



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

---

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA

**UMA ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA  
“EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” PARA A FORMAÇÃO  
DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

---

Londrina  
2019

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA

**UMA ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA**  
**“EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” PARA A FORMAÇÃO**  
**DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Angela Marta Pereira das Dores Savioli

Londrina  
2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Fraga, Taynara Cristina Gaffo.

Uma análise do caso multimídia "Explorando perímetro e área" para a formação de professores que ensinam matemática / Taynara Cristina Gaffo Fraga. - Londrina, 2019. 131 f.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2019.

Inclui bibliografia.

1. Formação de professores que ensinam matemática - Tese. 2. Recurso Multimídia - Tese. 3. Formador de professores que ensinam matemática - Tese. 4. Área e perímetro - Tese. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

TAYNARA CRISTINA GAFFO FRAGA

**UMA ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA**  
**“EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” PARA A FORMAÇÃO DE**  
**PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

---

Orientadora : Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa  
Trindade Cyrino  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Prof. Dr. Gabriel dos Santos e Silva  
Universidade Estadual de Londrina – UEL

---

Profa. Dra. Loreni Ferreira Baldini  
Secretaria do Estado de Educação – SEED

Londrina, 22 de Fevereiro de 2019.

Àquela que tanta falta me faz, Elza Miliossi Gaffo  
(*in memoriam*).

## AGRADECIMENTOS

---

A Deus, por ter me dado vida e saúde para que eu pudesse chegar até aqui.

À minha avó, Elza Miliossi Gaffo (*in memoriam*) por ter dedicado sua vida à nossa família, por ter acreditado em mim e me apoiado quando ninguém mais o fez, por ter me ensinado a ser forte com seu exemplo e me amado incondicionalmente.

À minha mãe, Rosimeire Aparecida Gaffo, por ter feito majestosamente o papel de pai e de mãe. Por todo amor, cuidado, conselho, correções e valores que me proporcionou ao longo da vida. Por ser meu exemplo de vida.

Ao meu namorado André de Souza Lange, pela compreensão com as minhas ausências, pelo apoio às minhas decisões e por todo amor e carinho recebido.

Às minhas famílias, de sangue e de coração, por acreditarem que eu conseguiria e estarem sempre ao meu lado, apoiando e encorajando.

A Fábio Bueno de Camargo (*in memoriam*) por ter me ensinado tanto em tão pouco tempo de amizade. E especialmente por ter sido a primeira pessoa a me incentivar a seguir a carreira acadêmica.

A Ademir Pereira Junior, pelo seu exemplo de professor, por ter acreditado que eu era capaz e me dado todo apoio para iniciar esta jornada.

A Márcia Cyrino, por ter me escolhido como orientanda, me permitindo concretizar mais um objetivo de vida. Por todos os ensinamentos, exemplos e lições de vida.

A Jéssika Naves de Oliveira e Paulo Henrique Rodrigues, pela amizade, companheirismo, sinceridade e apoio. Por terem sido fundamentais na concretização de cada etapa vivida nessa jornada.

Ao Gepefopem, por todas as aprendizagens e bons momentos vividos.

A todos os professores do Pecem, pelo compromisso e seriedade com o trabalho acadêmico.

À minha banca examinadora, Gabriel dos Santos Silva e Loreni Ferreira Baldini, por terem aceitado fazer parte desse trabalho e contribuído valiosamente para o resultado final.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente torceram e acreditaram em mim. À Capes, pelo apoio financeiro.

*O conhecimento serve para encantar as pessoas,  
não para humilhá-las.*

*Mario Sérgio Cortella*

FRAGA, Taynara Cristina Gaffo. **Uma análise do caso multimídia** “Explorando perímetro e área” para a formação de professores que ensinam matemática. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

## RESUMO

Essa pesquisa qualitativa de cunho teórico e interpretativo tem como contexto de investigação o caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Um caso multimídia reúne um conjunto de mídias que podem ser utilizadas para a formação de professores que ensinam matemática (PEM). Assim, essa investigação busca responder a seguinte questão geral: “*Que elementos do caso multimídia ‘Explorando perímetro e área’ podem ser problematizados na formação de PEM?*”. Para tal a pesquisa foi organizada no formato *multipaper* contendo quatro capítulos no formato de artigos acadêmicos que são articulados entre si para responder à questão geral. O primeiro capítulo tem como objetivo *discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”*. O segundo capítulo *analisar conhecimentos específicos matemáticos que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação*. Para os dois primeiros capítulos pautamo-nos no modelo do conhecimento matemático necessário para o ensino de Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball e Bass (2009), buscando identificar conhecimentos pedagógicos e matemáticos relacionados aos conceitos de área e perímetro que podem ser problematizados no trabalho com o caso multimídia. O terceiro capítulo tem como objetivo *discutir as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após duas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório*. Para isso, utilizamos os níveis de reflexão propostos por Muir e Beswick (2007) e analisamos as reflexões promovidas pela professora protagonista que também podem ser evidenciadas em contexto formativo. Por fim, o capítulo quatro tem por objetivo *analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de PEM*. Isso se fez evidenciando elementos considerados pelo Gepefopem no momento de construção do Recurso Multimídia e analisando as diversas mídias que o caso multimídia possui com vistas a salientar elementos que devem ser considerados pelo formador, bem como o papel do formador em contextos de formação. Conclui-se que esses elementos, quando explorados de maneira articulada e interconecta, contribuem de forma significativa para a formação e a aprendizagem profissional de PEM, uma vez que permitem ao PEM refletir sobre sua prática, sobre os conhecimentos necessários ao ensino e sobre seu papel no processo de ensino e de formação. Aliado a isso, evidenciamos a importância do uso de tecnologias digitais, tendo em vista sua expansão nos dias atuais, em sala de aula e em contextos de formação.

**Palavras-Chave:** Recurso multimídia. Formação de professores que ensinam matemática. Reflexão. Conhecimentos matemáticos para o ensino. Formador de professores que ensinam matemática.

FRAGA, Taynara Cristina Gaffo. **An analysis of the multimedia case** "Exploring perimeter and area" for the teachers education who teach mathematics. 2019. 132 f. Dissertation (Master in the Teaching of Science and Mathematical Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

## **ABSTRACT**

This qualitative research of theoretical and interpretative nature has as investigation context the multimedia case "Exploring perimeter and area". A multimedia case brings together a set of media that can be used to train teachers who teach mathematics (PEM). Thus, this investigation seeks to answer the following general question: "What elements of the multimedia case 'Exploring perimeter and area' can be problematized in the formation of PEM?". This the research was organized in the multipaper format containing four chapters in the format of academic articles that are articulated with each other to answer the general question. The first chapter aims to discuss pedagogical knowledge of mathematics that can be mobilized by teachers who teach mathematics, in training programs, in the work with the multimedia case "Exploring perimeter and area." The second chapter analysis specific mathematical knowledge that can be mobilized by teachers teaching mathematics, in the work with the multimedia case "Exploring perimeter and area" in contexts of formation. For the first two chapters, we have used the mathematical knowledge model necessary for the teaching of Ball, Thames and Phelps (2008) and Ball and Bass (2009), seeking to identify pedagogical and mathematical knowledge related to the concepts of area and perimeter that can be problematized in the work with the multimedia case. The third chapter aims to discuss the reflections promoted by the teacher protagonist of the multimedia case "Exploring perimeter and area", before and after two classes from the perspective of Inquiry- based teaching. For this, we use the levels of reflection proposed by Muir and Beswick (2007) and analyze the reflections promoted by the protagonist teacher that can also be evidenced in formative context. Finally, chapter four aims to analyze elements related to the role of the trainer in the exploration of the multimedia case "Exploring perimeter and area" in PEM training programs. This was evidenced by elements considered by Gepefopem at the time of construction of the Multimedia Resource and analyzing the various media that the multimedia case has in order to highlight elements that should be considered by the trainer, as well as the role of the trainer in training contexts. It is concluded that these elements, when exploited in an articulated and interconnected way, contribute significantly to the formation and professional learning of PEM, since they allow PEM to reflect on its practice, on the knowledge necessary for teaching and on its role in the process of education and training. Allied to this, we highlight the importance of the use of digital technologies, in view of its expansion in the current days, in the classroom and in training contexts.

**Keywords:** ultimedia resource. Teacher training that teaches mathematics. Reflection. Mathematical knowledge for teaching. Teacher trainer who teaches math.

## LISTA DE FIGURAS

---

<b>FIGURA 1:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO RECURSO MULTIMÍDIA ELABORADO PELO GEPEFOPEM.....</b>	<b>15</b>
<b>FIGURA 2:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” .....</b>	<b>16</b>
<b>FIGURA 3:</b>	<b>EXEMPLO DE QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS .....</b>	<b>20</b>
<b>FIGURA 4:</b>	<b>ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO NO FORMATO MULTIPAPER.....</b>	<b>24</b>
<b>FIGURA 5:</b>	<b>DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO.....</b>	<b>31</b>
<b>FIGURA 6:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA.....</b>	<b>35</b>
<b>FIGURA 7:</b>	<b>TAREFA 1 - EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS .....</b>	<b>36</b>
<b>FIGURA 8:</b>	<b>TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA .....</b>	<b>37</b>
<b>FIGURA 9:</b>	<b>POSSÍVEIS QUESTIONAMENTOS PARA A TAREFA 1.....</b>	<b>38</b>
<b>FIGURA 10:</b>	<b>EXCERTO DO PLANO DE AULA - TAREFA 1 .....</b>	<b>40</b>
<b>FIGURA 11:</b>	<b>SEÇÃO ANTES DA AULA - PLANEJAMENTO.....</b>	<b>42</b>
<b>FIGURA 12:</b>	<b>DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO.....</b>	<b>51</b>
<b>FIGURA 13:</b>	<b>EXEMPLOS DE OPERAÇÕES DE SUBTRAÇÃO .....</b>	<b>52</b>
<b>FIGURA 14:</b>	<b>PROCESSOS COGNITIVOS.....</b>	<b>56</b>
<b>FIGURA 15:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA.....</b>	<b>58</b>
<b>FIGURA 16:</b>	<b>TAREFA 1 - EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS .....</b>	<b>59</b>
<b>FIGURA 17:</b>	<b>TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA .....</b>	<b>60</b>
<b>FIGURA 18:</b>	<b>SEÇÃO ANTES DA AULA - A TAREFA .....</b>	<b>61</b>
<b>FIGURA 19:</b>	<b>RESOLUÇÃO CARLOS .....</b>	<b>62</b>
<b>FIGURA 20:</b>	<b>RESOLUÇÃO KETHELYN .....</b>	<b>62</b>
<b>FIGURA 21:</b>	<b>NÍVEIS DE REFLEXÃO.....</b>	<b>76</b>
<b>FIGURA 22:</b>	<b>TAREFA 1 - EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS .....</b>	<b>78</b>
<b>FIGURA 23:</b>	<b>TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA .....</b>	<b>79</b>
<b>FIGURA 24:</b>	<b>SEÇÃO ANTES DA AULA .....</b>	<b>79</b>
<b>FIGURA 25:</b>	<b>SEÇÃO REFLEXÃO APÓS A AULA .....</b>	<b>80</b>
<b>FIGURA 26:</b>	<b>TABELA E QUESTÕES UTILIZADAS NA FASE DE SISTEMATIZAÇÃO .....</b>	<b>91</b>
<b>FIGURA 27:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO RECURSO MULTIMÍDIA .....</b>	<b>104</b>
<b>FIGURA 28:</b>	<b>PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA.....</b>	<b>105</b>
<b>FIGURA 29:</b>	<b>TAREFA 1 – EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS .....</b>	<b>111</b>
<b>FIGURA 30:</b>	<b>TAREFA 2 – A CERCA DO SENHOR MOURA.....</b>	<b>112</b>
<b>FIGURA 31:</b>	<b>QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS DA TAREFA 2.....</b>	<b>113</b>
<b>FIGURA 32:</b>	<b>RESOLUÇÃO DO GRUPO DA ALUNA MARIA.....</b>	<b>117</b>

## LISTA DE QUADROS – ORGANIZADA POR CAPÍTULOS

---

<b>QUADRO 1: ORGANIZAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	17
<b>QUADRO 2: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DE MATEMÁTICA QUE PODEM SER MOBILIZADOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	44
<b>QUADRO 3: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO ESPECÍFICO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	68
<b>QUADRO 4: SÍNTESE DAS REFLEXÕES</b> .....	93
<b>QUADRO 5: ORGANIZAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA "EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA"</b> .....	105
<b>QUADRO 6: VARIÁVEIS PARA O USO DO CASO MULTIMÍDIA</b> .....	108
<b>QUADRO 7: TEMPLATE DO QUADRO SÍNTESE</b> .....	115

## SUMÁRIO

---

<b>INTRODUÇÃO ESTENDIDA</b> .....	13
<b>O RECURSO MULTIMÍDIA E O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	14
<b>PROPOSTAS ALTERNATIVAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES</b> .....	21
<b>O FORMATO <i>MULTIPAPER</i> E A ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO</b> .....	22
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	26
<b>CAPÍTULO I</b> .....	29
<b>ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”: PROBLEMATIZANDO CONHECIMENTOS PEDAGÓGICOS DE MATEMÁTICA</b> .....	29
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	30
<b>CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO</b> .....	31
<b>O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL</b> .....	32
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	34
<b>CONHECIMENTOS PARA O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NO TRABALHO COM O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	37
<b>SÍNTESE DOS CONHECIMENTOS</b> .....	44
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	45
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	46
<b>CAPÍTULO II</b> .....	49
<b>ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”: PROBLEMATIZANDO CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS ESPECÍFICOS</b> .....	49
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	50
<b>CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA</b> .....	51
<b>O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO E OS PROCESSOS COGNITIVOS QUE ENVOLVEM O PENSAMENTO GEOMÉTRICO</b> .....	53
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	57
<b>CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DE ÁREA E PERÍMETRO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NO TRABALHO COM O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”</b> .....	60
<b>SÍNTESE DOS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO CONTEÚDO E AÇÕES DA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO</b> .....	68

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>70</b>
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>73</b>
<b>ANÁLISE DAS REFLEXÕES MANIFESTADAS PELA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” .....</b>	<b>73</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>74</b>
<b>REFLEXÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES .....</b>	<b>75</b>
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>77</b>
<b>REFLEXÕES PROMOVIDAS PELA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO ÁREA E PERÍMETRO” .....</b>	<b>81</b>
<b>SÍNTESE DAS REFLEXÕES.....</b>	<b>92</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>94</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>96</b>
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>98</b>
<b>O PAPEL DO FORMADOR NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” .....</b>	<b>98</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>99</b>
<b>PERSPECTIVAS A RESPEITO DA FORMAÇÃO DO FORMADOR .....</b>	<b>99</b>
<b>RECURSO MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO DE PEM .....</b>	<b>101</b>
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>104</b>
<b>O PAPEL DO FORMADOR NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA” .....</b>	<b>107</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>120</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>121</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA.....</b>	<b>124</b>
<b>ARTICULAÇÃO E CONCLUSÃO DA PESQUISA.....</b>	<b>126</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>127</b>

---

## INTRODUÇÃO ESTENDIDA

---

*“[...] Aprende que as circunstâncias e os ambientes têm influência sobre nós, mas nós somos responsáveis por nós mesmos. Começa a aprender que não se deve comparar com os outros, mas com o melhor que pode ser. Descobre que se leva muito tempo para se tornar a pessoa que quer ser, e que o tempo é curto. [...]”*

*William Shakespeare*

A vida é feita de incontáveis descobertas e aprendizados, ao longo dos quais discernimos quem somos e idealizamos quem queremos ser, sempre na busca incansável por superações e realizações. Assim também é a profissão docente, nomeadamente do professor que ensina matemática (PEM): buscar aprender diariamente com cada situação nova e inusitada, se adaptar às mudanças constantes do cenário educacional, se posicionar frente a desafios e questionamentos dos alunos e da sociedade em geral, estudar conteúdos específicos e pedagógicos, refletir sobre a prática de sala de aula, respeitar as normas e regimentos escolares, conhecer os alunos e suas limitações, almejar aperfeiçoar sua prática, se questionar sobre o seu papel e o da matemática para o ensino e a aprendizagem, entre tantas outras exigências e necessidades decorrentes desta profissão.

Tendo em vista esse caráter complexo e dinâmico de ser professor, se faz necessário pensar em programas de formação<sup>1</sup> que foquem, o máximo possível, nas necessidades e desafios do PEM, respeitando e levando em consideração o contexto no qual eles estão inseridos. Esse tem sido o foco dos estudos e pesquisas desenvolvidas pelo Gepefopem<sup>2</sup> – Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática.

As pesquisas realizadas pelo Gepefopem envolvem a formação de PEM em uma perspectiva que se diferencie dos cursos tradicionais de formação, nos quais o formador é o protagonista do processo. Para tanto, as atuais temáticas de investigação são: a exploração de um Recurso Multimídia na formação de PEM, Comunidades de Prática – Cop, e o movimento de constituição da Identidade Profissional de PEM. Nesta dissertação o foco é o Recurso Multimídia, especificamente o caso multimídia “Explorando perímetro e área”.

O Recurso Multimídia é composto por casos multimídia. O termo "caso multimídia" foi utilizado para nomear um conjunto de mídias reunidas em uma plataforma *online*, que

<sup>1</sup> Ao tratar de formação, neste texto, nos referimos tanto à formação inicial quanto à continuada de professores que ensinam matemática.

<sup>2</sup> Mais informações disponíveis em: <<http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>>.

permitem ao professor em formação realizar uma análise do processo de elaboração, de desenvolvimento e de reflexão de uma aula em uma perspectiva de ensino alternativa à tradicional, neste caso de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório<sup>3</sup>.

Os Casos Multimídia foram pensados para possibilitar ao (futuro) professor em formação o contato com situações reais de sala de aula, aliando a teoria e a prática, e que podem viabilizar estratégias de aprendizagem profissional entre os envolvidos em um contexto de formação. E embora alguns trabalhos do Gepefopem já tenham evidenciado o potencial do Recurso Multimídia neste contexto (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; RODRIGUES, 2015; CYRINO, 2016a; CYRINO, 2016b; RODRIGUES; CYRINO, 2017; RODRIGUES, 2017; OLIVEIRA, 2017), sentimos a necessidade de realizar um estudo teórico buscando responder à seguinte questão “Que elementos do caso multimídia “Explorando Perímetro e Área” podem ser problematizados na formação de professores que ensinam matemática?”.

Na presente introdução apresentamos a constituição do Recurso Multimídia, especificamente o caso multimídia “Explorando perímetro e área”, algumas perspectivas alternativas para a formação de PEM, o formato adotado para estruturar a dissertação, juntamente com os referenciais teóricos utilizados nas análises.

## **O RECURSO MULTIMÍDIA E O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

O Recurso Multimídia<sup>4</sup> (Figura 1) foi desenvolvido pelos membros do Gepefopem, com base no Recurso Multimídia português, por meio de um projeto<sup>5</sup> de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL), com o auxílio e participação da Profa. Dra. Hélia Oliveira<sup>6</sup>. Assim, o Recurso Multimídia é composto por casos multimídia. Um caso multimídia

é constituído por vídeos de sala de aula associados a outros elementos, tais como, plano de aula, entrevistas com os professores, produções escritas dos alunos, questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma *online* (mediante *login* e senha). (CYRINO, 2016a, p. 83)

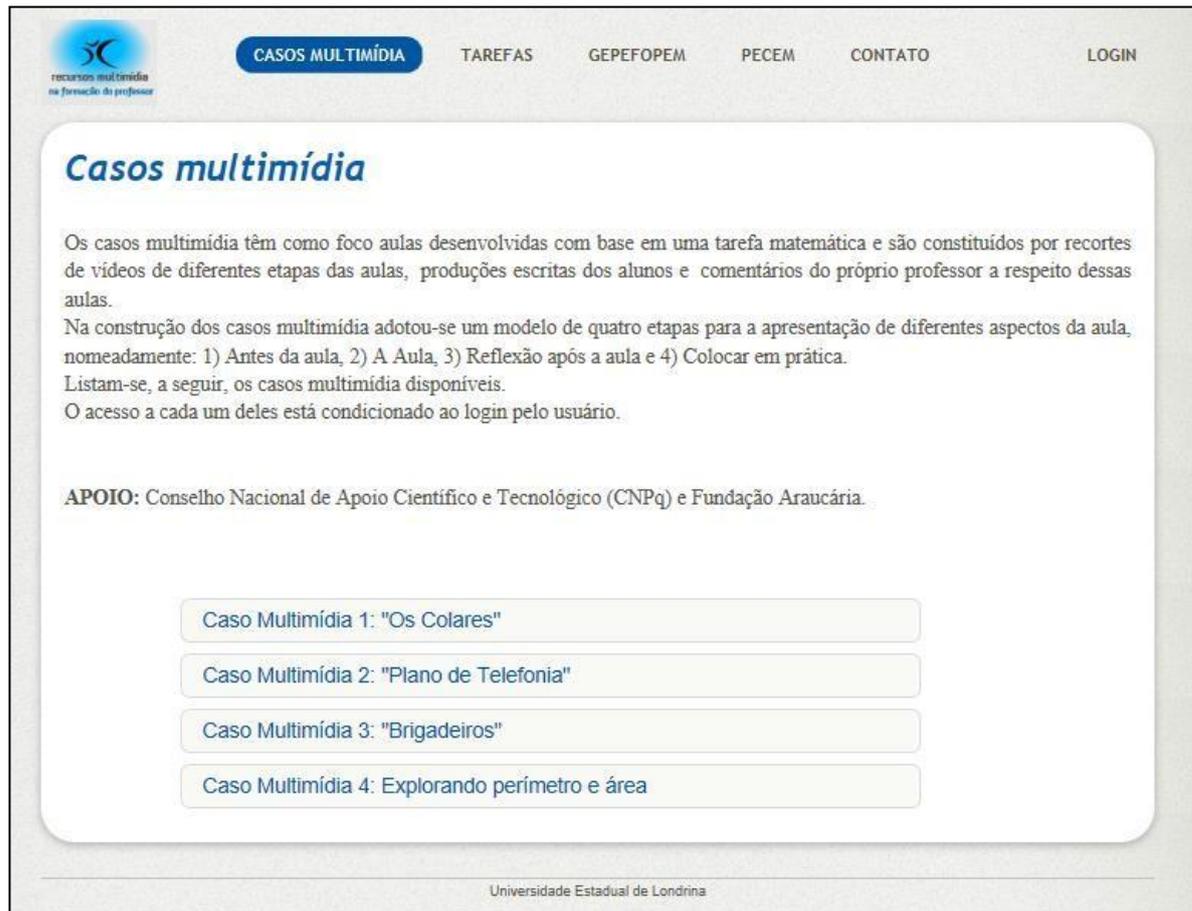
<sup>3</sup> O Ensino Exploratório é uma perspectiva de ensino alternativa à tradicional, que privilegia o desenvolvimento de tarefas desafiadoras, a comunicação matemática, a reflexão e a colaboração em sala de aula (CANAVARRO, 2011; CYRINO & OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES & CANAVARRO, 2013).

<sup>4</sup> Disponível em <http://rmfp.uel.br>. A exploração dos casos multimídias atende somente às finalidades de pesquisa e de formação de professores.

<sup>5</sup> O projeto chamado "Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática", foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária.

<sup>6</sup> Neste trabalho, utilizaremos o nome abreviado Hélia Oliveira para nos referirmos à Profa. Dra. Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira, da UL.

**FIGURA 1: PÁGINA INICIAL DO RECURSO MULTIMÍDIA ELABORADO PELO GEPEFOPEM**



Fonte: [rmfp.uel.com.br](http://rmfp.uel.com.br)

Conforme mostra a Figura 1, atualmente o Recurso Multimídia é composto por quatro casos multimídia, ambos desenvolvidos na perspectiva do Ensino Exploratório. O Caso “Os Colares” foi aplicado em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental (EF), visando o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. O Caso “Plano de Telefonia” aborda o conteúdo de funções e foi aplicado em uma turma de 1º ano do Ensino Médio (EM). O Caso “Brigadeiros” diz respeito ao conteúdo de média aritmética e foi trabalhado em uma turma de 9º ano do EF. Por fim, o Caso “Explorando perímetro e área”, como o próprio nome sugere, trabalha os conteúdos de área e perímetro e foi aplicado em uma turma de 5º ano do EF.

A Profa. Dra. Hélia Oliveira esteve no Brasil em alguns momentos durante a elaboração desses casos (RODRIGUES, 2015). Os membros do Gepefopem acompanharam todo o processo de planejamento das aulas que foram gravadas (elaboração do plano de aula, adaptação das tarefas, entre outros), gravaram as aulas e fizeram recortes nos vídeos de acordo com as intencionalidades que se tinha para a utilização de cada caso. Assim, negociaram também os excertos de vídeo que comporiam caso e buscaram adaptações que contemplassem a realidade brasileira. Esses excertos de vídeo são chamados de episódios.

O caso multimídia discutido nesta dissertação diz respeito a duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, em um 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cambé – PR, com os conteúdos de área e perímetro. A professora Márcia Nagy<sup>7</sup> foi a protagonista do caso e já possuía experiência com a perspectiva do Ensino Exploratório.

A ideia principal é que tal caso seja explorado em contextos de formação de professores que ensinam Matemática.

O referido caso pode ser utilizado percorrendo as seções horizontais (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**), quais sejam: “Introdução do caso multimídia”, “Antes da aula”, “A aula”, “Reflexão após a aula” e “Colocar em prática”, e para cada seção horizontal existem seções verticais específicas com suas respectivas subseções para serem exploradas, exceto para a seção “Colocar em prática”, conforme mostra o QUADRO 1.

**FIGURA 2: PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia | Antes da aula | **A aula** | Reflexão após a aula | Colocar em prática

**Contexto**

- O colégio
- A professora
- A turma**
- Como usar o caso
- Autoria

**A turma**

A aula foi desenvolvida em fevereiro de 2016, com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, constituída por 20 alunos (13 meninas e 7 meninos), com idade entre 10 e 13 anos. Todos estavam cursando o 5º ano pela primeira vez. Era uma turma que gostava de conversar, mas era participativa e comprometida com os estudos. Os alunos se empenhavam na realização das tarefas propostas e, em geral, apresentavam bom rendimento escolar. Era a primeira vez que a professora trabalhava com essa turma.

Fonte: [rmfp.uel.com.br](http://rmfp.uel.com.br)

<sup>7</sup> Márcia Cristina Nagy é professora da Educação Básica da cidade de Cambé (SEED – PR) e doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PECEM/UUEL.

**QUADRO 1: ORGANIZAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

SEÇÕES HORIZONTAIS	SEÇÕES VERTICAIS	SUBSEÇÕES VERTICAIS 1	SUBSEÇÕES VERTICAIS 2	CONTEÚDO DISPONIBILIZADO		
INTRODUÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA	Contexto	O colégio	-	Contexto da aula que foi videogravada, com informações do colégio, da professora e da turma.		
		A professora				
		A turma				
	Como usar o caso	-	-	Instruções de como utilizar o caso multimídia, informando a sequência a ser seguida.		
Autoria	-	-	Informa a autoria do caso multimídia, que é o Gepefopem, Profa. Dra. Márcia Cyrino e Profa. Dra. Hélia Oliveira.			
ANTES DA AULA	A tarefa	Aula 1	-	São disponibilizadas as tarefas para <i>download</i> no formato PDF e questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.		
		Aula 2				
	Planejamento	Intenções e finalidades da aula	Aula 1	-	Apresenta todo o planejamento feito pela professora protagonista, com os planos de aula e excertos das entrevistas (e transcrições) realizadas com ela a respeito das intencionalidades e objetivos da aula.	
			Aula 2			
		Fases da aula	Proposição e apresentação da tarefa	Aula 1	-	São disponibilizados excertos das entrevistas em áudio (e transcrições) realizadas com a professora protagonista antes da aula a respeito das intencionalidades e objetivos para cada fase da aula, bem como questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
				Aula 2		
			Desenvolvimento da tarefa	Aula 1		
				Aula 2		
			Discussão coletiva da tarefa	Aula 1		
				Aula 2		
Sistematização	Aula 1					
	Aula 2					
Reflexões	-	-	Duas questões problematizadoras onde o professor em formação é convidado a refletir e escrever a respeito do que ele antecipou em relação às aulas (com base no plano de aula da professora protagonista) e o que a professora protagonista apresentou na subseção anterior, bem como da importância de tais ações para o desenvolvimento das aulas.			

	Quadro Síntese	-	-	Disponibiliza o <i>template</i> de um quadro síntese a ser preenchido pelo professor em formação ao longo da exploração do caso multimídia, que tem como objetivo elencar as ações da professora protagonista do caso em cada fase da aula.
A AULA	Aula 1	Proposição e apresentação da tarefa	Episódio 1	É apresentado um excerto em vídeo (com transcrição) da fase de proposição e apresentação da tarefa da aula 1, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
		Desenvolvimento da tarefa	Episódio 2	São apresentados excertos em vídeo e transcrições da fase de desenvolvimento da tarefa da aula 1, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação. Também é disponibilizado um arquivo PDF com o scanner das produções escritas dos alunos para a tarefa 1.
			Episódio 3	
			Episódio 4	
			Episódio 5	
			Episódio 6	
		Episódio 7		
	Produção escrita dos alunos	Episódio 8	São apresentados excertos em vídeo e transcrições da fase de discussão coletiva da tarefa da aula 1, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.	
	Discussão coletiva da tarefa	Episódio 9		
		Episódio 10		
	Episódio 11	É apresentado um excerto em vídeo (com transcrição) da fase de sistematização da aula 1, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.		
	Sistematização		Episódio 12	
	Aula 2	Proposição e apresentação da tarefa	Episódio 1	É apresentado um excerto em vídeo (com transcrição) da fase de proposição e apresentação da tarefa da aula 2, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
		Desenvolvimento da tarefa	Episódio 2	São apresentados excertos em vídeo e transcrições da fase de desenvolvimento da tarefa da aula 2, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação. Também é disponibilizado um arquivo PDF com o scanner das produções escritas dos alunos para a tarefa 2.
Episódio 3				
Episódio 4				
Episódio 5				
Episódio 6	São apresentados excertos em vídeo e transcrições da fase de			
Produção escrita dos alunos		Episódio 7		
Discussão coletiva da	Episódio 7	São apresentados excertos em vídeo e transcrições da fase de		

		tarefa Episódio 8 Episódio 9	discussão coletiva da tarefa da aula 2, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.	
		Sistematização	É apresentado um excerto em vídeo (com transcrição) da fase sistematização da aula 2, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.	
REFLEXÃO APÓS A AULA	Antes da aula	Aula 1	-	São apresentados os áudios e transcrições das entrevistas realizadas com a professora protagonista após o desenvolvimento de cada aula, onde ela apresenta reflexões em relação ao momento de planejamento das aulas. Também são propostas questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
		Aula 2		
	A aula	Proposição e apresentação da tarefa	Aula 1	São apresentados os áudios e transcrições das entrevistas realizadas com a professora protagonista após o desenvolvimento de cada aula, onde ela reflete a respeito dos acontecimentos das aulas, se os objetivos foram alcançados, limitações do trabalho e possíveis mudanças em aulas futuras. Também são propostas questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
			Aula 2	
		Desenvolvimento da tarefa	Aula 1	
			Aula 2	
		Discussão coletiva da tarefa	Aula 1	
			Aula 2	
	Sistematização	Aula 1		
		Aula 2		
Framework (quadro de referência)	-	-	É disponibilizado um arquivo para download em PDF com um quadro de referência <sup>8</sup> , onde são apresentadas informações sobre ações de um professor qualquer em uma perspectiva do Ensino Exploratório, bem como elementos da prática a respeito de cada uma dessas ações. Essa seção também contém uma questão problematizadora.	
COLOCAR EM PRÁTICA	-	-	O professor em formação é convidado a planejar e desenvolver uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, realizar os registros em vídeo e refletir sobre a sua prática.	

Fonte: As autoras

<sup>8</sup> Esse quadro está disponível em Cyrino e Teixeira (2016).

As questões problematizadoras mencionadas no Quadro 1 podem ser respondidas em um quadro na própria plataforma. Ao clicar no botão “Gravar/Imprimir” (Figura 3) é criado um arquivo no formato PDF que poderá ser salvo pelo (futuro) professor em formação e enviado para o formador. Estas questões possibilitam que o professor reflita e discuta as potencialidades de cada fase da aula. Após enviar as respostas ao formador, a proposta é que haja discussões coletivas com todos os (futuros) professores em formação e formador(es) envolvidos no contexto, as quais podem envolver diversas problemáticas, tais como o papel do professor, o planejamento de uma aula, a escolha de uma perspectiva metodológica, o papel do aluno, a gestão de uma aula, entre outros.

