são aquelas que apoiam o aprendizado dos alunos, ajudando-os a aprender a comunicar suas ideias, explicar seu pensamento tornando-o público, para que eles possam ser “guiados em um ensino de matemática sólido, encorajando-os a avaliar suas próprias ideias matemáticas e as ideias matemáticas do outro” (SMITH; STEIN, 2013, p.1). São desenvolvidas tendo como ponto de partida as resoluções dos alunos, pois o foco é sempre sobre as ideias dos alunos e não sobre a exatidão de suas respostas.

aulas acontecem em quatro fases<sup>121</sup>: (i) proposição e apresentação da tarefa; (ii) desenvolvimento da tarefa; (iii) discussão coletiva e (iv) sistematização.

Neste artigo, centramos nossa atenção nas fases discussão coletiva e sistematização, uma vez que elas estão entrelaçadas e são essenciais para a aprendizagem dos alunos. A fase discussão coletiva se configura como o ponto de partida para a de sistematização (SMITH; STEIN, 2013). Ambas são consideradas complexas e exigentes para o trabalho dos professores, pois a maioria deles não estão habituados a desenvolvê-las em sua salas de aula (MENEZES et al, 2003), portanto se constituem desafios ao trabalho deles.

Segundo Smith e Stein (2013), para instituir discussões matemáticas produtivas em sala de aula é relevante que os professores organizem um plano de aula, o qual contemple: os objetivos com relação à matemática a ser ensinada durante a aula; as possíveis estratégias de resolução e contribuições que os alunos podem apresentar; e as ações que o professor pode desenvolver para apoiar as ideias matemáticas dos alunos e mobilizá-los a envolverem-se com as ideias uns dos outros. Stein et al (2008) entendem que a elaboração do plano de aula escrito possibilita ao professor sentir-se mais seguro para implementar aulas na perspectiva do Ensino Exploratório e, principalmente, para sustentar as discussões em sala de aula, as quais devem ir além do “mostrar e dizer” (“*show and tell*”).

Nosso objetivo neste estudo é investigar que desafios relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização se colocam aos professores de Matemática durante a elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Para promover as discussões com relação a esta temática, constituímos uma comunidade de prática, CoP-ProfMARE<sup>122</sup> e utilizamos como ferramenta de formação um recurso multimídia<sup>123</sup>, nomeadamente, o caso multimídia Plano de Telefonia<sup>124</sup>, construído pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem<sup>125</sup>.

<sup>121</sup>Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) também estruturam a perspectiva do Ensino Exploratório em quatro fases: introdução da tarefa, realização da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens.

<sup>122</sup>Comunidade de Prática de Professores de Matemática, Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática.

<sup>123</sup>Esse recurso multimídia faz parte do projeto “Rede de cooperação Universidade Estadual de Londrina/Universidade de Lisboa na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática” financiado pelo CNPq. Pode ser acessado eletronicamente em uma plataforma *online* por meio de *login* e senha. Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>.

<sup>124</sup>Esse caso, assim como outros que compõem o recurso multimídia, é constituído pelas mídias: excertos de vídeos de aulas desenvolvidas na perspectiva do ensino exploratório; plano de aula do professor;

Nas próximas seções discutimos a perspectiva do Ensino Exploratório, a relevância do plano de aula para a sua implementação e, mais especificamente, a pertinência do plano de aula para o desenvolvimento das fases de discussão coletiva e de sistematização. Em seguida, apresentamos o contexto e participantes da investigação, e o encaminhamento metodológico da investigação, bem como seus resultados e suas conclusões.

## **A Perspectiva do Ensino Exploratório e o plano de aula**

A perspectiva do Ensino Exploratório aparece no contexto educacional como uma forma alternativa de ensino<sup>126</sup> (ARTIGUE, 2013; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, 2014; DOORMAN, 2013; KATRIN; EULE; MASS, 2013; MASS; MASS), e se distingue de outras perspectivas pela natureza das tarefas propostas, pelas formas de organização do trabalho dos alunos e pela comunicação desenvolvida em sala de aula (CHAPMAN, 2013; HUGHES, 2006; PONTE, 2005; SILVER; SMITH, 1996;). Nessa forma de ensinar, os alunos têm a oportunidade de trabalhar com tarefas cognitivamente desafiadoras (STEIN; SMITH, 1998; SMITH; STEIN, 2013), envolver-se em discussões matemáticas produtivas, dar sentido e avaliar as ideias uns dos outros e, assim, desenvolver o conhecimento matemático com compreensão (CANAVARRO, 2011; SMITH; STEIN, 2013; SULLIVAN; MORNANE, 2013).

De acordo com Cyrino e Oliveira (2016, p. 31), na perspectiva do Ensino Exploratório a aprendizagem é um “processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de certa atividade matemática, e também da interação com os outros sobrevivendo de processos de negociação de significados”, configurando-se assim como uma forma de ensinar que se enquadra em uma abordagem dialógica da aprendizagem (ALEXANDER, 2008). Para essas autoras, uma aula estruturada na perspectiva do Ensino Exploratório é desenvolvida em quatro fases: (i) *proposição e apresentação da tarefa*; (ii) *desenvolvimento da tarefa*; (iii) *discussão coletiva da tarefa* e (iv) *sistematização*. No

---

entrevistas (antes e após a aula) com o professor protagonista da aula; produções escritas dos alunos; questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma *online* mediante *login* e senha (CYRINO, 2016).

<sup>125</sup> Disponível em: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem>

<sup>126</sup> Entendemos como forma alternativa de ensino aquela que é contrária à forma tradicional de ensino (ensino diretivo). Por exemplo, a Resolução de problemas, a Investigação Matemática, a perspectiva do Ensino Exploratório, a Modelagem Matemática, etc.

desenrolar dessas fases, os alunos são incentivados a desenvolver um papel ativo, partilhar suas ideias, fornecer justificativas para suas estratégias de resolução, interagir com os colegas, constituindo novos conhecimentos ou ampliando os já existentes (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011; CHAPPIN; O'CONNOR; ANDERSON, 2003; FRAIVILLIG; MURPHY; FUSON, 1999; NATHAN; KNUTH, 2003; SULLIVAN et al, 2011), assumindo-se, portanto, como corresponsáveis por sua aprendizagem (SMITH, 2001).

Na primeira fase – *proposição e apresentação da tarefa* –, o professor organiza a sala de aula, faz a apresentação e a proposição da tarefa. Realiza a leitura da tarefa ou convida um aluno para fazê-la, procurando assegurar que eles a compreenderam, de modo que se sintam desafiados ao trabalho; e, gerencia os recursos que podem ser utilizados durante a aula (STEIN et al, 2008). Em suma, o professor explicita aos “alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: forma de trabalho (grupo ou individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo e organização do ambiente” (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 86).

Na segunda fase – *desenvolvimento da tarefa* –, o professor monitora o trabalho dos alunos no desenvolvimento da tarefa, procura apoiá-los a realizar uma atividade autônoma, para que se envolvam efetivamente na resolução dela. Deve prestar à atenção à matemática que os alunos estão fazendo, com a intenção de avaliar a validade matemática envolvida nessas ideias (CLARK, 2003; SCHIFTER, 2001; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008). Neste momento, é essencial que o professor atente para não reduzir ou eliminar os aspectos desafiadores da tarefa, e para direcionar uma estratégia ou validar de imediato as respostas dos alunos (STEIN; SMITH, 1998; STEIN et al, 2009). Nesta fase, o professor também pode utilizar questionamentos com o intuito de ajudar os alunos a delinear uma estratégia de resolução para a tarefa ou mobilizá-los a pensar na estratégia usada para resolvê-la e, então, elaborar suas justificativas verbais e não verbais (LAMPERT, 2001; SFARD; KIERAN, 2001; SULLIVAN; LILBURN, 2002). É fundamental que o professor incentive o aluno a explicar seu pensamento com relação à resolução da tarefa também “por escrito”, pois “a atividade de escrever como pensou irá ajudá-lo a refletir sobre a sua resolução, contribuindo para que mais adiante ele faça a comunicação oral de suas idéias” (FUNG, 2010, p.23).

Ao monitorar o trabalho em sala de aula o professor poderá desenvolver diversas ações, tais como: observar e interpretar o pensamento matemático dos alunos e suas

estratégias de resolução, analisando as questões conceituais nas quais eles estão trabalhando (SCHIFTER, 2001); promover a interação entre os alunos e a interação entre professor e aluno (CYRINO; OLIVEIRA, 2016); tentar assegurar que “todos” os alunos dos grupos estejam envolvidos na resolução da tarefa; anotar (selecionando e sequenciando) as estratégias de resolução mais adequadas aos objetivos da aula (STEIN et al, 2008). Essas últimas ações, selecionar e sequenciar, “determinam quais ideias (o que) e quais alunos (quem) o professor terá como foco durante a discussão”. Para sequenciar as estratégias de modo eficaz, “o professor deve ter conhecimento de como as diversas estratégias estão conectadas, para então decidir a melhor maneira de ordená-las de modo a alcançar o objetivo da aula” (HUGHES, 2006, p.39). Estas ações são fundamentais para as fases de discussão coletiva e sistematização, uma vez que “determinam [com] quais ideias os alunos terão a oportunidade de lidar e, finalmente, aprender” (SMITH; STEIN, 2013, p.43).

Escolher alunos para a apresentação depois de ter monitorado o seu trabalho permite ao professor ter mais controle sobre o conteúdo matemático que será discutido; [...] mais tempo para pensar sobre, como eles podem orientar a discussão com toda a classe em torno das estratégias selecionadas. [...] estar menos propensos a ser ‘pegos’ de surpresa por uma estratégia completamente nova, sem qualquer tempo para analisar como esta funciona; maximizar as chances de que seus objetivos matemáticos para a discussão sejam alcançados (STEIN et al, 2008, 14, grifos nossos).

Smith et al (2015) afirmam que não há um “caminho certo” para selecionar e sequenciar as estratégias de resolução para a fase de discussão coletiva, pois essas ações dependem em grande parte dos objetivos delineados pelo professor para a aula. Ao escolher e ordenar as estratégias de resolução, o professor também precisa atentar para que elas estejam conectadas umas com as outras, a fim de que a discussão não se limite apenas à apresentação de diferentes maneiras de resolver uma tarefa, mas possibilite o desenvolvimento de ideias matemáticas significativas (SMITH; STEIN, 2013). Para Hughes (2006, p. 41), as ações de selecionar e sequenciar podem ser pensadas pelo professor, quando ele elabora o plano de aula, de sorte que elas se tornem menos “difíceis”, pois, assim, ele “pode dar-se mais tempo para tomar as decisões importantes sobre quais estratégias de resolução apresentar e em que ordem, de modo que os objetivos delineados para a aula sejam alcançados”.

Na terceira fase – *discussão coletiva da tarefa* –, o professor orquestra a discussão, gerencia as intervenções e interações dos diferentes alunos, com “a intenção de promover a qualidade matemática das explicações e argumentações dos mesmos, sem perder o foco nos objetivos da aula” (CANAVARRO, 2011, p.14). Neste momento, os alunos são convidados a apresentar suas resoluções, justificá-las, explicar seu raciocínio a fim de explicitar as ideias ou conceitos matemáticos envolvidos (BRENDEFUR; FRYKHOLM, 2000; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014; LEIKIN; ROTA, 2006; JACKSON; GARRISON; WILSON, 2013; PONTE, 2011). Segundo Smith e Stein (2013, p. 2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves”. Ao confrontar suas estratégias de resolução e suas justificativas com as dos colegas, os alunos negociam e constroem significados (BISHOP; GOFFREE, 1986; PONTE, 2005; RUTHVEN et al, 2011).

É importante que o professor, ao desenvolver a fase de discussão coletiva em suas aulas, apoie os alunos, individual e coletivamente, permitindo-lhes: desenvolver a confiança em suas ideias matemáticas e na linguagem usada para expressá-las (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006); ouvir e responder uns aos outros, avaliando as afirmações ou observações apresentadas pelos colegas; refletir sobre as ideias e as estratégias de resolução compartilhadas, de modo que eles se envolvam nas discussões e mantenham-se focados nos conceitos/ideias que estão sendo abordados; fornecer raciocínios para suas afirmações e resoluções; comparar diferentes estratégias de resolução (BOAVIDA, 2005; 2008; CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011; FRANK et al, 2009; MCGRAW, 2002; PONTE, 2011; SULLIVAN et al, 2012). Para isso, cabe ao professor constituir uma cultura de sala de aula na qual “os alunos sejam encorajados a correr riscos e sentir-se seguros para divulgar suas ideias, aceitar as de seus colegas, argumentar de modo produtivo e desenvolver seu pensamento e raciocínio matemático” (MICHAELS; O’CONNOR, 2015, p.335).

Fazer os alunos falarem sobre as ideias matemáticas, conceitos, procedimentos, estratégias de resolução podem trazer à tona as suas lacunas na compreensão. É importante notar que os alunos não são os únicos beneficiários de ouvir seu próprio pensamento que tornou-se público. Tal conversa também permite aos professores ouvirem os equívocos dos alunos com mais atenção e, assim, identificar o que os alunos fizeram e não entenderam. (CHAPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003, p.7)

Na fase de discussão coletiva, é essencial que o professor não se limite a simples comparação das estratégias de resoluções dos alunos, mas faça conexões entre as ideias matemáticas envolvidas. Para isso, o professor pode utilizar questionamentos a fim de esclarecer o que os alunos fizeram, chamar a atenção de alguns a aspectos da tarefa que ficaram despercebidos por eles, tornando “visível” a Matemática envolvida na tarefa (HOMMEL; CLARKE, 2015; SULLIVAN et al, 2015), concentrando-se no significado matemático e nas relações entre as ideias matemáticas exploradas (SMITH; STEIN, 2013).

Para desenvolver a discussão coletiva, o professor pode decidir “começar a discussão com uma estratégia que a maioria dos alunos usou, validando o trabalho deles de modo a deixar a discussão mais acessível a todos” (SMITH; STEIN, 2013, p.11); usar uma estratégia que é “particularmente fácil de entender e desta forma envolver o maior número de alunos possível acompanhando e contribuindo para discussão” (LARSSON, 2015, p.7). No entanto, Larsson (2015) argumenta que para, iniciar a discussão com uma solução que a maior parte dos alunos reconhece como sua, ou muito próxima dela, ele precisa tomar alguns cuidados para que a discussão não fique comprometida, pois alguns alunos podem não demonstrar interesse em discuti-la, ou não se interessar pelas outras resoluções. O professor também pode introduzir uma discussão coletiva, usando uma resolução que considera mais completa; “começar com uma estratégia mais concreta (usando desenhos ou materiais manipulativos) e passar para uma estratégia mais abstrata, que utilize o raciocínio e linguagem algébrica” (SMITH; STEIN, 2013, p.11); iniciar com uma resolução que apresenta um equívoco, o que pode permitir ao aluno a oportunidade de corrigi-lo antes de aprofundar a discussão das diferentes estratégias; ou contemplar uma resolução que não foi antecipada por ele no plano de aula (HUGHES, 2006; LARSSON, 2015; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008,).

De acordo com Smith e Stein (2013), promover a discussão coletiva nas aulas de Matemática é uma tarefa complexa para o professor, pois lhe impõe diversos desafios como, por exemplo, alinhar as diferentes ideias ou conceitos matemáticos presentes nas estratégias de resolução elaboradas pelos alunos com os objetivos da aula e manter um “equilíbrio” entre as suas ações e as dos alunos, para que a autoridade e a responsabilidade sejam compartilhadas.

Chappin, O'Connor e Anderson (2003, p.7) argumentam que o desafio em gerenciar uma discussão coletiva está em “construir a confiança dos alunos sobre a sua própria capacidade de se envolver em uma discussão intelectual. Pois, alguns deles nunca se envolveram neste tipo de discussão antes e podem achar estressante falar na frente de seus colegas”. Para facilitar o gerenciamento das discussões coletivas em sala de aula, essas autoras desenvolveram um estudo que contempla cinco “movimentos de conversa produtivos” (*productive talk moves*), os quais podem ser utilizados pelo professor nessas ocasiões, quais sejam: proceder a repetição (*revoicing*); pedir aos alunos para rerepresentarem o raciocínio de outro colega; pedir para o aluno aplicar o seu modo de pensar ao raciocínio de outro colega; dar tempo aos alunos; e incentivá-los a participar da discussão. A seguir destacamos cada um deles.

O primeiro, repetição (*revoicing*), refere-se à ação do professor de repetir a resposta do aluno de modo claro e coerente, quando ele perceber que o aluno fez sua explicação em um tom de voz muito baixo, difícil de ouvir e compreender. Porém, essa ação só deve acontecer depois de o professor ter dado ao aluno a oportunidade de explicar novamente sua estratégia em um tom mais alto de voz. Ao fazer a repetição, o professor pode ainda reformular a fala do aluno, sem modificar o significado do que foi apresentado. De acordo com Smith e Stein (2013), esse movimento acontece especialmente nas primeiras discussões com a turma, pois ela ainda não está acostumada com este tipo de trabalho. Essa estratégia é relevante para a fase de discussão coletiva, porque neste momento “todos os alunos precisam ter acesso ao que o colega disse, uma vez que se espera que eles pensem e comentem sobre isto” (STEIN, 2013, p.10). Utilizar a repetição (*revoicing*) na fase de discussão coletiva pode ser um meio de “dar poder a uma voz hesitante” (MICHAELS; O'CONNOR, 1993, p. 328), clarificar as ideias dos alunos e ajudá-los a explicar o seu raciocínio.

O segundo movimento, consiste em pedir aos alunos para reproduzir o raciocínio de outro colega, isto é, o professor, ao invés de repetir a ideia do aluno (*revoicing*), ele pede a um aluno que o faça com suas próprias palavras, ampliando o *revoicing*, de modo a envolver os alunos a acompanhar o que os colegas estão dizendo. Segundo Chapin, O'Connor e Anderson (2003, p.14), “quando os alunos percebem que os colegas estão atentos ao que eles dizem, cada vez mais fazem esforços para tornarem suas contribuições compreensíveis”.

O terceiro movimento envolve a solicitação do professor para que determinados alunos apliquem o seu modo de pensar ao raciocínio de outro colega. Dessa maneira o

professor direciona a atenção para o raciocínio dos alunos que estão ouvindo a apresentação, a fim de que eles façam relação entre suas resoluções e a dos colegas que estão apresentando e deem contribuições significativas para a discussão. Isso porque, muitas vezes o modo de raciocinar elaborado pelos alunos pode ser diferente, porém, ambos podem estar corretos. Essa atitude é fundamental para apoiar a aprendizagem dos alunos, por isso os questionamentos devem sempre estimular os alunos a explicar seu pensamento, sustentando suas contribuições.

