



**UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA**

PAMELA EMANUELI ALVES FERREIRA

**ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES DA
EDUCAÇÃO BÁSICA EM QUESTÕES NÃO-ROTINEIRAS DE
MATEMÁTICA**

Londrina
2009

PAMELA EMANUELI ALVES FERREIRA

**ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES DA
EDUCAÇÃO BÁSICA EM QUESTÕES NÃO-ROTINEIRAS DE
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

Londrina
2009

**Catálogo na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina.**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

F383a Ferreira, Pamela Emanuéli Alves.
Análise da produção escrita de professores da educação básica em questões não-rotineiras de matemática / Pamela Emanuéli Alves Ferreira. – Londrina, 2009.
166 f. : il.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2009.

Inclui bibliografia.

1. Educação matemática – Teses. 2. Produção escrita em matemática – Teses. 3. Matemática – Estudo e ensino – Teses. I. Buriasco, Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51:37.02

PAMELA EMANUELI ALVES FERREIRA

**ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES DA
EDUCAÇÃO BÁSICA EM QUESTÕES NÃO-ROTINEIRAS DE
MATEMÁTICA**

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco
(orientadora)
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina

Prof. Dr. Romulo Campos Lins
Universidade Estadual Paulista

Londrina, 04 de Fevereiro de 2009.

*Dedico este trabalho à minha mãe, Marli,
por toda força que possui, pela luta, apoio
e por ter se dedicado tanto para fazer de
mim o que sou.*

AGRADECIMENTOS

◆ É extensa a minha lista de agradecimentos, o que me faz feliz, por saber que tenho tantas pessoas com quem posso contar.

◆ À minha querida professora/orientadora/educadora, a ‘dotôra’ Regina, por sua ENORME dedicação, paciência e pela confiança que depositou em mim, desde os tempos da graduação. Obrigada por todo carinho e apoio e por exercer com tanto amor seu trabalho.

◆ Aos professores componentes da banca, Prof. Dr. Romulo Campos Lins e Profª. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli, pela dedicação, atenção e sugestões que ofereceram a esta pesquisa.

◆ Agradeço, aos meus pais e aos meus irmãos, todo o amor, carinho, compreensão e respeito. Em especial, aos meus amados, Alex e Jeferson, que muito pacientemente dividiram o computador comigo por horas intermináveis.

◆ Àquele que me acolheu em seus braços em tantos momentos, desde os mais tristes até os mais felizes, sempre dedicando seu apoio, sua compreensão, seus conselhos, seu carinho, sua paciência e, principalmente, seu amor por mim. Agradeço ao Christian por estar comigo desde quando esta conquista nem se fazia presente nos meus/nossos sonhos e por tê-la construído comigo.

◆ Agradeço ao maior devorador de bolos de chocolate que conheço, meu grande amigo João Viola, por seu apoio nas minhas horas de aflição e indecisão, pelas sugestões e, principalmente, por sua amizade e carinho.

◆ Àquela que aprendi chamar de ‘onça’ e que, embora seja um ‘adjetivo’ desconhecido por muitos, se aplica à pessoa que compartilhou comigo minhas principais angústias com relação a este trabalho e que me fez rir das ‘oncisses’ mais absurdas, resultantes da nossa amizade, minha amiga Juliana.

◆ Agradeço à minha madrinha, Ana Paula, por todo carinho que me dedicou durante tantos anos, e à sua filhinha, Emanuelli, por colorir meus dias mais cinzentos.

◆ À Jamile, por todos os momentos de companhia, pelas conversas e, em especial, pela amizade.

◆ À minha amiga, “irmã” e, como diria minha orientadora, ‘projeto de cunhada’, Christiane, por ter depositado tanta confiança em mim e dividido tantos momentos de alegria.

◆ Às ‘coleguinhas’ Camila, Gisele, Graciane, Suellen e Viviane, agradeço por serem meu grande leque de amigas, pois, apesar de parecermos todas tão iguais, cada uma possui características tão particulares e originais que me fazem buscar, em cada amiga, o conforto que preciso em situações diversas. E, como diria Vinicius de Moraes, “*A gente não faz amigos, reconhece-os*”.

