Universidade Estadual de Londrina

TÂNIA MARLI ROCHA GARCIA

IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

Londrina
2014

TÂNIA MARLI ROCHA GARCIA

IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da UEL, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Londrina

2014

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

G216i Garcia, Tânia Marli Rocha.
Identidade profissional de professores de matemática em uma comunidade de prática / Tânia Marli Rocha Garcia. – Londrina, 2014.
164 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.
Inclui bibliografia.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Professores de matemática – Identidade profissional – Teses. 3. Educação matemática – Teses. 4. Professores de matemática – Formação profissional – Teses. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51:37.02

TÂNIA MARLI ROCHA GARCIA

IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de C. T. Cyrino
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato
Universidade São Francisco – Campus Itatiba

Profa. Dra. Heloisa da Silva
Universidade Estadual Paulista – UNESP/Rio Claro

Profa. Dra. Ângela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 28 de agosto de 2014.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e pela oportunidade de mais essa conquista profissional.

Aos meus pais Mário e Irene, por segurarem minha mão quando eu mais preciso, mesmo depois de terem partido.

Aos meus filhos Mauro Victor e Luiz Felipe, por me mostrarem que, não importa o que aconteça, sempre existe um futuro.

Ao Mauro, pelo carinho, apoio, companheirismo, dedicação e amor, e por ter suportado as minhas ausências.

A todos os meus familiares, pelo apoio e incentivo constantes.

À Professora Doutora Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, pela atenção, carinho e compreensão nessa jornada, pela confiança e respeito às minhas ideias, e por ter acreditado em meu trabalho, quando eu mesma duvidei.

Aos membros da Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM, por aceitarem trilhar comigo os caminhos dessa pesquisa e compartilhar trajetórias e histórias pessoais, profissionais e de aprendizagem nessa etapa de nossas vidas.

À Laís Oliveira, pela parceria, companheirismo e apoio; pela disposição em aceitar os desafios impostos pelas incertezas, dúvidas, imprevisibilidade; pela amizade sincera; e por partilhar comigo o entusiasmo e a coragem de sua juventude.

Ao Márcio Rocha, pela parceria, colaboração e pelas valiosas contribuições que enriqueceram o desenvolvimento e as práticas da CoP-PAEM.

Aos membros da banca de qualificação/defesa pela leitura respeitosa que fizeram deste trabalho e pelas valiosas sugestões apresentadas.

À Profa. Dra. Helia de Oliveira, pelas valiosas contribuições na organização teórica e metodológica do trabalho.

A todos os amigos do GEPEFOPEM, pelos grandes momentos de aprendizagem que compartilhamos; em especial ao Everton, à Renata e à Laís, pelos momentos de descontração e diversão.

À Profa. Dra. Regina Célia Guapo Pasquini, pela amizade e por ter me encorajado a buscar meus ideais; e à sua família, por ter me recebido e acolhido em sua casa.

Aos professores do Colegiado de Matemática da UNESPAR – Campus de Paranavaí, especialmente ao Professor Daniel de Lima, pelo apoio nessa jornada, e pela amizade de longos anos.

À Professora Líria Inez Balestieri, por ter me ensinado os primeiros passos na Educação Matemática, e pelo exemplo de vida e de profissionalismo.

À Fundação Araucária e à CAPES pelo auxílio financeiro.

A todos aqueles que, de algum modo, colaboraram e me apoiaram na elaboração deste trabalho.

GARCIA, Tânia Marli Rocha. **Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática.** 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

RESUMO

Nesta investigação, tivemos por objetivos identificar e analisar empreendimentos e ações negociadas na Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM que evidenciaram trajetórias de aprendizagem de seus participantes, relacionadas a aspectos envolvidos na constituição da identidade profissional de professor. Esses objetivos foram definidos como diretrizes da investigação na busca de responder a seguinte questão de investigação: "*Que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática promovem o desenvolvimento da identidade profissional de professor?*". Optamos por tratar o desenvolvimento da identidade profissional dos professores em formação continuada na perspectiva teórica da Teoria Social da Aprendizagem (Wenger, 1998). Nesta teoria a identidade profissional é considerada como um fenômeno de transformação pessoal e contínua, em estreita relação com o processo de aprendizagem, e portanto, inerente à participação ou pertença a Comunidades de Prática. Para tanto, desenvolvemos essa pesquisa a partir de uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo. Na análise das ações negociadas e desenvolvidas na CoP-PAEM, no empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional*, evidenciamos *elementos* da prática da comunidade que favoreceram a construção de trajetórias de aprendizagem de seus membros e o desenvolvimento de sua identidade profissional, quais sejam: *plano de trabalho aberto, flexível e minimalista; negociação dos empreendimentos, dinâmicas e ações; autonomia para escolher o quê e como aprender; vínculo institucional com a universidade e apoio financeiro; intercâmbio com membros de outras comunidades; disponibilidade (dos membros) para interagir; integração e confronto de diferentes saberes; descentralização do poder (de quem detém os conhecimentos); participação dos pesquisadores e formadores como membros da comunidade; contato regular e frequente; convivência de longo prazo; ações centradas nos professores; experiências de vulnerabilidade; conexões entre as observações e interpretações empíricas e um referencial teórico mais amplo; e discussão conjunta de experiências compartilhadas por meio de narrativas.* Os resultados de nossa investigação sugerem que um processo de formação continuada, estruturado a partir da articulação desses elementos numa perspectiva de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, com uma dinâmica que permita *diferentes modos de participação e* favoreça a *interação*, a *reflexão* e a *construção de relações de respeito e confiança*, é uma alternativa às propostas de formação de professores, que privilegiam cursos ou treinamentos.

Palavras-chave: Educação Matemática**.** Formação continuada de professores. Identidade profissional de professor. Comunidades de Prática.

GARCIA, Tânia Marli Rocha. **Professional Identity of Mathematics Teacher in a Community of Practice**. 2014. 164 f. Thesis (PhD in Science Education and Mathematics Education) – State University of Londrina (UEL), Londrina, 2014.

ABSTRACT

In this study we have aimed at identifying and analyzing enterprises and actions, which were negotiated in the Community of Practice of Teachers that are Learning and Teaching Mathematics (CoP-PAEM), that have evidenced participants learning trajectories related to aspects involved in the teachers' professional identity constitution. These goals were pointed as guidelines for this research, in order to attempt answering the question: "What elements of the practice of a Community of Practice of Teachers that are Teaching Mathematics provide the development of teachers' professional identity?" We have made an option to treat the development of teachers' professional identity in a process of continuous education, based on Social Learning Theory, developed by Wenger (1998). In this perspective, professional identity is considered a personal and continuous transformation phenomenon that is closely related to the learning process, and thus, inherent to the participation or belonging in Communities of Practice. In accordance with our objectives, we have conducted this research based on qualitative perspective, focused on an interpretative approach. In the analysis of negotiated actions, that were developed in CoP PAEM during the enterprise Proportional Reasoning Studies, we evidenced some elements of this CoP that supported constructions of members' learning trajectories and their professional identity development, which are: an open, flexible and minimalist work plan; negotiation of enterprises, dynamics and actions, autonomy to choose what and how learning something; institutional affiliation with university and financial support; interchange with other communities members; members availability to interact with each other; integration and discuss about different knowledge; decentralization of power (from those who holds knowledge); researchers and teacher educators participation as community members; regular and frequent contact; a long-term coexistence; actions focused on teachers; vulnerability experiences; connections between observations and empirical interpretations, broader theoretical; and joint experiences discussions that are shared through narratives. The findings of our research suggest that a process of continuous education, that is structured on the articulation of these elements, in a perspective that promotes professional development of teachers that are teaching Mathematics, with a dynamic that allows them different forms of participation and fomenting their interaction, reflection and building relationships of respect and trust, it is an interesting alternative to the current proposals of continuous educations which commonly privilege training courses.

Keywords: Mathematics Education. In service Teachers Education. Professional Identity. Communities of Practice.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A sociedade contemporânea, influenciada pelas transformações nos mais diversos setores, tem se tornado cada vez mais complexa e dinâmica. São mudanças profundas que afetam diretamente o modo de pensar, de agir e até mesmo de sentir do ser humano, bem como a maneira de viver em sociedade.

Frente à complexidade das relações que se estabelecem nessa sociedade, a escola, como uma instância de mediação entre os significados, os sentimentos e as condutas da comunidade social e o desenvolvimento das novas gerações (PÉREZ GÓMEZ, 2001), também passa por transformações, de tal modo que o próprio sentido da escola, sua função social, a natureza da atividade educativa e principalmente a qualidade do ensino são questionados.

Promover um ensino de qualidade envolve diversos fatores de ordem política, social e econômica. No entanto, nos últimos anos, pesquisas no campo educacional evidenciam que a qualidade dos professores e a forma como ensinam têm papel decisivo nas possibilidades e na qualidade da aprendizagem dos alunos, e por conseguinte na eficácia da escola. (MARCELO, 2009). Desse modo, o desenvolvimento profissional docente e a compreensão a respeito dos processos de aprendizagem do professor se tornaram alvo de inúmeras pesquisas, ampliando significativamente a produção de conhecimento acerca da formação de professores.

No campo da Educação Matemática, as discussões, pesquisas e produções científicas a respeito da formação de professores têm se empenhado em "investigar em que medida a formação de professores pode ser pensada de modo a atender as necessidades educacionais de nosso momento histórico e produzir reflexões em torno dos conhecimentos que são necessários para o professor exercer sua atividade profissional". (CYRINO, 2009, p. 95).

O GEPEFOPEM – Grupo de Ensino e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – tem investigado diferentes perspectivas de Educação Matemática de professores que ensinam Matemática. Algumas dessas pesquisas assumiram grupos de estudos envolvendo professores que ensinam Matemática, futuros professores e investigadores, organizados com a intenção de que constituíssem Comunidades de Prática (WENGER, 1998), como cenário de investigação (CALDEIRA, 2010; CYRINO, CALDEIRA, 2011; BELINE, 2012; NAGY, 2013; CYRINO, 2013; ROCHA, 2013; OLIVEIRA, 2014).

A análise das práticas de formação docente desenvolvidas nesses contextos evidenciou

> [...] aprendizagens dos participantes, por meio do processo de negociações de significados, e elementos que favoreceram essas aprendizagens, nomeadamente repertórios compartilhados, relato e discussão de situações de sala de aula, oportunidade de discutir suas produções escritas, relato e discussões de encontros anteriores. Fatores como respeito, confiança, desafio, solidariedade, valorização das singularidades e das práticas profissionais dos professores se mostram férteis às aprendizagens desses professores. (CYRINO, 2013, p. 5188)

As *Comunidades de Prática*[1] foram concebidas inicialmente por Lave e Wenger (1991) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Situada, e mais amplamente discutidas por Wenger (1998) na elaboração da *Teoria Social da Aprendizagem*. Esses autores compreendem que *aprendizagem* e a constituição de *identidades* são processos que decorrem da *participação* do indivíduo nas práticas sociais de comunidades que eles valorizam e em que são reconhecidos como membros.

No cenário internacional, estudos a respeito das Comunidades de Prática de professores que ensinam Matemática (LLINARES, 2002; McGRAW et al., 2003; GRAVEN, 2005; GOOS, BENNISON, 2008) indicam que esse pode ser um contexto de formação docente promissor para explorar processos de aprendizagem de professores e futuros professores que ensinam Matemática.

Há também um número crescente de estudos que investigam a formação de professores em grupos que reunem professores e pesquisadores acadêmicos em trabalhos colaborativos, vistos como um meio para desenvolver conhecimentos sobre ensino e aprendizagem de matemática (por exemplo, PUTNAM, BORKO, 2000; MISKULIN et al, 2005; NACARATO et al, 2006; TILLEMA, VAN DER WESTHUIZEN, 2006; MEIRINK, MEIJER, VERLOOP, 2007; JAWORSKI, 2008; MATOS et al, 2009; POTARI et al, 2010).

Alguns desses estudos consideram esses grupos como comunidades de investigação, um conceito elaborado por Barbara Jaworski (2003, 2008) como uma variação da noção de Comunidade de Prática. Nessas comunidades, a formação é vista como aprendizagem-para-desenvolver-aprendizagem. Nos estudos formulados nessa perspectiva, o processo de aprendizagem dos professores resulta das ações de investigação colaborativa a respeito de aspectos de sua própria prática, e das reflexões produzidas quando escrevem sobre suas pesquisas em cooperação com os pesquisadores acadêmicos.

[1] Essa expressão e outros termos destacados em fonte itálico nessa introdução e no capítulo 1, se referem a conceitos específicos da Teoria Social da Aprendizagem, que serão discutidos no capítulo 2.

Segundo Potari et al (2010), uma comunidade de investigação difere de uma comunidade de prática em diversos aspectos, como por exemplo, no que diz respeito à importância que atribui à metacognição (*metaknowing*) através da reflexão sobre a prática. Além disso, a investigação desenvolve-se como uma das normas da prática, e a identidade individual se desenvolve por meio da investigação reflexiva.

Nesse sentido, consideramos que a estrutura e a dinâmica das Comunidades de Prática oferecem maior abertura e flexibilidade para negociar *empreendimentos* que sejam valiosos para toda a comunidade, mas principalmente para os professores em formação. Acreditamos que investigar as características, condições, elementos, que constituem esse tipo de comunidade pode fornecer pistas do que é *preciso* e do que é *possível* promover e incluir nos contextos de formação docente que possam promover a aprendizagem do professor, e colaborar para o desenvolvimento de sua identidade profissional.

Desse modo, optamos por realizar essa pesquisa no contexto de um grupo de estudos organizado com a intenção de constituir uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática, e tratar o desenvolvimento da identidade profissional dos professores em formação continuada na perspectiva teórica da Teoria Social da Aprendizagem (Wenger,1998), considerando-a como um fenômeno de transformação pessoal e contínua, em estreita relação com o processo de aprendizagem, e portanto, inerente à participação ou pertença a Comunidades de Prática. Os pressupostos teóricos dessa teoria fornecem uma base conceitual e metodológica, que nos permitiu investigar processos de aprendizagem que ocorrem em contextos diferentes dos tradicionalmente concebidos para esse fim (como os cursos de formação), e explicitar elementos desses contextos que colaboram para o desenvolvimento da identidade profissional de professor.

Os conceitos pertinentes a essa teoria se constituíram como instrumentos para compreender o desenvolvimento de identidades, em especial da identidade profissional, a partir da análise das relações que se estabelecem entre os indivíduos, membros de uma comunidade de prática, e das aprendizagens que ocorrem por meio do processo de *negociação de significados*.

Nossa pesquisa foi desenvolvida em um grupo de estudos concebido como uma Comunidade de Prática, na cidade de Paranavaí – PR, como parte do projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática” financiado pelo Observatório da Educação - CAPES/INEP. Esse grupo foi organizado em 2011 e no decorrer de sua trajetória apresentou características de uma Comunidade de Prática que denominamos “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM”[2]. Essa comunidade é formada por pesquisadores, futuros professores e professores de Matemática que atuam na Educação Básica que se reúnem semanalmente, nas dependências do Colégio Estadual de Paranavaí - Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional.

É nesse cenário que concentramos nossa investigação com a intenção de responder à questão: *que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática promovem o desenvolvimento da identidade profissional de professor?*

Para responder à questão de investigação, traçamos os seguintes objetivos:

- *identificar empreendimentos e ações negociadas na CoP-PAEM;*
- *analisar episódios das ações desenvolvidas em um empreendimento da CoP-PAEM, que revelam indícios de trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade, relativos a aspectos envolvidos na constituição da identidade profissional do professor.*

Desenvolvemos essa pesquisa a partir de uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, que oferece suporte teórico e metodológico consistente para tratar o processo de constituição da identidade profissional do professor como um fenômeno social. Essa abordagem se alinha com um paradigma de ciência que acolhe a incerteza e a contradição que caracterizam os fenômenos dessa natureza.

Escolhemos como foco de análise as ações negociadas e desenvolvidas pelos membros da CoP-PAEM, no empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional*, evidenciando episódios em que os professores tiveram a oportunidade de *negociar* diversos *significados* e construir *trajetórias de aprendizagem* a respeito de conhecimentos profissionais, do conhecimento de si mesmo como professor, do seu sentido de *agência* e do caráter de *vulnerabilidade* da profissão docente, que são aspectos importantes a serem observados na compreensão do desenvolvimento da identidade profissional (OLIVEIRA; CYRINO, 2011).

A partir desses dados, identificamos e evidenciamos *elementos* que, em nossa interpretação, foram relevantes para a construção das trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade e fizemos algumas inferências buscando compreensões acerca do nosso objeto de estudo.

---

[2] Ao longo do texto, a comunidade será referida somente como como “CoP-PAEM”.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. No capítulo 1 explicitamos o encaminhamento metodológico adotado para o desenvolvimento desta pesquisa, suas características, os sujeitos analisados, bem como os instrumentos utilizados na coleta de informações e os procedimentos para a análise dos dados.

No capítulo 2, apresentamos e discutimos alguns aspectos estruturais que descrevem a noção de Comunidade de Prática na perspectiva da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) e caracterizamos a aprendizagem como componente do desenvolvimento de identidades nesse contexto. Apresentamos e caracterizamos a Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática - CoP-PAEM, descrevendo seu processo de formação e *cultivo* (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002), de modo a evidenciar a sua concepção, criação, planejamento e sustentação em um contexto da formação contínua de professores que ensinam Matemática.

No capítulo 3 tecemos considerações a respeito do conceito de identidade profissional do professor e sua relação com a formação de professores numa perspectiva de desenvolvimento profissional. Apresentamos também os aspectos que se articulam no desenvolvimento da identidade profissional do professor de Matemática, que consideramos relevantes na composição do quadro teórico que utilizamos para sustentar nossas análises.

No capítulo 4 apresentamos um relato da trajetória da CoP-PAEM, na busca de evidenciar os empreendimentos que seus membros negociaram e se empenharam em conjunto, a fim de que o leitor possa compreender as características da prática dessa comunidade. Apresentamos e analisamos negociações de significados que caracterizaram trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade a respeito de conhecimentos e aspectos relacionados ao desenvolvimento da identidade profissional de professor.

No capítulo 5 discutimos características da prática da CoP-PAEM, consideradas potenciais para promover o desenvolvimento da identidade profissional de professor, evidenciando os *elementos* que respondem à questão de investigação, e tecemos considerações a respeito do potencial da perspectiva das Comunidades de Prática para o desenvolvimento da identidade profissional. Apresentamos algumas questões que permearam esse estudo e que não foram contempladas aqui, mas que podem ser consideradas no desenvolvimento de pesquisas futuras a respeito da formação docente.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas e os apêndices utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

1 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Nesse trabalho, investigamos a constituição e desenvolvimento de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática, com o intuito de identificar *elementos* da *prática* dessa comunidade que promovem o desenvolvimento da identidade profissional de professores.

Para isso, buscamos identificar *empreendimentos* e ações negociadas na comunidade e analisar episódios ocorridos no desenvolvimento de um desses empreendimentos, que revelaram indícios de *trajetórias de aprendizagem* dos membros da comunidade, relativos a aspectos envolvidos na constituição da identidade profissional do professor.

Neste capítulo, apresentamos a perspectiva metodológica com a qual a pesquisa se alinha, o contexto da investigação, assim como os procedimentos metodológicos que orientaram a coleta das informações e o processo de análise.

1.1 NATUREZA DA PESQUISA

Considerando a natureza dessa pesquisa e os objetivos traçados para responder à questão de investigação, optamos por desenvolvê-la a partir de uma abordagem qualitativa, de caráter interpretativo. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), essa abordagem se alinha com um paradigma de ciência que acolhe a incerteza e a contradição que caracterizam os fenômenos sociais, de forma que oferece suporte teórico e metodológico consistente para nossa pesquisa, cujo foco é o processo de constituição da identidade profissional do professor.

Compreendemos que nossa pesquisa pode ser considerada como qualitativa, uma vez que apresentou características que, segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51), definem as pesquisas dessa natureza, como evidenciamos a seguir.

- *Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo e o investigador instrumento principal.*

Nesse estudo, além de *pesquisadora*, também participamos do processo como *formadora* e como *coordenadora* das ações de formação dos professores, de modo que nos envolvemos totalmente com o contexto da pesquisa, e nos tornamos também um membro da CoP-PAEM. O contato com os participantes ocorreu ao longo de três anos, por meio dos encontros semanais (quinzenais em alguns períodos) e, ocasionalmente, no acompanhamento da aplicação de algumas tarefas em sala de aula, e nos eventos científicos em que professores e pesquisadores participaram juntos. O contato direto, regular e frequente, nos encontros semanais, favoreceu a interação com os participantes, bem como a coleta de informações e a construção do conjunto de dados. A presença constante no campo de investigação nos aproximou dos professores, o que colaborou para a interpretação das informações a respeito de cada um, e da comunidade como um todo, durante o trabalho de análise.

- *A investigação qualitativa é essencialmente descritiva*.

Em nossa pesquisa os dados foram organizados, principalmente, a partir das transcrições das gravações (em áudio) de todos os encontros, dos registros escritos dos professores e das anotações de campo dos pesquisadores. Tais informações constituíram um material descritivo, conjunto de dados descritivos, ricos em detalhes e pormenores, característicos da investigação qualitativa; que foi tomado como referência para as interpretações e compreensões a respeito do objeto desse estudo.

- *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.*

Nesse trabalho, além de identificar os elementos da prática da comunidade que promovem desenvolvimento da identidade profissional de professores, buscamos compreender o modo como esses elementos se articulam em contextos de formação docente com as características de uma Comunidade de Prática. Desse modo, concentramos nossa atenção nas *trajetórias* dos participantes, bem como da comunidade como um todo, uma vez que é nesse *processo* que tais elementos ganham sentido.

- *Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.*

Nesse estudo concentramos a análise dos dados no desenvolvimento das ações de um dos empreendimentos da comunidade, considerado representativo de sua trajetória. Os dados referentes ao período em que essas ações foram desenvolvidas (junho de 2012 a maio de 2013) foram organizados de forma a compor um cenário que evidenciasse as singularidades desse contexto específico e permitisse captar os elementos da prática que se tornaram relevantes para a comunidade como um todo.

- *O significado é de importância vital nesta abordagem.*

As compreensões que elaboramos foram produzidas em um árduo trabalho de análise e interpretação, mediadas por nossas experiências, crenças e concepções, de modo que serão sempre transitórias. Como tal, não podem sem vistas como resultados, mas como um processo em permanente (re)construção (GARNICA, 2004).

Dadas as características desse estudo, o caráter flexível e a "a tessitura fluida e leve das malhas qualitativas" (GARNICA, 2001), nos ofereceram a flexibilidade e autonomia necessárias para construir uma trajetória metodológica que permitiu capturar e compreender a singularidade do processo de constituição da identidade profissional do professor.

1.2 Contexto e participantes da pesquisa

Nossa pesquisa foi desenvolvida no processo de *cultivo* da CoP-PAEM, que foi assumida como contexto de investigação. A formação da comunidade começou no final do ano de 2010, a partir da apresentação do Projeto "Educação Matemática de Professores que ensinam Matemática" - UEL, do Programa Observatório da Educação, à direção do Colégio Estadual de Paranavaí – EFMNP, e o convite para que a escola integrasse o projeto, em um trabalho de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa escola foi escolhida por estar situada no município de Paranavaí, onde reside a pesquisadora, por conter diversos professores que ensinam Matemática, e por termos facilidade de acesso junto à equipe administrativa, visto que fizemos parte do corpo docente desse estabelecimento durante vários anos.

A direção da escola manifestou por escrito[3] a intenção em participar do projeto e por seu intermédio foram convidados todos os professores do colégio que atuam como docentes na disciplina de Matemática no Ensino Fundamental. Nessa ocasião, três professoras do colégio (Bia, Clea e Eva)[4] aceitaram o convite para fazer parte do grupo de estudos que estava sendo constituído, e assumiram o compromisso de participar dos encontros semanais que seriam realizados a partir do início do ano letivo de 2011.

A coordenação do grupo ficou sob a responsabilidade da pesquisadora Tânia, que também atuou como formadora, com o apoio do pesquisador Márcio Rocha, respectivamente alunos do doutorado e do mestrado do Programa de Pós Graduação em

[3] Ver cópia do documento – ANEXO A.
[4] Nomes fictícios.

Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) da Universidade Estadual de Londrina (UEL). No dia 02 de fevereiro de 2011, os pesquisadores participaram da reunião que deu início às atividades letivas no colégio, juntamente com todos os professores e funcionários, a fim de conhecer a dinâmica de funcionamento do estabelecimento e retomar o contato com as três professoras que participariam do projeto.

No dia 07 de fevereiro foi feita uma reunião em que participaram os pesquisadores Tânia e Márcio, as professoras Bia, Clea e Eva, a diretora que estava em exercício no ano anterior, a nova diretora eleita que havia assumido o cargo, e a pedagoga encarregada da coordenação do Ensino Fundamental no colégio. Nessa reunião foi feita uma apresentação dos participantes e dos objetivos do projeto "Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática", destacando os vínculos institucionais da escola e do grupo com a universidade, os compromissos e as responsabilidades dos participantes e outras questões de ordem técnica estabelecidas no projeto.

A primeira reunião da comunidade foi realizada no dia 01/03/2011, a partir das 13h 30min nas dependências do colégio, com a participação dos pesquisadores Tânia e Márcio, das professoras Bia, Clea e Eva, e da professora Tina, que trabalhava em outra escola e foi convidada pela professora Bia. Desde então as reuniões ocorrem semanalmente, durante o período letivo, com duração de duas horas, nas dependências do colégio.

As professoras participantes do grupo responderam ao questionário (ANEXO C), formulado pelos pesquisadores responsáveis pelo projeto com o objetivo de coletar informações a respeito da formação e trajetória profissional dos participantes. Bia, Clea e Eva foram informadas que receberiam uma bolsa-auxílio prevista no projeto que é financiado pela CAPES[5]. Em seguida, as professoras bolsistas assinaram o termo de compromisso (ANEXO D) e todos os membros do grupo assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido (ANEXO B), de modo a regulamentar sua participação no projeto.

Essas ações iniciais envolveram principalmente questões institucionais e de ordem técnica, pois os elementos essenciais para a constituição efetiva da Comunidade de Prática – *domínio, comunidade* e *prática* - envolvem questões mais profundas, que não podem ser estabelecidas *a priori.*

Ao longo de sua trajetória o grupo foi se modificando com a inclusão de professores de Matemática de outros estabelecimentos, alunos da graduação e professores

---

[5] Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Ministério da Educação.

recém-formados, que foram convidados pelos membros da comunidade, e também com a saída temporária ou definitiva de alguns.

No Quadro 1 apresentamos os membros da comunidade que participaram das ações desenvolvidas no período de julho de 2012 a junho de 2013, quando foi realizada a coleta dos dados da pesquisa.

Quadro 1 - Membros da CoP-PAEM

Nome[6]	**(I) Ingresso (S) Saída (R) Retorno**	**Função**	**Formação**	**Idade (2014)**	**Tempo de Magistério (2014)**
Tânia	(I) 01/03/2011	Pesquisadora Coordenadora Formadora	Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM)	48	27
Márcio	(I) 01/03/2011 (S) 28/06/2013	Pesquisador	Mestrando em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM)	36	12
Laís	(I) 05/04/2011	Professora recém formada	Licenciatura Matemática	26	-
	(I) 05/03/2012	Pesquisadora	Mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM)		
Bia	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena. Especialização em Ensino de Matemática	43	23
Clea	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Curta Especialização em Ensino de Matemática	53	29
Eva	(I) 01/03/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática	63	25
Tina	(I) 01/03/2011 (S)28/06/2011 (R)05/03/2012	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática	33	09
Iara	(I) 05/04/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática	57	27
Ada	(I) 19/04/2011	Professora	Ciências/Matemática-Plena Especialização em Ensino de Matemática	38	16
Luiz	(I) 06/08/2012	Aluno Graduação	Licenciatura em Matemática	23	01
	(I) 05/03/2013	Professor recém formado	Licenciatura em Matemática		

Fonte: A autora

[6] Os nomes dos professores e dos alunos de graduação são fictícios.

Destacamos que Laís Maria Costa Pires de Oliveira ingressou como aluna recém formada em 05 de abril de 2011, atendendo ao nosso convite e foi *legitimada* pelos membros da Comunidade de Prática como uma participante novata da formação continuada. Em 2012, após ser admitida no Programa de Pós Graduação de Ensino de Ciências e Educação Matemática PECEM – UEL, passou a ser identificada e legitimada na CoP-PAEM também como pesquisadora, uma vez que o espaço da Comunidade de Prática também foi assumido por ela como contexto de investigação para o desenvolvimento de sua pesquisa[7].

1.3 Procedimentos para coleta de informações

Para identificar elementos da prática de uma comunidade de professores que ensinam Matemática que promoveram o desenvolvimento da identidade profissional de professor, concentramos nossa atenção nas ações negociadas pelos membros da CoP-PAEM, no *empreendimento* Estudo do Raciocínio Proporcional[8], apresentadas no Quadro 2. Analisamos *negociações de significados* que evidenciaram a construção de *trajetórias de aprendizagem* dos membros da comunidade, em episódios situados nas ações desenvolvidas no período de julho de 2012 a junho de 2013, que totalizaram 37 encontros da comunidade.

A escolha desse empreendimento se deve ao fato de que foi *negociado* pelos membros da comunidade, que se engajaram em conjunto no desenvolvimento das ações, e produziram elementos que integraram o *repertório compartilhado* do grupo, assim como os demais empreendimentos da comunidade. Desse modo, compreendemos que o seu desenvolvimento é representativo das práticas da comunidade.

Quadro 2 - Ações do Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional

Ação 1:	Resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/ proporcionalidade.
Ação 2:	Estudo de textos a respeito do raciocínio proporcional.
Ação 3:	Proposição de problemas envolvendo proporção/ proporcionalidade.

[7] OLIVEIRA, L. M. C. P. Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional. 2014. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

[8] Uma descrição detalhada dessas ações é apresentada no Capítulo 4.

Ação 4:	Análise de algumas estratégias e justificações apresentadas na Ação 1 com apoio da literatura.
Ação 5:	Proposição e análise de problemas com potencial para mobilizar o Raciocínio Proporcional.

Fonte: A autora

Os dados foram obtidos a partir da observação das reações e comportamentos dos indivíduos, de suas narrativas orais e escritas, e em seguida transcritos. Utilizamos diferentes mídias para o registro das informações, nomeadamente:

- gravação em áudio de todos os encontros da comunidade, com a utilização de gravadores mp3;
- registros escritos dos participantes em seu caderno de notas, nas folhas de tarefas e no quadro negro;
- registros do diário de campo das pesquisadoras.

Todos os encontros da comunidade foram gravados em áudio, porém foram selecionadas e transcritas[9] as gravações dos encontros em que observamos momentos de grande envolvimento dos participantes ou negociações a respeito de conhecimentos relevantes para a formação dos professores. As gravações em áudio foram feitas por 2 ou 3 aparelhos de mp3 e as posteriores transcrições de alguns dos encontros foram úteis por captarem e manterem em sua forma original as justificações verbalizadas pelos participantes durante as *negociações de significado*.

Os participantes também utilizaram um caderno de notas, que receberam nos primeiros encontros da comunidade, em que registram suas ideias, estratégias de resoluções dos problemas, apontamentos, reflexões, observações, impressões, e outras informações que consideraram relevantes. Eventualmente alguns dos registros feitos durante a trajetória de estudos do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional foram feitos em folhas avulsas, como a resolução dos problemas da Lista 1 (APÊNDICE A) e da Lista 2 (APÊNDICE B).

Concomitantemente as pesquisadoras mantinham diários de campo em que registraram as ações desenvolvidas, bem como suas impressões a respeito do trabalho na

[9] As transcrições dos encontros da CoP-PAEM referentes às Ações 1 e 4 foram feitas em datas posteriores a conclusão das mesmas, conforme havia a necessidade, por parte das pesquisadoras Tânia e Laís, de produzir os dados para serem analisados na investigação.

comunidade. Isso permitiu verificar com detalhes o desenvolvimento e resultados das ações negociadas e fazer ajustes ou mesmo mudanças nas dinâmicas quando fosse preciso.

Essas informações subsidiaram a descrição da trajetória da comunidade (detalhada no capítulo 4) e a elaboração de um inventário das ações do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, sintetizando o trabalho desenvolvido nesse período. Esse inventário foi elaborado ao longo do trabalho, a partir das observações das pesquisadoras e das informações do diário de campo da pesquisadora Laís, que nesse período se dedicou a um registro mais sistemático das ocorrências nos encontros, uma vez que seu objeto de estudos estava relacionado às aprendizagens dos professores naquele contexto. Em seu diário de campo ela registrou suas impressões e percepções com relação à dinâmica dos participantes durante as atividades da CoP-PAEM, pontuando manifestações que evidenciaram aprendizagens dos participantes por meio da *negociação de significados*.

Na elaboração do inventário, as observações das pesquisadoras, o diário de campo e as gravações em áudio forneceram informações que se complementaram na medida em que nossos registros escritos pontuaram comportamentos, expressões faciais além de outros acontecimentos não captados por meio do áudio, e as gravações mantiveram em formato original as falas dos participantes que não poderiam ser transcritas de forma fiel no exato momento das discussões na comunidade. Esse material possibilitou às pesquisadoras ter uma visão ampla de todas as ações desenvolvidas nesse empreendimento, e identificar os encontros ou momentos de discussão cujo conteúdo poderia ser alvo de análise.

Os registros escritos dos participantes e da pesquisadora foram importantes no mapeamento e organização dos dados, mas destacamos que os resultados da pesquisa baseiam-se principalmente nos dados coletados nas narrativas dos participantes durante os encontros da comunidade. Os participantes frequentemente relatavam situações ocorridas em suas salas de aula ou no ambiente de trabalho, de maneira espontânea, usando as narrativas para recordar e compartilhar suas experiências nesses contextos.

Nesse estudo, as narrativas dos professores foram fundamentais para evidenciar o autoconhecimento (a forma como o professor se vê) que é um aspecto essencial da identidade profissional, e só se revela no ato de falar, ou no ato de explicitar a reflexão sobre si mesmo por meio da fala. Produzir histórias é a forma natural que as pessoas utilizam para dar sentido às situações em que se envolvem; é uma maneira de manifestar ou dar forma às sua experiências (ELBAZ-LUWISCH, 2002; KELCHTERMANS, 2009).

A forma como uma pessoa compreende a si mesma é análoga ao modo como ela constrói textos sobre si, e está diretamente ligada aos contextos sociais nos quais se realizam a produção e a interpretação de suas experiências (LARROSA, 1996). Desse modo, as narrativas dos professores foram uma fonte de informações valiosas na elaboração dos dados e no processo de análise, visto que permitiram compreender aspectos da identidade profissional do professor.

1.4 PROCESSO DE ANÁLISE DOS DADOS

Segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2002), organizar e compreender os dados coletados em pesquisas de natureza qualitativa

> [...] é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação. À medida que os dados vão sendo coletados, o pesquisador vai procurando tentativamente identificar temas e relações, construindo interpretações e gerando novas questões e/ou aperfeiçoando as anteriores, o que, por sua vez, o leva a buscar novos dados, complementares ou mais específicos, que testem suas interpretações, num processo de "sintonia fina" que vai até a análise final. (p. 170)

Nesse estudo, muitas informações referentes aos empreendimentos e ações negociados e desenvolvidos pela CoP-PAEM foram analisadas concomitantemente à sua realização, a partir da observação constante do engajamento dos membros no trabalho na comunidade, e na elaboração de nossos registros escritos. Dessa forma, foi possível verificar com detalhes o desenvolvimento e os resultados das ações negociadas e fazer ajustes ou mesmo mudanças nas dinâmicas quando fosse preciso.

Posteriormente, percorremos as informações contidas no inventário das ações do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, e em seguida ouvimos e transcrevemos as gravações de alguns encontros em que percebemos indícios de mobilização de aspectos que, segundo a literatura, estão envolvidos na constituição da identidade profissional, dentre eles, as aprendizagens dos professores a respeito de conhecimentos profissionais.

Em cada ação do empreendimento selecionamos e descrevemos alguns episódios em que as negociações de significados revelaram trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade, explicitando e analisando as formas de *participação* (ações e interações) e as *reificações* (conteúdos, projeções, interpretações) que eles experimentaram /manifestaram nesse processo.

Na interpretação desses dados, identificamos e evidenciamos *elementos* que, em nossa interpretação, foram relevantes para a construção das trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade e fizemos algumas inferências buscando compreensões acerca do nosso objeto de estudo.

2 COMUNIDADES DE PRÁTICA

Neste capítulo apresentamos aspectos estruturais que descrevem a noção de Comunidade de Prática e caracterizamos a aprendizagem como componente do desenvolvimento de identidades nesse contexto. Caracterizamos também a Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática - CoP-PAEM, concebida como campo de investigação para esta e outras pesquisas. Descrevemos seu processo de formação e cultivo, de modo a evidenciar a sua concepção, criação, planejamento e sustentação em um contexto da formação contínua de professores que ensinam Matemática.

2.1 COMUNIDADES DE PRÁTICA E A E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

As Comunidades de Prática foram concebidas inicialmente por Lave e Wenger (1991) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Situada, e mais amplamente discutidas por Wenger (1998) na elaboração da Teoria Social da Aprendizagem.

Eles buscavam ampliar o entendimento a respeito dos processos de aprendizagem e elaborar uma teoria mais abrangente que pudesse colaborar para o entendimento e promoção de processos de aprendizagem que decorrem da participação social do indivíduo nas práticas de comunidades que eles valorizam e em que são reconhecidos como membros. De acordo com os autores, esse modo de aprender difere daqueles que, tradicionalmente, decorrem do ensino e em instituições formais, destinadas a esse fim.

O termo “Comunidade de Prática” foi elaborado pelos autores para caracterizar o conjunto de elementos e as circunstâncias que promovem a aprendizagem como participação social, que serão discutidos nas próximas seções. Desse modo, um grupo de pessoas que compartilham uma causa, interesses, preocupações, e que se juntam e interagem regularmente na busca de aprendizagens coletivas, pode dar origem a uma Comunidade de Prática.

A aprendizagem como participação social ocorre por meio do engajamento das pessoas em ações e interações, situadas em um contexto histórico e cultural. A participação em Comunidades de Prática possibilita ao indivíduo negociar seus significados como um mecanismo para a aprendizagem e o desenvolvimento e transformação de suas identidades, bem como para a transformação da estrutura social em que ela acontece.

Assumir a aprendizagem como um fenômeno de participação social, portanto, considerá-la situada em uma comunidade e vinculada às práticas nas quais essa comunidade se envolve, nos permite perceber o conhecimento como competência nessa comunidade (ou como o conjunto de significados enunciados pelos sujeitos e validados nessa comunidade).

Segundo Cyrino (2009), é nesse processo de aprender (produzir significados que são reconhecidos como competências em uma comunidade) que nos tornamos quem somos, ou seja, que nossas identidades são constituídas.

A perspectiva das Comunidades de Prática e a Teoria Social da Aprendizagem, subsidiaram vários estudos tais como Caldeira (2010), Beline (2012), Nagy (2013), Rocha (2013), Cyrino (2013) e Oliveira (2014) a respeito da formação inicial e continuada de professores, desenvolvidas pelo GEPEFOPEM – Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática.

Caldeira (2010), Rocha (2013) e Oliveira (2014) evidenciaram aprendizagens de conhecimentos profissionais de futuros professores e professores de Matemática associados, respectivamente, ao pensamento algébrico, ao conceito de fração e ao raciocínio proporcional.

Beline (2012) discutiu a participação da dinâmica assumida nos encontros de uma Comunidade de Prática formada por professores e futuros professores de Matemática, no desenvolvimento da identidade da própria comunidade, e na identidade de “professor de Matemática” de duas participantes. Esse estudo evidenciou alguns aspectos da dinâmica dos encontros da comunidade, considerados relevantes no desenvolvimento dessas identidades, tais como: a negociação conjunta dos temas de estudo, o trabalho em grupo, a interação entre professores novatos e experientes, bem como o compartilhamento de experiências.

Nagy (2013) investigou a formação em serviço de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no contexto de uma Comunidade de Prática denominada (Cop-MatAnosIniciais). Nesse estudo, a autora evidenciou e analisou aprendizagens das professoras relacionadas ao seu conhecimento profissional, situando-as na trajetória da comunidade. Por meio dessas análises, foram identificados e discutidos elementos do contexto dessa comunidade que permitiram essas aprendizagens, dentre eles, a oportunidade de partilhar informações e experiências de sala de aula, e as interações comunicativas com a formadora, por meio de questionamento inquiridor. A autora considera que isso está relacionado com a presença de alguns fatores no contexto da comunidade, tais como respeito, confiança, desafio e solidariedade, e destaca a importância de relações pessoais no desenvolvimento profissional das professoras.

O estudo de Cyrino (2013) incide sobre uma análise dos elementos identificados em três grupos de estudos que se constituíram como Comunidades de Prática de professores que ensinam Matemática e que revelaram aprendizagens relacionadas ao conhecimento profissional do professor e a constituição de sua identidade.

> A análise de dados organiza-se na caracterização de quatro elementos que oportunizaram aprendizagem dos professores nas CoPs, nomeadamente repertórios compartilhados, relato e discussão de situações de sala de aula, oportunidade de discutir suas produções escritas, relato e discussões de encontros anteriores. (CYRINO, 2013, p. 5192).

Esse estudo assume

> a identidade profissional do professor como um conjunto de crenças/concepções interconectadas e de conhecimentos a respeito do seu ofício (conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico, conhecimento curricular, e compreensão acerca da estrutura da disciplina e das práticas concorrentes à sala de aula) bem como a autonomia e o compromisso político (CYRINO, 2013, p. 5190, grifo nosso).

O estudo revela ainda que as mudanças identificadas na prática das CoPs e o estabelecimento de uma rotina de cultivar hábitos de reflexão ponderada e sistemática se apresentaram como pontos chaves para sustentar o desenvolvimento profissional dos professores. A autora defende que propostas de formação dessa natureza, em que as experiências, repertórios e conhecimentos dos professores são compartilhados e valorizados , e que oferecem condições para que assumam a responsabilidade por seu processo de aprendizagem "por meio de negociação de significados, permeadas por fatores como respeito, confiança, desafio e solidariedade, parecem ser mais adequadas ao processo de formação de professores" (CYRINO, 2013, p. 5194).

2.2 Comunidades de Prática e a Comunidade de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM

De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), as Comunidades de Prática têm um caráter espontâneo e informal, se estruturam naturalmente, independente de determinações ou controles de organizações institucionais; elas têm vida própria e as relações implícitas em sua constituição não permitem que alguém planeje, dirija, organize ou controle suas atividades externamente. O poder não é centralizado, mas mediado pelos interesses, desejos e necessidades da própria comunidade, de modo que é preciso respeitar seu processo de desenvolvimento natural.

> Você não pode violar o processo de desenvolvimento natural e a dinâmica que fazem uma comunidade funcionar como fonte de conhecimento e validação de competências; [nem tampouco] a paixão dos membros pelo tema, o senso de espírito e identidade da comunidade, e a definição do que constitui o desempenho competente. Em vez disso, você deve aprender a compreender e trabalhar com esses processos e dinâmicas. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, p. 14, tradução nossa) [10].

No entanto, é possível constituir comunidades específicas intencionalmente. De acordo com Wenger (1998) e Wenger, McDermott e Snyder (2002), as Comunidades de Prática podem ser “cultivadas”, ou seja, é possível promover o desenvolvimento de Comunidades de Prática já existentes, bem como conceber a constituição de novas comunidades.

A seguir apresentamos algumas características da CoP-PAEM e aspectos de sua prática, associados a referenciais teóricos, que nos permitem caracterizá-la como uma Comunidade de Prática. Uma descrição mais detalhada de sua constituição e trajetória é feita no capítulo 4.

2.2.1 Comunidade, domínio e prática da CoP-PAEM

Uma Comunidade de Prática é uma estrutura complexa que se constitui na articulação de três elementos essenciais: a comunidade, o domínio e a prática. Quando esses elementos atuam em sintonia, “tornam uma Comunidade de Prática uma *estrutura de conhecimento* ideal – uma estrutura social que pode assumir a responsabilidade de desenvolver e compartilhar conhecimento” (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 29, tradução nossa)[11].

Comunidade é compreendida como “um grupo de pessoas que comungam crenças, ideias, sentimentos ou interesses” (CYRINO 2009, p. 96), que constituem uma configuração social que sustentam e validam seus empreendimentos.