**FIGURA 3: EXEMPLO DE QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia | Antes da aula | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

A tarefa

- aula 1
- aula 2

Planejamento

Quadro síntese

**aula 1**

Tarefa 1 .pdf pdf | 71.57 KB

1. Resolva a tarefa
2. Que ideias matemáticas foram mobilizadas ao resolver essa tarefa?
3. Que estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos na resolução dessa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

Gravar/Imprimir

Fonte: rmfp.uel.com.br

Apresentamos a seguir, alguns aspectos teóricos relacionados a propostas alternativas para a formação de PEM que foram considerados na presente investigação.

## PROPOSTAS ALTERNATIVAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A complexidade da profissão docente e os desafios que os professores têm enfrentado torna necessário um (re)pensar em relação às propostas de formação. Especificamente em relação ao PEM, muitas são as dificuldades apresentadas no que diz respeito ao conteúdo matemático. As pesquisas que tem como foco o PEM na área da Educação Matemática (FIORENTINI, et al., 2002; FIORENTINI, et al., 2016) abordam, entre outras temáticas, a formação do PEM, a sua Identidade Profissional, seu desenvolvimento profissional, os conhecimentos necessários para o exercício da profissão, as dificuldades enfrentadas no cotidiano escolar e contextos de formação.

No que diz respeito a formação relacionada aos conceitos matemáticos de área e perímetro, muitas pesquisas nacionais e internacionais apontam um *déficit* em tal formação (BATURO; NASON, 1996; CHIUMMO, 1998; TELES; BELLEMAIN, 2008; SILVA; BELLEMAIN, 2011; COSTA; PINHEIRO; COSTA, 2016; SILVA, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018).

Vale ressaltar que ao nos referirmos a formação

não nos referimos a qualquer proposta de formação de PEM, mas sim àquela que valoriza o (futuro) professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas. Cursos de formação de professores constituídos de conteúdos predeterminados pelo formador, com técnicas pedagógicas homogêneas, assumidas como “receitas” ou “fórmulas mágicas”, que tencionam “colonizar” o professor e a escola, nos parecem ineficazes, além de perversos. (CYRINO, 2017, p. 709)

Tendo em vista propostas alternativas para a formação, vale ressaltar que, concomitantemente à elaboração do Recurso Multimídia, várias foram as discussões do Gepefopem a respeito de suas potencialidades, limitações, dinâmicas de utilização, diferenças de seu uso para a formação inicial e continuada, o papel da teoria nesse processo, as articulações com a prática docente, entre outros elementos que podem (e devem) ser evidenciados em um contexto de formação. Tais discussões deram suporte para o desenvolvimento de várias pesquisas que envolvem a sua construção e utilização em programas de formação de PEM (RODRIGUES, 2015; MOTA, 2016; CYRINO, 2016a; CYRINO, 2016b; RODRIGUES, 2017; OLIVEIRA, 2017; JESUS, 2017; RODRIGUES; CYRINO, 2017; RODRIGUES; CYRINO, 2018).

Assim, nesse trabalho, apresentamos um estudo teórico que busca evidenciar elementos potenciais do caso multimídia “Explorando perímetro e área” que podem ser problematizados na formação de PEM. Temos como hipótese que esse caso se configura

como um instrumento promissor para contextos formativos por, dentre outras coisas, se tratar de uma perspectiva alternativa de formação aliada a uma perspectiva alternativa de ensino, que é o caso do Ensino Exploratório.

O Ensino Exploratório é uma perspectiva de ensino alternativa à tradicional, que privilegia o desenvolvimento de tarefas desafiadoras, a comunicação matemática, a reflexão e a colaboração em sala de aula (CANAVARRO, 2011; CYRINO, OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013). Nessa perspectiva a aprendizagem é concebida como um processo simultaneamente individual e coletivo, resultante da interação entre os alunos e o conhecimento matemático, tendo como contexto determinada atividade matemática e a interação com os outros alunos e com o professor, por meio de processos de negociação de significados (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

O uso de vídeos e mídias tecnológicas tem se apresentado na literatura como promissor e emergente para a formação de PEM (VAN ES; SHERIN, 2002; 2008; SANTAGATA; ZARONI; STIGLER, 2007; SHERIN, 2007; MORRIS; EASTERDAY, 2008; SHERIN; VAN ES, 2009; STEIN; SMITH, 2009; ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010; SANTAGATA; GUARINO, 2011; PELEGRINO; GERBER, 2012; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; RODRIGUES et al., 2014; ESTEVAM; CYRINO, 2017). Salientamos que a mídia vídeo tem potencial para, entre outras coisas, retratar a complexidade da sala de aula, evidenciar elementos importantes inerentes ao ensino e a aprendizagem, que são difíceis de serem observados por conta da infinidade de acontecimentos simultâneos que ocorrem em sala de aula, e (re)ver, com focos diferentes, uma mesma situação por diversas vezes. Assim, advogamos que a utilização de vídeos de aulas, principalmente relacionadas a uma perspectiva alternativa de ensino, pode favorecer a aprendizagem profissional de PEM, à medida que o professor é levado a refletir sobre sua prática e sobre a prática contida nos vídeos (CYRINO, 2016b; ESTEVAM; CYRINO, 2017).

A seguir, apresentamos o formato escolhido para a estrutura da dissertação, a questão geral de investigação e os objetivos específicos delineados para responde-la.

## **O FORMATO *MULTIPAPER* E A ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

A pesquisa foi desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa de cunho teórico e interpretativo, cujo contexto de investigação é o caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Para tal, a dissertação está organizada no formato *multipaper* (DUKE; BECK, 1999; BOOTE; BEILE, 2005). Esse formato é composto por capítulos no formato de artigos, cada

qual com seu objetivo específico e sua abordagem metodológica, articulados entre si para responder a uma questão de investigação ou organizados de acordo com uma temática. Nessa investigação, adotamos o modelo *multipaper* cuja temática se refere às potencialidades do caso multimídia “Explorando perímetro e área” para a formação de PEM, onde são abordados elementos com foco na professora protagonista do caso multimídia, nos PEM em formação e no formador de PEM.

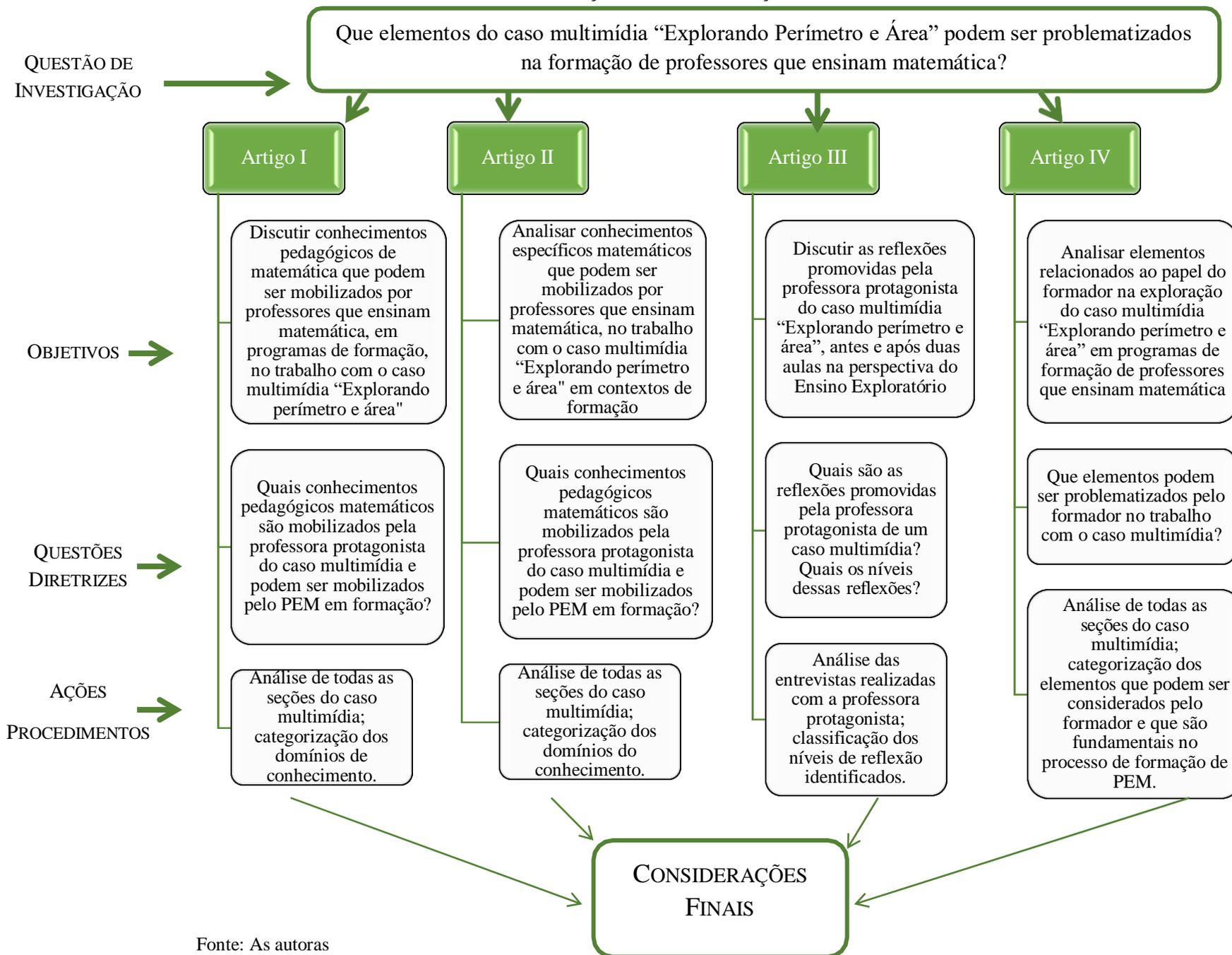
Ao considerar a facilidade do acesso, pelos (futuros) professores que ensinam matemática, de artigos em periódicos em detrimento de dissertações e teses na íntegra, justificamos nossa escolha por elaborar a dissertação no formato *multipaper* (DUKE; BECK, 1999; BOOTE; BEILE, 2005).

Neste trabalho, nos propomos a investigar elementos relacionados a conhecimentos necessários ao ensino, as reflexões e ao papel do formador de PEM na utilização do caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Para tal, organizamos nosso estudo em quatro capítulos cujos objetivos específicos são:

- Capítulo I: discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”
- Capítulo II: analisar conhecimentos específicos matemáticos que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação.
- Capítulo III: discutir as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após duas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.
- Capítulo IV: analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de PEM.

A relação entre esses capítulos está apresentada na Figura 4.

**FIGURA 4: ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO NO FORMATO MULTIPAPER**



Fonte: As autoras

No capítulo 1 analisamos todas as mídias de todas as seções do referido caso multimídia com vistas a identificar e problematizar conhecimentos pedagógicos de matemática a respeito dos conceitos de área e perímetro, que podem ser mobilizados por PEM em formação. Para tal, pautamo-nos nos três domínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008), quais sejam: o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, o conhecimento do conteúdo e do ensino, e o conhecimento do conteúdo e do currículo.

No capítulo 2 também foram analisadas todas as mídias de todas as seções do referido caso multimídia com vistas a identificar e problematizar conhecimentos matemáticos específicos a respeito dos conceitos de área e perímetro, que podem ser mobilizados por PEM em formação. Para isso, os pressupostos teóricos que orientaram a análise basearam-se nos três domínios do Conhecimento Específico do Conteúdo, discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball e Bass (2009), quais sejam: conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo no horizonte, e nos estudos de Duval (1998) sobre os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico.

No capítulo 3 são analisadas as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia antes e após duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório. Para análise utilizamos os níveis de reflexão propostos por Muir e Beswick (2007), quais sejam: descrição técnica, reflexão deliberada e reflexão crítica, bem como os objetos da reflexão: *self*, prática e alunos.

No capítulo 4 analisamos elementos relacionados ao papel do formador na exploração desse caso multimídia em programas de formação de PEM. Assim, buscamos discutir elementos que podem ser explorados no uso desse caso multimídia em um contexto de formação que viabilize a aprendizagem profissional de PEM. Temos como hipótese que esse capítulo poderá servir como referência para formadores que desejem utilizar esse caso em processos de formação de PEM.

Esses elementos, entre outros, são importantes para serem levados em consideração para perspectivas alternativas de projetos de formação que visam a aprendizagem profissional do professor que ensina matemática.

## REFERÊNCIAS

ALSAWAIE, O.; ALGHAZO, I. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Nova Iorque, v. 3, n. 3, p. 223-241, 2010.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.

BALL, D. L.; BASS, H. With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. **Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg**, Germany, March 1-4, 2009.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars Before Researchers: on the centrality of the dissertation literature review in research preparation. **Educational Researcher**, v. 34, n. 6, p. 3-15, ago./set. 2005.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P.; BOAVIDA, A. M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (Eds.), *Investigação em educação matemática: Práticas de ensino da matemática*. **Actas...** Portalegre: SIPEM, p. 255-266, 2012.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 2, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas*. 1. ed. Londrina: EDUEL, 2016b. 222 p.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016.

DAY, C.; GU, Q. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: Sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford review of education**, v. 33, n. 4, p. 423-443, 2007.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36. 1999.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. **Quadrante**, v. 26, n. 1, p. 145-169, 2017.

GARCIA, T. M. R. **Identidade profissional de professor de Matemática em uma comunidade de prática**. 2014. 161f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

KEMMIS, S. Action research and the politics of reflection. In: BOUD, D.; KEOGH, R.; WALKER, D. (Orgs.). **Reflection: Turning experience into learning**. London: Kogan Page, 1985.

MORRIS, K.; EASTERDAY, J. Amplifying autonomy and collective conversation: Using video I-pods to support mathematics teacher learning. **Issues in Teacher Education**, Orange, v. 17, n. 2, p. 47-62, 2008.

MUIR, T.; BESWICK, K. Stimulating reflection on practice: Using the supportive classroom reflection process. **Mathematics Teacher Education and Development**, 8, 74–93, 2007.

NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing the knowledge of inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: A study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, J. C. R. **Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração do Caso Multimídia Plano de Telefonia**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

PELLEGRINO, A. M.; GERBER, B. L. Teacher reflection through vídeo-recording analysis. **Georgia Educational Researcher**, Statesboro, v. 9, n. 1, p. 1-20, 2012.

ROCHA, M. R. **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações**. 2013. 129f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um Grupo de Estudos e Pesquisa na elaboração de um Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2015. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

RODRIGUES, R. V. R. **O contexto de formação a partir da exploração de um caso multimídia: aprendizagens de futuros professores de matemática**. 2017. 212f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Aspectos da prática pedagógica considerados na elaboração de um caso multimídia para formação de professores que ensinam Matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 23, n. 3, p. 577-595, 2017.

SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, n. 2, p. 123-140, 2007.

SANTAGATA, R.; GUARINO, J. Using video to teach future teachers to learn from teaching. **ZDM Mathematics Education**, v. 43, p. 133–145, fev. 2011.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SHERIN, M. G. The development of teachers' professional vision in video clubs. In: GOLDMAN, R.; PEA, R.; BARRON, B.; DERRY, S. J. (Eds.). **Video research in the learning sciences**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007. p. 383-395.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. **Journal of Teacher Education**, v. 60, n. 1, p. 20-37, nov.2009.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). **Educação e Matemática**, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. **Journal of Technology and Teacher Education**, v. 4, n. 10, p. 571-596, 2002.

VAN MANEN, M. Linking ways of knowing with ways of being practical. **Curriculum Inquiry**, 6(3), p. 205-228, 1977.

---

## CAPÍTULO I

---

### **ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”: PROBLEMATIZANDO CONHECIMENTOS PEDAGÓGICOS DE MATEMÁTICA**

**Resumo:** O presente trabalho tem como objetivo discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Para isso, foi realizado um estudo qualitativo de cunho teórico interpretativo, cujo contexto de investigação foi o referido caso multimídia, tendo como aporte teórico os três domínios do conhecimento matemático pedagógico do professor discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008). Os resultados apontam que o trabalho com caso multimídia “Explorando perímetro e área” é potencial para mobilizar conhecimentos a respeito de área e perímetro relacionados: aos alunos, ao ensino e ao currículo. O caso multimídia se configura como um instrumento promissor, a ser explorado por formadores, para a aprendizagem profissional de professores que ensinam matemática.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática; Conhecimento Pedagógico de Matemática; Área; Perímetro; Recurso Multimídia.

### **ANALYSIS OF THE MULTIMEDIA CASE "EXPLOITING PERIMETER AND AREA": PROBLEMATIZING MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING**

**Abstract:** The present work aims to discuss mathematical knowledge for teaching that can be mobilized by the teacher who teaches mathematics, in the work with the multimedia case "Exploring perimeter and area" in teacher training programs that teach mathematics. The results show that the work with a multimedia case "has been developed in the six domains of teacher mathematical knowledge discussed by Ball, Thames and Phelps (2008) Exploring perimeter and area "is the potential to mobilize knowledge about: the area and perimeter concepts, the area and perimeter knowledge needed by the teacher, the teacher's view of area and perimeter, area and perimeter knowledge related to students, teaching and curriculum, setting up the multi case media as a promising tool for the professional learning of the teacher who teaches mathematics.

**Keywords:** Mathematics Education; Mathematical Knowledge for Teaching; Area; Perimeter; Multimedia Resource.

## INTRODUÇÃO

Os professores que ensinam matemática (PEM) enfrentam muitos desafios no ensino dessa disciplina, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio e Superior. Esses desafios podem implicar nos baixos índices obtidos nas avaliações nacionais e internacionais de larga escala e podem estar relacionados a diversos fatores, entre eles o questionamento incessante de “o que é preciso saber para ensinar?”, ou seja, qual(is) é(são) o(s) conhecimento(s) necessário(s) para o professor. Nesse sentido, é comum o surgimento de medidas educacionais que primam pelo conhecimento matemático específico em detrimento do conhecimento pedagógico, ou vice-versa, como estratégia para sanar esses desafios e aumentar os índices de aprendizagem dos alunos.

Nessa direção, e tendo em vista as investigações do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem<sup>9</sup>), no que diz respeito a utilização de casos multimídia na formação<sup>10</sup> de PEM, bem como às pesquisas nacionais e internacionais que apontam um *déficit* em tal formação no ensino do conteúdo de área e perímetro (BATURO; NASON, 1996; CHIUMMO, 1998; COSTA; PINHEIRO; COSTA, 2016; SILVA, 2016), justificamos a necessidade de analisar as potencialidades de um caso multimídia, que problematiza os conceitos de área e perímetro (e seu ensino), para a emergência de conhecimentos que devem ser mobilizados pelo professor para ensinar tais conteúdos.

Desse modo, o presente artigo tem como objetivo discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por PEM, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Para a análise, pautamo-nos no modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*), desenvolvido por Ball e seus colaboradores da Universidade de Michigan. Nesse modelo existem duas grandes categorias: Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Na presente investigação abordamos a categoria do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. A seguir discutimos essa categorização, o ensino de área e perímetro nas séries iniciais do Ensino Fundamental, bem como os procedimentos metodológicos, a análise e as considerações finais.

---

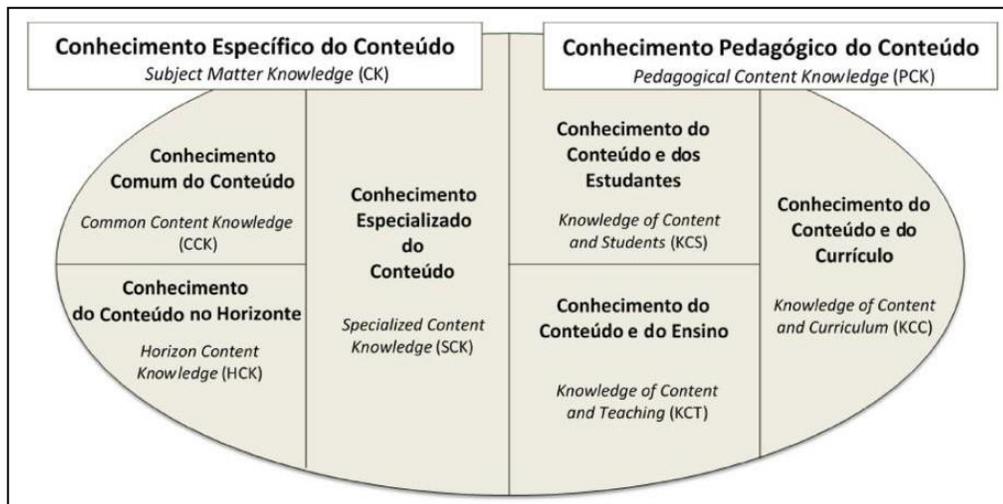
<sup>9</sup> Mais informações disponíveis em: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>

<sup>10</sup> A partir daqui, quando escrevemos formação nos referimos tanto à formação inicial quanto à continuada.

## CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

Ao discutir *conhecimento matemático para o ensino*, Ball, Thames e Phelps (2008, p. 395) salientam que se trata do “*conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar*”. Estes autores desenvolveram uma teoria baseada na prática, tendo como ponto de partida os trabalhos realizados por Shulman (1986, 1987)<sup>11</sup>. Este autor defende um tipo de conhecimento que envolve aspectos do conteúdo e da pedagogia. Com base em testes empíricos, Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram seis domínios do conhecimento matemático para o ensino (Figura 5), dos quais discutiremos apenas três, quais sejam: o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, o conhecimento do conteúdo e do ensino, e o conhecimento do conteúdo e do currículo. Esses domínios partem das duas grandes categorias de Shulman (1986): *Conhecimento Específico do Conteúdo* e *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*. Os autores alocaram a terceira categoria de Shulman (1986), *Conhecimento Curricular*, dentro do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*.

**FIGURA 5: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO**



Fonte: Ribeiro e Oliveira (2015, p. 315), adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Para Ball et al. (2008), o **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes** envolve conhecer a matemática e os estudantes, ou seja, é uma relação entre a compreensão matemática específica e a percepção de como se dá o pensamento matemático dos alunos. Nesse sentido, este

<sup>11</sup> Shulman, em seu trabalho de 1986, propôs três categorias para o conhecimento necessário ao professor, quais sejam *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*, *Conhecimento Específico do Conteúdo* e *Conhecimento Curricular*. Já em 1987, ampliou a quantidade de categorias, totalizando sete: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos e suas características, conhecimento do contexto educacional e conhecimento dos fins educacionais.

tipo de conhecimento é o que permite ao professor, por exemplo, antecipar as possíveis respostas dos alunos, interpretar seus registros e modos de pensar, suas possíveis dificuldades em uma determinada tarefa e seus conhecimentos prévios a respeito de um conteúdo específico a ser trabalhado.

O **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino** contempla o conhecimento de matemática e o conhecimento sobre o ensino do conteúdo matemático, ou seja, envolve as estratégias do ensino desse conteúdo, qual sequência utilizar para introduzir um novo conceito ou método, os possíveis obstáculos epistemológicos, dentre outros. Neste sentido, o centro desse conhecimento é o ensino e não o professor (BALL, THAMES E PHELPS, 2008).

O **Conhecimento do Conteúdo e do Currículo** se refere, por exemplo, aos objetivos educacionais, padrões, avaliações estaduais/nacionais, níveis de escolaridade em que temas específicos são tipicamente ensinados, dentre outros.

Dessa forma, o foco desse trabalho é discutir quais domínios do conhecimento pedagógico de matemática que podem ser explorados pelo formador na utilização do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, em programas de formação de PEM.

## **O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Os conceitos matemáticos de área e perímetro, considerados complexos principalmente quando comparados, são fonte de muita confusão para alunos e professores. Algumas pesquisas (BATURO; NASON, 1996; CHIUMMO, 1998; TELES; BELLEMAIN, 2008; SILVA; BELLEMAIN, 2011; COSTA; PINHEIRO; COSTA, 2016; SILVA, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018) apontam as dificuldades dos estudantes com a compreensão destes conceitos, os erros frequentes, o tratamento dado a esses conceitos em livros didáticos, e ainda problemas na própria formação de PEM no que diz respeito a esses conceitos.

Belemain, Bibiano e Souza (2018) apontam alguns dos erros comuns e persistentes observados em avaliações de larga escala, como

confusões entre grandezas (área e perímetro, massa e capacidade etc.), do uso inadequado ou da omissão de unidades de medida (expressar uma área usando centímetros, um perímetro em centímetros quadrados, entre outros), ou ainda da utilização de fórmulas inadequadas (como, por exemplo, multiplicar os comprimentos dos lados de um paralelogramo não retângulo). (BELLEMAIN, BIBIANO, SOUZA, 2018, p. 4).

O “conceito de área é uma noção matemática que permite comparar e medir a parte ocupada pelas superfícies” (TELES; BELLEMAIN, 2008, p. 3). Já “o conceito de perímetro passa a ser um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico em si, que é a linha fechada” (BARBOSA, 2002, p. 32 *apud* SILVA; BELLEMAIN, 2011, p. 4).

Mesmo com os resultados das pesquisas mostrando preocupação em relação aos conceitos de área e perímetro, os documentos oficiais educacionais brasileiros não apresentam modificações no que se refere a como pode se dar o tratamento desses conceitos no currículo. Nos últimos anos, ocorreram discussões no âmbito educacional que culminaram na publicação da Base Nacional Comum Curricular<sup>12</sup> (BNCC) da Educação Infantil e do Ensino Fundamental, que

é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2017, p. 7).

A BNCC do Ensino Médio ainda está em discussão no Conselho Nacional de Educação – CNE, sem data prevista para ser aprovada e homologada, pois contém muitos pontos de discordância entre os educadores. Neste trabalho, apresentamos algumas considerações sobre a disposição de área e perímetro na BNCC para o Ensino Fundamental (EF), pois as tarefas do caso multimídia utilizado nesta investigação foram desenvolvidas em uma turma de 5º ano do EF.

A organização dos conteúdos matemáticos na BNCC foi feita ano a ano, respeitando cinco *unidades temáticas*, nomeadamente: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Para cada unidade temática têm-se os *objetos de conhecimento*, que por sua vez possuem as *habilidades*.

No entanto, a BNCC não trouxe avanços significativos em relação à preocupação com a complexidade dos conceitos de área e perímetro, já explicitada nos Parâmetros Curriculares de Matemática (BRASIL, 1997), tão pouco a respeito de aspectos metodológicos. De acordo com Brasil (2017), este conteúdo deve ser trabalhado pela primeira vez no 3º ano e a partir dele em todos os anos seguintes, ou seja, do 3º ao 9º ano do EF. O ensino de área e perímetro deve ser trabalhado de acordo com as especificidades de cada etapa de escolarização. No entanto, até o 8º ano, essas menções só são feitas na unidade temática de Grandezas e Medidas, sem relação com a

---

<sup>12</sup> A BNCC da Educação Infantil e Ensino Fundamental foi aprovada em 15/12/2017 e deverá ser implementada até 2020.

Geometria ou com qualquer outra unidade temática. A menção à Geometria, por exemplo, é feita apenas no 9º ano, de forma incipiente.

Consideramos que o ensino de área e perímetro deve levar em consideração, desde as séries iniciais do EF, sua relação com a Geometria, pois ela permite ao aluno deduzir, observar, comparar, generalizar e abstrair. Baldini (2004), em sua dissertação, faz uma breve menção sobre os aspectos históricos que, possivelmente, deram início aos problemas com área e perímetro, e todos estão relacionados com a Geometria. Com isso, se faz importante que os documentos oficiais explicitem que os conceitos matemáticos de área e perímetro podem ser comparados e podem ser trabalhados nas unidades temáticas de grandezas e medidas, geometria, álgebra e números e operações desde as séries iniciais do EF.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o objetivo de discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por PEM, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” realizamos uma pesquisa qualitativa de cunho teórico e interpretativo desse caso que faz parte do projeto “Recursos Multimídia para formação de professores que ensinam matemática”.

O termo "recurso multimídia"<sup>13</sup> foi utilizado para nomear um conjunto de mídias reunidas em uma plataforma *online*, que permite ao professor em formação realizar uma análise do processo de elaboração, de desenvolvimento e de reflexão de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório<sup>14</sup>. Assim sendo, um caso multimídia

é constituído por vídeos de sala de aula associados a outros elementos, tais como, plano de aula, entrevistas com os professores, produções escritas dos alunos, questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma *online* (mediante *login* e senha) (CYRINO, 2016, p. 83).

<sup>13</sup> Desenvolvido por membros do Gepefopem por meio de um projeto entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL). Este projeto foi chamado de "Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática", financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária, e aprovado pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UEL.

<sup>14</sup> O Ensino Exploratório é uma perspectiva de ensino alternativa à tradicional, que privilegia o desenvolvimento de tarefas desafiadoras, a comunicação matemática, a reflexão e a colaboração em sala de aula (CANAVARRO, 2011; CYRINO, OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013).

Tais vídeos de sala de aula são chamados de episódios no caso multimídia. Cada caso pode ser utilizado percorrendo as seções horizontais (Figura 6), quais sejam: “introdução do caso multimídia”, “antes da aula”, “a aula”, “reflexão após a aula” e “colocar em prática”, e para cada seção horizontal existem seções verticais específicas, exceto para a seção “colocar em prática”. O caso multimídia investigado diz respeito a duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, no quinto ano do EF, com o conteúdo de área e perímetro. A professora Márcia Nagy<sup>15</sup> foi a protagonista do caso.

**FIGURA 6: PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia | Antes da aula | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

**Contexto**

- O colégio
- A professora
- A turma**
- Como usar o caso
- Autoria

**A turma**

A aula foi desenvolvida em fevereiro de 2016, com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, constituída por 20 alunos (13 meninas e 7 meninos), com idade entre 10 e 13 anos. Todos estavam cursando o 5º ano pela primeira vez. Era uma turma que gostava de conversar, mas era participativa e compromissada com os estudos. Os alunos se empenhavam na realização das tarefas propostas e, em geral, apresentavam bom rendimento escolar. Era a primeira vez que a professora trabalhava com essa turma.

Fonte: rmfp.uel.br

Na seção “introdução do caso multimídia”, é apresentado o contexto da aula que foi videogravada: informações sobre o colégio, a turma e a professora; instruções de como usar o caso; e os responsáveis pela sua autoria. Na seção “antes da aula”, são apresentadas as tarefas que compõem o referido caso e todo o processo de planejamento (subdividido em fases) das aulas pela professora, que podem ser acessados por meio das seções verticais. As tarefas estão disponíveis para *download* em arquivo no formato PDF, assim como a produção escrita dos alunos e todo material que foi transcrito (entrevistas e vídeos de aula). O planejamento da professora é apresentado por meio de seus planos de aula e de excertos das gravações em áudio das entrevistas realizadas com ela antes da aula.

Em todas as seções são propostas questões problematizadoras, exceto na seção “introdução do caso multimídia”, que podem ser respondidas em um quadro na própria plataforma. Ao clicar no botão de “salvar” é criado um arquivo no formato PDF que poderá ser salvo pelo professor em formação e enviado para o formador. Estas questões possibilitam que o

<sup>15</sup> Márcia Cristina Nagy é professora da Educação Básica da cidade de Cambé (SEED – PR) e doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PECEM/UEL.



**FIGURA 8: TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA**

Uma fazenda com formato retangular passou a pertencer a quatro pessoas, como representado na figura a seguir:

Leia o diálogo entre duas dessas pessoas:

**Moura:** Caro Alves, vou cercar meu terreno.

**Alves:** Também estou pensando em fazer o mesmo.

**Moura:** Como os nossos terrenos têm a mesma área, então poderíamos comprar o material juntos e depois dividiríamos a despesa ao meio. O que você acha?

**Alves:** Deixe-me pensar! Vou falar com a minha esposa e depois te dou uma resposta.

**Moura:** Preciso que você decida já porque vou agora comprar o material!

1. Que decisão o senhor Alves deve tomar? Justifique sua resposta.
2. Algum dos outros vizinhos poderia dividir igualmente a despesa com o senhor Moura de modo que ninguém fique prejudicado? Justifique a sua resposta.

Fonte: rmfp.uel.br

Analizamos todos os elementos de todas as seções deste caso multimídia com vistas a identificar o potencial deste recurso para a emergência de conhecimentos pedagógicos a respeito de área e perímetro, necessários para o ensino de matemática, em um contexto de formação de PEM. Na análise, utilizamos os domínios do conhecimento matemático pedagógico para o ensino, discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball e Bass (2009), por nos permitirem levar em consideração o conteúdo de área e perímetro e, por conseguinte, o seu ensino.