◆ Aos membros do GEPEMA, que considero uma espécie de família, pelos excelentes momentos que passamos juntos, pelas discussões, pela conversas, pelas tarefas e por todo aprendizado que me propiciaram. E também pelas confraternizações, pelos bolos de chocolate, pelos cafezinhos, pelos momentos que marcarão minha vida para sempre, porque me fizeram e me fazem crescer em todos os sentidos, como estudante, professora, e, principalmente, como pessoa! Em especial, agradeço ao Jader, o qual é, para mim, uma espécie de ‘irmão’ mais velho (pelo menos de orientação), pois me ajudou muito com seus conselhos e experiência.

◆ Às queridas amigas que fiz no decorrer do mestrado: Andréia, por sua amizade e pelos momentos de discussão, os quais me ajudaram a crescer muito enquanto estudante; Gisleine, minha querida ciumentinha; e Karina, que dividiu comigo não só os apartamentos e quartos de albergue nos congressos que participamos, mas também um pouco de si mesma.

◆ Agradeço, ainda, aos colegas e professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL, com os quais muito aprendi nestes dois últimos anos.

◆ Não poderia deixar de agradecer a todos os professores que aceitaram participar da aplicação da prova que deu origem à minha amostra. Deixo-lhes aqui o meu respeito a vocês e espero que esta pesquisa possa contribuir de alguma forma para seus trabalhos e de seus colegas.

◆ Agradeço a CAPES pela bolsa concedida para que eu pudesse me dedicar integralmente a esta pesquisa.

◆ Enfim, a todos aqueles que de alguma forma contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho, meus sinceros agradecimentos.

Da mesma forma que aquele que remete um presente ou uma carta, o professor sempre está um pouco preocupado para saber se seu presente será aceito, se sua carta será bem recebida e merecerá alguma resposta. Uma vez que só se presenteia o que se ama, o professor gostaria que seu amor fosse também amado por aqueles aos quais ele o remete. E uma vez que uma carta é como uma parte de nós mesmos que remetemos aos que amamos, esperando resposta, o professor gostaria de que essa parte de si mesmo, que dá a ler, também despertasse o amor dos que a receberão e suscitasse suas respostas (JORGE LARROSA, 2003).

Deixamos aqui a nossa 'carta'!

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. 173f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

RESUMO

O objetivo geral desta investigação é estudar de que modo professores que ensinam matemática na Educação Básica lidam com questões não-rotineiras em situação de avaliação, bem como oferecer subsídios para uma avaliação como prática de investigação. Com uma abordagem, predominantemente, qualitativa, de cunho interpretativo, com base na Análise de Conteúdo e em uma análise textual discursiva, busca-se por meio da análise da produção escrita dos professores participantes da pesquisa: identificar, inventariar e analisar as estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções; estabelecer relações entre as resoluções apresentadas e as informações do enunciado; inferir sobre as possíveis interpretações feitas dos enunciados das questões; apresentar breve discussão sobre aspectos dos contextos nas questões analisadas e sobre aspectos da matematização nas suas componentes vertical e horizontal. De modo geral, os professores apresentam estratégias e procedimentos baseados na matemática escolar, a qual é comumente trabalhada na Educação Básica, mostram dominar procedimentos e conceitos úteis para a resolução das questões, apresentam indícios de terem interpretado o problema proposto na questão. Nas questões analisadas, foi possível inferir que aspectos da matematização horizontal são mais frequentes do que aspectos da matematização vertical.

Palavras-chave: Educação matemática. Avaliação como prática de investigação. Análise da produção escrita. Educação matemática realística. Matematização.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Written production analysis of Basic Education Teachers in mathematics not-routine questions**. 2009. 173f. Dissertation (Master Degree in Science Teaching and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

ABSTRACT

The general aim of this investigation is to study how mathematics teachers of Basic Education deal with non-routine questions in an assessment situation, as well as to offer subsidies to an evaluation that may be considered as investigation practice. The adopted methodological approach is predominantly qualitative and interpretative, based on the guidelines put forward by the Content Analysis and on a *textual discursive analysis*, that intends, by the analysis of teachers' written production: to verify how these teachers deal with these types of questions in regards to their interpretation and use of the information in the statements, their most used strategies and to the math content knowledge they trigger in solving these questions; to show a brief discussion about the context's aspects at the analyzed questions and about the mathematization on its vertical and horizontal components. The investigation highlights the following relevant points: the teachers use school-type strategies to answer the questions; they deal quite well with the algorithms involved in the chosen strategies, as well as they had seemed to interpret the proposed problem of the question; the aspects of the horizontal mathematization are more frequent than the aspects of vertical mathematization.