---

[10] You cannot violate the natural developmental processes and dynamics that make a community function as a source of knowledge and arbiter of expertise, including members’ passion about the topic, the sense of spirit and identity of the community, and its definition of what constitutes expert performance. Rather, you must learn to understand and work with these processes and dynamics. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 14).

[11] When they function well together, these three elements make a community of practice an ideal *knowledge structure* — a social structure that can assume responsibility for developing and sharing knowledge (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002 ,p. 29).

Os primeiros contatos para formar o grupo que deu origem à CoP-PAEM foram feitos com a direção do Colégio Estadual de Paranavaí – Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional, no final do ano de 2010, quando apresentamos o projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática”. A direção da escola demonstrou interesse em fazer parte do projeto e por seu intermédio foram convidados todos os professores (cinco efetivos e dois temporários) do colégio que atuavam como docentes na disciplina de Matemática no Ensino Fundamental. Naquele momento, as professoras Bia, Clea e Eva[12] aceitaram o convite e assumiram o compromisso de participar das atividades do projeto, a partir do ano de 2011.

Assim, a CoP-PAEM se originou de um grupo de estudos, inicialmente formado por essas professoras, pela pesquisadora, e pelo pesquisador Márcio Roberto da Rocha. A coordenação do grupo ficou sob responsabilidade da pesquisadora, com o apoio do pesquisador Márcio.

O *domínio* de uma comunidade constitui uma base de interesses e conhecimentos comuns, é o que “[...] inspira os membros a contribuírem e participarem, guia suas aprendizagens, e dá significado a suas ações” (IDEM, p. 28)[13]. Uma comunidade é legitimada e valorizada por seus membros e pelos demais, pela relevância de seu domínio.

O domínio é o elemento que permite que os membros se alinhem com questões importantes e se engajem na prática da comunidade. No início da constituição de uma CoP o domínio não está definido, e a questão primordial é encontrar a base ou um centro de interesse comum, que seja suficiente para que os membros se sintam conectados e percebam o valor de compartilhar seus repertórios (conhecimentos, histórias, técnicas, instrumentos).

Considerando que a CoP-PAEM foi constituída de modo intencional e associada ao projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática”, vinculado ao Programa Observatório da Educação - CAPES, alguns elementos comuns entre seus membros já estavam identificados, como serem professores de Matemática em escolas públicas e atuarem no ensino fundamental. Além disso, em conversas informais os professores já haviam manifestado sua insatisfação com o trabalho de ensinar e com a aprendizagem matemática dos alunos.

---

[12] Nomes fictícios.
[13] [...] inspires members to contribute and participate, guides their learning, and gives meaning to their actions (WENGER, 1998, p. 28).

Ao longo do tempo, o domínio da CoP-PAEM envolveu o conteúdo matemático escolar e questões relacionadas à avaliação (Prova Brasil) e ao ensino, mas as questões mais amplas envolvidas no exercício da docência, tais como currículo, relacionamento com os alunos e com a comunidade escolar, conhecimento de si, foram assumidas como foco e alvo de inúmeras discussões. Assim, hoje podemos afirmar que o domínio da comunidade está centrado no desenvolvimento profissional do professor de Matemática e na constituição de sua identidade profissional.

A compreensão do domínio da comunidade permite que os membros valorizem e reconheçam quando uma questão específica pode ser de interesse comum, e os motiva a apresentar novas ideias, elaborar propostas e encaminhamentos e avaliar o seu potencial para o desenvolvimento das práticas da comunidade.

Isso foi observado na CoP-PAEM em junho de 2011, quando os participantes estavam envolvidos no estudo das frações. Naquele momento, alguns membros se mostraram preocupados com a escolha do livro didático para o Ensino Médio que deveria ser feita naquele período. Então a professora Iara sugeriu que o grupo poderia colaborar nessa escolha, fazendo uma análise das obras disponíveis. Para isso seria necessário que o estudo das frações fosse interrompido, mas o grupo considerou que essa era uma questão de interesse coletivo e concordou com a proposta.

Destacamos que a negociação constante é uma das principais características do processo de cultivo da COP-PAEM. Todos os membros podem apresentar sugestões e propostas em qualquer momento, mas as ações, encaminhamentos ou empreendimentos em que a comunidade se envolve são sempre negociados coletivamente, e deve levar em conta os desejos, necessidades e interesses do grupo como um todo. A negociação é um dos fatores que promove o compromisso de todos no desenvolvimento dos empreendimentos, bem como a partilha do repertório, fundamentais para a constituição da prática da comunidade.

A *prática* da comunidade é um processo de aprendizagem que contempla o conhecimento específico desenvolvido, mantido e partilhado pelos membros de uma Comunidade de Prática, e que é próprio dessa comunidade. Compreende as estruturas, ferramentas, modelos, teorias, princípios, linguagem, estilos, histórias e casos, enfim, todos os recursos definidos socialmente e compartilhados pelos membros da comunidade, que são tomados por eles como referência para nortear suas ações, comunicações, resolução de problemas, avaliação de desempenho em um domínio específico, como por exemplo, no exercício da profissão.

A prática também incorpora “um certo modo de se comportar, uma perspectiva sobre os problemas e ideias, um estilo de pensamento, e mesmo em muitos casos, uma postura ética. Neste sentido, a prática é uma espécie de mini cultura que unifica a comunidade” (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 39, tradução nossa)[14].

Consideramos indispensável que nossa comunidade desenvolvesse uma mini cultura que não tivesse o formato de curso, mas sim de reuniões de trabalho planejadas e coordenadas pelos pesquisadores. O tempo todo tivemos o cuidado de fomentar as negociações na definição dos empreendimentos que seriam assumidos pelos membros do grupo.

Uma questão relevante no cultivo de uma Comunidade de Prática é que as pessoas assumam compromisso umas com as outras e interajam com uma certa regularidade. Desse modo, sentimos a necessidade de criar algumas estruturas e negociar alguns princípios de organização e funcionamento, tais como uma coordenação geral, uma agenda de trabalho, reuniões frequentes, espaço de trabalho, cronograma de encontros, lanche, dentre outros.

Na CoP-PAEM os encontros foram semanais, e ocasionalmente quinzenais, com duração de duas horas[15], e desde o primeiro encontro procuramos manter a trajetória da comunidade com base na negociação constante dos empreendimentos. Mesmo havendo a figura de um coordenador, assumimos que todos os membros do grupo poderiam discutir e propor encaminhamentos, temas para estudos e que as negociações a respeito de cada empreendimento permaneceriam abertas ao longo das ações e seriam retomadas sempre que um ou mais membros da comunidade julgasse necessário.

Além dos empreendimentos, a comunidade negociou o ingresso de novos membros e os interesses trazidos por eles. De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), “a natureza dinâmica das comunidades é a chave para sua evolução. Na medida em que as comunidades crescem, novos membros trazem novos interesses e talvez puxem o foco da comunidade em diferentes direções” (p. 53, tradução nossa)[16].

O grupo se mostrou favorável a integração de outros participantes, e nos dois primeiros anos de trabalho (2011 e 2012) novos membros se juntaram ou se afastaram do grupo, de acordo com seus interesses e necessidades. No entanto, no início do ano de

---

[14] [It also embodies] a certain way of behaving, a perspective on problems and ideas, a thinking style, and even in many cases an ethical stance. In this sense, a practice is a sort of mini-culture that binds the community together. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 39).

[15] Mais detalhes serão apresentados no capítulo 4.

[16] The dynamic nature of communities is key to their evolution. As the community grows, new members bring new interests and may pull the focus of the community in different directions. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 53).

2013, essa questão foi renegociada, e os participantes tomaram outra posição, decidindo que não deveríamos convidar novos membros durante o primeiro semestre daquele ano. Eles consideraram que não seria produtivo convidar outras pessoas naquele momento, pois estavam lidando ainda com os estudos a respeito de temas iniciados em 2012 (Frações e Raciocínio Proporcional), e a decisão do grupo foi respeitada.

Ressaltamos a importância de manter uma negociação constante a respeito dessas e de outras questões, considerando que sua definição depende de vários fatores, tais como o "estágio de desenvolvimento da comunidade, seu ambiente, coerência de membros, tipos de conhecimentos que eles compartilham. Entretanto, a evolução é comum para todas as comunidades, e o papel principal do projeto é desencadear essa evolução". (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 54, tradução nossa)[17].

Ainda que as práticas da comunidade sejam fundamentadas na negociação entre seus membros, isso não garante que sempre exista consenso. A ideia de Comunidade de Prática não pressupõe que sempre exista homogeneidade e que seus membros comunguem das mesmas ideias. Ainda que haja uma história e uma identidade comuns, devido à interação de longo prazo, as opiniões, as aprendizagens, as vivências são singulares.

> Eles assumem vários papéis, oficialmente e extraoficialmente. Eles criam as suas próprias especialidades ou estilos. Eles ganham uma reputação. Eles alcançam um *status* e geram sua própria esfera de influência pessoal. Em outras palavras, cada membro desenvolve uma identidade individual única em relação à comunidade. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 35, tradução nossa)[18].

A comunidade é o contexto em que o indivíduo encontra abertura para questionar, propor, negociar, compartilhar ideias, dúvidas, anseios, e desenvolver as competências necessárias para ser reconhecido como membro da comunidade e se sentir pertencente a ela. Quando isso ocorre, os participantes sentem que podem contar com o apoio do grupo e se sentem encorajados a compartilhar suas experiências, mesmo quando elas não são positivas, como fez a professora Tina, nos primeiros encontros de 2013.

Nesse ano ela assumiu uma turma de 6º. Ano que chama de "especial", em razão de que a maioria dos alunos lê e escreve com muita dificuldade e apresenta

---

[17] [...] the community's stage of development, its environment, member cohesiveness, and the kinds of knowledge it shares. But evolution is common to all communities, and the primary role of design is to catalyze that evolution. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 54).

[18] They take on various roles, officially and unofficially. They create their own specialties or styles. They gain a reputation. They achieve a status and generate their own personal sphere of influence. In other words, each member develops a unique individual identity in relation to the community. (WENGER McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 35).

dificuldades para aprender os conteúdos matemáticos. Tina estava muito preocupada porque os alunos não conseguiam ou se recusavam a fazer as tarefas em sala de aula, e expôs suas angústias ao grupo em diversos momentos. Sua grande preocupação era que ela não estava conseguindo desenvolver os conteúdos previstos para aquela série.

Por diversas vezes o grupo discutiu episódios que a professora apresentava e uma das principais indicações era que ela precisava abrir mão do conteúdo previsto, pelo menos temporariamente, para ajudar os alunos a superarem os problemas de aprendizagem que os impediam de avançar. O grupo também sugeriu tarefas e dinâmicas de aulas.

A professora afirmou que, com o apoio do grupo, ela se sentiu confiante para mudar seu plano de ensino e direcionou o trabalho para ensinar os conteúdos essenciais que os alunos não haviam conseguido aprender em anos anteriores. Ela relatou ainda que se sentiu fortalecida para buscar apoio da equipe pedagógica da escola, e percebeu também que depois dessas mudanças em sua prática, os alunos demonstraram mais interesse em aprender e se empenharam mais em participar das atividades promovidas em sala de aula.

Ela declarou que apesar do trabalho que tem para preparar as aulas, ela está mais satisfeita porque percebe que está tendo resultado com os alunos, que eles se mostram satisfeitos e confiantes com o que estão conseguindo aprender. No encontro do dia 02/04/2013, ela compartilhou seu contentamento com o desenvolvimento desses alunos.

Tina: Eles [os alunos dessa turma] estão participando! Precisam ver como eles estão mudando! Eles estão se empenhando, estão fazendo [as tarefas].

A receptividade do grupo, sua disposição em partilhar experiências e pensar coletivamente nas questões apresentadas pela professora colaborou para que ela encontrasse formas de lidar com os problemas que enfrentava em seu trabalho. Além disso, tratar dessas questões possibilitou uma aprendizagem coletiva acerca de vários aspectos do trabalho docente.

De acordo com Wenger (1998) em uma Comunidade de Prática as pessoas se sentem confiantes para se manifestar em diversas circunstâncias, interagir, compartilhar experiências, como fez a professora Tina na CoP-PAEM. Elas estão preocupadas em aprender juntas, compartilhar informações, ampliar e produzir conhecimentos, bem como em promover o desenvolvimento das capacidades individuais.

Práticas dessa natureza têm a conotação de *prática social*, e podem ser compreendidas como um fazer, mas um “fazer em um contexto histórico e social que dá estrutura e significado ao que fazemos, [...] é, antes de tudo, um processo pelo qual podemos experimentar o mundo e nosso engajamento com ele de modo significativo" (WENGER, 1998, pp. 47 e 51, tradução nossa)[19].

Como em toda prática social, os membros de uma comunidade podem ter modos diferentes de participação, mas a articulação desses três elementos essenciais – domínio, comunidade e prática na Comunidade de Prática, faz com que ela se constitua como uma estrutura capaz de abrigar esses modos de participação, em trajetórias que se conciliam e se completam pelo compromisso na busca dos empreendimentos negociados, e na produção do repertório da comunidade. Nessa perspectiva a Comunidade de Prática se constitui como um contexto ideal para aprendizagens, uma estrutura social que pode assumir a responsabilidade em desenvolver e compartilhar conhecimentos.

O conhecimento não é somente um produto intelectual do indivíduo, é um processo complexo que "envolve a cabeça, o coração e as mãos; questionamentos, interações, e criação. Tal como a comunidade, envolve identidade, relacionamentos e competência; significado, pertencimento e ação (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 45, tradução nossa)[20]. A estrutura das Comunidades de Prática é compatível com com essa complexidade.

Isso reforça a importância de considerar os termos comunidade e prática juntos, como uma unidade, para designar um tipo específico de comunidade, pois nem toda comunidade é uma Comunidade de Prática, e nem tudo que chamamos de prática dá origem a uma comunidade. Por exemplo, uma associação reúne pessoas que podem compartilhar ideias, espaços, interesses, ou realizar ações e tarefas em conjunto; essas pessoas formam uma comunidade e podem realizar práticas em conjunto, entretanto isso não significa que estejam interessadas no compartilhamento, ampliação ou produção de algum tipo de conhecimento e na promoção do desenvolvimento de capacidades individuais, que são questões fundamentais em uma Comunidade de Prática.

2.2.2 Dimensões da prática de uma Comunidade de Prática

Para explicitar a associação entre prática e comunidade na constituição dessa unidade, Wenger (1998) descreve três dimensões que ele considera como "a fonte de

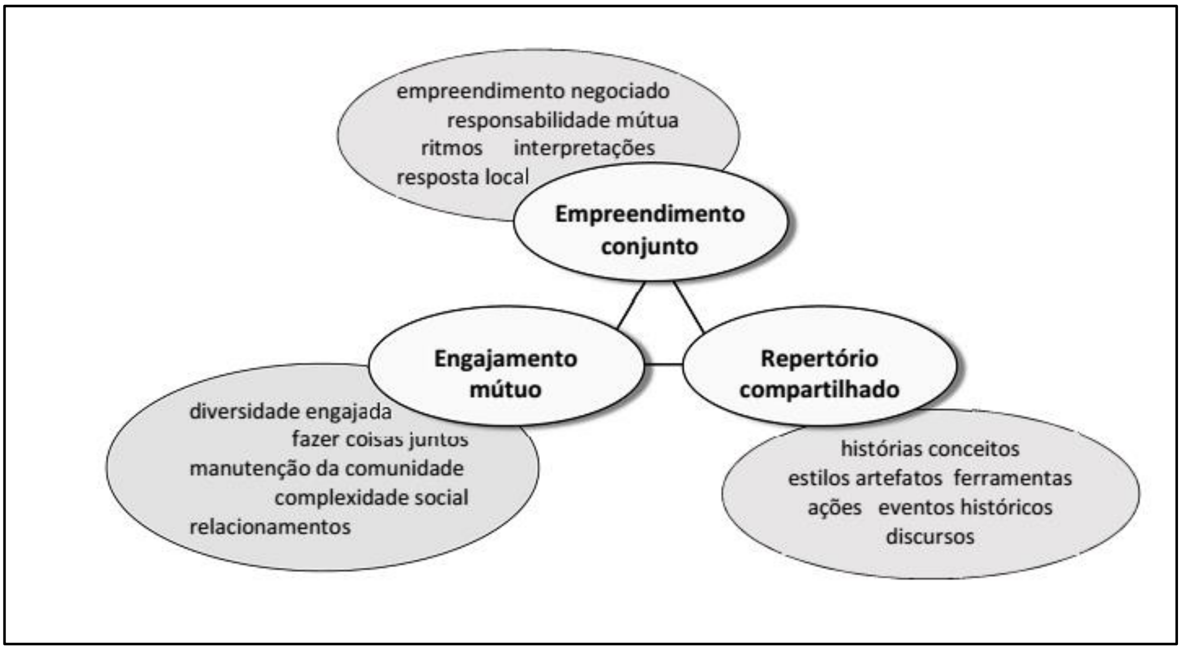
[19] [...] doing in a historical and social context that gives structure and meaning to what we do, [...] is, first and foremost, a process by which we can experience the world and our engagement with its a meaningful. (WENGER, 1998, pp 47 e 51).

[20] Knowledge involves the head, the heart, and the hand; inquiry, interactions, and craft. Like a community, it involves identity, relationships, and competence; meaningfulness, belonging, and action. (WENGER, McDERMOTT e SNYDER, 2002, p. 45).

coerência de uma comunidade [de prática]" (p.72)[21]: *engajamento mútuo, empreendimento conjunto* e *repertório compartilhado*. Ou seja, essas dimensões são características específicas das práticas sociais que definem uma Comunidade de Prática como tal. São as condições primordiais para que um grupo de pessoas, como os participantes da CoP-PAEM, possa de fato constituir uma Comunidade de Prática.

De acordo com Wenger (1998) essas dimensões estão intrinsecamente relacionadas como mostra a Figura 1, e para tratar cada uma delas é preciso observar a interação com as outras.

Figura 1 - Dimensões da prática enquanto propriedade de uma comunidade



Fonte: WENGER (1998, p. 73)

Engajamento mútuo

Segundo Wenger (1998), a constituição de uma Comunidade de Prática envolve mais do que reunir pessoas com algum interesse ou característica em comum, é preciso que haja engajamento ou compromisso entre elas. Ou seja, é preciso que as pessoas construam relações entre si e com a comunidade com base na confiança e respeito mútuo, e que os transformem de acordo com o que cada um oferece e recebe do outro. O engajamento na prática social é um processo que envolve a pessoa como um todo, o agir, o pensar, o conhecer, o sentir; e é por meio dele que negociamos significados, aprendemos e assim nos tornamos quem somos.

[21] "[...] the source of coherence of a community" (p. 72).

Em uma Comunidade de Prática as pessoas se juntam na concretização de projetos que são significativos para elas, o que faz com que se empenhem em colaborar e interagir uns com os outros. Com o tempo, por meio da participação nas práticas da comunidade, as pessoas produzem conhecimentos e competências que são específicos daquele grupo, e que os unifica e distingue dos demais.

Entretanto, o fato de estarem engajados em práticas comuns não significa necessariamente homogeneidade, ou que as relações sejam sempre harmoniosas. A diversidade de origens, interesses, preocupações, motivações, culturas, formas de pensar dos membros da comunidade, muitas vezes resulta em discordâncias, confrontos, tensões e divergências de opiniões, em virtude dos diferentes saberes e competências de cada um.

Nesse sentido, a negociação dos empreendimentos é fundamental para conciliar as diferenças e estabelecer a homogeneidade necessária para promover o engajamento mútuo dos membros da comunidade. A negociação é a base que sustenta o compromisso que cada um assume em relação ao outro e à comunidade como um todo, a construção de vínculos entre as pessoas e a relação de pertencimento à comunidade.

O envolvimento das pessoas na busca de empreendimentos negociados permite conciliar diferentes conhecimentos e competências individuais. Quando os membros compreendem que mais importante do que saber tudo é ser capaz de reconhecer e valorizar as competências de cada um, e percebem a riqueza da diversidade de saberes para o desenvolvimento coletivo, assim como para o seu próprio desenvolvimento, a negociação de significados pode se tornar mais intensa, e favorecer o processo de aprendizagem.

O engajamento mútuo possibilita que cada membro da comunidade, por mais competente que seja, esteja disposto a dar e receber ajuda, e explorar as diferenças como forma de ampliar suas competências, bem como contribuir para o fortalecimento da comunidade a que pertence. Desse modo, a diversidade e a homogeneidade se combinam para criar as relações complexas que fazem com que cada membro se torne parte integrante da comunidade, mas com uma identidade própria (SANTOS, 2004).

Empreendimento conjunto

Outra característica da prática que Wenger (1998) considera essencial na construção da coerência da Comunidade de Prática se refere aos empreendimentos negociados por seus membros, a partir de questões internas – geradas pelos interesses ou objetivos de seus membros – ou externas, que têm origem nos contextos mais amplos em que a comunidade se insere.

Um empreendimento pode estar relacionado aos objetivos que os membros da comunidade desejam alcançar, mas não se refere somente a um "ponto de chegada". Mais do que uma meta, um empreendimento é um processo, uma trajetória que vai se construindo com base nas negociações que os participantes realizam na busca desses objetivos, e inclui os aspectos instrumentais, pessoais e interpessoais de suas vidas.

Nesse sentido, ainda que o empreendimento esteja relacionado a objetivos comuns e seja construído em conjunto, não significa que sempre haja consenso, ou que todos os participantes acreditam nas mesmas coisas. De acordo com Wenger (1998), o que caracteriza o empreendimento conjunto é o fato de que ele é negociado coletivamente.

De acordo com Santos (2004), ao evidenciar a negociação como aspecto central do processo pelo qual esse empreendimento se constrói, Wenger coloca o empreendimento como propriedade dos membros da comunidade e gerador de responsabilidades. Para a autora, trata-se da "construção de um produto por um conjunto de pessoas por sua iniciativa, e não por imposição ou decreto externos [que promove] um sentido de apropriação e responsabilidade por aquilo que constroem" (p. 13-14).

É nesse sentido que o empreendimento está intrinsecamente ligado ao engajamento mútuo, pois o que define e dá sustentação ao empreendimento são as relações de responsabilidade que se estabelecem entre os participantes por meio do engajamento, e que não estão sujeitas a determinações ou imposições. Ainda que a prática de uma comunidade seja fortemente influenciada por condições sobre as quais os seus membros não têm controle, ela será sempre produzida por eles, de acordo com os recursos e limitações que dispõem em cada situação. Desse modo, o empreendimento é próprio e exclusivo dos membros da comunidade, "é o resultado de um processo de negociação coletiva que reflete toda a complexidade do engajamento mútuo" (WENGER, 1998, p. 77, tradução nossa)[22].

Uma Comunidade de Prática pode fazer parte de organizações mais amplas e pode estar submissa a um poder institucional e sujeita a exigências, recursos, determinações. Nessas circunstâncias, são as negociações que os membros da comunidade realizam para lidar com essas questões que constituirão seu empreendimento. Seja qual for a relação de poder envolvida na prática da comunidade, seus empreendimentos serão sempre uma criação coletiva e própria daquela comunidade.

[22] It is the result of a collective process of negotiation that reflects the full complexity of mutual engagement. (WENGER, 1998, p.77).

> [...] o poder – benevolente ou malévolo – que instituições, prescrições, ou indivíduos têm sobre a prática de uma comunidade é sempre mediado pela produção da comunidade de sua prática. Forças externas não têm nenhum poder direto sobre esta produção porque, em última análise (ou seja, ao fazê-lo por meio de engajamento mútuo na prática), é a comunidade que negocia seu empreendimento. (WENGER, 1998, p. 80, tradução nossa)[23]

No cultivo da CoP-PAEM os empreendimentos foram negociados a partir das preocupações que os professores trouxeram em relação ao seu trabalho e serão elucidados no capítulo 4.

Repertório compartilhado

O conjunto de recursos que se tornam parte da prática de uma comunidade é o que compõe o seu repertório compartilhado. O repertório de uma Comunidade de Prática inclui elementos de diferentes naturezas, tais como artefatos, expressões, rotinas, instrumentos, modos de fazer algo, histórias, gestos, símbolos, ações, ou concepções, que os membros compartilham e cujos significados eles negociam. Eles se tornam parte da prática não por si mesmos, mas pelo que representam para aquele grupo naquele contexto específico.

Os elementos que compõem esse repertório podem ser reificados e desse modo, não são estáticos. Eles podem se tornar instrumentos para contar uma história ou uma trajetória da comunidade, e estão sempre disponíveis para novas negociações e para assumir outros significados.

2.3 Aprendizagem e identidade em Comunidades de Prática

A compreensão do que significa aprender tem sérias implicações para os processos de formação de professores em todos os níveis e produz diferentes teorias que refletem aspectos fundamentais a respeito da natureza do conhecimento, e consequentemente do que importa na aprendizagem.

Tradicionalmente costumamos associar aprendizagem com estruturas formais como escolas, universidades, cursos de capacitação de professores promovidos pelas secretarias de educação, e assumimos que a “aprendizagem é um processo individual, que

[23] [...] the power – benevolent or malevolent – that institutions, prescriptions, or individuals have over the practice of a community is always mediated by the community’s production of its practice. External forces have no direct power over this production because, in the last analysis (i.e., in the doing through mutual engagement in practice), it is the community that negotiates its enterprise. (WENGER, 1998, p. 80)

tem um início e um fim, que é melhor quando separado do restante das nossas atividades, e que é o resultado do ensino” (WENGER, 1998, p. 03, tradução nossa)[24].

As estruturas organizacionais decorrentes dessa concepção colocam a aprendizagem como consequência do ensino, e envolvem salas de aula, programas de formação, professores/tutores, currículos planejados, avaliações. Essa perspectiva de aprendizagem tem sido amplamente discutida na literatura.

Lave e Wenger (1991), interessados em ampliar a compreensão a respeito da aprendizagem e elaborar uma teoria mais abrangente que pudesse colaborar para o entendimento e promoção de processos de aprendizagem que se manifestam em circunstâncias diferentes daquelas descritas anteriormente, discutiram a Teoria da Aprendizagem Situada, em uma perspectiva social.

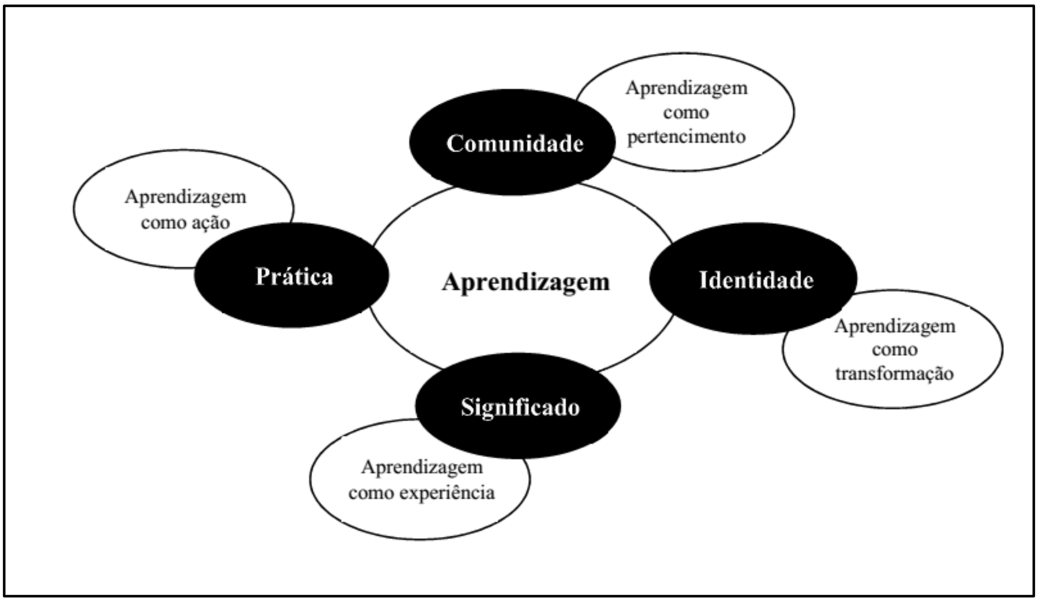
De acordo com os autores, uma das razões para elaborar essa teoria é que, embora se reconheça no senso comum o caráter social da aprendizagem e que ela ocorre nos mais variados contextos, ao longo de todo o tempo em que vivemos, não havia uma estrutura conceitual para falar desse tipo de aprendizagem.

Os autores situam sua teoria entre as correntes das teorias sociais, que concebem que a constituição das sociedades ocorre por meio das interações entre os sujeitos nas ações e situações vividas no mundo real. Essas mesmas interações promovem também a constituição da identidade dos sujeitos em relação a essas sociedades. Nesse processo, indivíduo e sociedade se constituem mutuamente, de forma que um participa na construção do outro. É um processo de participação social em que estão envolvidos os indivíduos, os significados produzidos, o contexto e a prática que os integra.

Para conceituar a aprendizagem que ocorre por meio desse processo de participação social, é preciso evidenciar e conceituar os componentes envolvidos, bem como a forma como se articulam entre si. A teoria social da aprendizagem integra os seguintes componentes essenciais: comunidade, significado, prática e identidade, como representado na Figura 2.

[24] […] learning is an individual process, that it has a beginning and an end, that it is best separated from the rest of our activities, and that it is the result of teaching. (WENGER, 1998, p. 03)

Figura 2 - Componentes de uma Teoria Social da Aprendizagem: um inventário inicial



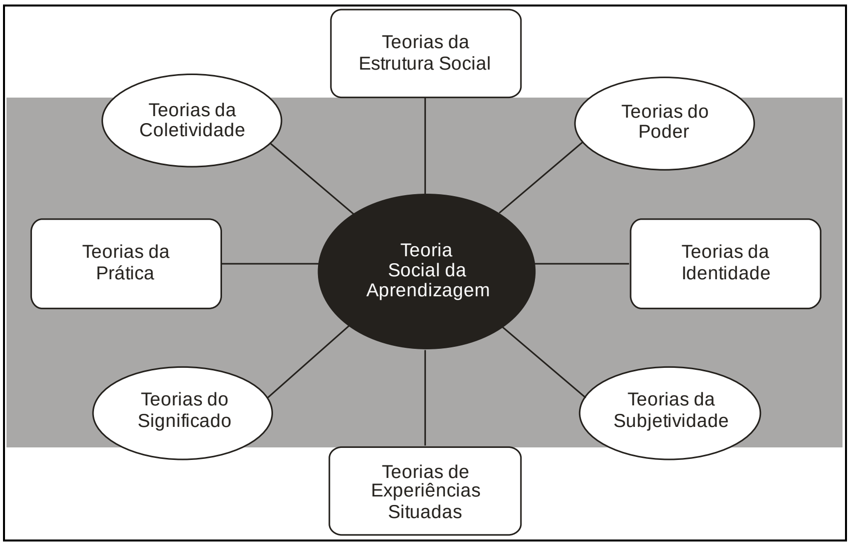
Fonte: WENGER (1998, p. 05, tradução nossa)

Segundo Wenger (1998), nesse processo de aprendizagem, esses elementos são mutuamente constitutivos e estreitamente conectados. Nessa relação com a *aprendizagem*, *significado* denota nossa capacidade, individual ou coletiva, de experimentar a vida e o mundo de modo significativo, ou seja, aprender envolve produzir significados; *prática* se refere aos recursos, estruturas e perspectivas históricas e sociais que sustentam o engajamento mútuo na ação, ou seja, aprender envolve tomar parte na construção dessa prática (ser um agente e não ser somente um espectador); *comunidade* se refere às configurações sociais em que nossos empreendimentos são valorizados e nossa participação nos identifica como membros da comunidade, ou seja, aprender envolve interação social; *identidade* indica o processo de transformação que experimentamos por meio da aprendizagem no contexto de nossas comunidades, ou seja, aprender implica em mudança, transformação.

A participação em Comunidades de Prática possibilita ao indivíduo negociar seus significados como um mecanismo para a aprendizagem e o desenvolvimento e transformação de sua identidade. A negociação de significados é a essência do processo de aprendizagem e constituição de identidades, e integra dois outros processos intrinsecamente relacionados, os processos de participação e de reificação, que serão discutidos mais adiante.

A Teoria Social da Aprendizagem elaborada por Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) recebe influência das ideias presentes em diferentes teorias, mas situa-se em um ponto de tensão entre as extremidades dos eixos horizontal e vertical, como evidencia a Figura 3.

Figura 3 - Intersecção de tradições intelectuais



Fonte: WENGER (1998, p. 14, tradução nossa)

Nos extremos do eixo vertical se encontram as teorias da estrutura social em que são essenciais elementos como instituições, normas e regras, bem como sistemas culturais, discursos e história; e as teorias da experiência situada, cuja prioridade se refere às dinâmicas da existência cotidiana, e as relações interativas das pessoas com o seu ambiente. A aprendizagem, situada entre essas duas perspectivas, acontece no engajamento dos indivíduos em ações de um grupo social, que tem uma cultura e uma história, transformando a estrutura da comunidade em que está.

Nos extremos do eixo horizontal estão representadas as teorias da prática, cujo foco são os sistemas sociais de recursos compartilhados pelos grupos sociais na atividade cotidiana; e as teorias da identidade, que tratam de questões de formação dos indivíduos considerando suas relações sociais. Essa representação evidencia que a aprendizagem é concebida como uma maneira de conduzir as práticas desenvolvidas nesses grupos, bem como de desenvolver/transformar as identidades dos participantes por meio de seu engajamento nessas práticas. Em ambos os eixos, fica explícita a importância da participação para que a aprendizagem ocorra. Para Wenger (1998), a participação é uma ação que

> [...] não se refere aqui somente a eventos locais de engajamento em certas atividades com certas pessoas, mas sim a um processo abrangente de sermos participantes ativos nas *práticas* de comunidades sociais e construirmos *identidades* em relação a essas comunidades. Participar em

> um grupo específico ou de um trabalho em equipe, por exemplo, é tanto uma forma de ação quanto uma forma de pertencimento. Tal participação dá forma não somente ao que fazemos, mas também a quem somos e como interpretamos o que fazemos (WENGER, 1998, p. 4, tradução nossa).[25]

Os eixos diagonais foram inseridos no esquema com a intenção de evidenciar e situar outras teorias subjacentes, e ao mesmo tempo enfatizar a dualidade inseparável entre os extremos de um mesmo eixo no processo de aprendizagem, como por exemplo, a dualidade inseparável do social e do individual no processo de aprendizagem.

Para Wenger (1998), o valor de uma teoria social da aprendizagem vai além do contexto acadêmico. Uma estrutura conceitual para pensar a aprendizagem que tem lugar na própria experiência de viver, é útil também para que as pessoas a reconheçam nos mais variados contextos, e se empenhem em criar condições para que a aprendizagem aconteça (a sua e a dos outros) em seus relacionamentos, comunidades, e organizações.

No que se refere à promoção de aprendizagens em contextos educacionais, a teoria fornece uma compreensão que nos permite pensar em maneiras de "envolver os alunos em práticas significativas, [...] de forma que eles possam se colocar em trajetórias de aprendizagem com as quais se identificam, e se envolver em ações, discussões e reflexões que fazem uma diferença às comunidades que eles valorizam" (WENGER, 1998, p. 11, tradução nossa)[26].

Em termos metodológicos para as pesquisas acadêmicas, especialmente em relação à formação de professores, essa perspectiva de aprendizagem se coloca como um guia que indica aspectos que merecem atenção, que dificuldades esperar, e possibilidades de abordar os problemas. Seus pressupostos também constituem um referencial para sustentar o processo de análise dos dados.

Segundo Wenger (1998), o fato de esses elementos serem mutuamente constitutivos implica que nessa perspectiva de aprendizagem, nenhum desses elementos existe por si só, e uma Comunidade de Prática só existe quando todos esses elementos são mobilizados em conjunto. Desse modo, a referência a qualquer um deles carrega sempre as relações que eles guardam entre si.

---

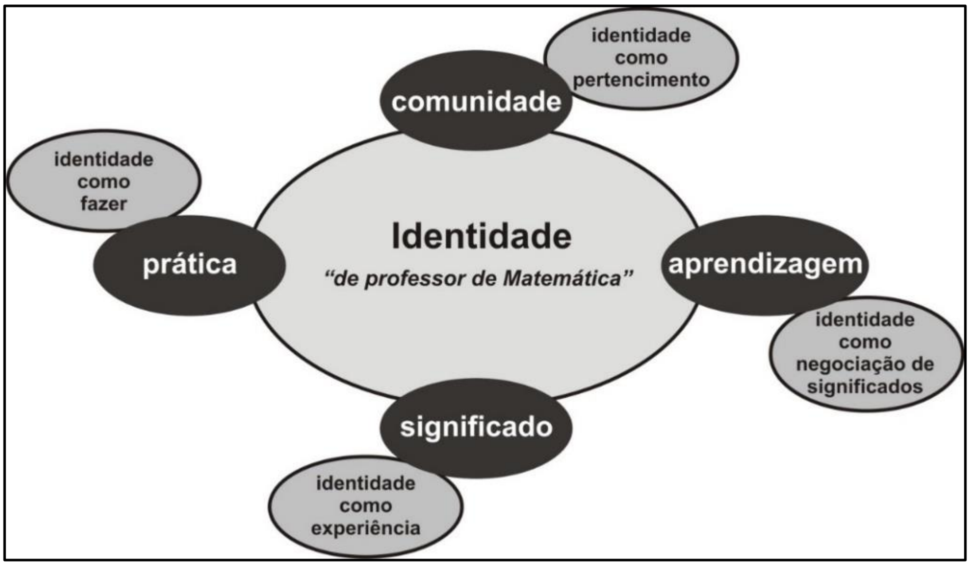
[25] […] here refers not just to local events of engagement in certain activities with certain people, but to a more encompassing process of being active participants in the *practices* of social communities and constructing *identities* in relation to these communities. Participating in a playground clique or in a work team, for instance, is both a kind of action and a form of belonging. Such participation shapes not only what we do, but also who we are and how we interpret what we do. (WENGER, 1998, p. 4).

[26] […] engaging students in meaningful practices, […] so they can put themselves on learning trajectories they can identify with, and of involving them in actions, discussions, and reflections that make a difference to the communities that they value. (WENGER, 1998, p. 11).

Reafirmando o potencial analítico de sua Teoria Social da Aprendizagem, o autor afirma que qualquer um desses componentes – prática, comunidade, significado e identidade (Figura 3) - pode ser colocado no centro da estrutura, sem comprometer o sentido global da teoria, o que permite tomá-la como referência no estudo desses componentes.

No estudo de Beline (2012) a respeito da formação de professores de Matemática em Comunidades de Prática, encontramos uma adaptação da estrutura de Wenger (1998) em que a componente *identidade* é colocada no centro (Figura 4).

Figura 4 - Componentes de uma Teoria Social de Aprendizagem, no desenvolvimento de uma identidade "de professor de Matemática"



Fonte: BELINE (2012, p. 24)

Na perspectiva de Wenger (1998), a construção da identidade, assim como a aprendizagem, também é um processo social e está diretamente relacionada à participação do sujeito nas práticas das comunidades com as quais se envolve, combinando aspectos individuais e coletivos em uma constituição mútua. Nessa relação dual, sujeito e comunidade constituem um ao outro, como imagens espelhadas, de tal modo que

> [...] nossas práticas, nossas linguagens, nossos artefatos e nossas visões de mundo refletem as nossas relações sociais. Até mesmo nossos pensamentos mais íntimos fazem uso de conceitos, imagens e perspectivas que nós compreendemos por meio da nossa participação em comunidades sociais (WENGER, 1998, p. 146).

Na CoP-PAEM a capacidade de resolver problemas matemáticos por meio de diferentes estratégias é uma competência validada e valorizada na comunidade, de modo que os membros que demonstraram ter desenvolvido essa competência, foram valorizados pelos demais e considerados "competentes". Isso também provocou mudanças na forma de participação desses membros, que passaram a ocupar uma posição mais central na comunidade, no sentido de se tornar uma pessoa a quem os demais se sentiam confiantes em recorrer.

Segundo Wenger (1998), prática e identidade estão profundamente interligadas. As Comunidades de Prática se constituem pelo compromisso mútuo de pessoas, que estabelecem relações entre si, e isso envolve a negociação de formas de ser naquele contexto, ou seja a negociação de identidades. Assim, "construir uma identidade consiste em negociar os significados de nossa experiência de afiliação em comunidades sociais" (WENGER, 1998, p. 145, tradução nossa)[27].

A *negociação de significados*, na perspectiva de Wenger (1998), é um conceito utilizado para caracterizar o processo pelo qual nós experimentamos o mundo e nosso engajamento nele. Assim como uma experiência, envolve ação e interpretação, pode envolver linguagem, mas não se limita a ela. A negociação de significados combina a ação em si com as condições, recursos, instrumentos, conhecimentos, disponíveis no contexto de sua realização, em uma configuração própria para os sujeitos envolvidos.

O processo de negociação de significado produz sempre uma nova interpretação, por meio da interação de dois outros processos: a *participação* e a *reificação*.

O processo de participação se refere à experiência de viver em contextos sociais aos quais pertencemos. Envolve a pessoa como um todo em ações como fazer, conversar, pensar, sentir, pertencer, e também se emocionar. Mesmo que a ação seja a realização de um procedimento corriqueiro, em casa, no trabalho, em que recorremos aos mesmos artefatos, discursos, a experiência é sempre nova, e produz uma nova interpretação, de forma que nossos significados estão em negociação permanente.

Como seres sociais, somos participantes nas práticas sociais das comunidades a que pertencemos, numa dinâmica contínua de reelaboração de experiências, e mudanças dos significados que damos para tudo que nos cerca, e de transformação mútua (indivíduo e comunidade). Em uma metáfora, não se pode atravessar o mesmo rio duas vezes, porque as águas, assim como nós, nunca serão as mesmas.

O processo de reificação se refere à manifestação de nossas experiências em uma espécie de "retrato" instantâneo. A imagem impressa no retrato dá visibilidade à

---

[27] Building an identity consists of negotiating the meanings of our experience of membership in social communities. (WENGER, 1998, p.145).

experiência vivida naquele momento, e se torna uma referência para representá-la, mas não poderá revelar a experiência em si.

Apesar de o retrato ser sempre o mesmo, a cada vez que recorremos a ele para falar da experiência em si, sempre haverá algo novo que nos chamará a atenção ou algo que já não nos parece tão importante quanto antes, produzindo novos significados.

O processo de reificação carrega sempre uma ambiguidade: nas Comunidades de Prática, as reificações podem servir como ponto de enfoque, ou de referência para se falar das práticas da comunidade, retratar um processo, documentar uma ocorrência importante, mas por mais elaboradas que sejam não podem revelar todo o processo, toda experiência vivida pelos seus membros em torno daquela produção.

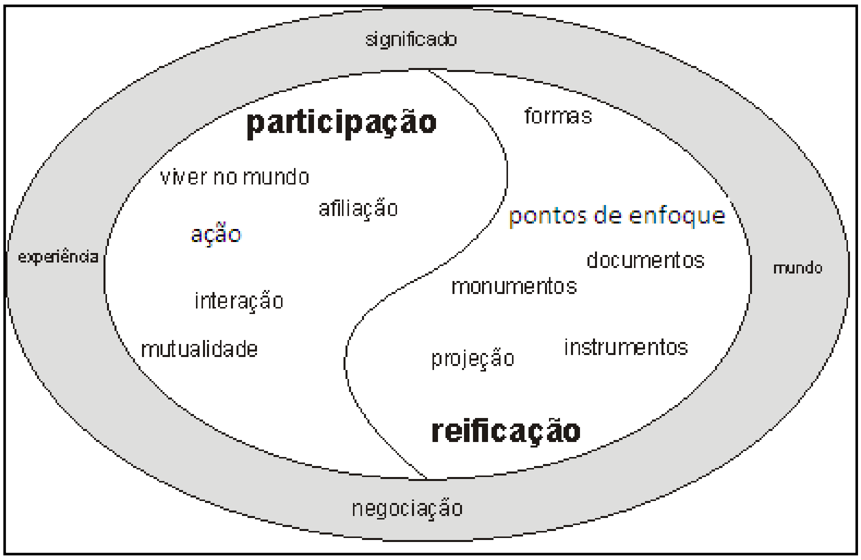
Na CoP-PAEM, no estudo das frações as professoras produziram tarefas que foram experimentadas com seus alunos e os resultados desse trabalho foram intensamente discutidos no grupo. Depois de várias reformulações, o grupo definiu um formato que considerou ser bom para discutir alguns conceitos com seus alunos. A forma final dada à tarefa foi uma reificação da prática da comunidade. Ela se tornou um objeto, que pode ser tomada como um ícone que representa o trabalho do grupo naquele empreendimento, naquele momento histórico, mas não revela a trajetória de sua produção.