### CONHECIMENTOS PARA O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NO TRABALHO COM O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”

Nossa análise está organizada de acordo com os domínios do conhecimento pedagógico para o ensino de área e perímetro, quais sejam: o conhecimento de área e perímetro relacionado aos estudantes, o conhecimento de área e perímetro relacionado ao ensino, e o conhecimento de área e perímetro relacionado ao e do currículo. Buscamos evidenciar também, ações da

professora protagonista do caso que podem ser exploradas pelo formador na utilização do caso em programas de formação.

- **Conhecimento de área e perímetro relacionado aos alunos**

Na seção “Antes da aula”, tanto para a Tarefa 1 quanto para a Tarefa 2, são propostas as seguintes questões problematizadoras “*Que resoluções podem ser apresentadas pelos alunos para essa tarefa?*” e “*Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?*”. Essas questões podem mobilizar o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*, uma vez que para respondê-las o professor em formação deve conhecer os estudantes e a matemática. Esse conhecimento possibilita ao professor estar preparado para as dúvidas dos alunos, impactando positivamente nas discussões que podem ser realizadas por meio dessas dúvidas.

Na Figura 8 apresentamos possíveis questionamentos e encaminhamentos que podem ser dados para as questões 1 e 2 da Tarefa 1, contidos no plano de aula da professora protagonista do caso.

**FIGURA 9: POSSÍVEIS QUESTIONAMENTOS PARA A TAREFA 1**

<b>2 - Desenvolvimento da tarefa (60 minutos)</b>		
<b>Questão</b>	<b>Atividades dos alunos</b>	<b>Atividades da professora</b>
<b>1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos desenham alguns retângulos (e quadrados) com medidas diferentes em um quadriculado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar se eles desenharam corretamente alguns retângulos (e quadrados) com medidas diferentes.</li> </ul> <p><b>Possíveis questionamentos:</b></p> <p>- O que se pede para você fazer?</p>
<b>2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos anotam em uma tabela a medida da base, da altura, do perímetro e da área das figuras desenhadas.</li> <li>• Os alunos notam que para calcular o perímetro de retângulos é necessário somar a medida de sua base com a de sua altura e, a seguir, multiplicar o resultado obtido por dois.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar se eles anotaram corretamente na tabela o que foi solicitado.</li> <li>• Verificar se eles perceberam que, para saber o perímetro de um retângulo, basta somar a medida de sua base e de sua altura e, depois, multiplicar o resultado obtido por dois.</li> <li>• Verificar se eles detectaram padrões nos resultados de suas medições.</li> </ul>

Fonte: rmf.p.uel.br

**Pensar em perguntas a serem feitas aos alunos** no momento do “Desenvolvimento da tarefa” exige do professor conhecimento do conteúdo e dos alunos, pois os questionamentos

devem **levar em consideração aquilo que os alunos sabem e o contexto da discussão**, para que ele possa explorar as potencialidades para aprendizagem. O mesmo conteúdo em uma turma diferente poderia levar a professora a pensar em outros possíveis questionamentos.

Na seção “Antes da aula” em sua entrevista, no que se refere às fases de “Proposição e apresentação da tarefa” e “Desenvolvimento da tarefa”, respectivamente, a professora apresenta suas expectativas a respeito dos alunos, em relação a Tarefa 1.

*Eu imagino que as crianças tenham dificuldades em relação às letras que aparecem nas figuras (vértices), tanto na figura 1 quanto na figura 2. Porque, até então elas (as letras) não apareciam nas tarefas que foram propostas.*

*[...] a questão 2B eu considero que os alunos vão achar mais fácil do que a 2A porque [...] quando eles virem a medida da base 2 unidades e a medida da altura 3 unidades [...], quando eles virem o 6, eu acho que para eles vai ser mais natural perceber que é só multiplicar os números. Numa tarefa anterior [...] uma aluna já havia mencionado “ah, professora, a área é mais fácil”, a Maria (disse), “é só a gente multiplicar o comprimento pela largura”.*

Conhecer o conteúdo e os alunos é fundamental para que o professor possa, de certa forma, **prever/antever como pode se dar o pensamento matemático dos alunos**, como no excerto a professora acredita que eles vão achar mais fácil, pois identificando os números 2, o 3 e o 6 na tabela, eles podem deduzir que a solução seria a multiplicação. A professora ainda prevê as possíveis dificuldades dos alunos relacionadas as letras nos vértices das figuras.

Na seção “a aula”, durante a fase de “Desenvolvimento da tarefa”, a grande maioria das ações realizadas pela professora, bem como as questões problematizadoras que sempre questionam sobre as estratégias utilizadas pelos alunos, direcionam o professor em formação ao desenvolvimento do *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*. Como neste excerto do episódio 2:

*Vitória: Professora, mas e se fosse sem ser quadriculado? Como ia contar?*  
*Professora: Ai a atividade ia dar alguma sugestão pra gente. Lembra da tarefa do clube que a gente fez? Ele falava que o quadrado media 8 metros? Ai fala. Quando ele dá a medida, a tarefa fala. Quando ele não dá, a gente usa o lado do quadradinho como nossa unidade. [...]*  
*Vitória: Entendi.*

Nessa fala é possível identificar que **a professora reconhece na fala a aluna, para além do cálculo da área fora do quadriculado, as formas de apresentação da unidade de medida**. Isso exige familiaridade com a maneira de pensar matematicamente dos alunos. Essa compreensão permite ao professor “ampliar” a argumentação dos alunos, contribuindo para que eles se expressem com clareza a respeito dos conteúdos matemáticos.

No plano de aula da Tarefa 1, no que diz respeito à fase de proposição e apresentação da tarefa, a professora prevê que seria necessário o esclarecimento de possíveis dúvidas dos alunos (Figura 10).

**FIGURA 10: EXCERTO DO PLANO DE AULA - TAREFA 1**

**1 – Proposição e apresentação da tarefa (10 minutos)**

Primeiramente, a professora organizará a sala, dispondo as carteiras e cadeiras para que formem grupos de 4 alunos para o desenvolvimento da aula. A seguir, explicará aos alunos que ao resolverem a tarefa proposta deverão explicar por escrito como chegaram à solução, pois eles terão que apresentar as suas resoluções aos demais colegas no momento de discussão da tarefa.

Dando continuidade, a professora distribuirá a tarefa aos alunos, e, em seguida, fará a leitura do seu enunciado e o esclarecimento de dúvidas que possam surgir.

Fonte: rmfp.uel.br

No entanto, na seção de “Reflexão após a aula”, ao refletir sobre essa mesma fase da aula, na entrevista após a aula a professora argumenta:

*O que eu imaginava que fosse ser dificuldade para as crianças foi o aparecimento de letras nos vértices da figura que até então não tinha, uma nomeação diferente, em vez de “figura 1”, “retângulo ABCD”, e isso foi tranquilo.*

A preocupação da professora com as dúvidas dos alunos e a previsão de em quais itens eles teriam dúvidas representa a mobilização desse domínio do conhecimento. Nesse caso, **a professora havia considerado que os alunos teriam dificuldade em relação as letras nos vértices das figuras e a forma diferente de nomenclatura**, que seria mais formal matematicamente. No entanto, os alunos não apresentaram dificuldade nesse quesito, que relaciona os conceitos de área e perímetro à geometria. Já em relação a dedução da fórmula no item 2a da Tarefa 1 a professora reflete que precisaria de mais explicação.

*A única coisa que talvez eu devesse ter tido mais atenção foi no item 2 a, quando fala “Como faria para saber o perímetro sem contar?”. (Eu deveria) ter deixado claro que era pra eles focarem nas informações da tabela e a partir dessas informações tentar estruturar uma regra e eu acabei me dando conta de que faltou esse esclarecimento.*

Observamos que mesmo conhecendo os alunos e pensando minuciosamente cada detalhe da tarefa e os possíveis questionamentos e dúvidas, o professor ainda pode ser surpreendido, evidenciando a necessidade de reflexão durante a após a aula. Além disso, essa fala da professora

evidencia que os conceitos de área e perímetro se relacionam com a álgebra à medida que podem ser generalizados.

Nessa análise do multimídia observamos que o professor em formação poderá mobilizar conhecimentos a respeito do que é necessário para que o aluno possa desenhar um retângulo, de que uma figura pode ser representada (nomeada) a partir de seus os vértices, de como ele pode obter a área tendo em conta os lados do retângulo, de como ele pode expressar a unidade de medida usando ou não o papel quadriculado, de como eles podem generalizar e chegar às fórmulas a partir da representação tabular.

- **Conhecimento de área e perímetro relacionado ao ensino**

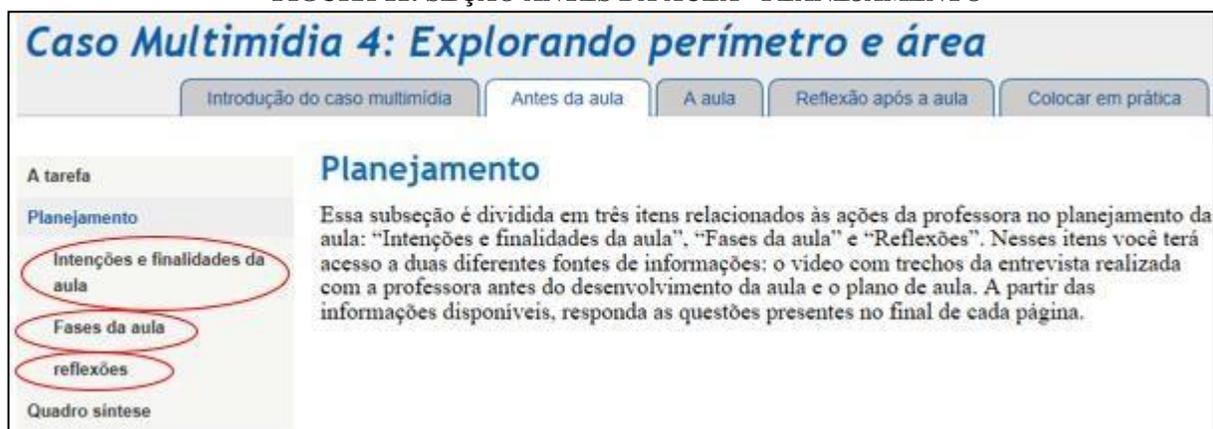
Na seção “antes da aula”, tanto para a Tarefa 1 quanto para a Tarefa 2, tem-se a seguinte questão problematizadora: “Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?”. Essa questão demanda que o (futuro) professor em formação conheça, além da matemática, as estratégias didáticas que podem ser utilizadas para o trabalho com determinado conteúdo.

*Normalmente durante a discussão da tarefa eu tenho dividido o quadro em partes, pedindo a cada grupo selecionado registrar a sua resolução, mas seria interessante que a gente tivesse outros recursos, por exemplo, projetar a resolução dos alunos, o que eles fizeram na tarefa, seria bem melhor por conta do tempo e como são crianças pequenas eles não tem tanta paciência de esperar enquanto os colegas estão no quadro registrando o que foi feito, às vezes acabam se dispersando e se tivessem outros recursos que não seja só o quadro e o giz seria bem produtivo.*

O excerto acima, da entrevista com a professora protagonista antes da aula a respeito da fase de “Discussão coletiva da tarefa”, da Aula 1, mostra que o centro desse conhecimento mobilizado por ela é o ensino, e permite ao (futuro) professor em formação **analisar as estratégias e recursos que podem contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo.**

Nas subseções verticais da seção “antes da aula” estão as fases do planejamento da aula, como mostra a Figura 11.

FIGURA 11: SEÇÃO ANTES DA AULA - PLANEJAMENTO



Fonte: rmfp.uel.br

Nessas subseções o professor em formação tem acesso a todo o planejamento realizado pela professora protagonista do caso: os objetivos com a aula e as dinâmicas propostas, o tempo de realização de cada fase da aula<sup>17</sup>, as características das tarefas, o cuidado esperado com a condução da aula, entre outros tópicos, como as questões problematizadoras, que permitem o desenvolvimento do *conhecimento do conteúdo e do ensino*. Essa relação entre o conteúdo e o ensino permite **determinar quais exemplos irão ser utilizados, quais questionamentos são possíveis de serem feitos** (considerando a perspectiva do Ensino Exploratório) sem interferir na demanda cognitiva da tarefa, e a tomar decisões relacionadas ao ensino.

Outra contribuição a este conhecimento, ainda nesta seção, é o quadro síntese que deve ser preenchido pelo (futuro) professor em formação ao longo do percurso pelas seções horizontais do caso multimídia, permitindo a seleção e o sequenciamento das etapas da aula. Esse quadro síntese, na seção de “Reflexão após a aula”, pode ser comparado ao *framework*<sup>18</sup> que apresenta uma síntese de ações do professor na perspectiva de Ensino Exploratório.

Na seção “A aula”, para realizar a discussão coletiva da tarefa, a professora protagonista do caso precisou **selecionar e sequenciar as diferentes resoluções dos alunos para que eles apresentassem aos demais**. As questões problematizadoras propostas são “Que critério a professora utilizou para seleção e sequenciamento das resoluções apresentadas? Justifique.” e

<sup>17</sup> As fases da aula estão de acordo com a perspectiva de Ensino Exploratório assumidas neste trabalho.

<sup>18</sup> É um quadro de referência elaborado pelo Gepefopem que “associa ações do professor, em cada etapa (antes da aula e durante a aula), aos elementos que as compõem, seguido de uma breve descrição de aspectos que foram considerados durante as discussões do Gepefopem como necessários para a compreensão desses elementos” (CYRINO, TEIXEIRA, 2016, p. 85).

“Que ações a professora desenvolve para promover o estabelecimento de conexões entre as diferentes estratégias dos alunos?”.

Ambas as questões podem promover discussões sobre o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*, uma vez que envolvem a tomada de decisões relacionadas ao ensino, ou seja, selecionar quais das resoluções deve ser mais discutida, quais questionamentos devem ser respondidos e quais devem ser guardados para um momento posterior.

- **Conhecimento de área e perímetro relacionado ao Currículo**

Esse domínio do conhecimento pode ser discutido por meio do **estudo dos planos de aula elaborados pela professora protagonista**, na seção “Antes da aula”. É este conhecimento que está implícito na escolha do conteúdo a ser trabalhado numa determinada série.

Estudar a BNCC e utilizá-la como referência para a **organização dos conteúdos ao longo do ano letivo**, bem como na elaboração de planos de aula e de sequências didáticas, são exemplos de potencialidades que podem suscitar deste domínio do conhecimento, e que podem ser mobilizadas na seção “colocar em prática” do caso multimídia. No entanto, essa potencialidade não está explícita no caso multimídia, cabendo ao formador direcionar a atenção dos (futuros) professores em formação em relação à necessidade de se ter conhecimento sobre os documentos oficiais educacionais.

Além disso, o estudo do currículo depende em grande parte do local de trabalho do professor em formação, pois, para além da BNCC, os documentos oficiais da escola (como projeto político pedagógico – PPP) devem ser levados em consideração. Uma dinâmica interessante para a emergência desse conhecimento é propor que os professores em formação comparem os planos de trabalho docente de matemática da escola onde atuam (que normalmente é feito pelos próprios professores de matemática no início do ano letivo) ou de uma escola qualquer que o disponibilize, com o PPP da escola e com a BNCC.

## SÍNTESE DOS CONHECIMENTOS

Identificar os domínios de conhecimento mobilizados por um PEM não é tarefa fácil, uma vez que as ações docentes são regidas por conhecimentos e intuições que, por vezes, nem o próprio sujeito consegue explicar.

A identificação desses domínios só se fez possível nesse trabalho devido ao potencial dos recursos presentes no caso multimídia (plano de aula, vídeo, entrevistas realizadas com a professora protagonista antes e após a aula). Tais mídias nos permitiram “ir e voltar” quantas vezes fossem necessárias para analisar uma determinada ação docente ou o questionamento de um aluno.

No Quadro 1 apresentamos a síntese dos domínios dos conhecimentos pedagógicos de matemática, associados às ações que explicitam o conhecimento da professora protagonista do caso e as seções onde aparecem.

**QUADRO 2: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DE MATEMÁTICA QUE PODEM SER MOBILIZADOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

<b>Domínios do Conhecimento de área e perímetro</b>	<b>Ações que explicitam o conhecimento da professora protagonista do caso</b>	<b>Seções do multimídia que permitem mobilização do conhecimento</b>
<b>Conhecimento de área e perímetro relacionado aos alunos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- prever as possíveis estratégias de resolução dos alunos</li> <li>- pensar em perguntas a serem feitas aos alunos</li> <li>- levar em consideração aquilo que os alunos sabem e o contexto da discussão para encaminhamento da aula</li> <li>- prever/antever como pode se dar o pensamento matemático dos alunos</li> <li>- compreender os pensamentos incompletos dos alunos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- questões problematizadoras</li> <li>- entrevista com a professora protagonista nas seções “Antes da aula” e “Reflexão após a aula”</li> <li>- as discussões promovidas pela professora durante a seção “A aula”</li> <li>- analisar o plano de aula e entrevista com a professora na seção “Antes da aula”</li> </ul>
<b>Conhecimento de área e perímetro relacionado ao ensino</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- analisar as estratégias e recursos que podem contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo</li> <li>- determinar quais exemplos usar e quais questionamentos podem ser feitos aos alunos</li> <li>- selecionar e sequenciar as tarefas para a sistematização</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- responder às questões problematizadoras</li> <li>- preencher o Quadro Síntese na seção “Antes da Aula”</li> <li>- análise do <i>Framework</i> na seção “Reflexão após a aula”</li> <li>- elaborar plano de aula ou sequência didática na seção “Colocar em prática”</li> </ul>
<b>Conhecimento de área e perímetro relacionado ao Currículo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elaborar de plano de aula</li> <li>- organizar os conteúdos a serem trabalhados em cada aula</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- planos de aula da professora na seção “Antes da aula”</li> <li>- elaborar plano de aula na seção “Colocar em prática”</li> </ul>

Fonte: As autoras

Os *conhecimentos de área e perímetro relacionados ao ensino* e os *conhecimentos de área e perímetro relacionados aos alunos* são evidenciados em todas as seções do caso multimídia devido à perspectiva do Ensino Exploratório adotada para a realização das aulas, bem como aos recortes dos vídeos que foram feitos, pois a intencionalidade da construção desse caso era, desde o início, focar nas ações docentes e no potencial da perspectiva adotada, bem como na aprendizagem matemática dos alunos. Além disso, nessa perspectiva, os erros dos alunos não são simplesmente apontados, mas sim discutidos, por meio de perguntas inquiridoras realizadas pela professora protagonista, visando que o aluno perceba a origem do erro, consolidando sua aprendizagem.

Os *conhecimentos de área e perímetro relacionados ao currículo* estão implícitos no planejamento das aulas, pois devem levar em consideração elementos específicos de cada instituição de ensino, como normas, regimentos, PPP, entre outros. Possivelmente essas características fizeram com que esse não fosse evidenciado nas demais seções do caso multimídia, mas isso não significa que ele não estava presente, de forma implícita, nas demais seções.

Nossas análises sugerem que o Caso Multimídia “Explorando perímetro e área” se configura como uma ferramenta promissora à aprendizagem profissional (DAY; GU, 2007) do PEM, uma vez que permite a emergência dos três domínios do conhecimento matemático pedagógico necessários ao ensino (BALL, THAMES E PHELPS, 2008).

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A categorização dos conhecimentos necessários para o ensino de matemática é importante para que, num contexto de formação, o formador possa estar atento e evitar o máximo possível, que os aspectos desse conhecimento passem despercebidos. Isto se faz de extrema importância, pois auxilia o (futuro) professor em formação em sua prática, uma vez que ele será capaz de discernir qual tipo de conhecimento está utilizando, além de identificar em qual conhecimento é necessário maior aprofundamento e estudo. Ainda é possível que o (futuro) professor perceba em qual domínio do conhecimento os alunos têm mais dificuldade ou facilidade em relação a aprendizagem.

Esses domínios do conhecimento, embora possam ser discutidos separadamente, estão interconectados. As aulas do Caso Multimídia puderam evidenciar que a perspectiva do Ensino Exploratório favorece o desenvolvimento desses domínios e, dessa forma, é uma perspectiva com grande potencial para a formação de PEM. Assim como afirmam Ball, Thames e Phelps (2008), discutir os domínios do conhecimento necessários ao ensino pode auxiliar na elaboração de currículo e de materiais para a formação de professores voltados especificamente para as necessidades que estes professores em formação apresentarem. Aliar a essa discussão o trabalho com o caso multimídia amplia as possibilidades de aprendizagem e permite, num contexto de formação, que os professores, de fato, visualizem a importância de tais conhecimentos em uma aula por meio das diversas mídias que são fornecidas.

Verificamos ainda que o pensamento geométrico, bem como o algébrico, podem (e devem) constituir as tarefas matemáticas que envolvem os conceitos de área e perímetro já no quinto ano do Ensino Fundamental I. Contudo, embora nossa investigação só nos permita afirmar para este ano específico, temos como hipótese que o pensamento geométrico pode ser mobilizado durante o trabalho com área e perímetro em todos os anos do Ensino Fundamental I e II, de maneiras distintas e evocando diferentes relações e compreensões, e não somente no 9º ano como sugere a BNCC.

## REFERÊNCIAS

- BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.
- BATURO, A.; NASON, R. Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement. **Educational Studies in Mathematics**, Belgium, v. 31, n. 3, p. 235-268, oct. 1996.
- BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar Grandezas e Medidas na Educação Básica. **Em teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. UFPE, v. 9, n. 1, p. 1 – 16, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 472 f. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC\\_19mar2018\\_-versaofinal.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_19mar2018_-versaofinal.pdf)>. Acesso em 27/04/2018.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, p. 11-17, 2011.

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do Ensino Fundamental**. São Paulo. 1998. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 2, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas** (pp. 19-32). Londrina, Brasil: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016.

DAY, C.; GU, Q. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: Sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford review of education**, v. 33, n. 4, p. 423-443, 2007.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Um Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, p. 387 – 424, 1989.

OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, p. 19-53, 2013.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. e. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 44, p. 311-327, jul./dez. 2015.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um Grupo de Estudos e Pesquisa na elaboração de um Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2015. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1-22, 1987.

SILVA, S. M. F.; **Formação de Professores dos Anos Iniciais**: Uma Investigação sobre os Conhecimentos para o Ensino de Área e Perímetro de Figuras Planas. 2016. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, J. V.G.; BELLEMAIN, P. M. B. Comprimento, perímetro e área em livros didáticos brasileiros de 6º ano. In: XIII CIAEM, **Anais...** Recife, Brasil, 2011.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

---

## CAPÍTULO II

---

### **ANÁLISE DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”: PROBLEMATIZANDO CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS ESPECÍFICOS**

**Resumo:** O presente trabalho tem como objetivo analisar conhecimentos específicos matemáticos que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação. Para isso, foi realizado um estudo qualitativo de cunho teórico interpretativo, cujo contexto de investigação foi o referido caso multimídia. Nossa análise está estruturada em três domínios do conhecimento matemático específico do professor discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008) e nos estudos de Duval (1998) sobre os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico. Os resultados apontam que o trabalho com caso multimídia “Explorando perímetro e área” é potencial para mobilizar conhecimentos a respeito: dos conceitos de área e de perímetro, dos conhecimentos de área e perímetro necessários ao professor, da visão do professor a respeito de área e perímetro.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática; Conhecimento Matemático para o Ensino; Área; Perímetro; Recurso Multimídia.

### **ANALYSIS OF THE MULTIMEDIA CASE "EXPLOITING PERIMETER AND AREA": PROBLEMATIZING MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING**

**Abstract:** The present work aims to discuss specific mathematical knowledge for teaching that can be mobilized by the teacher who teaches mathematics, in the work with the multimedia case "Exploring perimeter and area" in training contexts. For this, a qualitative study was carried out. The results point out that the work with a multimedia case "Exploring the perimeter and the area of interest", in which the " "is potential to mobilize knowledge about: the concepts of area and perimeter, the area and perimeter knowledge needed by the teacher, the teacher's view of the area and perimeter, the area and perimeter knowledge related to students, teaching and the curriculum, configuring the multimedia case as an instrument promising for the professional learning of the teacher who teaches mathematics.

**Keywords:** Mathematics Education; Mathematical Knowledge for Teaching; Area; Perimeter; Multimedia Resource.

## INTRODUÇÃO

Desde os trabalhos de Shulman (1986, 1987), muitas são as pesquisas e as discussões a respeito do conhecimento necessário para o ensino e, conseqüentemente, para o professor. Nesse sentido, ao mapear o conhecimento necessário para o ensino de Matemática, Ball e seus colaboradores da Universidade de Michigan, com base em testes empíricos e nas categorias propostas por Shulman (1986, 1987), desenvolveram seis domínios de conhecimento matemático para o ensino, tendo como um de seus objetivos contribuir para aprendizagem profissional de professores que ensinam matemática (PEM).

O Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Professores que Ensinam Matemática - Gepefopem<sup>19</sup>, em suas investigações a respeito de elementos que privilegiem a aprendizagem profissional do PEM, reuniu esforços na construção de um Recursos Multimídia para a formação<sup>20</sup> de PEM. O recurso multimídia é constituído por “casos multimídia” que reúnem um conjunto de mídias em uma plataforma *online*, que permite ao PEM em formação realizar uma análise do processo de elaboração, desenvolvimento e reflexão de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório<sup>21</sup>.

Tendo em conta o potencial do recurso multimídia para a formação de PEM e suas contribuições para mobilização/construção de conhecimentos matemáticos para o ensino, justificamos a importância de analisar um caso multimídia que problematiza os conceitos de área e perímetro (e seu ensino), para a emergência de conhecimentos que devem ser mobilizados pelo PEM no ensino desses conceitos.

Portanto, o objetivo do presente artigo é analisar conhecimentos específicos matemáticos para o ensino de área a perímetro que podem ser mobilizados por PEM, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação. Os pressupostos teóricos que orientaram a análise baseiam-se nos três domínios do Conhecimento Específico do Conteúdo, discutidos por Ball, Thames e Phelps (2008), quais sejam: conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo no horizonte, e nos estudos de Duval (1998) sobre os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico.

<sup>19</sup> Mais informações disponíveis em: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/apresentacao.html>

<sup>20</sup> A partir daqui, quando escrevemos formação nos referimos tanto à formação inicial quanto à continuada.

<sup>21</sup> O Ensino Exploratório é uma perspectiva de ensino alternativa à tradicional, que privilegia o desenvolvimento de tarefas desafiadoras, a comunicação matemática, a reflexão e a colaboração em sala de aula (CANAVARRO, 2011; CYRINO, OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013).

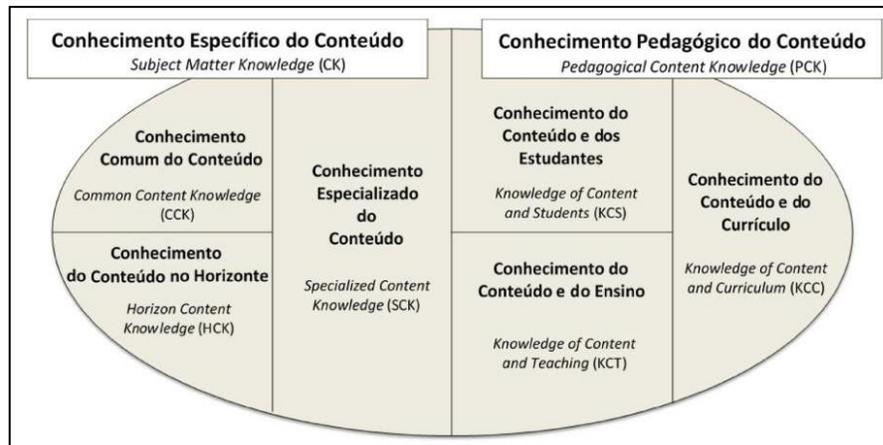
A seguir apresentamos esses pressupostos teóricos, os procedimentos metodológicos seguidos da análise e das considerações finais.

## CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Com base nas categorias de conhecimento propostas por Shulman (1986, 1987), Ball e seus colaboradores realizaram testes empíricos e desenvolveram seis domínios do conhecimento matemático necessários ao ensino. Esses pesquisadores salientam que ao descrever esse conhecimento, se referem ao “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar” (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 395).

A Figura 12 apresenta esses domínios, que partem de duas grandes categorias, nomeadamente, Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. A seguir discorremos a respeito das categorias de Conhecimento Específico do Conteúdo, que são utilizadas em nossa análise, nomeadamente conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo no horizonte.

**FIGURA 12: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO**



Fonte: Ribeiro e Oliveira (2015, p. 315), adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403)

O **Conhecimento Comum do Conteúdo**, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), é tido como aquele que não é exclusivo do ensino, ou seja, outros profissionais, além dos professores, possuem esse conhecimento em suas práticas. Reconhecer uma resposta errada, resolver tarefas matemáticas e identificar uma definição imprecisa são exemplos desse domínio. Vale ressaltar que Ball e seus colegas, ao utilizarem o termo “comum”, não estão se referindo que todos possuem esse conhecimento, mas sim que esse conhecimento não é exclusivo do ensino.

O **Conhecimento Especializado do Conteúdo** pode ser descrito como exclusivo do trabalho de ensino, o conhecimento matemático necessário apenas ao professor (BALL, THAMES E PHELPS, 2008). Por exemplo, escolher tarefas adequadas ao nível dos alunos, reconhecer a natureza de um erro, analisar se uma estratégia particular pode ser generalizada, avaliar rapidamente se as afirmações feitas pelos alunos são pertinentes ou não em relação aos conceitos matemáticos, adaptar conteúdos e tarefas presentes no livro didático para serem trabalhadas em sala de aula.

Esses dois domínios do conhecimento podem ser exemplificados ao se observar uma operação de subtração, por exemplo:  $307 - 168$ . A maioria das pessoas conhece um algoritmo para se chegar a resposta correta (Figura 13 – exemplo **a**) e podem também identificar respostas incorretas (Figura 13 – exemplos **b** e **c**), caracterizando um conhecimento comum do conteúdo.

**FIGURA 13: EXEMPLOS DE OPERAÇÕES DE SUBTRAÇÃO**

$\begin{array}{r} \overset{2}{3} \overset{9}{0} 7 \\ - 168 \\ \hline 139 \end{array}$	$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 261 \end{array}$	$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 169 \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------

Fonte: Adaptado de Ball, Thames, Phelps (2008, p. 396, 397)

No entanto, identificar que no exemplo **b** o aluno subtraiu os algarismos maiores dos menores, sem levar em consideração a relação entre as colunas, e que no exemplo **c** o aluno, ao tentar reagrupar o número, não se atentou para os valores posicionais, são tarefas exclusivas do ensino e necessárias ao PEM, pois permitem uma compreensão matemática específica para abordar as diferentes dificuldades dos alunos.

**Conhecimento do Conteúdo no Horizonte** é uma espécie de “visão periférica”, uma visão ampla do panorama matemático, capaz de proporcionar aos professores uma visão do horizonte matemático (BALL; BASS, 2009). Para os autores, se trata de um tipo de conhecimento específico do conteúdo que não é nem comum e nem especializado, mas que corrobora “uma espécie de consciência, sensibilidade, disposição que informa, orienta e relaciona culturalmente a prática instrucional” (BALL, BASS, 2009, p.5). Esse domínio de conhecimento “pode ajudar a tomar decisões sobre como, por exemplo, desenhar a reta numérica ou como

definir a expectativa de que a reta numérica irá se ‘preencher’ com mais e mais números” (BALL; BASS, 2009, p. 6).

No conhecimento do conteúdo no horizonte estão inseridos aspectos da matemática que não estão contemplados no currículo, mas que “são úteis ao aprendizado dos alunos, pois iluminam e conferem um senso compreensível do significado maior do que pode ser apenas parcialmente revelado na matemática do momento” (BALL; BASS, 2009, p. 6).

Esses autores exemplificam esse domínio de conhecimento relatando o caso de uma turma de primeiro ano na qual a professora trabalhava com a noção de área. A tarefa proposta por essa professora solicitava que os alunos contornassem suas mãos numa malha quadriculada e contassem o número de quadradinhos contidos nesse contorno. No entanto, um dos alunos surpreendeu a professora ao solicitar que ela fornecesse a eles uma malha quadriculada com quadradinhos menores, pois assim a contagem seria mais aproximada. O conhecimento do conteúdo no horizonte permitiu que a professora identificasse que o raciocínio do aluno era a base para os conceitos matemáticos de limite e integral e tomasse uma decisão adequada em relação a como e em que proporção usar esses conceitos. Assim, ela decidiu apresentar a ideia do aluno para toda a turma, que ficou intrigada, e realizar a mesma tarefa com uma malha quadriculada de quadradinhos menores.