O quarto movimento diz respeito ao “tempo de espera”<sup>127</sup>, que não está relacionado ao discurso, mas ao silêncio, pois consiste em proporcionar tempo suficiente para o aluno que está apresentando organizar seus pensamentos, expor suas ideias ou responder aos questionamentos dos colegas e do professor. O último movimento sustenta-se na ideia de que o professor tem que provocar, constantemente, os alunos para que haja uma maior participação durante a discussão coletiva.

Fraivillig, Murphy e Fuson (1999, p.160)<sup>128</sup> também propõem ações que podem ser desenvolvidas pelos professores para gerir as discussões coletivas: “(i) provocar (*eliciting*) os métodos de solução dos alunos; (ii) apoiar (*supporting*) a compreensão conceitual dos alunos e (iii) ampliar o pensamento matemático deles (*extending*)”. Segundo Cengiz, Kline e Grant<sup>129</sup> (2011, p.363), “após o pensamento dos alunos ser provocado, os professores precisam utilizar ações que permitam aos alunos desenvolver conexões entre ideias e métodos de solução, e, ir além do conhecimento matemático existente”.

Na última fase da perspectiva do Ensino Exploratório – *sistematização* –, o professor formaliza os conceitos, ideias ou procedimentos envolvidos na aula. É recomendável para sistematização que o professor tenha como ponto de partida as resoluções que foram exploradas na fase de discussão coletiva (CHAPIN, O’CONNOR; ANDERSON, 2003; et al SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008; SULLIVAN; MOUSLEY, 2001;), pois é quando as “ideias matemáticas são trazidas à tona, contradições são expostas e compreensões são desenvolvidas e consolidadas” (SMITH; STEIN, 2013, vii).

<sup>127</sup>Para Chappin, O’Connor e Anderson (2003), esta ação também é importante na discussão dos pequenos grupos, na interação entre professor e aluno na fase de desenvolvimento da tarefa.

<sup>128</sup>Essas autoras elaboraram um *framework* com o propósito de ajudar os professores a avançar o pensamento matemático dos alunos.

<sup>129</sup>Esses autores aprofundam os estudos de Fraivillig, Murphy e Fuson (1999), principalmente com relação à ação de ampliar o pensamento matemático dos alunos (*extending*).

De acordo com Canavarro (2011, p.34), esta fase (sistematização) tem uma “natureza diferente da anterior, e vai além da sintetização de ideias, assumindo-se como um momento privilegiado em que a comunidade sistematiza e institucionaliza as aprendizagens matemáticas” construindo novos conhecimentos. Em algumas situações, a fase de sistematização pode acontecer juntamente com a fase de discussão coletiva (et al CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; MENEZES et al, 2003). Portanto, é relevante que o professor solicite aos alunos que registrem em seus cadernos os conceitos/ideias/conteúdos que foram sistematizados.

Na perspectiva do Ensino Exploratório, em especial nas fases de discussão coletiva e de sistematização, é fundamental que o professor seja flexível, ajustando seus objetivos para a aula com as contribuições que os alunos fizeram, “mudando seus planos e seguindo os caminhos inesperados dos alunos” (LEIKIN; DINUR, 2003, p.2). Também, nesta forma de ensinar, é essencial que o professor evite constrangimentos aos alunos, por exemplo, não permita que todos falem ao mesmo tempo ou que os alunos interfiram na apresentação do colega sem oferecer tempo suficiente para a exploração das suas ideias (YOUNG, 2015).

Enfim, o professor precisa “renegociar as regras e as expectativas da aula com os alunos, criando um ambiente no qual a discussão é vista como parte legítima do processo de aprendizagem” (McGRAW, 2002, p.36) e “criar uma atmosfera de respeito mútuo e confiança, de modo que os alunos se sintam confortáveis para argumentar e discutir as ideias uns dos outros” (MARTINHO; PONTE, 2005). Para criar esse ambiente de respeito e confiança, no qual o aluno se sinta seguro para expor suas ideias, o professor pode fazer um plano de aula escrito, no qual ele possa antecipar aspectos significativos para a implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, em especial, as fases de discussão coletiva e sistematização (CHAPMAN, 2013).

Segundo Smith e Stein (2013, p. 6), no plano de aula escrito os professores podem delinear os objetivos para a aula, evidenciando o conceito/ideia/conteúdo matemático que querem ensinar. Para essas autoras, os objetivos são o “fio” condutor de todo o trabalho do professor ao longo de uma aula sustentada por uma perspectiva alternativa de ensino, pois “se o professor tem o objetivo em mente, ele irá monitorar o trabalho dos alunos, selecionar e sequenciar as estratégias para a discussão com esse objetivo em mente, facilitando a conexão das ideias matemáticas”.

No plano de aula, o professor também pode não só antecipar as prováveis resoluções e contribuições dos alunos, os possíveis questionamentos e ações que ele

pode desenvolver ao monitorar o trabalho dos alunos, ao promover a discussão coletiva e a sistematização; como também estabelecer quais resoluções são mais adequadas para abordar na discussão coletiva e organizá-las em uma sequência que permita o desenvolvimento de uma discussão matemática produtiva (STEIN et al, 2008; SULLIVAN et al, 2012). Assim, a organização do plano de aula escrito ajuda o professor a diminuir sua improvisação, ao implementar uma tarefa cognitivamente desafiadora, movendo sua atenção para o pensamento e as ações dos alunos, e não ficando centrado somente em suas próprias ações (PONTE, 2011).

Elaborar minuciosamente um plano de aula torna-se um desafio na rotina de trabalho dos professores (AKYUZ; DIXON; STEPHAN, 2013; GEORGIUS, 2014; HUGHES, 2006; MUTTON et al, 2011; ROCHE et al, 2014; SULLIVAN et al, 2015; SUPERFINE, 2008; et alet alet aLYINGER, 1979; ZAZKIS, LILJEDAHL, SINCLAIR, 2009;), pois a maioria deles foi ensinado de modo tradicional, assim eles, possivelmente, se sintam tendo “maior controle intelectual”, quando usam métodos de ensino tradicionais (HUGHES, 2006). Porém a implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório conduz o professor a assumir papéis diferentes dos que desempenha no ensino diretivo. Roche et al (2014, p.854) argumentam que “as decisões que os professores tomam durante o planejamento de uma aula exercem uma profunda influência sobre o seu comportamento em sala de aula”. É significativo deixar claro que o plano é uma “antecipação do que pode ocorrer na sala de aula e não uma determinação do que acontecerá” (MUTTON et al, 2011).

Alguns estudos (CHAPPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003; CLARK, 2003; HUGHES, 2006; POTARI; JAWORSK, 2002; ROCHE et al, 2014; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008; STIGLER; HIEBERT, 1999 et al), investigaram as várias formas de organizar um plano de aula escrito, que podem ajudar os professores a promover discussões matemáticas produtivas.

Com o propósito de permitir ao professor refletir sobre as ações específicas<sup>130</sup>, o Gepefopem elaborou um quadro de referência, *framework*<sup>131</sup> (Quadro 1), do qual o

<sup>130</sup>As ações a que nos referimos são: antecipar, propor a tarefa, monitorar a resolução da tarefa, selecionar e sequenciar as resoluções para discussão; discutir as resoluções, sistematizar as aprendizagens, que foram propostas por Stein et al (2008). É relevante deixar claro que essas ações não são exclusivas da perspectiva do Ensino Exploratório e, portanto, podem ser contempladas em outras perspectivas de ensino.

<sup>131</sup>Este *framework* foi elaborado a partir das discussões do grupo Gepefopem com base em Stein et al (2008) e Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e contempla as ações que um professor pode desenvolver nas diferentes etapas de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. O *framework* faz parte do recurso multimídia elaborado pelo Gepefopem. Mais informações sobre este quadro de referência ver Cyrino e Teixeira, 2016.

professor poderá se valer para ajudá-lo a desenvolver, antes e durante a aula, a organização do plano de aula e, conseqüentemente, a implementação de aulas, tendo como foco é o pensamento do aluno e sua compreensão (LANE, 1996; SMITH, 2001; SMITH; STEIN, 2013; SMITH et al, 2015). Em suma, com o uso desse *framework*, o professor pode tornar o seu ensino mais gerenciável, reduzindo, assim, o grau de improvisação durante a aula.

Quadro 6 – *Framework* elaborado pelo Gepefopem

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
<b>Antes da aula</b>	<b>Antecipar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Estabelecer os objetivos específicos da aula.</li> <li>● Escolher/adaptar/elaborar a(s) tarefa(s) considerando:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- os objetivos da aula;</li> <li>- a natureza da tarefa, priorizando aquelas de elevado nível de demanda cognitiva;</li> <li>- os conhecimentos prévios dos alunos;</li> <li>- os recursos disponíveis na escola.</li> </ul> </li> <li>● Resolver a(s) tarefa(s).</li> <li>● Prever possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos.</li> <li>● Pensar em possíveis questionamentos, orientações ou outros recursos que podem ser sugeridos aos alunos, cuidando para manter o nível de demanda cognitiva.</li> <li>● Estabelecer conexões entre:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- as resoluções previstas;</li> <li>- as resoluções previstas e os conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Durante a aula</b>	<b>Propor a tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Apresentar a tarefa para os alunos.</li> <li>● Explicitar para os alunos a dinâmica para viabilizar a resolução da tarefa: a forma de trabalho (grupo, individual), recursos a serem utilizados, gestão do tempo, organização do ambiente.</li> <li>● Orientar formas de comunicação das resoluções: organização dos registros escritos, seleção e organização de uma resolução a ser socializada.</li> <li>● Distribuir a tarefa para os alunos.</li> <li>● Direcionar a leitura da tarefa que pode ser feita pelo professor, pelo aluno, individualmente ou para a sala.</li> <li>● Promover a compreensão do enunciado da tarefa.</li> <li>● Fomentar o engajamento dos alunos na discussão e na resolução da tarefa.</li> </ul>
	<b>Monitorar a resolução da tarefa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Questionar, orientar e provocar o aluno quanto a resolução da tarefa.</li> <li>● Promover e mediar a interação entre os alunos.</li> <li>● Manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos.</li> <li>● Solicitar justificações para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não)</li> <li>● Não validar a correção das respostas dos alunos.</li> <li>● Identificar as diferentes resoluções e representações e possíveis conexões entre elas.</li> <li>● Avaliar o potencial das diferentes resoluções para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>● Fazer anotações a respeito das resoluções que têm potencial para promover a discussão e as aprendizagens dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> </ul>

<b>Durante a aula</b>	<b>Selecionar e sequenciar as resoluções para discussão</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Escolher e propor resoluções e representações que têm potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa.</li> <li>● Escolher e mobilizar os alunos para apresentação das resoluções selecionadas.</li> <li>● Sequenciar as apresentações tendo em conta os objetivos da aula e as características dos alunos. Por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Partir de resoluções, corretas ou não, que foram utilizadas pela maioria.</li> <li>- Partir de uma resolução menos complexa para uma mais complexa.</li> </ul> </li> <li>● Organizar a discussão: decidir se a discussão vai ocorrer após a apresentação de cada resolução selecionada ou após a apresentação de um conjunto de resoluções.</li> </ul>
	<b>Discutir as resoluções</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Convidar os alunos para a discussão e promover uma atitude de respeito e interesse pelas diferentes resoluções apresentadas.</li> <li>● Promover e gerir a participação dos alunos nas discussões.</li> <li>● Incentivar os alunos a questionar e buscar possíveis respostas.</li> <li>● Solicitar justificações para as resoluções e as representações apresentadas.</li> <li>● Evidenciar e discutir equívocos comuns.</li> <li>● Salientar para os alunos a existência de diferentes resoluções para a tarefa.</li> <li>● Caso necessário, introduzir uma resolução particularmente importante, não apresentada pelos alunos, para atingir os objetivos da aula.</li> <li>● Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.</li> </ul>
	<b>Sistematizar as aprendizagens</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios e as representações matemáticas formalizadas, com vistas à sistematização.</li> <li>● Promover o reconhecimento da importância das regras ou generalizações.</li> <li>● Apresentar os conhecimentos matemáticos em uma estrutura organizada.</li> <li>● Incentivar os alunos a registrar os conhecimentos matemáticos sistematizados.</li> </ul>

**Fonte:** Cyrino e Teixeira (2016, p. 86-87).

Segundo Smith, Bill e Hugues (2008), a habilidade de elaborar um plano de aula pode ser aprendida com a colaboração dos colegas, gerando “um impacto significativo na qualidade das experiências de ensino dos alunos em sala de aula”. Mesmo que o professor “não possa antecipar tudo o que irá ocorrer na sala de aula quando um grupo de alunos se engaja com uma tarefa específica” (SMITH, STEIN, 2013 p.42), “formular objetivos claros e precisos de aprendizagem determina o cenário no qual o conhecimento será construído conjuntamente pelo professor e alunos” (HIEBERT et al, 2007, p.51).

## Contexto e participantes da investigação

Nosso estudo foi desenvolvido a partir das discussões de uma comunidade de prática, denominada pelos participantes de Comunidade de Prática de Professores de Matemática, Analisando e Refletindo sobre o Ensino de Matemática, CoP-ProfMARE. Participaram dessa CoP professoras de Matemática<sup>132</sup>, que atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental, e dois formadores<sup>133</sup>. Todas as professoras eram licenciadas em Matemática e, tinham pós-graduação na área de Ensino ou Educação Matemática. As professoras Ana<sup>134</sup> e Mariana participaram também do programa PDE<sup>135</sup>, desenvolvido pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná - SEED.

Os encontros da comunidade, 45 no total, aconteceram no período de maio de 2015 a julho de 2016. No ano de 2015, participaram da CoP-ProfMARE, as professoras Ana, Luísa e Mariana e dois formadores. Os encontros ocorreram semanalmente, às terças-feiras<sup>136</sup>, com duração de uma hora, no estabelecimento do colégio<sup>137</sup> no qual as professoras trabalhavam. No ano de 2016, tivemos a participação de um novo membro, a professora Maísa, que começou a frequentar a CoP em abril do referido ano. Nesse ano, as reuniões da CoP realizaram-se quinzenalmente, em local<sup>138</sup> diferente do ano anterior, também com uma hora de duração.

Para fomentar as discussões na CoP-ProfMARE, com o intuito de investigar que desafios relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e de sistematização, exploramos o caso multimídia “Plano de Telefonia”<sup>139</sup>, nomeadamente

<sup>132</sup>Essas professoras lecionavam para turmas de 7º ano e 9º ano e uma delas também trabalhava com turmas de Ensino Médio.

<sup>133</sup>A primeira autora deste artigo e o pesquisador Julio César Rodrigues de Oliveira, naquela ocasião mestrando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PECEM da Universidade Estadual de Londrina – UEL, que também tinha a CoP-ProfMARE como fonte de recolha de dados para sua dissertação.

<sup>134</sup>Os nomes são fictícios de modo a preservar a identidade das professoras.

<sup>135</sup>O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) é uma política pública do estado do Paraná, regulamentado pela Lei complementar nº130, de 14 de julho de 2010. Tem como objetivo proporcionar aos professores da rede pública estadual subsídios teóricos metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas, e que resultem em redimensionamento de sua prática. Tem duração de dois anos, sendo que, no primeiro ano, o professor fica afastado integralmente de suas aulas para elaborar e organizar seu projeto de intervenção e, no segundo ano, tem afastamento de 25% de sua carga horária e utiliza o restante para intervenção.

<sup>136</sup>Em alguns momentos, os encontros aconteceram em outros dias da semana, negociados com os membros da CoP, devido a eventos que ocorreram no Colégio ou a compromisso das professoras.

<sup>137</sup>Os encontros aconteceram no Colégio Estadual Antônio Garcez Novaes, município de Arapongas – PR.

<sup>138</sup>Os encontros aconteceram no Colégio Estadual Unidade Pólo, município de Arapongas – PR.

<sup>139</sup>Este caso é discutido mais profundamente em Baldini (2016).

a seção “Colocar em prática”<sup>140</sup>. A aula que gerou esse caso multimídia foi elaborada e desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório. Solicitamos, então, às professoras que escolhessem uma tarefa cognitivamente desafiadora e elaborassem um plano de aula, a fim de implementar uma aula com o foco na perspectiva do Ensino Exploratório.

Para a exploração na plataforma *online*<sup>141</sup>, este caso está organizado em seis seções, que privilegiam diferentes mídias e estão assim dispostas: (1) *Introdução* do caso multimídia, que contém informações a respeito do contexto (escola, turma) na qual foi desenvolvida a aula, da professora protagonista do caso e as indicações sobre o uso do caso; (2) *Antes da aula*, constituída pelo enunciado da tarefa “Plano de Telefonía”, o plano de aula da professora, excertos do áudio da entrevista com a professora antes da aula e questões problematizadoras; (3) *A aula*, na qual aparecem os excertos dos vídeos (episódios)<sup>142</sup> com as ações da professora e dos alunos em sala de aula, questões problematizadoras relacionadas aos episódios e à perspectiva do Ensino Exploratório, as produções escritas dos alunos com as resoluções dos itens a, b, c da tarefa e quadro-síntese (para registro das ações da professora protagonista do caso); (4) *Reflexão após a aula*, apresenta os excertos do áudio<sup>143</sup> da entrevista da professora após a aula, questões problematizadoras com relação à entrevista e ao *framework*, (5) *O GeoGebra*, constituído pelos excertos de vídeos<sup>144</sup> relacionados a alguns itens da tarefa “Plano de Telefonía” desenvolvidos com o uso desse *software*, questões problematizadoras relacionadas a esses episódios e ao uso do *GeoGebra* como recurso para a realização dos itens (d, e, f) da tarefa e excertos do áudio<sup>145</sup> da entrevista da professora após a aula e (6) *Colocar em prática*, que aparece como um convite aos participantes da formação para planejar e implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

<sup>140</sup> Última seção de exploração dos casos multimídias que constituem o recurso multimídia elaborado pelo Gepefopem.

<sup>141</sup> Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

<sup>142</sup> Esses episódios estão relacionados às fases da perspectiva do Ensino Exploratório, sendo um para a fase proposição e apresentação da tarefa; cinco para a fase de desenvolvimento da aula; quatro para a fase de discussão coletiva e dois para a fase de sistematização.

<sup>143</sup> Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se somente aos itens da tarefa realizados na sala de aula, pois outros itens aconteceram no laboratório de informática com o uso do software GeoGebra para a exploração da representação gráfica da função.

<sup>144</sup> A seção o GeoGebra contempla quatro vídeos.

<sup>145</sup> Os excertos de áudio da entrevista realizada com a professora, apresentados nesta seção, referem-se aos itens da tarefa realizados no laboratório de informática do Colégio com o uso do *software* GeoGebra.

A dinâmica estabelecida na CoP-ProfMARE possibilitou às professoras compartilhar seus repertórios (ideias, opiniões e experiências), influenciar as compreensões umas das outras e, conjuntamente, desenvolver uma prática de formação que ultrapassou a reprodução de informações. O engajamento mútuo foi essencial para o desenvolvimento da CoP e para o estabelecimento de empreendimentos articulados e as relações de confiança.