Além disso, ao serem novamente discutidas as tarefas estarão sempre sujeitas a novas formulações, negociações de significados, influenciadas por novos olhares, em outro tempo e lugar.

É nesse sentido que a participação e a reificação tomadas junto, como uma dualidade, representam o processo de negociação de significados. A participação revela o aspecto dinâmico do processo, enquanto que a reificação possibilita estabelecer pontos de referência da trajetória de negociação dos significados. É uma articulação do “contínuo” e do “discreto”, na construção de significados.

A Figura 5 representa a dualidade dos processos de participação e de reificação que formam uma unidade e que tem um papel fundamental na experiência de negociar significados na prática.

Figura 5 - A dualidade da participação e reificação



Fonte: WENGER (1998, p. 63, tradução nossa)

A formação de uma Comunidade de Prática também é uma negociação de identidades. Segundo Wenger (1998), a constituição da identidade está profundamente ligada à nossa participação em Comunidades de Prática. A formação da comunidade e o desenvolvimento da prática exigem o envolvimento dos membros entre si, de forma que possam reconhecer-se mutuamente como participantes, e isso envolve a negociação do que significa ser um participante naquela comunidade.

Wenger (1998) caracteriza a constituição de identidades em relação aos demais componentes de sua teoria do seguinte modo:

- Identidade como negociação da experiência de ser.
- Identidade como afiliação à comunidade.
- A identidade como trajetória de aprendizagem.
- A identidade como multiafiliação.
- Identidade como uma relação entre o local e o global.

Na perspectiva de Wenger (1998), ao nos tornarmos membros de uma comunidade e ao contribuir na construção de sua prática, constituímos também a nossa identidade. Identidade de uma pessoa se constrói na própria *experiência de ser* essa pessoa, por meio da participação na Comunidade de Prática, e também pelas reificações produzidas em relação a essa pessoa. Essas reificações ou rótulos podem ser da própria pessoa, e também de outros, ou o que dizemos de nós mesmos e o que os outros dizem de nós.

Uma fotografia pode ser uma reificação de uma pessoa e evidenciar suas características e atributos, mas a fotografia não é suficiente para definir quem é aquela pessoa. É preciso associar a essa fotografia as experiências vividas por ela naquele contexto.

> Uma identidade, então, é uma sobreposição dos eventos de participação e de reificação pelos quais nossa experiência e sua interpretação social conformam-se mutuamente. À medida que encontramos nossos efeitos no mundo e desenvolvemos as nossas relações com os outros, essas camadas constroem-se umas sobre as outras para produzir a nossa identidade como um complexo entrelaçamento de experiências participativas e projeções de reificações. Trazendo as duas juntas por meio da negociação de significado, construímos quem somos. Da mesma forma que o significado existe nessa negociação, a identidade existe - não como um objeto em e de si - mas no trabalho constante de negociar o *self*. É nessa interação em cascata de participação e reificação que a nossa experiência de vida torna-se uma experiência de identidade e, de fato, de existência e consciência humana. (WENGER, 1998, p. 151, tradução nossa)[28].

A identidade também se constitui nos *modos de afiliação à uma comunidade*. Quando estamos em uma Comunidade de Prática da qual somos membros plenos, nos sentimos e somos reconhecidos como pessoas competentes. Compreendemos o valor dos empreendimentos e nos responsabilizamos por eles, e compartilhamos os recursos utilizados na comunicação e realização das ações. Nesse sentido, nos identificamos com a prática da comunidade, e nossa afiliação caracteriza nossa identidade.

> [...] a afiliação em uma comunidade de prática se traduz em uma identidade como uma forma de competência. [...] Nós experimentamos e manifestamos a nós mesmos por meio do que reconhecemos e do que não reconhecemos, do que compreendemos de imediato e do que não podemos interpretar [...]. Sabemos quem somos pelo que nos é familiar, compreensível, utilizável, negociável; sabemos quem não somos pelo que nos é estranho, opaco, incômodo, improdutivo. (WENGER, 1998, p.152, tradução nossa)[29].

---

[28] An identity, then, is a layering of events of participation and reification by which our experience and its social interpretation inform each other. As we encounter our effects on the world and develop our relations with others, these layers build upon each other to produce our identity as a very complex interweaving of participative experience and reificative projections. Bringing the two together through the negotiation of meaning, we construct who we are. In the same way that meaning exists in its negotiation, identity exists – not as object in and of itself – but in constant work of negotiating the self. It is in this cascading interplay of participation and reification that our experience of life becomes one of identity, and indeed of human existence and consciousness. (WENGER, 1998, p. 151)

[29] […] membership in a community of practice translates into an identity as a form of competence. […] We experience and manifest ourselves by what we recognize and what we don't, what we grasp immediately and what we can't interpret […]. We know who we are by what is familiar, understandable, usable, negotiable; we know who we are not by what is foreign, opaque, unwieldy, unproductive. (WENGER, 1998, p. 152)

Segundo Caldeira (2010), “[...] agimos de maneiras distintas nas práticas das diferentes comunidades às quais pertencemos, porém [...] quando participamos em uma determinada comunidade, não ignoramos nossa identidade negociada em outra” (p. 29).

> Nossas diferentes formas de participação representam peças de um quebra-cabeça que colocamos juntas, em vez de nítidas fronteiras entre partes desconectadas de nós mesmos. Uma identidade é, portanto, mais do que apenas uma trajetória única; em vez disso, ela deve ser encarada como um nexo de multiafiliação. Tal como um nexo, a identidade não é uma unidade, mas também não é algo simplesmente fragmentado. [...] Em um nexo, múltiplas trajetórias tornam-se parte umas das outras, independentemente se elas se chocam ou se reforçam mutuamente. Elas são, ao mesmo tempo, únicas e múltiplas. (WENGER, 1998, p. 159, tradução nossa)[30].

No processo de negociar significados, por meio da participação e da reificação, produzimos *trajetórias de aprendizagem* dentro das Comunidades de Prática e entre elas. Essas trajetórias são identificadas por Wenger (1998) como trajetória periférica, trajetória de entrada, trajetória dos membros, trajetória de saída e trajetória paradigmática, e constituem também a nossa identidade.

Assim como a aprendizagem em Comunidades de Prática, a identidade está sempre acontecendo. Identidade não é um núcleo primordial da personalidade que já existe, nem é algo que adquirimos em alguma etapa. Nossa identidade é algo que renegociamos constantemente ao longo de nossa vida.

Todos nós pertencemos a muitas Comunidades de Prática: algumas do passado, algumas atuais; em algumas como participantes plenos, em outras de forma mais periférica. Algumas podem ser fundamentais para as nossas identidades, enquanto outras são mais acidentais. Seja qual for a sua natureza, todas estas diversas formas de participação contribuem de alguma forma para a produção de nossas identidades.

Nossa *afiliação* a uma Comunidade de Prática é apenas uma parte da nossa identidade. Ao longo da vida nos engajamos em práticas diferentes em cada uma das Comunidades de Prática a que pertencemos. Também nos comportamos de modo diferente em cada uma delas, construimos diferentes aspectos de nós mesmos, e obtemos diferentes perspectivas.

---

[30] Our various forms of participation delineate pieces of a puzzle we put together rather than sharp boundaries between disconnected parts of ourselves. An identity is thus more than just a single trajectory; instead, it should be viewed as a nexus of multimembership. As such a nexus, identity is not a unity but neither is it simply fragmented. […] In a nexus, multiple trajectories become part of each other, whether they clash or reinforce each other. They are, at the same time, one and multiple. (WENGER, 1998, p. 159).

Assim, uma identidade é mais do que apenas uma trajetória única; ela deve ser encarada como uma estrutura que suporta múltiplas afiliações. Dessa forma a identidade não é uma unidade, mas também não é simplesmente um emaranhado de diferentes formas de participação.

Um aspecto importante do trabalho de qualquer Comunidade de Prática é criar um quadro do contexto mais amplo no qual sua prática está situada. Da mesma forma que uma prática não é apenas local, mas conectada a constelações mais amplas, uma identidade – até mesmo seus aspectos, que são formadas em uma Comunidade de Prática específica - não é apenas local para aquela comunidade.

Em nossas Comunidades de Prática, nos juntamos não só para nos ocupar de algum empreendimento, mas também para entender como o nosso compromisso se encaixa no esquema mais amplo das coisas. Identidade na prática é, portanto, sempre uma *interação entre o local e o global.*

Em síntese, nossas identidades formam uma ampla rede, tecida dentro do conjunto rico e complexo de relação sociais, e pode ser caracterizada como:

> 1) *Vivida*. A identidade não é apenas uma categoria, um traço de personalidade, um papel ou um rótulo, é mais fundamentalmente uma experiência que envolve tanto a participação como a reificação. Por isso, é mais diversificada e mais complexa do que as categorias, características, funções ou rótulos poderiam sugerir.
> 2) *Negociada*. A identidade é um devir (uma formação), o trabalho de identificação é contínuo e penetrante. Não se limita a determinados períodos da vida, como a adolescência ou a configurações específicas, como a família.
> 3) *Social*. Afiliação à comunidade dá para a formação da identidade um caráter fundamentalmente social. Nossa afiliação manifesta-se na familiaridade que experimentamos em determinados contextos sociais.
> 4) *Um processo de aprendizagem.* Uma identidade é uma trajetória no tempo que incorpora tanto o passado e o futuro no significado do presente.
> 5) *Uma ligação*. Uma identidade combina múltiplas formas de participação por meio de um processo de reconciliação através das fronteiras da prática.
> 6) *Uma interação local-globa*l. Uma identidade não é nem estritamente local para atividades nem abstratamente global. Como prática, é uma interação de ambos. (WENGER, 1998, p. 163, tradução nossa)[31].

---

[31] 1) *Lived.* Identity is not merely a category, a personality trait, a role, or a label; it is more fundamentally an experience that involves both participation and reification. Hence, it is more diverse and more complex than categories, traits, roles, or labels would suggest.
2) *Negotiated.* Identity is a becoming; the work of identity is ongoing and pervasive. It is not confined to specific periods of life, like adolescence, or to specific settings, like a family.
3) *Social.* Community membership gives the formation of identity a fundamentally social character. Our membership manifests itself in the familiarity we experience with certain social contexts.
4) *A learn process.* An identity is a trajectory in time that incorporates both past and future into the meaning of the present.
5) *A nexus.* An identity combine multiple forms of membership through a process of reconciliation across boundaries of practice.

Ao longo da vida as pessoas se ligam a uma constelação de Comunidades de Prática. As aprendizagens e os significados que produzem, decorrentes do pertencimento a essas comunidades, compõem suas “identidades”, que se entrelaçam de maneira única. Da mesma forma, essa relação de pertencimento influencia a constituição das comunidades. Diferentes identidades, construídas socialmente em relação a diferentes comunidades, coexistem na (re) constituição permanente de cada pessoa, e das comunidades.

Considerando que o indivíduo profissional não se separa da pessoa do indivíduo, entendemos que a identidade profissional não se separa da identidade pessoal, mas se integram mutuamente. Nesse sentido, consideramos que a identidade profissional do professor é uma de suas identidades, e seu desenvolvimento está diretamente relacionado às Comunidades de Prática que o professor participa.

6) *A local-global interplay*. An identity is neither narrowly local to activities nor abstractly global. Like a practice, it is an interplay of both. (WENGER, 1998, p. 163)

3 IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR

Este capítulo apresenta parte dos referenciais teóricos assumidos para o desenvolvimento de nossa pesquisa. A seção 2.1 traz algumas considerações a respeito do conceito de identidade profissional de professor e da formação de professores numa perspectiva de desenvolvimento profissional. Na seção 2.2 são apresentados os aspectos que se articulam no desenvolvimento da identidade profissional do professor de Matemática, que consideramos relevantes na composição do quadro teórico que utilizamos para sustentar nossas análises.

3.1 IDENTIDADE PROFISSIONAL E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Conforme mencionado anteriormente, em discussões e produções científicas a respeito da formação de professores que ensinam Matemática, cada vez mais se afirma que os programas de formação do professor de Matemática precisam ser organizados com vistas à constituição da identidade profissional, numa perspectiva de desenvolvimento profissional , ou seja, como

> [...] um processo que se dá ao longo de toda a experiência profissional com o ensino e a aprendizagem da Matemática, que não possui uma duração preestabelecida e nem acontece de forma linear. Esse processo - influenciado por fatores pessoais, motivacionais, sociais, cognitivos e afetivos – envolve a formação inicial e a continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor.” (FERREIRA, 2006, p. 149-150).

Cyrino (2013) compreende o desenvolvimento profissional como “uma experiência (LARROSA, 2009) que promove no professor mudanças quanto as suas crenças, conhecimentos e práticas relativas à sua profissão” (p. 5189). Para a autora, esse é um processo complexo, em que interagem diversos aspectos, tais como:

> [...] o conhecimento matemático; o conhecimento sobre o ensino de matemática; a identidade profissional do professor; conhecimentos, expectativas, concepções e interesses dos formandos; características dos formadores e de outros participantes do programa; propósitos, formas de avaliação, currículo, aproximações pedagógicas e organização do programa; características socioculturais da sociedade, organização do sistema educacional, pesquisas, dentre outros (CYRINO, 2013, p. 5188).

Nesse sentido, consideramos que o desenvolvimento profissional do professor, como um processo de aprendizagem contínua, é também um processo de apropriação de uma cultura profissional e desenvolvimento da identidade profissional do professor. Assim, o desenvolvimento profissional e a identidade profissional do professor de Matemática se integram mutuamente, de modo que diferentes aspectos envolvidos no processo de desenvolvimento da identidade profissional se articulam também com o desenvolvimento profissional.

Tradicionalmente, o conceito de identidade profissional do professor tem sido relacionado, principalmente, com a auto-imagem e com o que o que os próprios professores consideram importante em termos de sua própria experiência pessoal e experiência prática profissional. Estudos mais recentes apresentam uma visão mais abrangente, e indicam que a identidade profissional do professor se constitui na confluência de aspectos pessoais, profissionais, intelectuais, morais, políticos (BEIJAARD et al, 2004; OLIVEIRA, 2004; DAY, 2005; KELCHTERMANS, 2005, 2009; PONTE, CHAPMAN, 2008; MARCELO, 2009; OLIVEIRA, CYRINO, 2011; CYRINO, 2003, 2006, 2013).

Desenvolver uma identidade profissional de professor é um processo de perceber-se como professor e ser reconhecido como tal nos diferentes contextos em que atua (GEE, 2001, BEIJAARD et al, 2004). É um processo de interpretação e re-interpretação das experiências sociais e biográficas que o professor vivencia na interação social, histórica e cultural. Como tal, é um processo dinâmico, contínuo, inacabado, temporal, que não envolve somente a pessoa (como indivíduo) do professor, mas também as pessoas e contextos com os quais se relaciona, e pode ser visto como um processo de aprendizagem de ser professor (DAY, 1999).

Identidade profissional não é alguma coisa que os professores têm, mas um referencial (uma espécie de quadro interpretativo) que eles constroem ao longo da vida e que utilizam para dar sentido a si mesmos como professores, e que integra seu passado, presente e futuro. É com base nesse referencial que o professor elabora suas respostas para as perguntas: “quem sou eu, como professor, neste momento?” e “quem eu quero ser, como professor?”.

A identidade profissional do professor é continuamente construída e transformada, e está intimamente ligada aos valores, experiências e histórias de vida do professor e das pessoas e contextos com os quais se relaciona; sendo assim, não é algo fixo, estabelecido e pronto, mas sim um fenômeno relacional, e pode assumir características diferentes em distintos momentos da vida.

> [...] uma construção do eu profissional, que evolui ao longo das suas carreiras. Que pode ser influenciado pela escola, pelas reformas e contextos políticos, e que integra o compromisso pessoal, a disponibilidade para aprender a ensinar, as crenças, os valores, o conhecimento sobre as

> matérias que ensinam e como as ensinam, as experiências passadas, assim como a própria vulnerabilidade profissional. (MARCELO, 2009, p. 7).

Para Ponte e Chapman (2008), o processo de desenvolvimento profissional e a identidade profissional do professor de Matemática envolvem: conhecimentos, competências, atitudes e valores que os professores e futuros professores precisam desenvolver; os contextos em que estão inseridos (universidade, escola, e outros locais); e os papéis, interesses e características pessoais dos professores e dos demais envolvidos no processo (formadores, pesquisadores, professores da universidade e os professores e alunos das escolas de educação básica).

O desenvolvimento da identidade profissional também envolve as imagens que o indivíduo tem de si mesmo, e a forma como é visto pelos outros, visto que esses aspectos determinam fortemente o modo como os professores ensinam, o modo como se desenvolvem profissionalmente e suas atitudes em relação a mudanças no contexto educacional.

A profissão de professor tem um caráter interpessoal e relacional que implica numa relação de responsabilidade do professor para com o aluno, de modo que o desenvolvimento da identidade profissional do professor é fundamentalmente caracterizado pelo compromisso pessoal e vulnerabilidade, que eventualmente tem consequências para o tipo de atitudes reflexivas e habilidades profissionais que os professores precisam desenvolver. (OLIVEIRA, 2004; DAY, 2005; KELCHTERMANS, 2009; OLIVEIRA, CYRINO, 2011; CYRINO; 2013).

No trabalho docente os professores estão sempre buscando respostas para questões do tipo “como devo lidar com esta situação?”e “por que devo fazer dessa maneira?”. Cada escolha exige um processo de julgamento e deliberação, uma leitura interpretativa da situação antes de decidir que abordagem pode ser mais apropriada.

As ações e decisões do professor diante de cada situação de ensino são influenciadas por diversos fatores, e são orientadas por um

> [...] um conjunto de cognições, de representações mentais que funciona como uma lente através da qual os professores olham para seu trabalho, dão sentido a ele e atuam nele. Esse quadro, portanto, orienta suas interpretações e ações em situações específicas (contextos), mas é ao mesmo tempo também, modificado por, e resultante dessas interações significativas (que fazem sentido) com esse contexto. Como tal, é tanto uma *condição para* [a interação], *como um resultado da* interação, e representa o – sempre preliminar – 'sedimento mental' da aprendizagem e

> desenvolvimento do professor ao longo do tempo. (KELCHTERMANS, 2009, pp. 260-261, tradução nossa)[32].

Esse autor se refere a esse conjunto como um "quadro interpretativo pessoal" *(personal interpretative framework*), em que se articulam dois domínios de conhecimento: *autoconhecimento profissional* e *teoria educacional subjetiva.* O autoconhecimento profissional reflete principalmente a visão que o professor tem de si, como profissional, e a forma como ele vê a profissão. A teoria educacional subjetiva se refere ao conjunto de crenças, concepções e conhecimentos que o professor mobiliza no enfrentamento das situações profissionais, dentro e fora da sala de aula.

Esse quadro pessoal resulta de interações reflexivas e significativas entre o indivíduo professor e as condições sociais, culturais e estruturais que constituem seu contexto de trabalho. Como tal, o quadro é o resultado dinâmico de um processo contínuo de aprendizagem profissional, que reflete a identidade profissional do professor.

Na seção a seguir, apresentamos e discutimos aspectos que se articulam no desenvolvimento da identidade profissional do professor de Matemática, que consideramos relevantes na composição do quadro teórico que utilizamos para sustentar nossas análises.

3.2 ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Os aspectos envolvidos no desenvolvimento da identidade profissional do professor aparecem na literatura com diferentes rótulos, de acordo com as opções teóricas e metodológicas dos autores.

Nesse estudo, alguns aspectos se mostraram particularmente relevantes para todos os participantes da CoP-PAEM, quais sejam: o *conhecimento profissional docente* (MARCELO,2009), o *autoconhecimento profissional* (KELCHTERMANS, 2009), o *sentido de agência* (OLIVEIRA, CYRINO, 2011), e a *vulnerabilidade da profissão* (MARCELO, 2009; OLIVEIRA, CYRINO, 2011). Discutiremos a seguir cada um desses

[32] […] a set of cognitions, of mental representations that operates as a lens through which teachers look at their job, give meaning to it and act in it. This framework thus guides their interpretations and actions in particular situations (context), but is at the same time also modified by and resulting from these meaningful interactions (sense making) with that context. As such it is both a *condition for and a result of* the interaction, and represents the – always preliminary – 'mental sediment' of teachers' learning and developing over time. (KELCHTERMANS, 2009, p. 260-261).

aspectos isoladamente, no entanto, na prática, a mobilização desses aspectos pode ocorrer de maneira integrada.

3.2.1 Conhecimento profissional docente

Nas últimas décadas, o conhecimento profissional do professor tem sido amplamente discutido, sob diferentes abordagens, no que se refere à natureza e ao conteúdo desse conhecimento (SHULMAN, 1986; ELBAZ, 1983; PONTE, 1998; PONTE, OLIVEIRA, 2002; CYRINO, 2003; CANAVARRO, 2004; OLIVEIRA, 2004; PONTE, CHAPMAN, 2008; GUIMARÃES 2008; MARCELO 2009).

Esses estudos apontam que no exercício da docência os professores mobilizam um conjunto de conhecimentos especializados, amplamente discutido quanto ao conteúdo e à sua natureza.

Para Elbaz (1983), o conhecimento necessário para o ensino é de natureza prática, ou seja, o conhecimento profissional do professor se dá a partir de sua prática profissional, em um processo de reflexão dessa prática. A autora aponta cinco dimensões do conhecimento prático do professor: conhecimento do conteúdo, do currículo, do processo de ensino, conhecimento de si e conhecimento do contexto.

Segundo Oliveira (2004), a constituição do conhecimento profissional do professor está intrinsecamente ligada ao ato de ensinar, e "é, assim, encarado como pessoal, no sentido de que é idiossincrático e situado, dependendo dos contextos em que é adquirido e utilizado" (OLIVEIRA, 2004, p. 16). Esse modelo integra quatro domínios de conhecimento relativos à prática letiva do professor: conhecimento da Matemática, dos alunos e dos processos de aprendizagem, do currículo e dos processos de ensino. Esses quatro domínios são complementados por outras duas vertentes: o conhecimento de si e o conhecimento do contexto, que se articulam às crenças e concepções que os professores elaboram ao longo da carreira, e aos aspectos do contexto e do autoconhecimento profissional.

Kelchtermans (2009) chama a atenção para o fato de que o conhecimento profissional do professor, embora seja pessoal, se torna público no ato de ensinar, e pode ser compartilhado, validado e transformado por outros professores. O autor destaca que um conhecimento ou crença somente se incorpora ao conhecimento profissional do professor, por meio da experiência, ou seja, é preciso que seu conteúdo seja significativo para esse professor. Isso é particularmente relevante para o desenvolvimento profissional do professor, no sentido do fortalecimento do conhecimento profissional do professor.

Para Cyrino (2003), o conhecimento profissional dos professores é constituído por meio da integração entre o conhecimento do conteúdo, dos conceitos e da estrutura da disciplina; o conhecimento curricular e pedagógico geral; o conhecimento do aluno e da gestão de sua aprendizagem individual e em grupo; o conhecimento de si mesmo como professor e o conhecimento do conteúdo pedagógico.

Embora existam diversas compreensões acerca os elementos que constituem esse conhecimento, e de como eles se articulam no processo de ensinar, em geral os autores concordam que o conhecimento profissional dos professores inclui o conhecimento do conteúdo que se ensina, do currículo, do processo de ensino, do contexto e de si mesmo como professor.

3.2.2 Autoconhecimento profissional

Na perspectiva de Kelchtermans (2009), o autoconhecimento profissional se refere à concepção que o professor tem de si, como profissional, e é de natureza narrativa, ou seja, que se revela no ato de "falar" (ou no ato de explicitar a auto-reflexão, e como tal "falar de si mesmo"). O autor identifica cinco elementos interligados, que compõem o autoconhecimento profissional dos professores: auto-imagem, auto-estima, motivação para o trabalho, percepção dos deveres e perspectivas de futuro.

A *auto-imagem* é o componente descritivo, a maneira como os professores descrevem a si mesmos como profissionais. Esta imagem é baseada na forma como o professor se vê, e também no que os outros (alunos, pais, colegas, diretores) expressam a respeito dele. A auto-imagem, portanto, é fortemente influenciada pela maneira como se é vistos pelos outros.

A *auto-estima* é o componente avaliativo do autoconhecimento profissional do professor e se refere à avaliação que o professor faz de seu próprio desempenho. Auto-estima elevada é fundamental para que ele se sinta bem, satisfeito e realizado em relação ao seu trabalho, e isso só ocorre quando o professor faz uma avaliação positiva de si mesmo.

Auto-imagem e auto-estima são conceitos diretamente relacionados, uma vez que ambos são fortemente influenciados pelo *feedback* dos outros com os quais o professor convive e se relaciona na profissão. Para muitos professores, o *feedback* dos alunos é o que mais importa, uma vez que eles são a principal "razão de ser" de seu trabalho.

A *motivação para o exercício da profissão* é o componente conativo do autoconhecimento, e se refere às razões pelas quais uma pessoa escolhe tornar-se professor, se manter na profissão ou buscar outra carreira. Esses motivos podem variar ao longo da vida profissional. Um professor iniciante pode se sentir motivado por sua afinidade e interesse pela Matemática; na medida em que se torna mais experiente, podem surgir outras motivações, como a percepção de que suas atitudes pessoais e profissionais também influenciam os significados que seus alunos produzem a respeito de questões que vão além da disciplina que ensina. O fato de se sentir importante para os alunos em um sentido educativo mais amplo pode ser um fator muito motivador para o professor e influenciar sua satisfação no trabalho e elevar sua auto-estima.

A *percepção dos deveres* se refere ao componente normativo do autoconhecimento, de modo que está entrelaçado com o componente avaliativo (auto-estima). Engloba a visão que o professor tem de suas atribuições, suas tarefas e deveres a fim de "fazer um bom trabalho". Reflete as respostas pessoais do professor às questões: "o que devo fazer para ser um bom professor?"; "quais são as tarefas essenciais que preciso executar para perceber que estou tendo um bom desempenho?"; "o que considero como dever e o que me recuso a aceitar como parte da minha função?"

As respostas a essas questões e as escolhas que o professor faz são sempre influenciadas por seus valores, questões e deveres morais, e por sua concepção de uma educação de qualidade; o que evidencia que ser professor não é um empreendimento neutro.

As *perspectivas de futuro* constituem o elemento temporal do autoconhecimento, que revelam as expectativas do professor a respeito de seu futuro no trabalho ("como eu vejo a mim mesmo como professor nos próximos anos e como eu me sinto sobre isso?"). Este componente explicitamente também se refere ao caráter dinâmico do autoconhecimento. Não é uma identidade estática, fixa, mas sim o resultado de um processo interativo de construção de sentido. Assim, também indica como a temporalidade permeia o autoconhecimento: ações no presente são influenciadas por experiências significativas no passado e pelas expectativas sobre o futuro.

A pessoa do professor é sempre alguém em algum momento especial em sua vida, com um determinado passado e futuro. Essa "historicidade" caracteriza profundamente cada ser humano e deve, portanto, ser incluído na nossa concepção de autoconhecimento profissional do professor.

3.2.3 Sentido de agência e vulnerabilidade da profissão docente

O trabalho docente não está relacionado somente com valores e normas educacionais e com conhecimentos e crenças individuais dos professores. Existem relações políticas, nem sempre explícitas, que permeiam não só a relação do professor com o aluno, mas também o contexto escolar como uma organização e as políticas públicas educacionais, com os quais os professores precisam lidar.

Via de regra, os professores não estão no controle total das suas condições de trabalho e detêm um controle limitado em relação ao ensino, ao contexto, ao currículo, trabalho, estando sujeitos às decisões e normas estabelecidas por outros.

> As condições de trabalho dos professores são em grande medida impostas a eles: eles trabalham dentro de estruturas e regulamentos legais específicos, em uma escola específica, com infra-estrutura, população de estudantes, composição de equipe específicas. Pode-se dizer que se trata de uma vulnerabilidade formal ou política, que levanta a questão do poder para influenciar e definir suas condições de trabalho. (KELCHTERMANS, 2009, p. 265-266, tradução nossa)[33].

O ensino também exige tomar inúmeras decisões a respeito de quando e de como agir a fim de apoiar o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos, o que muitas vezes causa insegurança ao professor. Mesmo que essas decisões sejam respaldadas por um sólido conhecimento e por argumentos coerentes e fundamentados, são sempre passíveis de serem questionadas, de tal modo que em certa medida, o professor está sempre se arriscando quando faz suas escolhas ou toma decisões quanto ao ensino e à aprendizagem dos alunos (KELCHTERMANS, 2009).

Esses aspectos caracterizam a condição de vulnerabilidade a que os professores estão sujeitos no exercício da profissão. A vulnerabilidade é uma experiência emocional, e como tal está interligada às crenças, contextos, poder e cultura.

> Vulnerabilidade é uma experiência emocional multidimensional e multifacetada que os indivíduos podem sentir em uma variedade de contextos. É um estado fluido de ser, que pode ser influenciado pela forma como as pessoas percebem sua situação presente, na medida em que interagem com a sua identidade, crenças, valores e senso de competência. É um estado de ser flutuante, com incidentes críticos atuando como

[33] Teachers' working conditions are to a large extent imposed on them: they work within particular legal frameworks and regulations, in a particular school, with a particular infrastructure, population of students, composition of the staff. One could say that this is a formal or political vulnerability, which raises the agenda of power to influence and define one's working conditions. (KELCHTERMANS, 2009, p. 265-266).

> gatilhos para intensificar ou de outras formas, alterar o estado atual de vulnerabilidade de uma pessoa (LASKY, 2005, p. 901, tradução nossa).[34]

Em geral, a vulnerabilidade vivenciada no trabalho provoca sentimentos negativos, e muitos professores tendem a experimentar frustração, impotência, desânimo, e também ansiedade. Esses sentimentos afetam a imagem que o professor tem de si como profissional, e consequentemente em sua identidade profissional.

A vulnerabilidade também pode se manifestar como uma experiência de abertura e confiança, o que é positivo quando se trata de construir relacionamentos, de aprender ou de se engajar em um empreendimento com o qual nos identificamos. Em situações dessa natureza, a disposição para se expor, experimentar algo novo, colocar em causa uma certeza, crença ou verdade própria, pode ser muito produtiva.

Os sentimentos positivos ou negativos que os professores experimentam diante de situações marcadas pela vulnerabilidade são mediados pelo seu *sentido de agência*. Esse conceito se refere à forma como uma pessoa reage diante de uma situação, bem como aos recursos (conhecimentos, sentimentos, instrumentos) a que recorre, e à forma como esses recursos são mobilizados.

O sentido de agência não é somente uma questão pessoal, visto que está sujeito às características e circunstâncias do contexto em que a pessoa se insere. Do mesmo modo, também não é neutro, visto que o modo como a pessoa se posiciona também influencia o contexto.

Por exemplo, quando a pessoa se sente "forçada" a agir de maneiras incompatíveis com suas crenças e valores fundamentais, elas tendem a se fechar, se omitir, colocar-se em uma posição defensiva, para evitar correr riscos. No entanto, se nessas situações as pessoas acreditarem que isso pode beneficiar outras pessoas, ou favorecer a realização de algo que consideram importante; ou ainda, se nesse contexto houver uma relação de confiança, elas tendem a se sentir seguras para se dispor a enfrentar esses obstáculos e até mesmo correr o risco de “perder” sua imagem (status, prestígio) (LASKY, 2005).

A capacidade de o professor posicionar-se individualmente relativamente aos requisitos de sua profissão, as normas sociais de prática e os contextos em que tal prática

---

[34] Vulnerability is a multidimensional, multifaceted emotional experience that individuals can feel in an array of contexts. It is a fluid state of being that can be influenced by the way people perceive their present situation as it interacts with their identity, beliefs, values, and sense of competence. It is a fluctuating state of being, with critical incidents acting as triggers to intensify or in other ways change a person’s existing state of vulnerability (LASKY, 2005, p. 901).

ocorre, tendo em conta as suas perspectivas, conhecimentos e potencialidades, está diretamente ligada à vulnerabilidade do contexto, bem como ao sentido de agência do professor (OLIVEIRA, CYRINO, 2011). A forma como os professores equilibram esses dois aspectos se refletem em sua disposição para examinar e compreender questões relativas ao seu trabalho, em um contexto específico da escola ou instituição, em um ambiente social, político e cultural, em um momento específico.

Para Oliveira e Cyrino (2011), a vulnerabilidade também pode ser um elemento a ser explorado nos contextos de formação docente.

> Não a vulnerabilidade que enfraquece, susceptibiliza e é paralisante (não procurando tornar "frágil" o formando), mas a que nos permite suspender por alguns instantes, mais ou menos longos, e mais ou menos frequentes, as nossas certezas e convicções. Aquela que nos faz questionar a nós próprios. Também a vulnerabilidade no sentido de nos expormos aos outros e, como tal, podermos tornar-nos "alvo de crítica, de contestação" (OLIVEIRA, CYRINO, 2011, p. 112).

Para as autoras, suscitar a vulnerabilidade nos processos de formação de professores pode ser uma forma de promover sua capacidade de refletir e pensar a respeito do que representa ser professor.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE

A CoP-PAEM é uma comunidade de prática que integra professores, futuros professores e formadores de professores de matemática que buscam aprimorar a qualidade de seu trabalho, por meio do desenvolvimento profissional. Esse grupo assumiu a responsabilidade de se empenhar na realização de empreendimentos coletivos e produzir e compartilhar conhecimentos profissionais que colaborem para esse processo. No desenvolvimento desses empreendimentos cada um se empenhou, individual e coletivamente, em ações e interações que caracterizaram a prática da comunidade.

Ao participar desse processo todos os membros da comunidade construíram trajetórias de aprendizagem próprias, mas que interligadas constituem a trajetória da comunidade. Nessas experiências de aprendizagem cada um também passou por transformações individuais e coletivas que se refletiram em suas identidades, especialmente em sua identidade profissional.

Desse modo, para responder à pergunta "*Que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática promovem o desenvolvimento da identidade profissional de professor?*", na primeira parte desse capítulo, descrevemos a trajetória e identificamos os empreendimentos e ações negociadas pelos membros da CoP-PAEM, para compor o contexto da prática da comunidade, e situar o processo de aprendizagem e transformação de identidades.

Ao analisar o desenvolvimento das ações da comunidade articuladas com o referencial teórico por meio de um processo indutivo, escolhemos as ações desenvolvidas no empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional* e o envolvimento dos membros da comunidade na busca desse empreendimento, como representativos da prática da comunidade. A escolha desse empreendimento também se deve ao fato de que, assim como os outros, esse empreendimento foi negociado e compartilhado pelos membros da CoP-PAEM que se empenharam na inclusão de novos elementos ao repertório partilhado por eles.

Na segunda parte desse capítulo evidenciamos *negociações de significados* que caracterizaram trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade, explicitando e analisando os modos de *participação* (ações e interações) e as *reificações* (conteúdos, projeções, interpretações) que eles experimentaram /manifestaram em episódios ocorridos nos encontros da comunidade, durante o desenvolvimento de cada uma das ações desse empreendimento.

4.1 TRAJETÓRIA DA COP-PAEM

Os primeiros passos para a constituição da CoP-PAEM foram dados no final de 2010, a partir do contato com a direção do Colégio Estadual de Paranavaí e o convite aos professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental para que participassem do projeto. Essas ações iniciais envolveram principalmente questões institucionais e de ordem técnica, pois os elementos essenciais para a constituição efetiva de uma Comunidade de Prática – domínio, comunidade e prática - envolvem questões mais profundas, que não podem ser estabelecidas *a priori.*

Ao longo de sua trajetória a comunidade foi se modificando com a inclusão de novos membros – professores de Matemática de outros estabelecimentos, alunos da graduação e professores recém-formados – e também com a saída temporária ou definitiva de alguns.

Nos primeiros encontros da comunidade apresentamos o projeto “Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática”, do Programa Observatório da Educação (Edital nº 38/2010/CAPES/INEP), de modo a explicitar os vínculos institucionais com a universidade, as responsabilidades de cada um dos participantes, e destacar a importância da comunidade como um todo, cujas ações seriam nosso objeto de investigação. Anunciamos nossa intenção de que essa comunidade viesse a se consolidar como uma Comunidade de Prática de professores de Matemática, para discutir questões ligadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Foi levantada a possibilidade de convidar outros professores de Matemática que atuam em outras instituições de ensino de Paranavaí e região, para integrarem o projeto.

Cada um dos participantes recebeu um caderno para que registrassem suas expectativas, impressões, opiniões relacionadas aos encontros e aos trabalhos negociados e desenvolvidos. Inicialmente a dinâmica de registros periódicos feitos nesses cadernos foi mantida: após fazerem suas anotações o caderno era recolhido e devolvido no encontro seguinte com alguns questionamentos feitos pela formadora, relacionados ao que cada um havia registrado. Esses questionamentos deveriam ser respondidos de forma que fosse estabelecido um diálogo constante entre a formadora e os demais participantes para além daqueles que ocorreram durante os encontros. Porém, no decorrer dos trabalhos observamos que os participantes, em sua maioria, expressavam-se de forma mais espontânea por meio da fala durante os encontros da comunidade, do que por meio de registros escritos. Assim, decidimos mudar a estratégia de uso do caderno, que passou a ficar com cada um dos participantes para registro de anotações diversas a respeito dos estudos feitos e tarefas trabalhadas, bem como de resoluções de problemas discutidos na/pela comunidade. O caderno passou a ser recolhido ocasionalmente pelos pesquisadores para coleta de informações. Esse instrumento pode ser caraterizado como um importante elemento do repertório compartilhado constituído por esta Comunidade de Prática.

No cultivo da CoP-PAEM os empreendimentos foram negociados a partir das preocupações que os professores trazem em relação ao seu trabalho, e em sua trajetória destacam-se três empreendimentos*: Estudo dos Temas SAEB e Prova Brasil, Estudo dos Números Racionais e o Conceito de Fração* e *Estudo do Raciocínio Proporcional.*

O primeiro empreendimento foi desenvolvido a partir da proposta feita pela professora Bia, para realizar um estudo a respeito da Prova Brasil e do IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. Os participantes consideraram o tema relevante para o seu trabalho, de forma que esse estudo se tornou o primeiro empreendimento da comunidade. Assim, do 2º ao 9º encontro (2011), a maior parte do tempo foi dedicada a esse empreendimento, cujas ações estão brevemente sintetizadas e descritas no Quadro 3.

Quadro 3 - Ações do Empreendimento Estudo dos Temas SAEB e Prova Brasil

Ações	Descrição
Ação 1 Discussão de alguns aspectos da legislação e pressupostos teóricos do SAEB e da Prova Brasil	Os membros da comunidade leram e discutiram textos informativos e documentos oficiais obtidos na página do Ministério da Educação, a respeito do SAEB, Prova Brasil e IDEB, com objetivo de se informar a respeito dos aspectos legais e institucionais, assim como pressupostos teóricos relacionados ao tema, que eram pouco conhecidos pelos professores. Foram analisados os resultados do IDEB do Colégio Estadual de Paranavaí, nos anos de 2005 e 2007.
Ação 2 Resolução e análise de questões similares às da Prova Brasil	Os membros da comunidade resolveram e discutiram questões do “Caderno de Atividades – Matemática”[35] que posteriormente seriam resolvidas com os alunos, a fim de “prepará-los” para a realização da Prova Brasil em 2011. Foi feita análise dos conteúdos e descritores explorados em cada questão, e discussão de conceitos matemáticos de acordo com as solicitações dos professores.

Fonte: A autora

[35] O Caderno de Atividades - Matemática é uma coletânea de questões similares às da Prova Brasil, organizadas de acordo com os Temas, Conteúdos e Descritores da Matriz de Referência de Matemática - SAEB/Prova Brasil, produzido pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná, e distribuído aos alunos da 8ª. Série do Ensino Fundamental das escolas públicas do estado, no ano de 2011. Esse material foi cedido pelo Núcleo Regional de Educação de Paranavaí.

Por volta do 8º encontro (2011), os membros da comunidade negociaram um novo empreendimento, e propuseram estudar conteúdos que eles consideravam ser difíceis de ensinar. Depois de algumas sugestões – trigonometria, geometria plana – decidiram desenvolver um estudo sobre o ensino de frações, argumentando que os alunos têm muita dificuldade para aprender esses conceitos, especialmente quando se trata das operações. A partir de então, a comunidade passou a negociar ações para dar andamento ao empreendimento Estudo dos Números Racionais e o Conceito de Fração [36], cujas ações se desdobraram nos encontros da comunidade, bem como em salas de aulas de alguns dos professores participantes, como apresentado no Quadro 4.

Quadro 4 - Ações do Empreendimento Estudo dos Números Racionais e do Conceito de Fração

Ações	Descrição
Ação 1 Levantamento de ideias a respeito do conceito de fração	Os professores apresentaram recursos didáticos e tarefas propostas em sala de aula para o ensino de frações. Após a aplicação de uma tarefa elaborada pela professora Bia, em oito turmas do Ensino Fundamental, os professores analisaram as resoluções dos alunos e identificaram os principais erros. Esse material foi utilizado para as discussões a respeito do que os alunos deveriam compreender a respeito das frações; das dificuldades que apresentam para aprender frações com compreensão; dos aspectos matemáticos que podem contribuir para que os alunos tenham essas dificuldades.
Ação 2 Construção de material manipulativo para o ensino de frações.	Os membros da comunidade construíram um material manipulativo constituído por tiras e discos de papel divididos em partes iguais e discutiram a respeito de possibilidades de explorar conceitos e ideias a respeito das frações no processo de construção do material. (Por exemplo, equivalência e comparação de frações).
Ação 3 Elaboração e aplicação de tarefas associadas ao material manipulativo construído.	Os membros da comunidade elaboraram, resolveram e discutiram tarefas relacionadas ao material manipulativo construído. Essas tarefas foram aplicadas em seis turmas do Ensino Fundamental.

[36] Uma abordagem detalhada da trajetória da comunidade na articulação desse empreendimento pode ser encontrada em Rocha (2013).

Ações	Descrição
Ação 4 Estudos de artigos relacionados ao conceito de fração	Os membros da comunidade estudaram três artigos relacionados ao conceito de fração, nomeadamente aos subconstrutos do número racional; aos aspectos conceituais que podem dificultar a aprendizagem das frações; e às relações necessárias à compreensão dos números racionais.
Ação 5 Análise da aplicação das tarefas elaboradas em sala de aula	Os professores que aplicaram em sala de aula as tarefas elaboradas no decorrer da ação 3 relataram sua experiência à comunidade, que discutiu coletivamente os registros dos alunos e as impressões das professoras que aplicaram as tarefas.

Fonte: A autora

Ainda nesse empreendimento, em paralelo aos nossos encontros, três professoras da comunidade elaboraram uma produção escrita a respeito da aplicação das tarefas em 2011 e em 2012. Outras três professoras assumiram o compromisso de elaborar questões que contemplem as diferentes interpretações da representação fracionária. Essas produções contam com a colaboração de membros do GEPEFOPEM e serão publicadas em um livro.

O Estudo dos Números Racionais e o Conceito de Fração, nomeadamente dos subconstrutos do número racional, nos permitiu propor e negociar o empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional.* Desde o início da pesquisa tínhamos a expectativa de que as práticas da CoP-PAEM pudessem contemplar estudos a respeito desse tema, por considerar que os professores que ensinam Matemática devem conhecer de maneira mais aprofundada os conceitos e as ideias relacionadas à proporcionalidade e ao raciocínio proporcional.

Acreditamos que esses conhecimentos podem subsidiar o trabalho docente e o desenvolvimento de propostas de ensino que promovam o desenvolvimento do raciocínio proporcional, dotando os indivíduos da capacidade de elaborar estratégias e aplicar relações que vão além da reprodução mecânica de fórmulas.

Entretanto, considerando a dinâmica de uma comunidade prática, para que esse estudo integrasse o conjunto de práticas da CoP-PAEM, seria necessário que os membros assumissem esse estudo como um empreendimento, ou seja, ele deveria ser resultado de um processo de negociação. Como a comunidade já estava envolvida no estudo das frações e do número racional desde junho de 2011, no início de 2012 consideramos oportuno propor o estudo do raciocínio proporcional, em razão do entrelaçamento das ideias matemáticas envolvidas nos dois temas e da nossa intenção de tomar esse estudo como referência para as análises em nossas pesquisas. No entanto, naquele momento, as professoras estavam interessadas em aplicar as tarefas e materiais a respeito das frações elaborados no ano anterior em algumas turmas, e também em retomar o estudo das diferentes interpretações do número racional, de modo que os encontros do 1º Semestre de 2012 foram dedicados ao desenvolvimento dessas ações.