Os conceitos matemáticos de limite e integral não estão presentes no currículo da Educação Básica, mas fazem parte do horizonte matemático e são necessários ao PEM. E, mesmo que esses conceitos não tenham sido explorados de maneira formal com a turma em questão, eles exemplificam “a importância de os professores ouvirem seus alunos e construírem pontes entre seus pensamentos e ideias fundamentais e práticas da disciplina” (BALL, BASS, 2009, p. 1).

### **O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO E OS PROCESSOS COGNITIVOS QUE ENVOLVEM O PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

Algumas pesquisas apontam que as dificuldades manifestadas pelos alunos em relação aos conceitos de área e perímetro estão associadas com a compreensão destes conceitos, os erros frequentes, o tratamento dado a esses conceitos em livros didáticos, e ainda problemas na própria formação de PEM no que diz respeito a esses conceitos (BATURO; NASON, 1996; CHIUMMO, 1998; MELO; BELLEMAIN, 2008; TELES; BELLEMAIN, 2008; SILVA; BELLEMAIN, 2011; FERREIRA; BELLEMAIN, 2012; SILVA; BELLEMAIN, 2012; TELES; BELLEMAIN, 2013;

CARVALHO; BELLEMAIN, 2015; COSTA; PINHEIRO; COSTA, 2016; SILVA, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018). Esses conceitos são considerados complexos, principalmente quando comparados.

Uma hipótese para as dificuldades manifestadas pelos alunos é o fato de os conceitos de área e de perímetro serem ensinados separadamente, sem relação entre eles e, posteriormente, comparados. Outra possibilidade pode estar relacionada com as tarefas utilizadas para o ensino destes conteúdos, as quais, muitas vezes, primam pelas fórmulas em detrimento da compreensão. Ou ainda ao uso de termos, palavras e/ou frases que não expressam o significado desses conceitos, mas sim o procedimento para tal, por exemplo: “perímetro é a soma de todos os lados”.

Chiummo (1998) argumenta, segundo suas análises, que se os conceitos de área e perímetro forem trabalhados inicialmente pelas fórmulas, isso tende a causar no aluno um obstáculo didático, impactando negativamente no modo como ele irá lidar com situações diferentes envolvendo esses cálculos. Ressalta ainda, que os alunos já possuem concepções *a priori* em relação a estes conceitos, e que são essas concepções que devem ser trabalhadas inicialmente pelos professores. Exemplos de erros comuns desses conceitos são

confusões entre grandezas (área e perímetro, massa e capacidade etc.), do uso inadequado ou da omissão de unidades de medida (expressar uma área usando centímetros, um perímetro em centímetros quadrados, entre outros), ou ainda da utilização de fórmulas inadequadas (como, por exemplo, multiplicar os comprimentos dos lados de um paralelogramo não retângulo). (BELLEMAIN, 2018, p. 4).

Esses erros foram observados pelos autores em avaliações de larga escala. Com isso, reafirmamos a ideia de que as fórmulas são necessárias no ensino deste conteúdo, mas não são suficientes, tendo em vista a importância de que o aluno saiba justificar seu uso e sua validade para cada caso específico. Outra possível implicação na aprendizagem dos conceitos de área e perímetro é o fato de estes serem trabalhados, na grande maioria das vezes, exclusivamente sob o ponto de vista numérico, ou mesmo primando um segmento em detrimento dos outros, de modo que não possibilite ao aluno identificar a relação e a articulação que os conceitos de área e perímetro têm com outras unidades temáticas (Geometria, Grandezas e Medidas e Álgebra, por exemplo).

O “conceito de área é uma noção matemática que permite comparar e medir a parte ocupada pelas superfícies” (TELES; BELLEMAIN, 2008, p. 3). Desse modo, podemos inferir que o conceito de área se relaciona com a Geometria. Relaciona-se também com os Números,

pois podemos medir a parte ocupada por uma superfície, ou ainda pensarmos a área enquanto número (real não negativo), embora ela não se restrinja a isso. A área pode ser entendida também como função, pois relaciona duas variáveis e, conseqüentemente está relacionada à álgebra, pois a sua fórmula pode ser entendida como uma representação algébrica que generaliza uma relação entre variáveis. É importante ressaltar que na construção conceito de área temos que

diferenciar a área de uma superfície da sua forma, considerando que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área; e distinguir área do número, onde a uma mesma superfície podem corresponder números diferentes associados às unidades de medida escolhidas, sem modificar a sua área. (DOUADY E PERRIN-GLORIAN, 1989, *apud* FERREIRA E BELLEMAIN, 2012, p. 4)

Já “o conceito de perímetro passa a ser um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico em si, que é a linha fechada” (BARBOSA, 2002, p. 32 *apud* SILVA; BELLEMAIN, 2011, p. 4). Assim, deve ser entendido como a medida do contorno de uma figura, a qual nem sempre é composta por segmentos de reta, mas também por curvas. Dai o problema de associar o perímetro somente com a soma dos lados, isso só vale para figuras não curvas. Esse conceito também se relaciona com os Números, por se tratar de uma medida, com a Geometria, por poder ser expresso em formas geométricas variadas, e com a Álgebra, por influência de sua generalização.

Nesse sentido, pautamo-nos nos estudos de Duval (1998) sobre os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico para identificar em que medida a geometria se relaciona com os conceitos matemáticos de área e perímetro. Para o autor, esse pensamento envolve três tipos de processos cognitivos: *visualização*, *construção* e *raciocínio*.

A *visualização* “refere-se a uma atividade cognitiva intrinsecamente semiótica, ou seja, nem mental nem física” (DUVAL, 1999, p. 7). Esse processo pode ser utilizado para ilustração de uma informação, para a exploração heurística de uma situação complexa, para um olhar sinóptico sobre um determinado objeto e para uma verificação subjetiva. Ele se faz presente nas tarefas que envolvem os conceitos de área e perímetro à medida que o aluno busca estratégias para a resolução por meio da ilustração. De certa forma, o que está proposto, na maioria das vezes, é algo que exige elevada demanda cognitiva, sempre objetivando intrinsecamente comparar a dada tarefa com a sua realidade e seus conhecimentos prévios.

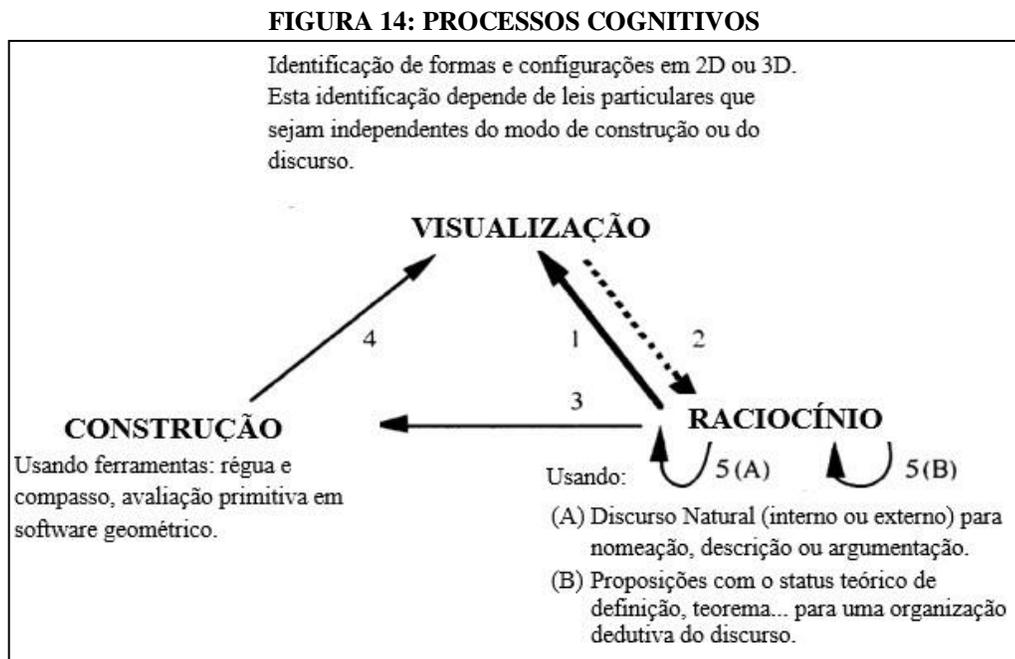
A *construção* consiste no uso de ferramentas, como régua e compasso, que possuem restrições técnicas, para construir/representar formas, que podem servir como modelo dos objetos matemáticos. Assim, “os processos de construção dependem apenas das conexões entre as

propriedades matemáticas e as restrições técnicas das ferramentas usadas” (DUVAL, 1998, p. 38). Esse processo cognitivo se faz presente no trabalho com os conceitos de área e perímetro ao passo em que é necessário construir figuras e/ou representações com medidas determinadas.

O *raciocínio*, por sua vez, diz respeito aos processos discursivos de extensão do conhecimento que envolvem prova e explicação. Ao *raciocínio* podemos relacionar, por exemplo, a argumentação, a dedução, as inferências e a justificação. No trabalho com área e perímetro, a justificativa para os resultados e afirmações apresentados pelos alunos é fundamental, pois além de fazer com que eles saibam a importância da argumentação e da prova em matemática, permite que eles desenvolvam o processo cognitivo do *raciocínio*.

Segundo Duval, esses três processos podem ser realizados separadamente. No entanto, a coexistência destes três processos de forma interconectada é o que garante ao sujeito a competência em Geometria.

Na Figura 14 apresentamos as interações cognitivas subjacentes envolvidas na atividade geométrica, ou seja, a forma como cada processo pode dar suporte ao outro.



Fonte: Duval (1998, p. 38).

As setas representam o suporte que um processo cognitivo pode dar ao outro em qualquer tarefa. A seta 2 está pontilhada porque nem sempre a *visualização* pode levar ao *raciocínio*, mas o *raciocínio* pode levar à *visualização* (seta 1) e à *construção* (seta 3). A *construção*, por sua vez, leva à *visualização* (seta 4). As setas 5(A) e 5(B) enfatizam que o

*raciocínio* pode se desenvolver de maneira independente, por meio do discurso natural (5A), ou seja, do caráter espontâneo dos argumentos e justificativas utilizados na realização de uma tarefa, e por meio do discurso dedutivo (5B), ou seja, aquele que exige o caráter de prova e demonstração, em outras palavras, exige rigor matemático. No entanto, podem existir outras relações entre os processos cognitivos que não se configuram como escopo da presente investigação, mas que podem ser exploradas em trabalhos futuros.

Acreditamos que as tarefas matemáticas que exploram os conceitos de área e perímetro devem ser elaboradas comparando sempre esses dois conceitos e salientando as particularidades de cada um, com a intencionalidade de estimular no aluno os três processos cognitivos, ou pelo menos algum desses processos.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente investigação tem o objetivo de analisar conhecimentos específicos matemáticos para o ensino que podem ser mobilizados por PEM, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação. Para tal realizamos um estudo qualitativo de cunho teórico e interpretativo.

O contexto de investigação é o referido caso multimídia, que diz respeito a duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, no quinto ano do Ensino Fundamental, com o conteúdo de área e perímetro. A professora Márcia Nagy<sup>22</sup> foi a protagonista do caso.

O Recurso Multimídia, segundo Rodrigues (2015), está em uma plataforma *online* e é composto por casos multimídias, desenvolvidos pelos membros do Gepefopem por meio de um projeto<sup>23</sup> de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UL), para a formação de PEM. Assim sendo, um caso multimídia

é constituído por vídeos de sala de aula associados a outros elementos, tais como, plano de aula, entrevistas com os professores, produções escritas dos alunos, questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma *online* (mediante *login* e senha) (CYRINO, 2016a, p. 83).

<sup>22</sup> Márcia Cristina Nagy é professora da Educação Básica da cidade de Cambé (SEED – PR) e doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PECEM/UEL.

<sup>23</sup> O projeto chamado "Rede de cooperação UEL/UL na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática", foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e Fundação Araucária e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UEL.

Tais vídeos de sala de aula são chamados de episódios no caso multimídia. O referido caso pode ser utilizado percorrendo as seções horizontais (Figura 15), quais sejam: “introdução do caso multimídia”, “antes da aula”, “a aula”, “reflexão após a aula” e “colocar em prática”, e para cada seção horizontal existem seções verticais específicas, exceto para a seção “colocar em prática”.

**FIGURA 15: PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia    Antes da aula    A aula    Reflexão após a aula    Colocar em prática

**Contexto**

O colégio

A professora

**A turma**

Como usar o caso

Autoria

**A turma**

A aula foi desenvolvida em fevereiro de 2016, com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, constituída por 20 alunos (13 meninas e 7 meninos), com idade entre 10 e 13 anos. Todos estavam cursando o 5º ano pela primeira vez. Era uma turma que gostava de conversar, mas era participativa e compromissada com os estudos. Os alunos se empenhavam na realização das tarefas propostas e, em geral, apresentavam bom rendimento escolar. Era a primeira vez que a professora trabalhava com essa turma.

Fonte: [rmfp.uel.br](http://rmfp.uel.br)

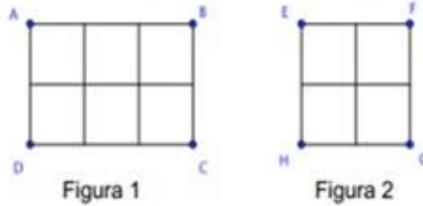
Na seção “introdução do caso multimídia”, é apresentado o contexto da aula que foi videogravada: informações sobre o colégio, a turma e a professora; instruções de como usar o caso; e os responsáveis pela sua autoria. Na seção “antes da aula”, são apresentadas as tarefas que compõem o referido caso e todo o processo de planejamento (subdividido em fases) das aulas pela professora, que podem ser acessados por meio das seções verticais. As tarefas estão disponíveis para *download* em arquivo no formato PDF, assim como a produção escrita dos alunos e todo material que foi transcrito (entrevistas e vídeos de aula). O planejamento da professora é apresentado por meio de seus planos de aula e de excertos das gravações em áudio das entrevistas realizadas com a professora protagonista do caso, antes da aula.

Em todas as seções são propostas questões problematizadoras, exceto na seção “introdução do caso multimídia”, que podem ser respondidas em um quadro na própria plataforma. Ao clicar no botão de “salvar” é criado um arquivo no formato PDF que poderá ser salvo pelo professor em formação e enviado para o formador. Estas questões possibilitam que o professor reflita e discuta as potencialidades de cada fase da aula com o formador e com os colegas.

Para a Aula 1 foi utilizada a Tarefa 1 (Figura 16). E, para a Aula 2 foi utilizada a Tarefa 2 (Figura 17).

**FIGURA 16: TAREFA 1 - EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS**

1. Desenhe no quadriculado abaixo alguns retângulos ou quadrados com lados de tamanhos diferentes, como nos dois exemplos seguintes.



2. Anote na tabela a seguir quantas unidades tem cada lado da figura (base e altura) que você desenhou, o perímetro e quantos quadradinhos foram formados no seu interior.

Figura	Base (lado da figura)	Altura (lado da figura)	Perímetro (contorno da figura)	Área (nº total de quadradinhos da figura)
1 - Retângulo ABCD				
2 - Quadrado EFGH				

- a) Como você faria para saber o perímetro (sem contar)? Explique  
 b) É possível descobrir qual a área da figura (retângulo ou quadrado) sabendo quantas unidades têm em cada lado, sem contar os quadradinhos no seu interior? Dê alguns exemplos.

**FIGURA 17: TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA**

Uma fazenda com formato retangular passou a pertencer a quatro pessoas, como representado na figura a seguir:

Leia o diálogo entre duas dessas pessoas:

**Moura:** Caro Alves, vou cercar meu terreno.

**Alves:** Também estou pensando em fazer o mesmo.

**Moura:** Como os nossos terrenos têm a mesma área, então poderíamos comprar o material juntos e depois dividiríamos a despesa ao meio. O que você acha?

**Alves:** Deixe-me pensar! Vou falar com a minha esposa e depois te dou uma resposta.

**Moura:** Preciso que você decida já porque vou agora comprar o material!

1. Que decisão o senhor Alves deve tomar? Justifique sua resposta.
2. Algum dos outros vizinhos poderia dividir igualmente a despesa com o senhor Moura de modo que ninguém fique prejudicado? Justifique a sua resposta.

Fonte: rmfpu.uel.br

Foram analisados todos os elementos de todas as seções desse caso multimídia com vistas a identificar o potencial deste caso para a emergência de conhecimentos específicos matemáticos a respeito de área e perímetro, necessários para o ensino de matemática, em um contexto de formação de PEM. Para a análise, utilizamos os domínios do conhecimento específico matemático para o ensino, discutido por Ball, Thames e Phelps (2008), Ball e Bass (2009) e os estudos de Duval (1998) sobre os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico articulado ao conteúdo de área e perímetro.

### **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DE ÁREA E PERÍMETRO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NO TRABALHO COM O CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

Nossa análise está organizada de acordo com os domínios do conhecimento específico de área e perímetro, quais sejam: conceito de área e perímetro (conhecimento comum do conteúdo), conhecimentos específicos do professor a respeito de área e perímetro (conhecimento especializado do conteúdo), e visão do professor a respeito de área e perímetro (conhecimento do conteúdo no horizonte). Buscamos evidenciar também, ações da professora protagonista do caso que podem ser exploradas pelo formador na utilização do caso em programas de formação.

- **Conceitos de área e de perímetro**

Os conceitos de área e de perímetro podem ser mobilizados pelo professor em formação na seção “antes da aula”, na medida em que é ele resolve as tarefas apresentadas na FIGURA 7 e na FIGURA 8. É esperado que ele apresente uma ou mais resoluções para as Tarefas e responda as questões (Figura 18), assente no que se espera que o aluno faça.

**FIGURA 18: SEÇÃO ANTES DA AULA - A TAREFA**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia | **Antes da aula** | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

A tarefa

- aula 1
- aula 2

Planejamento

Quadro síntese

**aula 1**

Tarefa 1 .pdf pdf | 71.57 KB

1. Resolva a tarefa
2. Que ideias matemáticas foram mobilizadas ao resolver essa tarefa?
3. Que estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos na resolução dessa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

Gravar/Imprimir

Fonte: rmfp.uel.br

Já na seção “A aula”, na fase de desenvolvimento da tarefa, os professores em formação podem observar que alguns alunos chegam a respostas incorretas ou incompletas. Essa **identificação de respostas erradas e/ou conceitos imprecisos** também faz parte deste domínio do conhecimento. Por exemplo, na Figura 19 há uma resposta com uma confusão conceitual, apresentada pelo aluno Carlos ao responder item 1 da Tarefa 2.

**FIGURA 19: RESOLUÇÃO CARLOS<sup>24</sup>**

1) Que decisão o senhor Alves deve tomar? Justifique a sua resposta.

Ele não deve concordar porque ele teria de pagar mais porque o terreno dele é menor, mais, e +, ele não deveria ter concordado...  
 Nós pegamos um mal não deu porque nós deveríamos usar o perímetro.

Fonte: rmfp.uel.br

A escrita do Carlos mostra uma confusão conceitual em relação à área e ao perímetro, pois ao dizer que o terreno é menor ele se refere à área, quando na verdade o que deve ser levado em consideração na tarefa é o perímetro. Essa identificação de problemas na resposta é característica da mobilização dos conceitos de área e perímetro, que são mobilizados no trabalho de ensino, mas que não são exclusivos ao professor, ou seja, outras pessoas poderiam identificar este problema. A justificativa apresentada logo abaixo foi feita após os questionamentos da professora protagonista do caso.

A resolução do item 2 da Tarefa 1 foi feita corretamente pela aluna Kethelyn, conforme Figura 20.

**FIGURA 20: RESOLUÇÃO KETHELYN**

2. Anote na tabela a seguir quantas unidades tem cada lado da figura (base e altura) que você desenhou, o perímetro e quantos quadradinhos foram formados no seu interior.

Figura	Base (lado da figura)	Altura (altura da figura)	Perímetro (contorno da figura)	Área (nº de quadradinhos)
1- retângulo ABCD	3	2	10	6
2 - quadrado EFGH	2	2	8	4
3- Retângulo IJKL	4	3	14	12
4 Retângulo MNPQ	5	2	14	10
5) Quadrado QRST	3	3	12	9
6) Quadrado UVWX	4	4	16	16

Fonte: rmfp.uel.br

<sup>24</sup> Transcrição: *Ele não deve concordar porque ele teria de pagar mais porque o terreno dele é menor. Nós pegamos área mas não deu porque nós deveríamos usar o perímetro.*

A identificação de respostas corretas também faz parte desse domínio do conhecimento, pois permite que a professora protagonista verifique se a resposta dada pela aluna ao preencher a tabela está correta. Muitas vezes essa verificação deve ser feita rapidamente, exigindo do professor mais habilidade com esse domínio de conhecimento.

- **Conhecimento específico do professor a respeito de área e perímetro**

Na seção “antes da aula”, tanto para a Tarefa 1 quanto para a Tarefa 2, foram apresentadas as seguintes questões problematizadoras “Que conteúdos matemáticos foram mobilizados ao resolver essa tarefa?” e “Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?”, que exigem do professor em formação a mobilização do *conhecimento especializado do conteúdo* a respeito de área e perímetro, pois se trata do trabalho necessário apenas ao professor, que envolve a seleção de tarefas adequadas e a identificação de suas potencialidades.

Evidências deste domínio do conhecimento também estão na fase de planejamento, nas entrevistas realizadas com a professora protagonista, na seção “Antes da aula” da Aula 1, onde ela apresenta as intencionalidades e possibilidades que o trabalho com a perspectiva do Ensino Exploratório permite à aula.

*Eles podem trabalhar a argumentação, por meio do trabalho em grupo. Eles vão argumentar, eles vão justificar o que fizeram. Eles podem ouvir o que o colega tem a dizer, que às vezes em um outro tipo de tarefa (...) talvez não aconteça. Nesse tipo de tarefa, que envolve mais exploração, eles têm possibilidades diferentes de trabalho entre eles, de constituição de conhecimento.*

Nesse excerto da entrevista, a professora protagonista apresenta reflexões a respeito da escolha da tarefa com características exploratórias. Argumenta a respeito de aspectos como: argumentação, trabalho em grupo, justificação, diálogo entre os alunos para a constituição do conhecimento matemático. Estes aspectos são característicos do trabalho que é único do ensino, e permitem ao (futuro) professor em formação um (re)pensar a sua prática.

Outros aspectos para serem considerados num contexto de formação, em relação ao conhecimento específico de área e perímetro, é o fato da Tarefa 1, escolhida pela professora, ir para além da **exploração dos conceitos numéricos de área e perímetro, mobilizando também os pensamentos algébrico e geométrico.**

O pensamento algébrico é mobilizado à medida que o aluno é desafiado a buscar uma forma de **calcular o perímetro e a área sem contar os lados do quadradinho e os quadradinhos, respectivamente**, estimulando-o a generalizar e buscar padrões de acordo com as informações que possui.

No que se refere ao pensamento geométrico, a Tarefa 1 possibilita que o aluno (ou o professor em formação) desenvolva os três processos cognitivos discutidos por Duval (1998): visualização, construção e raciocínio. O **processo de visualização é oportunizado pelas figuras construídas na malha quadriculada** no item 1, uma vez que por meio delas o aluno é levado a realizar uma verificação subjetiva que o permita **construir outras figuras diferentes, mas com as mesmas características das anteriores**. O **raciocínio** é possibilitado no item 2a e 2b nos quais o aluno precisa **argumentar e justificar suas respostas e deduções**.

A professora protagonista também apresenta alguns objetivos para a Tarefa 2 na seção “Antes da aula”, subseção “Intenções e finalidades da aula”.

*O que difere nessa (Tarefa 2 em relação a Tarefa 1), é que aqui eles podem aprender que não necessariamente o fato de uma figura ter a mesma área que a outra é garantia de que elas terão perímetros iguais, e vice-versa.*

Na Tarefa 2, o foco é **distinguir a área do perímetro**, identificando que **nem sempre figuras de mesma área têm perímetros iguais e vice-versa**. Esta tarefa mobiliza pensamento geométrico, nomeadamente, os processos de *visualização* e *raciocínio*. *Visualização*, pois a tarefa fornece a uma ilustração para a informação e os alunos a utilizam para uma exploração heurística, com vistas a buscar soluções para o que é proposto. E *raciocínio*, uma vez que os alunos precisam explicar as inferências realizadas para chegar a uma solução válida. Novamente é interessante que o formador ressalte esse potencial da tarefa, de modo que o professor em formação, ao escolher tarefas que envolvam esses conceitos, leve em consideração se ela terá potencial para mobilizar os processos cognitivos que envolvem o pensamento geométrico.

Na seção “A aula”, durante o desenvolvimento da tarefa pelos alunos nos pequenos grupos, a professora protagonista interage com os alunos nos grupos com o objetivo de “questionar, orientar e provocar o aluno quanto à resolução da tarefa, promover e mediar a interação entre os alunos, manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos, solicitar justificativas para as resoluções e representações utilizadas (corretas ou não) [...]” (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 86), entre outras ações desenvolvidas durante o monitoramento da tarefa, realizando um trabalho que é exclusivo do ensino.

No excerto a seguir, transcrito do episódio 7 da Aula 1, é possível observar a intervenção da professora protagonista em um dos grupos, quando os alunos tentam resolver as tarefas de **cálculo do perímetro do quadrado apenas por adição**, alcançando o objetivo da professora, que era a **dedução de uma possível fórmula**.

- Professora:* [...] Vamos supor que tivesse um quadrado e que ele mede 5 de base e 5 de altura. Como que você poderia pensar, só sabendo as medidas do lado dele? Qual seria o perímetro? Tem um jeito de descobrir isso?
- Vítor:* Ahã (sim).
- Professora:* Como?
- Vítor:* Se aqui tem 5. Espere aí. Aqui tem 5 e aqui tem 5. É só eu fazer mais 5 em cima e mais 5 aqui.
- Professora:* Que dá quanto?
- Vítor:* vinte.  
[...]
- Professora:* E tem jeito de fazer (somente) uma conta? Ou só com desenho?
- Vítor:* Tem.
- Professora:* Como que seria essa conta?
- Vítor:* hum... Peraí, Peraí. Como é um quadrado, o quadrado tem 4 lados. Aí é só fazer vezes... vezes quatro.

Estas intervenções demandam conhecimentos específicos de matemática (BALL, THAMES E PHELPS, 2008), que podem e devem ser mobilizados no trabalho de formação de PEM, pois é imprescindível que o (futuro) professor estimule e permita que seus alunos consigam **identificar padrões em situações matemáticas, generalizando os resultados** e criando autonomia. Ainda na seção “A aula”, no que diz respeito à fase de sistematização, podemos dizer que a sua realização também possibilita discussão sobre o conhecimento especializado do conteúdo (BALL, THAMES E PHELPS, 2008), uma vez que a ênfase é dada ao ensino e à aprendizagem dos alunos, no intuito de analisar se houve compreensão. Vale ressaltar que a falta de sistematização pode fazer com que o aluno não reconheça que tenha estudado determinado conteúdo, por observa-se na descrição de um excerto do episódio 10 da Aula 2.

- Professora:* [...] aqui eu coloquei uma tabela para a gente analisar e responder às duas perguntas. Observe que eu coloquei o nome de cada proprietário, depois eu coloquei a área, que é a quantidade de quadradinhos, [...] a unidade que a gente está usando e o perímetro que é o contorno da figura.  
[...]
- Professora:* na questão: duas figuras de área igual têm necessariamente o mesmo perímetro?
- Alunos:* Não
- Márcia:* E em que situação que a gente viu isso nessa tarefa?
- Aluna:* Na 1, o senhor Alves e o (senhor) Moura têm o mesmo, têm a mesma área mas não têm o mesmo perímetro.  
[...]
- Professora:* E na outra questão, [...] duas figuras de perímetro igual vão ter a mesma área?

Alunos: Não.  
 Márcia: Não? Aonde que a gente percebe isso na tarefa?  
 Alunos: Na.. no senhor... no Moura e no Ilídio.

A interação da professora com os alunos evidencia o relacionamento e **comparação dos conceitos de área e perímetro**, avaliando os comentários feitos pelos alunos e validando suas respostas. Essa fase da aula deve ser evidenciada pelo formador, pois é o momento em que o professor relaciona o que foi apresentado pelos alunos, ou seja, seus discursos naturais, com o rigor matemático deste conteúdo.

Na seção “Reflexão após a aula” a professora protagonista do caso analisa seu plano de aula em relação às aulas ministradas na perspectiva do Ensino Exploratório, ou seja, no sentido de verificar se os objetivos foram alcançados e quais foram os desafios enfrentados.

O trecho a seguir faz parte da reflexão sobre o desenvolvimento da tarefa.

*Durante a elaboração do plano de aula, eu havia pensado que para a questão 1, que as crianças iriam perceber num primeiro momento que a área não era importante, precisariam calcular o perímetro e fariam isso para cada um dos terrenos e comparariam essa informação. Quando o grupo da Maria apresentou na resolução que (...) o terreno do Moura e do Ilídio (...) tem uma parte comum, então não precisa fazer duas vezes o muro, (...) me surpreendeu.*

Este tipo de reflexão é única do trabalho do ensino. Na exploração do caso, o professor em formação pode pensar a respeito da importância de (re)pensar sua prática.

Na última seção do caso multimídia, “Colocar em prática”, a proposta é que o professor em formação desenvolva e grave uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Com isso, além de possível, é essencial a mobilização de conhecimentos necessários ao professor de acordo com o conteúdo que ele escolher trabalhar.

- **Visão do professor a respeito de área e perímetro**

O *conhecimento do conteúdo no horizonte* talvez seja o mais complexo para se encontrar indícios, pois não é o tipo de conhecimento que o professor precisa explicar aos alunos. Trata-se da visão que o professor tem em relação ao panorama matemático. No caso multimídia, encontramos indícios desse conhecimento que podem ser explorados pelo formador na seção “a aula” são exibidos excertos das gravações das aulas, a produção escrita dos alunos, bem como questões problematizadoras.

No desenvolvimento da Tarefa 1, a professora do caso questiona os alunos com o intuito de que eles deduzissem a fórmula para o cálculo do perímetro do quadrado, uma das alunas, Ketlin, deu uma resposta inesperada para ela.

*Maria:* *Aí ficou 3 em cada lado. Ai não precisa contar os quadrados. Você só faz a conta na cabeça. 3 vezes é... 4 vezes 3 que dá 12.*

*Professora:* *Por quê?*

*Maria:* *Porque o 3 aparece quatro vezes no lado do quadrado.*  
[...]

*Professora:* *Isso. No outro era 4 vezes 3 e nessa é 4 vezes 4. E se ao invés de 3 ou 4 fosse 5 como que você faria Maria?*

*Maria:* *5?*

*Professora:* *É*

*Maria:* *Peraí professora.*

*Kethelyn:* *3 vezes o 5 que ia dar 15.*

*Professora:* *por que 3 vezes 5?*

*Kethelyn:* *Porque ia dar 15. Porque na continha do 5 não tem nenhuma continha que dá 16. [...] Por que a professora disse assim... no terceiro ano... a professora disse que... se você chegar a uma continha que não dá essa continha você tem que fazer a continha mais próxima que dá ele.*

Quando Ketlin diz que a resposta é 15 e relaciona isso à “continha do 5” (tabuada do 5) pode ser que ela tenha dividido o 16, que era o perímetro do quadrado de lado 4, por 5. Nessa situação, o *conhecimento do conteúdo no horizonte* pode permitir ao professor “olhar para trás”, na terceira série (como a própria aluna menciona), e buscar meios de fazer com que a aluna compreenda o cálculo do perímetro, ao invés de anunciar que a resposta está errada. Mesmo que neste episódio a professora protagonista do caso não o tenha feito, cabe ao formador chamar a atenção para este fato e questionar os professores em formação sobre o que eles fariam de diferente nessa situação.

No excerto a seguir da entrevista após a aula, a professora protagonista reflete sobre o questionamento que fez aos alunos em relação a Tarefa 1, na qual ela perguntou qual das figuras era o quadrado e qual era o retângulo. Isso também nos mostra, mesmo que de forma tímida, esse domínio de conhecimento.

*[...] se pararmos para pensar as duas (figuras), elas são retangulares, elas têm características de retângulo. Só que trazer (esse conceito) para a discussão, naquele momento, com esses alunos seria complicado porque a gente perderia o foco da tarefa em questão. Então num momento posterior ou em outras tarefas seria adequado discutir com as crianças essa questão de que o quadrado ele também tem características pertencentes ao retângulo e vice e versa isso não acontece [...].*

Ao considerar as possibilidades que tem e o objetivo principal da aula, a professora protagonista faz uma escolha assente na visão do panorama matemático que possui, pois considera que iniciar, naquele momento da aula, uma discussão sobre as características das

figuras geométricas não seria adequado. Mas que essa discussão deve ser feita em um momento posterior, com outra tarefa.