Ao longo do desenvolvimento da CoP-ProfMARE foram negociados juntamente dois empreendimentos: (i) Resolução e análise de tarefas e (ii) Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia. Neste estudo, sustentamos nossa investigação no segundo empreendimento, em especial nas ações<sup>146</sup> 2 e 3 (Quadro 2).

Quadro 2 - Ações do empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia

Ações	Descrição
<p><b>Ação 1</b> Exploração do caso multimídia Plano de Telefonia</p>	<p>Os membros da comunidade ouviram e analisaram os excertos das entrevistas (antes da aula e após a aula) da professora protagonista do caso multimídia. Resolveram e discutiram a tarefa Plano de Telefonia. Socializaram e discutiram as resoluções entre os participantes. Analisaram os excertos dos vídeos<sup>147</sup>, as produções escritas dos alunos, responderam às questões problematizadoras. Elaboraram um quadro-síntese, apontando as ações da professora protagonista para cada uma das fases de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.</p>
<p><b>Ação 2</b> Análise e elaboração de planos de aula (Colocar em prática)</p>	<p>Os membros da comunidade analisaram o plano de aula da professora protagonista do caso multimídia. Elaboraram planos de aula<sup>148</sup>, um deles antes de começarmos a trabalhar o multimídia e outro após a discussão do <i>framework</i>. Elaboraram coletivamente o plano de aula para a Tarefa Explorando Padrões<sup>149</sup>, proposta pela professora Maísa, e outro para a tarefa Organizando Mesas, proposta pela professora Luísa.</p>
<p><b>Ação 3</b> Implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório (Colocar em prática)</p>	<p>As professoras Maísa e Luísa aplicaram em sala as tarefas, cujos planos de aula foram elaborados na ação 2.</p>

<sup>146</sup> Essas ações foram desenvolvidas ao longo de nove encontros (dois no ano de 2015 e sete em 2016).

<sup>147</sup> Episódios explorados nesse empreendimento relacionados à seção “A aula” foram: episódio 1 (fase proposição e apresentação da tarefa); episódios 4, 5 e 6 (fase desenvolvimento da tarefa); episódios 8, 9 e 10 (fase de discussão coletiva) e episódios 11 e 12 (fase de sistematização).

<sup>148</sup> Neste estudo, nosso foco está no plano de aula elaborado depois da discussão do caso multimídia, na seção Colocar em prática.

<sup>149</sup> Estas tarefas encontram-se no final do artigo (Anexo)

<p><b>Ação 4</b> Estudo de textos relacionados à perspectiva do Ensino Exploratório</p>	<p>Os membros da comunidade estudaram dois textos, sendo um deles elaborado por nós (resumo de vários autores), em que procuramos evidenciar as principais ideias, características da perspectiva do ensino exploratório (sem nomeá-la). O outro foi o texto proposto pela professora Mariana “O Caso de Célia” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012)<sup>150</sup>.</p>
---	---

**Fonte:** As autoras

Na ação 2, analisamos e elaboramos os planos de aula de forma coletiva<sup>151</sup>, de modo que as professoras estivessem à vontade para dar suas contribuições, expor suas opiniões ou fazer sugestões, concordar ou discordar de alguma ideia proposta por uma colega ou por um formador. Utilizamos como apoio para esta ação o *framework*<sup>152</sup> e o plano de aula<sup>153</sup> elaborado pela professora Loreni, protagonista do caso multimídia Plano de Telefonia.

Para a ação<sup>154</sup> 3, implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, convidamos as professoras a escolher uma tarefa cognitivamente desafiadora e colocá-la em prática em suas salas de aula. Assim, essa ação configurou-se na implementação de aulas das professoras Maísa<sup>155</sup> e Luísa<sup>156</sup>.

## Encaminhamento metodológico

Nosso estudo constituiu-se em uma pesquisa de natureza qualitativa, assumindo características de pesquisa intervenção (AGUIAR; ROCHA, 1997; BESSET et al, 2008; KRAINER, 2003 et al). Ao buscar respostas para nossa questão de pesquisa, configuramos uma investigação na qual não nos posicionamos “fora” da prática e nem os professores investigaram sua própria prática de forma independente (KRAINER,

<sup>150</sup> Mariana teve acesso a este texto em outra formação, que realizou simultaneamente à sua participação na CoP-ProfMARE. A formação na qual Mariana teve contato com o texto “O Caso de Célia” é denominada de Grupo de Trabalho em Rede (GTR), e é uma das ações desenvolvidas pelos professores que cursam o Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), promovido pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED). É ofertado aos professores da rede estadual de ensino, sendo sua realização exclusivamente *online*. A professora Mariana era participante deste GTR e inscreveu-se nesta formação mobilizada pelo seu interesse em aprofundar seu conhecimento sobre a perspectiva do Ensino Exploratório, temática discutida na CoP-ProfMARE e também trabalhada no GTR, orientada por um membro do Gepepofem.

<sup>151</sup> Esses planos de aula foram elaborados depois da resolução e da análise das tarefas escolhidas pelas professoras Maísa e Luísa.

<sup>152</sup> O *framework* faz parte da seção *Reflexão após a aula* do caso multimídia Plano de Telefonia.

<sup>153</sup> Este plano de aula encontra-se na seção *Antes da aula* do caso multimídia Plano de Telefonia.

<sup>154</sup> A professora Mariana preferiu não realizar esta ação, pelo fato de estar na direção do colégio. Porém, participou da aula da professora Maísa junto com os formadores.

<sup>155</sup> Participaram também dessa aula os formadores e a professora Mariana, na posição de observadores.

<sup>156</sup> Os formadores participaram da aula da professora Luísa, na posição de observadores.

2003). Assim, no desenvolvimento da CoP-ProfMARE atuamos tanto como *membro* (formadores), de modo a apoiar as professoras no seu processo de formação quanto como *pesquisadores*, na medida em que investimos no entendimento dos desafios relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização que se manifestam aos professores durante a análise e elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Segundo Besset et al (2008, p. 12), “a partir do momento em que o pesquisador entra no contexto onde se dá a pesquisa, suas perguntas e propostas já constituem uma intervenção”.

Para esta investigação, utilizamos como instrumentos de coleta das informações as transcrições<sup>157</sup> dos encontros da CoP (TE), as anotações do diário de campo da pesquisadora (DC) e as produções escritas elaboradas pelas professoras (PE). Essas produções escritas se constituíram nos planos de aula elaborados pelas professoras, nos registros no caderno, no qual elas fizeram anotações, após os encontros, de suas reflexões, dúvidas e comentários gerais acerca das discussões que aconteceram na CoP. Constituiu-se também como produção escrita uma narrativa<sup>158</sup>, elaborada pelas professoras na qual elas descreveram como desenvolveram a aula na perspectiva do Ensino Exploratório, suas dificuldades e aprendizagens, e a importância do plano de aula para a implementação de aulas nesta perspectiva, em especial as fases de discussão coletiva e sistematização. As discussões mobilizadas na CoP-ProfMARE foram gravadas em áudio e transcritas, a fim de que as “falas” das participantes pudessem ser aproveitadas em sua totalidade, preservando a integridade dos diálogos. Nessa transcrição, com consentimento das professoras, corrigimos erros gramaticais, de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem, tendo, todavia, o cuidado para não mudar o significado do que havia sido declarado. Quando a correção afetaria a compreensão ou modificaria o sentido da declaração ou diálogo, mantivemos a fala original.

Para a análise das informações, fizemos uma leitura minuciosa das transcrições, das produções escritas das professoras e das anotações do diário de campo da pesquisadora. Agrupamos essas informações por encontro, por instrumento de coleta e por ações do empreendimento. Em seguida, realizamos outras leituras desse material,

---

<sup>157</sup> No primeiro encontro entregamos um termo de consentimento livre e esclarecido com informações detalhadas sobre os objetivos e procedimentos do estudo, e uma solicitação de permissão das professoras para que os encontros pudessem ser audiogravados.

<sup>158</sup> A produção dessa narrativa foi sugerida pelos formadores após as professoras Maísa e Luísa socializarem sua experiência com a implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório com os outros membros da CoP.

separando as informações para que pudessem ser comparadas, na busca de indícios que evidenciassem os desafios relacionados à articulação entre a discussão coletiva e a sistematização colocados às professoras durante as ações Análise e elaboração de planos de aula e Implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Para identificar a informação descrita na análise, utilizamos o nome fictício de quem forneceu a informação, seguido de um código que identifica o instrumento (TE, PE ou DC) e a data em que ela foi obtida.

Com o intuito de investigar que desafios, relacionados à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização, se colocam às professoras de Matemática durante a análise e elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, organizamos nossa análise de acordo com as ações 2 e 3, desenvolvidas no empreendimento “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia” (ver Quadro 2). Assim, constituímos as seguintes unidades de análise: (i) desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na análise e elaboração de planos de aula e (ii) desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

### **Desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação das fases de discussão coletiva e sistematização**

A seguir, apresentamos os desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE, com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização, durante a elaboração de planos de aula e a implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

#### **(i) Desafios manifestados pelas professoras com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na análise e elaboração de planos de aula**

De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics* (2008, p. 19), são os professores que têm que decidir “como organizar e coordenar o trabalho dos alunos, quais questões apresentar como desafio para aqueles com níveis de habilidades variados e como ajudar os alunos sem atropelar o raciocínio deles e, assim, não eliminar

os desafios”. Por isso, planejar o ensino é parte essencial do trabalho do professor (AKYUZ; DIXON; STEPHAN, 2013; ROCHE et al, 2014; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008; STIGLER; HIEBERT, 1999).

Ao longo do desenvolvimento da CoP-ProfMARE negociamos o empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia, com a intenção de mobilizar as professoras a discutir e refletir sobre a relevância do plano de aula para a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, principalmente ao conduzir as fases de discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. Então, solicitamos a elas que analisassem<sup>159</sup> o plano de aula referente à tarefa Plano de Telefonia. Inferimos que essa ação possibilitou às professoras conhecer uma forma diferente de organização de um plano de aula. Destacamos algumas declarações que evidenciam esse fato.

*Quando eu fiz aquele outro plano eu coloquei a tarefa, os objetivos, a metodologia e a avaliação. Não pensei no tempo, em quais resoluções os alunos poderiam apresentar. Nos questionamentos que eu poderia fazer para levá-los a realizar a tarefa.*

(Mariana, PE, 30/07/2015)

*Achei esse modelo de plano de aula da Loreni superbacana. Estamos tão acostumadas com aquele modelo padrão que a gente coloca objetivos, metodologia, avaliação, recursos didáticos, que não consideramos as outras coisas. Na verdade, não estamos acostumadas a fazer um plano de aula escrito.*

(Ana, PE, 01/08/2015)

De acordo com Roche et al (2014), elaborar um plano de aula escrito não faz parte da prática de muitos professores e, quando acontece, limita-se à escrita dos objetivos, encaminhamento metodológico, recursos didáticos e avaliação, configurando uma forma “tradicional” de planejar, na qual o professor não é mobilizado a pensar sobre as possíveis estratégias de resolução ou os prováveis questionamentos e ações que ele poderá fazer durante aula (HUGHES, 2006; ROCHE et al, 2014). Inferimos que as professoras da CoP-ProfMARE recorreram ao modo tradicional para elaborar o plano de aula<sup>160</sup>, porque tinham como foco o ensino direto e não a perspectiva do Ensino Exploratório. Essa conclusão pôde ser evidenciada na fala de Luísa, quando ela

<sup>159</sup>As professoras analisaram o plano de aula referente à tarefa Plano de Telefonia, que constitui o caso multimídia explorado por elas, em dois momentos, no 11º encontro (28/07/2015) e no 37º encontro (19/04/2016). A segunda análise foi realizada na seção *Colocar em prática*, com o intuito de apoiar as professoras na elaboração de seu plano de aula.

<sup>160</sup>Estamos nos referindo ao primeiro plano de aula elaborado por elas, antes da exploração do caso multimídia.

argumentou que a diferença entre o plano de aula elaborado por elas e o da Loreni era o fato de essa professora ter o foco na perspectiva do Ensino Exploratório. Segundo Hughes (2006) e Layden (2015), a maneira de ensinar tem grande influência no planejamento do professor.

*Pra que a gente consiga elaborar um plano de aula igual ao da Loreni, **nós precisamos mudar o nosso modo de ensinar**. Quando ela elaborou este plano ela tinha um foco que era diferente do nosso. Ela estava preocupada com a aprendizagem do aluno e o nosso estava focado no conteúdo. Não estou dizendo que nós também não pensamos na aprendizagem dos alunos, mas, preparar aulas com o foco no conteúdo é tão forte na nossa prática pedagógica que não percebemos.*

(Luísa, TE, 19/04/2016)

Organizar um plano de aula escrito permite ao professor sentir-se mais seguro para implementar aulas na perspectiva do Ensino Exploratório e, principalmente, para sustentar discussões em sala de aula, nas quais o foco está no pensamento dos alunos. Para Fernandez e Yoshida (2004, p. 228), é relevante que o planejamento da aula seja organizado a partir da perspectiva dos alunos, uma posição a que eles se referem como “tentar ver as aulas com os olhos dos alunos”. Ao elaborar o plano de aula, o professor pode descrever em detalhes as ações que pretende desenvolver em sala de aula, o que espera do aluno e então “apoiar o trabalho do aluno em sala de aula sem reduzir ou eliminar as complexidades cognitivas da tarefa” (HENNINGSEN; STEIN, 1997, p.546). Porém, para que ele faça um plano de aula que contemple esses aspectos, é essencial que ele “reformule completamente o seu pensamento sobre o que significa conhecer e entender a matemática, os tipos de tarefas em que os alunos devem ser envolvidos, e, finalmente, o seu próprio papel na sala de aula” (SMITH, 2001, p.4). Esse argumento vem ao encontro da declaração de Luísa na qual afirmou que, para fazer um plano de aula com foco no pensamento dos alunos, elas precisariam “*mudar a forma que ensinam*”.

Após a análise do plano de aula da professora Loreni e da discussão do *framework*, sugerimos às professoras que elaborassem um plano de aula<sup>161</sup>, tendo como ponto de partida uma tarefa cognitivamente desafiadora, com a intenção de discutirmos aspectos que poderiam ser contemplados no plano de aula, articulando-os com as ações do *framework*. De acordo com Stein et al (2009), o trabalho coletivo em contextos de formação pode proporcionar aos professores a oportunidade de se envolverem em

<sup>161</sup>Elaboramos coletivamente um plano de aula para a Tarefa Explorando Padrões escolhida por Maísa e outra para Tarefa Organizando Mesas, selecionada por Luísa.

reflexões que o ajudem a dar sentido às suas experiências, assumindo um papel ativo na construção de seus conhecimentos profissionais.

Em seguida à elaboração do plano de aula de Maísa, pedimos às professoras que falassem sobre os desafios que encontraram na escrita do plano, em especial ao descrever as fases de discussão coletiva e sistematização. Destacamos o seguinte episódio.

- Maísa:** *Pra fazer o plano aqui, o desafio que eu senti foi em pensar em quais estratégias vou “pegar” pra poder fazer a discussão. Porque na aula, você vê as resoluções ali, e neste momento a gente só pensa no que os alunos podem fazer, uma possibilidade.*
- Luísa:** *Acho que é isso também. Porque... Olhando o framework, aquelas ações de selecionar e sequenciar, pra mim é um desafio e eu colocaria aqui na discussão. É um desafio da discussão coletiva.*
- Formadora:** *Por quê?*
- Luísa:** *Porque, quando nós estávamos fazendo o plano, o que nós discutimos para a fase de discussão coletiva? As resoluções que vamos colocar na discussão. Nós escrevemos aqui, que a discussão irá começar com a estratégia mais simples e vai até a mais elaborada. Então eu acho, que embora elas (selecionar e sequenciar) não sejam ações a serem realizadas no momento da discussão coletiva na hora da aula, porque isso acontece antes, no plano de aula elas são ações que nos ajudaram a escrever como seria a discussão coletiva. Elas estão juntamente com a discussão coletiva. Foi o que gente fez aqui.*
- Maísa:** *Sim. Bem isso. Eu preciso saber quais resoluções eu quero compartilhar neste momento de discussão. Na aula eu faço a seleção e sequenciamento antes, mas na hora de elaborar o plano eu preciso utilizá-las para escrever como acontecerá a discussão coletiva, como eu vou sequenciar as apresentações.*
- Luísa:** *Se a gente pensar, as ações de selecionar e sequenciar deveriam fazer parte do monitorar.*
- Formadora:** *Por quê?*
- Luísa:** *Porque, é o que a Maísa falou... Quando nós fazemos a seleção dos alunos que vão apresentar? Quando eu estou monitorando os grupos. Pelo menos é assim que eu estou fazendo. Eu acho que essas ações poderiam estar ali junto como o monitorar a resolução da tarefa, não precisava ter um quadro a parte.*
- Formadora:** *Então, selecionar e sequenciar as estratégias de resolução dos alunos é um desafio que vocês encontraram no momento de escrever sobre a discussão coletiva?*
- Luísa:** *Sim. Porque o que nós estamos entendendo como discussão coletiva é apresentar as estratégias de modo a “levantar” os conceitos matemáticos que aparecem nelas e depois fazer a sistematização desses conceitos.*
- Formadora:** *E quanto a fase de sistematização?*
- Maísa:** *Aí o “bicho pegou”. Lembra que nós ficamos discutindo como fazer? No final escrevemos que vamos passar da linguagem natural para a linguagem algébrica, mostrar a importância da regra.*
- Luísa:** *Então eu vejo que essa fase é a mais difícil de fazer. Acho que vai depender do momento da aula.*
- Formadora:** *Você acha que não dá para planejar a sistematização?*
- Luísa:** *Dá para planejar. Mas eu fico pensando...*
- Maísa:** *No que a gente vai conseguir na discussão coletiva.*
- Formadora:** *Mas o que a discussão coletiva tem a ver com a sistematização?*
- Luísa:** *Nós usamos as respostas dos alunos da discussão coletiva para fazer a sistematização. Foi isso que a Loreni fez.*
- Formadora:** *Então a sistematização depende da discussão coletiva?*
- Luísa:** *Pra mim sim.*
- Formadora:** *Em outro momento das discussões da CoP, você (Luísa) falou que a*

*sistematização poderia ser realizada junto com a discussão coletiva. Você não pensa mais assim?*

**Luísa:** *Então... eu acho que o que eu falei agora, que a sistematização depende da discussão coletiva, não invalida o que eu pensava antes.*

**Formadora:** *Por quê?*

**Luísa:** *Porque eu faço a sistematização depois da discussão coletiva, usando aquilo que eu trabalhei na discussão. Ou eu posso fazer a sistematização junto com a fase discussão coletiva, mas, eu vou estar usando o que está sendo discutido para sistematizar. Então a relação de dependência continua. Eu preciso da discussão coletiva para fazer a sistematização nas duas formas, seja de um jeito ou de outro, uma fase está ligada na outra.*

(TE, 17/05/16)

No episódio anterior, percebemos que as professoras consideraram que as fases de discussão coletiva e sistematização mantêm uma “relação de dependência”. Elas declararam que, para realizar a sistematização, o professor pode utilizar as estratégias de resolução que os alunos apresentaram na discussão coletiva. Essa afirmação das professoras vem ao encontro da recomendação de alguns autores (CHAPIN, O’CONNOR; ANDERSON, 2003; SMITH; STEIN, 2013; STEIN et al, 2008; SULLIVAN; MOUSLEY, 2001 et al), para que professor desenvolva a fase de sistematização, utilizando as ideias que emergiram na fase de discussão coletiva.