Assim, somente no final do mês de junho de 2012 pudemos retomar a proposta para o estudo do raciocínio proporcional. Os participantes se mostraram interessados no tema, mas declararam que tinham pouco conhecimento sobre o assunto. Explicamos que a intenção era justamente fazer um estudo que colaborasse para aprimorar o conhecimento a respeito do tema, e discutir a importância de propor situações de ensino que promovam o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos.

Retomamos algumas ideias de Lamon (2005, 2012) já discutidas no estudo de frações, e que fizeram parte do repertório da comunidade, enfatizando que o raciocínio proporcional é apontado por diversos autores (LESH, POST, & BEHR, 1988; LAMON, 2005, 2012) como fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático.

O raciocínio proporcional é condição necessária para o entendimento do conceito de proporcionalidade e suas propriedades, e para a compreensão de contextos e aplicações que envolvem relações proporcionais, tais como a Física e a Matemática mais avançada.

A capacidade de raciocinar proporcionalmente não nasce com as pessoas, e desenvolvê-la envolve a articulação de ideias matemáticas tais como pensamento relativo, medição, partilha, comparação, covariância. De acordo com Lamon (2012), pode levar tempo até uma criança começar a pensar relativamente acerca de uma variedade de situações, e é importante apresentar aos alunos, desde cedo, diversos contextos em que é preciso lidar com a perspectiva absoluta e a relativa.

Compreender a diferença entre essas perspectivas não é uma tarefa fácil para as crianças, e uma das dificuldades é que, em geral, usamos as mesmas palavras para fazer questionamentos nos dois tipos de situação. Por exemplo, se em um contexto em que é preciso comparar dois comprimentos, perguntamos *"Qual é maior?"*, o raciocínio absoluto é apropriado, mas se a mesma pergunta for feita em um contexto que envolve superfícies ou volumes, o pensamento multiplicativo é exigido.

> Pensamento relativo envolve mais abstração do que pensamento absoluto e, por meio do pensamento relativo, criamos quantidades mais complexas. Na era do computador, os alunos estão acostumados com uma avalanche de dados sensoriais; o conhecimento vem de dados baseados na percepção.

> No entanto, em matemática, o conhecimento geralmente consiste em compreender abstrações impostas aos dados sensoriais. Essa abstração é muito mais uma *concepção* do que uma *percepção*. (LAMON, 2012, p. 42, tradução nossa).

Isso chama a atenção para o modo como fazemos os questionamentos nas tarefas que propomos aos nossos alunos, e para o cuidado em associar os contextos, as palavras e as operações apropriadas.

> Não é simplesmente um jogo de palavras. Assim como o pensamento relativo exige uma mudança cognitiva na perspectiva, uma variação correspondente ocorre nas palavras que usamos para falar sobre ideias multiplicativas. Atividades de pensamento relativo oferecem oportunidade para os alunos expandirem o alcance da aplicabilidade de certas palavras, com as quais eles, em princípio, associavam somente conceitos aditivos, por exemplo, a palavra "mais". Embora muitas crianças estejam familiarizadas com a palavra como um sinal para adição/subtração, a palavra pode ter um significado proporcional ou relacional. (LAMON, 2012, p. 44, tradução nossa).

Nosso desafio estava em articular ações que promovessem o engajamento dos participantes no estudo do raciocínio proporcional e a negociação de significados a respeito do tema, fundamentais para promover a aprendizagem dos participantes. Assim propusemos ações que acreditávamos ter potencial para mobilizá-los, no sentido dos nossos objetivos, que foram negociadas, reformuladas e retomadas sempre que necessário, de acordo com o ritmo e o interesse da comunidade. No Quadro 5 apresentamos as ações desenvolvidas na busca desse empreendimento, que embora estejam sequenciadas, não seguem uma ordem cronológica. Por exemplo, os estudos teóricos indicados na Ação 2 permearam as demais ações de acordo com as necessidades dos participantes em aprofundarem algumas discussões e reflexões.

Quadro 5 - Ações do Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional

Ações	**Descrição**
Ação 1 Resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/proporcionalidade	Os membros da comunidade resolveram problemas que envolvem proporção/proporcionalidade propostos pela formadora e discutiram coletivamente as estratégias de resolução.
Ação 2 Estudo de textos a respeito do raciocínio proporcional	Foram estudados três textos a respeito do raciocínio proporcional; das estruturas centrais envolvidas no seu desenvolvimento; do papel da compreensão das diferentes interpretações do número racional; da importância do raciocínio proporcional para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e para a compreensão de conceitos matemáticos abstratos.

Ações	Descrição
Ação 3 Proposição de problemas envolvendo proporção/proporcionalidade	Cada participante propôs problemas envolvendo proporção/proporcionalidade, que foram resolvidos e discutidos coletivamente, enfatizando as estratégias de resolução, o enunciado do problema e outras ideias matemáticas envolvidas.
Ação 4 Análise de algumas estratégias e justificações apresentadas na Ação 1 com apoio da literatura	Os participantes retomaram a discussão de algumas estratégias e justificações apresentadas na Ação 1 com apoio da literatura a respeito do tema (LAMON, 2012).
Ação 5 Proposição e análise de problemas com potencial para mobilizar o Raciocínio Proporcional	Cada participante propôs problemas com potencial para mobilizar o raciocínio proporcional, e coordenou as discussões a respeito das estratégias de resolução apresentadas e dos aspectos do raciocínio proporcional mobilizados nas resoluções.

Fonte: A autora

A resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/proporcionalidade (Ação 1) foi o ponto de partida para o estudo do raciocínio proporcional. Propusemos aos participantes resolver e discutir um conjunto de problemas traduzidos e adaptados de Lamon (2012, p. 11), em que podem ser mobilizadas relações de proporcionalidade, divididos em duas listas: a Lista 1 (APÊNDICE A), constituída por dez problemas, a maior parte envolvendo a descoberta do valor omisso (situações em que os valores de três grandezas são conhecidos e deseja-se saber o valor desconhecido de uma quarta grandeza); e a Lista 2 (APÊNDICE B), com seis problemas que além do valor omisso, envolve a comparação entre razões. Nas duas listas havia a recomendação para que os participantes resolvessem os problemas utilizando recursos e estratégias que pudessem justificar, sem aplicar de imediato, regras e algoritmos das proporções, como por exemplo, a propriedade da igualdade de duas razões ($Se\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, então\ a \times d\ = b\ \times c$).

Os problemas da Lista 1 foram propostos, resolvidos e discutidos no encontro do dia 03 de julho de 2012, em que estavam presentes as participantes Tina, Bia, Eva, Ada, Tânia e Laís, que negociaram a seguinte dinâmica: cada problema seria resolvido pelos participantes (individualmente ou em pequenos grupos) e em seguida discutido coletivamente para que cada um apresentasse sua resolução, justificando seu raciocínio para os demais colegas, para que validassem ou não as estratégias/procedimentos utilizados. Os participantes que não estavam presentes nesse encontro foram orientados a resolver os problemas em casa, seguindo as mesmas orientações negociadas na comunidade, para que pudessem se integrar às discussões nos encontros seguintes.

Os problemas da Lista 2 (APÊNDICE B) começaram a ser resolvidos no dia 31 de julho de 2012 e as discussões se estenderam por mais três encontros (07, 14 e 21 de agosto), com a mesma dinâmica no encontro anterior. Os problemas dessa lista demandaram a elaboração de estratégias mais complexas e uma análise mais cuidadosa das relações estabelecidas entre as grandezas envolvidas, o que exigiu maior atenção dos participantes e a mobilização de alguns aspectos do raciocínio proporcional que não foram mobilizados anteriormente.

Os estudos de textos a respeito do raciocínio proporcional (Ação 2) aconteceram em diferentes encontros e no decorrer das demais ações. No dia 21 de agosto (2012), após o término do trabalho com a Lista 2 (Ação 1), propusemos a leitura coletiva de um texto organizado pela formadora e pela pesquisadora Laís, intitulado “Raciocínio Proporcional” (APÊNDICE C), em que foram apresentadas as principais ideias de Lamon (2012) a respeito do raciocínio proporcional (como se caracteriza esse raciocínio, que conhecimentos estão envolvidos, quais são seus principais elementos). Nosso objetivo foi introduzir alguns aspectos teóricos e chamar a atenção dos participantes para a importância de criar oportunidades para que os alunos possam explorar e desenvolver esse modo de pensar.

A seleção e proposição de problemas envolvendo proporção/ proporcionalidade (Ação 3), se concentrou no período de 04 de setembro a 02 de outubro de 2012. Cada participante selecionou problemas que julgava ter potencial para mobilizar o Raciocínio Proporcional e propôs aos demais, para que fossem resolvidos e discutidos em pequenos grupos. Em seguida, as resoluções foram discutidas coletivamente, identificando as ideias matemáticas envolvidas, e analisando se o problema trabalhado tinha ou não potencial para mobilizar aspectos do raciocínio proporcional.

Foi possível observar que selecionar problemas com potencial para desenvolver raciocínio proporcional não era algo familiar para os professores, já que eles estavam acostumados a escolher as tarefas que propõem aos alunos em função dos conteúdos matemáticos e não com base nos raciocínios que eles podem mobilizar. Desse modo, nem todos os problemas propostos tinham as características sugeridas, e nesses casos os participantes discutiram e apontaram que razões os levaram a escolher os problemas propostos.

Decidimos então retomar o estudo de outro texto (APÊNDICE D) adaptado de Lamon (2012), abordando alguns aspectos do raciocínio proporcional (raciocínio relativo e medição, quantidades e covariação). Esse texto foi organizado em forma de uma pequena apostila e distribuído a cada um dos participantes.

Esse estudo foi iniciado em 09 de outubro de 2012, mas foi interrompido nos encontros de 16, 23 e 30 de outubro, para que os membros da comunidade pudessem organizar trabalhos e uma oficina a serem apresentados no II SEPEM - Seminário de Professores e Pesquisadores do Projeto ‘Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática’ realizado nos dias 04 e 05 de dezembro de 2012.

O estudo do texto foi retomado no dia 07 de novembro, mas percebemos que havia um certo desânimo da comunidade. Propusemos então fazer uma síntese das ações do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional desenvolvidas até então, com a intenção de identificar possíveis dúvidas quanto ao que já havia sido estudado, ou algumas fragilidades conceituais ainda existentes referentes a este tema, e então renegociar as próximas ações. Alguns participantes declararam que tinham dúvidas quanto ao significado de alguns aspectos, conceitos e ideias subjacentes ao raciocínio proporcional e que consideravam necessário investir nos estudos teóricos a respeito deste tema. Assim renegociamos as ações seguintes e optamos por retomar a leitura do primeiro texto a respeito do raciocínio proporcional e elaborar uma síntese das ideias envolvidas.

No início de 2013, ao analisar alguns dados (resoluções e justificações – trechos das negociações de significados transcritas - de alguns participantes da CoP-PAEM na resolução, discussão e análise do “problema dos retângulos” da Lista 2), para a produção de um artigo[37], percebemos que essas análises contribuíam para nossas aprendizagens relacionadas ao raciocínio proporcional, e que da mesma forma, esse exercício de examinar esses registros com o apoio da teoria também poderia ser interessante para a prática da comunidade.

Desse modo, quando retomamos as reuniões da comunidade naquele ano, apresentamos aos participantes um inventário com as ações realizadas em 2012, e também a análise que fizemos das estratégias utilizadas na resolução de um dos problemas da Lista 2 (problema dos retângulos), e dos aspectos do raciocínio proporcional mobilizados por eles

[37] CYRINO, M. C. C. T; GARCIA, T. M. R; OLIVEIRA, L. M. C. P. Aspectos do Raciocínio Proporcional mobilizados na resolução e discussão de um problema de proporcionalidade: negociações de significados dos membros da CoP – PAEM. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM Regional, 2013. p. 1-16.

nessas resoluções, com a intenção de provocar os participantes para negociar as próximas ações.

Os participantes concordaram com a professora Eva, quando ela afirmou que resolver os problemas e analisar as estratégias era uma forma mais interessante do que a leitura e discussão de textos teóricos para explorar as ideias do raciocínio proporcional. Assim, decidimos analisar em conjunto as resoluções de alguns problemas e as justificações apresentadas na Ação 1, com apoio da literatura, o que configurou a Ação 4.

Para esse trabalho selecionamos cinco problemas resolvidos e discutidos na Ação 1 (*problema da casa, dos chocolates, do preparo de um suco, da razão entre homens e mulheres e do preço do café*), e para cada um deles elaboramos um quadro com uma síntese das estratégias e justificativas negociadas pelos participantes[38]. Na escolha dos problemas consideramos a diversidade de estratégias e a intensidade das negociações durante as resoluções.

Esse trabalho foi concentrado nos encontros dos dias 05, 12 e 19 de março, 23 de abril e 14 e 21 de maio de 2013, e ao final cada participante registrou em um quadro (APÊNDICE F) as características dos aspectos do raciocínio proporcional identificados e reificados nesse estudo[39], explicitando suas compreensões a respeito do tema.

A comunidade demonstrou interesse em continuar e aprofundar o estudo, especialmente a respeito do que pode ser feito em sala de aula para promover o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos, mas alguns professores declararam que não se sentiam seguros para propor os problemas aos seus alunos, e que gostariam de estudar mais a respeito dos aspectos do tema.

Como a comunidade já havia concordado que resolver e discutir as resoluções de problemas colaborou para suas aprendizagens, decidimos continuar investindo nesse trabalho e negociamos a Ação 5. A dinâmica assumida foi a de que cada um dos participantes deveria selecionar e propor aos demais um problema com potencial para mobilizar o pensamento relativo, e em seguida analisar as estratégias de resolução, apontando e justificando evidências dessa mobilização quando ocorressem.

No desenvolvimento deste trabalho os participantes que propuseram os problemas mostraram uma participação mais plena na comunidade, indicando mudanças na compreensão a respeito do raciocínio proporcional. Isso foi observado nos problemas escolhidos, e nas análises que fizeram dos registros escritos/justificações dos colegas

---

[38] No APÊNDICE E encontra-se o quadro referente ao problema “Razão entre homens e mulheres”.
[39] Essas reificações serão apresentadas e analisadas na próxima seção.

(apresentados ao grupo por meio registros no quadro de giz). Esse processo será analisado e discutido nas próximas seções.

No desenvolvimento dessa ação os professores se mostraram mais seguros e confiantes ao projetarem suas reificações a respeito do raciocínio proporcional, e também de outros conhecimentos profissionais, o que nos permite afirmar que nesse empreendimento a comunidade construiu uma trajetória de aprendizagem e produziu conhecimentos que podem ser relevantes para o desenvolvimento de sua identidade profissional.

Após o término da Ação 5, em meados do mês de maio de 2013, a CoP-PAEM negociou o desenvolvimento de outro empreendimento, ao qual vem se dedicando: o planejamento e organização de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, com base em um framework desenvolvido pelo GEPEFOPEM. No 2º. semestre de 2013, os encontros aconteceram com regularidade, mas passaram a ser quinzenais. Em 2014 os encontros foram retomados no mês de março, para dar continuidade às ações negociadas anteriormente e negociar as ações futuras.

Nesse relato procuramos oferecer uma visão geral da trajetória e da dinâmica da CoP-PAEM ao longo desses anos, que se concretizou por meio dos empreendimentos articulados por seus membros.

4.2 Trajetórias de Aprendizagem na CoP-PAEM – Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional

O empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional foi desenvolvido no período de julho de 2012 a junho de 2013. Nesse período os membros da CoP-PAEM negociaram e se engajaram no desenvolvimento de cinco ações:

Ação 1: Resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/ proporcionalidade.

Ação 2: Estudo de textos a respeito do raciocínio proporcional.

Ação 3: Proposição de problemas envolvendo proporção/ proporcionalidade.

Ação 4: Análise de estratégias e justificações apresentadas na Ação 1 com apoio da literatura.

Ação 5: Proposição e análise de problemas com potencial para mobilizar o Raciocínio Proporcional.

Apresentamos a seguir *negociações de significados* que caracterizaram trajetórias de aprendizagem dos membros da comunidade em episódios de cada uma dessas ações, explicitando e analisando os modos de *participação* (ações e interações) e as *reificações* (conteúdos, projeções, interpretações) que eles experimentaram /manifestaram.

4.2.1 Ação 1 - Resolução e discussão de problemas que envolvem proporção/ proporcionalidade

Conforme mencionamos na seção anterior, na Ação 1 a comunidade resolveu e discutiu um conjunto de problemas em que podem ser mobilizadas relações de proporcionalidade, utilizando recursos e estratégias que pudessem justificar, mas sem aplicar de imediato, regras e algoritmos das proporções.

Durante a resolução os participantes ficaram livres para interagir, mas em princípio eles preferiram resolver individualmente ou discutir suas estratégias em pequenos grupos. Alguns participantes não conseguiam elaborar estratégias sem a utilização das regras e algoritmos, e se mostraram incomodados com isso, como pode ser observado no episódio a seguir.

Episódio 1: Resolução e discussão do “problema da construção da casa”

Esse foi o primeiro problema proposto (Lista 1), e os participantes sentiram dificuldades em se desprender das regras e recursos algébricos, e a aplicação imediata da “regra de três” parecia inevitável, mesmo com a intervenção da formadora. Somente Bia conseguiu apresentar uma resolução sem usar a regra, como mostra o diálogo a seguir.

Quadro 6 – Enunciado do “problema da casa”

Seis homens podem construir uma casa em 3 dias. Assumindo que todos os homens trabalham no mesmo ritmo, quantos homens seriam necessários para construir a casa em 1 dia?

Fonte: A autora

Tina: O duro é o esquema de não por ‘x’. Eu não sei como fazer isso.
Laís: Você já vai direto. É mais forte que eu. Eu não consigo... [risos]
Tânia: Tenta pensar em uma possibilidade. Aí está dizendo que esse grupo de homens constrói uma casa em 3 dias, não é isso? Então qual é o trabalho que eles fazem em 1 dia? [...] Se em um dia esses 6 homens conseguem fazer essa parte da casa, e se a casa tem que ficar pronta nesse dia ...
Eva: Então vai precisar de mais gente.

Tânia: Quanto você acha que ainda vai precisar?
Tina: [Eu fiz] mentalmente, mas foi pensando na regra de três (risos) não adianta...
Tânia: Bia, você falou que conseguiu um raciocínio diferente. Como você pensou?
Bia: Eu pensei que cada dia, correspondeu a $\frac{1}{3}$ do tempo que eles gastariam para fazer essa casa, se em cada dia eu precisava de 6 homens, então 6+6+6, 18.
Tânia: Então, em cada dia esses 6 homens faziam $\frac{1}{3}$ da casa, é isso?
Bia: É, $\frac{1}{3}$ da casa.
Tânia: Então para fazer outro terço precisa de mais 6 homens, e para fazer esse outro terço também precisa de mais 6 homens. [Resumindo] se em cada dia 6 homens fazem $\frac{1}{3}$ da casa então, para poder fazer os outros dois terços precisa de mais duas vezes 6 homens, então vão ser 3 vezes 6 que vai dar 18.

Bia reconheceu que o tempo de construção foi reduzido à sua terça parte, e estendeu essa relação fracionária (parte-todo) para avaliar a parte da construção que pode ser realizada nesse tempo pelo mesmo grupo de homens. De acordo com Lamon (2012), associar os dados do problema por meio de frações é um modo de pensar característico de pessoas capazes de raciocinar proporcionalmente.

Raciocinar proporcionalmente envolve a capacidade de lidar com situações que envolvem relações de proporcionalidade por meio de análise quantitativa e qualitativa das informações, o que implica em ser capaz de pensar em termos relativos e absolutos, de conceber a razão como uma relação que não se altera (mesmo com a covariação das quantidades envolvidas), saber quando fazer uso de relações multiplicativas ou aditivas. Envolve ainda a capacidade de interpretar, relacionar e analisar as grandezas de forma consciente e justificar as afirmações feitas sobre essas relações. (BEHR, LESH, POST, 1988; LAMON, 2005, 2012)

A dificuldade encontrada pelos professores da CoP-PAEM pode estar relacionada ao fato de que a aplicação mecânica da regra de três é a forma como a maioria das pessoas aprendeu a resolver problemas que envolvem proporcionalidade, e também é a forma como a maioria dos professores ensina ainda hoje.

O racicocínio proporcional é um modo de pensar que vai além da manipulação mecânica de algoritmos ou dispositivos algébricos com o propósito de obter respostas numéricas apropriadas às questões analisadas que envolvem ideias de proporcionalidade. Desse modo, não é comum encontrar adultos que raciocinam proporcionalmente, pois o desenvolvimento desse modo de pensar não é um processo espontâneo e exige a compreensão de ideias, conceitos e representações matemáticas que se desenvolvem e amadurecem ao longo do tempo. Essa é uma das razões pelas quais as crianças precisam ter contato com ideias centrais do desenvolvimento do Raciocínio Proporcional desde os primeiros anos de escolarização (LAMON, 2012).

Depois de discutir coletivamente as resoluções de alguns problemas, os membros da comunidade perceberam que existem possibilidades para resolver problemas dessa natureza sem recorrer aos algoritmos ou regras “mecanizadas”. Eles também se sentiram mais confiantes para interagir e diversificar as estratégias para resolução dos problemas, e isso intensificou as discussões e reflexões da comunidade.

O Episódio 2 retrata a negociação de significados na resolução e discussão de um problema que faz parte da Lista 2, e foi tratado no encontro do dia 31/07/2012, quando os participantes já estavam bem familiarizados com a dinâmica desse trabalho.

Episódio 2: Resolução e discussão do “problema dos retângulos”

Na análise desse episódio, selecionamos recortes de diálogos e declarações em que os participantes negociam e/ou justificam suas estratégias de resolução para esse problema, e também alguns registros escritos, que evidenciam que os membros da comunidade negociaram significados a respeito de conceitos matemáticos envolvidos no problema, como por exemplo, a mobilização de aspectos do raciocínio proporcional. O problema foi apresentado com a redação a seguir.

Quadro 7 – Enunciado do “problema dos retângulos”

Qual forma está mais próxima de um quadrado: um retângulo que mede 35cm x 39cm ou um retângulo que mede 22cm x 25cm?

Fonte: A autora

O problema pode ser resolvido comparando-se as razões entre as medidas do comprimento e da largura em cada retângulo, o que envolve a mobilização do pensamento relativo, que é um dos aspectos do Raciocínio Proporcional.

Os participantes tentaram resolver o problema e discutir suas estratégias em pequenos grupos, interagindo entre si e com a formadora. As interações se ampliaram nas discussões coletivas, pois ao compartilhar e confrontar as resoluções dos problemas houve divergências na interpretação e nas respostas apresentadas. Nesses momentos também houve participação mais direta das formadoras, no direcionamento e mediação das discussões.

O diálogo a seguir ocorreu logo após a proposição do problema, enquanto os participantes elaboravam suas estratégias de resolução, e mostra uma parte das negociações entre as professoras Tina, Iara, Bia e Ada. Nesse momento, enquanto formadoras, nos limitamos a observar as negociações e fazer questionamentos ou sugestões, no sentido de orientar o trabalho da comunidade, sem direcionar as resoluções.

Tina: Se fizer uma figura, [...] eu acho que fica ... Para visualizar não fica mais fácil? Ou eu estou errada?

Tânia: Faça um teste.

Iara: Eu acho que é o [retângulo] de 25 por 22, porque falta só 3 para "completar lá em cima" [igualar as medidas dos lados] e no outro falta 4, não é?

Bia: Eu já acho que é o [retângulo] de 35 por 39.

Iara: Por quê?

Tina: Não. Eu acho que mais próximo do quadrado é esse aqui [retângulo de 22 por 25]. Mas olhando [o desenho] não dá para saber. Não tem jeito. Se não tem que desenhar tem que fazer o quê? Dividir?

Bia: Eu fiz isso [dividi].

Tina: [Dividiu] 39 por 35 e 25 por 22?

Bia: [Dividi] 35 por 39 e 22 por 25.

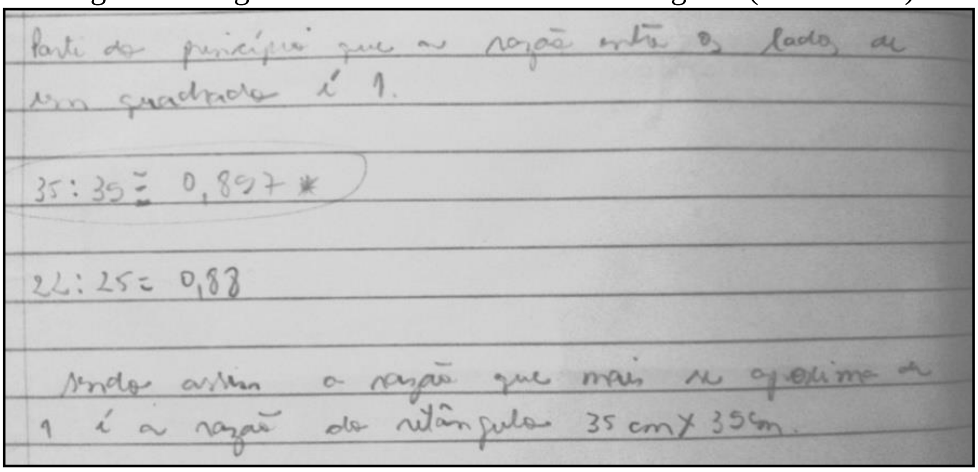
Iara: Eu achei que a diferença de 39 por 35 é 4, então tem que aumentar 4 [na medida do lado menor] para ficar um quadrado. E aqui no [retângulo] de 25 por 22 eu tenho que aumentar 3 [na medida do lado menor] para dar o quadrado. Então como eu tenho que aumentar só 3, esse [retângulo de 25 por 22] é mais próximo, porque [no outro] eu tenho que aumentar 4.

Ada: Mas é 3 de 25, e [no outro retângulo] tem que aumentar 4 de 39.

Iara: Então, 3 de 25, e aqui eu vou ter que aumentar 4 de 39.

Bia: Ai gente! [Risos] Eu resolvi tão rapidinho que eu acho que está errado.

Figura 6 - Registro de Bia - Problema dos retângulos (31/07/2012)



Fonte: Caderno de Bia

O questionamento que Tina fez indicava que ela havia pensado em desenhar os retângulos para compará-los visualmente, mas estava em dúvida quanto à viabilidade dessa estratégia, e precisava da nossa confirmação. Ela ficou um pouco frustrada em não obter a resposta, e resolveu fazer alguns desenhos. Enquanto isso, Iara que já havia resolvido o problema, se antecipou e apresentou a sua interpretação do problema. Embora tenha solicitado a nossa confirmação, ela não demonstrou ter dúvida. Ela comparou os acréscimos a serem feitos na medida dos lados de cada retângulo para que se igualem, o que a levou a afirmar que o retângulo de 22 cm x 25 cm está mais próximo de um quadrado, justificando que nesse retângulo o acréscimo é menor.

Bia contraria Iara, mas não explicita de imediato o seu modo de pensar, que foi registrado em seu caderno (Figura 6); ela afirma somente que usou a divisão para comparar os lados dos retângulos. Essa afirmação chamou a atenção de Tina, que abandonou a ideia de encontrar a solução do problema representando os retângulos por meio de desenhos, e passou a *negociar mais diretamente* com Bia, a fim de compreender como ela havia resolvido a questão.

Iara pareceu *não concordar* com a estratégia de Bia e reforçou seu argumento, explicando detalhadamente a sua estratégia, mostrando estar convicta de que seu raciocínio estava correto. Mesmo interagindo com o grupo e sendo questionada por Ada, que chamou sua atenção para a ideia de que seria necessário considerar os acréscimos em relação às medidas iniciais dos lados dos retângulos, Iara manteve sua interpretação e *não se dispôs a negociar* com Ada. De certo modo, sua certeza impediu que, naquele momento, ela percebesse no argumento de Ada que poderia haver *outra forma de pensar*.

Nessa negociação, no que se refere à mobilização de raciocínio proporcional, podemos afirmar que a estratégia utilizada por Iara (evidenciada em sua fala) indica que ela não estava pensando proporcionalmente. Ela fez uma *comparação quantitativa* dos acréscimos a serem feitos na medida dos lados de cada retângulo para que se igualem, o que a levou a afirmar que o retângulo de 22 cm x 25 cm está mais próximo de um quadrado, justificando que nesse retângulo o acréscimo é menor. De acordo com Lamon (2012), o desenvolvimento do raciocínio proporcional envolve a capacidade de compreender situações que envolvem acréscimos ou reduções em termos relativos.

Percebemos evidências de mobilização de raciocínio proporcional no registro escrito no caderno de Bia e na reificação de Ada. O registro escrito de Bia indica que ela considerou a *invariância da razão* entre as medidas dos lados de um quadrado, comparou os lados de cada retângulo em termos *relativos*, e a reificação de Ada, de que os acréscimos deveriam ser comparados em relação às medidas iniciais dos lados dos retângulos, evidenciada pela preposição "*de*" que ela enfatizou em sua declaração (percebido ao ouvir a gravação), indicam que elas mobilizaram o pensamento relativo, que é um dos aspectos do raciocínio proporcional (LAMON, 2012).

A interpretação de Bia para resolução do problema também foi feita por Laís, mas elas resolveram o problema de modo independente, ou seja, não houve uma negociação direta entre elas. Entretanto, quando Laís apresentou sua resolução para a comunidade, Bia observou que, apesar de concordarem com a resposta, havia uma diferença na forma como fizeram as divisões.

Tânia: Laís, como é que você pensou?

Laís: Eu pensei que em um quadrado os dois lados, comprimento e largura, tem que ser iguais. Se eu dividir um pelo outro tem que dar 1. [...] Aí eu dividi 39 por 35 deu 1,11 e 25 por 22 deu 1,36. Então quem tá mais próximo de 1 é o retângulo de 39 por 35.

Bia: Hum! Legal esse raciocínio que eu [também] usei. [Risos] Só que eu dividi o menor pelo maior.

Tânia: E deu a mesma coisa?

Bia: O que chegou mais perto do 1 foi o retângulo maior [35 x 39]. A razão entre as medidas dos lados está mais próxima do 1.

Laís: Então, mas aí apareceu uma dúvida que foi o que eu perguntei para o Márcio: se numa situação dessa eu ia dividir ou 35 por 39 ou 39 por 35? Porque vai dar diferença nos valores.

O questionamento de Laís foi estendido aos demais participantes, e foi proposto que discutissem e opinassem a respeito da questão. Depois de negociarem, os participantes concluíram que a ordem dos termos na divisão, apesar de fornecer resultados numéricos diferentes, não interfere na interpretação dos resultados, desde que seja a mesma nos dois retângulos.

Destacamos que a manifestação de dúvidas, questionamentos, equívocos, apresentados pelos participantes quando expõem ou justificam suas resoluções e estratégias, constituem boas oportunidades para que o formador possa promover a interação e a negociação entre os membros da comunidade. Nesse episódio, ao *transferir o questionamento para a comunidade* e *não fornecer uma resposta imediata*, a formadora deixa de agir como *expert* na comunidade, e abre espaço para mudanças na participação dos demais membros, que segundo Wenger (1998), é condição essencial para o processo de aprendizagem.

A mobilização do pensamento relativo também foi observada na resolução do problema apresentada por Márcio. Porém isso não ocorreu de imediato. O diálogo a seguir mostra como ele encaminhou sua resolução inicialmente, e como a intervenção de Laís e as negociações subsequentes colaboraram para a mudança na sua compreensão das ideias matemáticas envolvidas no problema.

Márcio: Eu pensei que no retângulo de 39 por 35, para ter um quadrado, ou eu tiro 4 aqui [do lado maior] e fica 35 por 35, ou eu acrescento 4, lá [no lado menor]. Então eu analisei quantos cm^2 eu teria que colocar ou retirar de cada figura para ser um quadrado.
[...] Para obter um quadrado de 39 por 39 eu tenho que aumentar 156 cm^2 [na área do retângulo de 39 por 35]. [...] No outro retângulo [de 22 por 25] teria que aumentar 75 [cm^2] para ficar 25 x 25.
[...] Se eu avaliar "por acréscimo", o de 22 por 25 é mais próximo [de um quadrado].
E se for avaliar também "por falta" [diminuindo as áreas e formando um retângulo de 22 por 22 e um de 35 por 35], de qualquer forma, é esse aqui [aponta para o retângulo de 22 por 25].
Laís: Mas aqui [no retângulo menor], você não tem que calcular a área de 22 por 22 ou de 25 por 25 para ver [comparar a diferença]? Qual é o referencial que você está usando para ver esse "a mais" para completar?
Márcio: Deixa eu ver aqui. [...] Eu ainda não tinha levado isso em conta, o referencial.
Laís: Então, quando você compara área, qual é o referencial que você vai usar?
Márcio: Eu vou ter que relacionar com a área [inicial]? Pode até ser, mas ...
Tânia: Fala Márcio, o que você está fazendo agora?
Márcio: Então, eu tinha analisado quantos cm^2 eu teria que colocar ou retirar de cada figura para ser um quadrado. [...] Mas agora, eu acho que tem que ter uma referência com a área. É nesse ponto que eu estou perdido. [...] Para eu ter um quadrado de 39 por 39 eu tenho que aumentar 156 cm^2. [...] Então tem que ver quanto que 156 é desse quadrado [39 por 39]? É isso?
Tânia: Você pode experimentar.
Laís: Então espera aí. [...] Aqui [na divisão de 156 por 1521] vai dar [aproximadamente] 0,10.
Márcio: Agora vamos analisar no outro. Se fosse para aumentar seria 75 para ficar 25 por 25 que dá 625. Então 75 é quanto de 625? É 0,12. [...] Ah, isso aqui [0,12] é o percentual que isso [o acréscimo de 75] é disso [da área final do retângulo].
Laís: Vai dar 10 % [no retângulo de 35 por 39] e aqui [no retângulo de 22 por 25] vai dar 12%.
Márcio: A conclusão agora é que é o primeiro mesmo [o retângulo de 35 por 39] porque o percentual de acréscimo é menor do que lá [no retângulo de 22 por 25].
Bia: Em relação à área total.
Iara: Ah, o percentual da área!

Na primeira resolução Márcio resolve o problema comparando os acréscimos de área nos retângulos em termos quantitativos, de modo semelhante ao que Iara fez quando comparou os acréscimos na medida dos lados, e reifica que a resposta é o retângulo de 22 por 25. Porém, depois da negociação com Laís, ele adota outro ponto de vista e avalia os acréscimos ou reduções nas áreas dos retângulos de modo relativo, comparando-os com as áreas iniciais por meio da razão, e concorda com a resposta de Laís e Bia. Na negociação, Márcio e Laís também interpretam e descrevem as razões na forma de porcentagem, o que parece fazer com que Iara, que até então mantinha sua interpretação quantitativa, considerasse a possibilidade de comparar relativamente os acréscimos nos lados dos retângulos.

O diálogo evidencia como a interação e a negociação com Laís colaborou para que Márcio percebesse seu equívoco, o que nos permite afirmar que, nesse momento, Laís estava numa posição central da negociação. As duas estratégias apresentadas por ele também evidenciam a diferença entre o raciocínio quantitativo ou absoluto (na primeira resolução) e o pensamento relativo (na segunda resolução), que se tornou um ponto de enfoque nas discussões da comunidade a respeito do raciocínio proporcional, nesse episódio e em encontros posteriores.

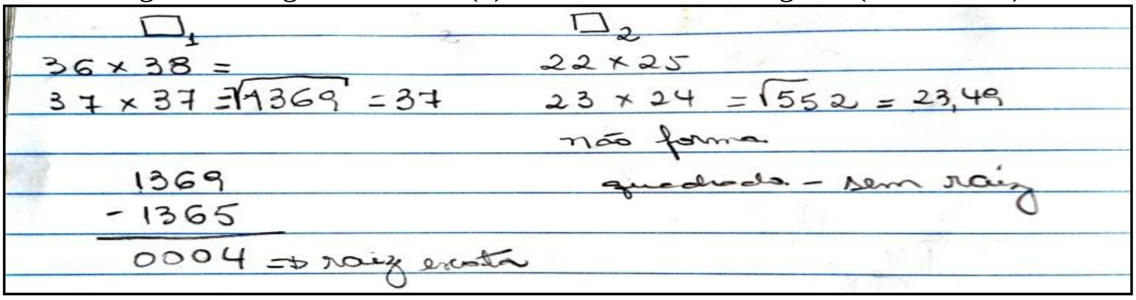
As resoluções e estratégias evidenciadas nesses diálogos revelaram indícios de mobilização de elementos apontados por Lamon (2012), como centrais no desenvolvimento do raciocínio proporcional: o *pensamento relativo* - na comparação das medidas de comprimento dos lados com a medida de área por meio da razão entre essas medidas e da porcentagem – e a percepção das relações de *covariância* - das medidas dos lados do quadrado - e de *invariância* da razão entre essas medidas. As resoluções e os argumentos de Laís e Bia, e a segunda resolução apresentada por Márcio, evidenciam aspectos do pensamento relativo: ao comparar as grandezas (medida de comprimento ou de área) de modo relativo, eles vão além da percepção imediata das diferenças quantitativas entre as medidas, e recorrem a uma forma de pensamento em que as comparações feitas produzem um resultado que não é uma medida ou uma quantidade, e sim uma *relação* entre medidas.

Ainda nesse episódio, a professora Clea compartilhou com o grupo outras duas resoluções, uma delas também elaborada pela professora Ada. Em sua interpretação elas indicam que é o retângulo de 35 por 39 que está mais próximo de ser um quadrado.

Tânia: Clea, como você pensou para dizer que é o retângulo maior [de 35 por39] que está mais perto de ser um quadrado?

Clea: Eu fui retirando. [No retângulo de 35 por 39], eu retirei uma unidade de medida no [lado] de 39 e coloquei para cá [no lado que mede 35]. Então ficou 36 por 38. Retirei mais uma unidade e ficou 37 por 37, que é quadrado. No segundo [de 22 por 25] não deu para formar um quadrado exato. Eu retirei [do lado de 25 e acrescentei no lado de 22] e ficou 23 por 24. Só que as áreas [das figuras resultantes] não são iguais [às áreas iniciais dos retângulos].

Figura 7 - Registro de Clea (1) - Problema dos retângulos (31/07/2012)



$\square_1$

$36 \times 38 =$

$37 \times 37 = \sqrt{1369} = 37$

1369
$- 1365$
$0004 \Rightarrow$ raiz exata

$\square_2$

22×25

$23 \times 24 = \sqrt{552} = 23{,}49$

não forma quadrado – sem raiz

Fonte: Caderno de Clea

Márcio: Ah, você está pensando assim, em modificar a figura?

Clea: Isso... mas aí as áreas ficam diferentes.

Tânia: Com isso que você fez é possível saber qual está mais próximo de um quadrado?

Iara: Ela fez uma transformação na figura.

Clea: Fiz uma “recortagem”.

Tânia: Podemos discutir se o argumento dela é válido.

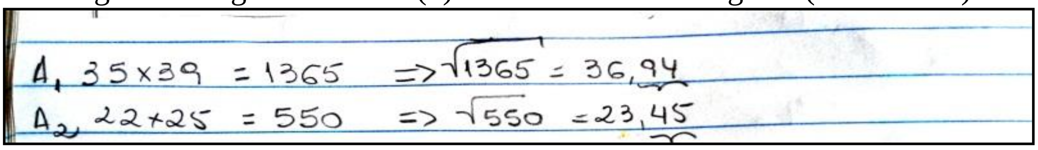
[...]

Iara: A Ada tinha feito pela raiz quadrada. Ela achou a raiz quadrada [de cada área] e viu a diferença, em qual estava faltando mais.

Clea: Ela fez pela raiz quadrada das áreas iniciais. Eu também fiz desse jeito agora. Peguei 1365 [35x39], [cuja] raiz quadrada vai ser 36,94. Então falta 0,06 para uma próxima raiz exata. [...] A raiz quadrada de 550 [22x25] é 23,45, ou seja, vai faltar 0,55 para outro número [inteiro]. Então é o de 35 por 39 mesmo.

Tânia: Vocês entenderam o que a Ada e a Clea fizeram? Temos que pensar se essa estratégia é válida.

Figura 8 - Registro de Clea (2) - Problema dos retângulos (31/07/2012)



A_1 $35 \times 39 = 1365 \Rightarrow \sqrt{1365} = 36{,}94$

A_2 $22 \times 25 = 550 \Rightarrow \sqrt{550} = 23{,}45$

Fonte: Caderno de Clea

Os participantes discutiram as resoluções apresentadas pelas professoras, mas naquele momento não chegaram a um consenso quanto à validade dos argumentos matemáticos utilizados. Propusemos então que pensassem a respeito da questão para retomar a discussão em outro momento. A validade das estratégias de Clea para a resolução do problema dos retângulos voltou a ser discutida somente na Ação 4, quando o grupo analisou essas estratégias e justificações com o apoio da literatura a respeito do raciocínio proporcional.

Tânia: [...] A Clea partiu da ideia de que tinha que igualar os lados, [...] mas a justificativa que ela deu [que no retângulo de 35 por 39, ela igualou os lados diminuindo e acrescentando apenas uma unidade, e que no retângulo de 23 por 25 não foi possível igualar os lados dessa maneira], é um argumento suficiente para validar essa estratégia?

Ada: Ela deu a resposta certa.

Eva: Chegou no resultado, mas não sei se vale.

Ada: É que quando ela tirou [uma unidade de um lado] e trouxe para cá [acrescentou no outro lado], transformou em 37 por 37. Ela já viu que era um quadrado, ela visualizou.

Eva: Mas o raciocínio dela é válido?

Ada: É válido, mas é mais demorado.

Tânia: Mas do ponto de vista Matemático, é válido? O que precisaria fazer para saber se é valido ou se não? [...] O que é um argumento válido?
[...]

Clea: Mas essa primeira estratégia que "eu dividi um pelo outro e deu o resultado mais próximo de um", é válido? [...] Porque aqui, se o aluno não souber que dividindo os lados de um quadrado dá 1, ele não vai aceitar esse argumento.

Tânia: Um argumento é válido se em qualquer outra circunstância semelhante a essa, ele também "funciona". Essa estratégia de dividir um pelo outro vai funcionar para qualquer tamanho [dos retângulos], sempre que você comparar os dois lados e verificar em qual deles a razão é mais próxima de 1. Não depende do tamanho dos retângulos.

Clea: Então mas aí a pessoa em questão tem que saber isso [que a razão entre as medidas dos lados do quadrado é igual a 1]

Tânia: Sim, mas quando a gente fala "argumento válido" em Matemática [estamos falando] daquilo que eu posso dar uma justificativa ...

Laís: Que faz sentido.

Clea: Que convença?

Tânia: Então, a justificativa que você deu é suficiente para "convencer"? O que precisa para "convencer" [em Matemática]?

Eva: Eu acho que não. Porque nem toda medida vai chegar em um quadrado perfeito. [...] Tem retângulo que é quase igual, mas não dá para fazer o quadrado do jeito que você [Clea] fez.

Tânia: A gente poderia fazer alguns testes.

Laís: Ou uma demonstração [em linguagem matemática].

Como sugeriu a formadora, os participantes fizeram experiências com outros valores numéricos e observaram casos em que a primeira estratégia (a de "igualar" as medidas dos lados do retângulo, retirando e acrescentando unidades) induz à resposta errada, e não poderia ser validada, pois não é uma solução geral para problemas dessa natureza. Embora tenham observado que a segunda estratégia (a de comparar as raízes quadradas das áreas dos retângulos) "funcionou" para todos os valores que experimentaram, eles concordaram que isso não era suficiente para validar a estratégia como uma solução geral, e que seria necessário demonstrar matematicamente, como sugeriu Laís. No entanto, não mostraram interesse em fazer isso naquele momento.

Nos diálogos pode-se observar mudanças significativas na interação da comunidade, que certamente favoreceram a diversidade de estratégias, registros e procedimentos, assim como a mobilização de propriedades e conceitos matemáticos, que é resultado da interpretação que cada um fez do problema e dos significados negociados na comunidade. É por meio dessa negociação que os membros da comunidade produziram seus significados, compartilhando e confrontando seus pontos de vista, validando-os ou reformulando-os quando necessário.

No episódio a seguir, apresentamos indícios de que a participação dos membros da comunidade nessa ação também se constituiu em uma oportunidade para negociar significados a respeito de outros aspectos que podem influenciar sua prática pedagógica.