### **SÍNTESE DOS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO CONTEÚDO E AÇÕES DA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO**

Desse modo, consideramos complexo identificar os domínios do conhecimento específico de matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; BALL; BASS, 2009) e acreditamos que isso só se fez possível devido ao potencial das mídias presentes no caso multimídia (plano de aula, vídeo, entrevistas realizadas com a professora protagonista antes e após a aula).

No Quadro 3 apresentamos a síntese dos domínios dos conhecimentos específicos matemáticos, associados às ações que explicitam o conhecimento da professora protagonista do caso e as seções onde aparecem.

**QUADRO 3: DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO ESPECÍFICO QUE PODEM SER MOBILIZADOS NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

<b>Domínios do Conhecimento Específico do Conteúdo</b>	<b>Ações que explicitam o conhecimento da professora protagonista do caso</b>	<b>Seções do multimídia que permitem mobilização do conhecimento específico</b>
<b>Conceito de área e perímetro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- identificar respostas erradas e/ou conceitos imprecisos</li> <li>- identificar respostas corretas</li> <li>- resolver as tarefas que propõe aos alunos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolução das tarefas na seção “Antes da aula”</li> <li>- Identificação de respostas erradas e corretas na seção “A aula”</li> </ul>
<b>Conhecimento específico do professor a respeito de área e perímetro</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- identificar conteúdos que podem ser mobilizados para resolver a tarefa</li> <li>- identificar as potencialidades matemáticas das tarefas para a aprendizagem dos alunos</li> <li>- selecionar tarefas adequadas para mobilização do conceito de área e perímetro</li> <li>- analisar as intencionalidades e possibilidades que o trabalho com a perspectiva do Ensino Exploratório permite para construção do conceito de área e perímetro</li> <li>- refletir a respeito da escolha da tarefa com características exploratórias</li> <li>- defender a importância de o aluno argumentar, trabalhar em grupo, justificar, dialogar para a</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Respostas às questões problematizadoras na seção “Antes da aula”</li> <li>- Análise das resoluções dos alunos, na seção “A aula”</li> <li>- Na seção “Sistematização do conteúdo”</li> <li>- Refletir sobre a prática na seção “Reflexão após a aula”</li> </ul>

	constituição do conhecimento matemático - problematizar outros modos de calcular o perímetro de um quadrado, além da soma dos lados - sistematizar com os alunos os conteúdos estudados - (re)pensar sua prática	
<b>Visão do professor a respeito de área e perímetro</b>	- “olhar para trás” mediante um erro do aluno - não ter desencadeado discussão sobre as características das figuras geométricas	- Acompanhamento das respostas e argumentações dos alunos durante o desenvolvimento da tarefa na seção “A aula”

Fonte: As autoras

As poucas evidências dos *conceitos de área e perímetro* podem estar relacionadas ao foco do caso multimídia, que é a formação de PEM e o ensino de matemática, ou seja, as evidências desse domínio do conhecimento ficam implícitas nas ações e reflexões da professora protagonista. Além disso, nessa perspectiva, os erros dos alunos não são simplesmente apontados, mas sim discutidos. Por esses mesmos motivos, o *conhecimento a respeito de área e perímetro específicos do professor* é evidenciado em todas as seções do caso multimídia.

Por fim, a *visão do professor a respeito de área e perímetro* é um dos domínios mais complexos de se encontrar indícios, pois necessita de questionamentos específicos que busquem identificar o que o professor pensou ao realizar determinada ação, ou seja, qual a relação estabelecida por ele em relação ao conteúdo matemático e em que medida isso influenciou sua ação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pensar em formas alternativas para a Formação de PEM é o desafio de muitos pesquisadores da área, tendo em vista as exigências atuais do ensino, às mudanças nos documentos que regem os conteúdos do currículo e à calamidade em que se encontra nosso contexto educacional e político. A categorização dos conhecimentos necessários para o ensino de matemática é importante para o formador possa estar atento para que os aspectos desses conhecimentos não passem despercebidos.

Assim, concluímos que o Caso Multimídia “Explorando perímetro e área” se configura como uma ferramenta promissora no que se refere à aprendizagem profissional do PEM, uma vez que permite a emergência dos três domínios do conhecimento específico matemático necessário

ao ensino. Esses domínios do conhecimento, embora possam ser discutidos separadamente, estão interconectados. A perspectiva do Ensino Exploratório favorece a análise desses domínios e, dessa forma, é uma perspectiva com grande potencial para a formação de PEM.

Descobrir quais são os conhecimentos matemáticos necessários para o ensino pareceu durante muito tempo ser o cerne do que seria ser um “bom professor”. No entanto, consideramos que é preciso aliar a esses conhecimentos a importância e a influência que as emoções têm na profissão docente e o impacto que elas podem causar no ensino e na aprendizagem profissional de PEM.

## REFERÊNCIAS

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.

BALL, D. L.; BASS, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners’ mathematical futures. **Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg**, Germany, March 1–4, 2009.

BATURO, A.; NASON, R. Student Teachers’ Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement. **Educational Studies in Mathematics**, Belgium, v. 31, n. 3, p. 235-268, oct. 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar Grandezas e Medidas na Educação Básica. **Em teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. UFPE, v. 9, n. 1, p. 1 – 16, 2018.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, p. 11-17, 2011.

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas:** capacitação para professores do Ensino Fundamental. São Paulo. 1998. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 2, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. 1. ed. Londrina: EDUEL, 2016b. 222 p.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas** (pp. 19-32). Londrina, Brasil: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016.

DAY, C.; GU, Q. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: Sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford review of education**, v. 33, n. 4, p. 423-443, 2007.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Um Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, p. 387 – 424, 1989.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21<sup>st</sup> Century: An ICMI Study**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 37-52 (v. 5).

FERREIRA, L. F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. In: 3º SIPEMAT. **Anais...** 2012.

MELO, M. A. P; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

MOTA, H. D. F. **Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório**. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing the knowledge of inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: A study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, p. 19-53, 2013.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. e. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 44, p. 311-327, jul./dez. 2015.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um Grupo de Estudos e Pesquisa na elaboração de um Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2015. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1-22, 1987.

SILVA, S. M. F.; **Formação de Professores dos Anos Iniciais**: Uma Investigação sobre os Conhecimentos para o Ensino de Área e Perímetro de Figuras Planas. 2016. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, J. V.G.; BELLEMAIN, P. M. B. Comprimento, perímetro e área em livros didáticos brasileiros de 6º ano. In: XIII CIAEM, **Anais...** Recife, Brasil, 2011.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. Fórmula de área para otimização: um olhar sob a ótica das imbricações entre Campos Conceituais. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n. 31, p. 4 – 13, 2013.

---

## CAPÍTULO III

---

### **ANÁLISE DAS REFLEXÕES MANIFESTADAS PELA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

**Resumo:** Este estudo tem como objetivo discutir as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após duas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório, em um 5.º Ano do Ensino Fundamental. As análises foram feitas de acordo com os níveis de reflexão (técnica, deliberada e crítica) e com os objetos de reflexão (*self*, prática e alunos), propostos por Muir e Beswick (2007). Os resultados apontam que a perspectiva de ensino adotada permitiu à professora alcançar o nível mais elevado de reflexão, especialmente após ela analisar os vídeos das aulas. Os poucos indícios de descrições técnicas em detrimento das reflexões deliberadas e reflexões críticas identificadas nos mostram que a perspectiva do Ensino Exploratório, aliada ao uso de vídeos e ao caso multimídia, é potencial para a aprendizagem profissional do professor que ensina matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Reflexão; Aprendizagem Profissional; Área e Perímetro.

### **ANALYSIS OF THE REFLECTIONS MANIFESTED BY THE MULTIMEDIA CASE PROTAGONIST TEACHER “EXPLOITING PERIMETER AND AREA”**

**Abstract:** This study aims to discuss the reflections promoted by the teacher protagonist of the multimedia case "Exploring perimeter and area", before and after two classes developed from the perspective of Inquiry-based teaching, in a 5<sup>th</sup> year of Primary Education. The analysis were made according to the levels of reflection (technical, deliberate and critical) and with the objects of reflection (self, practice and students), proposed by Muir and Beswick (2007). The results show that the adopted teaching perspective allowed the teacher to reach the highest level of reflection, especially after analyzing the videos of the classes. The few indications of technical descriptions to the detriment of the deliberate and critical reflections identified show us that the Inquiry-based teaching perspective, allied to the use of videos and the multimedia case, is potential for the professional learning of the teacher who teaches mathematics.

**Keywords:** Mathematics Education; Reflection; Professional Learning; Area and Perimeter.

## INTRODUÇÃO

Os trabalhos que evidenciam a importância da reflexão, ou de ser reflexivo, são inúmeros e amplamente discutidos em diversas áreas de estudo e pesquisa, como é o caso da formação de professores (D'AMBROSIO, 1986; DAY, 1999; DEWEY, 1933; ESTEVAM; CYRINO, 2017; KEMMIS, 1985; MUIR; BESWICK, 2007; SCHÖN, 1983; VAN MANEM, 1977). Esses trabalhos advogam a importância do professor reflexivo, da reflexão na ação e de seus benefícios para a aprendizagem profissional do professor. Van Manen (1977), ao propor a existência de três níveis reflexivos (nível técnico, prático e crítico) para a prática docente, ressalta a relevância deles na tomada de decisões de forma sustentada.

Além disso, considerando o cenário no qual vivemos, permeado de caos e incertezas, principalmente no que diz respeito ao cenário político, o papel do professor torna-se cada vez mais complexo e dinâmico em qualquer contexto em que ele esteja inserido. O professor é levado a tomar decisões rapidamente e a justificar suas atitudes. Nesse sentido, é significativo que o professor exercite sua capacidade de refletir *na* prática e *sobre a* prática, buscando promover mudanças nos contextos dos quais faz parte, principalmente em sala de aula. Embora muito se discuta sobre essa temática, é preciso fornecer elementos que direcionem as reflexões do professor em formação, no sentido de explicitar a importância de suas reflexões para a prática docente.

As possibilidades de reflexão são ampliadas na medida em que o professor observa as frustrações e as satisfações de sua prática, analisando-as e criticando-as sempre. Para tanto, o uso de vídeos em processos de formação se configura como uma ferramenta potencial (ESTEVAM; CYRINO, 2017), sendo ainda mais explorada quando aliada ao recurso multimídia, que possui questões problematizadoras pensadas intencionalmente para promover a reflexão do professor em formação.

Neste artigo temos como objetivo discutir as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após duas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório. Nossas análises estão estruturadas de acordo com os níveis de reflexão propostos por Muir e Beswick (2007), nomeadamente: reflexão técnica, reflexão deliberada e reflexão crítica, analisados na próxima seção. Em seguida, apresentamos os procedimentos metodológicos, a análise e as considerações finais.

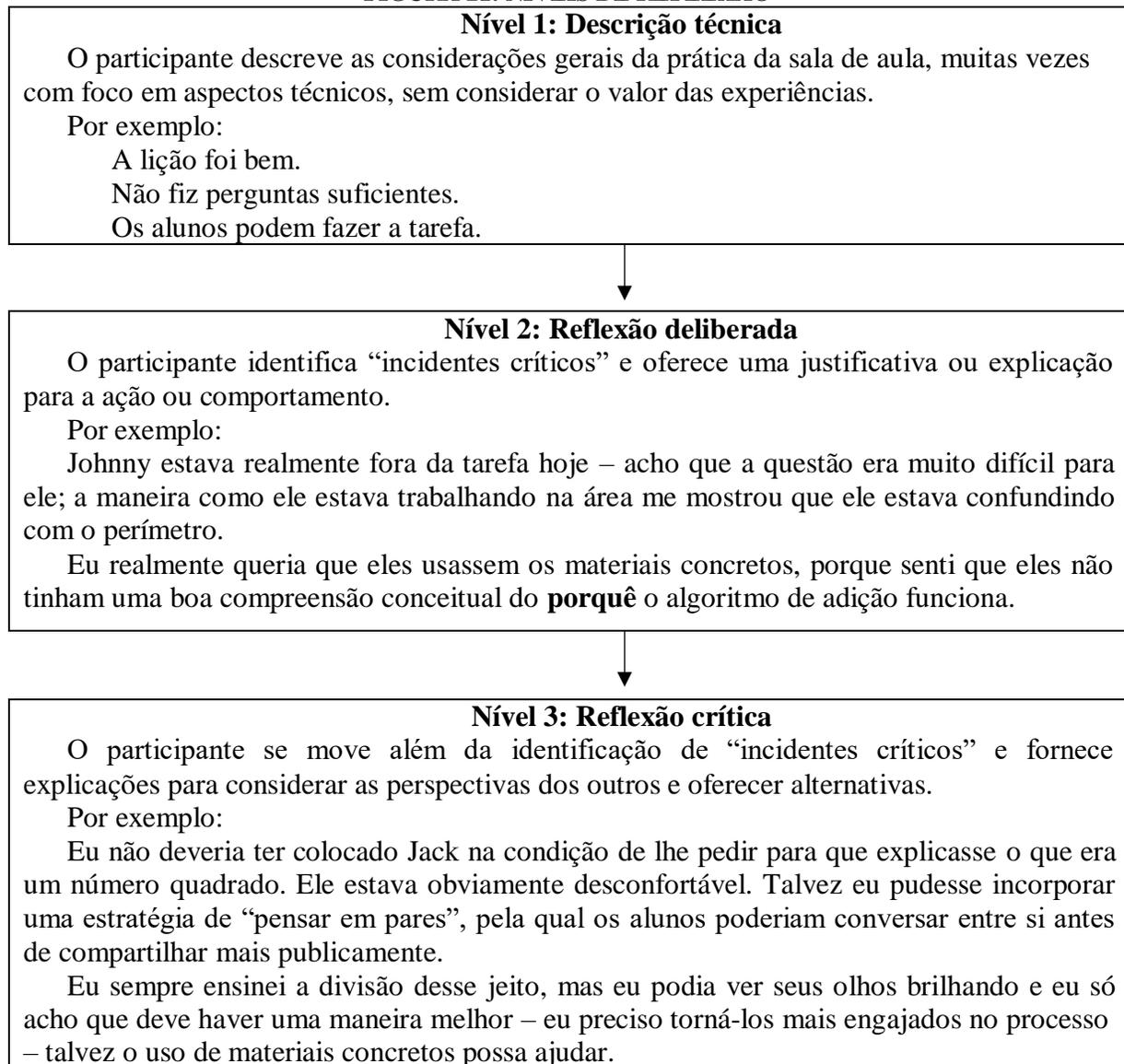
## REFLEXÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nos últimos anos, o Gepefopem se dedicou ao estudo de contextos de formação (inicial e continuada) tendo em vista, entre outros aspectos, a aprendizagem profissional do professor que ensina matemática (PEM) (BALDINI, 2014; CALDEIRA, 2010; NAGY, 2013; OLIVEIRA; CYRINO, 2013). Isso se faz necessário uma vez que cursos de formação, cujo foco está em aspectos técnicos, têm mostrado resultados pouco satisfatórios.

Muir e Beswick (2007) chamam a atenção para as exigências decorrentes de ser professor no século XXI, ressaltando a necessidade de programas de aprendizagem profissional contínuos. De acordo com os autores, raramente sessões “únicas” possibilitam mudanças expressivas na prática pedagógica, uma vez que a aprendizagem profissional não se dá apenas em cursos de formação institucionalizados, mas sim perpassa toda ação pedagógica do professor. O papel do formador também é de extrema importância neste processo de formação. Assim, consideramos fundamental discutir o potencial que a reflexão tem em contextos de formação para possibilitar formas alternativas para a aprendizagem profissional do PEM.

Na nossa tradição cultural a palavra “reflexão” sugere pensamento sério e austero distante da ação, com conotações próximas de meditação e introspecção. Neste caso está a falar-se de um processo mental que acontece quando se olha para determinadas ações do passado. [...] Em educação, este termo tem sido usado com diversas significações e há necessidade de o redefinir de forma a clarificar o seu sentido e o entendimento que dele fazemos. (OLIVEIRA, SERRAZINA, 2002, p. 30)

Alguns autores consideram haver níveis de reflexão (DAY; 1999; MUIR; BESWICK, 2007; VAN MANEN, 1977), que normalmente são hierárquicos e abordam aspectos da aprendizagem profissional do professor. Muir e Beswick (2007), em um estudo que desenvolveram sobre aprendizagem profissional de professores que ensinam matemática, formularam um quadro de referência para a reflexão. Na Figura 21 apresentamos os *níveis de reflexão* propostos por esses autores, seguido de alguns exemplos.

**FIGURA 21: NÍVEIS DE REFLEXÃO**

Fonte: Muir e Beswick (2007, p. 79, tradução nossa)

Os autores esclarecem que estes níveis são hierárquicos e nem sempre é provável que o professor alcance o nível mais alto. Os *incidentes críticos* são “eventos particulares envolvendo comentários específicos dos professores ou alunos” (MUIR; BESWICK, 2007, p. 81).

Os *objetos de reflexão* relacionam-se à natureza da resposta reflexiva, ou seja, se o nível de reflexão alcançado diz respeito ao *self*, à prática (de ensino) e/ou aos alunos. O *self* indica conotação individual, que é do sujeito e que pode ter relação com aspectos pessoais. Aqui, pode ser entendido também como atividade do professor, mas não a atividade restrita à sala de aula. A *prática* se refere à estratégia de ensino adotada pelo professor, em outras palavras ao “como”

determinado conteúdo será trabalhado. E os *alunos* diz respeito às interações que ocorrem em sala de aula, sejam elas de aluno para aluno ou de aluno para professor.

Consideramos que todos os níveis de reflexão são fundamentais para a aprendizagem do PEM. Contudo, é apenas no terceiro nível que o professor vai além da identificação dos incidentes críticos, criticando sua própria prática e buscando alternativas para a eficácia do ensino. Esse nível reflexivo traz mais possibilidades para a formação de professores.

Em vista disso, é importante considerar programas de formação que consideram o uso de mídias tecnológicas em programas de formação de professores (ESTEVAM; CYRINO, 2017; OLIVEIRA; CYRINO, 2013; RODRIGUES et al., 2014; SHERIN; VAN ES, 2009; STEIN; SMITH, 2009; VAN ES; SHERIN, 2002; 2008 ).

O uso de vídeos tem se apresentado na literatura como promissor para o desenvolvimento da capacidade de reflexão (MUIR; BESWICK, 2007; STEIN; SMITH, 2009), bem como para apoiar a aprendizagem de (futuros) professores (SHERIN; VAN ES, 2009), ou seja, ele se configura como uma importante alternativa para ampliar as possibilidades de reflexão dos professores (ESTEVAM; CYRINO, 2017), uma vez que torna acessível a realidade complexa e multifacetada da sala de aula. A análise de vídeos, aliada à perspectiva do Ensino Exploratório, é uma perspectiva emergente e potencial para a promoção de reflexões (CYRINO, 2016b).

## **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Foi realizada uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo que tem como objeto de investigação o caso multimídia “Explorando perímetro e área”, que investiga duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, em um quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do estado do Paraná, com o conteúdo de área e perímetro. Este é um dos casos que compõem o Recurso Multimídia, construído com o intuito de ampliar as possibilidades de aprendizagem profissional em contextos formativos. Cada caso multimídia

é constituído por vídeos de sala de aula associados a outros elementos, tais como, plano de aula, entrevistas com os professores, produções escritas dos alunos, questões problematizadoras e textos, que podem ser acessados eletronicamente em uma plataforma *online* (mediante *login* e senha). (CYRINO, 2016a, p. 83)

No presente artigo, discutimos as reflexões manifestadas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após o desenvolvimento de duas aulas

organizadas na perspectiva do Ensino Exploratório. Para cada aula, a professora utilizou uma tarefa: para a Aula 1, a Tarefa 1 (Figura 22) e para a Aula 2, a Tarefa 2 (Figura 23).

A perspectiva do Ensino Exploratório se caracteriza como uma alternativa ao ensino tradicional, porque privilegia o desenvolvimento de tarefas desafiadoras, a comunicação matemática, a reflexão e a colaboração em sala de aula (CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES; CANAVARRO, 2013). As aulas do caso multimídia foram desenvolvidas de acordo com quatro fases, quais sejam, “Proposição e apresentação da tarefa”, “Desenvolvimento da tarefa”, “Discussão coletiva da tarefa” e “Sistematização”. Essas fases foram intituladas pelo Gepefopem, a partir dos estudos de Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e de Stein et al. (2008).

**FIGURA 22: TAREFA 1 - EXPLORANDO RETÂNGULOS E QUADRADOS**

1. Desenhe no quadriculado abaixo alguns retângulos ou quadrados com lados de tamanhos diferentes, como nos dois exemplos seguintes.

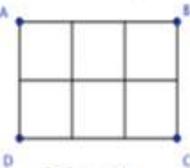


Figura 1

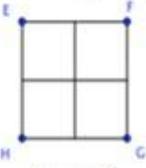
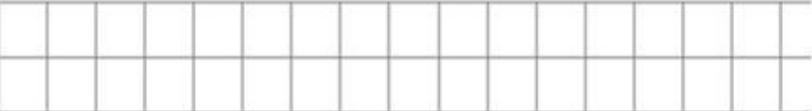


Figura 2



2. Anote na tabela a seguir quantas unidades tem cada lado da figura (base e altura) que você desenhou, o perímetro e quantos quadradinhos foram formados no seu interior.

Figura	Base (lado da figura)	Altura (lado da figura)	Perímetro (contorno da figura)	Área (n° total de quadradinhos da figura)
1 - Retângulo ABCD				
2 - Quadrado EFGH				

a) Como você faria para saber o perímetro (sem contar)? Explique  
 b) É possível descobrir qual a área da figura (retângulo ou quadrado) sabendo quantas unidades têm em cada lado, sem contar os quadradinhos no seu interior? Dê alguns exemplos.

Fonte: rmpf.uel.br

**FIGURA 23: TAREFA 2 - A CERCA DO SENHOR MOURA**

Uma fazenda com formato retangular passou a pertencer a quatro pessoas, como representado na figura a seguir:

Leia o diálogo entre duas dessas pessoas:

**Moura:** Caro Alves, vou cercar meu terreno.

**Alves:** Também estou pensando em fazer o mesmo.

**Moura:** Como os nossos terrenos têm a mesma área, então poderíamos comprar o material juntos e depois dividiríamos a despesa ao meio. O que você acha?

**Alves:** Deixe-me pensar! Vou falar com a minha esposa e depois te dou uma resposta.

**Moura:** Preciso que você decida já porque vou agora comprar o material!

1. Que decisão o senhor Alves deve tomar? Justifique sua resposta.
2. Algum dos outros vizinhos poderia dividir igualmente a despesa com o senhor Moura de modo que ninguém fique prejudicado? Justifique a sua resposta.

Fonte: rmfp.uel.br

Como fonte de dados da presente investigação, foram utilizadas as seções “Antes da aula” e “Reflexão após a aula” (Figura 24 e Figura 25) do caso multimídia, uma vez que em tais seções são apresentados trechos das entrevistas realizadas com a professora protagonista do caso.

**FIGURA 24: SEÇÃO ANTES DA AULA**

**Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área**

Introdução do caso multimídia | **Antes da aula** | A aula | Reflexão após a aula | Colocar em prática

**A tarefa**

**Planejamento**

Intenções e finalidades da aula

**Fases da aula**

Proposição e apresentação da tarefa

Desenvolvimento da tarefa

Discussão coletiva da tarefa

Sistematização

Reflexões

Quadro síntese

**Fases da aula**

Esse item é dividido em quatro subitens correspondentes aos momentos das aulas: Proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva da tarefa e sistematização. Nesses subitens você terá acesso ao vídeo com trechos da entrevista realizada com a professora antes do desenvolvimento da aula, referentes a cada um desses momentos. Você também levará em consideração os planos de aula escritos pela professora (aula 1 e aula 2). Para baixá-lo, clique no link a seguir.

[plano de aula 1.pdf](#) pdf | 113.51 KB

[plano de aula 2.pdf](#) pdf | 121.76 KB

Fonte: rmfp.uel.br

A seção “Antes da aula” (Figura 24) é composta pelas tarefas que compõem o referido caso multimídia, por todo o processo de planejamento e pelo Quadro Síntese. O processo de

planejamento é composto pelas subseções: “Intenções e finalidades da aula”, na qual a professora apresenta os objetivos e as potencialidades das aulas; “Fases da aula”, na qual se encontram os planos de aula e os excertos das entrevistas realizadas com a professora acerca dos objetivos e das expectativas de casa fase na perspectiva do Ensino Exploratório; “Reflexões”, na qual há questões para os professores em formação refletirem sobre o planejamento da professora protagonista. O “Quadro síntese” possui um arquivo para ser baixado e preenchido pelos professores em formação de acordo com a exploração do Caso Multimídia. Ele tem como propósito o registro, pelos professores em formação, das ações da professora protagonista do caso, em cada fase da aula.

A seção “Reflexão após a aula” (Figura 25) também possui excertos de uma entrevista com reflexões da professora, mas dessa vez após o desenvolvimento das aulas, e um *Framework*. Esse *Framework*, elaborado pelo Gepefopem, consiste em um quadro de referência no qual são apresentadas informações sobre as seis ações de um professor para preparar e conduzir uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, quais sejam: “Antecipar”, “Propor”, “Monitorar”, “Selecionar e Sequenciar”, “Discutir” e “Sistematizar” (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). A finalidade é fazer com que o professor em formação compare o seu Quadro Síntese, preenchido no decorrer da exploração do caso multimídia, com esse *Framework*. A intenção não é a de que o (futuro) professor em processo de formação verifique se o que preencheu está certo ou errado, mas sim que possam ser discutidas diferentes perspectivas de análise das ações da professora protagonista do caso.

**FIGURA 25: SEÇÃO REFLEXÃO APÓS A AULA**

The image shows a screenshot of a web interface for a multimedia case study. The title is "Caso Multimídia 4: Explorando perímetro e área". Below the title is a navigation bar with five tabs: "Introdução do caso multimídia", "Antes da aula", "A aula", "Reflexão após a aula", and "Colocar em prática". The "Reflexão após a aula" tab is selected. On the left side, there is a sidebar with three items: "Antes da aula", "A aula", and "framework (quadro de referência)". The "A aula" item is highlighted. The main content area has the heading "Reflexão após a aula" and contains the following text: "Nessa seção propõe-se que sejam analisadas reflexões produzidas pela professora Márcia após a visualização de episódios de suas aulas. A análise das reflexões da professora, registradas por meio da entrevista após a aula, bem como de outros aspectos, se pautará em três subseções: (1) 'antes da aula', (2) 'a aula', e (3) 'quadro de referência (framework)'".

Fonte: [rmfp.uel.br](http://rmfp.uel.br)

Na análise, utilizamos os níveis de reflexão propostos por Muir e Beswick (2007), quais sejam, *descrição técnica*, *reflexão deliberada* e *reflexão crítica*, bem como os objetos da reflexão: *self*, *prática* e *alunos*. Com esse “óculos” teórico, estudamos todas as subseções das

seções mencionadas, procurando identificar indícios desses níveis reflexivos. Para apresentação da análise, utilizamos excertos das entrevistas que foram numerados na ordem em que aparecem no texto (de 1 a 27), seguidos da indicação EA para entrevista antes da aula e EP para entrevista após a aula, que, por sua vez, está seguida do número da aula/Tarefa. Por exemplo: 1EA1 – excerto 1 da entrevista antes da Aula 1.

### **REFLEXÕES PROMOVIDAS PELA PROFESSORA PROTAGONISTA DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO ÁREA E PERÍMETRO”**

Nossas análises estão estruturadas de acordo com os níveis de reflexão identificados, considerando os excertos das entrevistas realizadas com a professora protagonista do caso. As questões das entrevistas, de ambas as seções, já tinham a intencionalidade de conduzir a professora a reflexões. Vale ressaltar que as entrevistas foram realizadas pelas professoras Helia Oliveira e Marcia Cyrino, com a professora protagonista do caso antes (seção antes da aula) e após ela ter assistido aos vídeos de cada uma das aulas gravadas (seção reflexão após a aula).

- **Descrição técnica**

No excerto a seguir, das intenções e das finalidades da Aula 1, a professora apresenta uma descrição técnica a respeito da **natureza da tarefa associada às ações dos alunos**.

*[...] eu considero interessante propor uma tarefa com características do ensino exploratório, porque os alunos vão ter a oportunidade de, além de resolver a tarefa, explicar o que eles fizeram nos pequenos grupos [...] serem mais autônomos, levantar hipóteses e justificá-las. [...] Então existem vários aspectos que ajudam na constituição do conhecimento matemático dos alunos. (1EA1)*

A professora salienta a importância de realizar uma aula em uma perspectiva diferente de ensino, no caso o Ensino Exploratório, e apresenta uma descrição técnica situada na prática de ensino e nos alunos, uma vez que leva em consideração, para além da natureza da tarefa exploratória, **a autonomia dos alunos e as justificativas** que eles deveriam apresentar para comprovar suas hipóteses, sem destacar aspectos relacionados à sua experiência (anterior) e sem identificar os incidentes críticos. Tal reflexão é reafirmada no seguinte trecho:

*[...] o que eu achei de interessante nela (Tarefa 1) foi dar possibilidade para os alunos buscarem constituir as próprias regras no lugar de o professor apresentar regras a eles para eles simplesmente aplicarem em exercícios. (2EA1)*

No que diz respeito às intenções e às finalidades da Aula 2, a professora faz uma **comparação das potencialidades das tarefas** a serem propostas.

*A Tarefa 1, eu entendo que é mais no sentido de uma investigação, porque os alunos vão precisar observar padrões, regularidades, vão precisar generalizar para daí construir as regras. E já na Tarefa 2, o que eles vão fazer é resolver um problema que foi proposto. A Tarefa 2 [...] está numa situação não real pra ele, mas que é uma situação que poderia de fato acontecer, e de que modo ele sairia dessa situação com os conceitos (matemáticos) que estão em questão. Então [...] no caso dessa tarefa escolhida, eu considero que o contexto é importante. (3EA2)*

Esta comparação se configura como uma descrição técnica por não haver identificação de incidentes críticos, e diz respeito à prática de ensino, uma vez que a professora considera aspectos do conteúdo matemático (área e perímetro) para a resolução das tarefas, bem como a importância do contexto no qual o problema matemático está inserido para “envolver” os alunos e os instigar a buscar uma solução.

Na seção de “Reflexão após a aula”, ao discorrer sobre a concretização dos objetivos idealizados para a Aula 1, a professora revela uma descrição técnica.

*[...] considero que os objetivos para a aula foram alcançados [...] de um modo geral eu considero que a maioria das crianças, pelo menos, a gente viu que elas conseguiram entender o que foi pedido e realizar o que foi proposto. (4EP1)*

Incidente sobre a prática de ensino, essa reflexão aborda aspectos técnicos acerca do objetivo da aula, uma conclusão da professora de que os objetivos teriam sido alcançados. Ou seja, há apenas a **descrição de algo que a professora vivera**.

- **Reflexão deliberada**

O **papel do contexto** é analisado pela professora protagonista na seção “Reflexão após a aula”.

*E em relação ao contexto algumas crianças comentaram “ah professora esse muro vai ser um para os dois ou cada um vai ter o seu?”. Ou então, alguns acabaram até citando “ah em tal lugar meu vizinho tem um muro que foi feito pelos dois e eles acabaram dividindo”. Então isso eu penso que ajudou sim: o contexto. (5EP2)*

Neste ponto, após a aula, a professora identifica os incidentes críticos que ocorreram durante o desenvolvimento da tarefa, que foram **os questionamentos feitos pelas crianças** quando elas compreenderam o que estava proposto e ainda relacionaram isso com situações reais. Ao justificar essa compreensão por meio do contexto, a professora apresentou uma reflexão deliberada situada nos alunos. Assim, **a relevância que o contexto possui para o engajamento**

**dos alunos** na busca por resoluções matemáticas coerentes foi comprovada, e a professora obteve êxito em seu planejamento.

Outro momento de reflexão deliberada é identificado no momento de planejamento da fase “Proposição e apresentação da tarefa” da Aula 1.

*Pretendo evidenciar que os alunos entendam que além de resolver da tarefa, que eles precisam justificar o que fizeram. [...] Que às vezes, eles têm até facilidade de explicar (verbalmente) o que eles fizeram, mas no momento dos registros não estão habituados com isso. (6EA1)*

Neste ponto a professora chama a atenção para **a importância da justificativa das resoluções para as tarefas** matemáticas exploratórias, pois, para além de o aluno apresentar uma resposta correta, é imprescindível que o professor compreenda qual foi o raciocínio utilizado para tal. Isto se faz preciso para que **o professor possa selecionar e sequenciar**, para a “Discussão coletiva da tarefa”, as diferentes estratégias dos alunos. Evidenciar a necessidade da justificativa para a tarefa se constitui como incidente crítico neste episódio, e configura a reflexão da professora como deliberada assente na prática de ensino, uma vez que ela explica sua ação por meio das dificuldades dos alunos com registros (escritos).