Luísa apontou como ações na discussão coletiva “*apresentar as estratégias de modo a ‘levantar’ os conceitos matemáticos que aparecem nelas e depois fazer a sistematização desses conceitos*”. Essa compreensão dela corrobora a ideia de Smith e Stein (2013, p.vii), para quem é na discussão coletiva que as “ideias matemáticas são trazidas à tona, contradições são expostas e compreensões são desenvolvidas e consolidadas”, o que permite maior confiança ao professor para formalizar conceitos, ideias ou procedimentos envolvidos na aula durante a sistematização.

Para as professoras da CoP-ProfMARE, pensar e escrever sobre a sistematização constituiu-se em um desafio. A professora Luísa argumentou que a fase de sistematização pode acontecer ao mesmo tempo em que o professor promove a discussão coletiva. Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) ressaltam que, embora essas fases possam acontecer simultaneamente, a fase de sistematização deve ir além da síntese das ideias que foram desenvolvidas na fase de discussão coletiva, no sentido de formalizar novos conhecimentos.

As ações de selecionar e sequenciar também apareceram como um desafio para as professoras. Elas argumentaram que, embora essas ações apareçam no *framework* de forma independente das ações de monitorar a resolução da tarefa e discutir as resoluções, elas poderiam ser elencadas no *framework* na ação de monitorar as

resoluções da tarefa. Para elas, ao escrever o plano de aula, na parte referente à discussão coletiva, o professor “pensa” nas ações de selecionar e sequenciar para descrever como desenvolverá a discussão. Porém, ao realizar a aula, essas ações fazem parte do momento de monitorar o trabalho dos alunos. De acordo com Smith e Stein (2013), “a seleção e sequenciamento das resoluções que serão as protagonistas da fase de discussão da tarefa, são fruto do trabalho do professor na preparação da aula e na fase de monitorar, e são ações essenciais para que a discussão exista”.

**(ii) Desafios manifestados pelas professoras da CoP-ProfMARE com relação à articulação entre as fases de discussão coletiva e sistematização na implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.**

Após a implementação da aula de Maísa com a tarefa “Explorando Padrões” (Anexo do capítulo), pedimos a ela que relatasse ao grupo como havia sido sua experiência, quais haviam sido suas aprendizagens e os desafios com os quais se deparou. No episódio a seguir focamos apenas o momento em que Maísa fala dos desafios.

- Formadora:** *Maísa, você pode falar um pouco sobre como foi a sua experiência com a perspectiva do Ensino Exploratório. O que você aprendeu, quais os desafios que você encontrou....*
- Maísa:** *Estou muito contente com a minha experiência. Foi a primeira vez que trabalhei com a perspectiva do Ensino Exploratório. Embora eu tenha consciência de que a minha aula teve muitas falhas, principalmente na hora da **discussão coletiva que acabou ficando apenas na apresentação das resoluções**. Eu estava muito nervosa e acabei não conseguindo fazer como eu havia planejado. Pra complicar, eu ainda não levei o plano junto comigo, o que eu acho que dificultou porque eu não lembrava o que tinha planejado, como tinha pensado em fazer a discussão coletiva. Aprendi muito com essa experiência [...]*
- Formadora:** *Você disse que a fase de discussão coletiva e de sistematização não deram certo? O que te levou a afirmar isso?*
- Maísa:** *Porque **eu não consegui selecionar e sequenciar as estratégias durante a resolução da tarefa**. Eu já achava que isso era um desafio, agora eu concluí que é mesmo. Eu considereei que isso **me atrapalhou na discussão coletiva**. Aí eu fui pedindo para os alunos apresentarem. Até tentei mas **não consegui fazer a conexão entre as estratégias**, outro ponto falho, outro desafio.*
- Formadora:** *Então os desafios que você encontrou foram...*
- Maísa:** ***Selecionar as estratégias**. Eu sei que isso não faz parte diretamente da discussão, mas é uma ação que é importante para essa fase. **Fazer conexão entre as resoluções**, foi outro desafio. **Fazer os questionamentos para estimular os alunos a participarem**. **Fazer os alunos participarem também foi um desafio**, porque eu não consegui envolver todos. Teve grupo que não quis apresentar, aí eu acabei apresentando a resolução deles. Houve um envolvimento dos alunos, mas não como eu gostaria que tivesse acontecido.*
- Formadora:** *E quanto a sistematização o desafio foi...*
- Maísa:** ***Fazer a sistematização (ri)**. Como eu não consegui desenvolver a discussão da*

*forma que eu queria, eu acabei indo ao quadro e colocando a regra na linguagem algébrica. Acho que faltou pra mim mais confiança no que estava fazendo.*

**Mariana:** *Eu assisti sua aula, e eu penso que o que “atrapalhou” você foi realmente o fato de você não ter selecionado as resoluções para apresentar. Isso prejudicou a discussão coletiva e a sistematização. Concordo quando você falou que alguns alunos não participaram da discussão. Eu acho isso muito difícil porque eles não estão acostumados com este tipo de trabalho. Como é a sua primeira experiência, você só vai conseguir que eles correspondam ao que você quer, conforme você for desenvolvendo aulas neste estilo com eles. É algo que a gente constrói ao longo do tempo, estou desde o ano passado construindo isso com meus alunos. Eles precisam se acostumar com isso, e nós também.*

**Maísa:** *Sim. Eu penso que o que faltou também no momento da discussão foi os alunos ficarem quietos e prestarem a atenção ao que os colegas estavam apresentando, mas acho que isso entra na participação né. Isso é um desafio, manter os alunos concentrados no que o grupo está apresentando.*

(TE, 21/06/2016)

Percebemos, nos relato de Maísa, que sua maior dificuldade foi gerir a discussão coletiva. Talvez isto tenha acontecido pelo fato de ela e os alunos não estarem acostumados com a perspectiva do Ensino Exploratório. Desenvolver uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório exige que as ações do professor não sejam similares às ações de aulas tradicionais (CHAPMAN, 2013; MICHAEL; O’CONNOR, 2015; SULLIVAN et al, 2015). O professor deve ir além, fazer questionamentos aos alunos, mobilizando-os a compartilhar e a justificar suas estratégias de resolução, ou seja, participar ativamente da discussão (AIZIKOVITSH-UDI; CLARKE; STARENGELN, 2013; EULER; MASS, 2013; HOMMEL; CLARKE, 2015; MASS; ARTIGUE, 2013).

Para Chappin, O’Connor e Anderson (2003, p.7), o desafio em gerenciar uma discussão em sala de aula está em “construir a confiança dos alunos sobre a sua própria capacidade de se envolver em uma discussão intelectual, pois alguns desses alunos nunca se envolveram neste tipo de discussão antes e podem achar estressante falar na frente de seus colegas de sala”. McGraw (2002) entende que essa confiança deve ser construída com os alunos ao longo do tempo Para essa autora, “o ponto chave é fazer as mudanças do ensino diretivo para a perspectiva do Ensino Exploratório lentamente, o professor e os alunos precisam sentir-se confortáveis. Os dois precisam ser bem-sucedidos”.

Mariana argumentou que Maísa havia encontrado dificuldades em mobilizar os alunos a participarem da discussão, porque este modo de trabalho é algo que o professor “constrói” ao longo do processo, ao desenvolver aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, pois essa perspectiva representa uma nova, diferente e complexa situação de sala de aula para professores e alunos, sendo necessário, portanto, tempo para que ambos façam a transição para os novos tipos de atividades de sala de aula (MCGRAW

et al, 2007). Ball (2003) pontua que, quando o professor solicita aos alunos que nunca foram mobilizados a explicar o seu pensamento, ele, provavelmente, terá como resposta o silêncio.

Por isso, é fundamental que os professores sejam capazes de criar um ambiente em sala de aula no qual os alunos respeitem uns aos outros, haja segurança para apresentar, justificar seu pensamento, divulgar suas ideias e aceitar as dos colegas e argumentar de modo produtivo (MICHAELS; O'CONNOR, 2015). Para esses autores, os principais obstáculos com que os professores podem lidar dizem respeito à interação, “ao medo de que os alunos não respondam ou participem da discussão coletiva, se envolvam em comportamento conflituoso; se sintam estressados demais ou pressionados a serem convidados a falar” (MICHAELS; O'CONNOR, 2015, p.337).

Maísa considerou que o fato de não conseguir selecionar e sequenciar as estratégias de resolução a atrapalhou no desenvolvimento da discussão coletiva. Para que a discussão aconteça, é relevante que o professor utilize as estratégias dos alunos elaboradas no desenvolvimento da tarefa, de modo que eles apresentem suas resoluções, expliquem seu raciocínio a fim de explicitar as ideias ou conceitos matemáticos envolvidos (BREDEFUR; FRYKHOLM, 2000; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014; LEIKIN; ROTA, 2006).

Stein et al (2008) afirmam que, quando o professor seleciona e sequencia propositalmente as resoluções que serão abordadas na discussão, ele pode maximizar as aprendizagens dos alunos. Por isso, na fase de discussão coletiva é fundamental que o professor não se limite à simples comparação das resoluções dos alunos, mas faça conexões entre as ideias matemáticas envolvidas. Ao confrontar suas estratégias de resolução com as dos colegas, os alunos negociam e constroem significados deslocando-se, muitas vezes, para além das explicações dos outros (BISHOP; GOFFREE, 1986; PONTE, 2005; RUTHVEN et al, 2011).

Maísa apontou também que, durante a fase de discussão, muitos alunos não prestaram a atenção ao que os colegas estavam apresentando. Para Potari e Jaworsk (2002), esse é um dos desafios que o professor pode encontrar ao promover discussões matemáticas. McGraw (2002, p. 89) argumenta que as experiências anteriores vividas pelos alunos em sala de aula pode ser um dos motivos pelos quais eles não valorizam o momento da discussão, no qual “os alunos são convidados a compartilhar ideias e ouvir uns aos outros”. Para essa autora, cabe ao professor promover a discussão com os alunos, engajando-os a interagir uns com os outros, usando os “movimentos de

conversa”. Para isso acontecer, ele pode, por exemplo, solicitar aos alunos que apliquem o seu modo de pensar ao raciocínio de outro colega para que eles façam relação entre suas resoluções, gerando, assim, contribuições significativas para a discussão (CHAPPIN; O’CONNOR, ANDERSON, 2003).

Mason e Johnston-Wilder (2006, p. 114) indicam que, para mobilizar os alunos a explicar seu pensamento e a ouvir e aprender com o pensamento dos outros, é necessário “que os professores tenham confiança no que estão fazendo e também tenham confiança nos alunos”. Para esses autores, até que os alunos ganhem experiência com momentos de discussão e estejam dispostos a compartilhar suas ideias, gerir a discussão, vai um longo caminho e se configura com um desafio para o professor.

Ao longo do empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia, a professora Luísa também implementou uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. A seguir destacamos o episódio no qual discutimos, no grupo, a aula desenvolvida por ela.

**Formadora:** *Luísa, conta pra gente o que você achou da sua aula?*

**Luísa:** *Nossa! Quase morri! (ri). Quando vi aquelas estratégias que nós não tínhamos planejado, fiquei paralisada, pensando no que fazer. Então eu... eu coloco **tomar decisões rápidas como um dos desafios na fase de discussão**. Porque como eu não tinha planejado, e eu vi que as estratégias eram “boas” para a discussão, eu tive que reorganizar a seleção que eu tinha feito para poder incluí-las. Eu destaco aqui que o plano de aula foi essencial neste momento, porque eu tinha todas as outras estratégias ali. Eu só fiz uma readaptação.*

[...]

**Luísa:** *Outro desafio que eu aponto, e que a Maísa já falou no outro encontro, foi mobilizar os alunos a participarem, deixar eles focados na discussão sem se dispersarem. Vencer a resistência que eles têm de expor a sua resolução. A maioria participou, mas não foram todos.*

**Mariana:** *Eu acho que essa resistência dos alunos, tem relação com a falta de confiança deles, o medo de errar e ser ridicularizado pelos colegas. Medo de se expor por causa do constrangimento.*

**Formadora:** *Mais alguma coisa?*

**Luísa:** *Outro desafio, também acho que alguém já falou disso em algum momento aqui, é sobre as **perguntas que eu precisava fazer na discussão e na fase de sistematização**. Porque as vezes a gente pensa que no momento da sistematização não precisa de perguntas, que é só o professor sistematizar o conceito que trabalhou na aula, mas eu posso **ir fazendo perguntas, foi o que eu fiz, para os alunos me ajudarem a escrever, sintetizar as ideias**.*

**Formadora:** *Que tipo de pergunta você acha que é importante fazer na discussão coletiva?*

**Luísa:** *Perguntas que ajudem o aluno a ver o conceito que está sendo trabalhado, a compreender melhor o conceito. Perguntas que ajudem o aluno a expressar o seu pensamento, suas ideias...*

**Formadora:** *Alguém mais quer falar alguma coisa?*

**Mariana:** *Só complementando, para mim o **principal desafio é manter a discussão coletiva focada nos objetivos que nós escrevemos para a aula**. Não perder o foco dos objetivos.*

**Luísa:** *Também. Outra coisa que eu quero destacar é a utilização do recurso. A Loreni*

*usou transparências, o retroprojetor, no momento da discussão e eu não usei nada, por falta de recurso mesmo. Então, eu quero acrescentar como desafio **a maneira de organizar a discussão no quadro**. Os alunos escreveram suas estratégias de resolução, mas eu precisei organizar o quadro para que **houvesse uma coerência em tudo aquilo para facilitar a sistematização depois**.*

**Formadora:** Quer falar mais alguma coisa sobre a sistematização?

**Luísa:** *Eu já falei outras vezes aqui que eu acho que **a sistematização depende da discussão coletiva**. Uma vez que **eu uso o que foi trabalhado na discussão para elaborar minha sistematização**, você **aproveita as ideias da discussão para formalizar os conteúdos** que estão sendo estudados na aula. **Escrever a parte teórica do que foi desenvolvido na discussão e fazer os alunos registrarem isso no caderno**. É o contrário do que fazemos no ensino tradicional né, que passamos a teoria e depois damos a tarefa para exercitar essa teoria. Aff!! Pensando bem, acho que **fazer os alunos registrarem o que foi sistematizado no caderno também é um desafio** (risos), porque eu vi lá na aula que tinha aluno que falou assim, “eu já entendi, pra que preciso escrever isso aí”.*

(TE, 12/07/2016)

Na perspectiva do Ensino Exploratório, os alunos são mobilizados a desenvolver suas estratégias para resolver a tarefa e isso contribui para que o grau de imprevisibilidade nessas aulas seja maior do que naquelas do ensino diretivo. Por isso, ao implementar aulas nessa perspectiva, o professor precisa aprender a lidar com a incerteza, reconhecer oportunidades de aprendizado em resultados inesperados (NCTM, 2008). Além de preparar a aula, o professor tem que estar preparado para a aula. Foi o que aconteceu com a professora Luísa, ao se deparar com estratégias de resolução que não havia planejado.

O primeiro desafio apontado por Luísa foi “tomar decisões rápidas no momento da discussão”. Ao perceber a potencialidade das estratégias de resolução apresentadas por alguns alunos e que não haviam sido antecipadas no plano, Luísa reorganizou seu planejamento de modo que a discussão coletiva contemplasse essas estratégias. Ela declarou que o plano de aula foi fundamental nesse momento, pois, partindo das estratégias que haviam sido antecipadas, ela foi capaz de adequar, com rapidez, às estratégias não previstas. Inferimos que o “bom” conhecimento matemático que Luísa possuía foi o que permitiu a ela reconhecer, de forma rápida, as potencialidades das estratégias para a discussão coletiva. Para Cengiz, Kline e Grant (2011, p.367), “o conhecimento que os professores possuem sobre a matemática e a aprendizagem da matemática influencia significativamente na forma como eles ensinam matemática”. Warfield (2001, p.153) pontua que “o conhecimento matemático dos professores pode fazer a diferença no momento em que eles olham para o pensamento matemático do aluno envolvido nas resoluções”.

Leikin e Dinur (2003, p.2) indicam que, muitas vezes, os professores precisam modificar seu plano de aula para “seguir os rumos inesperados dos alunos”, por isso o plano de aula precisa ser flexível e não prescritivo. Roche et al (2014) enfatizam que o ensino de Matemática deve envolver “a adaptação contínua e interativa do planejamento ‘no momento’ e, portanto, é essencial para um ensino eficaz e flexível que todos os professores estejam conscientes dos aspectos de seu planejamento em todas as etapas” (ROCHE et al, 2014, p.854).

A ação “fazer conexão entre as estratégias” foi outro desafio apontado pela professora Luísa. Stein et al (2008) dizem que, para desenvolver discussões matemática produtivas, é relevante que o professor faça conexões entre as diferentes estratégias de resolução apresentadas, mobilizando os alunos a tornarem-se corresponsáveis por sua aprendizagem. Smith e Stein (2013) enunciam que fazer as conexões entre as resoluções dos alunos representa um aspecto crítico no gerenciamento das discussões coletivas.

Luísa também apontou como desafio o gerenciamento da discussão de modo que os alunos se envolvessem, sem resistência, no compartilhamento de suas resoluções. Consideramos que o comportamento dos alunos de não se dedicar ou se engajar pouco nas discussões pode ser resultado da falta de hábito de participarem de discussões coletivas, o que faz com que eles não percebam esse momento da aula como parte do seu processo de aprendizagem (MCGRAW, 2002; 2007). Por isso, é relevante que o professor crie um ambiente de sala de aula no qual o aluno se sinta responsável por sua aprendizagem, negocie significados matemáticos e construa novo conhecimento (PONTE, 2005; SMITH; STEIN, 2013; YACKEL; COOB; WOOD, 1991, 1993;).

Mariana entendeu que o desafio encontrado por Luísa, ao gerenciar a discussão coletiva, poderia estar relacionado à falta de confiança dos alunos e ao medo de sofrer constrangimentos. Por isso, Yackel, Cobb e Wood (1991,1993) defendem que, em primeiro lugar, antes de qualquer discussão, o professor precisa estabelecer normas básicas para a interação em sala de aula, sustentadas pelo respeito mútuo, para que as discussões aconteçam de modo agradável, levando os alunos a tratarem-se uns aos outros como parceiros iguais no pensamento, explorando e compartilhando ideias. “Se os alunos estão com medo de que suas idéias sejam ridicularizadas, eles não vão falar livremente, não importa que incentivos o professor ofereça. Eles devem sentir que a

sua sala de aula é um lugar seguro para expressar seus pensamentos” (CHAPPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003, p.14).