Episódio 3: Conversas e reflexões

Os diálogos e declarações apresentados a seguir são recortes de discussões que permearam a Ação 1, e evidenciam reflexões e negociações a respeito de questões relacionadas ao conhecimento profissional do professor, especialmente no que diz respeito ao currículo e ao ensino de Matemática. As discussões decorrem de questionamentos feitos tanto pela formadora, quanto pelos demais membros da comunidade, e em alguns momentos evidenciam conflitos e discordâncias.

No encontro do dia 31/07/2012, antes de iniciar a resolução e discussão dos problemas da Lista 2, a formadora pediu que os participantes comentassem a respeito das dificuldades que encontraram inicialmente para resolver os problemas sem recorrer às regras e algoritmos, e tentassem identificar as razões disso.

Tina: Eu acho que vem de como a gente aprendeu. Porque não tinha essa questão de você pensar.

Laís: [É difícil] me desprender dos dispositivos, da parte algébrica. É imediato querer fazer por meio da regra de três, automaticamente. Você já “pesca” os números do problema e já estrutura [o algoritmo]. Você não interpreta o problema.

Ada: Eu acho que falta tempo para o professor estudar. [...] porque eu estou com dificuldade. [...] Nós ficamos patinando no raciocínio [proporcional]. Como que a gente vai desenvolver esse raciocínio se a gente não estudar?

Na sequência os participantes discutiram a respeito de como eles ensinam o conceito de proporcionalidade aos seus alunos, a partir de questionamentos feitos pela formadora.

Tânia: E quando ensinam, vocês trabalham primeiro a ideia de razão, a proporcionalidade como uma igualdade de duas razões, e depois a regra de três direta, inversa, é isso?

Iara: É, razão, proporção, [e também] grandezas proporcionais, juros simples...

Tânia: Mas será que isso é suficiente?

Ada: Sabe o que eu fiquei pensando depois [de resolver os problemas] daquela folha [Lista 1] e agora dessa aqui [Lista 2]? A gente complica a matemática para nossas crianças. [...] A gente já começa com *x* e vem com aquilo e aquilo outro. [...] Eu parei para pensar, o que é isso que nós estamos fazendo?

Bia: Porque eu tenho que ir tão a fundo né? Dar aquelas regras, aqueles teoremas...

Tânia: Ada, veja se eu entendi: você está colocando que [da forma como estamos ensinando] é como se a gente queimasse uma etapa, é mais ou menos isso? Quer dizer, a gente ensina as regras e fórmulas [...], mas os alunos não sabem bem o que fazer com isso?

Iara: Você acha que dar a dedução e as fórmulas é errado?

Ada: Não. Tem um momento que ele [o aluno] vai ter que chegar a isso, mas ele vai ter que trabalhar antes com raciocínio. [...] Porque a gente fala que as crianças não sabem nada. Mas às vezes eles sabem tanto, e a gente que está confundindo a cabeça deles.

Iara: Mas é importante também generalizar o conteúdo que está sendo dado. [...] Por exemplo, [quando eu ensinei] P.A. e P.G., ele [o aluno] fez várias sequências, de tudo que é jeito, calculou a razão, calculou quantos termos tinha. Claro que eu comecei com números. Aí eu fui para o quadro deduzir a fórmula com eles, e falei: daqui pra frente, os exercícios vocês vão resolver usando fórmula. Está errado?

Tânia: Mas por que que você acha que dali pra frente eles só podem resolver os exercícios com fórmula?

Iara: Porque é mais cômodo, é mais rápido, é mais fácil...

Tânia: Para quem?

Iara: Ah, para um concurso, um vestibular ...

Tânia: É mais cômodo, é mais fácil, é mais rápido para quem?

Iara: Para mim... (risos), para eu corrigir é mais fácil... [...] Então eu estou fazendo errado?

Tânia: O que vocês acham? É uma coisa para pensar ...

Nas declarações e argumentos da professora Iara percebe-se que, para ela, as fórmulas e regras formais da matemática representam uma forma mais adequada de resolver um problema, e isso parece influenciar o modo como ensina matemática, com ênfase na linguagem formal, privilegiando o uso e a aplicação de fórmulas e algoritmos na resolução de problemas, em detrimento de outros modos de pensar.

Essa é uma prática institucionalizada há muito tempo, e os professores têm poucas oportunidades de refletir sobre as razões disso. Mas o confronto com as ideias apresentadas pela professora Ada e os questionamentos feitos pela formadora parecem fazer com que Iara *coloque sob suspeita as suas certezas* a respeito dessa questão, como mostra o diálogo a seguir.

Tânia: Ada, o que te levou a pensar que a gente está "complicando" demais na escola, sendo que a matemática pode ser mais fácil?

Ada: O trabalho aqui [na CoP]. [...] A resolução [das tarefas] e a maneira como a professora [formadora] dialoga sobre a questão.

Tânia: Você está percebendo que é possível os alunos pensarem matematicamente sem ficar usando as tais regras e algoritmos, é isso?

Ada: É, a gente coloca muito as "regras" primeiro, e não estimula eles [os alunos] para pensar.

Tânia: Então, talvez a escola esteja trabalhando demais com os algoritmos e pouco com a questão do pensamento? É mais uma coisa para pensar. [...]
Pensem em como vocês estão resolvendo os problemas com outras estratégias, usando outras representações, como as frações por exemplo. Você fez de um jeito, ela fez do outro e ela fez de outro, enquanto vocês estavam resolvendo individualmente.

Clea: Uma coisa que eu aprendi muito aqui, foi olhar várias maneiras de resolver [uma questão]. Porque eu era muito assim, só via uma forma de fazer e não aceitava que os alunos fizessem de outro jeito.

Iara: Então, mas eu fiz um processo longo; mas não é mais demorado? Porque a Bia fez muito mais rápido, e muito mais fácil de fazer.

Tânia: E qual é o momento em que uma pode ter acesso ao método da outra, a um método mais "enxuto", mais sofisticado?

Bia: Na hora da correção.

Tânia: Na hora da correção, na hora da discussão do problema. Às vezes a gente acha que está perdendo tempo colocando várias maneiras de resolver. Mas esse "perder tempo" é justamente a oportunidade que as crianças têm para ver diferentes pontos de vista. No próximo problema com certeza ela vai começar a pensar em outras estratégias.

Ada: E vão surgir essas maneiras diferentes.

Iara: Mas é difícil um aluno chegar sozinho a uma solução pela regra.

Tânia: É aí que o professor vai fazer o seu papel. Mas aí é diferente Iara. Em que medida vocês acham que isso é diferente de chegar e oferecer a regra [de imediato]?

Iara: Vai ser do jeito deles [dos alunos] também. Porque aí não é a "técnica" e o "macete", é a construção do raciocínio deles.

Tânia: Exatamente. É a percepção dele [do aluno]. É deixar ele perceber que tem caminhos mais rápidos e mais curtos para resolver. É isso que difere de você [professor] oferecer a regra como uma coisa pronta e definitiva, de trabalhar com diferentes possibilidades [dos alunos].

Observamos que nessas discussões a professora Ada, que não manifestava com frequência as suas ideias, ou seja, tinha uma participação periférica e se colocou numa trajetória de entrada para uma participação plena na comunidade. Essa forma de participação e as reificações evidenciadas nos questionamentos e declarações da professora indicam que ela estava negociando significados a respeito da forma como costumava gerir suas aulas e da necessidade de estudar para buscar outros caminhos para sua prática pedagógica.

Na perspectiva das Comunidades de Prática (WENGER, 1998), a participação não se refere somente ao fato de fazer parte da comunidade e trabalhar em conjunto, como uma ação. Trata-se de um processo mais amplo que envolve a *disposição* da pessoa em negociar seus significados, e também a *abertura* na comunidade para que ela tenha oportunidade e acesso aos recursos necessários para que isso ocorra. É nesse sentido que a "participação é "tanto uma forma de ação quanto uma forma de pertencimento, [...] e dá forma não somente ao que fazemos, mas também a quem somos e como interpretamos o que fazemos" (WENGER, 1998, p. 4, tradução nossa).[40]

A participação da professora Ada também colaborou para ampliar o debate a respeito de práticas de ensino que podem colaborar para desenvolver a capacidade dos alunos de pensar matematicamente. Outras questões que se tornaram ponto de enfoque nessas discussões envolvem o currículo escolar, a quantidade de conteúdos, o tempo para ensiná-los, e as condições de trabalho, como mostram as declarações a seguir.

Bia: A gente tem uma matriz curricular tão extensa, tão cheia de conteúdo! [...] A gente tinha que repensar essa matriz, e trabalhar bem esses conteúdos que são prioridade. Tem tanta coisa para trabalhar que acaba trabalhando quase tudo [superficialmente].
Ada: Será que na escola a gente precisa de tudo, de tanta Matemática sofisticada?
Tânia: Aí temos novamente a pergunta: que Matemática precisa estar na escola?
Iara: Só a que usa no dia a dia? [...] Não sei não! Eu confio muito nos autores dos livros que eu uso, [...] dos livros didáticos. Então, não foi um autor, não foram dois, três; a coisa também não é assim de agora. Então, se está naquele livro didático [que eu uso], eu acho que o aluno tem toda capacidade de aprender, e se ele tem capacidade de aprender, eu acho que a gente tem que ensinar.
Bia: Mas tem coisas [conteúdos] lá que muitas vezes é difícil até para a gente entender.
Iara: Eu não sei... Se bem que... Um conteúdo que eu tiraria do [currículo] é números complexos.
Tânia: Por que Iara?

[40] […] participating […] is both a kind of action and a form of belonging, […] and shapes not only what we do, but also who we are and how we interpret what we do. (WENGER, 1998, p. 4).

Iara: Eu não sei onde aplica, com o que que eu vou relacionar ele [o número complexo], a utilização, você entendeu? [...] se bem que eu adoro ensinar números complexos, quando chega naquela parte da potência.

A professora Iara indica que, para ela, os conteúdos a serem ensinados são aqueles tradicionalmente presentes nos livros didáticos, mas suas declarações, assim como dos outros professores indicam que há muitas dúvidas a respeito da seleção e organização dos conteúdos, e que não se sentem seguros para se posicionar.

A gestão do currículo foi um ponto de enfoque frequente nos encontros da CoP-PAEM, o que indica que isso influencia fortemente as decisões dos professores a respeito do quê e de como ensinar matemática, especialmente quanto à autonomia para fazer adequações que atendam às necessidades educacionais dos alunos.

No Brasil, a legislação e os documentos oficiais estabelecem apenas parâmetros curriculares, e a maioria dos estados estabelecem diretrizes ou propostas curriculares, de forma que as escolas têm alguma autonomia para organizar e gerir o currículo escolar. No entanto, os professores nem sempre estão dispostos a fazer mudanças e assumir as responsabilidades pelo seu gerenciamento, especialmente quanto aos conteúdos, pois é preciso fazer escolhas e tomar decisões sustentadas por conhecimentos matemáticos e pedagógicos; bem como ficar vulnerável pela exposição ao julgamento da eficácia de suas ações.

Assim, a gestão do currículo não é somente uma questão de poder institucional, mas também uma questão de competência profissional e disposição para lidar o desconforto causado pela *vulnerabilidade.* As decisões do professor em situações dessa natureza são orientadas pelo seu sentido de *agência*, ou seja, o modo como concilia o que precisa/deve ser feito, e o que é preciso mobilizar em relação a si mesmo (conhecimentos, crenças, sentimentos, emoções), e em relação às condições do contexto (acesso, recursos, apoio).

A qualidade dos conhecimentos e competências profissionais do professor, a forma como se vê profissionalmente e a visão que tem da profissão, são elementos que fazem diferença na forma como o professor lida com essas situações.

Na análise do desenvolvimento da Ação 1 observamos que a liberdade para interagir e explorar soluções não convencionais para os problemas favoreceu a diversidade de estratégias, registros e procedimentos, assim como a mobilização de propriedades e conceitos matemáticos, que é resultado da interpretação que cada um fez do problema e dos significados negociados na comunidade.

Nessas negociações os membros da comunidade produziram significados, compartilhando e confrontando seus pontos de vista, validando-os ou reformulando-os quando necessário, o que colaborou para o fortalecimento de seu conhecimento matemático, especialmente a respeito de ideias matemáticas e aspectos envolvidos no raciocínio proporcional.

O trabalho de resolver e discutir os problemas que envolvem aspectos do raciocínio proporcional também colaborou para que o grupo percebesse que essa forma de pensar pode favorecer a compreensão dos alunos a respeito de conceitos básicos da Matemática, como afirmam Lesh, Post & Behr (1988) e Lamon (2005, 2012), e que o fato de uma pessoa raciocinar proporcionalmente pode influenciar significativamente sua aprendizagem e o modo como ela vê a Matemática.

Resolver os problemas por meio de estratégias diferentes das que estavam acostumados, sem utilizar algoritmos, foi um desafio para os membros da comunidade, pois foi necessário pensar de outro modo. Isso também colocou em questão os conhecimentos que os participantes tinham a respeito do conceito matemático proporcionalidade e das propriedades relacionadas, de tal forma que foi necessário negociar outros significados. Em outras palavras, isso significa reavaliar crenças e concepções, principalmente em relação ao conhecimento matemático.

Para muitos professores, enfrentar desafios, encontrar outras formas de pensar, reavaliar crenças e concepções, e negociar significados a respeito de conhecimentos específicos nem sempre é uma prática confortável. Admitir que “não sabe” ou que não consegue lidar adequadamente com um conceito ou propriedade matemática, por exemplo, implica em expor algumas de suas fragilidades, e isso faz com que o professor se sinta vulnerável, no sentido de estar sujeito a críticas e julgamentos quanto a sua competência profissional.

Desse modo, podemos inferir que essa ação também proporcionou aos participantes da CoP-PAEM uma *experiência de vulnerabilidade*, não no sentido de fragilidade, como esse conceito é comumente interpretado, mas como uma experiência que lhes permitiu “suspender por alguns instantes, mais ou menos longos, e mais ou menos frequentes, [suas] certezas e convicções” (OLIVEIRA; CYRINO, 2011, p. 112), fazendo-os questionar a si próprios e a se envolver em negociações de significados, ou seja, essa vulnerabilidade colaborou para que eles se colocassem em trajetórias de aprendizagem por meio de uma participação plena e reificações.

Na trajetória da CoP-PAEM percebemos que na medida em que os professores estabeleciam uma *relação de confiança* entre si, e com os formadores, eles se sentiam mais confortáveis para expor suas dúvidas e negociar significados, e experimentar a vulnerabilidade como uma forma de fortalecer seu conhecimento profissional.

Apresentamos a seguir uma síntese da negociação de significados identificada no desenvolvimento da Ação 1 (Quadro 8) do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, evidenciando as oportunidades que permitiram diferentes formas de participação e reificações dos membros da CoP-PAEM na constituição de trajetórias de aprendizagens.

Quadro 8 - Negociação de Significados na Ação 1

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)**	**Evidências**
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	Discussão coletiva	Um problema pode ser resolvido por meio de recursos e estratégias diferentes, e isso deve ser levado em conta no ensino de Matemática.	**Clea:** Uma coisa que eu aprendi muito aqui, foi olhar várias maneiras de resolver [uma questão]. Porque eu era muito assim, só via uma forma de fazer e não aceitava que os alunos fizessem de outro jeito.
		No ensino de matemática é preciso que o aluno desenvolva a capacidade de pensar matematicamente. O pensamento matemático deve preceder as formalizações.	**Ada:** A gente complica a matemática para nossas crianças. [...] A gente já começa com x e vem com aquilo e aquilo outro. [...] Eu parei para pensar, o que é isso que nós estamos fazendo? [...] **Iara:** É importante também generalizar o conteúdo que está sendo dado. **Ada:** Mas a gente coloca muito as “regras” primeiro, e não estimula eles [os alunos] para pensar. [...] Tem um momento que ele [o aluno] vai ter que chegar a isso, mas ele vai ter que trabalhar antes com raciocínio.
Conhecimento sobre gestão do Currículo	Discussão coletiva	O professor precisa assumir a responsabilidade pela gestão do currículo: escolha e organização dos conteúdos, tendo em conta o tempo e as condições materiais.	**Bia:** A gente tem uma matriz curricular tão extensa, tão cheia de conteúdo! [...] A gente tinha que repensar essa matriz, e trabalhar bem esses conteúdos que são prioridade. Tem tanta coisa para trabalhar que acaba trabalhando quase tudo [superficialmente].
Autoconhecimento Profissional	Discussão coletiva	Reconhecimento da necessidade de o professor estudar.	**Ada:** Eu acho que falta tempo para o professor estudar. [...] porque eu estou com dificuldade. [...] Nós ficamos patinando no raciocínio [proporcional]. Como que a gente vai desenvolver esse raciocínio se a gente não estudar?

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)**	**Evidências**
		Dificuldade de o professor considerar outras estratégias e formas de pensar matematicamente.	**Laís:** [É difícil] me desprender dos dispositivos, da parte algébrica. É imediato querer fazer por meio da regra de três, automaticamente. Você já "pesca" os números do problema e já estrutura [o algoritmo]. Você não interpreta o problema.
Conhecimento Específico de Matemática	Discussão coletiva	Pensamento relativo (multiplicativo) Representação percentual	**Márcio:** Agora vamos analisar no outro. Se fosse para aumentar seria 75 para ficar 25 por 25 que dá 625. Então 75 é quanto de 625? É 0,12. [...] Ah, isso aqui [0,12] é o percentual que isso [o acréscimo de 75] é disso [da área final do retângulo]. **Laís:** Vai dar 10 % e aqui vai dar 12%.
		Relação de proporcionalidade	**Ada:** Mas é 3 de 25, e [no outro retângulo] tem que aumentar 4 de 39.
		O que é considerado válido na matemática. Reconhecimento da necessidade de utilização da argumentação e da demonstração para justificar a extensão de resultados obtidos nos processos de generalização para validar uma estratégia.	**Tânia:** Um argumento é válido se em qualquer outra circunstância semelhante a essa, ela também "funciona". Essa estratégia de dividir um pelo outro vai funcionar para qualquer tamanho [dos retângulos], sempre que você comparar os dois lados e verificar em qual deles a razão é mais próxima de 1. Não depende do tamanho dos retângulos. **Tânia:** Sim, mas quando a gente fala "argumento válido" em Matemática [estamos falando] daquilo que eu posso dar uma justificativa ... **Laís:** Que faz sentido. **Clea:** Que convença? **Tânia:** Então, A justificativa que você deu é suficiente para "convencer"? O que precisa para "convencer" [em Matemática]? **Eva:** Eu acho que não. Porque nem toda medida vai chegar em um quadrado perfeito. [...] Tem retângulo que é quase igual, mas não dá para fazer o quadrado do jeito que você [Clea] fez. **Tânia:** A gente poderia fazer alguns testes. **Laís:** Ou uma demonstração [em linguagem matemática].
	Reflexão individual	Pensamento absoluto (aditivo)	**Iara:** Eu achei que a diferença de 39 por 35 é 4, então tem que

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)	Evidências
			aumentar 4 [na medida do lado menor] para ficar um quadrado. E aqui no [retângulo] de 25 por 22 eu tenho que aumentar 3 [na medida do lado menor] para dar o quadrado. Então como eu tenho que aumentar só 3, esse [retângulo de 25 por 22] é mais próximo, porque [no outro] eu tenho que aumentar 4.
		Conceito de razão. Relações de covariância - das medidas dos lados do quadrado - e de invariância da razão entre essas medidas.	**Laís:** Eu pensei que em um quadrado os dois lados, comprimento e largura, têm que ser iguais. Se eu dividir um pelo outro tem que dar 1. **Figura 6** - Registro de Bia - Problema dos retângulos (31/07/2012)

Fonte: A autora

4.2.2 Ação 2 - Estudo de textos a respeito do Raciocínio Proporcional

No senso comum, a prática está associada a “fazer algo”, como um processo manual, mecânico ou desprovido de reflexão; o que remete à ideia de que prática é o oposto da teoria. Mas na perspectiva das comunidades de prática, o conceito de prática tem uma conotação mais ampla, e o termo é utilizado para se referir a um processo que articula o agir e o pensar e envolve a pessoa como um todo, em um “contexto histórico e social que dá estrutura e significado ao que fazemos” (WENGER, 1998, p. 47).

Mesmo quando o empreendimento é de natureza teórica, ele está situado no contexto de uma comunidade, de modo que o trabalho intelectual também é compreendido como prática, na medida em que integra o processo de negociação de significados em que os membros da comunidade estão envolvidos. Assim, em um empreendimento as ações podem ser mais ou menos reflexivas, dependendo do tipo de aprendizagem em que a comunidade está empenhada.

Na CoP-PAEM, os estudos teóricos integraram as ações de todos os empreendimentos, e no estudo do Raciocínio Proporcional eles foram inseridos por iniciativa das formadoras, com a intenção de fundamentar o tema que estava em discussão, ou quando o grupo sentiu necessidade de apoio teórico para as discussões e negociações de significado, a respeito do que estavam experimentando. Os textos trazem projeções de outros interlocutores e integram o repertório da comunidade, na medida em que tomam parte nas reflexões e compreensões que os membros desenvolvem.

No estudo dos textos o grupo discutiu questões tais como: o que é Raciocínio Proporcional e os aspectos envolvidos no seu desenvolvimento; o papel da compreensão das diferentes interpretações do número racional; a importância do Raciocínio Proporcional para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e a compreensão de conceitos matemáticos abstratos.

A dinâmica desses estudos foi se modificando ao longo do tempo, a partir das reflexões das formadoras no planejamento dos encontros e das discussões coletivas no grupo, como mostram os episódios a seguir.

Episódio 4: Estudo do texto “Raciocínio Proporcional”

Na leitura e discussão desse texto (APÊNDICE C), proposto logo após as resoluções e discussões dos problemas das Listas 1 e 2, da Ação 1 (agosto de 2012), a maior parte dos questionamentos foi respondida ou discutida pela formadora. Ela teve uma participação central nessa dinâmica, e atuou como o que Wenger (1998) chama de *expert* em relação ao conteúdo das discussões, reafirmando sua legitimidade como líder da comunidade.

No entanto, essa dinâmica se mostrou pouco eficiente para promover discussões e os participantes preferiram ouvir ao invés de expor suas ideias. Durante a leitura surgiram poucos comentários ou questionamentos.

> Então esse Raciocínio Proporcional não serve só para o estudo das frações? [...] [Raciocínio Proporcional] é como uma teia em que tudo está interligado? [...] Muita coisa que a gente sabe, a gente aprendeu sozinha, depois que teve que ensinar. E o pensamento proporcional, a gente adquire de que forma? [...] O que eu posso fazer? Que tipo de atividades eu posso dar para que ele [o aluno] desenvolva isso [o Raciocínio Proporcional]? (IARA, 14/08/2012, encontro da comunidade).

> Na sala de aula é cada vez mais raro encontrar crianças que têm facilidade de resolver questões matemáticas por meio do raciocínio, sem utilizar algoritmos, regras. Essas crianças são mais curiosas e costumam ler muito. (ADA, 07/11/2012, encontro da comunidade).

> O ensino de matemática não estimula o desenvolvimento do raciocínio, prioriza as regras e algoritmos. Talvez as dificuldades dos alunos estejam aí. (CLEA, 07/11/2012, encontro da comunidade).

Esses questionamentos e comentários evidenciam que o Raciocínio Proporcional não era um tema familiar para o grupo e que, provavelmente, não fazia parte dos conhecimentos abordados ao longo de sua formação profissional até então. Os professores afirmaram também que geralmente ensinam proporcionalidade somente pela "regra de três", associada aos conteúdos de juros e porcentagem. Isso reforçou nossa crença de que esse empreendimento poderia colaborar para o fortalecimento do conhecimento profissional dos professores.

No entanto, a dinâmica de leitura seguida de considerações da formadora não favoreceu a participação dos professores, que se limitaram a ouvir na maior parte do tempo. O fato de não se manifestarem não significa que não estivessem refletindo a respeito do conteúdo das discussões, mas acreditamos que as explanações da formadora antecipavam as respostas aos seus questionamentos.

Ao refletir a respeito dos encaminhamentos e da dinâmica que adotamos no início dessa ação, percebemos o quanto as atitudes do formador podem influenciar o processo de negociação de significados na comunidade. Mesmo tendo plena consciência de que a atitude de "explicar o conteúdo" tem pouco efeito sobre a aprendizagem dos professores, em determinados momentos caímos nessa "armadilha". Na ansiedade de direcionar as discussões e as reflexões dos professores, acabamos por minimizar as oportunidades de interação e negociação de significados, fundamentais no processo de aprendizagem.

Em face disso, nas leituras e discussões dos textos seguintes a formadora cuidou para que suas intervenções não inibissem as discussões, e colaborassem para provocar as reflexões dos participantes. Além disso, o grupo negociou que os estudos teóricos poderiam ser articulados com ações de natureza mais prática, como a Ação 3, em que os professores selecionaram, resolveram e discutiram problemas para identificar o potencial para explorar o Raciocínio Proporcional, que será discutida mais adiante.

Episódio 5: Estudo do texto "Estruturas Centrais do Raciocínio Proporcional"

O estudo desse texto (APÊNDICE D), adaptado de Lamon (2012), ocorreu no período de setembro a novembro de 2012. A participação e as reflexões dos professores indicam que as mudanças nas formas de encaminhamento foram produtivas para as discussões.

Isso pode ser observado na abordagem a respeito da importância do pensamento relativo para a compreensão das ideias matemáticas envolvidas no estudo de frações, (relação parte-todo, razão, quociente, medição). Ao invés de apresentar considerações a respeito da questão, a formadora retomou uma tarefa elaborada pelo grupo no estudo desenvolvido anteriormente a respeito do conceito e da equivalência de frações, em que o aluno deveria dividir e cortar tiras de papel colorido de mesmo tamanho, em números diferentes de partes iguais. Sugerimos que os professores tentassem estabelecer relações entre a tarefa e o pensamento relativo, o que possibilitou reflexões como as da professora Iara, no diálogo com a formadora.

Iara: Então quando a gente começa a montar aquele material [com as tiras de papel] ele [o aluno] já está tendo esse pensamento [relativo]?
Tânia: O que a gente pode discutir nessa tarefa, com essa montagem?
Iara: Você pode discutir a relação entre o tamanho e o número de partes.
Tânia: Sim, trabalhar com o aluno essa ideia de que quanto mais ele divide, [uma determinada unidade], menor fica cada pedacinho, e depois mostrar que na hora de representar, quanto maior for o denominador, menor vai ser cada pedacinho. Isso envolve um pensamento relativo.
Iara: Então a gente pode fazer com o aluno cada parte da tarefa [das tiras de papel] relacionada com esses raciocínios [aspectos do raciocínio proporcional] aqui. Porque aí não é só dar uma prática pela prática.

Os questionamentos e as reificações de Iara evidenciam que ela estava negociando o significado de pensamento relativo e ampliando sua compreensão a respeito de possibilidades para trabalhar a tarefa das tiras de papel com seus alunos.

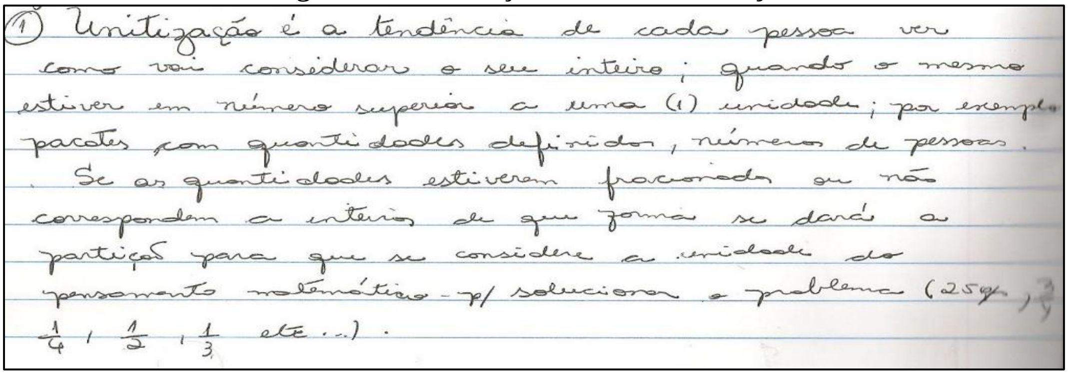
O diálogo a seguir retrata uma parte da discussão coletiva que ocorreu após a leitura, e contém indicativos de que alguns aspectos do Raciocínio Proporcional começavam a fazer sentido para os professores.

Tânia: Alguém quer comentar o texto, a respeito do que é o raciocínio proporcional?
Bia: Eu acho que eu penso proporcionalmente, mas eu não consigo definir isso.
Tânia E o que vocês acham? Pelo que vocês já viram das resoluções [dos problemas] da Bia a forma como ela resolve as tarefas, vocês acham que ela raciocina proporcionalmente?
Clea: Ela é muito rápida! Ela pensa proporcionalmente [...] mas eu ainda acho que eu penso mecanicamente.
Tânia: E por que pensa assim?
Clea: Eu analiso e encontro a resposta, mas eu não consigo pensar em caminhos diferentes para explicar [...] eu sempre volto a usar o x, por exemplo.
Ada: É, tem que saber usar vários mecanismos para resolver a questão. Mas tem que praticar.
Tânia: E praticar ajuda a desenvolver esse raciocínio?
Iara: Eu penso que é como um dom mesmo, a pessoa ter facilidade maior para raciocinar de muitos jeitos. É uma característica da pessoa, esse tipo de pensamento. Eu tenho alunos assim, mas a maioria não tem essa capacidade.
Ada: Mas pode treinar, resolver várias tarefas onde você tem que achar estratégias [...], como fizemos aqui. Tem que trabalhar mais isso.
Tina: Se você não tem, precisa treinar.

Iara: Eu entendi que [raciocínio proporcional] não é um conteúdo, é um jeito de pensar. E também esse pensamento proporcional não se encaixa só para resolver problemas de proporcionalidade. [...] Pode ser em outras coisas.
Ada: Isso eu até entendi, mas precisa daqueles [...] dos subconstrutos [diferentes interpretações do número racional], e isso eu ainda não sei bem.

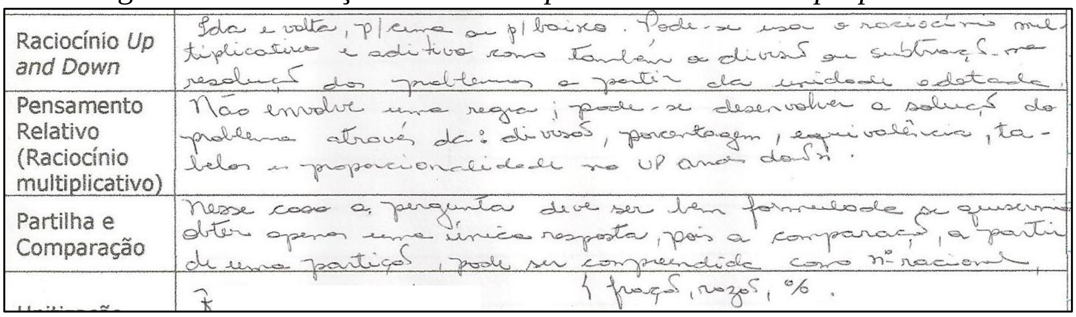
Nesse diálogo é possível perceber mudanças no modo como a formadora encaminhou a discussão. Ao invés de apresentar suas próprias considerações, ela passou a questionar o grupo, o que abriu espaço para a interação e para a projeção das interpretações (reificações) dos professores a respeito do que estavam estudando. Essas reificações foram identificadas também nas anotações contidas nos cadernos de registro dos professores e evidenciam sua compreensão a respeito dos aspectos centrais no desenvolvimento do Raciocínio Proporcional, discutidos nessa ação.

Figura 9 – Reificação de Clea: *unitização*


(1) Unitização é a tendência de cada pessoa ver como vai considerar o seu inteiro; quando o mesmo estiver em número superior a uma (1) unidade; por exemplo pacotes com quantidades definidos, números de pessoas. Se as quantidades estiverem fracionado ou não correspondem a inteiros de que forma se dará a partição para que se considere a unidade do pensamento matemático - p/ solucionar o problema (25%, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ etc...).

Fonte: **Caderno de Clea**

Figura 10 – Reificações de Clea: *aspectos do raciocínio proporcional*



Raciocínio *Up and Down*	Ida e volta, p/ cima ou p/ baixo. Pode-se usar o raciocínio multiplicativo e aditivo como também a divisão ou subtração na resolução dos problemas a partir da unidade adotada.
Pensamento Relativo (Raciocínio multiplicativo)	Não envolve uma regra; pode-se desenvolver a solução do problema através da: divisão, porcentagem, equivalência, tabelas e proporcionalidade no UP and down.
Partilha e Comparação	Nesse caso a pergunta deve ser bem formulada se quiser obter apenas uma única resposta, pois a comparação, a partir de uma partição, pode ser compreendida como nº racional, { frações, razões, %.
[illegible]	

Fonte: Caderno de Clea

Figura 11 – Reificação de Iara: *pensamento relativo*

4) P. relativo envolve mais abstração, através dele
cria-se soluções mais complexas, chegando a resulta
dos mais surpreendentes, capaz de fazer relações e
suposições. Levo ao encontro de outras formas de
resolver as tarefas proposta criando estratégias de
resolução.

Fonte: Caderno de Iara

Figura 12 – Reificação de Bia: *raciocínio Up and Dow*

Raciocínio Up and Down	EU entendi que raciocínio Up and Down, é um raciocínio flexível (progressivo/regressivo), onde a pessoa busca estratégias para resolver determinada situação problema a partir dos conhecimentos que ela tem, em alguns momentos ela usa um pensamento mais elaborado em outros não.

Fonte: Folha anexa ao caderno de Bia

O conteúdo das discussões, no decorrer dessa ação, também contém evidências de que a participação dos professores na CoP-PAEM refletiu em suas concepções a respeito da aprendizagem dos alunos e em sua prática na sala de aula, como se pode observar nas declarações dos professores.

Clea: Uma coisa que antes [desse estudo] eu não aceitava é o aluno dar só a resposta, [...] resolver uma tarefa [na prova] e não escrever [em linguagem matemática]. Eu relutava em dar a nota para o aluno. Era difícil, mas agora eu já percebi que tem aluno que consegue raciocinar desse jeito.
Eu comecei a observar eles durante as aulas.

Ada: Mas não pode focar só na avaliação escrita, sendo que ele vai bem durante as aulas. É impossível ficar só na [avaliação] escrita.

Clea: Então, eu concordo que se a gente sabe que o aluno vai bem, pode aceitar. Só que sempre tem aquele que vai de “carona”. Então precisa escrever também.

Ada: Mas tem que olhar todo dia, fazer avaliação diária.

Tânia: O que vocês acham que a gente poderia fazer para lidar com isso? O que podemos fazer para aceitar com mais tranquilidade esses casos que a Clea falou?

Clea: Então, agora eu dou bastante atividade em sala e fico andando, eu olho, eu pergunto: como você chegou nessa resposta? Por que fez assim?
Se o aluno não sabe dizer, eu penso que ele só copiou. [...] Então eu digo que precisa refazer, que eu quero o cálculo desenvolvido. [...]
Mas quando eu vejo que estão discutindo, que falam, [...] então eu já sei que aqueles [alunos] podem dar só a resposta, porque sei que ele calculou mesmo, que ele raciocinou.

Tânia: Quer dizer que a argumentação dele [do aluno] é um indício que ele resolveu [a tarefa]?

Eva: E também quando ele participa, [...] quando você está explicando a matéria. Esse tipo de aluno participa [da aula], ele indaga a gente.

A flexibilidade no encaminhamento das ações e a *negociação contínua do empreendimento* na CoP-PAEM permitiu que a dinâmica e os pontos de enfoque das discussões fossem reformulados de acordo com as necessidades e interesses dos professores. O envolvimento dos professores nas discussões após a negociação da dinâmica dos estudos reforça a importância da negociação constante do empreendimento.

Acreditamos que essa é uma das características fundamentais na dinâmica das comunidades de prática que pode favorecer o processo de aprendizagem dos professores nos contextos de formação. De acordo com Wenger (1998), ao negociar as ações coletivamente, os membros de uma comunidade de prática tendem a se sentir responsáveis pelo processo e a se comprometer, tanto com o seu próprio processo de aprendizagem, quanto dos demais.

A análise do desenvolvimento dessa ação permitiu compreender a importância da experiência pessoal do professor no desenvolvimento de seu conhecimento profissional. De acordo com Kelchtermans (2009), para integrar um conhecimento formal ao conjunto de crenças e conhecimentos profissionais do professor é preciso que seja validado por ele, por meio da experiência; ou seja, o professor precisa sentir que "funciona para ele" (produzir significado) para acreditar que pode ser válido também para o seu aluno.

Na CoP-PAEM, percebemos que as práticas que se materializam por meio da participação efetiva de todos os seus membros (professores, pesquisadores e formadora) em ações, discussões e reflexões que eles valorizam, colaboram para que eles se coloquem em trajetórias de aprendizagem com as quais se identificam. Na perspectiva de Wenger (1998) essa "participação dá forma não somente ao que fazemos, mas também a quem nós somos e como interpretamos o que fazemos" (p.10). Isso nos leva a crer que os conhecimentos construídos por meio da participação dos professores em comunidades de prática como a CoP-PAEM, podem se refletir também em sua prática docente e na sua identificação com a profissão.

No Quadro 9 apresentamos uma síntese da negociação de significados identificada no desenvolvimento da Ação 2 do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, evidenciando oportunidades que permitiram diferentes formas de participação e reificações dos membros da CoP-PAEM na constituição de trajetórias de aprendizagens.

Quadro 9 - Negociação de Significados na Ação 2

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)**	**Evidências**
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	Discussão coletiva	As dificuldades na aprendizagem matemática dos alunos podem estar relacionadas ao ensino que prioriza recursos e representações formais.	**Clea:** O ensino de matemática não estimula o desenvolvimento do raciocínio, prioriza as regras e algoritmos. Talvez as dificuldades dos alunos estejam aí.
		Atividades práticas precisam ser relacionadas aos conceitos e ideias matemáticas.	**Iara:** Então a gente pode fazer com o aluno cada parte da tarefa [das tiras de papel] relacionada com esses raciocínios [aspectos do raciocínio proporcional] aqui. Porque aí não é só dar uma prática pela prática.
		A avaliação deve ser feita por meio de diferentes recursos e situações.	**Ada:** Mas não pode focar só na avaliação escrita, sendo que ele vai bem durante as aulas. É impossível ficar só na [avaliação] escrita.
		Questionar os alunos e monitorar seu trabalho permite ao professor identificar suas trajetórias de aprendizagem.	**Clea:** Então, agora eu dou bastante atividade em sala e fico andando, eu olho, eu pergunto: como você chegou nessa resposta? Por que fez assim? Se o aluno não sabe dizer, eu penso que ele só copiou. [...] Então eu digo que precisa refazer, que eu quero o cálculo desenvolvido. [...] Mas quando eu vejo que estão discutindo, que falam, [...] então eu já sei que aqueles [alunos] podem dar só a resposta, porque sei que ele calculou mesmo, que ele raciocinou.
		A capacidade de raciocinar proporcionalmente é característica própria do sujeito.	**Iara:** Eu penso que é como um dom mesmo, a pessoa ter facilidade maior para raciocinar de muitos jeitos. É uma característica da pessoa, esse tipo de pensamento. Eu tenho alunos assim, mas a maioria não tem essa capacidade.
		A capacidade de raciocinar proporcionalmente pode ser desenvolvida.	**Ada:** Mas pode treinar, resolver várias tarefas onde você tem que achar estratégias [diferentes]. **Tina:** Se você não tem [raciocínio proporcional], precisa treinar.
Conhecimento Específico de Matemática	Reflexão Individual	Aspectos centrais do desenvolvimento do Raciocínio proporcional: unitização; pensamento relativo; raciocínio *Up and Down;* partilha e comparação.	Registros escritos dos professores.

Fonte: A autora

4.2.3 Ação 3 - Proposição de problemas envolvendo proporção / proporcionalidade pelos participantes da CoP-PAEM

No desenvolvimento dessa ação a participação dos professores foi observada tanto na seleção e proposição dos problemas, como no seu envolvimento na resolução, discussão e análise dos problemas propostos pelos demais. O grupo concordou em continuar resolvendo os problemas sem recorrer aos algoritmos e regras convencionais.

A maior parte dos problemas selecionados/adaptados contemplavam elementos potenciais para desenvolver o raciocínio proporcional, tais como: comparação relativa entre grandezas, densidade demográfica, relação parte-todo, velocidade média, comparação de frações, soma e comparação de razões. Esses problemas foram copiados ou adaptados de diversas fontes, como livros didáticos, revistas, provas da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas). A professora Iara propôs um problema elaborado por ela (Figura 13).

Figura 13 - Problema proposto por Iara

Lívia adora pintar quadros, ela fez uma réplica do quadro da Monalisa, com dimensões 44 cm de altura por 30,285 cm de largura, que são proporcionais a quadro original, aquele pintado por Leonardo da Vinci, que tem 53 cm de largura e deu de presente para sua irmã Mayara, que estava de aniversário. O presente fez um sucesso enorme que Mayara pediu para Lívia pintar um outro quadro, só que agora obedecendo as dimensões originais.

a) Quais são as medidas originais do quadro da Monalisa? 53 x 77
b) Lívia que tinha em seu ateliê duas telas em branco com as seguintes dimensões: uma com 30 cm por 40 cm e outra com 53 cm por 70 cm. Estas telas são proporcionais á tela original, servindo para a ampliação que Lívia deverá fazer?

(Exercício de minha autoria – Iara

Fonte: Caderno de Iara

Nas resoluções e na discussão coletiva os participantes observaram que nesse problema estava presente a ideia de razão como constante de proporcionalidade, pensamento relativo, medição, e que para resolvê-lo sem aplicar regras é preciso que se tenha alguma experiência com situações que envolvem raciocínio proporcional.

A professora Eva escolheu um problema que envolve as frações como relação parte-todo, mas que se referem a inteiros diferentes, e afirmou que esse é um tipo de problema que seus alunos teriam muita dificuldade para resolver, porque eles não compreendem o significado das frações.

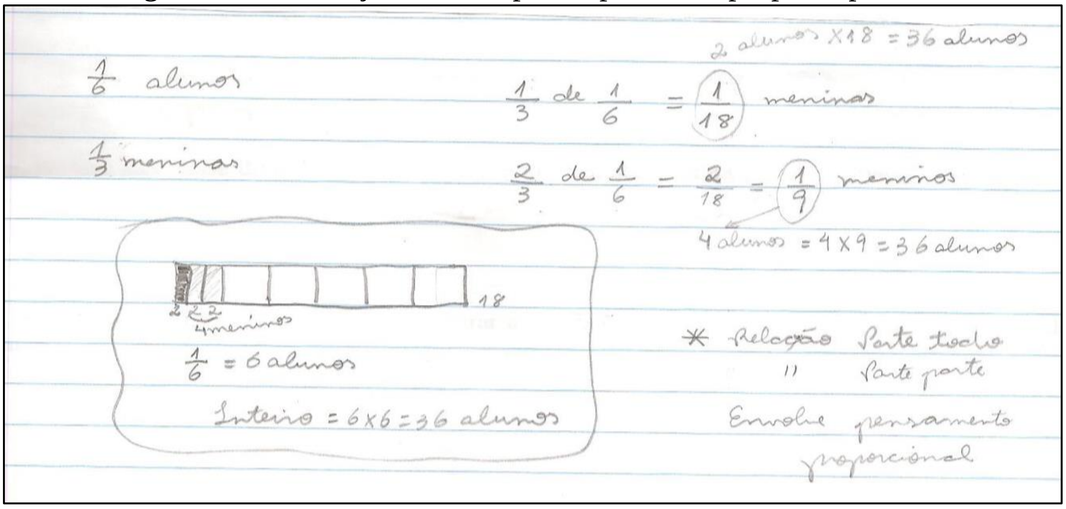
Figura 14 - Problema proposto por Eva (Adaptado da prova da OBMEP)

Tarefa 1: **Alunos com Óculos**: A sexta parte dos alunos de uma classe usam óculos. Dentre os que usam óculos, uma terça parte são meninas; além disso, quatro meninos usam óculos. Quantos são os alunos dessa classe?

Fonte: Caderno de Eva

Ela afirmou também que escolheu o problema porque tem dificuldades para trabalhar essas ideias com seus alunos, e que na comunidade poderiam surgir resoluções mais simples que os alunos poderiam compreender. Os participantes discutiram e resolveram o problema em conjunto e a resolução considerada mais simples foi por meio de uma representação pictórica, como indica o registro no caderno de Tina, que é semelhante aos que encontramos nos cadernos dos demais.