Na seção de planejamento sobre a “Discussão coletiva da tarefa” da Aula 1, a professora aponta a relevância de **considerar os diferentes processos de resolução dos alunos**, como vemos no excerto a seguir.

*No que se refere ao momento de discussão, a preocupação que eu tenho é que os alunos consigam apresentar o que eles pensaram, que os colegas interajam e tirem dúvidas caso apareçam, que eles observem que uma mesma tarefa pode ser resolvida de formas diferentes e que eles comecem a melhorar a parte de argumentação matemática deles, porque as vezes eles só colocam as operações no quadro e não explicam o porquê das escolhas que fizeram. (7EA1)*

O momento de discussão da tarefa é tido como incidente crítico e se revela uma reflexão deliberada a respeito dos alunos, uma vez que a professora explica que naquele momento sua preocupação era **que os alunos conseguissem apresentar o que haviam pensado**, que houvesse interação e que eles pudessem **analisar que existiam várias estratégias para se resolver uma mesma tarefa**. A intenção neste momento da aula foi que os alunos conseguissem aprimorar suas argumentações matemáticas.

Na seção “Reflexão após a aula”, em relação à Aula 2, o seguinte excerto retrata uma reflexão deliberada a respeito da **complexidade de uma aula** na perspectiva do Ensino Exploratório e as **vulnerabilidades a que o professor está sujeito**.

*Alguns professores podem considerar que esse estilo de aula seja mais difícil para o professor. E, de fato, nos primeiros momentos até você conseguir se situar em uma situação diferente do que em uma aula tradicional, que é de fato diferente, é mais difícil. Porque aqui a gente dá oportunidade para o aluno falar, então a gente não sabe de antemão, a gente até levanta algumas hipóteses do que pode acontecer na aula, mas a gente tem mais chance de ser surpreendido, como foi no caso da questão dois. (8EP2)*

Essa reflexão está associada a um incidente crítico assente no *self* que a levou a refletir sobre a sua prática de ensino, suas especificidades e dificuldades. Estes aspectos justificam a surpresa da professora com as respostas dos alunos para a referida questão, pois mesmo que ela tivesse presumido algumas possíveis soluções, ao dar autonomia para que os alunos pensassem, discutissem e justificassem suas hipóteses, **era difícil prever todas** as respostas. Isto é reafirmado no próximo excerto, também da seção “Reflexão após a aula”, em que a professora reflete deliberadamente com base no *self*.

*Bom, um dos desafios que eu enfrentei foi justamente esse de não ter pensado anteriormente na possibilidade de outra forma de análise de divisão da cerca, que as crianças me apresentaram, e daí deixar o que eu tinha pensado inicialmente para entender o que elas estavam me apresentando. Então o que elas tinham para me dizer em relação a essa estratégia, então esse foi um desafio, que foi o pouco tempo para sair da minha zona de conforto, digamos assim, do que eu tinha pensado para tentar entender o que elas tinham pensado. (9EP2)*

A professora se viu em uma situação desafiadora em sala de aula, pois, mesmo com todas as hipóteses pensadas anteriormente, os alunos lhe apresentaram uma solução inesperada, e ela teve pouco tempo para pensar e sair de sua zona de conforto, daquilo que ela tinha predeterminado, para se dispor a **compreender o que os alunos estavam pensando**.

Na subseção “Desenvolvimento da tarefa” da Aula 1, a professora percebe um avanço no comportamento dos alunos no trabalho em grupos.

*No que se refere ao trabalho dos alunos nos grupos, eu percebi que eles estavam menos dependentes de mim. E em atividades anteriores qualquer dificuldade que eles tinham eles chamavam e dessa vez eu percebi que eles já começavam a tentar buscar ajuda no próprio grupo, então houve um avanço nesse aspecto. Crianças que às vezes tinham vergonha de que os colegas vissem sua resolução eu percebi que dessa vez elas estavam mais “abertas” pra isso: tanto para ouvir quanto para dizer o que tinha realizado. (10EP1)*

Neste trecho, o incidente crítico se refere à **independência e abertura dos alunos no trabalho em grupos**. A reflexão se constitui como deliberada, já que a professora argumenta sobre o avanço dos diálogos nos grupos. A autonomia que a perspectiva de ensino permite à criança faz com que ela esteja disponível para ouvir e tenha segurança para expor suas formas de resolução e debatê-las com os demais colegas.

Outros indícios de reflexão estão no excerto a seguir a respeito da fase de “Desenvolvimento da tarefa” da Aula 2.

*[...] eu ouvi que eles chegaram a falar “A área é igual” [...] “Mas isso não é suficiente”. E aí eles “A gente pensa na cerca e a cerca está em volta, então não é isso que a gente precisa. A gente precisa calcular o perímetro”. Mas o grupo do Carlos, eles comentaram e foram verificar se a informação era verdadeira. Eles foram, assim, mais rápidos que eu imaginei. Então o único grupo que eu vi verificar se a área era igual foi o do Carlos, os outros parecem já ter discutido rapidamente que, de fato, aquela informação de saber a área dos terrenos não ajudaria na resolução. (11EP2)*

A professora reflete deliberadamente sobre o incidente em que observou o trabalho e o diálogo dos alunos nos grupos, e explicou que se **surpreendera com a rapidez com que eles identificaram que a informação fornecida não era suficiente** para aquele problema. Ao constatar que o grupo do Carlos tinha sido o único a ter verificado se as áreas dos terrenos eram, de fato, iguais, a professora possuiu evidências das diferentes estratégias de resolução, que, neste momento de desenvolvimento, estavam sendo selecionadas e sequenciadas para a discussão coletiva.

A professora foi surpreendida pelas estratégias utilizadas no grupo da Maria para a Tarefa 2, pois **as crianças apresentaram uma resolução que não havia sido prevista** no seu plano de aula.

*Durante a elaboração do plano de aula, eu havia pensado que para a questão 1, que as crianças iriam perceber num primeiro momento que a área não era importante. Precisariam calcular o perímetro e fariam isso para cada um dos terrenos e comparariam essa informação. Então quando o grupo da Maria apresentou a resolução de que o fato do terreno do Moura e do Ilídio terem uma parte comum, então não precisaria fazer duas vezes o muro (cerca). Essa forma que eles acharam para resolver a questão me surpreendeu. (12EP2)*

Podemos inferir que o grupo da Maria compreendeu perfeitamente o que foi dito pela professora no momento da proposição e da apresentação da tarefa, quando ela sugeriu que os alunos se colocassem no lugar do senhor Alves, buscando uma alternativa para o problema. Neste momento, houve reflexão deliberada em relação aos alunos, uma vez que a professora identifica o incidente crítico, – a resolução apresentada pelo grupo da Maria – e oferece justificativa para essa resolução: o senhor Moura e Ilídio terem uma divisa do terreno em comum.

No próximo excerto temos mais indícios de reflexão deliberada referentes às diferentes resoluções dos alunos.

*[...] quando eu vi as crianças calculando de um, calculando do outro e depois fazendo a soma, eu já fiquei um pouco preocupada, como eles fariam daí para tomar a decisão. Até no grupo da Maria, então, quando eu vi que eles fizeram a soma. Depois elas dividiram e ainda não tinham*

*notado que um pagaria mais cerca do que seria utilizado no seu terreno. Nesse momento eu fiquei preocupada, mas depois elas continuaram discutindo sozinhas e acabaram percebendo que não ia ser vantajoso para o senhor Alves essa divisão. (13EP2)*

Novamente as estratégias das crianças se configuram como incidente crítico, e a reflexão deliberada assente nos alunos é constatada, uma vez que **a professora justifica as ações dos alunos**. Neste episódio haveria indícios de reflexão crítica, caso ela, ao perceber que a estratégia do grupo não seria vantajosa para o senhor Alves, tivesse fornecido alternativas, por meio de questionamentos, por exemplo, para que os alunos percebessem o equívoco. No entanto, embora a professora tenha levado em consideração a perspectiva dos alunos, ela ressalta que eles, sozinhos, discutiram e chegaram à conclusão que a resolução apresentava desvantagem para o senhor Alves.

- **Reflexão crítica**

Para a “Proposição e apresentação da tarefa” da Aula 2, tendo em vista que a Aula 1 já havia sido ministrada, a professora manifesta reflexão crítica, ao evidenciar a confusão feita pelas crianças na aula anterior, em relação à unidade de medida utilizada.

*Um aspecto que nessa tarefa eu acho que eles vão ter “problema” é a questão da unidade de medida, tanto de comprimento quanto de área, porque na tarefa anterior ocorreram confusões das crianças. No momento de falar da unidade de comprimento eles acabavam falando quadrado [...] então para evitar aqui que isso aconteça, eu pretendo fazer esse esclarecimento no momento da leitura da tarefa. (14EA2)*

Essa dificuldade de compreensão das crianças compõe o incidente crítico que se fundamenta tanto no *self* quanto na prática. Observamos que a professora vai para além da identificação do incidente crítico, **buscando alternativas para esclarecer a que se referem às unidades de medida na Aula 2**, tentando evitar que os alunos confundissem novamente a unidade de comprimento, que pode ser o lado do “quadrado”; com o “quadrado”, que pode ser a unidade de área. A unidade de medida não padronizada foi utilizada na tarefa pela professora para esclarecer a diferença entre a natureza das medidas, mas poderia ter sido para qualquer unidade de medida. O fundamental é explicitar que a área está relacionada com a superfície ocupada por uma determinada figura, que é bidimensional, e que o perímetro está relacionado com a medida do contorno de uma determinada figura, que é unidimensional.

No planejamento a respeito da “Discussão coletiva da tarefa” da Aula 2, a professora ressalta a importância de **considerar os diferentes processos de resolução dos alunos**, inclusive os processos que levam a respostas incorretas.

*Caso um dos grupos resolva de maneira incorreta, no momento da discussão em pequenos grupos, eu vou tentar fazer questionamentos, mas se todos os questionamentos não forem suficientes para que os alunos busquem um novo caminho e consigam resolver adequadamente a tarefa, eu penso que poderia ser colocada a apresentação deles sim, até mesmo para que os outros que resolveram de uma forma diferente analisem o que o colega fez e o que eles poderiam fazer para ajudar com que o colega consiga entender o modo diferente que eles fizeram [...] Não significa que vá apresentar apenas quando a questão for correta, mas para eles saberem que as duas situações são importantes. (15EA2)*

As resoluções dos alunos são tidas como os incidentes críticos nesse episódio. Ao identificar esse incidente, a professora **fornece alternativas para a apresentação das possíveis respostas incorretas, levando em consideração a perspectiva dos outros (alunos)**. À medida que argumenta que, se os questionamentos dela, durante o desenvolvimento da tarefa em pequenos grupos, não fossem suficientes para evitar equívocos, ainda assim essas resoluções equivocadas seriam apresentadas e seriam discutidas outras possibilidades na próxima fase da aula. Isto caracteriza sua reflexão como crítica em relação à prática e aos alunos. A fase de “Discussão coletiva da tarefa” é fundamentada na **ajuda mútua entre os alunos**, ou seja, a intenção da professora naquele momento era promover a interação dos alunos, permitindo que **eles discutissem a respeito das respostas** e concluíssem que existem vários caminhos para se chegar à resposta correta, ou seja, que eles também se ajudassem, caso verificassem que um colega teria apresentado uma resposta incorreta.

No que se refere à “Sistematização” da Aula 1, identificamos indícios de reflexão crítica quanto à complexidade dessa fase da aula.

*[...] para o professor é mais difícil [...] eu ainda me sinto bastante insegura, preocupada quando chega esse momento da aula, porque acaba sendo um momento [...] que deveria ser um pouco mais direcionado pelo professor. É para chamar atenção para o que eles fizeram, alguns conceitos que surgiram, tentar deixar mais claro e às vezes também fazer comparativos entre a linguagem que eles usaram e a linguagem que é o padrão, linguagem matemática formalizada. [...] e a gente precisa ter cuidado para não ficar a tarefa pela tarefa, só teve a resolução e terminar nisso. (16EA1)*

Assumindo sua dificuldade e receio em relação a esta fase da aula, a professora legitima **o papel do professor neste processo de direcionamento**, que parte das estratégias dos alunos e chega à matemática formalizada, valorizando ao máximo todo o processo e evidenciando que os raciocínios dos alunos, por mais “informais matematicamente” que sejam, constituem-se como

fundamentais para alcançar a compreensão dos conceitos matemáticos formais. Assente no *self*, a professora reflete criticamente, ao considerar todos esses aspectos para promover a aprendizagem dos alunos, preocupando-se com a **constituição de significados para que não fique a tarefa pela tarefa.**

Nas reflexões sobre a fase de proposição e apresentação da Tarefa 1, a professora apresenta reflexões críticas acerca da escrita da tarefa.

*A única coisa que talvez eu devesse ter tido mais atenção foi no item 2a, quando fala “Como faria para saber o perímetro sem contar?”. Então ter deixado claro que era para eles focarem nas informações da tabela e a partir dessas informações tentarem estruturar uma regra. (17EP1)*

Considerando o item 2a da Tarefa 1 como incidente crítico, a professora reflete com base no *self* e na prática, a partir do momento que **busca alternativas para a melhor compreensão dos alunos** neste ponto da tarefa, ou seja, **o que faria de diferente** se tivesse uma mesma oportunidade. No entanto, na subseção “Desenvolvimento da tarefa”, ela retoma sua reflexão em relação a este item da tarefa.

*Em relação ao item 2a, eu poderia ter tentado esclarecer melhor o que a tarefa pedia, mas ainda assim eu penso que o que ajudou na compreensão foram os questionamentos durante o momento de realização da tarefa. Então não sei até que ponto seria adequado fazer os esclarecimentos e até que ponto isso diminuiria demanda cognitiva da tarefa. (18EP1)*

Ainda refletindo criticamente sobre o referido incidente crítico, a professora **reavalia a conveniência de esclarecer ou não que o foco do problema era a tabela** e não mais as figuras, uma vez que é necessário pesar em que medida isso afetaria a complexidade cognitiva da tarefa.

Nas reflexões sobre a fase de proposição e apresentação da Tarefa 2, a professora também apresenta reflexões críticas a respeito da especificidade da tarefa, ou seja, o quão claro estava para os alunos aquilo que estava sendo proposto.

*Considero que a Introdução pareceu suficiente por conta de que depois, no momento de discussão, os alunos se desenvolveram bem. Eles não tiveram dificuldades em entender o que estava acontecendo, mas talvez de como eles iriam resolver, que estratégia eles iriam utilizar. (19EP2)*

Com base nas atividades dos alunos, a professora identificou que eles compreenderam o enunciado e puderam realizar a tarefa sem dificuldades, preocupando-se apenas com as estratégias a serem utilizadas durante a discussão, ou seja, buscando **alternativas para a forma como eles iriam apresentar suas resoluções para os demais colegas.**

Ainda em relação à “Proposição e apresentação da tarefa” da Aula 2:

*Quando eu pedi para eles se colocarem no lugar do senhor Alves, uma das coisas que eu pensei que poderia ajudar, foi no sentido de eles tomarem para si o problema. Pensando que eles pudessem estar em uma situação daquela, o que de fato eles poderiam usar para escolher, para chegar em uma solução. Isso foi uma das coisas que eu pensei naquele momento. (20EP2)*

Neste excerto a professora se refere a uma reflexão que lhe ocorreu durante o momento de ensino, ou seja, a reflexão na ação é identificada porque ela enfatiza ter pensado naquele momento específico da aula. Isto remete a uma reflexão crítica sobre a prática, uma vez que a atitude da professora em **instigar os alunos a tomarem para si o problema** se configura como oferecer estratégias para que eles **buscassem meios diversos para resolver o problema**. É significativo ainda chamar a atenção para o cuidado que ela tem ao se referir a “uma solução” para o problema, pois isso reforça a ideia da existência de várias soluções. Aqui novamente estão implícitas a ideia e a **importância do contexto para a tarefa matemática**.

Durante o “Desenvolvimento da tarefa”, também são evidenciadas algumas **dificuldades encontradas no acompanhamento do trabalho das crianças**.

*[...] alguns momentos que eles queriam se referir ao lado da figura, ao comprimento ou ao perímetro, eles acabavam utilizando a unidade como sendo o quadradinho. Chegou certo momento que eu percebi que eu precisava retomar com eles qual era a unidade de comprimento e qual era unidade de área [...] algumas delas (crianças) em alguns momentos confundiram a unidade de medida, que era o lado do quadradinho, com o lado da figura. (21EP1)*

A **confusão conceitual dos alunos em relação à unidade de medida** utilizada é o incidente crítico mais relatado pela professora, pois, **por mais que o planejamento tenha sido minuciosamente pensado e discutido**, esse aspecto da tarefa não foi levantado de antemão como dificuldade. No entanto, ao refletir na ação, a professora percebe que era necessário retomar este conceito com os alunos, chamando a atenção para as unidades de medida com a intenção de que eles compreendessem tais conceitos com clareza. A atitude dela em **retomar os conceitos** se revela uma busca por alternativas, levando em consideração a perspectiva dos outros, os alunos, tornando, assim, sua reflexão crítica.

Contudo, esse incidente volta a aparecer na fase de “Discussão coletiva da tarefa” da Aula 2.

*[...] eu não esperava que naquele momento (discussão coletiva da tarefa) fosse surgir novamente essas dificuldades em relação às unidades que a gente estava usando. Então para dar continuidade noutras tarefas seria um aspecto que eu ia pensar: que tipo de tarefa poderia propor para esses alunos para discutir esse aspecto. Mas no momento da discussão da Tarefa 2, a minha preocupação era que eles distinguissem bem o que era perímetro do que era área e o que era necessário saber naquela situação. Então eu não dei tanto foco, talvez, como poderia*

*ter dado nesse momento. A minha preocupação era que a gente perdesse o foco da tarefa, que as crianças acabassem se confundindo. (22EP2)*

O excerto a seguir retrata a apresentação das resoluções do grupo da Vitória.

*Percebo que precisam ser dadas novas oportunidades para que eles lidem com as unidades [...] Porque a impressão que eu tive é que ela (Vitória) sabia do que ela estava dizendo, a quantidade, mas o modo como ela se referia a essa quantidade ainda está no processo de construção. (23EP2)*

Ao passar da justificativa para a busca por alternativas neste incidente crítico, levando sempre em consideração a perspectiva dos alunos, a professora reflete criticamente assente nos três objetos de reflexão: *self*, prática e alunos. Aqui é importante observar que, mesmo com todos os seus esforços para esclarecer e evidenciar as especificidades das unidades de medida utilizadas, os alunos ainda apresentaram confusão, ao discutir suas respostas com os colegas. A apresentação do grupo da Vitória, por exemplo, faz com que a professora inferisse que os alunos tinham consciência do que estavam falando, mas no momento de se expressar confundiam as unidades. Esse episódio, evidenciado no caso multimídia, retrata a **angústia de muitos professores, ao constatarem que o conteúdo matemático trabalhado não foi compreendido**, mas mostra também que esta situação de vulnerabilidade não fragilizou a professora, pois ela argumenta que fez uma escolha para não perder o foco da tarefa em questão, e que nas próximas tarefas trabalhadas daria ênfase para a discussão desses conceitos.

No que se refere à fase de “Sistematização”, já classificada pela professora protagonista como a fase mais difícil para o professor, ela apresenta reflexões críticas assentes no *self*.

*O que poderia ter feito também nesse momento da aula é pedir que eles (alunos) registrassem! Ou na tarefa, ou no caderno deles, cada uma das coisas que tinham sido aprendidas nesse dia ou com essa tarefa. (24EP2)*

Aqui a professora identifica a fase de sistematização como incidente crítico, leva em consideração as perspectivas dos outros (alunos) e fornece alternativas que podem ser acatadas em outras tarefas: o **registro do que os alunos julgaram que foi aprendido com aquela tarefa específica**.

O **uso de recursos tecnológicos** também se mostrou como um fator importante para evidenciar os aspectos relevantes selecionados pela professora.

*[...] fato de no momento da sistematização usar a projeção tanto da figura quanto da tabela é um modo de deixar ainda mais evidente a questão que eu queria que eles observassem. [...] nas primeiras tarefas que fizeram no quadro chamou atenção, só que depois como demorava, então eles dispersavam. Houve desinteresse, então o recurso foi bastante produtivo. (25EP2)*

Considerando que o recurso foi adotado pela professora como alternativa para minimizar o tempo com esta fase da aula e, com isso, reduzir também a dispersão dos alunos, identificamos aí indícios de reflexão crítica, uma vez que a busca por alternativas se deu a partir das perspectivas dos outros em relação ao incidente crítico identificado.

Ainda na fase de “Sistematização”, a professora faz referência à tabela e às questões (Figura 26) apresentadas por ela nesta fase da aula.

*Tanto da questão 1, em que as áreas eram iguais mas eles observaram que o perímetro não, quanto da questão 2, que ficou bastante interessante que eles tinham 3 perímetros iguais, 2 áreas sim e uma não, então deixando bastante claro os objetivos que eu tinha pra aula. Então eles responderam, deram exemplos, e acabaram utilizando informações que eu tinha trazido [...] talvez para um próximo andamento, seria uma forma de ou construir a tabela com eles, para uma sistematização, ou que eles já a partir de ver que o professor fez essa tabela para organizar as informações, que eles também poderiam lançar mão dessa estratégia em um outro momento. (26EP2)*

**FIGURA 26: TABELA E QUESTÕES UTILIZADAS NA FASE DE SISTEMATIZAÇÃO**

<b>Proprietários</b>	<b>Área (nº de quadradinhos)</b>	<b>Perímetro (contorno da figura)</b>
Senhor Moura	7	14
Senhor Alves	7	12
Senhor Ilídio	9	14
Senhor Esteves	9	14

- Duas figuras de igual área têm necessariamente o mesmo perímetro?  
- E duas figuras de igual perímetro têm necessariamente a mesma área?

Fonte: rmfp.uel.br

Refletindo criticamente com base na prática de ensino, a professora identifica as **discussões promovidas pelos alunos como um evento particular**, ou seja, um incidente crítico, leva em consideração as perspectivas dos outros, já que explica as interações manifestadas pelos alunos e fornece alternativa, quando acredita que **a tabela pode ser utilizada pelos alunos para organizar outros dados em outros momentos de estudos**. Ela ainda argumenta que seus objetivos foram alcançados, pois os alunos identificaram que nem sempre figuras com perímetros iguais têm áreas iguais e vice-versa.

O trabalho com a perspectiva do Ensino Exploratório ainda permitiu que a professora fosse além deste trabalho com o conteúdo matemático específico, ao discutir questões morais e éticas por meio do conhecimento matemático mobilizado.

*Eu fiz aquela pergunta em relação a qual poderia ser a intenção do senhor Moura, onde um dos aspectos é que a criança pudesse analisar que o fato da pessoa saber matemática, ela pode jogar com esse conhecimento. [...] para se beneficiar, ou mesmo que a falta desse*

*conhecimento, no caso do senhor Alves, ele poderia ter um prejuízo. Que eles entendessem que o conhecimento matemático é uma forma da pessoa viver em sociedade, de tomar as suas decisões, e de saber se em algum momento ele está sendo ou não enganado e se essa forma de ser enganado, se de fato a pessoa, tem intenção de enganar a outra ou não. (27EP2)*

O questionamento feito pela professora denota um incidente crítico nesta situação, cuja intenção era **instigar os alunos a raciocinar para além dos conceitos matemáticos**, internalizando a situação posta na tarefa. Ao se preocupar com essas questões, ela considera as perspectivas dos outros e , ao permitir que os alunos reflitam sozinhos e forneçam suas concepções, sem atribuir a isso um juízo de valor, ela fornece alternativas para **as diferentes formas que o conhecimento matemático pode assumir na sociedade**, refletindo criticamente. Aqui é ressaltado novamente o potencial que o contexto possui em uma tarefa matemática.

#### **SÍNTESE DAS REFLEXÕES**

As reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia demonstram preocupação com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, permitindo que eles discutam e busquem suas estratégias particulares de resolução e justificativas. O Quadro 4 mostra uma síntese destas reflexões, os objetos aos quais essa reflexão diz respeito, sua temática e os excertos das entrevistas que as constata.

As exigências e as complexidades da profissão docente são ressaltadas pela professora, como os desafios e os momentos de vulnerabilidade, confirmando nossa hipótese de que a aprendizagem profissional do PEM vai além de questões técnicas (DAY; GU, 2007; KELCHTERMANS; HAMILTON, 2004; MUIR; BESWICK, 2007).

O papel do formador, e/ou de um “outro importante” (MUIR; BESWICK, 2007), também é evidenciado, uma vez que as questões feitas pelas professoras Hélia e Márcia, no momento da entrevista, já tinham o intuito de instigar a professora protagonista a refletir antes e após as aulas.

QUADRO 4: SÍNTESE DAS REFLEXÕES

Nível de Reflexão	Objeto de Reflexão	Temática da Reflexão	Reflexão da Professora
<b>Descrição Técnica</b>	Prática e Alunos	Natureza da tarefa associada às ações dos alunos	(1EA1)
		Autonomia dos alunos e as justificativas	
		Comparação das potencialidades das tarefas	(3EP2)
		Descrição de algo que a professora viveu	(4EP1)
<b>Reflexão Deliberada</b>	Alunos	Papel do contexto	(5EP2)
		Questionamentos feitos pelas crianças	
		Relevância que o contexto possui para o engajamento dos alunos	
		Consideração dos diferentes processos de resolução dos alunos	(7EA1)
		Oportunidade para que os alunos consigam apresentar o que pensaram	
		Análise das várias estratégias para se resolver uma mesma tarefa	
	Alunos	Independência dos alunos no trabalho em grupos	(10EP1)
		Surpresa em relação à rapidez com que eles identificaram que a informação fornecida não era suficiente	(11EP2)
		Apresentação pelos alunos de uma resolução que não havia sido prevista	(12EP2)
		Justificação por parte da professora das ações dos alunos	(13EP2)
	Prática	Seleção e sequenciamento das resoluções	(6EA1)
		Importância da justificativa das resoluções para as tarefas	
	Self	Complexidade de uma aula	(8EP2)
		Vulnerabilidades que o professor está sujeito	
Dificuldade em prever todas as possíveis soluções dos alunos		(9EP2)	
Compreensão por parte do professor do que os alunos estavam pensando			
<b>Reflexão Crítica</b>	Alunos	Alternativas para a forma como os alunos iriam apresentar suas resoluções para os demais colegas	(19EP2)
		Dificuldades encontradas no acompanhamento do trabalho das crianças	(21EP1)
		Confusão conceitual dos alunos em relação à unidade de medida	
		Retomada de conceitos	
		Outras alternativas de resolução, por mais que o planejamento tenha sido minuciosamente pensado e discutido	
		Registro do que os alunos julgaram que foi aprendido com aquela tarefa específica	(24EP2)
	Prática	Uso de recursos tecnológicos	(25EP2)
		Instigação dos alunos a tomarem para si o problema	(20EP2)
		Busca de meios diversos para resolver o problema	
		Importância do contexto para a tarefa matemática	(26EP2)
		Discussões promovidas pelos alunos como um evento particular	
Organização dos dados, pelos alunos, por meio de uma tabela em outros momentos de estudo			

<b>Reflexão Crítica</b>	Self	Importância do professor neste processo de direcionamento	(16EA1)
		Constituição de significados para que não fique a tarefa pela tarefa	
	Prática e Alunos	Fornecimento de alternativas levando em consideração a perspectiva dos outros (alunos)	(15EA2)
		Ajuda mútua entre os alunos	
		Discussão das respostas	
	Self e Prática	Busca de alternativas para a melhor compreensão dos alunos	(17EP1)
		Modos de fazer diferente	
		Avaliação da conveniência de esclarecer ou não que o foco do problema era a tabela	(18EP1)
		Busca de alternativas para ações futuras	(14EA2)
	Self, Prática e Alunos	Instigação do modo como os alunos pensaram para além dos conceitos matemáticos	(27EP2)
		Diferentes formas que o conhecimento matemático pode assumir na sociedade	
		Angústia de muitos professores ao constatarem que o conteúdo matemático trabalhado não foi compreendido completamente	(22EP2) (23EP2)

Fonte: As autoras

As reflexões identificadas foram, em sua maioria, deliberadas e críticas sobre as ações realizadas pela professora, principalmente após a análise dos vídeos das aulas, o que mostra que o potencial da mídia vídeo é promissor para que o professor reflita *na* e *sobre* a prática (DAY, 1999; MUIR; BESWICK, 2007), relacionando e compreendendo as ações que compõem cada fase da aula.

Ainda é possível observar que, algumas vezes nas reflexões críticas, a professora reflete assente em dois ou mais objetos de reflexão, o que sugere que esses objetos estão inter-relacionados e são fundamentais tanto para o processo de ensino e aprendizagem do aluno quanto para aprendizagem profissional do PEM, a qual, por sua vez, envolve aspectos emocionais e intelectuais (DAY; GU, 2007).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora nossas análises tenham sido pautadas nas reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia, defendemos que elas também contribuem para a promoção de reflexões para quem as lê. Ou seja, advogamos que o uso deste caso multimídia em processos de formação ou mesmo a simples leitura deste trabalho, possibilita ao (futuro) professor refletir

sobre sua prática com base na prática retratada nos vídeos (ESTEVAM; CYRINO, 2017) e nas afirmações aqui corroboradas.

O Recurso Multimídia se faz importante, pois nem sempre os professores estão dispostos, por diversos motivos, a filmar sua própria prática. Assim sendo, a partir da análise das ações e das reflexões de outro professor, é possível que ele reflita e analise suas próprias ações. Desse modo, o papel do formador neste processo de reflexão, ou de um “outro crítico” (KELCHTERMANS; HAMILTON, 2004), é crucial para que o professor alcance a categoria mais elevada da reflexão.

Sabemos que nossas lentes de análise são restritas, uma vez que podemos inferir apenas a respeito do que nos foi dito, ou seja, do que está registrado. Mas o professor pode refletir para além do que ele compartilha. Acreditamos que refletir a respeito da uma prática não é simplesmente verificar se a explicação dada foi coerente, mas sim analisá-la com detalhes. Argumentamos que os níveis de reflexão estão interconectados e, para que o processo de aprendizagem profissional seja satisfatório, é imprescindível que o (futuro) professor sempre almeje perpassar por todos os níveis reflexivos.

Constatamos que a reflexão crítica foi mais evidente após a professora assistir aos vídeos da aula. Mas mesmo nos momentos de planejamento, no qual ela se pauta em suas experiências, existem indícios deste nível de reflexão. Assim, para que haja aprendizagem profissional é significativo que o professor reflita e avalie sua prática constantemente. Os poucos indícios de descrições técnicas, em detrimento das reflexões deliberadas e críticas identificadas, nos mostram que a perspectiva do Ensino Exploratório, aliada ao uso de vídeos e ao caso multimídia, é potencial para a aprendizagem profissional do PEM.

Consideramos que o contexto no qual o professor está inserido exerce forte influência no tipo de reflexão a ser desenvolvida, pois uma coisa é criticar a ação do professor, outra é se colocar no lugar dele e refletir acerca das suas atitudes naquela situação ou em situações semelhantes.

Legitimamos o papel muito relevante do formador no processo de aprendizagem profissional de PEM em um contexto de formação, bem como o potencial do Recurso Multimídia nesse processo. Temos a hipótese de que as reflexões críticas manifestadas pela professora a partir do *self* ampliam o movimento da constituição de sua Identidade Profissional. Outros estudos podem investigar essa ideia.

## REFERÊNCIAS

- BALDINI, L. A. F. **Elementos de uma comunidade de prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra**. 2014. 219f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.
- CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática**. 2010. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, p. 11-17, 2011.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso de Célia. In SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P.; BOAVIDA, A. M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (Eds.), *Investigação em educação matemática: Práticas de ensino da matemática. Actas...* Portalegre: SIPEM, p. 255-266, 2012.
- CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da exploração de um caso multimídia como elemento da prática na formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 39B, p. 80-89, 2016a.
- CYRINO, M. C. C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina, Brasil: EDUEL, 2016b.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas** (pp. 19-32). Londrina, Brasil: EDUEL, 2016.
- CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016.
- D'AMBRÓSIO, U.. **Da realidade à ação - reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: SUMMUS/UNICAMP, 1986.
- DAY, C. Professional development and reflective practice: Purposes, processes and partnerships. **Pedagogy, Culture and Society**, v.7, n.2, p.221-233, 1999.
- DAY, C.; GU, Q. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: Sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford review of education**, v. 33, n. 4, p. 423-443, 2007.
- DEWEY, J. **How we think**. London: Heath, 1933.
- ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. **Quadrante**. v. 26, n. 1, p. 145-169, 2017.