Luísa declarou que pensar nas perguntas a fazer aos alunos no momento da discussão coletiva e sistematização também foi mais um desafio. Na perspectiva do Ensino Exploratório, é essencial que os professores realizem questionamentos para engajar os alunos a explicar seus pensamentos, esclarecer o que fizeram. Os professores precisam ficar atentos para alguns aspectos da tarefa que passaram despercebidos pelos alunos, para tornar a Matemática envolvida em uma tarefa “visível” (SILVER; SMITH, 1996; SULLIVAN et al, 2015), concentrando-se no significado matemático e nas relações entre as ideias matemáticas exploradas (JACKSON; GARRISON; WILSON, 2013; SMITH; STEIN, 2013).

De acordo com Smith e Stein (2013), os questionamentos ajudam o professor a manter o equilíbrio entre as suas ações e as dos alunos. Isso porque, se as discussões ficarem muito focadas no professor, voltamos ao ensino diretivo (transmissão de conhecimento), por outro lado, se ficarem muito centralizadas no aluno, elas podem perder o sentido, uma vez que os alunos não têm maturidade para conduzir a discussão por si mesmos e necessitam do direcionamento do professor. Para Sullivan e Lilburn (2002, p. 4), utilizar “boas” perguntas é essencial no momento de discussão coletiva, pois “elas têm o potencial de tornar os alunos mais conscientes do que eles sabem e o que não sabem. Ou seja, os alunos tornam-se conscientes onde sua compreensão é incompleta”. “Uma boa pergunta pode significar a diferença entre restringir o pensamento e estimular novas ideias, entre recordar fatos comuns e construir significado” (MOYER; MILEWICZ, 2002, p.293).

Destacamos ainda desafios que dizem respeito “à maneira de organizar a discussão no quadro” e a “fazer os alunos registrarem o que foi sistematizado”, apontados por Luísa durante nossa discussão. De acordo com Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), o professor pode utilizar vários recursos como, quadro de giz, data show, cartolinas, softwares, para que os alunos façam a apresentação das estratégias durante a discussão coletiva, com vistas a não perder os registros que podem ser utilizados na sistematização dos conceitos/ideias/conteúdos estudados. Assim, durante a sistematização o professor precisa chamar a atenção dos alunos para as ideias que emergiram na discussão, construindo, assim, novos conhecimentos. Ao desenvolver esta fase, é relevante que os professores solicitem aos alunos que façam o registro em seus cadernos do conceito/ideia/conteúdo que foi sistematizado. Em algumas situações, a

fase de sistematização pode acontecer juntamente com a de discussão coletiva (MENEZES et al, 2003).

Ainda com relação aos desafios encontrados nas fases de discussão coletiva e sistematização, a professora Mariana declarou que o seu principal desafio foi “manter a discussão coletiva focada nos objetivos”. Segundo Stein et al (2008), os objetivos delineados para uma aula são essenciais para o desenvolvimento de discussões matemáticas produtivas. Na perspectiva do Ensino Exploratório, todas as fases são planejadas e desenvolvidas tendo como ponto de partida os objetivos. “Se o professor tem o objetivo em mente, ele irá monitorar o trabalho dos alunos com esse objetivo em mente, e assim, torna-se mais fácil fazer a conexão das ideias matemáticas” (STEIN et al, 2008, p.6).

Após o desenvolvimento das ações 2 e 3, provocamos as professoras a escrever uma narrativa sobre a aula, enfatizando as fases da aula na perspectiva do Ensino Exploratório, os desafios encontrados e as potencialidades desta perspectiva. Destacamos alguns trechos da narrativa elaborada pelas professoras Luísa e Mariana<sup>162</sup>.

*[...] a discussão coletiva serve para orientar, “dar sentido” a fase de sistematização. É na discussão que os alunos atribuem sentido ao que fizeram, aos conceitos matemáticos que serão formalizados pelo professor na sistematização. [...] se a discussão não acontece, a aula torna-se uma aula comum [...] os alunos não percebem a matemática envolvida na tarefa e aí caímos no ensino tradicional. Desenvolver a discussão coletiva é desafiador, porque exige que você tenha um bom conhecimento matemático para fazer as conexões entre as ideias matemáticas que aparecem nas diferentes estratégias propostas pelos alunos, e depois usar essas conexões para fazer a sistematização. [...] Na discussão temos que tomar cuidado para não dar a resposta pronta. Não é somente a apresentação das estratégias de resolução, mas é a discussão do que envolve cada uma dessas estratégias e assim construir conhecimento no momento da sistematização. Após a discussão, a sistematização acaba sendo algo natural. É necessário que os alunos respeitem os grupos que estão apresentando, deixando-os falar e fazendo intervenções “inteligentes” e no momento adequado, de modo que as ideias matemáticas envolvidas na tarefa possam surgir [...] desafio aos professores é fazer com que os alunos registrem no caderno o conteúdo que está sendo sistematizado.*

(Luísa, PE, 05/07/2016)

---

<sup>162</sup>Embora Mariana não tivesse implementado uma aula neste empreendimento, pedimos a ela que também fizesse a narrativa com o foco em suas experiências anteriores, pois ela já havia implementado, em outros momentos, aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.

*Na discussão coletiva é o momento de discutir os conceitos que estão na tarefa e que foram trabalhados pelos alunos durante a aula nos grupos. Aprofundar os conceitos estudados. É o momento que o professor tira dúvidas, valida as resoluções confrontando-as, comparando-as de modo a promover a compreensão dos conceitos trabalhados, garantir a aprendizagem.[...] Na fase de discussão coletiva é importante que o professor promova um ambiente que estimule os alunos a participar ativamente nas discussões das diferentes resoluções. [...] o que é desafiante na discussão coletiva é envolver os alunos na discussão, incentivar atitudes de ouvir, falar, explicar, questionar, de forma a contribuir com a aprendizagem dos alunos.[...] a fase de sistematização está relacionada com a discussão coletiva, porque é por meio das discussões que são promovidas nesta fase que o professor consegue depois sistematizar os conteúdos. Na fase de sistematização o professor é o protagonista, terá que sintetizar as ideias os conceitos, fazer as conexões com outros conteúdos, com outros contextos. [...] Na sistematização o professor dá nome “as coisas”, aos conceitos/ideias que foram trabalhadas ao longo da aula, não só na fase de discussão. Por exemplo, eu posso trabalhar uma tarefa que envolve o conceito de perímetro sem dar o nome “perímetro”, mas enfatizar a soma das medidas dos lados, e depois na sistematização eu dou o nome de perímetro para a soma dos lados de um polígono. É a mesma coisa na aula da Loreni, ela trabalhou a tarefa desenvolvendo o conceito de função, o que é função afim, representação gráfica, sem falar o nome, só fez.*

(Mariana, PE, 12/07/2016)

A leitura das narrativas nos mostrou que as professoras da CoP-ProfMARE consideraram que, para desenvolver a fase de discussão coletiva, o professor precisa ter um “bom” conhecimento matemático, com vistas a um bom gerenciamento na fase de sistematização. Elas assumiram, ao longo do empreendimento, que há uma “relação de dependência” entre as fases de discussão e sistematização. Argumentaram, ainda, que, enquanto na fase de discussão coletiva, são trabalhados os conceitos/ideias/conteúdos matemáticos previstos para a aula, na fase de sistematização, o professor formaliza o conhecimento relacionando à Matemática envolvida na fase anterior.

Para as professoras da CoP-ProfMARE, as fases de discussão coletiva e sistematização favorecem a aprendizagem dos alunos, pois é nesse momento que “os conceitos são trabalhados com mais intensidade” (Maísa, PE, 22/06/2016). Segundo Smith e Stein (2013, p.2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves”.

Luísa declarou que a “discussão coletiva serve para orientar, ‘dar sentido’ a fase de sistematização”. Para ela, se a fase de discussão não acontece, “os alunos não percebem a matemática envolvida na tarefa”. Chappin, O’Connor e Anderson (2003), advertem que, na discussão coletiva, os alunos têm a possibilidade de “ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgirem com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de

problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (CANAVARRO, 2011). Assim, eles tornam-se corresponsáveis pelo seu próprio processo de aprendizagem (SMITH, 2001).

As professoras da CoP-ProfMARE destacaram como principal desafio o gerenciamento da discussão coletiva na sala de aula, de modo que todos os alunos se envolvam no compartilhamento de ideias, expliquem seu pensamento, questionem e ouçam as ideias dos colegas, “guiados por um ensino de matemática sólido, no qual são encorajados a avaliar suas próprias idéias matemáticas e as do outro” (SMITH; STEIN, 2013, p.1). Segundo Boavida (2005), ao conduzir uma discussão coletiva, o professor precisa saber que aspectos destacar; “sentir” qual o momento apropriado para fazer questionamentos; incentivar os alunos a participar; ajudá-los a desenvolver seus raciocínios, sem impor uma estratégia de resolução para a tarefa; e organizar a discussão de modo a envolver o maior número de alunos possível.

Para Mariana, na fase de sistematização, o professor “*dá nome ‘às coisas’, aos conceitos/ideias que foram trabalhadas ao longo da aula, não só na fase de discussão*”. De acordo com Menezes et al (2003, p. 43), nesta fase o professor, com a colaboração dos alunos, “institucionaliza as ideias ou procedimentos e estabelece conexões com os próprios conhecimentos dos alunos” . Para esses autores, neste momento é relevante que o professor concentre a atenção dos alunos na “atividade de sistematização e assegure que as idéias emergentes dessa atividade sejam registradas por escrito” (Menezes et al 2003, p.49). Canavarro, Oliveira e Menezes (2013, p. 34) elucidam que, na fase de sistematização, o professor tem de a atenção dos alunos para as ideias que emergiram na discussão e, assim, fazê-los “reconhecer os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, estabelecer conexões com aprendizagens anteriores, e/ou reforçar os aspetos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas e o raciocínio matemático” , e construir novo conhecimento.

## **Considerações**

O empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia provocou fecundas discussões que permitiram às professoras “perceber” e “vivenciar” os desafios impostos no momento da elaboração dos planos de aulas e da

implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, nomeadamente nas fases de discussão coletiva e sistematização. Diante disso, foi possível elencar que seconstituíram desafios às professoras da CoP-ProfMARE: (i) pensar nas ações, selecionar e sequenciar a procura de estratégias adequadas para a discussão coletiva; (ii) gerenciar a discussão coletiva; (iii) fazer conexão entre as estratégias selecionadas a fim de mobilizar os alunos a engajarem-se na discussão; (iv) pensar nas possíveis perguntas para fazer no momento da discussão coletiva e da sistematização; (v) considerar a falta de recursos para melhor organizar as estratégias de resolução na discussão coletiva e (vi) desenvolver a discussão coletiva sem perder o foco nos objetivos. Tomar consciência dos desafios enunciados permitiu às professoras não somente se tornarem mais confiantes para desenvolver discussões matemáticas produtivas, nas quais os alunos constroem seu conhecimento com compreensão, como também desejaram mudar o seu modo de ensinar para estarem preparadas, quando em situações não previstas, , tomarem de decisões rápidas.

O desenvolvimento da proposta de formação, em um contexto de comunidade de prática, oportunizou às professoras expressar suas ideias e opiniões, relatar experiências, propor tarefas, permitirem-se errar sem medo de constrangimentos, enfim, foi fundamental para que os desafios fossem reconhecidos. Na CoP-ProfMARE as professoras tiveram “voz” e foram corresponsáveis pela constituição de novos conhecimentos, articulando-os com sua prática.

Os estudos e as discussões na CoP deram às professoras a oportunidade de conhecer a perspectiva do Ensino Exploratório e o *framework* elaborado pelo Gepefopem, utilizado como apoio no momento da elaboração dos planos de aula para a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório e também a buscar conhecimentos sobre esta perspectiva em outros contextos de formação. A participação na CoP-ProMARE possibilitou às professoras refletir sobre ações que o professor pode desenvolver na realização de uma aula cujo foco é o pensamento dos alunos e a sua compreensão.

## **Agradecimentos**

Nossos agradecimentos à professora Loreni Aparecida Ferreira Baldini, protagonista do caso multimídia Plano de Telefonia, aos alunos e à escola envolvida.

Ao Gepefopem, pelo engajamento na construção do Recurso Multimídia no âmbito do projeto Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e na utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

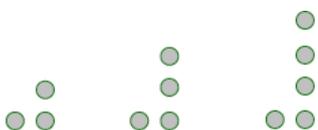
Agradecemos também às professoras da CoP-ProfMARE.

## Anexo

### Tarefas implementadas pela professora Maísa e Luísa

#### Tarefa – Explorando Padrões

Observe a sequência de figuras e responda:

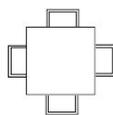


- Desenhe a próxima figura da sequência.
- Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas tem a figura?
- Sem desenhar, descubra quantas bolinhas tem a figura que ocupa a posição 14 da sequência? Explique seu raciocínio.
- Escreva a sequência relativa ao número de bolinhas que tem cada uma das figuras até a posição 7.
- Que posição corresponde à figura que tem 59 bolinhas? Explique o seu raciocínio.
- Descreva como é construída qualquer figura desta sequência.
- Escreva uma regra que represente o número de bolinhas que tem uma figura em qualquer posição.

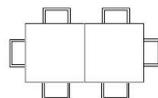
**Fonte:** Adaptada de BRANCO (2008).

#### Tarefa – Organizando as mesas

Amanda trabalha em um restaurante. Seu chefe pediu para que ela organizasse as mesas para um jantar com 14 pessoas. Ela começou a colocar as mesas quadradas e reparou que numa mesa poderiam estar sentadas 4 pessoas.



Enquanto em duas mesas juntas poderiam sentar 6 pessoas.



- Quantas mesas Amanda usou para acomodar 14 pessoas? Justifique sua resposta.
- Juntando 12 mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas? Explique como você pensou.
- E em 20 mesas, quantas pessoas podem se sentar? Explique como você pensou.
- Se chegarem 28 pessoas no restaurante, quantas mesas precisaremos juntar para acomodá-las?

Explique como pensou.

e) O patrão de Amanda disse que estavam sentadas nas 15 mesas juntas 33 pessoas no salão do restaurante, mas Amanda discordou imediatamente. Explique por que Amanda discordou.

f) Quantas mesas precisariam ser juntadas para acomodar 33 pessoas? Justifique sua resposta.

g) Descreva uma regra que lhe permita determinar o número de mesas no restaurante para qualquer número de pessoas.

**Fonte:** Adaptada de MESTRE (2014).

## Referências

AGUIAR, K.; ROCHA, M. L. Práticas universitárias e formação socio-política. *Acheronta*, Buenos Aires, n. 11, jul. 2000. Disponível em: <<http://www.acheronta.org/acheronta11/socio-politica-p.htm>>. Acesso em: 22 mar. 2013.

AIZIKOVITSH-UDI, E.; CLARKE, D. J.; STAR, J. Good questions or good questioning: An essential issue for effective teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. A. (Eds). *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Ankara, Turkey: Middle East Technical University, 2011, p.2908-2916.

AKYUZ, D.; DIXON, J. K.; STEPHAN, M. Improving the quality of mathematics teaching with effective planning practices. *Teacher Development*, v. 17, n.1, 2013, p.92-106.

ALEXANDER, R. (2008). Culture, dialogue and learning: notes on an emerging pedagogy. In: MERCER, N.; HODGKINSON, S. (Eds.). *Exploring Talk in School*. London, 2008, p. 93-114.

BALDINI, L. A. F. Uma aula de Funções na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática: O Plano de Telefonía. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, p. 143-172, 2016.

BALL, D. L. *Mathematical proficiency for all students: towards a strategic research and development program in mathematics education. Rand mathematics study panel for office of educational research and improvement*. Santa Monica, CA, 2003.

BESSET, V. L.; COUTINHO, L. G.; COHEN, R. H. P. Pesquisa-intervenção com adolescentes: contribuições da psicanálise. In: CASTRO, L. R de; BESSET, V. L. (Org.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. NAU: Rio de Janeiro, 2008.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Eds.), *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: Reidel, 1986. p. 309-365.

BOAVIDA, A. M. R. *A argumentação em matemática: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. 2005. 995f. Dissertação. (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa. Lisboa, 2005.

BRANCO, N. C. V. *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*. 2008. 251 fls. Dissertação (Mestrado em Educação – Didática da Matemática). Universidade de Lisboa. Lisboa, 2008.

BRENDEFUR, J.; FRYKHOLM, J. Promoting mathematical communication the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.3, p. 125–153, 2000.

CANAVARRO, A. P. *Ensino Exploratório da Matemática: práticas e desafios*. Educação e Matemática, 2011.

CANAVARRO, A., OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.). *Investigação em Educação Matemática: Práticas de ensino da Matemática*. Portalegre: SIPIEM, 2012. p.255-266.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H., MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014. p.217-233.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 14, , p. 355–374, 2011.

CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. Classroom discussions: using math talk to help students learn. *Math Solutions Publications*. Sausalito, CA, 2003.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' learning through inquiry. *Sisyphus – Journal of Education*, v. 1, n.3, p.122-150, 2013.

CLARKE, D. *Practice, role and position: Whole class patterns of participation*. Paper presented as part of the symposium “Patterns of Participation in the Classroom” at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Chicago: AERA, 2003. p. 21-25.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p.19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 81-99.

ENGELN; K.; EULER, M.; MASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, p.823-836, 2013.

FERNANDES, C.; YOSHIDA, M. *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2004.

FRAIVILLIG, J.; MURPHY, L. A.; FUSON, K. C. Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.30, n.2, p.148-170, 1999.

FRAIVILLIG, J. Strategies for advance children's mathematical thinking. *Teaching children mathematics*, v.7, n.8, p.454-459, 2001.

FRANK, M. L.; WEBB, N. M.; CHAN, A. G.; ING, M.; FREUND, D.; BATTEY, D. Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, v. 60, p.380-392, 2009.

FUNG, M. G. Writing in a mathematics class? A quick report on classroom practices at the collegiate level. *Currents in Teaching and Learning*, v. 2, n.2, p.22-34, 2010.

GEORGIUS, K. *Planning and enacting mathematical tasks of high cognitive demand in the primary classroom*. Dissertation. 2013. 194f. (Doctor of Philosophy). Department of Teaching, learning and Teacher Education. University of Nebraska. Lincoln, Nebraska, 2013.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 28, n. 5, p. 524-549, 1997.

HIEBERT, J.; MORRIS, A. K.; BERK, D.; JANSEN, A. Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, p.47-61, 2007.