Figura 15 - Resolução de Tina para o problema proposto por Eva



Fonte: Caderno de Tina

Mesmo não tendo utilizado recursos algébricos, os participantes concordaram que as ideias matemáticas envolvidas são complexas, como por exemplo a “fração de uma fração”. Essas questões já haviam sido tratadas no estudo das frações.

Alguns problemas não contemplaram os aspectos do raciocínio proporcional, como o que foi proposto pela professora Ada, relatado a seguir.

Episódio 6: Análise do problema proposto por Ada

Quadro 10 – Enunciado do problema proposto por Ada

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas [...] e a pornografia infantil [...]. Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil. Quantas denúncias foram classificadas como tráfico de pessoas? Em relação aos crimes de tráfico de pessoas e os de pornografia infantil, qual o de maior denúncia? (CESPE/UnB – DPF).

Fonte: A autora

Iara: Eu acho que não tem proporcionalidade. Porque se trata de conjuntos.
Eva: Eu também acho que não. Eu vejo aí a ideia de conjuntos.
Tânia: Quando você resolveu, não encontrou relações de proporcionalidade?
Iara: Se colocar que proporcionalidade é comparação de dois valores, aí sim.
Tânia: Mas proporcionalidade é a comparação de dois valores? Que tipo de comparação tem no problema?
Iara: Eu estou comparando para ver quem é maior.
Tânia: E [no problema] quando pede para comparar “quem é o maior”, qual ideia está presente?
Eva: É só comparação de quantidade.
Tânia: E nesse tipo de comparação você acha que tem ideia de proporcionalidade?
Iara: Eu acho que não, só tem a ideia de grandeza, mas não representa proporção.

Na sequência dessa discussão, o grupo concordou com Eva e reafirmou que a comparação envolvida no problema é quantitativa, o que não envolve uma relação de proporcionalidade. A formadora questiona Ada se ela identificou alguma relação de proporcionalidade quando escolheu o problema. Ela afirmou que sua escolha levou em conta a possibilidade de resolvê-lo sem usar recursos algébricos, usando somente um “raciocínio”, e que também poderia ser resolvido de várias maneiras. Ela afirmou também que não havia observado se o problema envolvia a ideia de proporcionalidade.

Ainda na discussão desse problema o grupo concordou que, mesmo não havendo uma relação de proporcionalidade envolvida, o problema poderia ser reformulado para contemplar essa ideia, como sugeriram Márcio e Iara.

Márcio: No contexto do ensino médio, poderíamos envolver o conceito de probabilidade, incluindo uma questão como: “Ao escolher uma denúncia ao acaso, qual é a probabilidade dessa denúncia se tratar de tráfico de pessoas?”

Iara: Também poderia acrescentar uma questão para indicar o percentual de cada uma [tipo de denúncia].

Selecionar problemas levando em conta o potencial para mobilizar o raciocínio proporcional foi um desafio para os professores, visto que em suas aulas eles estavam acostumados a selecionar e propor os problemas indicados nas seções dos livros didáticos, em função dos conteúdos matemáticos específicos. A escolha do problema exigiu que os professores refletissem individualmente a respeito do que estavam compreendendo em relação ao raciocínio proporcional, com base no repertório produzido pela comunidade.

A dinâmica dessa ação oportunizou uma participação ativa dos professores nas resoluções, discussões e análises coletivas dos problemas. Eles puderam confrontar, validar, refutar ou reelaborar sua compreensão a respeito do Raciocínio Proporcional, projetadas (reificadas) em suas resoluções, anotações e comentários. O problema escolhido, as justificativas apresentadas para essa escolha, e o conteúdo dos registros escritos e das discussões projetaram o que o grupo havia compreendido até então, e orientaram as negociações das próximas ações.

Quadro 11 - Negociação de Significados na Ação 3

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)**	**Evidências**
Conhecimento Específico de Matemática	Discussão coletiva	Os conceitos de probabilidade e de porcentagem mobilizam aspectos do raciocínio proporcional.	**Márcio:** No contexto do ensino médio, poderíamos envolver o conceito de probabilidade, incluindo uma questão como: “Ao escolher uma denúncia ao acaso, qual é a probabilidade dessa denúncia se tratar de tráfico de pessoas?” **Iara:** Também poderia acrescentar uma questão para indicar o percentual de cada uma [tipo de denúncia]
		A comparação quantitativa de grandezas não estabelece uma relação de prorporcionalidade e não mobiliza raciocínio proporcional.	**Eva:** É só comparação de quantidade. **Tânia:** E nesse tipo de comparação você acha que tem ideia de proporcionalidade? **Iara:** Eu acho que não, só tem a ideia de grandeza, mas não representa proporção.
		A relação parte-todo envolve raciocínio proporcional.	Justiticativa de Eva para a escolha do problema. Resolução do problema proposto por Eva e comentários registrados no caderno de Tina.

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)	Evidências
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	Discussão coletiva	Resolver problemas sem usar recursos algébricos, usando somente um "raciocínio", mobiliza o raciocínio proporcional.	Justificativa de Ada para a escolha do problema.

Fonte: A autora

4.2.4 Ação 4 - Análise de estratégias e justificações apresentadas na Ação 1 com apoio da literatura a respeito do tema

Na dinâmica dessa ação os participantes analisaram em conjunto alguns problemas resolvidos e discutidos na Ação 1 (problema da casa, dos chocolates, do preparo de um suco, da razão entre homens e mulheres e do preço do café), a partir da síntese das estratégias e justificativas negociadas pelos participantes naquela ocasião, tendo em conta o apoio da literatura a respeito do tema (LAMON,2012).

As discussões foram centradas nos aspectos do raciocínio proporcional mobilizados nas resoluções e nas justificações apresentadas, com a intenção de ampliar a compreensão a respeito da complexidade das ideias matemáticas envolvidas. A análise dessas discussões evidenciou que a negociação de significados se estendeu também a questões relativas aos obstáculos encontrados pelos participantes nos processos de ensino e de aprendizagem das frações.

O episódio a seguir é um recorte das negociações de significados observadas nas discussões a respeito do problema "razão entre homens e mulheres" (APÊNDICE E), no encontro de 14 de maio de 2013, depois que os participantes analisaram o quadro com a síntese das estratégias e justificações apresentadas na resolução do problema na Ação 1.

Episódio 7: Análise das resoluções do problema "razão entre homens e mulheres"

Quadro 12 – Enunciado do problema "razão entre homens e mulheres"

Qual é a razão de homens para mulheres em uma cidade onde $\frac{2}{3}$ dos homens são casados com $\frac{3}{4}$ das mulheres?

Fonte: A autora

Laís: Aqui [no problema], essas duas frações [$\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$], essas representações são razões?
Tânia: E então, é razão ou é fração? [Pergunta para o grupo].
Iara: Eu acho que é fração porque está representando uma quantidade de um todo.
Clea: É fração, mas em relação ao 'são' ali, aí é uma razão.
Tina: Eu acho que é fração.
Bia: Está funcionando como razão. Olha, de cada 3 homens 2 são casados, não é isso? E de cada 4 mulheres 3 são casadas. Então é razão. Eu entendo que é uma comparação, não é?
Tânia: A Bia acha que é razão e deu a justificativa dela. Iara, Clea e Tina disseram que é fração. Qual que é a justificativa de vocês?
Clea: Porque pode ser um percentual.
Tânia: E você Tina? Como é que você pensa?
Tina: Se for $\frac{2}{3}$ de alguma coisa, como a Iara está falando, aí tem que ser parte-todo. Ou é operador? É isso, ou não tem nada a ver o que eu estou pensando?
Tânia: É uma possibilidade. E o que que você acha Laís?
Laís: Bom, eu acho que pode ser as duas coisas, mas se eu tomo isso como uma razão, ou se eu interpreto como uma fração, relação parte-todo ou qualquer outra coisa. Isso vai influenciar na estratégia que eu vou escolher?
Tânia: Sim, a interpretação do problema influencia a escolha da estratégia.
Laís: Mas eu acho que é uma razão.
Iara: Mas agora fração e razão são a mesma coisa?
Tânia: São duas formas de interpretar os dados do problema. Vocês afirmaram que pode ser fração, como parte-todo, porque $\frac{2}{3}$ indica qual é a parte do total de homens que são casados, e $\frac{3}{4}$ indica a parte do total de mulheres. E para calcular isso posso usar a ideia de operador. [...] Mas como a Bia justificou, pensar como uma razão significa que, nessa cidade, de cada 3 homens 2 são casados e de cada 4 mulheres 3 são casadas.
Iara: Então, aqui nesse exercício ela tem os dois sentidos?
Tânia: Sim, e como a Laís falou, vai influenciar na escolha da estratégia. [...] Quando resolveram o problema [na Ação 1], a primeira estratégia foi dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$, porque o problema pedia para achar a razão [entre homens e mulheres]. [...] Nesse caso vocês pensaram em $\frac{2}{3}$ como sendo o quê?
Tina: Eu acho que como sendo "nada". Eu falo isso porque a gente nem pensou em nada, [...] só viu [os dados do problema] já dividiu e pronto.
Tânia Foi automático.
Bia: Foi pensando [$\frac{2}{3}$] como o total de homens.
Iara: E os $\frac{3}{4}$ como sendo o total de mulheres.
Tânia Mas essa estratégia não resolveu o problema. [...] E agora, pensando nisso, por que eu não posso pensar em $\frac{2}{3}$ aí como sendo a quantidade de homens?
Iara: Mas é uma quantidade!
Bia: Mas não é o total [de homens].
Tânia: Vamos pensar nisso. A primeira ideia é que a estratégia deu errado porque a gente assumiu que $\frac{2}{3}$ já indicava o total de homens?
Laís: E a gente considerou como quantidade absoluta.

Tânia: E nesse problema, $\frac{2}{3}$ pode ser pensado como uma quantidade absoluta?
Iara: Não, porque não se sabe quanto ele vale, $\frac{2}{3}$ de 100 é uma coisa, $\frac{2}{3}$ de 200 é outra coisa. Então [$\frac{2}{3}$] não é um valor [uma quantidade absoluta].
Tânia: Esse é outro problema, a gente assumiu $\frac{2}{3}$ como uma quantidade absoluta, quando $\frac{2}{3}$ é uma quantidade relativa. Então fazer a razão entre essas duas quantidades relativas vai produzir um resultado que não pode ser a razão entre homens e mulheres.
Iara: Nossa Tânia, como a gente é "crua" nessa coisa, né? [...] Mas agora, por que que o contrário deu certo então? Porque o $\frac{3}{4}$ dividido pelo $\frac{2}{3}$ deu certo?
Tânia: É uma coisa para pensar... Porque produziu o resultado certo?
Clea: Porque a gente já estava com a resposta!
Tânia: Mas, pensando no problema, faz sentido?
Clea: Então, o resultado certo é $\frac{9}{8}$, e aí é mais homens do que mulheres. Mas eu não consegui entender até agora porque tem mais homens.
Eva: A gente não sabe a quantidade de homem e de mulher que tem, só sabe que as frações [quantidades] são iguais, porque eles são casados.
Tânia: Sim, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ representam quantidades absolutas iguais.
Iara: Então, $\frac{2}{3}$ é uma fração menor, e é igual a $\frac{3}{4}$, que é uma fração maior. Então, os $\frac{2}{3}$ tem que ser de um número maior, para dar a mesma quantidade dos $\frac{3}{4}$, que é uma fração maior.
Clea: Então é uma proporcionalidade inversa? Se as duas [quantidades] são iguais, o todo da fração menor tem que ser maior que o todo da fração maior.
Iara: É, mas a gente não pensou nisso quando resolveu. A gente quer dar conta de chegar na resposta, não quer saber os caminhos, só quer chegar na resposta final.
Bia: É, olha só o resultado. Se "bateu", então está certo.
Iara: A gente faz tudo muito "mecânico". Por isso dividimos as frações sem nem pensar no que estava fazendo. Só viu que tinha razão lá, então tinha que dividir.
Tânia: E isso é consequência de uma formação matemática que privilegia o resultado, e não o pensamento. E para obter o resultado correto, é suficiente aplicar a regra corretamente, mesmo sem saber como ela "funciona".
Eva: Por isso a dificuldade da "molecada" em entender fração.

Ao examinar suas próprias resoluções para o problema e refletir a respeito dos recursos matemáticos utilizados e das justificações apresentadas por eles, os participantes puderam perceber a complexidade de questões aparentemente simples, que geralmente são tratadas de modo superficial no ensino de proporcionalidade.

Cabe observar que essas questões, especialmente a distinção entre as ideias matemáticas que podem ser representadas na forma fracionária, já haviam sido tratadas anteriormente nos textos estudados no grupo durante este empreendimento, e também no empreendimento Estudo dos Números Racionais e do Conceito de Fração. No entanto, percebemos que o conteúdo desses estudos ganhou novo sentido nessa ação, como indicam as reificações de alguns professores. Isso mostra que, para os professores em formação não é suficiente ver e compreender racionalmente a mensagem que é transmitida por alguém. É preciso que estejam envolvidos em situações que possam experimentar e refletir sobre sua própria aprendizagem, para que possam compreender os processos de aprendizagem dos alunos. (KELCHTERMANS, 2009).

Na CoP-PAEM, ao experimentar e discutir os possíveis obstáculos de aprendizagem causados pela complexidade de conceitos aparentemente simples, os professores puderam se colocar no lugar de seus alunos, compreender as dificuldades que podem surgir e pensar em formas de ensinar que possam evitar ou minimizar essas dificuldades.

No Quadro 13 apresentamos uma síntese da negociação de significados identificada no desenvolvimento da Ação 4 do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, evidenciando oportunidade de formas de participação e reificações dos membros da CoP-PAEM na constituição de trajetórias de aprendizagens.

Quadro 13 - Negociação de Significados na Ação 4

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)	Evidências
Conhecimento Específico de Matemática	Discussão coletiva	Frações diferentes podem representar a mesma quantidade absoluta. Se duas frações diferentes representam a mesma quantidade absoluta, o todo referencial da fração maior é menor que o todo referencial da fração menor.	**Iara:** Então, $\frac{2}{3}$ é uma fração menor, e é igual a $\frac{3}{4}$,que é uma fração maior. Então, os $\frac{2}{3}$ tem que ser de um número maior, para dar a mesma quantidade dos $\frac{3}{4}$, que é uma fração maior. **Clea:** Então é uma proporcionalidade inversa? Se as duas [quantidades] são iguais, o todo da fração menor tem que ser maior que o todo da fração maior.
		Frações iguais podem representar quantidades absolutas diferentes. A fração é um número relativo.	**Iara:** $\frac{2}{3}$ de 100 é uma coisa, $\frac{2}{3}$ de 200 é outra coisa. Então [$\frac{2}{3}$] não é um valor [uma quantidade absoluta].
		A representação fracionária pode ser interpretada de maneiras diferentes (relação parte-todo e razão).	**Iara:** Eu acho que é fração porque está representando uma quantidade de um todo. **Bia:** Está funcionando como razão. Olha, de cada 3 homens 2 são casados, não é isso? E de cada 4 mulheres 3 são casadas. Então é razão. Eu entendo que é uma comparação, não é?

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado (Conteúdo)	Evidências
		A interpretação da representação fracionária influencia a estratégia de resolução do problema.	**Laís:** Bom, eu acho que pode ser as duas coisas, mas se eu tomo isso como uma razão, ou se eu interpreto como uma fração, relação parte-todo ou qualquer outra coisa, isso vai influenciar na estratégia que eu vou escolher? **Tânia:** Sim, a interpretação do problema influencia a escolha da estratégia.
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	Discussão coletiva	Dificuldades na aprendizagem das frações é consequência de práticas de ensino de matemática que priorizam as regras e algoritmos.	**Iara:** A gente faz tudo muito "mecânico". Por isso dividimos as frações sem nem pensar no que estava fazendo. Só viu que tinha razão lá, então tinha que dividir. **Tânia:** E isso é consequência de uma formação matemática que privilegia o resultado, e não o pensamento. E para obter o resultado correto, é suficiente aplicar a regra corretamente, mesmo sem saber como ela "funciona". **Eva:** Por isso a dificuldade da "molecada" em entender fração.

Fonte: A autora

4.2.5 Ação 5 - Proposição e análise de problemas com potencial para mobilizar o Raciocínio Proporcional e análise de estratégias de resolução desses problemas pelos participantes da CoP-PAEM

Como mencionamos anteriormente, no desenvolvimento da Ação 5 cada um dos participantes selecionou e propôs aos demais um problema que considerou ter potencial para mobilizar o pensamento relativo. Essa ação foi desenvolvida nos meses de abril e maio de 2013. A pessoa que propôs o problema também conduziu as discussões da comunidade durante a resolução do problema e fez considerações a respeito das evidências da mobilização do pensamento relativo. Nesses momentos a formadora somente acompanhou o trabalho e fez algumas intervenções, de modo que a pessoa que propôs o problema ocupou uma posição mais central nas negociações a respeito do Raciocínio Proporcional.

Os problemas selecionados pelos professores e as considerações que fizeram a respeito das resoluções evidenciaram que eles não encontraram dificuldades para selecionar os problemas, nem para identificar a mobilização desses aspectos nas resoluções. A análise das interações, do conteúdo das discussões, dos registros escritos dos participantes, juntamente com a análise que fizemos do conteúdo das gravações das discussões que permearam esse trabalho, nos permite inferir que os aspectos envolvidos no desenvolvimento do Raciocínio Proporcional se tornaram familiares para o grupo.

A diversidade de recursos e representações matemáticas apresentados nas resoluções, indica que os professores estavam mais confiantes em experimentar formas não convencionais de resolver os problemas. Isso permitiu que o grupo refletisse a respeito de algumas questões que até então só tinham sido discutidas do ponto de vista teórico.

Além disso, reflexões a respeito de estratégias de resolução levaram a reflexões mais amplas, a respeito de aspectos que influenciam as decisões dos professores, como foi observado na discussão das resoluções do problema que foi proposto por Bia.

Episódio 8: Resolução e discussão do problema proposto por Bia

Quadro 14 – Enunciado do problema proposto por Bia

Em um dia de verão você e seu amigo estão fazendo uma longa caminhada. Você se cansou e parou perto de um poste de telefone para descansar um pouco, mas seu amigo agitado não podia ficar parado. Ele percorreu a sua sombra e descobriu que ela tinha 8 pés de comprimento, mesmo que você tenha realmente apenas 5 pés de altura. Ele percorreu a sombra do poste de telefone e encontrou 48 pés de comprimento. Ele se perguntou quanto seria realmente a altura do poste. Como você pode descobrir isso? (Adaptado de Lamon, 2012).

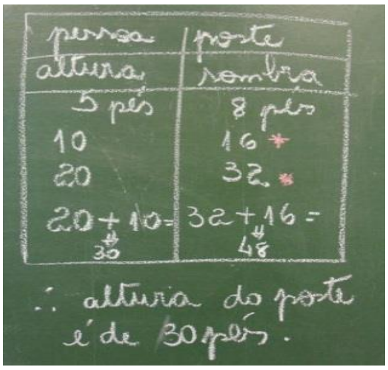
Fonte: A autora

O problema envolve a ideia de valor omisso em que as grandezas variam de forma diretamente proporcional e foi resolvido de diversas maneiras. Nas resoluções (inclusive na sua) a professora Bia identificou e discutiu com o grupo elementos que evidenciaram a mobilização do pensamento relativo e de outros aspectos do Raciocínio Proporcional.

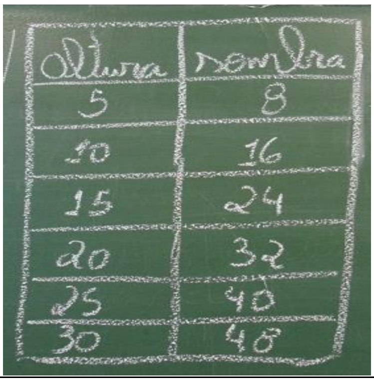
Quando a professora Bia analisou as resoluções de Iara e Luiz, que utilizaram tabelas para resolver o problema, ela considerou que suas representações indicavam que eles haviam mobilizado o pensamento relativo.

Figura 16 – Resoluções de Iara e Luiz para o problema proposto por Bia

Iara



Luiz



Fonte: Acervo fotográfico da autora

Apesar de haver algumas diferenças nos registros, ela concluiu que ambos chegaram à resposta do problema multiplicando sucessivamente os números da primeira linha da tabela por um mesmo valor, ou seja, que estabeleceram uma relação multiplicativa entre a medida da sombra e a medida da altura.

Iara confirmou a interpretação que Bia fez de seu registro e explicou que ela encontrou os valores da 2ª. e da 3ª. linha duplicando os valores da linha anterior. Para a 4ª. linha, ela observou que se duplicasse novamente ultrapassaria a medida da sombra do poste indicada no problema. Então ela adicionou os resultados das duas linhas anteriores e conseguiu obter o valor que precisava.

Depois da explicação de Iara, Luiz afirmou que não havia pensado do mesmo modo que ela, e explicou que obteve os dados de cada linha de sua tabela adicionando sucessivamente valores constantes em cada coluna, o que indica que seu raciocínio não envolvia o pensamento relativo.

As reflexões a respeito das resoluções de Luiz e Iara mobilizaram o grupo para fazer novas leituras de capítulos do livro de Susan Lamon, o que colaborou para que os professores compreendessem as diferenças entre as transformações aditivas e as transformações multiplicativas, e o nível de maturidade matemática necessário para que os alunos possam compreender a diferença entre somar e multiplicar e reconhecer os contextos em que cada operação é apropriada.

De acordo com Lamon (2012), uma das tarefas mais difíceis para as crianças é compreender a natureza multiplicativa das mudanças em situações proporcionais. Nos anos iniciais de escolarização as crianças costumam recorrer às transformações aditivas, como as que Luiz utilizou, porque elas estão familiarizadas com a adição, que é frequentemente utilizada em suas experiências com contagem e operações com números inteiros. A autora esclarece que a multipliação está associada com situações que envolvem processos mais complexos, tais como encolher, ampliar, duplicar, exponencializar, partilhar, e é necessário tempo e experiência para que as crianças possam compreendê-los. É preciso que elas interajam com situações multiplicativas, analisando suas relações quantitativas em diversos contextos significativos para eles, para que percebam porque transformações aditivas não funcionam em alguns casos, e possam desenvolver o pensamento multiplicativo.

Nesse episódio os participantes discutiram a respeito da importância de questionar os alunos para que eles possam explicitar o modo como resolveram a questão. As respostas dos alunos podem ajudá-lo a tomar decisões a respeito do ensino, e criar condições para que eles possam desenvolver seu raciocínio proporcional, o que inclui também a escolha das tarefas e a dinâmica da aula.

Ainda na discussão das resoluções do problema proposto pela professora Bia, um comentário de Iara a respeito dos dados numéricos do problema foi oportuno para que a formadora acrescentasse algumas considerações a respeito da sistematização dos conceitos e representações matemáticas, que é um tema recorrente nas discussões da CoP-PAEM.

Iara: Outra coisa que eu achei nesse problema, é que foi bem proposital o 48 [medida da sombra], porque poderia ser o 49, poderia ser 50. Aí eu ia ter que "espedaçar" o 5 e o 8 até eu chegar no número ... eu ia fazer metade ... metade da metade ...

Tânia: É uma variação do problema que você pode propor aos alunos, depois que eles já compreendem essa relação [de proporcionalidade]. [...] É uma situação em que a regra [de três] é funcional. Então não se trata de "abolir" a regra, mas é "construir" a regra a partir dos raciocínios elaborados [pelos alunos].

Iara: Aí ele [o aluno] vai entender o que está fazendo.

Tânia: O nosso objetivo é que o aluno raciocine proporcionalmente e que faça uso da regra quando isso for conveniente. Um exemplo em que é conveniente usar a regra é esse que você [Iara] colocou. Por isso é preciso estimular esse pensamento das crianças.

Em nossa interpretação, essa ação possibilitou que os professores tivessem uma *experiência* de desenvolvimento do seu próprio raciocínio proporcional e *refletissem* sobre ela, o que foi fundamental para sua compreensão a respeito dos aspectos envolvidos nessa forma de pensar, da importância desse raciocínio para a aprendizagem matemática dos alunos e do que é possível fazer, em termos de ensino, para que isso aconteça.

Entretanto, para que essas compreensões sejam incorporadas à prática docente dos professores, é preciso também que as atitudes do formador sejam coerentes com o conteúdo de seu discurso. Segundo Kelchtermans (2009), é preciso conferir *credibilidade* ao que pretendemos que os professores aprendam, de modo que a participação do formador nas práticas da comunidade precisa estar em consonância com o que ele afirma.

Episódio 9: Conversas e reflexões

No desenvolvimento dessa ação procuramos agir no sentido de apoiar os professores nas análises das resoluções do problema, valorizar suas considerações e complementá-las quando necessário, fazer questionamentos para provocar ou ampliar as discussões. Também buscamos estabelecer conexões entre as observações e interpretações empíricas da comunidade e o conteúdo do referencial teórico a respeito dos temas que permearam as discussões, como forma de sistematizar o conteúdo das discussões.

Podemos afirmar que nossa participação se configurou como articuladora das práticas da comunidade, no sentido de potencializar o processo de negociação de significado e as trajetórias de aprendizagem dos professores. Nessa condição, observamos que nossa participação interferiu diretamente na participação dos professores. No entanto, o formador é também um membro da comunidade, de modo que as experiências e reflexões dos professores também interferem no modo como sua participação se constitui. Ou seja, o que ocorreu na prática da CoP-PAEM é um entrecruzamento de trajetórias de aprendizagem que se definem e constituem mutuamente.

Ainda nessa ação, tivemos a possibilidade de aprofundar a discussão a respeito dos critérios que os professores costumam levar em conta na escolha das tarefas para suas aulas. Nossa intenção era abordar a necessidade de selecionar tarefas que tenham potencial para desenvolver o pensamento matemático dos alunos.

Em princípio as declarações dos professores deram a entender que suas escolhas estavam relacionadas às características de seus alunos. Mas na sequência das discussões, nos mostraram que há questões mais abrangentes que influenciam essa escolha, que envolvem relações de poder, que quase sempre permanecem veladas no contexto da escola.

Tânia: Normalmente vocês costumam dar esse tipo de problema, em que as respostas são mais diretas?
Bia: Eu sim, geralmente.
Iara: Uns exercícios assim, “escolhidos a dedo”.
Bia: Aquele que a gente acha que ele [o aluno] vai entender.
Iara: Eu acho que é assim ... eu acho que é o mais simples. A gente procura dar os mais simples.

Tânia: E por que fazem isso?

Eva: É porque a gente quer facilitar [...] para ver se consegue que eles [os alunos] façam alguma coisa. [...] Porque se você colocar número “quebrado”, aí que não sai nada mesmo. [...] É confusão. Mesma coisa quando você dá alguma coisa com fração. Aí é pior ainda. [...] Com a mania de calculadora eles [os alunos] só estão dando as respostas em número decimal, sem saber direito. [...] Porque se você dá uma potência em número decimal, eles [alunos do ensino médio] não sabem resolver.

Bia: Se [na avaliação] você der alguma coisa que foge daquela referência [forma] que você explicou, também já dá a maior confusão.

Iara: A gente percebe muito comodismo deles [dos alunos]. Eles só querem que você [professor] vá para o quadro resolver [as tarefas] para eles copiarem. Então quando você dá um exemplo, e depois uma lista de exercícios e diz: “agora você vai tentar fazer e eu só vou tirar suas dúvidas”, não funciona. [...] As alunas do 3º. ano [do Ensino Médio] foram falar com a minha pedagoga, dizendo que eu não ensinava. Ela veio me cobrar. Aí eu disse não, que ensinar eu ensinei, mas o que eles querem é que eu vá para o quadro resolver todos os exercícios. Eu não vou.

Eva: Outra coisa [que gera recusa dos alunos] é mandar eles irem fazer no quadro. [...] Só se valer nota. Tem que valer nota, senão eles não vão.

Tina: É porque eles estão acostumados a fazer isso. [...] Mas isso [descaso do aluno] é falta do quê? De atenção será? Falta de interesse?

Bia: Falta de estímulo, de perspectiva.

Tânia: Essa questão dos alunos se recusarem a pensar, e de que eles esperam que alguém faça por eles [...]. Eu observo que é uma atitude que ele [o aluno] não tem só na escola.

Tina: Eu tenho um aluno que é “terrível”, mas ele faz tudo na escola, porque ele participa de um projeto esportivo que exige que seja bom aluno. É do interesse dele.

Tânia: Então, além do interesse, também não tem ninguém que facilite pra ele. [...] Eu tenho me perguntado se nós, pais ou professores, não temos colaborado para isso [...], quando tentamos “facilitar” as coisas para eles. [...]
Porque quanto mais a gente “facilita” aqui [na escola], mais os alunos vão se aproveitar da situação. É um ciclo vicioso. [...]
E pode ser que o descaso com a matéria, a falta de respeito, de interesse [...] talvez seja uma forma dos alunos manifestarem sua insatisfação.

Enquanto o grupo conversava a respeito da questão, Luiz, que ingressou a pouco tempo na profissão, relatou um episódio em que estava substituindo temporariamente uma professora, e as orientações que recebeu da equipe pedagógica, depois de uma avaliação em uma das turmas.

Luiz: A maioria da sala ficou com nota baixa, nessa avaliação que eu fiz. Falei com a pedagoga, e ela disse: “não pode, dá outra [prova], até eles atingirem a média, porque o livro de chamada precisa ser fechado e a gente não pode deixar esses alunos com nota baixa”.

Depois do relato de Luiz, perguntamos ao grupo se essa é uma prática frequente nas escolas e por que isso ocorre. Alguns professores relataram situações de encerramento do ano letivo, em que alunos com nota e frequência insuficientes para aprovação foram encaminhados ao conselho de classe, em que o diretor pressionou os professores para "retirar" faltas dos livros de chamada, alterando registros anteriores. Mas essa foi uma questão controversa, com opiniões e posicionamentos divergentes.

Iara: Eu acho que é um erro nosso querer dar os mais simples e querer facilitar. [...] Por que que não ensinar também o difícil? [...] Acho que é uma falha nossa mesmo. A gente fica poupando trabalho [...].
Mas também é para o aluno tirar uma nota e você não "bater tão de frente" com o conselho [de classe].

Tina: Para não ficar sendo chamando de "idiota" depois.

Iara: Porque você não facilita, mas o outro [professor] facilita.

Bia: Concordo que é um erro. E quando eu vou para o conselho de classe eu já vou com meu livro passado a caneta, porque se me pedirem eu me recuso a fazer esse tipo de coisa, eu não faço.

Iara: Você não mexe [altera o livro de registros]? Eu também não mexo não.

Tina: Mas aqui no Colégio [...] é um dos únicos conselhos em que não tem essa pressão. Porque a [Diretora] questiona e se o aluno não tem nota, ela diz: "Ah não, então reprova". Em nenhum momento ela pressiona: "não, vamos passar, por causa do IDEB". Eu nunca vi isso aqui não.

Bia: Quando o aluno está no conselho [de classe] e ficou [sem média para aprovação] só comigo, eu não mexo na nota dele, eu passo para o conselho decidir. [...] O IDEB aqui da escola baixou por isso. Muitas reprovas.

Iara: Mas isso é uma coisa do núcleo [secretaria de educação], não é a escola não.

Tina: Mas o que a gente tem que entender também é que não é uma coisa da pedagoga, não é uma coisa da direção, entendeu? É uma coisa "lá de cima". Então eles também não têm como.... A diretora escuta tanto, tanto, tanto numa reunião a respeito desse negócio do IDEB, que não tem como ela ficar aceitando as reprovas.
Eu também não concordo com isso [manipulação de resultados], mas se coloca no lugar da direção também, não é fácil não!

Tânia: E como vocês lidam com essas questões, com essas pressões? [Quando] vocês trabalham com tarefas mais simples para o aluno tirar uma nota, como é que vocês se sentem em relação a isso?

Bia: Na verdade eu fico angustiada. Sei que ele [o aluno] não está tendo o mínimo que ele deveria ter, para estar naquela série. Isso gera ... gera uma ansiedade ... gera um *stress*.

Eva: Me dá um desânimo total, porque a gente prepara uma avaliação ... aí o aluno diz: "para que eu vou fazer isso? Para quê?"

Iara: [Os alunos dizem] "para que eu vou me esforçar?"

Tina: Isso acaba gerando um *stress* muito grande.

Eva: Um desânimo total.

Essa discussão explicita algumas das tensões que os professores da CoP-PAEM enfrentam em sua prática docente e a vulnerabilidade a que ficam sujeitos, no sentido de há inúmeros fatores que influenciam seu trabalho do professor, sobre os quais ele não tem controle, tais como aspectos legais, avaliações externas, exigências de políticas educacionais. De acordo com Kelchtermans (2009), trata-se de uma "vulnerabilidade formal ou política" que envolve relações de poder e interesses que influenciam diretamente as condições de trabalho do professor, a eficácia de suas ações, a qualidade do ensino.

As declarações dos professores evidenciaram o seu sentido de *agência*, ou seja, os recursos (conhecimentos, instrumentos, procedimentos) que mobilizam e a forma como reagem e se posicionam em relação à *vulnerabilidade* provocada pelas relações de poder e interesses que permeiam esse contexto. (LASKY, 2005; OLIVEIRA, CYRINO, 2011).

Nesse caso específico, eles revelaram que ceder às pressões por resultados contraria seus princípios educacionais e, por outro lado, se colocar numa posição significa entrar em confronto com o coletivo da escola. Como se vê, o sentido de agência do professor faz parte de uma dinâmica complexa de ação e reação contínua, ou seja, a estrutura do contexto educacional influencia e é influenciada por suas decisões e escolhas individuais simultaneamente (LASKY, 2005).

Para equilibrar essa relação o professor precisa compreender a dimensão do alcance de suas ações no contexto em que está inserido, uma vez que o modo como ele lida com essa dinâmica influencia fortemente o conceito que ele tem de si, de sua competência profissional, e afeta também sua satisfação com o trabalho.

Na CoP-PAEM, as discussões a respeito das questões que caracterizam e interferem na profissão docente foram frequentes, de modo que os professores puderam falar abertamente, compartilhar suas angústias e preocupações, refletir coletivamente e perceber que não estão sozinhos, que outros professores também vivenciam situações semelhantes.

Bia: Eu chamo esses momentos de "sessão terapia".
Eva: A troca de ideia com os colegas [...] parece que abre mais a mente, dá mais segurança.
Bia: É uma "sessão terapia" mesmo, a gente chega nervosa às vezes [...] com as coisas que acontecem na escola e com essa conversa já sai daqui mais calma.

Em nossa interpretação, esses momentos de "terapia" colaboraram para que os membros da comunidade compreendessem que a vulnerabilidade é uma condição inerente da profissão, e decorre da "natureza relacional da profissão e tem a ver com o caráter ético da relação" (OLIVEIRA e CYRINO, 2011), pois inviabiliza a comprovação da eficácia das ações e decisões do professor, que estarão sempre sujeitas a críticas e julgamentos; mas que é possível equilibrar seu sentido de agência e minimizar os sentimentos negativos gerados nesse processo.

No Quadro 15 apresentamos uma síntese da negociação de significados identificada no desenvolvimento da Ação 5 do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, evidenciando oportunidade de formas de participação e reificações dos membros da CoP-PAEM na constituição de trajetórias de aprendizagens.

Quadro 15 - Negociação de Significados na Ação 5

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado**	**Evidências**
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	Discussão coletiva	Registros idênticos podem representar modos de pensar distintos.	Discussão dos registros e estratégias de resolução de Iara e de Luiz.
		Para compreender o raciocínio do aluno é preciso que haja oportunidade para que ele justifique suas estratégias.	
Conhecimento do Contexto	Discussão coletiva	Pressões externas influenciam o trabalho do professor.	**Iara:** Eu acho que é um erro nosso querer dar os mais simples e querer facilitar. [...] Porque não ensinar também o difícil? [...] Acho que é uma falha nossa mesmo. A gente fica poupando trabalho [...]. Mas também é para o aluno tirar uma nota e você não "bater tão de frente" com o conselho [de classe]. **Tina:** Mas o que a gente tem que entender também é que não é uma coisa da pedagoga, não é uma coisa da direção, entendeu, é uma coisa "lá de cima". Então eles também não têm como.... A diretora escuta tanto, tanto, tanto numa reunião a respeito desse negócio do IDEB, que não tem como ela ficar aceitando as reprovas. Eu também não concordo com isso [manipulação de resultados], mas se coloca no lugar da direção também, não é fácil não!
		As atitudes dos professores também influenciam a dinâmica do contexto educacional.	**Bia:** Quando o aluno está no conselho [de classe] e ficou [sem média para aprovação] só comigo, eu não mexo na nota dele, eu passo para o conselho decidir. [...] O IDEB aqui da escola baixou por isso. Muitas reprovas. **Tânia:** Eu tenho me perguntado se nós, pais ou professores, não temos colaborado

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado	Evidências
			para isso [...], quando tentamos "facilitar" as coisas para eles. [...] Porque quanto mais a gente "facilita" aqui [na escola], mais os alunos vão se aproveitar da situação. É um ciclo vicioso. [...] E pode ser que o descaso com a matéria, a falta de respeito, de interesse [...] talvez seja uma forma dos alunos manifestarem sua insatisfação.
Autoconhecimento Profissional		As pressões por resultados afetam o estado emocional dos professores.	**Bia:** Na verdade eu fico angustiada. Sei que ele [o aluno] não está tendo o mínimo que ele deveria ter, para estar naquela série. Isso gera ... gera uma ansiedade ... gera um *stress*.
		A participação na CoP-PAEM dá suporte emocional aos professores.	**Bia:** Eu chamo esses momentos de "sessão terapia". **Eva:** A troca de ideia com os colegas [...] parece que abre mais a mente, dá mais segurança. **Tina:** É uma "sessão terapia" mesmo, a gente chega nervosa às vezes [...] com as coisas que acontecem na escola e com essa conversa já sai daqui mais calma.

Fonte: A autora

4.3 NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS NO DESENVOLVIMENTO DO EMPREENDIMENTO ESTUDO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL NA COP-PAEM

No desenvolvimento do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional na CoP-PAEM, os professores encontraram espaço para compartilhar e negociar significados a respeito de conhecimentos profissionais e do trabalho docente. As reificações que elaboraram promoveram o desenvolvimento de competências individuais e coletivas, que se tornaram parte do repertório compartilhado da comunidade.

Os dados apresentados evidenciam o envolvimento dos participantes em um processo intenso de negociação de significados, que em nossa análise, envolveu questões relacionadas ao *conhecimento profissional* do professor, nomeadamente: *conhecimento específico de Matemática*; *conhecimento sobre a gestão do currículo; conhecimento dos processos de ensino e de aprendizagem matemática; conhecimento do contexto;* e *autoconhecimento profissional* (visão de si e da profissão de professor).

Quadro 16 - Repertório Compartilhado no desenvolvimento do empreendimento “Estudo do Raciocínio Proporcional” na CoP-PAEM

Ponto de enfoque da negociação de significado	**Oportunidade de Participação**	**O que foi reificado / mobilizado**
Conhecimento Específico de Matemática	**Reflexão Individual**	▪ Pensamento absoluto (aditivo). ▪ Aspectos centrais do desenvolvimento do raciocínio proporcional. ▪ Relações de covariância - das medidas dos lados do quadrado - e de invariância da razão entre essas medidas ▪ Conceito de razão.
	Discussão Coletiva	▪ Os conceitos de probabilidade e de porcentagem mobilizam aspectos do raciocínio proporcional. ▪ Pensamento relativo (multiplicativo) ▪ Representação percentual ▪ Relação de proporcionalidade ▪ O que é considerado válido na matemática. ▪ Reconhecimento da necessidade de utilização da argumentação e da demonstração para justificar a extensão de resultados obtidos nos processos de generalização para validar uma estratégia ▪ A comparação quantitativa de grandezas não estabelece uma relação de prorporcionalidade e não mobiliza raciocínio proporcional. ▪ A relação parte-todo envolve raciocínio proporcional. ▪ Frações diferentes podem representar a mesma quantidade absoluta. ▪ Se duas frações diferentes representam a mesma quantidade absoluta, o todo referencial da fração maior fração é menor que o todo referencial da menor fração. ▪ Frações iguais podem representar quantidades absolutas diferentes. ▪ A fração é um número relativo. ▪ A representação fracionária pode ser interpretada de maneiras diferentes (relação parte-todo e razão). ▪ A interpretação da representação fracionária influencia a estratégia de resolução do problema.
Conhecimento sobre a gestão do Currículo	**Discussão Coletiva**	▪ O professor precisa assumir a responsabilidade pela gestão do currículo. ▪ O volume de conteúdos no currículo é incompatível com o tempo para ensinar.

Ponto de enfoque da negociação de significado	Oportunidade de Participação	O que foi reificado / mobilizado
Conhecimento dos Processos de Ensino e de Aprendizagem Matemática	**Discussão Coletiva**	▪ As dificuldades na aprendizagem matemática dos alunos podem estar relacionadas ao ensino que prioriza as recursos e representações formais. ▪ Atividades práticas precisam ser relacionadas aos conceitos e ideias matemáticas. ▪ A avaliação deve ser feita por meio de diferentes recursos e situações. ▪ Questionar os alunos e monitorar seu trabalho permite ao professor identificar suas trajetórias de aprendizagem. ▪ A capacidade de raciocinar proporcionalmente é característica própria do sujeito. ▪ A capacidade de raciocinar proporcionalmente pode ser desenvolvida. ▪ Um problema pode ser resolvido por meio de recursos e estratégias diferentes, e isso deve ser levado em conta no ensino de Matemática. ▪ No ensino de matemática é preciso que o aluno desenvolva a capacidade de pensar matematicamente. ▪ O pensamento matemático deve preceder as formalizações. ▪ Resolver problemas sem usar recursos algébricos, usando somente um "raciocínio", mobiliza o raciocínio proporcional. ▪ Dificuldades na aprendizagem das frações é consequência de práticas de ensino de matemática que priorizam as regras e algoritmos. ▪ Registros idênticos podem representar modos de pensar distintos. ▪ Para compreender o raciocínio do aluno é preciso que haja oportunidade para que ele justifique suas estratégias.
Conhecimento do Contexto	**Discussão Coletiva**	▪ Pressões externas influenciam o trabalho do professor. ▪ As atitudes dos professores também influenciam a dinâmica do contexto educacional.
Autoconhecimento Profissional	**Discussão Coletiva**	▪ As pressões por resultados afetam o estado emocional dos professores. ▪ A participação na CoP-PAEM dá suporte emocional aos professores.

Fonte: A autora

Na perspectiva de Wenger (1998), o repertório de uma Comunidade de Prática é resultado de uma construção coletiva que é propriedade e responsabilidade de seus membros. Desse modo, quando os membros da CoP-PAEM mobilizam o repertório da comunidade para orientar suas escolhas e decisões profissionais, eles contam com o respaldo de um grupo a que pertencem e que os representa.

As *trajetórias de aprendizagem* construídas pelos seus membros nos permitem afirmar que sua participação nas práticas da comunidade foi também uma forma de negociar sua *identidade profissional*.

O processo de articulação dos fatos, experiências, reificações, impressões, ao referencial teórico, também revelou características dessa comunidade, potenciais para mobilizar a constituição da identidade profissional do professor.

No próximo capítulo (Capítulo 5) discutiremos essas características para responder à questão de investigação "*que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática promovem o desenvolvimento da identidade profissional de professor?*", tecendo considerações a respeito do potencial da perspectiva das Comunidades de Prática para o desenvolvimento da identidade profissional. Apresentaremos também algumas questões que permearam esse estudo e que não foram contempladas aqui, mas que podem ser consideradas no desenvolvimento de pesquisas futuras a respeito da formação docente.

5 CONSIDERAÇÕES

A CoP-PAEM foi planejada com o intuito de constituir um contexto de formação em que os professores pudessem construir trajetórias de aprendizagem e desenvolvimento de sua identidade profissional. O cultivo dessa comunidade foi pautado numa perspectiva que concebe a aprendizagem e a constituição de identidades como processos interligados, que se constituem por meio da participação do indivíduo nas práticas sociais de comunidades que eles valorizam e que os reconhece como membros.