Keywords: Mathematics education. Evaluation as an investigation practice. Mathematics written production analysis. Realistic mathematics education. Mathematization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Produção escrita presente na prova do participante E018	49
Figura 2 – Produção escrita presente na prova do participante E013	51
Figura 3 – Produção escrita presente na prova do participante E007	52
Figura 4 – Parte da produção escrita presente na prova do participante P025.....	53
Figura 5 – Produção escrita presente na prova do participante P029	54
Figura 6 – Produção escrita presente na prova do participante E001	66
Figura 7 – Produção escrita presente na prova do participante E019	67
Figura 8 – Parte da produção escrita presente na prova do participante P006.....	68
Figura 9 – Produção escrita presente na prova do participante E025	70
Figura 10 – Produção escrita presente na prova do participante P028.....	70
Figura 11 – Produção escrita presente na prova do participante E013.....	71
Figura 12 – Produção escrita presente na prova do participante P016.....	76
Figura 13 – Produção escrita presente na prova do participante E009.....	78
Figura 14 – Produção escrita presente na prova do participante E020.....	80
Figura 15 – Produção escrita presente na prova do participante P025	81
Figura 16 – Produção escrita presente na prova do participante P006.....	84
Figura 17 – Produção escrita presente na prova do participante E004.....	89
Figura 18 – Parte da produção escrita presente na prova do participante E009.....	90
Figura 19 – Produção escrita presente na prova do participante P028.....	92
Figura 20 – Produção escrita presente na prova do participante P010.....	93
Figura 21 – Produção escrita presente na prova do participante E012.....	95
Figura 22 – Produção escrita presente na prova do participante E010.....	96
Figura 23 – Produção escrita presente na prova do participante E008.....	98
Figura 24 – Produção escrita presente na prova do participante P009	100
Figura 25 – Produção escrita presente na prova do participante P022.....	100
Figura 26 – Produção escrita presente na prova do participante P025	102
Figura 27 – Produção escrita presente na prova do participante E024.....	103
Figura 28 – Parte da produção escrita presente na prova do participante E023.....	105
Figura 29 – Produção escrita presente na prova do participante P029	110

Figura 30 – Produção escrita presente na prova do participante E011.....	114
Figura 31 – Produção escrita presente na prova do participante P010.....	114
Figura 32 – Produção escrita presente na prova do participante E016.....	120
Figura 33 – Produção escrita presente na prova do participante E024.....	121
Figura 34 – Produção escrita presente na prova do participante P032.....	122
Figura 35 – Produção escrita presente na prova do participante E009.....	123
Figura 36 – Produção escrita presente na prova do participante E004.....	124
Figura 37 – Produção escrita presente na prova do participante P028.....	125
Figura 38 – Produção escrita presente na prova do participante E007.....	126

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	– Descrição da correção da Questão 03 – Item 01	42
Quadro 2	– Grupos por estratégia de resolução do terceiro item da questão TAXA DE CÂMBIO.....	46
Quadro 3	– Distribuição de três produções do grupo G1 por justificativa.....	49
Quadro 4	– Distribuição das produções do grupo G5 por justificativa	54
Quadro 5	– Distribuição das produções do grupo G7 por justificativa	55
Quadro 6	– Distribuição das produções do grupo G11 por justificativa	56
Quadro 7	– Distribuição das produções do grupo G12 por justificativa	57
Quadro 8	– Grupos por estratégia de resolução da questão LIXO	59
Quadro 9	– Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G1.....	61
Quadro 10	– Distribuição das produções do segundo subgrupo do grupo G1	62
Quadro 11	– Distribuição das produções do terceiro subgrupo do grupo G1	62
Quadro 12	– Distribuição das produções do quarto subgrupo do grupo G1	63
Quadro 13	– Distribuição das produções do quinto subgrupo do grupo G1	64
Quadro 14	– Distribuição das produções do sexto subgrupo do grupo G1	65
Quadro 15	– Distribuição das produções do grupo G2	65
Quadro 16	– Grupos por estratégia de resolução da questão NOTAS DE PROVA	73
Quadro 17	– Distribuição das produções do sexto subgrupo do grupo G1	77
Quadro 18	– Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G5.....	82
Quadro 19	– Grupos por estratégia de resolução da questão APOIO AO PRESIDENTE.....	86
Quadro 20	– Grupos por estratégia de resolução do terceiro item da questão CRESCENDO	107
Quadro 21	– Distribuição das produções do terceiro subgrupo do grupo G1	110
Quadro 22	– Distribuição das produções do quinto subgrupo do grupo G1	112
Quadro 23	– Grupos por estratégia de resolução da questão ASSALTOS	116
Quadro 24	– Distribuição das produções do quarto subgrupo do grupo G1	120
Quadro 25	– Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G2.....	122