- KELCHTERMANS, G.; HAMILTON, M. L. The dialectics of passion and theory: Exploring the relation between self-study and emotion. In: **International handbook of self-study of teaching and teacher education practices**. Springer, Dordrecht, p. 785-810, 2004.
- KEMMIS, S. Action research and the politics of reflection. In: BOUD, D.; KEOGH, R.; WALKER, D. (Orgs.). **Reflection: Turning experience into learning**. London: Kogan Page, 1985.
- MUIR, T.; BESWICK, K. Stimulating reflection on practice: Using the supportive classroom reflection process. **Mathematics Teacher Education and Development**, n.8, p.74-93, 2007.
- NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- OLIVEIRA, H.; CYRINO, M., C. C. T. Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v. 1, n. 3, p. 214-245, 2013.
- OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. **Refletir e investigar sobre a prática profissional**, Lisboa, v. 29, p. 29-42, 2002.
- OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, p. 19-53, 2013.
- RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam matemática: análise de pesquisas brasileiras. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 148-169, maio./ago. 2014.
- SCHÖN, D. **The reflective practitioner**. London: Basic Books, 1983.
- SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 60, n. 1, p. 20-37, nov. 2009.
- STEIN, M. K. et al. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). **Educação e Matemática**, Lisboa, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.
- VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. **Journal of Technology and Teacher Education**, v. 4, n. 10, p. 571-596, 2002.
- VAN MANEN, M. Linking ways of knowing with ways of being practical. **Curriculum Inquiry**, Toronto, v. 6, n.3, p. 205-228, 1977.

---

## CAPÍTULO IV

---

### O PAPEL DO FORMADOR NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”

**Resumo:** O objetivo do presente artigo é analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de professores que ensinam matemática (PEM). Para tanto, foi realizado um estudo qualitativo do referido caso multimídia e de elementos elencados pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem), no momento da construção do caso, como importantes de serem considerados pelo formador na exploração desse caso. Os resultados indicam que o formador deve ter em conta o contexto da formação; a importância da teoria; as diferentes mídias e seus usos; e os desafios e limitações inerentes ao processo de formação. É fundamental que o formador se disponha a (re)conhecer a realidade dos professores para que possa traçar os objetivos, os recursos e o tempo a serem destinados à formação de PEM.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática; Papel do Formador; Multimídia; Área e Perímetro.

### THE ROLE OF THE TEACHER EDUCATOR IN EXPLORATION OF THE MULTIMEDIA CASE “EXPLOITING PERIMETER AND AREA”

**Abstract:** The purpose of this article is to analysis elements related to the role of the trainer in the exploration of the multimedia case "Exploring perimeter and area" in teacher training programs that teach mathematics (PEM). For that, a qualitative study of the aforementioned multimedia case and of the elements listed by the Study and Research Group on Teacher Training Teaching Mathematics (Gepefopem) were carried out, at the moment of the construction of the case, as important to be considered by the trainer in the exploration of this case. case. The results indicate that the trainer should take into account the training context; the importance of theory; the different media and their uses; and the challenges and limitations inherent in the training process. It is fundamental that the trainer is prepared to (re) know the reality of the teachers so that he can outline the objectives, resources and time to be destined to the formation of PEM.

**Keywords:** Mathematics Education; Role of the Teacher Educator; Multimedia; Area and Perimeter.

## **INTRODUÇÃO**

As investigações que tem como foco professores que ensinam matemática (PEM) são numerosas dentro do campo da Educação Matemática (FIORENTINI, et al., 2002; FIORENTINI, et al., 2016). Grande parte dessas investigações discutem a formação de professores<sup>25</sup>, mas ainda são incipientes a respeito do formador de PEM, sua importância e seu papel em contextos de formação. Em estudos recentes de contextos formativos, a mídia vídeo aparece como um recurso promissor e emergente para a formação de PEM (SHERIN; VAN ES, 2009; STEIN; SMITH, 2009; RODRIGUES, P. H., et al., 2014; ESTEVAM; CYRINO, 2017).

Tendo isso em vista e considerando o Recurso Multimídia como ferramenta potencial para diversos fins em contextos de formação (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; RODRIGUES, 2015; MOTA, 2016; CYRINO, 2016a; OLIVEIRA, 2017; RODRIGUES; CYRINO, 2018), o objetivo deste artigo é analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de PEM. Para tanto, buscamos discutir elementos que podem ser explorados no uso desse caso multimídia em um contexto de formação que viabilize a aprendizagem profissional de PEM. Assim, este artigo pode servir como referência para formadores que desejem utilizar este recurso em processos de formação de PEM.

A seguir apresentamos perspectivas a respeito da formação do formador nos programas de formação, do recurso multimídia, seguidos dos procedimentos metodológicos da investigação, dos elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia e das considerações finais.

## **PERSPECTIVAS A RESPEITO DA FORMAÇÃO DO FORMADOR**

O PEM tem sido o foco de muitas pesquisas na área da Educação Matemática (FIORENTINI, et al., 2002; FIORENTINI, et al., 2016). Essas pesquisas abordam, entre outras temáticas, a formação do PEM, a sua Identidade Profissional, seu desenvolvimento profissional,

---

<sup>25</sup> Na sequência do texto, sempre que escrevermos formação de professores nos referimos a formação inicial e continuada.

os conhecimentos necessários para o exercício da profissão, as dificuldades enfrentadas no cotidiano escolar e contextos de formação.

No entanto, pouco se discute a respeito do papel do formador no processo de formação e tampouco sobre aspectos que podem ser considerados por esse profissional num contexto de formação que possibilite a aprendizagem dos (futuros) PEM. Vale ressaltar que ao nos referirmos à formação

não nos referimos a qualquer proposta de formação de PEM, mas sim àquela que valoriza o (futuro) professor como protagonista do seu processo de formação, como produtor de conhecimento; que articula a prática letiva do PEM com a sua profissão, com as políticas educacionais e as políticas públicas mais amplas. Cursos de formação de professores constituídos de conteúdos predeterminados pelo formador, com técnicas pedagógicas homogêneas, assumidas como “receitas” ou “fórmulas mágicas”, que tencionam “colonizar” o professor e a escola, nos parecem ineficazes, além de perversos. (CYRINO, 2017, p. 709)

Coura (2013) ao apresentar o resultado de seu mapeamento de teses e dissertações que tratam sobre o formador de professores revela que

a formação específica para a atividade profissional dos formadores de professores de matemática se dá, predominantemente, no exercício da profissão e a trajetória profissional desses docentes é marcada por desafios que enfrentam mobilizando seus conhecimentos e implementando práticas, processo que, por sua vez, os (re)constituem como formadores. É nesse percurso que formam seus alunos, futuros professores de matemática. (COURA, 2013, p. 3)

Embora seja indiscutível a importância da prática profissional para a formação do formador, acreditamos que a pesquisa, os conhecimentos a respeito da profissão, as teorias e suas interlocuções com a prática, constituem-se fundamentais tanto para a formação do formador quanto para a sua futura atuação. Neste sentido o formador é “um professor que também se forma no exercício da profissão, pois precisa mobilizar seus conhecimentos para empreender práticas que atendam às demandas do seu contexto profissional” (COURA; PASSOS, 2017, p. 9).

Entendemos que todo professor pode ser considerado formador, à medida que exerce sua profissão “formando” alunos da Educação Básica. Contudo, neste trabalho, quando utilizamos o termo formador nos referimos ao formador de PEM, que também é, por sua vez, professor e, muitas vezes, pesquisador. Essas características tornam esse profissional ainda mais complexo, pois sua função engloba ainda o “como” ensinar os alunos dos (futuros) professores.

Existem ainda muitos questionamentos sobre quais seriam os conhecimentos necessários ao formador de PEM e em que medida os aspectos emocionais, sociais e culturais influenciam essa profissão. D’Ambrósio e Lopes (2015) argumentam que “produzimos conhecimento não

somente intelectual e socialmente, mas também de forma emotiva e moral, por meio de nossas vivências” (D’AMBRÓSIO, LOPES, 2015, p.5). Nesse sentido, Cyrino (2017, p. 702) afirma que “o professor que cada um é, ou que irá se tornar, não depende simplesmente dos conhecimentos matemáticos e didáticos, trabalhados nos processos de formação” (CYRINO, 2017, p. 702).

Refletir a esse respeito é de fundamental importância, visto que

[...] nós, professores e pesquisadores, em muitos momentos carecemos de autonomia e controle sobre o nosso trabalho, porque somos cerceados pela filosofia da escola e pelo estatuto da universidade, pelos programas de curso preestabelecidos, pelas propostas curriculares elaboradas por teóricos, pelas diretrizes expressas pelos gestores e pelas políticas públicas. (D’AMBRÓSIO, LOPES, 2015, p. 5)

Coura e Passos (2017) apontam que os formadores que participaram das pesquisas que elas analisaram, discorrem sobre a necessidade e a importância de se oportunizarem, dentre outros aspectos, mais espaços de formação que contemplem a utilização das tecnologias de informação e comunicação (TIC). As autoras ainda observaram que a maioria dos formadores ainda utilizam recursos tradicionais em contextos formativos e que “as novas mídias são, por si só, vistas como catalisadoras de mudança” (COURA; PASSOS, 2017, p. 14). Seguindo esse princípio, o potencial de Recurso Multimídia para a formação de PEM tem sido objeto de investigação e de referência para os formadores de professores, conforme descrevemos na próxima seção.

## **RECURSO MULTIMÍDIA NA FORMAÇÃO DE PEM**

A complexidade e o potencial do recurso multimídia para a formação de PEM tornam custosas as tentativas de definição ou caracterização breves a seu respeito, mas apresentamos a seguir alguns aspectos que podem proporcionar ao leitor uma visão ampla de sua constituição e utilização. Rodrigues (2015) descreve que um recurso multimídia é constituído por um conjunto de mídias, como “vídeos com episódios de sala de aula, plano de aula dos professores, áudio de entrevistas realizadas com o professor, produção escrita dos alunos, questões para reflexão [...], dentre outros” (RODRIGUES, 2015, p. 13).

O Recurso Multimídia<sup>26</sup> elaborado pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – Gepefopem, como base no recurso multimídia

<sup>26</sup> Está alocado em uma plataforma *online* que pode ser acessada mediante *login* e senha no endereço [www.rmfp.uel.br](http://www.rmfp.uel.br).

português, foi construído por meio de uma parceria<sup>27</sup> entre a Universidade de Lisboa (UL) e a Universidade Estadual de Londrina (UEL), sob a orientação das professoras Hélia Oliveira (UL) e Márcia Cyrino (UEL).

Esse recurso é constituído por “casos multimídia”. Até o momento foram elaborados quatro casos multimídia, quais sejam: “Os colares”, que envolve o pensamento algébrico; “Plano de telefonia”, que envolve funções e o trabalho com o GeoGebra; “Os Brigadeiros”, que trabalha com média na perspectiva da Educação Estatística; e “Explorando Perímetro e Área”, que foi construído a partir da aplicação de tarefas que envolvem os conceitos de perímetro e área. Cada caso foi construído com base em um conteúdo matemático específico desenvolvido em uma sala de aula da Educação Básica, utilizando como metodologia a perspectiva do Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011; CYRINO & OLIVEIRA, 2016; OLIVEIRA, MENEZES & CANAVARRO, 2013). Uma aula, nesse enfoque, é organizada em quatro fases, nomeadamente: proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva das resoluções da tarefa, e sistematização dos conteúdos envolvidos.

Durante a elaboração desse recurso, várias foram as discussões do Gepefopem a respeito de suas potencialidades, limitações, dinâmicas de utilização, diferenças de seu uso para a formação inicial e continuada, o papel da teoria nesse processo, as articulações com a prática docente, entre outros elementos que podem (e devem) ser evidenciados em um contexto de formação. Tais discussões deram suporte para o desenvolvimento de várias pesquisas que envolvem a sua construção e utilização em programas de formação de PEM (RODRIGUES, 2015; MOTA, 2016; CYRINO, 2016a; CYRINO, 2016b; RODRIGUES, 2017; OLIVEIRA, 2017; JESUS, 2017; RODRIGUES; CYRINO, 2017; RODRIGUES; CYRINO, 2018).

Rodrigues (2015) analisou os elementos da prática pedagógica que foram considerados pelos membros do Gepefopem durante a construção do caso multimídia “Os colares” e afirma que a principal conclusão a que chegou

é que os casos multimídias, da maneira como foram pensados, são meios para os professores em formação se desenvolverem profissionalmente [...] pode configurar um contexto de formação no qual os envolvidos têm oportunidade de aprenderem aspectos da profissão, constituírem

<sup>27</sup> Essa parceria se deu por meio de projetos financiados pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Fundação Araucária.

conhecimentos e desenvolverem suas identidades profissionais<sup>28</sup>. (RODRIGUES, 2015, p. 175, 176)

Mota (2016) observou que os questionamentos que são feitos pela professora protagonista do caso multimídia<sup>29</sup>, durante uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, foram elencados pelos futuros professores de sua investigação como estratégia que pode ser usada para alcançar ações específicas, como

garantir a compreensão da tarefa sem reduzir seu nível de demanda cognitiva; obter explicações, quanto às resoluções apresentadas; confrontar diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas; promover e gerir a participação dos alunos na fase de discussão da tarefa; e, promover a importância da regra. (MOTA, 2016, p. 132)

Rodrigues e Cyrino (2018) estudaram as ações da professora protagonista do caso multimídia “Os colares” destinadas a engajar os alunos na fase inicial de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Com isso, observaram

a importância do caso multimídia no contexto de formação de professores, devido às oportunidades de aprendizagem profissional oferecidas aos FP (futuros professores) por meio da exploração de artefatos da prática docente, como a tarefa matemática, o plano de aula, os áudios com as intenções da professora antes da aula, [...] às possibilidades audiovisuais do vídeo junto às especificidades de seu conteúdo sobre a prática pedagógica na perspectiva do Ensino Exploratório. (RODRIGUES; CYRINO, 2018, p. 19)

Cyrino (2016a) analisou o papel do caso multimídia “Os colares” para a formação profissional de dez futuros professores, alunos de um curso de licenciatura em matemática, por meio de produções escritas e concluiu que “a exploração do caso multimídia permitiu que os futuros professores conhecessem uma prática de ensino que nunca tinham vivenciado enquanto alunos e discutissem a relação entre essa prática e as orientações curriculares presentes nos documentos oficiais e em pesquisas” (CYRINO, 2016b, p. 87).

Já Oliveira (2017) investigou um contexto de formação continuada em uma Comunidade de Prática e salientou que, no decorrer do trabalho com o caso multimídia “Plano de telefonia”, “as professoras relataram que passaram a implementar em sua prática pedagógica muitas das características estudadas a respeito da perspectiva do Ensino Exploratório” (OLIVEIRA, 2017, p. 128).

<sup>28</sup> A perspectiva do grupo a respeito da Identidade Profissional de PEM é algo que se (re)constitui de acordo com as pesquisas realizadas. Considerações a respeito dessa perspectiva podem ser obtidas em Cyrino (2017; 2018) e De Paula e Cyrino (2017).

<sup>29</sup> Na pesquisa de Mota (2016) o caso multimídia explorado foi “Os colares” em que o pensamento algébrico é o conteúdo matemático abordado.

Essas pesquisas foram desenvolvidas tendo como foco as ações do professor em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, a formação de PEM e sua aprendizagem profissional, e apresentam, de forma tímida, poucos indícios do papel do formador nos contextos formativos observados. A presente investigação é a primeira do Gepefopem que se propõe a discutir o papel do formador na exploração de um caso multimídia, mais especificamente do caso “Explorando Perímetro e Área”.

Na seção a seguir descrevemos o referido caso multimídia e os procedimentos metodológicos de nossa investigação.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo da presente investigação é analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de PEM. Assim, realizamos uma pesquisa qualitativa de cunho teórico e interpretativo, cujo contexto de investigação foi o referido caso multimídia, um dos casos que compõem o Recurso Multimídia (Figura 27).

**FIGURA 27: PÁGINA INICIAL DO RECURSO MULTIMÍDIA**



Fonte: rmfp.uel.br

O caso multimídia investigado foi constituído a partir de duas aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório fundamentadas nos conceitos matemáticos de área e

perímetro, em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Cambé, no Paraná. A professora Márcia Nagy<sup>30</sup> foi a protagonista do caso.

Ao selecionar o quarto caso na plataforma *online* temos uma tela que nos apresenta seções horizontais e verticais (Figura 28). Para cada seção horizontal existem as seções verticais (que em sua maioria também possuem subseções) que devem ser percorridas na ordem em que aparecem ou de acordo com as intenções do formador.

**FIGURA 28: PÁGINA INICIAL DO CASO MULTIMÍDIA**



Fonte: rmfp.uel.br

Como esse caso foi feito com base em duas aulas gravadas, todas as seções e subseções verticais são divididas em “Aula 1” e “Aula 2”. Para cada uma dessas aulas foi utilizada uma tarefa, sendo que a “Tarefa 1” foi utilizada na “Aula 1” e a “Tarefa 2” foi utilizada na “Aula 2”. As tarefas 1 e 2 podem ser encontradas na seção de análise, nas Figuras 3 e 4, respectivamente. No Quadro 5 apresentamos as seções horizontais, suas respectivas seções verticais e os materiais disponibilizadas, para o (futuro) PEM em formação, em cada uma delas.

**QUADRO 5: ORGANIZAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA "EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA"**

SEÇÕES HORIZONTAIS	SEÇÕES VERTICAIS	CONTEÚDO DISPONIBILIZADO
INTRODUÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA	Contexto	Contexto da aula que foi videogravada, com informações do colégio, da professora e da turma.
	Como usar o caso	Instruções de como utilizar o caso multimídia, informando a sequência a ser seguida.
	Autoria	Informa a autoria do caso multimídia, que é o Gepefopem, Profa. Dra. Márcia Cyrino e Profa. Dra. Hélia Oliveira.
ANTES DA AULA	A tarefa	São disponibilizadas as tarefas para <i>download</i> no formato PDF e questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.

<sup>30</sup> Márcia Cristina Nagy é professora da Educação Básica da cidade de Cambé (SEED – PR) e doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PECEM/UEL.

	Planejamento	Apresenta todo o planejamento feito pela professora protagonista, com os planos de aula e excertos das entrevistas em áudio realizadas com ela antes da aula a respeito das intencionalidades e objetivos para cada fase da aula, bem como questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
	Quadro Síntese	Disponibiliza o <i>template</i> de um quadro síntese a ser preenchido pelo professor em formação ao longo da exploração do caso multimídia, que tem como objetivo elencar as ações da professora protagonista do caso em cada fase da aula.
A AULA	Aula 1	São apresentados excertos em vídeo de ambas as aulas realizadas de acordo com cada fase, com questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
	Aula 2	
REFLEXÃO APÓS A AULA	Antes da aula	São disponibilizados excertos da entrevista em áudio com a professora protagonista após a aula, onde ela reflete a respeito dos acontecimentos das aulas, se os objetivos foram alcançados, limitações do trabalho e possíveis mudanças em aulas futuras. Também são propostas questões problematizadoras para serem respondidas pelo professor em formação.
	A aula	
	<i>Framework</i> (quadro de referência)	É disponibilizado um arquivo para download em PDF com um quadro de referência <sup>31</sup> , onde são apresentadas informações sobre ações de um professor qualquer em uma perspectiva do Ensino Exploratório, bem como elementos da prática a respeito de cada uma dessas ações. Essa seção também contém uma questão problematizadora.
COLOCAR EM PRÁTICA	-	O professor em formação é convidado a planejar e desenvolver uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, realizar os registros em vídeo e refletir sobre a sua prática.

Fonte: As autoras

Desse modo, nossa análise perpassou todas as seções e subseções do caso multimídia “Explorando perímetro e área” com vistas a investigar os elementos que dizem respeito ao papel do formador e que podem ser explorados durante o trabalho com o caso multimídia. Utilizamos também como fonte de informação, elementos elencados pelos participantes do Gepefopem, no momento da construção do caso, como importantes de serem considerados pelo formador na exploração desse caso.

<sup>31</sup> Esse quadro está disponível em Cyrino e Teixeira (2016).

## **O PAPEL DO FORMADOR NA EXPLORAÇÃO DO CASO MULTIMÍDIA “EXPLORANDO PERÍMETRO E ÁREA”**

Discutimos a seguir os elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” constituídos a partir da análise de todas as seções do caso multimídia, quais sejam: o contexto da formação; a importância da teoria; as diferentes mídias e seus usos; e os desafios e limitações inerentes ao processo de formação. Dentre esses tópicos, “as diferentes mídias e seus usos” ocupa um espaço consideravelmente maior que os demais, pois nele elencamos todas as mídias do caso e ressaltamos o papel do formador para cada uma delas.

- **O contexto da formação**

Em qualquer contexto de formação é fundamental que o formador conheça quem serão os professores em formação e quais são as suas expectativas. Algumas formações são pautadas em conteúdos e procedimentos que, muitas vezes, acrescentam muito pouco ao professor em formação, por tratar hipoteticamente como algo daria certo em um lugar diferente da realidade do professor.

Por se constituir de diversas mídias e apresentar a situação real de uma sala de aula da Educação Básica, em uma perspectiva alternativa, o recurso multimídia pode ser utilizado para atingir diversos fins em contextos de formação, como mobilizar conhecimentos para o ensino de matemática, promover reflexões, possibilitar o desenvolvimento e aprendizagens profissionais e para contribuir com o movimento de constituição da Identidade Profissional.

É necessário que antes da formação o formador analise todos os materiais disponíveis no multimídia (entrevistas, plano de aula, resolução dos alunos, episódios de aula, questões problematizadoras) para que possa pensar na sua gestão tendo em vista o objetivo da formação e o público que será atendido. Essa análise completa do caso multimídia é fundamental mesmo que o formador opte por não utilizar algum dos materiais disponíveis. Assistir os vídeos, refletir sobre as potencialidades de cada um deles, pensar nas possíveis dúvidas e intervenções, são ações que devem ser realizadas pelo formador antes do início das atividades com os professores em formação. Esse trabalho também requer do formador uma atenção especial à diversas variáveis que podem comprometer a sua exploração (Quadro 6).

**QUADRO 6: VARIÁVEIS PARA O USO DO CASO MULTIMÍDIA**

<b>Variáveis</b>	<b>Justificativa</b>
<b>Duração</b>	O uso completo <sup>32</sup> do caso multimídia demanda um longo período de tempo de trabalho, o que pode variar conforme o rendimento de cada grupo. A duração dos vídeos varia de 1 a 9 minutos, mas em média, possuem 5 minutos de duração cada. Cabe ao formador realizar uma previsão do tempo que será gasto pelos professores em formação para analisá-los e responder às questões problematizadoras, bem como realizar o estudo dos planos de aula e produções escritas dos alunos. Sugerimos que a duração dos encontros não ultrapasse duas horas, para que o cansaço (físico e mental) dos professores em formação não interfira na aprendizagem.
<b>Local</b>	Considerando a necessidade da utilização de aparelhos eletrônicos, é importante que se observe a existência de tomadas e, caso necessário, sejam providenciados filtros de linha (por exemplo), para suprir as necessidades de carregamento. É interessante também que o local escolhido seja o mais silencioso possível, para que haja o máximo de concentração no caso, tanto do formador quanto dos professores em formação.
<b>Internet</b>	É imprescindível que haja acesso à <i>internet</i> no local de realização dos encontros e que a qualidade do sinal seja suficiente para o carregamento dos vídeos de forma rápida, considerando a quantidade de computadores que serão usados.
<b>Dinâmica</b>	É importante que cada professor em formação possua um computador para assistir aos vídeos e responder às questões do caso multimídia. Contudo, existe a possibilidade do trabalho em duplas ou de projetar os vídeos para que todos assistam ao mesmo tempo.
<b>Aparatos Eletrônicos</b>	É importante que cada professor possua fones de ouvido, de modo que o áudio dos vídeos não cause incômodos aos outros. A utilização de aparelhos para projetar os vídeos de forma que os professores assistam todos ao mesmo tempo, deve ser aplicada desde que haja um entendimento do grupo para o trabalho individual, pois do contrário essa ação pode retirar boa parte do potencial do recurso e reduzir a formação à mera exposição de vídeos. Esses aparelhos, no entanto, podem ser usados para fins de discussão de algum aspecto que tenha sido levantado pela maioria dos professores após terem concluído o trabalho com o caso multimídia.
<b>Registro</b>	O envio ao formador das respostas dos professores em formação às questões problematizadoras pode ser feito via <i>e-mail</i> ou salvo em uma <i>pen drive</i> .

Fonte: A autora

Embora a estrutura do caso multimídia nos sugira uma exploração linear, perpassando as seções de modo contínuo e sem interrupções, consideramos que cabe ao formador, com base nas variáveis que possui, organizar quais os episódios e materiais serão estudados de modo a alcançar os objetivos pré-estabelecidos.

Dessa forma, o formador pode optar por, por exemplo: trabalhar apenas com uma das aulas disponíveis; analisar apenas as tarefas que foram utilizadas nas aulas (verificando os conhecimentos necessários, nível de demanda cognitiva, potencial para exploração de conceitos geométricos, entre outros); analisar apenas os planos de aula que foram elaborados em uma perspectiva alternativa de ensino; selecionar alguns episódios; trabalhar com a produção escrita

<sup>32</sup> Quando o professor em formação tem a oportunidade de analisar todas as mídias de todas as seções do caso multimídia.

dos alunos; ou ainda utilizar apenas uma seção como foco do trabalho e discutir as demais. Enfim, para cada grupo haverá um objetivo e uma adequação possível para o uso do multimídia.

Outra sugestão é o que o formador trabalhe com outros empreendimentos antes de começar propriamente a exploração do caso multimídia, na busca de questionar os professores em formação em relação à prática na sala de aula, e utilizar as respostas e reflexões promovidas no desenvolvimento desse empreendimento para gerenciar as discussões durante o trabalho com o caso.

O trabalho com o caso multimídia exige que o formador tenha conhecimentos sobre a perspectiva do Ensino Exploratório e os conceitos matemáticos de área e perímetro, pois desse modo será possível aproveitar ao máximo o potencial do recurso para a formação. Apesar de o foco central dos vídeos das aulas ser as ações do professor e suas influências na aprendizagem dos alunos, o formador pode explorar os aspectos que considerar convenientes.

- **A importância da teoria**

Para que o formador possa organizar o trabalho de exploração do multimídia de modo a explorar os aspectos relevantes de acordo com seus objetivos e fazer as intervenções necessárias durante a formação, é fundamental que tenha conhecimentos teóricos a respeito das temáticas inerentes ao caso, nomeadamente:

- Ensino Exploratório. Por exemplo: Canavarro (2011); Cyrino, Oliveira (2016); Oliveira, Menezes, Canavarro (2013).

- Uso de vídeos em contextos de formação. Por exemplo: Sherin, Van Es (2009); Stein, Smith (2009); Rodrigues et al. (2014); Estevam e Cyrino (2017).

- Área e perímetro. Por exemplo: Teles, Bellemain (2008); Bellemain (2018); Chiumo (1998); Melo, Bellemain (2008); Ferreira, Bellemain (2012).

- Pesquisas vinculadas à formação de PEM. Por exemplo: Fiorentini et al. (2002); Fiorentini et al. (2016); Cyrino (2016a, 2016c, 2017, 2018)

Um dos papéis do formador é levar questões teóricas para as discussões e articulá-las com a prática apresentada pelo caso ou por professores em formação continuada. No entanto, é possível que haja futuros professores que também podem suscitar questões da prática profissional para articulação com a teoria, questões essas que podem ser baseadas na prática desses futuros

professores ou mesmo de situações vivenciadas enquanto alunos da Educação Básica e Ensino Superior.

A teoria não precisa ser o ponto de partida, porém, é necessária em algum momento da formação, pois, é importante para que o professor em formação possa compreender as ações da professora protagonista do caso e o porquê dessas ações. Vale lembrar que o caso multimídia permite, no caso de futuros professores, o acesso a elementos que durante o estágio de observação não poderiam ser evidenciados (CYRINO, 2016b).

Antes de iniciar o trabalho com o caso multimídia, o formador pode apresentar aos professores em formação o contexto em que as aulas do caso foram gravadas, cujas informações estão na seção “Introdução ao caso multimídia”. Ou ainda, iniciar o trabalho sem essa explicação e deixar que os professores em formação fiquem curiosos e façam questionamentos a respeito do contexto da aula.

No caso de os professores em formação trazerem para a discussão aspectos de sua prática em sala de aula ou de sua formação, é importante que o formador faça questionamentos sobre como eles lidam/lidaram com os eventuais problemas e desafios, buscando articulação com a teoria e de modo que eles reflitam sobre suas ações, na prática ou de sua formação, e discutam possibilidades diferenciadas de lidar situações diferentes. Uma estratégia é tentar relacionar as práticas dos professores formação com os aspectos teóricos buscando gerenciar as discussões com foco no objetivo da formação.

- **As diferentes mídias e seus usos**

A seção “Antes da aula” traz inicialmente as tarefas utilizadas nas aulas gravadas (Figura 3 e Figura 4). Refletir a respeito das características e potencialidades das tarefas, resolvê-las e responder as questões problematizadoras do caso multimídia se configuram como ações importantes do formador, antes da exploração do caso, para que possa dinamizar as discussões com os professores em formação (MOTA, 2016).

No decorrer da exploração do caso, é importante que o formador incentive os professores em formação a escreverem suas respostas, pois muitas vezes as discussões são riquíssimas, mas no momento da escrita o professor se limita.



das anteriores. Nesse sentido, cabe ao formador articular os potenciais da tarefa com os resultados obtidos pela professora protagonista.

A Tarefa 2 (Figura 30) também permite a mobilização do pensamento geométrico, pois fornece uma ilustração para explicitar as informações e os alunos a utilizam para uma exploração heurística, com vistas a buscar soluções para o que está proposto. Além disso, essa tarefa exige dos alunos mais do que o conhecimento dos conceitos matemáticos, explorando questões sociais e de justiça. Embora pareça simples para resolver, gerou vários questionamentos e resoluções diferentes das previstas pela professora protagonista. Assim, é algo a que o formador deve se atentar, deixando que os professores em formação busquem várias alternativas para resolução e estabeleçam justificativas variadas.

**FIGURA 30: TAREFA 2 – A CERCA DO SENHOR MOURA**

Uma fazenda com formato retangular passou a pertencer a quatro pessoas, como representado na figura a seguir:

Leia o diálogo entre duas dessas pessoas:

**Moura:** Caro Alves, vou cercar meu terreno.

**Alves:** Também estou pensando em fazer o mesmo.

**Moura:** Como os nossos terrenos têm a mesma área, então poderíamos comprar o material juntos e depois dividiríamos a despesa ao meio. O que você acha?

**Alves:** Deixe-me pensar! Vou falar com a minha esposa e depois te dou uma resposta.

**Moura:** Preciso que você decida já porque vou agora comprar o material!

1. Que decisão o senhor Alves deve tomar? Justifique sua resposta.
2. Algum dos outros vizinhos poderia dividir igualmente a despesa com o senhor Moura de modo que ninguém fique prejudicado? Justifique a sua resposta.

Fonte: [rmfp.uel.br](http://rmfp.uel.br)

Em ambas as tarefas deve haver um cuidado com as noções dos aspectos (conceituais, procedimentais, matemáticos e sociais) envolvidos na atividade. Deve deixar que claro que a unidade de área pode ser o “quadrado” e a unidade de comprimento pode ser o lado do “quadrado”. Problematizar junto aos professores em formação a diferença entre a natureza das unidades de medida adotadas é fundamental para promover reflexão, no sentido de que caso o

aluno utilize uma régua para medir o comprimento das figuras, essa também seria uma estratégia de resolução válida e deve ser explorada.

É importante considerar que o “conceito de área é uma noção matemática que permite comparar e medir a parte ocupada pelas superfícies” (TELES; BELLEMAIN, 2008, p. 3). Assim “o conceito de perímetro passa a ser um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico em si, que é a linha fechada” (BARBOSA, 2002, p. 32 *apud* SILVA; BELLEMAIN, 2011, p. 4). Assim, deve ser entendido como a medida do contorno de uma figura, e não como a soma dos lados de uma figura como aparece em muitos materiais didáticos.

As questões problematizadoras presentes do multimídia, por suas características, possibilitam focos diversos e, portanto, demandam conhecimento e planejamento do formador para realizar intervenções nos pequenos e grandes grupos<sup>33</sup>, no sentido de suscitar reflexões de acordo com suas intencionalidades.