Desse modo, para responder à questão de investigação: *que elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores que ensinam Matemática promovem desenvolvimento da identidade profissional de professor*, no capítulo 4 descrevemos e analisamos a *trajetória da comunidade* e as *ações* desenvolvidas no empreendimento *Estudo do Raciocínio Proporcional.*

Nessa análise evidenciamos trajetórias de aprendizagem que colaboraram para o *fortalecimento de conhecimentos profissionais*, para a *negociação do sentido de si (self) como profissional*, e para o *equilíbrio do sentido de agência frente à condição de vulnerabilidade no exercício da profissão.* Considerando que a identidade profissional do professor, numa perspectiva de desenvolvimento profissional, contempla esses aspectos, podemos afirmar que a participação dos membros da CoP-PAEM nas práticas da comunidade foi também uma forma de negociar sua *identidade profissional*.

Essa análise permitiu compreender aspectos da dinâmica desse contexto de formação docente e identificar **elementos** da prática da CoP-PAEM que colaboraram para esse processo. Na seção a seguir, evidenciamos esses elementos, e ao final apresentamos nossas considerações e discutimos algumas implicações desse estudo para a formação de professores que ensinam matemática.

5.1 ELEMENTOS DA PRÁTICA DA COP-PAEM QUE COLABORARAM PARA O DESENVOLVIMENTO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DE PROFESSOR

A análise da trajetória da CoP-PAEM evidenciou que a constituição e o desenvolvimento de uma Comunidade de Prática como um contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática exige uma estrutura e uma dinâmica que favoreçam a *interação*, a *reflexão* e a *construção de relações de respeito e confiança*; e que permitam *diferentes modos de participação*.

Ao refletir a respeito desses e de outros aspectos envolvidos no cultivo dessa comunidade, identificamos *elementos* que colaboraram para promover a construção de trajetórias de aprendizagem e o desenvolvimento da identidade profissional dos membros dessa comunidade, nomeadamente:

- *plano de trabalho aberto, flexível e minimalista;*
- *negociação dos empreendimentos, dinâmicas e ações;*
- *autonomia para escolher o quê e como aprender;*
- *vínculo institucional com a universidade e apoio financeiro;*
- *intercâmbio com membros de outras comunidades;*
- *disponibilidade (dos membros) para interagir;*
- *integração e confronto de diferentes saberes;*
- *descentralização do poder (de quem detém os conhecimentos);*
- *participação dos pesquisadores e formadores como membros;*
- *contato regular e frequente;*
- *convivência de longo prazo;*
- *ações centradas nos professores;*
- *experiências de vulnerabilidade;*
- *conexões entre as observações e interpretações empíricas do grupo e um referencial teórico mais amplo;*
- *discussão conjunta de experiências compartilhadas por meio de narrativas.*

As Comunidades de Prática têm características específicas e uma cultura própria, em razão do contexto em que estão inseridas; do momento histórico em que vivem; das relações que os membros estabelecem entre si e com outras comunidades; das homogeneidades e divergências que abrigam; enfim, são inúmeros fatores que interferem nesse processo, de forma que cada comunidade tem uma configuração única.

Os membros da CoP-PAEM são pessoas que têm em comum o fato de estarem direta ou indiretamente envolvidas com os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, mas possuem trajetórias pessoais e profissionais distintas.

A natureza dinâmica das Comunidades de Prática é uma das características que permite integrar *diferentes modos de participação* e a *diversidade de trajetórias* pessoais, profissionais e de aprendizagem. Mas para isso é preciso que os membros tenham alguma liberdade para se colocar em trajetórias marginais, periféricas, de saída (WENGER, 1998), de acordo com seus interesses e potencialidades, sem comprometer o trabalho da comunidade como um todo.

Assim, é necessário haver uma certa *abertura* e *flexibilidade* para que o trabalho possa fluir com liberdade, sem perder de vista os objetivos do grupo, de aprimorar seus conhecimentos e sua prática profissional. Nesse sentido, é importante ter um **plano de trabalho flexível e minimalista**, e abertura para a **negociação dos empreendimentos, dinâmicas e ações,** uma vez que mais importante do que prever todas as etapas, definir tarefas, organizar grupos, criar regras, é promover o engajamento dos membros nas práticas da comunidade.

Na CoP-PAEM esses elementos estiveram presentes desde a formação do grupo, de modo que a organização, a agenda, a dinâmica dos encontros, as atribuições, os temas de estudo, enfim, os empreendimentos como um todo, não foram estabelecidos pelos formadores a *priori***,** mas negociados coletivamente com base nos desejos, intenções e necessidades do grupo como um todo. As negociações permaneceram abertas e foram retomadas sempre que necessário, a partir de questões internas – geradas pelos interesses ou objetivos de seus membros – ou externas, que tiveram origem nos contextos mais amplos em que a comunidade se insere.

Essa abertura permitiu que os *conteúdos* e a *dinâmica do trabalho* fossem *negociados* pelos professores, de forma que os empreendimentos se tornaram uma construção coletiva, que se fez por *iniciativa própria* e não pela *imposição de outros*. Tomar parte nas decisões e ter **autonomia para escolher o quê e como aprender** criou um *sentido de responsabilidade* dos membros da comunidade em relação aos empreendimentos, bem como em relação à sua própria aprendizagem.

Além disso, a flexibilidade e a negociação dos empreendimentos abriu espaço para que *todos os membros*, independente do nível de compreensão em relação ao conteúdo das negociações, constituissem trajetórias de aprendizagem. Desse modo, as competências e conhecimentos produzidos se tornaram *propriedade dos membros* da comunidade e são valiosos para eles, de modo que pertencer à comunidade e se apropriar de novos conhecimentos foi também uma forma de *valorização profissional*, e colaborou para *promover sua autoconfiança e sua autoestima***.**

O **vínculo institucional** da CoP-PAEM com a universidade e o **apoio financeiro** também são elementos que colaboraram para o engajamento dos professores na prática da comunidade. O recebimento de recursos públicos implicou em *compromisso* e exigiu *responsabilidade***,** mas o recebimento das bolsas de estudo colaborou principalmente para que os professores se sentissem *profissionalmente valorizados* pelo tempo e a energia que investiram em sua formação, de forma que ser membro da comunidade passou a ser visto como uma *oportunidade* e não como uma obrigação imposta pelos seus mantenedores.

Esses recursos e o vínculo com a universidade viabilizaram a participação dos membros da comunidade em eventos de natureza científica, a divulgação do trabalho desenvolvido e o **intercâmbio com membros de outras comunidades**. O contato com o meio acadêmico e com outros pesquisadores e professores que ensinam matemática, permitiu *ampliar os repertórios* que os membros compartilham. Além disso os vínculos institucionais conferem uma distinção aos professores, que influencia sua credibilidade e a *forma como eles são vistos* em seu contexto profissional.

A diversidade que caracteriza os membros da CoP-PAEM, muitas vezes resultou em discordâncias, confrontos, tensões e divergências de opiniões, em virtude da parcialidade dos saberes e competências de cada um. Mas na negociação de significados, a parcialidade se tornou valiosa, na medida que os participantes abriram mão de suas certezas e compreenderam que mais importante do que saber tudo é ser capaz de reconhecer e valorizar as competências de cada um, e perceber a riqueza da complementariedade para o desenvolvimento coletivo, assim como para o seu próprio desenvolvimento.

A **integração** e até mesmo o **confronto de diferentes saberes,** olhares e interpretações abriu espaço para "pensar de outro jeito", como evidenciamos na análise das ações do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional. Isso também colaborou para que cada membro, por mais competente que seja, se dispusesse a dar e receber ajuda, e explorar as diferenças como forma de aprimorar suas competências, bem como contribuir para o aprimoramento da comunidade.

Na medida em que cada um demonstrou **disponibilidade para interagir** e se abriu para as negociações na busca coletiva do empreendimento, as semelhanças e diferenças se complementaram e oportunizaram a construção de novas competências, de relações de confiança e vínculos entre as pessoas, que permitiu que cada membro se tornasse parte integrante da comunidade, mas com uma identidade própria (SANTOS, 2004).

Nesse sentido, a formação de professores no contexto de uma comunidade de prática se distingue fundamentalmente de práticas formativas tradicionais, que ocorrem em espaços e estruturas institucionalmente projetados para isso, como os cursos e treinamentos. O conteúdo e a dinâmica desses cursos são geralmente determinados por especialistas ou pelos gestores, que decidem o que o professor precisa aprender para desempenhar bem o seu trabalho, e não levam em conta as condições específicas dos contextos em que os professores atuam. O poder centralizado na figura do formador, no sentido da “posse” do conhecimento e do controle, coloca o professor como receptor de técnicas e informações a serem aplicados em sala de aula, e não colabora para promover o compromisso do professor em relação aos resultados de seu trabalho.

Na CoP-PAEM o formador também detém um certo poder, assume por vezes o papel de *expert*, mas não pela função que tem em coordenar o trabalho da comunidade, ou por ser um pesquisador; essas são questões de atribuições e responsabilidades. O que define o poder é a propriedade e a legitimidade que se conquista por meio da participação nas práticas da comunidade e da negociação de significados.

Entretanto, ressaltamos que, para que isso se consolide não basta que o formador seja instituído como um coordenador; sua participação precisa ser legitimada pelos membros da comunidade, ou seja, é preciso ter credibilidade, de forma que as atitudes do formador precisam estar de acordo com o conteúdo de seu discurso.

Desse modo, todos são, ao mesmo tempo, mestres e aprendizes, dependendo do que está sendo negociado num dado momento, o que implica em **descentralização do poder,** em razão das competências que os membros se apropriam em sua trajetória de aprendizagem. Uma pessoa que, em princípio se mantém mais a margem das negociações a respeito de uma questão que lhe é pouco familiar, pode ter participação mais ativa quando sente que tem maior propriedade para tratar do tema.

As mudanças na forma de participação de Laís exemplificam esse processo, pois ela foi gradativamente ampliando seu poder na comunidade, mas isso não se deu em razão de ela ter ingressado na comunidade como professora inexperiente, e depois ter se tornado pesquisadora, mas principalmente em razão da trajetória de aprendizagem que construiu a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem e por sua contribuição para a aprendizagem dos professores a respeito de conhecimentos matemáticos.

A **participação dos pesquisadores e formadores como membros** da CoP-PAEM foi um elemento importante para o desenvolvimento das práticas da comunidade e para a aprendizagem dos professores, mas também para o desenvolvimento de suas próprias competências profissionais, e especialmente para a compreensão das necessidades formativas dos professores.

O **contato frequente e de longo prazo** das formadoras com o grupo permitiu obter informações que orientaram a organização de ações potenciais e a negociação de empreendimentos conjuntos para promover a aprendizagem dos professores, ou seja, ações que combinam experiência, interação e reflexão. O engajamento em tais ações exigiu

participação ativa dos professores e oportunidades de interação entre si e com os formadores, de modo que puderam **compartilhar e confrontar seus pontos de vista**, validando-os ou reformulando-os quando necessário.

No trabalho na CoP-PAEM percebemos que isso ocorreu no desenvolvimento das ações em que os professores foram desafiados a colocar em causa suas certezas e convicções, e tiveram oportunidade de considerar outras possibilidades de interpretação de uma dada situação. O engajamento em ações dessa natureza se caracterizou como uma *experiência de vulnerabilidade***,** como uma condição que abre espaço para a reflexão e para novas aprendizagens (OLIVEIRA, CYRINO, 2011).

A abertura e flexibilidade que caracterizaram a dinâmica da comunidade também implicou em imprevisibilidade no desenvolvimento do trabalho, pois diversas questões não são totalmente definidas ou prescritas, de modo que o inesperado sempre pode acontecer, e os resultados de algumas ações podem não ser satisfatórios.

No entanto, isso também abre espaço para que ocorram experiências positivas para o processo de aprendizagem, para reflexões mais amplas, como evidenciamos na análise da trajetória da comunidade no capítulo 4. Nesse sentido, a participação e *o olhar atento do formador* são fundamentais para tirar o máximo proveito dessas situações como oportunidades para a negociação de significados.

Como se pode observar, o papel do formador nesse contexto de formação não é somente o de ensinar aos professores como agir ou resolver os problemas em seu trabalho, mas apoiar os professores no desenvolvimento das ações, valorizar suas considerações e complementá-las quando necessário, fazer questionamentos para provocar ou ampliar as discussões. Também é preciso tomar parte nas negociações para estabelecer **conexões entre as observações e interpretações empíricas do grupo e o referencial teórico** disponível a respeito das temáticas em discussão, como forma de sistematizar o conteúdo das negociações.

A **regularidade e a frequência** dos encontros e a participação das pesquisadoras e formadoras como membros da comunidade aproximou o grupo e colaborou para desenvolver laços de amizade e companheirismo, observados na disposição de todos para compartilhar suas compreensões, para oferecer e receber ajuda. Além disso, o **tempo de convivência**, a valorização e o respeito à individualidade colaborou para que os professores se sentissem acolhidos e confiantes para expor suas vivências, interagir e produzir reflexões.

A dinâmica da comunidade permitiu disponibilizar tempo para que os professores pudessem conversar, falar de si e de seu trabalho (ouvir e ser ouvido), de suas angústias e preocupações, compartilhar o modo como enfrentam determinadas situações, **refletir em conjunto** a respeito dessas questões. Os professores da CoP-PAEM chamaram esses momentos de "sessões de terapia", uma oportunidade para "desabafar" e lidar com os sentimentos envolvidos nessas experiências, como evidenciamos no capítulo anterior.

Em geral, isso não ocorre em outros modelos de formação, em que o conteúdo e as ações de formação são definidos por outros, e há pouco tempo e espaço para reflexões conjuntas a respeito de problemáticas reais da prática docente.

Em termos de formação, os relatos de situações vividas em sala de aula ou em uma reunião de trabalho, não é somente uma forma de compartilhar experiências e conhecimentos. Ao relatar um episódio para o grupo, os professores produzem novas interpretações, buscam argumentos para justificar ou esclarecer um fato ou uma atitude. Os ouvintes também costumam se manifestar a respeito do que fariam em uma situação semelhante; ou seja, relatar experiências é também uma forma de negociar significados.

Na CoP-PAEM, essa dinâmica se refletiu na *disposição dos professores em experimentar novas práticas*, e compartilhar com o grupo os resultados de suas experiências e refletir sobre elas, mesmo quando não foram tão satisfatórias como planejaram. Os significados produzidos por meio dessas reflexões a respeito de situações vividas, possivelmente irão se refletir em ações futuras, visto que as interpretações, pensamentos e ações em um dado momento são influenciados pelas experiências do passado e pelas expectativas para o futuro (KELCHTERMANS, 2005, 2009).

Por meio dessas reflexões, os membros da comunidade desenvolveram um conhecimento específico que integrou e ampliou o **repertório mantido e partilhado** por eles, que inclui rotinas, conceitos matemáticos e pedagógicos, histórias experienciadas, discursos conjuntos, impressões sobre processos de ensino, dificuldades institucionais, material pedagógico. Esses conhecimentos integram aspectos intelectuais, morais, políticos e pessoais, e são construídos por meio de interações reflexivas e significativas entre o indivíduo professor e as condições sociais, culturais e estruturais que constituem seu contexto de trabalho.

Esse repertório também inclui modos de agir e de pensar, perspectivas sobre os problemas e suas causas, e até mesmo uma postura ética dos membros da comunidade. Constitui um referencial a que os professores podem recorrer para lidar com as problemáticas da sala de aula, e com a condição de vulnerabilidade que decorre do caráter relacional da profissão, da imprevisibilidade da ação docente, das relações de poder que permeiam o contexto escolar. Ou seja, esse repertório colabora para *fortalecer seu sentido de agência*, para que possam lidar com a *vulnerabilidade* da profissão, sem perder de vista os seus princípios e o compromisso moral que têm com seu trabalho.

Em síntese, a articulação desses elementos no desenvolvimento das práticas CoP-PAEM permitiu estruturar um contexto de formação que proporcionou aos professores:

- Autonomia para negociar, decidir e se responsabilizar pelo conteúdo e pela dinâmica dos empreendimentos, bem como por sua própria aprendizagem.
- Experiências de vulnerabilidade**,** como uma condição que abre espaço para a reflexão e para novas aprendizagens (abertura para "pensar de outro jeito").
- Valorização e respeito à individualidade, e o reconhecimento da complementariedade como meio para o desenvolvimento individual e coletivo.
- Espaço e tempo para conversar, narrar experiências, ouvir, ser ouvido.
- Ampliação do repertório mantido e partilhado pelos professores, formadores e pesquisadores, que é também um referencial a que os professores podem recorrer para lidar com as problemáticas da sala de aula, e com a condição de vulnerabilidade que decorre do caráter relacional da profissão, da imprevisibilidade da ação docente, das relações de poder que permeiam o contexto escolar.

Desse modo, podemos inferir que a participação nas práticas de uma comunidade permite que cada membro se aproprie do repertório construído coletivamente pela comunidade, *tanto quanto pode, necessita ou deseja*. Ou seja, nessa dinâmica de formação é possível promover *aprendizagens coletivas, respeitando a individualidade* de cada membro da comunidade.

Como afirmamos no início desse capítulo, existem inúmeros fatores e elementos que permeiam e influenciam o desenvolvimento das práticas de uma comunidade. Os elementos evidenciados nesse estudo emergiram a partir da análise e discussão de uma realidade específica, de modo que são considerados relevantes para esse contexto. Ainda assim, eles formam um conjunto de informações que podem ser úteis para outras comunidades de professores, respeitando-se suas especificidades.

Nossa intenção não foi esgotá-los, mas fornecer indicativos que colaborem para ampliar as possibilidades de organizar práticas formativas que possam efetivamente promover a aprendizagem e o desenvolvimento da identidade profissional dos professores que ensinam Matemática.

5.2 Implicações do estudo para a formação de professores que ensinam Matemática

A perspectiva de formação docente que assumimos no cultivo da CoP-PAEM contemplou elementos que permitiram construir uma estrutura de formação continuada própria para aquele grupo específico de professores, equilibrando necessidades pessoais, profissionais e intelectuais, por meio da negociação de empreendimentos coletivos, mas com flexibilidade para que as trajetórias de participação de cada um fossem construídas de acordo com suas possibilidades (fragilidades e potencialidades).

Essa perspectiva se distingue de práticas tradicionais de formação, como os cursos e treinamentos, em alguns aspectos que consideramos fundamentais para o desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática, especialmente quanto à *escolha dos conteúdos* e da dinâmica da formação, da *participação do formador* e sua relação com os professores, e à possibilidade de tratar de aspectos da profissão que interferem no desenvolvimento da identidade profissional, que vão além do conhecimento profissional do professor, nomeadamente o *autoconhecimento profissional* e a *relação com o trabalho*.

Nessas práticas formativas, geralmente são especialistas ou gestores, que decidem o que os professores precisam aprender, sem levar em conta as necessidades e as condições específicas dos contextos em que atuam. A falta de abertura para negociar, decidir e se responsabilizar pelo conteúdo e pela dinâmica dos empreendimentos, bem como pela sua própria aprendizagem, dificulta o envolvimento dos professores nas ações de formação.

O poder centralizado na figura do formador, no sentido da “posse” do conhecimento e do controle, coloca o professor como receptor de técnicas e informações, estabelecendo uma relação do tipo “mestre-aprendiz”, em que os formadores “ensinam” aos professores conteúdos e técnicas de ensino para serem aplicados em sala de aula.

Na perspectiva das Comunidades de Prática, o papel do formador não é somente o de ensinar aos professores como agir ou resolver os problemas em seu trabalho, mas de colaborar na construção de suas trajetórias de aprendizagem em relação ao que eles consideram relevante para a sua prática docente. O formador participa como membro da comunidade, de modo que seu poder, assim como dos demais participantes, é definido pela propriedade e legitimidade conquistadas por meio da participação nas práticas da comunidade e da negociação de significados.

Na condição de formadora, compreendemos que, esse processo de formação também nos colocou numa posição de aprendiz, com possibilidades de aprimorar nossas próprias competências profissionais, especialmente a compreensão a respeito das necessidades formativas dos professores. Tais aprendizagens também favoreceram o fortalecimento de nosso conhecimento profissional dos formadores, bem como o desenvolvimento da nossa identidade profissional de *formador*.

Essa é uma constatação pessoal, mas compreendemos que estudos futuros podem investigar o potencial dessa perspectiva de formação para o desenvolvimento profissional de formadores de professores que ensinam Matemática.

Outra questão a ser levada em conta é que os cursos e treinamentos são ações de formação esporádicas, e não oferecem condições para a interação e a reflexão, nem para as experiências de vulnerabilidade**,** como uma condição que favorece a reflexão e novas aprendizagens (abertura para "pensar de outro jeito").

Além disso, o tempo limitado não permite ao professor conversar, narrar suas experiências, ouvir e serem ouvidos, que são condições essenciais para que os professores possam compartilhar suas experiências e refletir coletivamente a respeito das condições de trabalho que enfrentam e de como lidam com elas.

Na CoP-PAEM, os participantes encontraram condições e puderam contar com a comunidade para compartilhar suas experiências e refletir sobre elas em conjunto, bem como para discutir os aspectos de vulnerabilidade da profissão docente e a necessidade de equilibrar seu sentido de agência. Em nossa interpretação, isso fortaleceu sua autoconfiança e sua disposição para enfrentar os desafios da vida profissional, que são fatores importantes para que o professor construa uma autoimagem positiva e mantenha sua autoestima elevada; e para a sua satisfação com o trabalho.

Nesse sentido, podemos inferir que a CoP-PAEM se constituiu não só em um espaço de aprendizagem profissional, mas também em um espaço em que o professores encontraram *apoio emocional* para enfrentar os desafios da prática docente. Esse é um aspecto particular, específico dessa comunidade, e bastante complexo, visto que envolve características pessoais de professores e formadores. Entretanto, considerando que a profissão docente é profundamente marcada por questões pessoais, acreditamos que investigações mais aprofundadas a respeito dessa questão podem gerar compreensões importantes para orientar práticas e políticas de formação docente.

Os resultados de nossa investigação sugerem que um processo de formação continuada que leve em conta esses aspectos, numa perspectiva de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, com uma dinâmica que permita *diferentes modos de participação* e favoreça a *interação*, a *reflexão* e a *construção de relações de respeito e confiança*, é uma alternativa às propostas de formação de professores, que privilegiam cursos ou treinamentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisas quantitativas e qualitativas.** São Paulo: Editora Pioneira, 2002.

BEIJAARD, D.; MEIJER, P. C.; VERLOOP, N. Reconsidering research on teachers' professional identity. **Teaching and teacher education**, v. 20, n. 2, 2004. p. 107-128.

BELINE, W. **Formação de professores de matemática em comunidades de prática: um estudo sobre identidades.** 2012. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Ed. Porto, 1994.

CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática.** 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

CYRINO, M.C.C.T. **As várias formas de conhecimento e o perfil do professor de matemática na ótica do futuro professor**. 2003. 256 f. Tese (Doutorado em Educação) – FEUSP, São Paulo, São Paulo, 2003.

________________. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A.V. A. (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisa.** 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 77-88.

________________. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (Org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática*: *um perfil de pesquisas.** Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

________________; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, v. 16, n. 3, dez. 2011. p. 373-401.

________________. Formação de Professores que Ensinam Matemática em Comunidades de Prática. In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, Montevidéu. **Anais...** Montevidéu, 2013. p. 5188-5195.

________________; GARCIA, T. M. R; OLIVEIRA, L. M. C. P. Aspectos do Raciocínio Proporcional mobilizados na resolução e discussão de um problema de proporcionalidade: negociações de significados dos membros da CoP – PAEM. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM Regional, 2013. p. 1-16.

DAY, C. **Developing teachers, the challenge of lifelong learning**. London, Philadelphia: Falmer Press, 1999.

_______; ELLIOT, B., KINGTON, A. Reform, standards and teacher identity: Challenges of sustaining commitment. **Teacher and Teacher Education**. 21 (5), 2005. p. 563-577.

_______; GU, O. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford Review of Education**, 33 (4), 2007. p. 423 — 443.

ELBAZ, F. **Teacher thinking: A study of practical knowledge**. London: Croom Helm, 1983.

ELBAZ–LUWISCH, F. Writing as inquiry: Storying the teaching self in writing workshops. **Curriculum Inquiry**, v. 32, n. 4, 2002. p. 403-428.

FERREIRA, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A. M; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica**, 2006. p. 149-166.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, 2001. p. 35-48.

_________________. História Oral e Educação Matemática. In BORBA, M. C., ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.

GEE, J. P. Identity as an analytic lens for research in education. In W. G. Secada (Ed.), **Review of research in education**. Washington, DC: American Educational Research Association, v. 25, 2001. p. 99–125.

GOOS, M. E.; BENNISON, A. Developing a communal identity as beginning teachers of mathematics: Emergence of an online community of practice. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 1, 2008. p. 41-60.

GRAVEN, M. Mathematics teacher retention and the role of Identity: Sam's story. **Pythagoras**, v. 61, 2005. p. 2-10.

JAWORSKI, B. Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: Towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. **Educational studies in mathematics**, v. 54, n. 2-3, 2003. p. 249-282.

___________ B. Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development: Teachers and didacticians in collaboration. In KRAINER, K & WOOD, T. (Ed.). **Participants in mathematics teacher education.** Rotterdam: Sense Publishers, 2008. , p. 309–330.

KELCHTERMANS, G. Teachers' emotions in educational reforms: Self-understanding, vulnerable commitment and micropolitical literacy. **Teaching and Teacher Education**, v. 21, 2005. p. 995-1006.

___________________. Who I am in how I teach is the message: self-understanding, vulnerability and reflection. **Teachers and Teaching: theory and practice**. vol. 15, .n 2, 2009. p. 257–272.

KERBY, A. **Narrative and the self.** Bloomington, Indiana University Press, 1991.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.** 2nd edition. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2005.

___________. **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.** 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LARROSA, J. **La experiencia de la lectura: estudios sobre literatura y formación**. Barcelona: Laertes, 1996.

___________. Viente minutos en la fila. Sobre experiencia, relato y subjetividad en Imre Kertész. **Revista Actualidades Pedagógicas**, v. 54, n. 2, 2009. p. 55-68.

LASKY, S. A sociocultural approach to understanding teacher identity, agency and Professional vulnerability in a context of secondary school reform. **Teaching and Teacher Education**, v. 21, Elsevier, 2005. p. 899–916.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In J. HIEBERT; M. BEHR (Eds.) **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics. 1988. p. 93-118.

LLINARES, S. Participation and reification in learning to teach: The role of knowledge and beliefs. In: Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education? **Springer Netherlands**, 2002. p. 195-209.

MARCELO, C. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. **Sísifo:** revista de ciências da educação, n. 8, 2009. p. 7-22.

MATOS, J. F. et al. Mathematics teachers' professional development: processes of learning in and from practice. In: **The professional education and development of teachers of mathematics**. Springer US, 2009. p. 167-183.

MCGRAW, R., ARBAUGH, F., LYNCH, K., & BROWN, C.A Mathematics teacher professional development as the development of communities of practice. In: PATEMAN, N. A.; DOUGHERTY, B. J. & ZILLIOX, J. T. (Ed.) **27th Conference of the International Group for the PME held jointly with the 25th Conference of PME-NA,** vol. 3. Honolulu: University of Hawaii, 2003. p. 269-276.

MEIRINK, J. A., MEIJER, P. C., & VERLOOP, N. A closer look at teachers' individual learning in collaborative settings. **Teachers and Teaching: theory and practice**, v. 13, n. 2, 2007. p. 145-164.

MISKULIN et al. Pesquisa sobre trabalho colaborativo na formação de professores de Matemática: um olhar sobre a produção do PRAPEM/UNICAMP. In: FIORENTINI, D; NACARATO, A.M. (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. Campinas: Musa Ed., 2005. p.196-219.

NACARATO, A M. et.al. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processo de formação. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M.

A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 197-212.

NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam Matemática em uma Comunidade de Prática.** 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2013.

OLIVEIRA, H. M. A. P. **A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira**. 2004. 576f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

___________________; CYRINO, M. C. C. T. Formação inicial de professores de matemática em Portugal e no Brasil: Narrativas de vulnerabilidade e agência. **Interacções**, v.18, 2011. p.104-130.

OLIVEIRA, L. M. C. P.; GARCIA, T. M. R. Negociação de significados a respeito do subconstruto razão na resolução e discussão de um problema. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM Regional, 2013. p. 1-10.

____________________. **Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio** Proporcional. 2014. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. **A cultura escolar na sociedade neoliberal**. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: ARTMED Editora, 2001.

PONTE, J., CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: LYN, D. English (Ed.).**Handbook of international research in mathematics education**. 2. ed. New York: Routledge, 2008. p. 225-263.

POTARI, D. et al. Teachers and researchers’ collaboration in analyzing mathematics teaching: A context for professional reflection and development. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 13, n. 6, 2010. p. 473-485.

PUTNAM, R. T., & BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? **Educational Researcher**, v. 29, n. 1, 2000. p. 4-15.

ROCHA, M. R. **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações**. 2013. 129f.Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2013.

SANTOS, M. P. **Encontros e esperas com os ardinas de Cabo Verde: aprendizagem e participação numa prática social**. 2004. Tese (Doutorado em Educação: Didática da Matemática) – Departamento de Educação, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, 1986. p. 4-14.

SOWDER, J. T. The mathematical education and development of teachers. In LESTER, F. (Ed.), **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, v. 1. Reston: NCTM, 2007. p. 157-224.

TILLEMA, H.; VAN DER WESTHUIZEN, G. J. Knowledge construction in collaborative enquiry among teachers 1. **Teachers and Teaching: theory and practice**, v. 12, n. 1, 2006. p. 51-67.

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

___________; McDERMOTT, R.; SYNDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Harvard Business School Press, Boston, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE A

PROBLEMAS – LISTA 1 (ADAPTADOS DE LAMON, 2012)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
COP - PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL – PARTE 1 (03-07-2012)

GRUPO 1: Resolva estes problemas mentalmente. Use sua caneta ou lápis somente para registrar suas respostas e raciocínios.

1. Seis homens podem construir uma casa em 3 dias. Assumindo que todos os homens trabalham no mesmo ritmo, quantos homens seriam necessários para construir a casa em 1 dia?	
2. Se 6 chocolates custam R$ 0,93, quanto custam 22 chocolates?	
3. Entre eles, João e Marcos têm 32 bolas de gude. João tem 3 vezes a quantidade de bolas de gude de Marcos. Quantas bolas de gude cada um tem?	
4. Lucas pode podar o gramado do Sr. Roberto em 45 minutos. O irmão mais novo de Lucas leva o dobro do tempo para podar o mesmo gramado. Quanto tempo eles levarão para fazer o serviço se cada um tiver um cortador de grama e trabalharem juntos?	
5. Seis alunos tinham 20 minutos para limpar a sala de aula depois de uma "guerra de borracha". Eles ficaram com raiva e entregaram 3 outros amigos. A diretora juntou os amigos à equipe de limpeza e mudou o limite de tempo. Quanto tempo ela deu a eles para completar o serviço?	
6. Se um jogador de futebol pesa 92 kg, qual é o peso total dos 11 jogadores do time?	
7. Sandra quer comprar um aparelho de MP3 que custa R$ 210,00. Sua mãe concordou em pagar R$ 5,00 para cada R$ 2,00 que Sandra poupar para a compra. Com quanto cada uma contribuiu?	
8. Uma companhia envia normalmente 9 homens para instalar um sistema de segurança em um prédio comercial, e eles fazem o trabalho em cerca de 96 minutos. Hoje eles têm somente 3 homens para fazer o mesmo tipo de serviço. Quanto tempo eles devem programar para completar o trabalho?	
9. Uma motocicleta pode rodar por 10 minutos com R$ 1,30 de combustível. Quanto essa motocicleta poderá rodar com R$ 0,91 de combustível?	
10. A academia "Em forma" está hoje com uma razão de 150 alunos para 18 professores. Como o número de docentes deve ser ajustado para que a razão aluno por professor da academia seja de 15 para 1?	

APÊNDICE B

<u>PROBLEMAS – LISTA 2</u> (ADAPTADOS DE LAMON, 2012)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
COP - PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL – PARTE 2 (31/07/2012)

GRUPO 2: Procure resolver estes problemas mentalmente, registrando o raciocínio que guiou suas respostas. Procure não aplicar regras ou propriedades do tipo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

PROBLEMAS	1ª. RESOLUÇÃO	2ª. RESOLUÇÃO (Após discussão)
1. Qual forma está mais próxima de um quadrado: um retângulo que mede 35cm x 39cm ou um retângulo que mede 22cm x 25cm?		
2. Duas engrenagens A e B estão dispostas de forma que os dentes de uma engrena com os dentes da outra. A engrenagem A gira no sentido horário e tem 54 dentes. A engrenagem B gira no sentido anti-horário e tem 36 dentes. Se a engrenagem A fizer 5,5 rotações, quantas voltas fará a engrenagem B?		
3. A Sra. Júlia prepara e vende suco de maçã com canela em sua lanchonete. No jarro A ela misturou 4 cubos de essência de canela com 3 cubos de essência de maçã com uma quantidade de água. No jarro B ela usou 3 cubos de essência de canela e 2 de sabor maçã, e a mesma quantidade de água. Se você pedir a ela para tomar o suco que tem o gosto mais forte de canela, de qual jarro ela deverá servir sua bebida?		
4. A mãe de Pedro pediu a ele para ir a sua mesa e pegar uma fotografia de seu pai junto com uma ampliação dela, mas quando Pedro entrou no escritório, ele encontrou cinco fotografias de seu pai, de vários tamanhos. Quais as duas fotografias que ela quer? a) 9 cm x 10 cm b) 10 cm x 12 cm c) 8 cm x 9,6 cm d) 6 cm x 8 cm e) 5 cm x 6,5 cm		
5. Qual é a razão de homens para mulheres em uma cidade onde $\frac{2}{3}$ dos homens são casados com $\frac{3}{4}$ das mulheres?		
6. Em uma cafeteria, dois tipos de grãos são combinados e vendidos como a "mistura da casa". Um dos grãos é vendido por R$ 8,00 o quilo e o outro por R$ 14,00 o quilo. O dono da loja mistura um lote de 50 quilos de cada vez e vende a "mistura da casa" por R$ 10,00 o quilo. Quantos quilos de cada tipo de café vão nessa mistura?		

APÊNDICE C

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL – TEXTO 1 (ADAPTADO DE LAMON, 2012)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
CoP-PAEM – COMUNIDADE DE PRÁTICA DE PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

Por muito tempo, *Raciocínio Proporcional* tem sido um termo "guarda-chuva", uma expressão polivalente que se refere a certas facilidades com conceitos e contextos do número racional. O termo é mal definido e os pesquisadores têm sido melhores em determinar quando um aluno ou um adulto *não* pensam proporcionalmente do que em definir as características de alguém que pensa. Sem objetivos de ensino apropriados, o ensino intencional desse tópico não era possível, e o Raciocínio Proporcional permaneceu como um subproduto indescritível do ensino de frações. Como o currículo dos anos iniciais prevê não mais do que um tratamento apressado das ideias de número racional, o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional é deixado ao acaso. Desse modo, o fato de que muitos adultos não pensam proporcionalmente (mais de 90%) aponta evidências convincentes de que esse modo de pensar envolve mais do que um processo de desenvolvimento espontâneo e que o ensino deve desempenhar um papel ativo no seu desenvolvimento.

O Raciocínio Proporcional é um dos melhores indicadores de que um aluno atingiu a compreensão dos números racionais e os conceitos multiplicativos relaciodados a eles. Enquanto, por um lado, ele é o indicativo de que alguém compreende as ideias elementares da Matemática, por outro lado, é também parte da base de conceitos mais complexos.

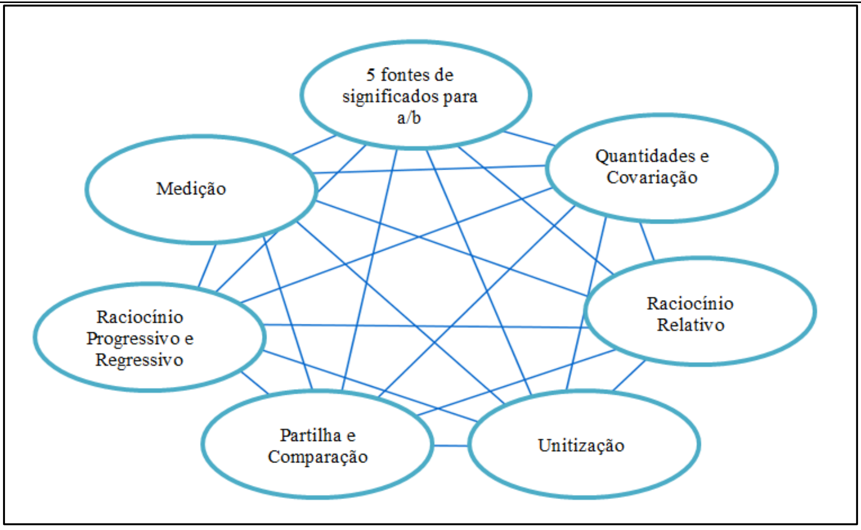
É importante distinguir Raciocínio Proporcional do conceito de proporcionalidade. Proporcionalidade é um conceito que desempenha importante papel em aplicações do domínio da Física e da Matemática mais avançada. O Raciocínio Proporcional é visto como um "pré-requisito" para a compreensão dos contextos e aplicações baseados em proporcionalidade.

Em nosso estudo a proposta é, além de analisar e resolver problemas que de algum modo envolvem o Raciocínio Proporcional, para ter uma ideia do que isso significa, estudar também as estruturas e instrumentos que podem ser usados para facilitar o seu desenvolvimento.

ESTRUTURAS CENTRAIS

Existem alguns temas que são universais na Matemática. Eles atravessam uma vasta extensão do currículo, direto para a fase universitária, quando os alunos estudam cálculo. Penso neles como estruturas *centrais* porque são muito importantes para o pensamento matemático em geral. Eles sustentam um sistema muito maior do que apenas a aprendizagem do número racional. São ideias sobrepostas – mas diferentes – que têm uma relação simbólica. O crescimento em um dos nós do diagrama a seguir tem repercussões nos outros nós. Essas ideias são centrais ainda em outro sentido. Elas são importantes para o modo como o pensamento matemático das crianças se desenvolve. Esses nós foram identificados não somente pelos estudos abstratos dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também através dos anos de pesquisa que estruturam o modo como as crianças pensam em situações reais em que esses conceitos entram em jogo.

Figura 1 - Rede Lamon 2012



Fonte: Lamon (2012, p. 10, tradução nossa)

<u>Questões para resolver e analisar</u>

1. Antes a árvore A tinha 80 cm de altura e a árvore B tinha 1 m de altura. Agora a árvore A está com 1,40 m de altura e a árvore B está com 1,60 m de altura. Qual árvore cresceu mais?
2. A limonada na jarra amarela foi feita com 3 limões e 5 copos de água. Na jarra verde a limonada foi feita com 5 limões e 7 copos de água. Se os limões e os copos são do mesmo tamanho, qual limonada ficou mais forte?
3. Uma família tem em casa uma pessoa que usa cadeira de rodas e pretende construir uma rampa para facilitar o acesso à casa. Uma das portas da casa está a 50 cm do chão e a outra está a 30 cm do chão. Qual rampa será mais íngreme?

APÊNDICE D

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL – TEXTO 2 (ADAPTADO DE LAMON, 2012)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
CoP-PAEM – COMUNIDADE DE PRÁTICA DE PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA

ESTRUTURAS CENTRAIS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

1. PENSAMENTO RELATIVO E MEDIÇÃO

Antes a árvore A tinha 80 cm de altura e a árvore B tinha 1 m de altura. Agora a árvore A está com 1,40 m de altura e a árvore B está com 1,60 de altura. Qual árvore cresceu mais?

A situação apresentada no problema do crescimento das árvores evidencia um dos mais importantes tipos de raciocínio exigidos para o Raciocínio Proporcional: a capacidade de analisar uma alteração, tanto em termos absolutos quanto em termos relativos.

Essa é a perspectiva mais básica que os alunos precisam adotar antes de poderem compreender frações. É essencial que eles sejam capazes de compreender as mudanças em duas perspectivas: crescimento real e crescimento relativo, ou mudança absoluta e mudança relativa. Importante destacar que não é que uma perspectiva está errada e a outra está certa. As duas perspectivas são úteis. A palavra “mais” tem dois significados diferentes, e é importante que as crianças se envolvam com as duas.

Pensamento relativo envolve mais abstração do que pensamento absoluto e, por meio do pensamento relativo, criamos quantidades mais complexas. Na era do computador, os alunos estão acostumados com uma avalanche de dados sensoriais; o conhecimento vem de dados baseados na percepção. No entanto, em Matemática, o conhecimento geralmente consiste em compreender abstrações impostas aos dados sensoriais. Essa abstração é muito mais uma *con*cepção do que uma *per*cepção.

Por exemplo, tente pensar nas seguintes situações:

- Imagine 5 pessoas em um elevador para 8 pessoas.
- Agora imagine as mesmas 5 pessoas em um estádio de futebol.
- Agora imagine as mesmas 5 pessoas em um carro esportivo com 2 assentos.

Cada situação deve ter dado a você uma impressão diferente sobre “aglomeração”. Você pensou nas mesmas cinco pessoas de cada vez; entretanto, cada situação provocou você a rever sua concepção de quanto espaço cada pessoa ocuparia naquela área. Sua comparação mental resultou em uma nova quantidade, a densidade, e em um método para medir isso, a comparação de duas quantidades.

1.1. Pensamento Relativo e a Compreensão das Frações

Pensamento relativo é fundamental no ensino inicial das frações, pois está vinculado à compreensão de diversas noções importantes, que incluem o seguinte:

- A relação entre o tamanho das partes e o número de partes.
- A necessidade de comparar frações relativas a uma mesma unidade.
- O significado do número fracionário em cada situação. Três partes de cinco subdivisões de algo transmitem a noção de *quanto,* da mesma forma que o exemplo anterior transmite a noção de *aglomeração.*

- O tamanho de um número fracionário.
- A relação entre frações equivalentes. O numeral $\frac{3}{5}$, por exemplo, representa a mesma quantidade relativa, mesmo quando cada parte da unidade é dividida novamente em 4 partes ($\frac{12}{20}$,) ou em 2 partes ($\frac{6}{10}$,).

1.2 A Importância da Medição

A medição está no coração da atividade humana; humanos sempre estão preocupados em medir seu universo, e unidades e métodos de medição são essenciais para a ciência. Medir é um ponto de partida para os matemáticos. Quando estudamos números inteiros, o ato de medir ocorre de uma forma simples, pela contagem de objetos discretos. Entretanto, quando os alunos começam a estudar os números racionais positivos, a ênfase muda para a medida de quantidades contínuas.

Quando falamos sobre a compreensão das crianças, é importante levar em conta a distinção entre o *ato de medir* e a *medição.* O que queremos dizer é que, mesmo quando as crianças já são capazes de realizar medidas e utilizar instrumentos de medir, isso não garante que elas tenham aprendido os princípios da medição.

Isso tem implicações importantes na aprendizagem dos conceitos do número racional e no desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, uma vez que algumas interpretações do número racional podem ser concebidas como medida:

- ✓ Uma fração mede a relação multiplicativa de uma parte com o todo ao qual ela pertence.
- ✓ Uma razão mede grandezas relativas.
- ✓ Uma taxa, como a velocidade, é uma quantificação do movimento.
- ✓ Um quociente é uma medida de quanto 1 pessoa recebe quando *m* pessoas partilham *n* objetos.
- ✓ Um operador é a medida de alguma mudança em uma quantidade em relação a um estado anterior.
- ✓ Como uma medida, um número racional quantifica diretamente uma qualidade, tal como comprimento ou área.

Da mesma forma, é possível conceber qualquer medida como uma razão. Por exemplo: usando a unidade padrão metro, encontramos a medida do comprimento de uma sala como sendo 6 m. Esse resultado é uma forma de dizer qual é o comprimento da sala quando comparado com 1 m. Em geral não explicitamos essa comparação, mas a medida de 6 metros realmente significa $\frac{6\,metros}{1\,metro}$.

- ✓ Um desconto de 10% é uma medida de quanto você poderá economizar.
- ✓ 5 quilômetros por hora ($\frac{5}{1}$,) é uma medida de até onde você poderá ir em 1 hora.
- ✓ $\frac{1}{4}$, é uma medida de quanto de um chocolate você recebe quando divide com mais 3 amigos.

Todas essas conexões sugerem que compreender a medição é um empreendimento complexo e que não acontece em um curto período de tempo, mas somente com os anos de experiência. Isso porque a compreensão da medição envolve uma compreensão mais profunda de três princípios maiores: o *princípio compensatório*, o *princípio da aproximação* e o *princípio da partição recursiva*.