Quadro 26 – Estratégias mais gerais que os participantes elaboraram nas seis questões analisadas.....	128
Quadro 27 – Possível reformulação do enunciado da questão CRESCENDO	136

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1 A BUSCA DAS LENTES	19
1.1 SOBRE AVALIAÇÃO	19
1.1.1 Avaliação como Prática de Investigação	22
1.1.2 Análise da Produção Escrita como Prática de Investigação	26
1.2 SOBRE A MATEMATIZAÇÃO	30
1.2.1 Sobre os Contextos das Tarefas Matemáticas – Breves Considerações	34
2 A PRODUÇÃO DOS ÓCULOS	38
2.1 DO INSTRUMENTO DE RECOLHA DE DADOS À AMOSTRA	38
2.2 DA AMOSTRA À DESCRIÇÃO	40
2.3 DA DESCRIÇÃO AOS AGRUPAMENTOS	42
2.4 DOS AGRUPAMENTOS À ANÁLISE	44
2.5 DA ANÁLISE À DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
3 A LEITURA	45
3.1 QUESTÃO – TAXA DE CÂMBIO (ITEM 3)	45
3.2 QUESTÃO – LIXO	57
3.3 QUESTÃO – NOTAS DE PROVA	72
3.4 QUESTÃO - APOIO AO PRESIDENTE	84
3.5 QUESTÃO – CRESCENDO (ITEM 3)	105
3.6 QUESTÃO – ASSALTOS	115
4 UM REPENSAR	127
4.1 DISCUSSÃO	127
4.1.1 O Encaminhamento Dado nas Resoluções (Estratégias e Procedimentos)	127
4.1.2 A ‘Matemática’ Apresentada nas Resoluções	132
4.1.3 As Possíveis Interpretações que Fazem dos Enunciados	134
4.1.4 Aspectos dos contextos e da matematização nas questões analisadas	137

CONSIDERAÇÕES FINAIS	141
REFERÊNCIAS	144
APÊNDICES	152
APÊNDICE A – Prova Aplicada.....	153
APÊNDICE B – Roteiro para Aplicação.....	170
APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre Esclarecido.....	172
APÊNDICE D – Quadro de Desempenho.....	173

INTRODUÇÃO

Em toda sua vida escolar, em especial no que diz respeito à aprendizagem de matemática, o estudante é posto à prova para mostrar o que aprendeu, como lida com os algoritmos que lhe foram ensinados, de que forma utiliza fórmulas, definições, propriedades matemáticas. A dinâmica é quase sempre a mesma, qual seja: ao professor cabe ‘ensinar o conteúdo’ já previsto em um programa, ao aluno, ‘prestar atenção’ e, em seguida, fazer uma série de exercícios para ‘treinar’ o que ‘aprendeu’, mesmo que, muitas vezes, não reconheça a importância do conteúdo; ao final do bimestre, o aluno faz uma prova, a qual, quase sempre, contém exercícios análogos aos já resolvidos em suas tarefas e, então, o professor atribui alguma nota a essa prova.

Essa situação suscita uma série de questões sobre os papéis da avaliação na aprendizagem escolar que, felizmente, já estão bem discutidos na literatura (HADJI, 1994; LUCKESI, 1996; CURY, 1996, 2006; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; GIMENEZ, 1997; SACRISTÁN, 1998; BURIASCO 1999, 2000, 2002; ESTEBAN 2002, 2003; BARLOW, 2006). Entretanto, como os estudos sobre avaliação têm avançado, novas questões surgem e servem de motivo para investigação. Embora pareça antiquado o discurso de que a avaliação tem servido como meio de exclusão, é preciso reconhecer que, lamentavelmente, a prática avaliativa ainda tem servido, em muitos casos, para esse fim. Não pretendemos com este trabalho discutir de que forma isso tem acontecido, mas oferecer algum subsídio para uma diminuição do caráter classificatório, simplista e reducionista que tem sido comumente atribuído à avaliação escolar. Por este motivo, assumimos, neste trabalho, a perspectiva da avaliação como prática de investigação.