HOMMEL, M.; CLARKE, D. Reaction and questioning in classrooms in different cultural settings. In: KRAINER, K.; VONDROV, N. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Prague: CERME, 2015. p.1717- 1723.

HUGHES, E. K. *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. 2006. Dissertation (Educational Doctorate in Mathematics Education). University of Pittsburgh, Pittsburgh, 2006.

JACKSON, K.; GARRISON, A.; WILSON, J. Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in Middle-grades Mathematics instructions. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 44, n.4, p. 646-682, 2013.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington: National Academic Press, 2001.

KRAINER, K. Teams, Communities & Networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 2, p. 93-105, 2003.

LAMPERT, M. When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, v. 27, n.1, p. 29-63, 1999.

LAYDEN, S. C. *Investigating the relationship between pre-service teachers' attention to student thinking during lesson planning and the level of cognitive demand at which tasks are implemented*. 2015. 311f. Thesis (Doctor of Education). University of Pittsburg. Pittsburg, 2015.

LEIKIN, R.; ROTA, S. Learning through Teaching: A Case Study on the Development of a Mathematics Teacher's Proficiency in Managing an Inquiry-Based Classroom. *Mathematics Education Research Journal*, v. 18, n.3, p.44-68, 2006.

LEIKIN; R.; DINUR, S. Patterns of flexibility: Teachers' behavior in mathematical discussion. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Itália: CERME, 2003.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. In: BROCARD, J.; MENDES, F.; BOAVIDA, A. M. R. (Eds). *Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Setúbal: APM, 2005. p.273-293.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. *Designing and using mathematical tasks*. London, Tarquin Publications, 2006.

MASS, K.; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM - Mathematics Education*, v. 45, p.779 -795, 2013.

MASS, K.; DOORMAN, M. A model for a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM Mathematics Education*, v. 45, p. 887–899, 2013.

McGRAW, R. *Facilitating whole-class discussions in secondary mathematics classrooms*, 2002. 243f. Dissertation (Doctorate degree of Philosophy. Department of Curriculum and Instruction) - Indiana University, 2002.

McGRAW, R.; LYNCH, R. K.; KOC, Y.; KAPUZUS, A.; BROW, C. A. The multimedia case as a tool for professional development: An analysis of online and face-to-face interactions among mathematics pre-service teachers, in-service teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.10, n.2, p. 95-121, 2007.

MENEZES, L.; GUERREIRO, A.; MARTINHO, M. H.; FERREIRA, R. A. T. Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. *Sisyphus - Journal of education*, v.1, n.3, p.44-75, 2003.

MESTRE, C. *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino*. 2014. 379 f. Tese (Doutorado - Didática de Matemática). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Lisboa, 2014.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A construção coletiva da generalização num contexto de ensino exploratório com alunos do 4º ano. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Coleção: Encontros de Educação, Lisboa, 2014. p.283-310.

MICHAELS, S.; O'CONNOR, C. Conceptualizing Talk Moves as Tools: Professional Development Approaches for Academically Productive Discussions. In: RESNICK, C. A.; CLARKE, S. (Eds.). *Socializing Intelligence Through Academic Talk and Dialogue*. AERA Publications, 2015. p. 347-361.

MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v.5, p. 293-315, 2002.

MUTTON, T.; HAGGERS, H.; BURN, K. *Learning to plan, planning to learn: the developing expertise of beginning teachers*. Teachers and Teaching: theory and practice, v. 17, n.4, p.399-416, 2011.

NATHAN, M.; KNUTH, E. *Study of whole classroom mathematical discourse and teacher change*. Cognition and Instruction, 21 (2), p.175-207.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Authors, 2008.

OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v.12, n.2, p 29-53, 2013.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.

PONTE, J. Practice-based teacher education focusing on mathematics discussions. In: UBUZ, B. (Ed). *Proceedings of 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, v.1, Ankara: Turkey: PME, 2011.

POTARI, D.; JAWORSKI, B. Tackling complexity in mathematics teaching development: Using the teaching triad as a tool for reflection and analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 5, p. 351-380, 2002.

ROCHE, A.; CLARKE, D. M.; CLARKE, D. J.; SULLIVAN, P. Primary teachers' written unit plans in mathematics and their perceptions of essential elements of these. *Mathematics Educational Research Journal*, v. 26, p.853-870, 2014.

RUTHVEN, K.; HOFMANN, R.; MERCER, N. *A dialogic approach to plenary problem synthesis*. Proceedings of 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, v.1, Ankara: Turkey: PME, 2011.

SCHIFTER, D. Learning to see the invisible. In: WOOD, T; NELSON, B.; WARFIELD, J. (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, p.109-134, 2001.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, 45, p.901-909, 2013.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM – Mathematics Education*, 45, p.901-909, 2013.

SFARD, A.; KIERAN, C. Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, v.8, n.1, p.42-76, 2001.

SILVER, E. A.; SMITH, M. S. Building discourse communities in mathematics classrooms: A worthwhile but challenging journey. In: ELLIOT, P. C. (Ed.), *Yearbook: Communication in mathematics, K-12 and beyond*. Reston, VA: NCTM, 1996.

SMITH, M. S. *Practice-based professional development for teachers of Mathematics*. National council of teachers of Mathematics, 2001, Reston, Virginia.

SMITH, M. S.; HUGHES, E.; ENGLE, R.; STEIN, M. K. Orchestrating Discussions of Challenging Tasks: Keeping Your Eye on the Mathematics to be Learned. In: RESNICK, L. B.; ASTERHAN, C. S. C.; CLARKE, S. N. (Eds.). *Socializing Intelligence through academic talk and dialogue*. AERA: Washington, DC, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication>. Acesso em: 03 fev. 2017.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. *Five practices for orchestrating productive mathematics discussion*. Virginia: NCTM, 2013.

SMITH, M.S.; BILL, V.; HUGHES, E. K. Hughes. Thinking through a lesson: Successfully implementing high-level tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v.14, n.3, 2008, p.132- 138.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in classroom*. New York: Free Press, 1999.

SULLIVAN, P.; CHEESEMAN, J.; MICHELS, D.; MORNANE, A.; CLARK, D.; ROCHE, A.; MIDDLETON, J. Challenging mathematics tasks: What they are and how to use them. In: BRAGG, L. (Ed.). *Math is multidimensional*. Melbourne: Mathematical Association of Victoria, p.33-46, 2011.

SULLIVAN, P.; CLARKE, D. J.; CLARKE, D. M.; FARREL, L.; GERRARD, J. Processes and priorities in planning mathematics teaching. *Mathematics Educational Research Journal*, 2012.

SULLIVAN, P.; LILBURN, P. *Using good questions to enhance learning by Peter Sullivan and Pat Lilburn*. Sausalito: Math Solutions Publications, 2002.

SUPERFINE, A. C. Planning for mathematics instruction: a model of experienced teachers' planning processes in the context of a reform mathematics curriculum. *The mathematics educator*, vol. 18, n.2, p.11-22, 2008.

WARFIELD, J. Where Mathematics content knowledge e matters: Learning about building on children's mathematical thinking. In: WOOD, T; NELSON, B. WARFIELD, J. (Eds.). *Beyond classical pedagogy. Teaching elementary school.* London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2001. p.135-155.

WENGER, E. *Communities of Practice: learning, meaning and identity.* New York: Cambridge University Press, 1998.

YACKEL, E.; COBB, P.; WOOD, T. Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 22, n.5, 1991, p.390-408.

YACKEL, E.; COBB, PAUL; WOOD, T. Developing a basis for mathematical communication within small groups. In: WOOD, T.; COBB, PAUL; YACKEL, E. (Eds.). *Rethinking elementary schools mathematics: Insights and issues. Journal for Research in mathematics education*, Monograph, n.6. Virginia: NCTM, 1993, p.33-44.

YINGER, R. Routines in teacher planning. *Theory into practice*, 1979, vol. 18, n. 3, 1979, pp.163-169

YOUNG, J. S. *Orchestrating mathematical discussions: A novice teacher's implementation of five practices to develop discourse orchestration in a sixth-grade classroom.* Thesis. (Master of Arts). Department of Teacher Education, Brigham Young University. Provo, 2015.

ZAHORIK, J. A. The effect of planning on teaching. *Elementary School Journal*, v.71, n.3, 1970, p. 143-151.

ZAZKIS, R.; LILJEDAHL, P.; SINCLAIR, N. Lesson plays: Planning teaching versus Teaching planning. *The Learning of Mathematics.* 2009. Publishing Association, Edmonton, Alberta, Canada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

A formação de professores é uma temática muito discutida nas pesquisas brasileiras e internacionais. Os resultados desses estudos apontam que, para que os professores se tornem responsáveis por sua aprendizagem e, conseqüentemente, haja mudanças em sua prática profissional, é relevante proporcionar a eles a participação em contextos de formação nos quais possam compartilhar conhecimentos e negociar significados. No entanto, esses estudos evidenciam que, embora tenha havido um avanço com relação a esse campo de investigação, grande parte das políticas públicas propostas para formação de professores ignora os resultados.

A proposta de formação que constitui este estudo está centrada na discussão sobre a perspectiva do Ensino Exploratório, em um contexto de Comunidade de Prática, CoP-ProfMARE, utilizando como ferramenta de formação um caso multimídia. Esta perspectiva de ensino faz parte de uma abordagem mais ampla de *inquiry-based teaching*, que oferece aos alunos a oportunidade de trabalhar com tarefas cognitivamente desafiadoras, engajar-se em discussões matemáticas produtivas que lhes possibilitarão realizar atividade matemática desenvolvendo o seu raciocínio (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, 2014; KATRIN; EULE; MASS, 2013; MASS; DOORMAN, 2013; MASS; ARTIGUE, 2013) e exige que o professor desenvolva ações diferentes daquelas a que está acostumado em sua prática pedagógica.

Embora estudos referentes à perspectiva do Ensino Exploratório apontem as potencialidades dessa forma de ensinar, eles evidenciam a resistência de professores e alunos em implementar esta perspectiva nas aulas de Matemática. Isso porque, o desenvolvimento da perspectiva do Ensino Exploratório requer que o professor desconstrua suas crenças e pré-conceitos, com relação aos processos de ensino e de aprendizagem, ao seu papel e ao do aluno, à gestão de aula e à importância das tarefas cognitivamente desafiadoras para esses processos.

Nosso estudo está estruturado no formato *multipaper* (THOMAS; WEST; RICH, 2016), constituído por três capítulos, organizados com o intuito de responder nossa questão geral de pesquisa: “*Que aprendizagens profissionais, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório, são manifestadas por professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática*”?

A seguir resgatamos aspectos essenciais para a articulação das principais ideias discutidas em cada um dos artigos na busca de responder à nossa questão de investigação. Retomamos cada um dos objetivos propostos e apresentamos sucintamente as respostas e as conclusões relevantes para cada estudo, e então as articulamos com a intenção de defender as potencialidades da perspectiva do Ensino Exploratório na formação continuada de professores de Matemática.

**Objetivo 1:** *Investigar que aprendizagens as professoras manifestam no decorrer do empreendimento Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia, no contexto de uma CoP de professores de Matemática, com relação à perspectiva do Ensino Exploratório.*

Este estudo evidenciou que as aprendizagens manifestadas pelas professoras com relação à perspectiva do Ensino Exploratório estão associadas às ações e aos papéis do professor, ao papel do aluno, à gestão da aula e à importância do plano de aula. Essas aprendizagens possibilitaram às professoras repensar e questionar algumas de suas ações durante as aulas e perceber (*noticing*) aspectos essenciais para o desenvolvimento dessa perspectiva em sala de aula. Ainda, o estudo ressaltou a constituição de uma Comunidade de Prática e a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia em um contexto de formação de professores que se configuraram como catalisadores de aprendizagens dos participantes da CoP e das relações de confiança e respeito mútuo.

**Objetivo 2:** *Investigar que aspectos da natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados pelas professoras.*

O estudo revelou que conhecer tarefas cognitivamente desafiadoras e suas potencialidades apoia o professor no momento de selecionar/elaborar/adaptar as tarefas propostas aos alunos e o auxilia a compreender a relevância do papel do professor no trabalho com esse tipo de tarefa, para promover processos de ensino e de aprendizagem centrados no entendimento dos alunos. Os resultados mostraram que as professoras consideraram três aspectos associados à natureza de uma tarefa cognitivamente desafiadora, ou seja, como aquela que: (i) permite ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) mobiliza o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicita um modo de resolução.

**Objetivo 3:** *Investigar que desafios relacionados à articulação entre a discussão coletiva e a sistematização se colocam aos professores durante as ações*

### *Análise e elaboração de planos de aula e Implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.*

Este estudo discutiu os desafios relacionados à articulação entre a fase de discussão coletiva e a sistematização que se manifestaram às professoras no desenvolvimento das ações análise e elaboração de planos de aula e implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. O desenvolvimento dessas ações, em um contexto de comunidade de prática, possibilitou às professoras da CoP conscientizarem-se dos desafios que podem enfrentar na implementação de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. O estudo apresentou como resultados os seguintes desafios: (i) pensar nas ações selecionar e sequenciar à procura de estratégias adequadas para a discussão coletiva; (ii) gerenciar a discussão coletiva; (iii) fazer conexão entre as estratégias selecionadas a fim de mobilizar os alunos a engajarem-se na discussão; (iv) pensar nas possíveis perguntas para fazer no momento da discussão coletiva e sistematização; (v) considerar a falta de recursos para melhor organizar as estratégias de resolução na discussão coletiva e (vi) desenvolver a discussão coletiva sem perder o foco nos objetivos. Os desafios enunciados possibilitaram as professoras não só se tornarem mais confiantes para desenvolver discussões matemáticas produtivas, nas quais os alunos constroem seu conhecimento com compreensão, como também desejarem mudar o seu modo de ensinar para se sentirem preparadas para tomada de decisões rápidas em situações não previstas.

Assim, a partir da articulação desses resultados, buscamos responder, agora, nossa questão geral de investigação

### **Aprendizagens profissionais manifestadas por professores de Matemática com relação à perspectiva do Ensino Exploratório**

As discussões estabelecidas ao longo dos empreendimentos “Resolução e análise de tarefas” e “Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia” permitiram às professoras da CoP-ProfMARE conhecer e refletir sobre as potencialidades da perspectiva do Ensino Exploratório e reconhecê-la como uma forma de ensinar possível de ser implementada em sala de aula. A familiarização com essa perspectiva, no decorrer dos empreendimentos, mobilizou as professoras a repensar algumas de suas ações e a questionar como elas poderiam influenciar a aprendizagem dos alunos.

Durante as discussões promovidas na CoP, as professoras refletiram sobre aspectos relevantes da perspectiva do Ensino Exploratório, em especial, no que se refere às ações e aos papéis do professor, ao papel do aluno, à gestão de aula, às tarefas cognitivamente desafiadoras e à importância do plano de aula escrito para a implementação de aulas nesta perspectiva. Compreendemos que essas discussões ajudaram as professoras a desenvolver novas formas de olhar para o ensino (VAN ES; SHERIN, 2002), ratificando a ideia de que o papel do professor não é ser transmissor de informações, mas sua principal função é ser mediador das aprendizagens que acontecem sala de aula.

Os empreendimentos negociados na CoP permitiram às professoras identificarem a diversidade de papéis que os professores e os alunos assumem em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório (CYRINO, 2016c), os quais são diferentes daqueles presentes no modo “tradicional” de ensino. Inferimos que as ações dos empreendimentos mobilizaram as professoras a perceber que a mudança no seu modo de ensinar implica uma mudança no modo que o aluno trabalha em sala de aula.

O desenvolvimento dos empreendimentos ofereceu às professoras a oportunidade de “vivenciar” algumas das ações que podem ser desenvolvidas pelo professor antes e durante uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, fato que lhes possibilitou refletir sobre a complexidade das ações do professor para tomada de decisões e entender como elas podem influenciar a aprendizagem de seus alunos. Elas efetivaram a noção de que o papel do professor em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório é de apoiar o trabalho dos alunos, proporcionando-lhes a oportunidade de dar sentido a novas ideias matemáticas e, conseqüentemente se tornarem corresponsáveis pela sua aprendizagem e pela validação de seu pensamento e do pensamento dos colegas.

A implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório auxiliou às professoras a reconhecer que os alunos são capazes de trabalhar sozinhos na tarefa e, portanto, basta que o professor estabeleça uma cultura de sala de aula que favoreça o pensar, o raciocinar, o resolver problemas e o comunicar-se matematicamente.

Analisar e resolver tarefas cognitivamente desafiadoras oportunizou às professoras conhecer as potencialidades dessas tarefas e refletir sobre a importância delas para mobilizar os alunos a desenvolver suas próprias estratégias de resolução e a elaborar justificativas para explicá-las. Julgamos que essas ações viabilizaram que as professoras se colocassem no lugar dos alunos, “sentindo” as dificuldades que eles

poderiam apresentar e quais raciocínios poderiam desenvolver; e que refletissem sobre a pertinência de considerar as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos ao resolverem a tarefa e qual a influência dessa diversidade de estratégias para uma aula implementada na perspectiva do Ensino Exploratório, em especial para as fases de discussão coletiva e sistematização.

O empreendimento “resolução e análise de tarefas” propiciou às professoras reconhecer que o trabalho com uma tarefa cognitivamente desafiadora facilita ao aluno: desenvolver a sua autoconfiança, sair da zona de conforto, ampliar suas oportunidades de aprendizagem, utilizar seus conhecimentos para explicar como pensou para resolver a tarefa, compreender o que fez, desenvolver a capacidade argumentativa e a comunicação matemática, organizar suas formas de pensamento.

As discussões e reflexões compartilhadas no desenvolvimento dos empreendimentos mobilizaram as professoras a conhecer as características e as potencialidades das tarefas cognitivamente desafiadoras, bem como a refletir sobre o seu papel no trabalho com este tipo de tarefa. Os resultados de nosso estudo explicitaram que as professoras da CoP-ProfMARE consideraram três aspectos associados à natureza dessas tarefas, como aquelas que: (i) permitem ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) mobilizam o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicitam um modo de resolução. Reconhecer e refletir sobre esses aspectos levou as professoras a promover processos de ensino e de aprendizagem centrados na compreensão do aluno.

Durante as discussões na CoP, as professoras entenderam que as tarefas cognitivamente desafiadoras são o ponto de partida para a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, e que o trabalho do professor, ao implementá-las, deve ser cuidadoso de modo a não eliminar os desafios da tarefa. Embora tenham reconhecido as potencialidades desse tipo de tarefa, inicialmente, as professoras manifestaram receio de implementá-las em sala de aula. Inferimos que isso provavelmente se deva ao fato de que as ações desenvolvidas na CoP as desafiaram a “correr riscos”, a sair de sua zona de conforto. Ao “levar” a perspectiva do Ensino Exploratório para suas salas de aula, as professoras tiveram que lidar com as incertezas e os desafios que esse enfoque impõe ao trabalho do professor. Entretanto, compreendemos que isso as ajudou a aumentar a sua autoconfiança.