O Princípio Compensatório

Este princípio estabelece que quanto menor for a unidade de medida, maior será a quantidade de unidades necessárias para medir algo. Do mesmo modo, quanto maior for a unidade de medida usada, menor a quantidade de unidades necessária para expressar o mesmo valor.

O Princípio da Aproximação

Uma medição é sempre aproximada, isto é, podemos realizar o processo de medição com qualquer grau de precisão exigido pelo trabalho em questão, e decisão sobre quão precisa deve ser a medição geralmente é feita no contexto e de acordo com os instumentos disponíveis. No entanto, compreender o princípio da aproximação significa mais do que saber e afirmar que uma medição é uma aproximação. É preciso que os alunos tenham experiências suficientes e em diferentes contextos para que possam saber: *quando é necessário mais ou menos precisão; como proceder para obter a precisão necessária e também quando parar de refinar a medição*.

Princípio da Partição Recursiva

Pode-se fazer qualquer medição tão precisa quanto necessário, quebrando a unidade de medida em subunidades cada vez menores e de igual tamanho. Ao fazer isso, as frações entram em jogo. Existe um infinito número de frações entre qualquer par de frações, não importa quão perto elas estejam. Esta propriedade é geralmente referida como a densidade dos números racionais, que permite a aproximação cada vez maior de uma medição. Essa é uma ideia poderosa que tem implicações para a matemática superior. Por exemplo, a ideia de *ficar tão perto quanto você queira* está no coração do cálculo. É por meio da partição recursiva que se pode obter o nível de precisão desejado numa medição.

1.3 Medição de Qualidades mais Abstratas

Até o final do Ensino Fundamental, os alunos certamente irão se deparar com atributos tais como velocidade, inclinação e densidade. Esses atributos são excessivamente difíceis para eles, pois, nos anos iniciais de sua aprendizagem matemática, eles não são se envolvem em situações de medição cuja quantificação requer mais do que simples contagem e medidas. Parte da compreensão de medição é também saber quando contar e fazer medições diretas é inadequado.

Por exemplo, a maioria dos alunos nunca pensou em como se mede a concentração de uma bebida ou a lotação de um elevador. Essas são características que não podem ser medidas directamente. Isto é, a sua medida é uma nova quantidade que é formada por uma relação entre duas outras quantidades.

Os alunos precisam de tempo para analisar tais características como intensidade de cor, acidez e concentração de uma bebida ou lotação em um elevador, e se envolverem em argumentação e justificação sobre como medir essas qualidades.

Medições dessa natureza envolvem comparações entre grandezas e remetem ao uso das razões e taxas para expressar os resultados. Entretanto, essas medições não podem ser reduzidas unicamente à obtenção desses resultados. Antes é preciso explorar, compreender e interpretar situações e contextos que evidenciem essas relações.

2. QUANTIDADES E COVARIAÇÃO

O cotidiano das crianças está repleto de situações em que elas lidam com quantidades e algumas relações entre elas e com quantidades que variam juntas (covariação), o que lhes confere um bom conhecimento informal sobre essas questões.

No entando, quando falamos com nossos alunos sobre quantidades e variação em qualquer nível de ensino, eles têm dificuldade em saber onde colocar seu foco e como se expressar a respeito. O que ocorre é que esse é mais um tema pouco explorado nos anos iniciais.

Nesta discussão pretende-se evidenciar duas mensagens importantes:

- A primeira é que as crianças tem uma boa dose de experiência e conhecimento intuitivo sobre quantidades e variação; e, sempre que possível, vale a pena partir deles para explorar outros conhecimentos.
- A segunda é que muitas formas poderosas de pensar sobre essas questões envolvem situações visuais ou verbais. Isso significa que implementar atividades dessa natureza com nossos alunos não exige incluir novos recursos ou materiais; é possível abordar o tema e alguns dos principais obstáculos a partir de todas as atividades matemáticas já desenvolvidas na sala de aula.

2.1. Quantidades não quantificadas

Uma quantidade é uma qualidade mensurável de um objeto – quer essa qualidade esteja quantificada ou não. Por exemplo, você pode comparar as alturas de duas pessoas de sua família sem ter que medi-las. Quando uma está em pé ao lado ou perto da outra outra, você pode dizer quem é mais alta. Relacionar quantidades que não estão quantificadas é um tipo importante de raciocínio. Vejamos mais alguns exemplos:

Ontem você dividiu alguns biscoitos com alguns amigos. Hoje você vai dividir menos biscoitos com mais amigos. Vocês irão receber mais, menos ou a mesma quantidade que receberam ontem?

Naturalmente, você sabe que todos irão receber menos hoje. Mesmo que o número de pessoas e o número de biscoitos não tenham sido quantificados, você pode responder essa questão sem problemas.

Agora tente pensar sobre as razões (de ontem e de hoje) entre o número de biscoitos e o número de pessoas. O que você pode dizer sobre elas?

- Hoje menos pessoas vão dividir mais biscoitos.

Novamente, você pode dizer que hoje todos irão receber mais do que receberam ontem.

- Agora suponha que hoje mais pessoas irão dividir mais biscoitos. O que se pode dizer a respeito dessa situação?

Você pode pensar em outras situações em que a resposta não pode ser determinada?

Esse tipo de raciocínio é fácil para as crianças porque pode ser construído sobre seu próprio conhecimento e experiência. Além disso, é possível explorar um pouco mais essa situação, usando uma tabela que você pode tentar preencher.

Mudança na quantidade de *biscoitos por pessoa*			
	Mudança no número de pessoas		
Mudança no número de biscoitos	+	-	0
+			
-			
0			

Isso pode se tornar uma forma muito útil de pensar em muitas situações!

O processo de analisar o que muda assim como o que não muda é extremamente útil em Matemática, bem como na vida diária. Ele nos permite elaborar raciocínios mais profundos do que somente observar as informações óbvias e superficiais.

2.2. Características Quantificáveis

Antes de lidar com números racionais simbolicamente, é importante conseguir que as crianças discutam as relações entre quantidades em situações do mundo real. O estudo das relações começa sobre um nível visual e pode ser esclarecido e ampliado à medida que as crianças desenvolvem um vocabulário, falam sobre aquelas relações e as analisa. Analisar relações visualmente e verbalmente também ensina as crianças a irem além das observações óbvias e superfíciais e a pensarem melhor sobre por que as coisas funcionam de uma dada maneira. É importante que o pensar sobre as relações ocorra muito antes do ensino simbólico para que as crianças aprendam que há muito mais para ver e fazer quando elas primeiro confrontam uma situação, do que somente extrair os números e operar cegamente com eles. Mesmo antes de desafiarmos as crianças para pensar sobre as relações entre quantidades, isso é importante para garantir que elas tenham um sentido do que é uma quantidade.

Nas salas de aula, observa-se que algumas crianças não focam necessariamente sobre as quantidades quando elas leem um problema. Para identificar quais aspectos de uma situação elas observam, uma pesquisadora propôs a um grupo de alunos do Ensino Fundamental pensar sobre essa situação:

Você parte da frente de sua casa e pedala sua bicicleta descendo a rua. O que muda?

Houve várias respostas diferentes, e dentre elas destacam-se:

- As árvores passam.
- Eu me afasto da frente da minha casa.
- Os pedais da minha bicicleta sobem e descem.
- As rodas giram.
- Eu vou para a casa do meu amigo.

Pelas respostas, observa-se que os alunos precisam de mais direcionamento para ajudá-los a focar sobre características quantificáveis. Então a pesquisadora pediu a eles para pensar em mudanças que poderiam ser medidas, e obteve as respostas:

- Quão longe eu estou de minha casa.
- Quão rápido e quão lento meu pé sai do chão.
- Quão rápido eu vou.
- Quanto de calçada uma roda percorre quando gira uma vez.
- Quanto tempo leva para chegar à casa do meu amigo.

A partir dessas respostas, foi possível falar sobre quantidades como circunferência, velocidade, distância e tempo. Mais uma vez fica claro que não se pode assumir que os alunos sabem sobre o que estamos falando, e é sempre necessário confirmar para ver o que eles estão pensando sobre o que falamos.

Olhando superficialmente, parece que um professor não teria dificuldades em discutir essas situações com as crianças, mas, na realidade, isso acaba por ser difícil. A razão é que as crianças (e muitos adultos também) têm dificuldade em distinguir uma quantidade (uma característica mensurável) de uma descrição física.

O fato é que somente pedir para as crianças descreverem uma imagem ou situação não irá promover raciocínio quantitativo. Mesmo quando elas não tentam fazer alguma medida, discutir quantidades envolve saber o que são características mensuráveis. Observar a distinção entre descrição e identificação de quantidade é um passo necessário para matematizar uma situação-problema. Qualquer um pode olhar a imagem e ver que o gigante é mais alto que João. Medir as alturas dos dois personagens usa a Matemática para provar a afirmação.

2.3. Discutir Relações Proporcionais em Figuras

Nossa primeira compreensão de proporção ocorre em um nível visual mesmo antes de aprendermos a falar. Nós dependemos de dados visuais para obter nossas informações sobre coisas, tais como escala, grau de fidelidade dos modelos, perspectiva, e assim por diante. Durante os primeiros anos, nós podemos ajudar as crianças a construirem este conhecimento intuitivo, tornando-o mais explícito e aberto à análise. Podemos usar figuras para ajudar os alunos a desenvolverem o vocabulário para pensar e falar sobre proporções. As discussões em sala de aula também precisam tratar ideias, tais como *esticar, encolher, ampliar, distorcer, estar em proporção, estar fora de proporção, e estar desenhado em escala*.

Nós usamos a palavra *proporção* de várias formas diferentes, e é importante que os alunos compreendam todos esses usos. Por exemplo, em algumas tarefas, “Que proporção da turma é de mulheres?”, o que se questiona de fato é que fração ou parte da turma é de mulheres? Dizer que o número de casos de uma doença atingiu proporções de epidemia significa somente que ele aumentou muito.

Existem diversos tipos de comparações que podemos usar para ajudar os alunos a construirem a linguagem das proporções bem antes de eles se depararem com os símbolos $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

A primeira compara a de um objeto com algo externo, em geral o objeto real. Quando dizemos que o objeto está desenhado *em proporção*, queremos dizer que há uma relação entre o objeto real e o desenho daquele objeto, tal que para todas as dimensões do objeto correspondente, as razões entre o tamanho do desenho e o tamanho real são iguais. Se uma pessoa real tem 180 cm de altura e seus braços medem 58 cm de comprimento e em uma fotografia a pessoa está com 100 cm, então seus braços não podem ter os mesmos 58 cm de comprimento na fotografia. Tecnicamente falando, para estar em proporção, a comparação entre todos as medidas da pessoa real e todas as medidas correspondentes na fotografia devem ser as mesmas.

Proporções desempenham um importante papel nas caricaturas. Veja as imagens de algumas personalidades:

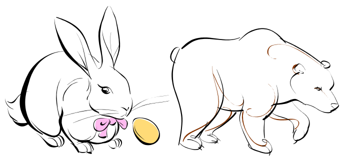
Fonte: http://fottus.com/desenhos/caricaturas/

O que podemos dizer sobre as imagens dessas pessoas?
Elas estão desenhadas em proporção?
Por que o artista pode ter desenhado certas características *fora de proporção?*
O que o artista estava tentando comunicar com essas distorções?

Um segundo e importante sentido da palavra se refere às relações entre as proporções internas de um único objeto. Por exemplo, suponha que você seja desafiado a fazer um julgamento das proporções desse retângulo.

Isso significa verificar a forma como as dimensões do retângulo se relacionam umas com as outras. Sem fazer qualquer medição, você poderá tomar a largura do retângulo e visualmente compará-la com o comprimento, fazendo o julgamento de que são necessárias 4 larguras para obter o comprimento. Você pode dizer que o lado maior do retângulo é cerca de 4 vezes mais longo que o lado menor. Ou ainda, você pode dizer que a razão entre a largura e o comprimento do retângulo é de 1:4.

Outra questão importante é estimular as crianças a falarem sobre diferentes objetos e seus tamanhos relativos um ao outro. Quando as crianças vão para escola, elas já têm um senso de proporção bem desenvolvido. Por exemplo, as crianças não são enganadas pela justaposição de dois desenhos, tais como aqueles do coelho e do urso mostrados a seguir. Elas sabem que o tamanho dos animais não são seus tamanhos reais, nem os desenhos retratam seus tamanhos relativos. As crianças compreendem implicitamente que cada desenho em si é um modelo fiel do animal que representa, mas colocados juntos, o par de desenhos não é representativo de uma cena na qual os animais reais são colocados um ao lado do outro. As primeiras explicações das crianças para isso pode ser “um foi mais encolhido que o outro” ou simplesmente “não parece estar certo esse desenho”. Novamente é uma questão de desenvolver algum vocabulário com o qual os alunos possam pensar e se comunicar sobre as proporções. O tamanho dos dois animais foi reduzido, mas foram desenhados em *escalas diferentes.*



- A figura do urso está desenhada em uma escala menor do que a de um urso real.
- A figura do coelho está desenhada em uma escala menor do que a de um coelho real.
- O urso e o coelho não estão em proporção relativa um ao outro.

Computadores tornam muito fácil a introdução de escalas. Uma imagem em que dois itens estão desenhados numa proporção correta em relação um ao outro pode ser alterada pelo encolhimento de cada item com um fator diferente para produzir diferentes efeitos. Mostradores numéricos para comprimento absoluto, comprimento relativo e para razão, podem ajudar as crianças não somente com a linguagem das mudanças, mas também para obterem uma compreensão profunda dos termos através de suas próprias experimentações sobre redimensionamento de imagens.

2.4. Visualizar, Verbalizar e Simbolizar Relações Mutáveis

Parte da preparação para o Raciocínio Proporcional posterior é ajudar as crianças a desenvolverem habilidades para olhar para uma situação, discernir as características quantificáveis importantes, observar se as quantidades estão mudando ou não naquela situação, e, se estiverem, observar as direções das mudanças em relação umas às outras.

É útil que os alunos façam apontamentos verbais sobre relações mutáveis e usem setas para observar a direção da mudança de cada quantidade. Eu tenho observado que as crianças têm uma tendência de não pensar muito cuidadosamente sobre a maneira como as quantidades variam em relação umas às outras. As crianças têm uma tendência a acreditar que duas quantidades aumentam ou diminuem juntas. Exigir um apontamento verbal sobre a situação faz com que eles se concentrem mais cuidadosamente sobre as quantidades, enquanto a notação de setas servirá mais tarde como um lembrete para raciocinar para cima ou raciocinar para baixo.

- Por exemplo, nós podemos mostrar uma figura de uma criança assistindo um balão subir no céu.

A figura é estática, mas, a partir de suas experiências passadas, os alunos podem imaginar o tipo de mudança que ocorre nessa situação. O balão se move para mais longe e mais alto no céu e, à medida que se afasta de nós, parece menor em tamanho.

Quais quantidades estão mudando? Altura do balão, o tamanho aparente do balão.

Apontamentos verbais das relações quantitativas: quanto mais alto o balão flutua no céu, menor ele parece.

Notação de setas: altura do balão ↑ tamanho aparente ↓

- Nós temos o desenho de três crianças com barras de doces. Duas outras crianças estão em pé e próximas às outras. O título da figura é *Dividindo doces.*

Quais quantidades estão mudando? O número de crianças e a quantidade de doces por criança.

Apontamentos verbais: quanto mais crianças para dividir, menos doces haverá para cada criança.

Notação de setas: número de crianças ↑ quantidade de doces por criança ↓

Em tempo, os alunos rapidamente adotam o hábito de se referir a situações aumenta-aumenta, situações aumenta-diminui, situações diminui-aumenta e assim por diante. Depois, essa linguagem e notação podem ser ampliadas para ideias mais poderosas, e as categorias podem ser refinadas, por exemplo, todas as situações aumenta-aumenta não são o mesmo.

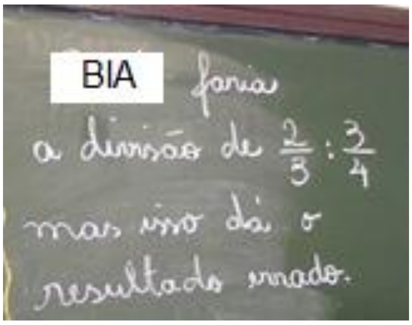
As situações do balão e das barras de doces envolvem *covariação.* Isso significa que quantidades relacionadas estão mudando juntas. Naturalmente, isso nem sempre quer dizer que quantidades variáveis estão relacionadas.

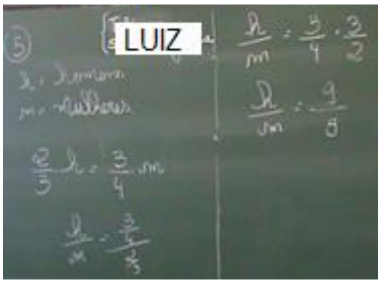
- Ontem no treino de futebol, João conseguiu marcar 3 gols das 10 tentativas que fez. Qual será a situação de João depois de 3 dias de treino?

Não faria muito sentido chamar isso de uma situação aumenta-aumenta, e os alunos precisam ser lembrados para usar sua experiência e senso comum para distinguir aquelas quantidades que partilham uma relação daquelas em que isso não acontece.

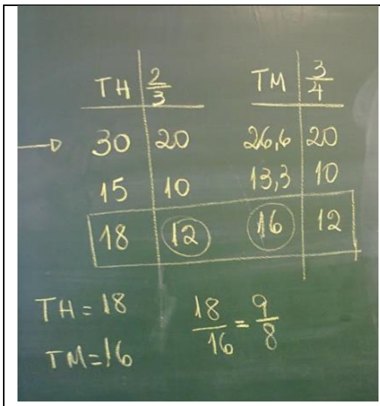
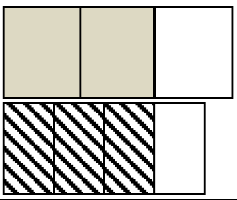
APÊNDICE E

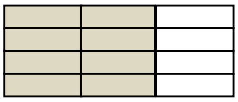
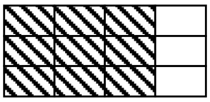
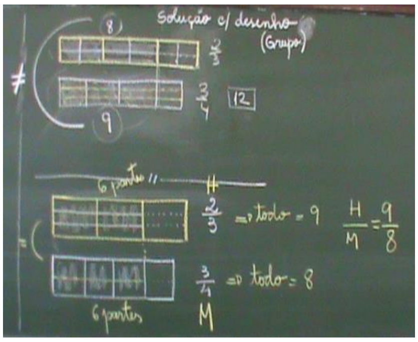
<u>RACIOCÍNIO PROPORCIONAL – SÍNTESE DAS ESTRATÉGIAS, CONCLUSÕES E JUSTIFICATIVAS NEGOCIADAS PELOS MEMBROS DA COP PAEM, NA RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DE PROBLEMAS RESOLVIDOS EM JULHO/AGOSTO DE 2012.</u>

<table>
<tr><td colspan="2">OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
CoP-PAEM – COMUNIDADE DE PRÁTICA DE PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>EMPREENDIMENTO: ESTUDO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL</u>
Síntese das estratégias, conclusões e justificativas negociadas pelos membros da CoP PAEM, na resolução e discussão de problemas resolvidos em julho/agosto de 2012.</td></tr>
<tr><td colspan="2">PROBLEMA “RAZÃO ENTRE HOMENS E MULHERES”:
Qual é a razão de homens para mulheres em uma cidade onde $\frac{2}{3}$ dos homens são casados com $\frac{3}{4}$ das mulheres?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Estratégia aritmética: efetuar a divisão entre as frações (razões) dadas no enunciado do problema</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Iara: Se for para dividir dá mais mulher [...] 8 por 9? Oito nonos? [...] é a razão de homens para mulheres dessa cidade [...] 8 homens para cada 9 mulheres.
Tânia: Que conta você fez?
Iara: Eu fiz a divisão de uma fração pela outra
Tânia: De uma razão pela outra
Iara: De uma razão pela outra
Márcio: Do $\frac{2}{3}$ pelos $\frac{3}{4}$ você fez?
Iara: É.
Bia: Eu dividi a razão de homens pela razão de mulheres, $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$.
Tânia: Mas a razão de homens para mulheres não é 8 pra 9 é 9 pra 8.
Iara: 9:8? Então é o $\frac{3}{4}$ dividido por $\frac{2}{3}$. Então tá.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Ada: Ah, então eu tinha feito certo e apaguei aqui.
Tânia: Que conta que você fez?
Ada: eu peguei $\frac{2}{3}$ dividi por $\frac{3}{4}$
Tânia: Não, antes de pensar nisso, você disse que fez $\frac{3}{4}$ dividido por $\frac{2}{3}$, e o resultado que você encontrou foi o que?
Ada: $\frac{9}{8}$
Tânia: Porque você usou essa estratégia? Tinha alguma razão ou simplesmente foi um chute, você arriscou?
Ada: Porque queria uma razão entre homens e mulheres...
Tânia: Como você não tem o número você pensou, razão é divisão, é isso?
Ada: Uhum.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Estratégia algébrica: escrever e resolver uma equação que relaciona o número de homens e o número de mulheres da cidade.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Estratégia do Luiz e de Ada
Luiz: O problema fala que a relação de homens pra mulheres, a razão de homem pra mulheres, de uma cidade onde $\frac{2}{3}$ de homens são casados com $\frac{3}{4}$ das mulheres, então eu chamei os homens de ‘h’ e mulheres de ‘m’, aí o que que eu quero? Eu quero homens casados com $\frac{3}{4}$ das mulheres, então essas duas frações vão ser iguais, então 2/3 de h vai ser igual a $\frac{3}{4}$ de m, que daí como m tá multiplicando $\frac{3}{4}$, passo pra cá dividindo e os $\frac{2}{3}$ está multiplicando o h. Ele vai passar dividindo os $\frac{3}{4}$. Aí o inverso aqui, quando você troca matematicamente, fica $\frac{3}{4}$ vezes $\frac{3}{2}$. A razão de homens pra mulheres é $\frac{9}{8}$.
Tânia: Alguém tinha pensado do mesmo jeito? [...] Alguém pensou em outro tipo de estratégia?
Iara: Eu só ali tiraria o mínimo e pronto.
Eva: Ali não poderia fazer assim 3 x 3 e 2 x 4, multiplicar cruzado?
Iara: Dá para multiplicar cruzado mesmo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Estratégia: encontrar as mesmas quantidades absolutas para as relações $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, por meio de tentativas.</td></tr>
<tr><td>Tentativa aleatória

</td><td>Ada: Pode ser por tentativa mesmo? [...] Porque tem mais homens, eu observei que tem mais homens.
Tânia: Porque você achou isso?
Ada: Ele falou em $\frac{2}{3}$ né? [...]$\frac{2}{3}$ dos homens... aí eu pensei pra 9 homens, $\frac{2}{3}$ seria 6... 6 né? E $\frac{3}{4}$ de mulheres... um número inteiro também, 8, 8 dividido por 4 é 2, 2 vezes 3, 6... e agora como é que eu vou explicar aí?! [...] Eu peguei ali o 6 e equiparei, não sei como que coloca na matemática.
Iara: Como ela achou o 6?
Ada: [...] é $\frac{2}{3}$ de 9 homens...
Márcio: E $\frac{3}{4}$?
Laís: De 8 mulheres
Márcio: Eu entendi. Você tentou achar uma quantidade que desse igual porque eles são casados?
Ada: É.
Iara: Não existe outro número?</td></tr>
<tr><td>Tentativa com as quantidades absolutas organizadas em uma tabela</td><td>Tânia: Se fosse pra fazer por tentativa por onde vocês começariam?
Iara: Ia calculando $\frac{2}{3}$ de vários números aí...
Tânia: Calculando os homens e depois $\frac{3}{4}$?
Iara: É, $\frac{3}{4}$ de vários números pra ver a coincidência.
Tânia: Se a gente começar a fazer pela tentativa?
Iara: Eu já pegaria um número múltiplo de 3.
Tânia: Porque um múltiplo de 3?
Iara: Para dar a divisão exata.</td></tr>
</table>

	Tânia: Mas não poderia ser uma quantidade inexata? Iara: Não, porque não tem meio homem. Tânia: Então qual é o primeiro múltiplo de 3 que vocês iriam fazer? Iara: O 30. Clea: Ou 36 também . Aí vai pelos múltiplos do denominador. Tânia: Supondo aqui que seria 30 homens, $\frac{2}{3}$ de trinta teria que ser o que? Iara: 20 Tânia: 20, seriam 20 homens e aí você vai fazer o que? Se eu tenho 20 homens eu teria que ter o que? Iara: 20 mulheres Tânia: Então eu teria o mesmo total de mulheres, só que as mulheres seriam $\frac{3}{4}$, se os $\frac{3}{4}$ são 20 quanto que é o total? Iara: É o contrário que faz aí né? Clea: Vai dar quebrado. Tânia: 26, 666? Ou seja, esse não serve, [...] tem que escolher outro número múltiplo de 3. Iara: 15! Tânia: Se for 15 aqui, aqui vai ser quanto? Iara: 10 Tânia: Se é 10 [...] vai ter que ser metade disso aqui, [...] também é, quebrado. Vai dar 13,333. Tânia: Vamos pensar em outro múltiplo, pode ser o 9, o 12, o 18, aí tem vários, então você pensaria no 9? [...] Mas vamos supor que você não tenha pensado no nove, vamos pensar no 18, pode ser? Se são 18 homens, $\frac{2}{3}$ deles vai ser quanto? Todos: 12 Tânia: 12 homens, então se eles vão casar com as mulheres então também tem que ter 12 mulheres, 12 é $\frac{3}{4}$ de quem? Bia: 16 Tânia: 12 é $\frac{3}{4}$ de 16, muito bem então a gente já encontrou um total que pode funcionar. Iara: [Um valor que] tá bem próximo você fala? Tânia: Eu encontrei um que pode funcionar porque com isso aqui eu posso encontrar qual é a razão entre homens e mulheres, então nesta situação é possível resolver. Iara: Ah tá, entendi... Tânia: O total de homens é 18 e o total de mulheres é 16. Mas eu quero a razão entre homens e mulheres. Então a razão é 18 para 16 que na forma mais simples é $\frac{9}{8}$... agora faz sentido?
Estratégia: usar uma representação pictórica, dividindo as unidades referenciais em quantidades iguais, de maneira que o total de pessoas seja o mesmo.	
Representação da ideia inicial de Luiz 	Tânia: Com essa representação do Luiz, como que a gente chegaria no resultado de que a razão é 9 para 8? Luiz: É esse que é o problema [...] eu representei $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ não consegui pensar no todo né, essa é a parte só, não é o todo [...] quando eu vi que não tinha saída eu parei. Tânia: Daquilo que ele propôs o que a gente precisaria fazer para achar a razão entre homens e mulheres? Iara: Poderia dividir os dois em 12.

Alterações sugeridas pelo grupo:  	Clea: é, eu achei o 12, mas aí eu não consegui entender até agora porque o homem é maior. Tânia: Para dividir em 12 partes como você faria? Cada parte do de 3 teria que ser dividida em mais quanto? Bia: Em 4. Eva: Em 3. Tânia: Faz no quadro Clea, divide então em 12 e vamos ver se essa estratégia dá certo. Clea: Então, mas de qualquer maneira eu não vou conseguir chegar em 9 homens e 8 mulheres. Tânia: Não sei. Mas vamos pensar nessa hipótese de dividir em 12 partes Clea: Vai dividir cada um em 4 e a de baixo 3 Iara: Contando os quadradinhos no dos homens vai dar 8, e no das mulheres dá 9. $\frac{8}{9}$ então. Tânia: Mas a razão é $\frac{8}{9}$? Clea: Não, é $\frac{9}{8}$. Eu ainda acho que tem mais mulher do que homem. Tânia: Tem mais mulher do que homem? Clea: Só que a resposta é diferente, é o inverso. Tânia: Então precisa rever. Nessa divisão o total dos homens deu 12, quanto deu o total de mulheres? Todos: 12. Clea: E aí $\frac{3}{4}$ de mulheres seria 9, e os homens seriam 8. Tânia: Mas o problema diz que eles são casados, e do jeito que está ... Clea: Vai sobrar uma mulher. Tânia: Então, essa solução não dá. Vamos pensar em outra estratégia?
Solução do grupo com após as negociações.  	Tânia: Que outra estratégia a gente poderia pensar? [...] Até aqui a gente sabe que o número de partes aqui [dos homens] tem que ficar o mesmo número de partes [das mulheres], e isso significa que os dois inteiros não podem ser divididos no mesmo número de partes. Iara: Mas aí não é a mesma quantidade. Tânia: Vamos pensar. O Luiz viu que para $\frac{2}{3}$ de alguma coisa ser igual a $\frac{3}{4}$ de outra, a primeira quantidade tem que ser maior que a segunda. Então vamos fazer um desenho de tal forma que esses $\frac{2}{3}$ seja igual a $\frac{3}{4}$. Esse primeiro retângulo, com duas partes, representa os $\frac{2}{3}$ dos homens, e o segundo com 3 partes representa os $\frac{3}{4}$ das mulheres. Mas a quantidade que eles representam tem que ser a mesma, porque são casados. O que podemos fazer para igualar o número de partes nos dois retângulos? Bia: Tem que transformar em frações equivalentes. Iara: Por isso que eu pensei no 12 antes. Tânia: Mas vocês pensaram no 12 e dividiram o todo aqui em 12, e o [outro] todo aqui em 12, e aí não deu certo, porque os $\frac{2}{3}$ dos homens terão 8 partes e os $\frac{3}{4}$ das mulheres terão 9 partes.

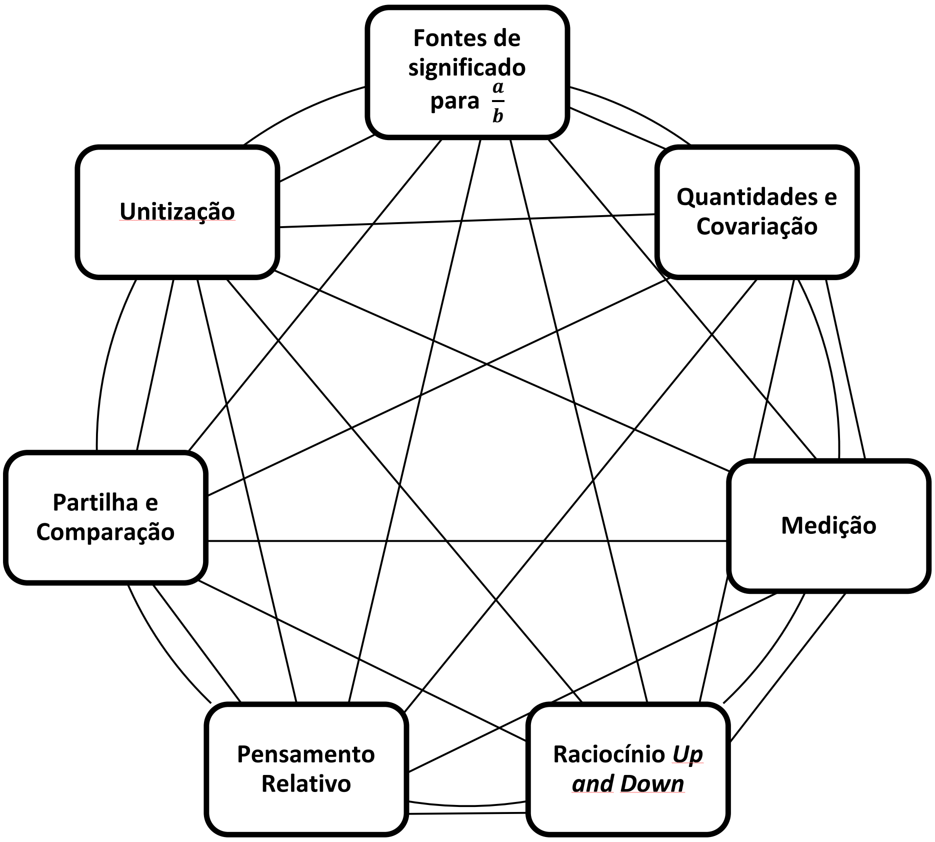
	Isso não deu certo, porque a gente já sabe que essas duas quantidades tem que ficar iguais. Então, como eu posso dividir cada uma de tal forma que fiquem iguais? Laís: Divide uma em 3 e a outra em 4. Não, divide uma em 3 e a outra em 2. Tânia: Qual que você dividiria em 3? Laís: A primeira. Tânia: Na primeira ficaram quantas partes então? Todos: 6 Tânia: E a outra figura divide em 2, é isso? E ficamos com seis partes, como na primeira. Com isso, dá para ver que o total de partes na primeira, que são os homens, é 9. E esse das mulheres o total é 8 partes. Então a razão homens para mulheres é igual a quanto? Todos: $\frac{9}{8}$. Tânia: 9 para 8. Dá para aceitar essa solução? Matematicamente falando, o que que vocês acham? Laís: Acho que sim, pelo menos me convenceu. Tânia: Então, veja que a gente não precisa abandonar um raciocínio que parece errado. Às vezes vale a pena explorar mais.

APÊNDICE F

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL - TEXTO 3 (ADAPTADO DE LAMON, 2012)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - 2012
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
CoP-PAEM – COMUNIDADE DE PRÁTICA DE PROFESSORES QUE APRENDEM E ENSINAM MATEMÁTICA

EMPREENDIMENTO: ESTUDO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL - 28/05/2013
ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL QUE PODEM SER MOBILIZADOS OU IDENTIFICADOS NO TRABALHO COM PROBLEMAS ENVOLVENDO A PROPORCIONALIDADE (LAMON, 2012)



CARACTERIZAÇÃO DOS ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL	
Quantidades, Covariância e Invariância	
Medição	
Raciocínio *Up and Down*	
Pensamento Relativo	
Partilha e Comparação	
Unitização	
Fontes de significado para $\frac{a}{b}$	

ANEXOS

ANEXO A

DECLARAÇÃO DE INTERESSE EM PARTICIPAR DO "PROJETO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA"
DIREÇÃO DO COLÉGIO ESTADUAL DE PARANAVAÍ – EFMNP

COLÉGIO ESTADUAL DE PARANAVAÍ
ENSINO FUNDAMENTAL, MÉDIO, NORMAL E PROFISSIONAL
RUA GUAPORÉ, 2425 - JD. AEROPORTO - CEP: 87.705-120 – FONE: (44) – 34236311
PVAPARANAVAI@SEED.PR.GOV.BR - PARANAVAÍ – PARANÁ

Paranavaí, 26 de agosto de 2010.

Eu, Adriana Zanelli Carvalho, na condição de dirigente do Colégio Estadual de Paranavaí – EFMNP, situado no município de Paranavaí, Estado do Paraná, declaro que tenho conhecimento do projeto **"Educação Matemática de Professores que ensinam Matemática"**, elaborado pelo Programa de Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL, referente ao EDITAL Nº 38/2010/CAPES/INEP - OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO, e manifesto interesse em participar das atividades de extensão e pesquisa do mesmo. Informo ainda que este estabelecimento atende cerca de 1430 alunos que freqüentam o Ensino Fundamental (6º. ao 9º. ano), Ensino Médio (regular e profissionalizante) e Curso de Formação de Docentes em nível médio. A comunidade escolar mostra-se disposta a se envolver no projeto.

ADRIANA ZANELLI CARVALHO
DIRETORA
Ato de Designação: R0590908 de 23/12/2008

ANEXO B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU RESPONSÁVEL LEGAL

Nome do participante: ....

Documento de Identidade Nº:...Sexo: ( ) M ( ) F

Data de Nascimento:.........../.........../.................

Endereço:...Nº:..................Apto:.............

Bairro:..CEP:..

Município...Telefone: (......)...............................

E-mail:...

II – DADOS SOBRE A PESQUISA

1. Título do Protocolo de Pesquisa: “Educação Matemática de Professores que ensinam Matemática”, vinculado ao Programa “Observatório da Educação” (Edital nº 38/2010, da CAPES/INEP)

2. Pesquisadores:

Profa. Tânia Marli Rocha Garcia

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

3. Avaliação do Risco da Pesquisa:

Sem Risco ( ) Risco Mínimo (X) Risco Médio ( ) Risco Baixo ( ) Risco Maior ( )

4. Duração da Pesquisa: A obtenção das informações contemplará possíveis momentos de entrevistas que não serão superiores a uma hora; gravações em áudio das interações dos participantes nos encontros da Comunidade de Prática CoP-PAEM; acompanhamento das atividades desenvolvidas entre coordenação do projeto, professores e estudantes de Matemática; acompanhamento de preparação e desenvolvimento de atividades para sala de aula.

III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:

1. Justificativa e objetivo

O projeto “Educação Matemática de Professores que ensinam Matemática”, em concordância com os objetivos propostos no Edital no 38/2010, da CAPES/INEP, tem como objetivo geral:

- Fomentar a produção acadêmica relativa à Formação de Professores que ensinam Matemática e à formação de recursos humanos em Educação Matemática na Educação Básica, na Graduação e na Pós-Graduação (mestrado e doutorado), que colaborem para elevação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB. (CYRINO, 2010, p. 6)

E como objetivos específicos:

- Fortalecer o diálogo entre pesquisadores da área de Educação Matemática do PECEM, estudantes de mestrado e de doutorado do PECEM, estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UEL e professores que ensinam Matemática de Escolas da Rede Pública de Ensino do Paraná, por meio da formação de grupos de trabalho que desenvolvam atividades acadêmicas voltadas para o diálogo qualificado entre esses dois níveis de escolaridade.
- Investigar aspectos relativos à formação continuada desencadeados pelo diálogo entre os participantes para adoção de uma agenda de trabalho colaborativo e constituição de uma Comunidade de Prática de Professores que ensinam Matemática formada por pesquisadores, futuros professores de Matemática e professores de Matemática que atuam na Educação Básica.
- Investigar contextos em que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, e comunicar suas ideias matemáticas enquanto propõem, formulam, resolvem e interpretam problemas em uma variedade de situações.
- Propiciar um campo de investigação e formação profissional para os estudantes do PECEM e do curso de Licenciatura em Matemática, baseado na articulação entre teoria, prática docente e investigação, de modo a gerar uma reflexão sobre conteúdos matemáticos e do modo como estes conteúdos se transformam em ensino.

- Fomentar, disseminar e desenvolver metodologias de prática de ensino significativas, para enfrentamento dos problemas na área de Matemática. (CYRINO, 2010, p. 7)

2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa

Participaremos das reuniões semanais do grupo investigado (Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática) que ocorrerão nas dependências do Colégio Estadual de Paranavaí, a fim de identificar e registrar aspectos relativos à formação continuada de professores de Matemática no contexto de uma Comunidade de Prática. Buscaremos, em todos os momentos, criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que dão às coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais e não somente o produto da investigação.

3. Desconfortos e riscos
No presente estudo todo o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

4. Benefícios esperados
Esperamos que esta investigação possa fornecer aos organizadores de currículo, nomeadamente aos coordenadores de Curso de Licenciatura em Matemática, aos responsáveis pelas políticas públicas relativas à formação inicial de professores e aos pesquisadores da área subsídios que possam orientar ações relativas à formação de professores de Matemática.

IV – ESCLARECIMENTOS DADOS PELOS PESQUISADORES SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA

1. Exposição dos resultados e preservação da privacidade dos voluntários
Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independente das informações encontradas, contudo sem a identificação dos participantes que prestaram sua contribuição, respeitando-se, portanto, o direito de privacidade, conforme normas éticas.

2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa

3. Liberdade de consentimento

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso traga algum prejuízo.

4. Questionamentos

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

V – PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS

VI – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Declaro que, após convenientemente esclarecido pelos pesquisadores e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.

Londrina, __________ de ________________________ de 2011.

____

Assinatura do participante

Pesquisadores:

____

Profa. Tânia Marli Rocha Garcia

____

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

ANEXO C

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PARTICIPANTES

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

CAPES/INEP

Projeto: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Identificação

1) Nome: ____

2) Data de nascimento: ____

3) Em quais escolas já lecionou? Por quanto tempo? Qual o seu tempo total de trabalho no magistério?

4) Escola(s) em que leciona, há quanto tempo e quantas aulas ministra por semana:

5) Séries nas quais leciona:

Formação

6) Onde fez o Ensino Fundamental? Escola pública ou particular?

7) Onde fez o Ensino Médio? Qual curso? Escola pública ou particular?

8) Fez curso superior? Qual? Onde? Em que ano iniciou e em que ano concluiu?

9) Fez algum curso de especialização ou aperfeiçoamento? Se fez, qual? Quando? Onde?

10) Você já participou de algum outro projeto? Qual? Fale sobre ele.

11) Por que você escolheu ser professora?

12) Prática em sala de aula

13) Como você desenvolve sua aula?

14) Utiliza algum tipo de recurso nas aulas (além de giz e lousa)? Qual?

15) Como lida com os alunos?

16) Você faz algum planejamento para as aulas? Como?
17) Você prepara as suas aulas? Como?
18) Quanto tempo você dedica para preparação das aulas?
19) Quanto tempo gasta na correção de tarefas e provas?
20) Você adota algum livro didático de Matemática? Qual ou quais?
21) Os alunos trabalham com o livro didático? Costumam utilizá-lo em casa ou apenas em sala de aula?
22) Como você fez para escolher o livro?
23) Você mesma elabora as tarefas que propõe em sala de aula ou seleciona de algum lugar?
24) Quais critérios você utiliza para elaborar/escolher as tarefas que propõe em sala de aula?
25) Para você, quais são as principais dificuldades no ensino de Matemática? Por quê?
26) Você tem dificuldade a respeito de algum conteúdo matemático que você leciona? Quais?
27) Há algum conteúdo da Matemática que você gosta muito de trabalhar em sala de aula? Qual? Fale sobre isso.
28) Há algum conteúdo da Matemática que você já trabalhou e que você considera que os alunos aprenderam satisfatoriamente? Qual? Fale sobre isso.
29) Há alguma experiência em seu trabalho que você considera um sucesso? Qual? Fale sobre ela. O que você aprendeu com essa experiência?
30) Há alguma experiência em seu trabalho que você considera um fracasso? Qual? Fale sobre ela. O que você aprendeu com essa experiência?
31) Para você o que é avaliação? Para que serve? Como você avalia seus alunos? Por quê?

Experiência

32) O que você considera necessário para ser um bom professor de Matemática? Você teve algum professor com essas características?
33) Você acha que os cursos que fez lhe deram a formação necessária para ser professora? Por quê?
34) O que você tem feito para continuar a sua formação?
35) Quando você era aluna, qual era a sua relação com a Matemática?
36) E hoje, como professora, você acha que houve mudanças na sua relação com a Matemática? Fale sobre isso.
37) Há alguma coisa que você gostaria de contar e que eu não lhe perguntei?

ANEXO D

TERMO DE COMPROMISSO – PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

TERMO DE COMPROMISSO

Pelo presente Termo de Compromisso, eu ________________________________, residente e domiciliada à ____, portador do CPF nº __________, declaro aceitar o apoio do Programa Observatório da Educação, como participante de projeto vinculado à UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA - UEL e à CGC/DEB/CAPES, subordinando-me às normas aplicáveis à concessão do auxílio financeiro – AUXPE e às normas sobre acúmulo de bolsa, e em caráter irrevogável e irretratável, os compromissos e obrigações enumerados a seguir:

I – apresentar um excelente desempenho e cumprir as atividades pedagógicas propostas e definidas pelo Coordenador Institucional do Projeto, no âmbito do Programa Observatório da Educação;

II – não interromper as atividades do projeto ou desistir do mesmo sem que sejam informadas as justificativas para análise do caso, tanto pelo coordenador institucional do Projeto quanto pela CGC/DEB/CAPES;

III – restituir o investimento realizado pelo Observatório da Educação, se identificado pagamento indevido, ou na hipótese de interrupção não autorizada, em face de infração às obrigações assumidas ou inexatidão das informações fornecidas; e

IV – compartilhar conhecimentos adquiridos com a equipe do projeto, informalmente ou em evento que, a critério do Coordenador Institucional Lourdes Maria Werle de Almeida, sejam promovidos com esta finalidade.

Ao firmar o presente Termo, declaro não possuir vínculo com outras agências de fomento, e ainda estar ciente de que a inobservância dos termos de compromisso e da responsabilidade aqui assumidos implica suspensão e/ou cancelamento de minha participação no projeto, ficando sujeito às demais sanções previstas na Portaria Interministerial nº 127/08 de 27/05/2008.

Paranavaí – PR, 01 de março de 2011.

____

Assinatura do bolsista

PROJETO Nº: /2010
TÍTULO DO PROJETO: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
Em / /

____
(Coordenador Institucional Observatório da Educação/IES)