Tendo em vista que a prova escrita é um dos instrumentos mais utilizados como meio de avaliação, o GEPEMA¹ tem se dedicado à análise da produção escrita de estudantes e professores, porque considera que a análise dos registros escritos é uma importante ferramenta de investigação por meio da qual se pode obter informações sobre os processos de ensino e aprendizagem. Os estudos desse grupo têm abordado como estudantes e professores lidam com

¹ GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - Universidade Estadual de Londrina.

questões de matemática em situação de avaliação, quais são os ‘erros’ e ‘acertos’ mais freqüentes, quais conteúdos matemáticos escolares mostram saber, quais estratégias e procedimentos mais utilizam, que possíveis interpretações fazem do enunciado.

Uma vez que, muitos dos trabalhos realizados no interior do GEPEMA, até 2007, estudaram a produção escrita de estudantes e professores em questões consideradas rotineiras de matemática da prova da AVA-2002² (NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, S., 2005; SEGURA, 2005; PEREGO, F., 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007), estamos atualmente, no GEPEMA, estudando a produção escrita de estudantes e professores em questões consideradas não-rotineiras³. Uma das metas, em longo prazo, é investigar se a forma de exposição do enunciado (ou o também chamado contexto) da questão interfere, de algum modo, nas resoluções de estudantes e professores.

Recentemente, duas participantes desse grupo (SANTOS, 2008; CELESTE, 2008) pesquisaram, na resolução de questões não-rotineiras de matemática, a produção escrita de estudantes da Educação Básica de uma escola pública. Neste trabalho, contudo, nos propusemos a estudar como professores da Educação Básica lidam com as mesmas questões, as quais fizeram parte de provas de aferição do PISA⁴ (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) e foram escolhidas para esses estudos unicamente pelo fato de serem consideradas não-rotineiras e já validadas, pois fizeram parte de uma avaliação já realizada. Segundo os documentos do PISA (OECD, 2001, 2003, 2004a, 2004b, 2005, 2007), uma das metas do programa é verificar como estudantes, que supostamente se encontram na fase final da escolaridade obrigatória, lidam com a matemática que aprenderam na escola em situações do mundo ‘real’. Por este motivo e com base no estudo desses documentos, inferimos que as questões são do tipo não-rotineiras, ou seja, não se encontram tão facilmente nos livros didáticos e não são comumente trabalhadas em sala de aula. Vale ressaltar que o presente estudo não tem a finalidade de utilizar os documentos do PISA como embasamento teórico e, nem a de criticar o trabalho realizado por esse programa.

Neste trabalho, temos, portanto, como objetivo geral investigar de que modo professores que ensinam matemática na Educação Básica lidam com questões não-rotineiras em

² Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar da Rede Estadual do Paraná.

³ Entendemos como *rotineiras* as questões que são, atualmente, freqüentes nas salas de aula e nos livros didáticos e *não-rotineiras*, aquelas que atualmente são muito pouco ou quase nunca freqüentes nas salas de aula e nos livros didáticos (BURIASCO, 1999).

⁴ Maiores informações sobre o PISA podem ser encontradas nos sites: <http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/Novo/>; <http://www.oecd.org/>; <http://www.pisa.oecd.org/>.

situação de avaliação e, com isso, oferecer subsídios para uma avaliação como prática de investigação. Os objetivos específicos são:

- identificar, inventariar e analisar as estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções apresentadas pelos professores participantes;
- estabelecer relações entre as resoluções apresentadas e as informações do enunciado;
- inferir sobre as possíveis interpretações feitas dos enunciados das questões;
- apresentar breve discussão sobre aspectos dos contextos nas questões analisadas e sobre aspectos da matematização nas suas componentes vertical e horizontal.

Além dessa Introdução, esta dissertação é composta por mais quatro partes:

- *A Busca das Lentes*, na qual são apresentados os subsídios teóricos que nos permitirão um olhar sobre a produção escrita dos professores. Esta parte foi subdividida em duas: *Sobre Avaliação*, na qual tecemos considerações a respeito da avaliação e da análise da produção escrita como práticas de investigação e *Sobre a Matematização*, que contém uma breve discussão de aspectos das atividades matemáticas que são possíveis de serem praticadas a partir de tarefas de matemática;
- *A Produção dos Óculos*, na qual apresentamos uma descrição dos procedimentos metodológicos utilizados;
- *A Leitura*, o momento da utilização dos ‘óculos’, no qual apresentamos uma análise sobre o que nos foi possível ‘ler’ com os óculos que produzimos;
- *Um repensar*, momento em que, após a utilização dos óculos, teceremos nossas considerações sobre o trabalho realizado, revendo a trajetória percorrida, buscando oferecer sugestões para a produção de outros ‘óculos’.