**FIGURA 31: QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS DA TAREFA 2**

The image shows a digital interface for a lesson titled "aula 2". At the top, it indicates the file "Tarefa 2.pdf" with a size of 30.05 KB. Below this, there is a list of six questions designed to provoke thought about a task. The questions are:

1. Resolva a tarefa
2. Que conteúdos matemáticos foram mobilizados ao resolver essa tarefa?
3. Que resoluções podem ser apresentadas pelos alunos para essa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

At the bottom of the interface, there is a blue button labeled "Gravar/Imprimir".

Fonte: rmpf.uel.br

Por exemplo, algumas questões da Figura 31 instigam os professores em formação a pensar como os alunos resolveriam a tarefa. Nesse sentido, o formador também pode apresentar exemplos de possíveis respostas, desde que haja cuidado para não diminuir a demanda cognitiva da tarefa. Exemplos de questionamentos para que os professores em formação reflitam são:

<sup>33</sup> Quando escrevemos grandes grupos nos referimos a todos os professores participantes da formação. Já os pequenos grupos são quantidades menores de participantes com os quais o formador dialoga enquanto os observa realizar as tarefas.

*“Vocês acham que poderiam aparecer respostas diferentes das que vocês pensaram?”*, *“O que vocês fariam se o aluno apresentasse uma resolução diferente e ao mesmo tempo correta para a tarefa?”*”.

Até esse ponto o formador questiona com base nas concepções dos professores em formação, ou seja, os professores têm acesso apenas à tarefa e a partir dela devem pensar nas suas potencialidades, nos conceitos matemáticos, possíveis respostas dos alunos, dinâmica de aula, entre outras coisas. No entanto, a próxima seção vertical “Planejamento”, convida os professores em formação a analisarem a aula a partir das perspectivas e intencionalidades da professora protagonista. A atenção do formador deve ser voltada a identificar os juízos de valores que os professores em formação podem apresentar e os questionamentos devem ser feitos de modo a evidenciar que não existe uma única resposta “certa”, que é possível haver concordância com alguns aspectos da aula e com outros não. Contudo, a justificativa para qualquer afirmação é fundamental. Perguntas do tipo: *“O que há de semelhante ou diferente do que vocês pensaram com o que a professora protagonista pensou?”*, *“O que mais chamou sua atenção?”*, *“Vocês acreditam que essa proposta poderia ser aplicada em suas turmas?”*, *“Vocês já realizaram algum trabalho semelhante? Se sim, como foi?”*, podem auxiliar no processo reflexivo dos professores a respeito da prática profissional e contribuir para sua aprendizagem profissional, pois exigem que os professores façam uma análise de si enquanto profissionais e de suas ações docentes.

Dando continuidade a subseção “Planejamento”, estão disponíveis os planos de aula da professora protagonista. É importante que o formador chame atenção para o tempo que a professora determina para cada fase da aula, pois realizar essa gestão e fazer com que os alunos aprendam a trabalhar com um tempo predeterminado é algo importante não só para a aprendizagem matemática como também para a vida e a formação do aluno enquanto cidadão.

É comum, em contextos de formação continuada (e às vezes até inicial), que os professores em formação questionem a necessidade da elaboração do plano de aula, pois muitas vezes consideram que tal tarefa exige muito tempo (um tempo que talvez eles não tenham disponível) e não “faz diferença” para a aula. Isso se evidencia ainda mais quando se trata da elaboração de planos de aula na perspectiva do Ensino Exploratório, pois a ideia é que seja feito um plano de aula para cada tarefa utilizada. Numa situação semelhante, é fundamental que o formador argumente que a aprendizagem e a reflexão possibilitadas durante a elaboração do

plano de aula são enormes se ele for feito com seriedade e com vistas a aprendizagem matemática dos alunos (CYRINO, 2018). Também é no desenvolvimento do plano de aula que o (futuro) professor em formação compreende, de fato, a perspectiva do Ensino Exploratório do ponto de vista teórico para possa executar a aula da melhor maneira possível.

Durante o dia a dia do professor, no entanto, é possível que ele não construa de modo estruturado e formal um plano para cada aula, como foi visto na formação inicial, mas ele pode, ao escolher as tarefas para o trabalho de um determinado conteúdo, levar em consideração todos os aspectos vistos na perspectiva do Ensino Exploratório e utilizá-los com frequência em sua prática docente (OLIVEIRA, 2017). Além disso, muitos aspectos que são evidenciados em uma tarefa podem ser recorrentes às demais.

A entrevista realizada antes da aula com a professora protagonista do caso, a respeito dos objetivos para cada fase da aula, bem como as previsões para as respostas dos alunos e possíveis dúvidas, mostra a sua preocupação com o ensino e aprendizagem da matemática e esse aspecto deve ser destacado pelo formador<sup>34</sup>.

A última mídia disponibilizada na seção “Antes da aula” é o Quadro Síntese (Quadro 7). Este quadro foi elaborado pelo Gepefopem para ser usado pelo professor em formação durante a exploração do caso multimídia, para que ele observe e anote as ações da professora protagonista do caso em casa fase da aula.

**QUADRO 7: TEMPLATE DO QUADRO SÍNTESE**

Etapas/Ação		Ações do professor identificadas após:		
		Exploração do multimídia	Discussão da exploração do multimídia	Exploração do multimídia “Reflexões após a aula”
<b>Antes da aula</b>	<b>Antecipar</b>			
<b>Durante a aula</b>	<b>Proposição e apresentação da tarefa</b>			
	<b>Desenvolvimento da tarefa</b>			
	<b>Discussão Coletiva da tarefa</b>			
	<b>Sistematização</b>			

Fonte: rmfp.uel.br

<sup>34</sup> Nesta altura do trabalho já podem começar a surgir questionamentos sobre a perspectiva de ensino utilizada e o formador deve estar atento em seus diálogos para não fornecer informações sobre a perspectiva que, dependendo do contexto do trabalho, é interessante que os professores observem “sozinhos”. Por exemplo, considerando um contexto de formação continuada, onde a maioria dos professores trabalham numa perspectiva tradicional, é interessante que eles percebam, ao longo dos vídeos das aulas, características importantes do Ensino Exploratório e o modo como os alunos interagem e elaboram justificativas, como a fase de “Discussão coletiva da tarefa”.

O Quadro Síntese é fundamental para que o professor em formação faça os seus registos concomitantemente ao uso do caso multimídia de acordo com as seções “Antes da aula”, “A aula” e “Reflexão após a aula” e leve em consideração também as discussões com o formador. Assim, cabe ao formador promover a percepção articulada dos diversos dispositivos que compõem o caso multimídia.

Na seção “A aula” estão os vídeos das duas aulas ministradas pela professora protagonista, bem como um arquivo com as produções escritas dos alunos na resolução das tarefas, e para cada subseção existem questões problematizadoras específicas para serem respondidas pelos professores em formação. O formador pode então questioná-los em relação às argumentações dos alunos, buscando estabelecer relação entre a prática contida no vídeo e a prática desses professores.

É importante destacar o cuidado da professora protagonista em estabelecer conexões entre as respostas, as falas dos alunos e a sistematização do que foi aprendido. Essa fase da aula reúne informações de todos os fatos ocorridos nas demais fases da aula. O formador deve deixar bem claro que a sistematização, na perspectiva do Ensino Exploratório, é fundamental para o avanço da aprendizagem dos alunos. Tudo que os alunos fizeram deve ser considerado na discussão e na sistematização. Portanto, sistematizar vai além do mero anúncio dos conceitos e das propriedades matemáticas contidas na tarefa. Outro ponto que deve ter destaque na formação é o vídeo referente à “Discussão coletiva da tarefa” do grupo da aluna Maria (Figura 32).

**FIGURA 32: RESOLUÇÃO DO GRUPO DA ALUNA MARIA<sup>35</sup>**

2) Algum dos outros vizinhos poderia dividir igualmente a despesa com o senhor Moura de modo que ninguém fique prejudicado? Justifique a sua resposta.

O senhor Moura poderia dividir o terreno com os seus vizinhos Ilídio e Esteves pois o terreno dos três tem perímetros iguais e eles pagariam igualmente.

Mas se ele dividir com Ilídio ele pagará o equivalente a 11 unidades e se ele dividir com Esteves e pagará o equivalente a 14 unidades.

$$\begin{array}{r}
 P = 16 \\
 P = +6 \\
 \hline
 - 22 \quad 12x \\
 \hline
 2 \downarrow \quad 11 \\
 \hline
 02 \\
 - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Fonte: rmfp.uel.br

A resposta que a professora protagonista havia pensado receber dos alunos para esse item da Tarefa 2 era que o Senhor Moura poderia dividir o terreno com o Senhor Ilídio ou com o Senhor Esteves. No entanto, o grupo da aluna Maria surpreendeu ao verificar que Moura e Ilídio possuem uma divisa em comum equivalente a seis unidades de comprimento, ou seja, não seria necessária a construção de duas cercas nessa divisa.

Do modo como o grupo da aluna Maria pensou, o Senhor Moura e o Senhor Ilídio pagariam por apenas 11 unidades de comprimento da cerca, e não 14 unidades que equivale ao perímetro total do terreno. A problematização dessa situação pelo formador é importante para que os professores discutam as diferentes resoluções, considerando que dada a resposta do grupo da Maria, a tarefa só admite uma solução “realmente justa” do ponto de vista financeiro.

<sup>35</sup> Transcrição: *O senhor Moura poderia dividir o terreno com os seus vizinhos Ilídio e Esteves, pois o terreno dos três tem perímetros iguais e eles pagariam igualmente. Mas se ele dividir com Ilídio ele pagará o equivalente a 11 unidades e se ele dividir com Esteves pagará o equivalente a 14 unidades.*

Na seção de “Reflexão após a aula” a professora protagonista é entrevistada após a aula e apresenta suas reflexões sobre as duas aulas desenvolvidas. Uma das ressalvas feitas por ela é que na Aula 1, ao questionar os alunos a respeito de qual das figuras é o quadrado e qual das figuras é o retângulo, refletiu que o quadrado também possui características do retângulo.

*“[...] se pararmos para pensar as duas (figuras) são retangulares, elas têm características de retângulo. Só que também trazer para a discussão naquele momento com esses alunos seria complicado porque a gente perderia o foco da tarefa em questão. Então num momento posterior ou em outras tarefas seria adequado discutir com as crianças essa questão de que o quadrado também tem características pertencentes ao retângulo e vice e versa isso não acontece [...]”.*

É relevante que o formador discuta a esse respeito, buscando compreender o posicionamento dos professores em formação em relação à escolha feita pela professora protagonista e de qual modo eles agiriam nessa situação ou em uma situação semelhante. Ao relatar a fase de sistematização a professora protagonista ressalta que a projeção das resoluções dos alunos para as tarefas foi muito válida e fez com que o tempo fosse otimizado. Questionar os professores em formação sobre o que eles pensam em relação ao uso de tecnologias digitais em sala de aula pode gerar discussões interessantes e o compartilhamento de práticas pedagógicas.

Ainda nessa seção está disponibilizado um arquivo com o *framework* (CYRINO; TEIXEIRA, 2016), que apresenta as ações de um professor para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Neste ponto a questão problematizadora pede que o professor em formação compare o que está posto no *framework* com o quadro síntese que ele mesmo preencheu. Essa comparação não tem a intenção de “corrigir” o quadro síntese, pelo contrário, pode ser que os professores em formação tenham identificado ações importantes que não estejam postas no *framework* e que são importantes de serem discutidas. Desse modo, também cabe ao formador salientar a importância do *framework* como uma ferramenta para evidenciar ações importantes e não como um ‘gabarito’.

Do mesmo modo, caso haja elementos no *framework* que não estejam no quadro síntese dos professores em formação, a discussão da relevância desses elementos também se faz importante. O *framework* não foi criado com a intenção de ser um manual a ser seguido rigorosamente, mas sim um auxílio para professores que desejem implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Nesse momento, são válidos questionamentos do tipo: “O que você pensa em relação aos elementos que estão no *framework* e que você não anotou? Eles

*estão evidentes nos vídeos? Você consegue lembrar algum episódio que o evidencie? Em que medida o framework contribui para a elaboração de uma aula?”*

A última seção do caso multimídia, “Colocar em prática”, propõe ao professor em formação o planejamento e o desenvolvimento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório, com o registro em vídeo da mesma. Se houver a possibilidade dessa realização, é muito importante que o formador acompanhe o processo e dê suas contribuições.

Ao final do trabalho com o caso multimídia, o formador pode solicitar aos participantes a elaboração de reflexões (escritas ou orais) individuais ou em pequenos grupos sobre a experiência de exploração do caso multimídia.

- **Desafios e Limitações**

Como todo recurso alternativo, o caso multimídia também possui desafios e limitações em seu uso e que implicam nas ações do formador. O maior deles talvez seja o fato do acesso restrito. A liberação dos casos multimídias é feita mediante assinatura de um termo de compromisso ético, pois a ausência de controle de quem fará uso desse recurso, sem preocupação com a finalidade e o potencial do recurso, pode tornar vulnerável algo que foi minuciosamente pensado e planejado, tendo em vista a realidade multifacetada da sala de aula brasileira, com o intuito de promover a aprendizagem e o desenvolvimento profissional de PEM. É importante ressaltar que a necessidade de autorização para utilização do recurso multimídia foi um compromisso assumido dos elaboradores com o Comitê de Ética e Pesquisa da UEL.

O tempo também se configura como um desafio potencial para a exploração do caso multimídia, pois normalmente programas de formação (principalmente no que se refere à formação continuada) não disponibilizam muitos encontros e não incentivam os professores a realizarem a formação.

Para o formador, além dessas implicações, está o fato de o trabalho com o caso multimídia permitir que os (futuros) PEM em formação interajam entre si, se questionem e questionem o formador a respeito de qualquer assunto relacionado ao ensino e/ou a matemática, ou seja, o caso multimídia não restringe a formação a uma temática específica, mas abre um leque de possibilidades que podem ir para além do conteúdo e abordar, por exemplo, questões éticas, políticas, sociais e de justiça. Nesse sentido, não há como o formador prever todas as discussões e questionamentos que o trabalho com o caso multimídia pode fazer emergir,

dificultando sua tomada de decisões à medida que se torna complexa a análise da viabilidade de se interromper as discussões e direcionar o foco para os objetivos estabelecidos, ou deixar que as discussões fluam, mas sempre buscando uma relação com tais objetivos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar elementos que se relacionam ao papel do formador, não temos como intenção caracterizar “o formador ideal”. A ideia de ideal e do impacto que determinadas ações têm na vida das pessoas está longe de ser mensurada ou caracterizada. Aqui nos restringimos a apresentar elementos essenciais ao formador para exploração do caso em um contexto de formação que privilegie a aprendizagem profissional de (futuros) PEM.

Embora o foco desse trabalho tenha sido o caso multimídia “Explorando perímetro e área”, consideramos ser possível com base neste a exploração dos demais casos multimídias, levando sempre em consideração os conteúdos específicos de cada caso e suas potencialidades. No entanto, essa possibilidade não exclui a necessidade de novos estudos que vislumbrem o papel do formador para os demais casos multimídia.

Dessa forma, acreditamos que o caso multimídia, por se constituir uma ferramenta potencial para a formação de PEM, também se mostra potencial para a formação do formador, uma vez que exige que ele tenha autonomia e busque sempre refletir em relação às questões e objetivos propostos para a aula. Tudo isso sempre levando em consideração a realidade dos professores que serão participantes da formação. Sabe-se, inclusive, que o mesmo formador trabalhando com o mesmo caso multimídia com dois grupos de professores de diferentes contextos formativos pode chegar a resultados de formação completamente diferentes.

Portanto, a formação que acreditamos exige que o formador se disponha a (re)conhecer a realidade dos professores em formação; a importância da teoria para que se possa estabelecer uma relação com a prática de sala de aula; as diferentes mídias e seus usos; os desafios e limitações inerentes ao processo de formação. Os objetivos devem ser pensados *a partir* dessa realidade e *para* essa realidade. Os problemas e limitações dos professores em formação não podem ser ignorados e muito menos suprimidos. O formador precisa estar disposto a valorizar o que os professores dizem e fazem, buscando sempre fornecer elementos para que eles reflitam e se sintam motivados para o exercício da profissão.

Compreender as angústias da profissão docente, suas limitações em termos de conteúdo específico e pedagógico, as dificuldades com a indisciplina dos alunos, os desafios da inclusão, a “competição” desigual entre a tecnologia e o quadro de giz, entre tantos outros, são componentes inerentes à profissão docente e ao formador. Assim, o formador deve ter características de professor, assumindo sua função docente e de pesquisador, desenvolvendo pesquisas que colaborem de forma significativa para o processo formativo. Deve, então, promover a percepção articulada dos diversos dispositivos que compõem o caso multimídia.

Não advogamos que a existência de novas perspectivas em programas de formação inicial de PEM sejam, sozinhas, a solução para o problema no ensino da matemática, nem tão pouco que o investimento em programas de formação continuada supra todas as necessidades que o PEM enfrenta em sala de aula. Mas consideramos que o caminho para uma possível solução seja esse, partindo das diferentes necessidades dos professores em seus diferentes locais de trabalho, para implementação de propostas afirmativas de formação que atendam a essas demandas.

## REFERÊNCIAS

- CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas:** capacitação para professores do Ensino Fundamental. São Paulo. 1998. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.
- COURA, F. C. F.. A formação do formador de professores de matemática diante do perfil de seus alunos da licenciatura. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2013, Vitória, ES. **Anais** (on-line).
- COURA, F. C. F.; PASSOS, C. L. B. Estado de conhecimento sobre o formador de professores de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 7-26, jan./abr. 2017.
- BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar Grandezas e Medidas na Educação Básica. **Em teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. UFPE, v. 9, n. 1, p. 1 – 16, 2018.
- CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 2, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.
- CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática:** elaboração e perspectivas. 1. ed. Londrina: EDUEL, 222 p., 2016b.

CYRINO, M. C. C. T.. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online)**, v. 30, p. 165-187, 2016c.

CYRINO, M. C. C. T.. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, INMA/UFMS, v. 10, n. 24, p. 699-712, 2017.

CYRINO, M. C. C. T.. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 1-17, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R.. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas**. 1ed.Londrina: EDUEL - Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2016, v. 1, p. 81-100.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de Professores de Matemática para o século XXI: o Grande Desafio. **Proposições**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 35-41, mar., 1993.

DE PAULA, E. F.; CYRINO, M. C. C. T. Identidade profissional de professores que ensinam Matemática: panorama de pesquisas brasileiras entre 2001-2012. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, p. 27-45, abr. 2017.

FERREIRA, L. F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. In: 3º SIPEMAT. **Anais...** 2012.

FIORENTINI, D. A investigação em Educação Matemática sob a perspectiva dos formadores de professores. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XV-SIEM, 2004, Covilhã, Portugal. **Anais...** Lisboa: APM, 2004, p. 13-35.

FIORENTINI, D. et al. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-160, 2002.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012**. FE-Unicamp: Campinas, SP, 2016.

IMBERNÓN, Francisco. Claves para una nueva formación del profesorado. **Revista Investigación en la Escuela**, n. 43, p. 57-66, 2001.

MELO, M. A. P; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

MOTA, H. D. F. **Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório**. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

OLIVEIRA, J. C. R. **Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração do Caso Multimídia Plano de Telefonia**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing the knowledge of inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: A study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, p. 19-53, 2013.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um Grupo de Estudos e Pesquisa na elaboração de um Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2015. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

RODRIGUES, P. H. et al. A mídia vídeo na formação de professores que ensinam matemática: análise de pesquisas brasileiras. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 148-169, maio./ago. 2014.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Aspectos da prática pedagógica considerados na elaboração de um caso multimídia para formação de professores que ensinam Matemática. **Ciência & Educação**, v. 23, n. 3, p. 577-595, 2017.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M.C.C.T. A fase inicial de uma aula de Matemática no Ensino Exploratório na visão profissional de futuros professores. **Revista Insignare Scientia**, v. 1, n. 2, p. 1-23, mai./ago. 2018.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

VAILLANT, D. **Formación de formadores. Estado de la práctica**. Buenos Aires: Preal, 2003.

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA

---

*“Sair da gaiola, como sair das torres de marfim, não é fácil. [...] a gaiola oferece aos pássaros segurança, abrigo, alimentação e convívio. Mas o preço por esses benefícios é alto: as grades impedem ver a realidade ampla. Deve-se sair, conhecer a realidade ampla e reconhecer os problemas maiores que afetam a humanidade, e voltar livremente”.*

*Ubiratan D’Ambrósio*

Ler esse fragmento de um texto de Ubiratan D’Ambrósio nos faz refletir e (re)visitar todas as etapas e esforços realizados para identificar elementos potenciais de um caso multimídia que podem ser problematizados na formação de PEM. Implicitamente (ou até mesmo explicitamente) convidamos os PEM a sair da gaiola: (re)avaliando seus conhecimentos, (re)pensando suas ações e (re)considerando o papel do formador.

Na introdução desse trabalho apresentamos a problemática da investigação e discorremos brevemente sobre o potencial da mídia vídeo em contextos formativos, o potencial do Recurso Multimídia para a formação de PEM e a necessidade de se evidenciar elementos a serem considerados na formação de PEM.

Assim, buscando responder a nossa questão de investigação *“Que elementos do caso multimídia “Explorando perímetro e área” podem ser problematizados na formação de PEM?”* realizamos um estudo teórico contemplando todas as seções e mídias disponíveis nesse caso com vistas a identificar o seu potencial para: a emergência dos conhecimentos pedagógicos e específicos matemáticos necessários ao ensino; a promoção de reflexões; e a identificação de elementos relacionados ao papel do formador.

Logo, retomamos neste momento os objetivos delineados para cada um dos capítulos, apresentamos sinteticamente os resultados obtidos para cada um deles e evidenciamos os elementos que dão suporte para responder à questão geral de investigação e defender nossa dissertação.

Capítulo I: *discutir conhecimentos pedagógicos de matemática que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, em programas de formação, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”.*

Nossa análise evidencia que o Caso Multimídia “Explorando perímetro e área” se configura como uma ferramenta potencial para a emergência dos três domínios do conhecimento matemático pedagógico necessário ao ensino (BALL, THAMES E PHELPS, 2008), quais sejam: Conhecimento de área e perímetro relacionado aos alunos; Conhecimento de área e perímetro relacionado ao ensino; e Conhecimento de área e perímetro relacionado ao Currículo. Verificamos ainda que o pensamento geométrico, bem como o algébrico, podem (e devem) constituir as tarefas matemáticas que envolvem os conceitos de área e perímetro já no quinto ano do Ensino Fundamental.

*Capítulo II: analisar conhecimentos específicos matemáticos que podem ser mobilizados por professores que ensinam matemática, no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” em contextos de formação.*

Nossa análise mostra que o Caso Multimídia “Explorando perímetro e área” se configura como uma ferramenta promissora no que se refere à emergência dos três domínios do conhecimento específico matemático necessário ao ensino (BALL, THAMES E PHELPS, 2008; BALL; BASS, 2009), quais sejam: Conceito de área e perímetro; Conhecimento específico do professor a respeito de área e perímetro; Visão do professor a respeito de área e perímetro. Esses domínios do conhecimento, embora possam ser discutidos separadamente, estão interconectados. Aliar essa discussão dos domínios do conhecimento com o trabalho com o caso multimídia, amplia as possibilidades de aprendizagem e permite, num contexto de formação, que os professores, de fato, visualizem a importância de tais conhecimentos em uma aula por meio das diversas mídias que são fornecidas. Além disso, a discussão da relação desses conceitos com as diversas temáticas (Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Números) também se faz importante (DUVAL, 1998; TELES; BELLEMAIN, 2013; CARVALHO; BELLEMAIN, 2015; COSTA; PINHEIRO; COSTA, 2016; SILVA, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018).

*Capítulo III: discutir as reflexões promovidas pela professora protagonista do caso multimídia “Explorando perímetro e área”, antes e após duas aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.*

As reflexões identificadas na análise foram, em sua maioria, deliberadas e críticas sobre as ações realizadas pela professora, principalmente após a análise dos vídeos das aulas, o que mostra que o potencial da mídia vídeo é promissor para que o professor reflita *na* e *sobre* a prática (DAY, 1999; MUIR; BESWICK, 2007), relacionando e compreendendo as ações que

compõem cada fase da aula. Algumas vezes nas reflexões críticas, a professora reflete assente em dois ou mais objetos de reflexão, o que sugere que esses objetos estão inter-relacionados e são fundamentais tanto para o processo de ensino e aprendizagem do aluno quanto para aprendizagem profissional do PEM.

Capítulo IV: *analisar elementos relacionados ao papel do formador na exploração do caso multimídia “Explorando perímetro e área” em programas de formação de PEM.*

No trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área” é preciso levar em conta o contexto da formação, a importância da teoria, as diferentes mídias e seus usos, e os desafios e limitações inerentes ao processo de formação. Os objetivos devem ser pensados *a partir* dessa realidade e *para* essa realidade. Os problemas e limitações dos professores em formação não podem ser ignorados e muito menos suprimidos. Legitimamos o papel relevante do formador no processo de aprendizagem profissional de PEM em um contexto de formação, bem como o potencial do Recurso Multimídia nesse processo. O formador precisa estar disposto a valorizar o que os professores dizem e fazem, buscando sempre fornecer elementos para que eles reflitam e se sintam motivados para o exercício da profissão.

Isso posto, respondemos a nossa questão de investigação.

## **ARTICULAÇÃO E CONCLUSÃO DA PESQUISA**

Em cada capítulo dessa pesquisa dedicamos esforços para evidenciar os elementos que podem ser problematizados no trabalho com o caso multimídia “Explorando perímetro e área”. Acreditamos que esses elementos, quando explorados de maneira articulada e interconecta, contribuem de forma significativa para a formação e a aprendizagem profissional de PEM.

Consideramos que o contexto no qual o professor está inserido exerce forte influência em relação à formação, pois ele pode ampliar as possibilidades da emergência dos elementos destacados nessa investigação ou reduzi-las. Aliado a isso, é interessante evidenciar a importância do uso de tecnologias digitais, tendo em vista sua expansão nos dias atuais, em sala de aula e em contextos de formação, pois gera discussões interessantes e possibilita o compartilhamento de práticas pedagógicas entre os professores. Assim, esse trabalho é importante para todos os PEM, sejam eles: futuros professores, professores da Educação Básica, formadores de professores e pesquisadores.

Embora o foco desse trabalho tenha sido o caso multimídia “Explorando perímetro e área”, consideramos ser possível com base neste a exploração dos demais casos multimídias, levando sempre em consideração os conteúdos específicos de cada caso e suas potencialidades. No entanto, essa possibilidade não exclui a necessidade de novos estudos que vislumbrem tais elementos para os demais casos multimídia.

No entanto, embora consideremos que esses elementos são fundamentais na formação de PEM, nossa pesquisa se limita por não ter identificado indícios da influência das emoções no ensino, da relação dos professores com a comunidade escolar e da autoestima desse profissional em relação a sua vida e a sua profissão. Esses elementos podem ser explorados em pesquisas futuras. A maioria dos professores não percebe que para além do conteúdo matemático estão ensinando um modo de ser, de agir e de lidar com situações reais do dia a dia. Ensinam um modo de ver o mundo por meio da matemática.

## REFERÊNCIAS<sup>36</sup>

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.

BALL, D. L.; BASS, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners’ mathematical futures. **Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg**, Germany, March 1–4, 2009.

BATURO, A.; NASON, R. Student Teachers’ Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement. **Educational Studies in Mathematics**, Belgium, v. 31, n. 3, p. 235-268, oct. 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar Grandezas e Medidas na Educação Básica. **Em teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. UFPE, v. 9, n. 1, p. 1 – 16, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

<sup>36</sup>Excepcionalmente, esta seção contempla todos os trabalhos citados no decorrer da dissertação e não apenas aqueles presentes nas Considerações Finais da Pesquisa.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 472 f. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC\\_19mar2018\\_versaofinal.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_19mar2018_versaofinal.pdf)>. Acesso em 27/04/2018.

CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática**. 2010. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, p. 11-17, 2011.

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do Ensino Fundamental**. São Paulo. 1998. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016.

COURA, F. C. F.; PASSOS, C. L. B. Estado de conhecimento sobre o formador de professores de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 7-26, jan./abr. 2017.

CYRINO, M. C. C. T. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 2, n. 49B, p. 80-89, abr. 2016a.

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. 1. ed. Londrina: EDUEL, 2016b. 222 p.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: M. C. C. T. Cyrino (Ed.), **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas** (pp. 19-32). Londrina, Brasil: EDUEL, 2016.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O Ensino Exploratório e a elaboração de um framework para o recurso multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de Professores de Matemática para o século XXI: o Grande Desafio. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 35-41, mar., 1993.

DAY, C.; GU, Q. Variations in the conditions for teachers' professional learning and development: Sustaining commitment and effectiveness over a career. **Oxford review of education**, v. 33, n. 4, p. 423-443, 2007.

DE PAULA, E. F.; CYRINO, M. C. C. T. Identidade profissional de professores que ensinam Matemática: panorama de pesquisas brasileiras entre 2001-2012. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, p. 27-45, abr. 2017.

DEWEY, J. **How we think**. London: Heath, 1933.

- DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Um Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, p. 387 – 424, 1989.
- DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21<sup>st</sup> Century: An ICMI Study**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 37-52 (v. 5).
- ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. **Quadrante**. v. 26, n. 1, p. 145-169, 2017.
- FERREIRA, L. F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. In: 3º SIPEMAT. **Anais...** 2012.
- FIORENTINI, D. A investigação em Educação Matemática sob a perspectiva dos formadores de professores. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XV-SIEM, 2004, Covilhã, Portugal. **Anais...** Lisboa: APM, 2004, p. 13-35.
- FIORENTINI, D. et al. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-160, 2002.
- FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012**. FE-Unicamp: Campinas, SP, 2016.
- IMBERNÓN, Francisco. Claves para una nueva formación del profesorado. **Revista Investigación en la Escuela**, n. 43, p. 57-66, 2001.
- KEMMIS, S. Action research and the politics of reflection. In: BOUD, D.; KEOGH, R.; WALKER, D. (Orgs.). **Reflection: Turning experience into learning**. London: Kogan Page, 1985.
- MELO, M. A. P.; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.
- MOTA, H. D. F. **Desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática na exploração de um caso multimídia na perspectiva do Ensino Exploratório**. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- MUIR, T.; BESWICK, K. Stimulating reflection on practice: Using the supportive classroom reflection process. **Mathematics Teacher Education and Development**, n.8, p.74-93, 2007.
- NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- OLIVEIRA, H.; CYRINO, M. C. C. T. Developing the knowledge of inquiry-based teaching through analysis of a multimedia case: A study with prospective mathematics teachers. **Sisyphus**, Lisboa, v.1, n.3, p. 214-245, 2013.

OLIVEIRA, H., MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, p. 19-53, 2013.

OLIVEIRA, J. C. R. **Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Exploração do Caso Multimídia Plano de Telefonia**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. e. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 44, p. 311-327, jul./dez. 2015.

RODRIGUES, P. H. **Práticas de um Grupo de Estudos e Pesquisa na elaboração de um Recurso Multimídia para a Formação de Professores que Ensinam Matemática**. 2015. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1-22, 1987.

SILVA, S. M. F.; **Formação de Professores dos Anos Iniciais: Uma Investigação sobre os Conhecimentos para o Ensino de Área e Perímetro de Figuras Planas**. 2016. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, J. V. G.; BELLEMAIN, P. M. B. Comprimento, perímetro e área em livros didáticos brasileiros de 6º ano. In: XIII CIAEM, **Anais...** Recife, Brasil, 2011.

SCHÖN, D. **The reflective practitioner**. London: Basic Books, 1983.

SHERIN, M.G.; VAN ES, E.A. Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 60, n. 1, p. 20-37, nov. 2009.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Tradução de Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL. (Artigo original publicado em 1998). **Educação e Matemática**, Lisboa, n.105, p. 22-28, 2009. Tradução de: Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. A influência dos valores de variáveis didáticas num problema de área. In: 2º SIPEMAT. **Anais...** UFPE, p. 1-12, 2008.

TELES, R. A. M.; BELLEMAIN, P. M. B. Fórmula de área para otimização: um olhar sob a ótica das imbricações entre Campos Conceituais. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n. 31, p. 4 – 13, 2013.

VAILLANT, D. **Formación de formadores. Estado de la práctica**. Buenos Aires: Preal, 2003.

VAN ES, E.; SHERIN, M. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. **Journal of Technology and Teacher Education**, v. 4, n. 10, p. 571-596, 2002.

VAN MANEN, M. Linking ways of knowing with ways of being practical. **Curriculum Inquiry**, Toronto, v. 6, n.3, p. 205-228, 1977.