Pensar em como a tarefa será desenvolvida em sala de aula e implementá-la na perspectiva do Ensino Exploratório permitiu às professoras reificar a relevância de

organizar os alunos para o desenvolvimento da aula, privilegiando um trabalho coletivo (trabalho em grupo). Entenderam que esse tipo de trabalho, à medida que auxilia os alunos a compreender e a solucionar as tarefas propostas, dá-lhes independência para interagir com seus pares, defender suas ideias e opiniões. Todavia, reconheceram que, para lidar com o trabalho em grupo, o professor precisa estar preparado, criar uma dinâmica de sala de aula que mobilize os alunos a respeitar as ideias uns dos outros. Assim, aos poucos, as professoras foram modificando alguns aspectos de sua prática, como por exemplo, passaram a dar mais espaço para os alunos explicarem seu pensamento; a pensar em possíveis questionamentos a fazer aos alunos, ao privilegiar o trabalho em grupo em suas aulas. Esse movimento de mudança aconteceu ao longo do desenvolvimento da CoP.

Outro aspecto discutido na CoP trata-se da gestão de tempo para o desenvolvimento da tarefa. Elas compreenderam que o professor precisa deixar os alunos trabalharem na tarefa até que “todos” a tenham terminado, mesmo que isso resulte que a turma se disperse e realize outras atividades e não uma atividade matemática.

Durante as discussões, as professoras reconheceram a importância do plano de aula para a implementação de uma na perspectiva do Ensino Exploratório, manifestando como destaques: quando os objetivos da aula e das tarefas são definidos e claros, torna-se mais fácil selecionar e sequenciar a resolução dos alunos apresentadas durante a fase de discussão coletiva e considerar os aspectos a serem trabalhados na fase de sistematização; quando há o registro de diferentes formas de resolução da tarefa, torna-se mais fácil antecipar possíveis dificuldades dos alunos, prováveis questionamentos a serem feitos a eles; quando se define o tempo para a tarefa e para cada fase da aula, torna-se mais fácil gerenciar todo o processo. Apesar disso, as professoras consideraram que a elaboração do plano de aula continua sendo um desafio ao trabalho do professor.

A elaboração de planos de aula e a implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório permitiram às professoras pensar sobre a importância da discussão coletiva e sistematização e a sua influência na aprendizagem dos alunos. Elas reconheceram que a articulação entre ambas pode se constituir em desafios ao professor, tais como: (i) pensar nas ações selecionar e sequenciar à procura de estratégias adequadas para a discussão coletiva; (ii) gerenciar a discussão coletiva; (iii) fazer conexão entre as estratégias selecionadas a fim de mobilizar os alunos a

engajarem-se na discussão; (iv) pensar nas possíveis perguntas para fazer no momento da discussão coletiva e sistematização; (v) considerar a falta de recursos para melhor organizar as estratégias de resolução na discussão coletiva e (vi) desenvolver a discussão coletiva sem perder o foco nos objetivos. Pensar sobre esses desafios deixou as professoras não apenas mais confiantes para desenvolver discussões matemáticas produtivas, nas quais os alunos constroem seu conhecimento com compreensão, como também desejosas a realizar uma mudança no seu modo de ensinar para estarem preparadas para tomada de decisões rápidas em situações não previstas.

Isto posto, reconhecemos a perspectiva do Ensino Exploratório como uma temática promissora para fomentar aprendizagens profissionais em contexto de formação continuada de professores, proporcionando uma articulação entre a teoria e a prática. Consideramos que promover discussões em contextos de formação com relação à perspectiva do Ensino Exploratório é relevante, pois permite ao professor:

- ✓ **Reconhecer as potencialidades das perspectivas alternativas de ensino.** A perspectiva do Ensino Exploratório é pouco conhecida pelos professores, assim promover seu estudo e suscitar discussões acerca dessa perspectiva podem mobilizá-los a conhecer as potencialidades deste tipo de ensino e refletir sobre a relevância das perspectivas alternativas de ensino para a aprendizagem dos alunos.
- ✓ **Desenvolver conhecimentos.** Promover discussões sobre a perspectiva do Ensino Exploratório pode mobilizar o professor a constituir conhecimentos com relação ao conteúdo matemático e ao conteúdo pedagógico (HILL et al., 2008), fundamentais para os processo de ensino e de aprendizagem.
- ✓ **Repensar sua prática pedagógica.** A perspectiva do Ensino Exploratório exige que o professor assuma papéis diferentes daqueles do ensino diretivo, assim a discussão dessa perspectiva em contextos de formação pode mobilizar o professor a repensar sua prática pedagógica, nomeadamente, suas ações e seu papel, o papel dos alunos, a gestão de aula, refletindo a complexidade das ações do professor para tomada de

decisões e para o desenvolvimento de um ensino centrado na compreensão.

- ✓ **Desenvolver a sua autoconfiança.** A implementação de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório impõe ao professor desenvolver ações que não lhe são habituais, a lidar com incertezas, com a diversidade da sala de aula e com desafios. Dessa maneira, compreendemos que a discussão desta perspectiva em contextos de formação pode ajudar no desenvolvimento da autoconfiança do professor.
  
- ✓ **Refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem.** A perspectiva do Ensino Exploratório é desenvolvida num prisma dialógico de aprendizagem, ou seja, o aluno é convidado a compartilhar suas ideias, a estabelecer relações com as ideias dos outros, e o professor é o mediador das aprendizagens. Discutir essa perspectiva pode mobilizar o professor a refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem no qual está inserido, compará-los com aqueles sustentados pelas perspectivas alternativas de ensino, e desenvolver, assim uma nova forma de olhar para os processos de ensino e de aprendizagem.
  
- ✓ **Conhecer o potencial das tarefas cognitivamente desafiadoras para a aprendizagem dos alunos.** Este tipo de tarefa é o elemento-chave de aulas implementadas na perspectiva do Ensino Exploratório, portanto, conhecê-las e refletir sobre elas ajudam o professor a reconhecer as potencialidade deste tipo de tarefa e pensar sobre sua relevância para a aprendizagem dos alunos e para a constituição de um ensino centrado na compreensão.
  
- ✓ **Mudar sua forma de ensinar.** A perspectiva do Ensino Exploratório aparece em contraposição ao modo tradicional de ensinar, em vista disso essa perspectiva desafia o professor a promover mudanças na sua forma de ensinar com relação à escolha de tarefas, ao modo de olhar para o

trabalho do aluno, à maneira de organizar os alunos em sala de aula, ao gerenciamento da aula.

- ✓ **Desenvolver uma postura inquiridora.** As discussões com base na perspectiva do Ensino Exploratório podem levar o professor a desenvolver uma “postura inquiridora”, não no sentido de se tornar um pesquisador, mas questionar suas ações e seu papel nos processos de ensino e de aprendizagem; questionar os alunos no desenvolvimento da aula; romper com crenças e pré-conceitos arraigados em sua prática; e propor abordagens alternativas de ensino.

Consideramos a perspectiva do Ensino Exploratório como uma temática relevante para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática. No entanto, entendemos que o estudo desta temática, em contexto de formação, deve ser ampliado de modo a investigar o impacto que a discussão dessa perspectiva tem sobre as aprendizagens do professor com relação ao conteúdo matemático.

Julgamos relevante destacar, neste estudo, a importante contribuição do caso multimídia Plano de Telefonia e da comunidade de prática, CoP-ProMARE, como apoio para sustentar as aprendizagens desenvolvidas pelas professoras no contexto de formação.

## **Caso multimídia Plano de Telefonia e Comunidades de Prática**

A utilização do caso multimídia Plano de Telefonia constitui-se em catalisador das aprendizagens constituídas pelas professoras, porém defendemos que essa ferramenta de formação só pode apoiar as aprendizagens do professor, quando explorado em um contexto de formação. Isso porque é aí que o professor é mobilizado a engajar-se em discussões, a interagir com frequência, a compartilhar experiências, a refletir sobre sua profissão e a aprender conjuntamente. Por isso, realizamos a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia em um contexto de Comunidade de Prática, CoP-ProfMARE.

Inferimos que a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia se constituiu em uma ferramenta de formação, pois permitiu às professoras:

- ✓ **desenvolver sua capacidade de perceber (noticing)**, pois identificaram aspectos importantes da perspectiva do Ensino Exploratório e interpretaram-nos, usando seus conhecimentos e experiência de sala de aula agindo sobre essas situações;
- ✓ **reconhecer que ensinar de forma diferente é possível**, uma vez que analisaram uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório;
- ✓ **ser corresponsáveis pela constituição de conhecimentos**, à medida que foram estimuladas a explicar e justificar suas ideias por meio das questões problematizadoras;
- ✓ **“entrar” no mundo da sala de aula sem estar na posição de professor no momento**, e assim, poder olhar para as interações específicas da aula que talvez lhes passassem despercebidas em sua aula;
- ✓ **fazer conexões entre as situações analisadas e sua própria prática**, ao contrário de outras ferramentas de formação, o caso multimídia trouxe para o contexto de formação elementos da prática do professor que geralmente são discutidos separadamente, como por exemplo, o conteúdo matemático, a produção do aluno, o plano de aula, a gestão de aula;
- ✓ **conhecer novas práticas pedagógicas**, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório.
- ✓ **ter tempo para refletir com mais profundidade as interações que ocorreram na aula**, isso porque o fato de não estar “dentro” da situação proporcionou tempo suficiente para pensar em como responder aos eventos observados (*noticing*);
- ✓ **fazer uma autoavaliação** de suas ações em sala de aula a partir das situações de aula analisadas;
- ✓ **promover discussões sobre o ensino e a aprendizagem**, à medida que as mobilizou a conhecer a perspectiva do Ensino Exploratório e analisar as ações do professor e do aluno;
- ✓ **fazer uma articulação entre a teoria e a prática**, por meio da seção Colocar em prática, na qual as professoras foram convidadas a implementar aulas nesta perspectiva, utilizando os conhecimentos constituídos ao longo da exploração do caso.

No contexto de formação da CoP-ProfMARE, por meio da exploração do caso multimídia Plano de Telefonia, as professoras tiveram a oportunidade de se engajar conjuntamente na análise de uma situação real de sala de aula, de partilhar experiências e repertórios, refletir, discutir e constituir conhecimentos profissionais a partir da sua prática e da prática do outro. Observamos que as relações de confiança e respeito mútuo que as professoras estabeleceram ao longo dos encontros permitiram a elas admitir o que não sabiam e partilhar suas fragilidades. É importante que os professores reconheçam e assumam as suas vulnerabilidades para desenvolver a capacidade de lidar com a incerteza, com a diversidade da sala de aula, com a necessidade de pensar e tolerar períodos de “desorganização” na sala de aula.

## **Agradecimentos**

Nossos agradecimentos à professora Loreni Aparecida Ferreira Baldini, protagonista do caso multimídia Plano de Telefonia, aos alunos e à escola envolvida. Ao Gepefopem, pelo engajamento na construção do Recurso Multimídia no âmbito do projeto Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e na utilização de recursos multimídias na formação de professores de Matemática, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

Agradecemos também às professoras da CoP-ProfMARE.

## **Referências**

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H., MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. (Ed.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Lisboa, p.217-233, 2014. (Coleção: Encontros de Educação).

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.), *Investigação em Educação Matemática*. Portalegre: SPIEM, p. 255–266, 2012.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016c.

KATRIN; E; EULE; M.; MAAS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, v. 45, p.823-836, 2013.

MAAS; K.; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM - Mathematics Education*, n. 45, p.779 -795, 2013.

MAAS; K; DOORMAN, M. A model a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM - Mathematics Education*, n.45, p. 887-899, 2013.

THOMAS, R. A.; WEST, R. E.; RICH, P. Benefits, challenges, and perceptions of the multiple article dissertation format in instructional technology. *Australasian Journal of Educational Technology*, v.32, n.2, 2016.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M.G. Learning to Notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, v.10, n.4, p.571-596, 2002.

## **ANEXOS**

## ANEXO A

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Vimos, por meio deste, convidá-lo para participar do projeto: O USO DE RECURSOS MULTIMÍDIA EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES.

Descrevemos a seguir algumas informações sobre o projeto e solicitamos que, caso aceite o convite, preencha as informações solicitadas.

#### *I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU LEGAL RESPONSÁVEL*

##### **1. Nome do participante:**

.....  
 Documento de Identidade Nº :.....Sexo: ( ) M ( ) F  
 Data de Nascimento:...../...../.....  
 Endereço:.....Nº:.....  
 Bairro:.....CEP:.....  
 Município.....Telefone: (.....).....  
 e-mail:.....

#### **II – DADOS SOBRE A PESQUISA**

**1. Título do Protocolo de Pesquisa:** O USO DE RECURSOS MULTIMÍDIA EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES.

##### **2. Pesquisadores:**

Profª. Ms. Cristina Cirino de Jesus, Prof. Ms. Julio César Rodrigues de Oliveira, Profª. Drª. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

##### **3. Avaliação do Risco da Pesquisa:**

Sem Risco( ) Risco Mínimo(**X**) Risco Médio( ) Risco Baixo( ) Risco Maior ( )

**4. Duração da Pesquisa:** A obtenção das informações terá momentos de gravações em áudio ou vídeo das interações dos participantes nos encontros, acompanhamento de preparação e desenvolvimento de tarefas para sala de aula.

#### **III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:**

##### **1. Justificativa e objetivo**

Muitas investigações na área da Educação Matemática têm como foco de investigação o uso dos recursos multimídias, no entanto, grande parte dessas pesquisas trata desta temática somente no aspecto de como utilizá-los e quais suas contribuições para a sala de aula. São poucas que levam em conta como estes recursos podem ser empregados na

formação de professores. Por isso, o objetivo deste estudo é analisar em que medida o uso dos recursos multimídias, em um contexto de formação continuada, permitem/revelam aprendizagens relacionadas ao conhecimento profissional do professor de Matemática. É importante que nesta perspectiva de formação aconteçam momentos de reflexão a respeito da prática dos professores, nos quais seja possível a articulação entre conhecimentos teóricos e práticos a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, consideramos que o uso de recursos multimídias pode colaborar para que essa articulação aconteça em um contexto de formação continuada, pois eles podem oportunizar aos professores uma reflexão sobre esses processos e sobre suas ações. Esta pesquisa será desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo. Para a coleta dos dados, utilizaremos gravações em áudio dos encontros do grupo; produções escritas dos professores; diário de campo da pesquisadora; entrevistas semiestruturadas

## **2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa**

---

Participaremos de reuniões semanais com professores, a fim de identificar e registrar aspectos relativos à formação desses profissionais com relação à perspectiva do Ensino Exploratório. Buscaremos criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que eles dão as coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais, e não somente o produto da investigação.

### **3. Desconfortos e riscos**

No presente estudo todo o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

### **4. Benefícios esperados**

Esperamos que esta investigação possa fornecer subsídios aos responsáveis pelas políticas públicas relativas à formação inicial e continuada de professores e aos pesquisadores da área que possam orientar ações relativas à formação de professores que ensinam Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

---

## **IV – ESCLARECIMENTOS DADOS PELO PESQUISADOR SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA**

### **1. Exposição dos resultados e preservação da privacidade dos voluntários**

Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independente das informações encontradas, contudo sem que haja a identificação dos participantes que prestaram sua contribuição, a menos que eles considerem que este fato seja relevante, respeitando-se, portanto, o direito de privacidade, conforme normas éticas.

### **2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa**

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa.

### **3. Liberdade de consentimento**

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso traga algum prejuízo a ele.

#### **4. Questionamentos**

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

---

#### **V – PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS**

**Profª. Ms. Cristina Cirino de Jesus**

**Prof. Ms. Julio César Rodrigues de Oliveira**

**Profª. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino**

**Rua Noboro Fukushima, Vila São Carlos, 820.**

**CEP 86800-350**

**Telefone: (43) 34229278 ou 98361810**

**Apucarana/PR**

**Comitê de Ética da UEL**

**Telefone: (43) 3371-249**

---

#### **VI – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO**

**Declaro que, após convenientemente esclarecido pelos pesquisadores e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.**

**Arapongas, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.**

\_\_\_\_\_  
**Assinatura do participante**

\_\_\_\_\_  
**Assinatura da pesquisadora  
Cristina Cirino de Jesus**

\_\_\_\_\_  
**Assinatura do pesquisador  
Julio César Rodrigues de Oliveira**

\_\_\_\_\_  
**Assinatura da pesquisadora  
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino**

## ANEXO B

Tarefas trabalhadas com os professores da CoP-ProfMARE – 2015 e 2016

### Encontro dia 12/05/2015

#### Tarefa 1

**Tarefa – Os colares**  
 A Inês fez três colares, com contas pretas e brancas, conforme as figuras 1, 2 e 3.

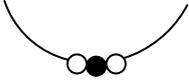


Fig. 1

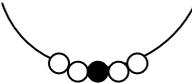


Fig. 2

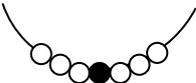


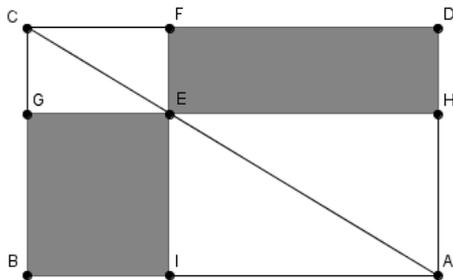
Fig. 3

**Nº  
contas  
do colar**

1. Indique acima o número **total** de bolinhas de cada figura.
2. Continuando esta sequência de colares, quantas bolinhas teria, no total, o colar correspondente à figura seguinte?
3. E quantas bolinhas teria o colar correspondente à figura 8?
4. Descubra quantas bolinhas teria, no total, o colar correspondente à figura 19, sem desenhar.
5. Existe algum colar na sequência que tenha 55 bolinhas? Explique, detalhadamente, o seu raciocínio.
6. Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.

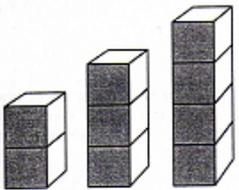
#### Tarefa 2

Investigue a relação entre as áreas dos retângulos EFDH e EGBI da figura, se por um ponto E sobre a diagonal traçamos segmentos paralelos aos lados do retângulo ABCD. Por que essa relação é válida?



**Encontro dia 19/05/2015****Tarefa 3**

1) Na tabela a seguir estão representados os valores do número de cubos e da área de superfície de torres como as da figura.

	Número de cubos (N)	1	2	3	4	5
	Área de superfície em unidades quadradas (A)		10		18	

a) Complete a tabela. À medida que as torres crescem, de que modo varia a área da superfície?

b) Escreva uma descrição que poderia ser usada para calcular a área de superfície de qualquer torre a partir do número de cubos. Depois, explique como você pensou para encontrar esta resposta.

**Tarefa 4**

Quantos telefonemas?

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descubra quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para felicitarem todos entre si...

E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

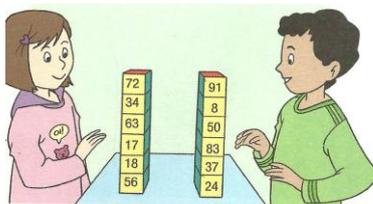
Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

**Encontro dia 26/05/2015****Tarefa 5**

Carlos poderá se aposentar quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

**Tarefa 6**

Andréia e Renato construíram cada um uma pilha de cubos numerados. Eles organizaram os cubos dessas pilhas, colocando-os um a um.



- a) Qual o primeiro cubo que Andréia colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
- b) Qual é o último número que Renato colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
- c) Na pilha que Andréia construiu há mais cubos com números pares ou ímpares?

### Tarefa 7

Deseja-se escrever um número positivo em cada um dos seis quadradinhos vazios do tabuleiro abaixo, de modo que o produto dos três números de qualquer linha, coluna ou diagonal seja sempre o mesmo.

	16	5
1		

- a) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

- b) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

- c) Complete o tabuleiro.

	16	5
1		

### Tarefa 8

No quadro a seguir estão representados valores (em reais) da soma dos preços dos objetos desenhados nas linhas e nas colunas.

					105
					132
					239
					156
87	176	?	?	?	

 bola

 livro

 celular

 CD

 tênis

Descubra o valor de cada um desses objetos e o valor da soma nos espaços indicados com um ponto de interrogação (?) e explique como você encontrou estas respostas.

### Tarefa 9

João comprou 280 latas de refrigerante para vender em sua lanchonete. Dessas latas, ele vendeu 82 no sábado e 120 no domingo. Quantas latas sobraram?

### Encontro dia 16/06/2015

#### Tarefa 10 (professora Mariana)

Observem o seguinte padrão:

1	2	3	4	
	8	7	6	5
9	10	11	12	
	16	15	14	13
17	18	19	20	

- a) Copiem o padrão e continuem a representá-lo até chegarem ao número 40.
- b) Suponham que continua este padrão indefinidamente. Existem alguns números para os quais tenham a certeza da sua posição? Quais são esses números e qual a sua posição? Expliquem como chegaram a essa conclusão.
- c) Podem, por exemplo, prever que posição ocupa o número 60? E o número 110?
- d) Que característica tem os números na 1ª fila?
- e) Em geral, considerando um número qualquer, como podem prever que posição vai ocupar neste padrão? Expliquem o seu raciocínio.

**Encontro dia 30/06/2015****Tarefa 11****Plano de Telefonia (tarefa do Recurso Multimídia trabalhado pela CoP-ProfMARE)**

Júlia quer contratar um plano de telefonia, e fazendo uma pesquisa, ela encontrou duas empresas que oferecem os seguintes planos:

Empresa 1: R\$ 0,30 por minuto falado, sem nenhuma taxa fixa.

Empresa 2: R\$ 0,15 por minuto falado mais uma taxa de manutenção mensal de R\$ 12,00.

a) Se Júlia fala em média 110 minutos por mês, qual das empresas oferece menor preço? Justifique sua resposta.

b) Lívia também quer contratar um plano de telefonia. Sabendo que ela costuma falar 60 minutos em média por mês, qual das empresas oferece menor preço para ela? Justifique sua resposta.

c) Para cada empresa, indique uma expressão matemática que represente o preço ( $y$ ) cobrado de acordo com os minutos falados ( $x$ ).

d) Represente graficamente, num mesmo plano cartesiano, os planos de cada empresa.

e) Comparando os planos das empresas 1 e 2, existe alguma quantidade de minutos falados que tornará indiferente a escolha entre elas? Justifique sua resposta.

f) Qual plano você contrataria? Por quê?

**Encontro dia 29/09/2015****Tarefa 12**

A prefeitura de uma certa cidade fez uma campanha que permite trocar 4 garrafas de 1 litro vazias por uma garrafa de 1 litro cheia de leite. Quantos litros de leite pode obter uma pessoa que possua 43 dessas garrafas vazias fazendo várias trocas?

**Encontro dia 22/03/2016****Tarefa 13****Brigadeiros**

Cinco colegas de turma combinaram de levar brigadeiros para o recreio do dia seguinte. Paulo levou 3, Aline levou 6, André levou 8, Juliana 3 e Jonas não levou brigadeiros.



c) Complete a tabela:

Nº da figura	Total de quadradinhos pintados
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Descubra quantas quadrículas serão pintadas na figura 18, sem desenhar.

e) É possível alguma figura dessa sequência ter 48 quadrículas pintadas? Explique como você pensou?

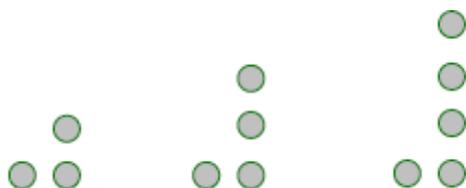
f) É possível alguma figura dessa sequência ter 65 quadrículas pintadas? Explique como você pensou?

g) Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de quadrículas pintadas de qualquer figura da sequência.

### **Encontro dia 03/05/2016**

#### **Tarefa 15 - Explorando Padrões (implementada pela professora Maísa)**

Observe a sequência de figuras e responda:



a) Desenhe a próxima figura da sequência.

b) Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas tem a figura?

c) Sem desenhar, descubra quantas bolinhas tem a figura que ocupa a posição 14 da sequência? Explique seu raciocínio.

d) Escreva a sequência relativa ao número de bolinhas que tem cada uma das figuras até a posição 7.

e) Que posição corresponde à figura que tem 59 bolinhas? Explique seu raciocínio.

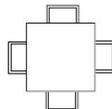
f) Descreva como é construída qualquer figura desta sequência.

g) Escreva uma regra que represente o número de bolinhas que tem uma figura em qualquer posição.

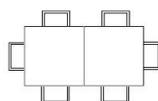
### Encontro dia 31/05/2016

#### **Tarefa 16 – Organizando as mesas – (implementada pela professora Luísa)**

Amanda trabalha em um restaurante. Seu chefe pediu para que ela organizasse as mesas para um jantar com quatorze pessoas. Ela começou a colocar as mesas quadradas e reparou que numa mesa poderiam estar sentadas quatro pessoas.



Enquanto que em duas mesas juntas poderiam sentar seis pessoas.



- Quantas mesas Amanda usou para acomodar quatorze pessoas? Justifique sua resposta.
- Juntando doze mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas? Explique como você pensou.
- E em vinte mesas, quantas pessoas podem se sentar? Explique como você pensou.
- Se chegarem vinte e oito pessoas no restaurante, quantas mesas precisaremos juntar para acomodá-las? Explique como pensou.
- O patrão de Amanda disse que estavam sentadas nas 15 mesas juntas 33 pessoas no salão do restaurante, mas Amanda discordou imediatamente. Explique por que Amanda discordou.
- Quantas mesas precisariam ser juntadas para acomodar 33 pessoas? Justifique sua resposta.
- Descreva uma regra que lhe permita determinar o número de mesas no restaurante para qualquer número de pessoa.

## ANEXO C

### Quadro Síntese

Etapas/ação		Ações do professor identificadas após:		
		Exploração do multimídia	Discussão da exploração do multimídia	Exploração do multimídia “Reflexões após a aula”
Antes da aula	Antecipar			
Durante a aula	Proposição e apresentação da tarefa			
	Desenvolvimento da tarefa			
	Discussão Coletiva da tarefa			
	Sistematização			

Fonte: Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

## APÊNDICE

## APÊNDICE A

### Cronograma dos encontros realizados pela CoP-ProfMARE – 2015 e 2016

Encontro	Data	Participantes	Síntese dos encontros
1	14/04/2015	Ana, Inês, Luísa, Mariana, Rosa, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apresentação da proposta do trabalho que seria realizado no grupo às professoras.</li> <li>- Negociação conjunta do local, horário e duração dos encontros, periodicidade.</li> <li>- Definição do que seria realizado nos encontros iniciais a partir da negociação entre os participantes.</li> <li>- Início do trabalho com a explicitação das expectativas das professoras sobre o grupo de estudos.</li> <li>- Relato das professoras sobre algumas práticas de sala de aula referentes às opções metodológicas, ao planejamento das aulas e à escolha de tarefas, entre outros aspectos.</li> </ul>
2	12/05/2015	Ana, Inês, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Retomada pelos formadores sobre o que havia sido discutido no último encontro.</li> <li>- Resolução, pelas professoras, de duas tarefas (Os Colares e a tarefa da comparação entre as áreas dos retângulos).</li> <li>- Discussão nas duplas e no grande grupo, das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas e também sobre o nível de complexidade das tarefas.</li> </ul>
3	19/05/2015	Ana, Caroline Inês, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discussão da tarefa das áreas dos retângulos; apresentação da resolução desta tarefa feita pela professora Ana no software GeoGebra.</li> <li>- Indicação pelas professoras de semelhanças e diferenças entre as tarefas resolvidas.</li> <li>- Indicação de dinâmicas de sala de aula, em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula pelas professoras.</li> <li>- Resolução das tarefas dos Cubos e dos Telefonemas;</li> </ul>
4	26/05/2015	Ana, Caroline Inês, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discussão nas duplas e no grande grupo das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas do encontro anterior.</li> <li>- Indicação de dinâmicas de sala de aula, em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula; para quem se destina; que conteúdos podem ser explorados.</li> <li>- Resolução de tarefas com graus de complexidade variados.</li> </ul>
5	02/06/2015	Ana, Caroline Luísa, Mariana e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Continuação das resoluções das tarefas que foram propostas no encontro anterior.</li> <li>- Discussão nas duplas e no grande grupo, das diferentes resoluções apresentadas para as tarefas; do enunciado da tarefa.</li> <li>- Discussão sobre o nível de complexidade das tarefas, sustentada pelo Guia de análise de tarefas de Stein e Smith (1998).</li> <li>- Indicação de dinâmicas de sala de aula, em que as tarefas poderiam ser propostas e implementadas em sala de aula.</li> </ul>

6	16/06/2015	Ana, Caroline, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolução, pelas professoras, de uma tarefa proposta pela professora Mariana.</li> <li>- Discussão nas duplas e no grande grupo, das diferentes resoluções apresentadas para a tarefa.</li> <li>- Discussão do nível de complexidade da tarefa;</li> <li>- Indicação de dinâmicas de sala de aula, para quem esta tarefa poderia ser proposta e implementada em sala de aula.</li> </ul>
7	23/06/2015	Ana, Caroline, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discussão envolvendo todas as tarefas que foram resolvidas até o momento; classificação dessas tarefas quanto ao grau de complexidade, elevado nível e baixo nível de demanda cognitiva.</li> <li>- Estudo de um texto sobre a perspectiva de ensino exploratório (elaborado pelos formadores).</li> </ul>
8	30/06/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apresentação da Plataforma do Recurso Multimídia.</li> <li>- Apresentação do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Antes da aula – A tarefa.</li> <li>- Resolução, pelas professoras, da Tarefa Plano de Telefonia e, elaboração de registros escritos respondendo as perguntas problematizadoras.</li> </ul>
9	07/07/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discussão das diferentes resoluções apresentadas para a tarefa Plano de Telefonia e das respostas as perguntas dada as perguntas.</li> <li>- Discussão sobre a estrutura e o grau de complexidade desta tarefa, e o conteúdo envolvido;</li> <li>- Indicação, pelas professoras, de dinâmicas de sala de aula em que esta tarefa poderia ser proposta e implementada.</li> <li>- Resolução e discussão de tarefas levadas pelas professoras Ana e Mariana e que seriam implementadas por elas na sala de aula.</li> </ul>
10	21/07/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Continuação da discussão das tarefas das professoras Ana e Mariana do encontro anterior.</li> <li>- Discussão a respeito da elaboração de um plano de aula escrito.</li> <li>- Discussão dos planos de aula escritos elaborados pelas professoras Ana e Mariana.</li> <li>- Relato de uma tarefa que foi trabalhada pela professora Luísa, com sua turma do 6º ano (plano de aula oral), enfatizando os aspectos que considerou importantes na organização e desenvolvimento dessa aula.</li> </ul>
11	28/07/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Antes da aula, subseção planejamento da aula - intenções e finalidades (excertos da entrevista da professora Loreni) .</li> <li>- Análise do plano de aula da tarefa Plano de Telefonia, que se encontra na seção Antes da aula, em fases da aula.</li> </ul>
12	04/08/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discussão acerca das intenções e finalidades que foram evidenciadas na fala da professora Loreni (encontro anterior); das respostas apresentadas pelas professoras às questões colocadas na exploração desta subseção; do plano de aula da tarefa Plano de Telefonia; a importância da elaboração de um plano de aula escrito.</li> </ul>
13	11/08/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e	Análise e discussão do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Antes da aula, subseção planejamento, fase proposição e apresentação da

		Júlio	tarefa (excertos da entrevista da professora Loreni).
14	18/08/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise e discussão do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Antes da aula, subseção planejamento, fase desenvolvimento da tarefa. (excertos da entrevista da professora Loreni) .
15	01/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise e discussão do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Antes da aula, subseção planejamento, fases discussão coletiva e sistematização. (excertos da entrevista da professora Loreni).
16	08/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase proposição e apresentação da tarefa (Episódio 1); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. -Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase desenvolvimento da tarefa (Episódios 4 e 6); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
17	15/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão dos episódios analisados no encontro anterior. - Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase desenvolvimento da tarefa (Episódio 5); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
18	22/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão do episódio analisado no encontro anterior. - Relato da professora Ana Márcia sobre as atividades realizadas no grupo de estudos GTR, que tem como foco o ensino exploratório. A professora compartilhou com o grupo um texto: Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia.
19 <sup>163</sup>	24/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise das produções escritas dos alunos, que se encontram na seção A aula, fase do desenvolvimento da tarefa. - Seleção e sequenciamento das produções para a discussão coletiva.
20	29/09/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Relato da professora Mariana de uma experiência de aula na perspectiva do ensino exploratório. - Apresentação e justificativa pelas professoras das produções escritas que elas escolheram e sequenciaram para a discussão coletiva. - Resolução de uma tarefa que envolvia o conteúdo de função exponencial, proposta pela professora Mariana.
21	06/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	-Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase discussão coletiva (Episódio 8); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
22	14/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão do episódio analisado no encontro anterior. -Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase discussão coletiva (Episódio 9); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.

<sup>163</sup>Este encontro aconteceu em uma quinta-feira. Esclarecemos que, conforme necessário, as datas dos encontros foram (re) negociadas com os membros da comunidade. Tomamos essa decisão para que o desenvolvimento do trabalho não fosse prejudicado, pois as professoras teriam alguns compromissos às terças-feiras e em outros momentos o Colégio seria alojamento de jogos. Assim tivemos encontros em outros dias da semana.

23	19/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Continuação da análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, discussão coletiva (Episódio 9); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. - Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase discussão coletiva (Episódio 10); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
24	20/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Relato de Luísa de uma experiência com o ensino exploratório. - Discussão sobre dos episódios analisados no encontro anterior.
25	27/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase sistematização (Episódio 11); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
26	29/10/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	-Discussão do episódio analisado no encontro anterior. Observação: encontro realizado em uma quinta-feira.
27	03/11/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção A aula, fase sistematização (Episódio 12); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
28	10/11/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão do episódio analisado no encontro anterior.
29	17/11/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção <i>O GeoGebra, a aula</i> episódios 2, 3 e 4; elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
30	24/11/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão dos episódios analisados no encontro anterior.
31	01/12/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Reflexão após aula (referente ao trabalho em sala de aula); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo.
32	02/12/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão das reflexões após a aula da professora; - Análise do Caso Multimídia Plano de Telefonia, seção Reflexão após aula (referente ao trabalho no laboratório de informática com o software GeoGebra); elaboração dos registros escritos respondendo as perguntas referentes ao vídeo. Observação: encontro realizado em uma quarta-feira.
33	03/12/2015	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Discussão das reflexões após a aula da professora. - Discussão do quadro-síntese elaborado pelas professoras durante toda a exploração do caso multimídia Plano de Telefonia, apontando os principais aspectos do ensino exploratório, as ações do professor, gestão de aula, a importância do plano de aula. Observação: encontro realizado em uma quinta-feira. - Avaliação dos trabalhos do grupo durante o ano.
34	08/03/2016	Ana, Luísa, Mariana,	Retomada dos trabalhos na comunidade. - Negociação conjunta do local, horário e duração

		Cristina e Júlio	dos encontros, periodicidade. - Negociação do que seria trabalho neste período no grupo (decidimos continuar com os estudos acerca da perspectiva de ensino exploratório); - Estudo e discussão do framework. - Comparação do framework com o quadro-síntese elaborado pelas professoras.
35	22/03/2016	Ana, Luísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Resolução e discussão da tarefa brigadeiros <sup>164</sup> .
36	05/04/2016	Ana, Luísa, Maísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Resolução e discussão da tarefa sobre radiciação proposta pela professora Ana. - Discussão sobre os enunciados das tarefas.
37	19/04/2016	Ana, Luísa, Mariana, Maísa, Cristina e Júlio	- Discussão sobre o que contemplar na elaboração de um plano de aula, partindo das ações do <i>framework</i> . - Análise do plano de aula da professora Loreni, que constitui uma das mídias do caso multimídia Plano de Telefonía.
38	03/05/2016	Luísa, Maísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Resolução e discussão da tarefa Explorando padrões proposta pela professora Maísa.
39	17/05/2016	Luísa, Maísa, Cristina e Júlio	- Elaboração coletiva de um plano de aula, sobre a tarefa Explorando padrões para a sua implementação em sala aula (colocar em prática).
40	31/05/2016	Luísa, Maísa, Cristina e Júlio	- Resolução e discussão da tarefa Organizando mesas, proposta pela professora Luísa.
41	07/06/2016	Luísa, Maísa, Cristina e Júlio	- Elaboração coletiva de um plano de aula da tarefa Organizando mesas, para a implementação em sala de aula (colocar em prática).
42	15/06/2016	Maísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Observação da aula da professora Maísa.
43	21/06/2016	Luísa, Maísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Relato e reflexões, realizado pela professora Maísa, sobre a aula desenvolvida com a tarefa de sequências.
44	05/07/2016	Luísa, Cristina e Júlio	- Observação da aula da professora Luísa.
45	12/07/2016	Luísa, Maísa, Mariana, Cristina e Júlio	- Relato e reflexões, realizado pela professora Luísa, sobre a aula desenvolvida com a tarefa das mesas. - Avaliação sobre as ações realizadas no grupo.

**Fonte:** A autora

<sup>164</sup> Essa tarefa constitui um dos casos multimídias, porém, como as professoras Ana e Mariana viram esta tarefa na plataforma, e, estavam trabalhando com o nono ano, quiseram discuti-la com o intuito de posteriormente propor a seus alunos.