1 A BUSCA DAS LENTES

1.1 SOBRE AVALIAÇÃO

Se existem divergências entre o que pensamos, escrevemos e fazemos em relação ao que queremos ensinar, que dirá entre o que desejamos que nossos alunos façam e o que eles, efetivamente, fazem e entre os julgamentos que fazemos de suas produções e o que eles se propõem a fazer? A proposta de uma avaliação da aprendizagem escolar a qual possibilite compreender de que formas essas divergências se constituem é algo que tem chamado a atenção de estudiosos sobre a avaliação em matemática.

É possível perceber, por meio das mudanças curriculares ao longo dos últimos cinquenta anos, que o discurso sobre a prática avaliativa tem mudado. Santos (2003) realizou uma análise comparativa de alguns documentos (NACOME⁵, 1975; NCTM⁶, 1980; CROCKCROFT⁷, 1982; APM⁸, 1988; NCTM⁹, 1989; NCTM¹⁰, 1995; APM¹¹, 1998; NCTM¹², 2000), os quais, no seu entender, ao longo das últimas décadas, influenciaram o desenvolvimento do currículo de matemática em Portugal. Apesar de a evolução identificada ser “marcada por um discurso nem sempre coerente entre os princípios enunciados e as orientações para a ação”, a autora constatou, no material estudado, que é possível reconhecer diferentes conceitualizações de avaliação que acompanharam as grandes tendências nessa área ao longo do tempo (SANTOS, 2003, p.18).

Embora o estudo dessa autora retrate a influência do desenvolvimento curricular português sobre a prática avaliativa, consideramos que, no Brasil, a situação não é

⁵ NACOME (1975). Overview and Analyses of School Mathematics Grades k–12. Reston, VA: NCTM.

⁶ NCTM (1980). An agenda for action. Reston, VA: NCTM.

⁷ CROCKCROFT, W. H. (1982). Mathematics counts. London: HMSO.

⁸ APM (1988). Renovação do currículo de Matemática. Lisboa: APM.

⁹ NCTM (1991). Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM e IIE (original em inglês, publicado em 1989).

¹⁰ NCTM (1999). Normas para a avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM (original em inglês, publicado em 1995).

¹¹ APM (1998). Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática. Lisboa: APM.

¹² NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

muito diferente. Não obstante orientações presentes nos PCN (1998)¹³ indiquem “novas” funções para a avaliação, é possível encontrar trabalhos os quais apontam que a prática escolar avaliativa, em muitos casos, ainda serve à classificação (GIMENEZ, 1997; SACRISTÁN, 1998; BURIASCO, 1999, 2000; ESTEBAN, 2000, 2003; SANTOS, 2003; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, F., 2006; ALVES, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; VIOLA DOS SANTOS, 2007). Além de discutir de que forma a avaliação tem sido tratada nas escolas, esses estudos apresentam propostas para a redução do tratamento classificatório da avaliação.

Não é somente a mudança do discurso sobre avaliação que mudará a prática avaliativa, bem como não é a atribuição de uma nova definição a qual amenizará o desconforto¹⁴ causado pela avaliação. Mesmo porque, a etimologia constituída¹⁵ da palavra (*e-valua-tion*) aponta que, pelo menos à primeira vista, a ‘avaliação’ continua parecendo “significar a ação de fazer aparecer o valor de um indivíduo ou objeto” (BARLOW, 2006, p.12). Além disso, concordamos com Hadji (1994) quando diz que a consistência da avaliação nunca poderá se limitar a uma definição exata.

É preciso perceber que a prática de avaliar precisa ser repensada. Concordamos com a necessária mudança de perspectiva avaliativa, pois é ilusória a quantificação de conhecimento, a obtenção de classes homogêneas e a possibilidade de determinar a aprovação ou a reprovação (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.19). Infelizmente, observamos que a avaliação ainda tem servido, em muitos casos, para exclusão, tem carregado uma infinidade de *mitos* e *ritos*¹⁶ que parecem jamais serem superados. Entretanto, o que se espera não é exclusão da prática avaliativa ou a procura de meios para ‘camuflar’ a avaliação, mas a prática de uma avaliação fundamentada de fato nos seus pressupostos.

A mudança do discurso sobre as perspectivas de avaliação presente nos documentos curriculares não é suficiente para provocar uma efetiva mudança na prática avaliativa, até porque, por exemplo, nas aulas de matemática a prática de avaliação parece estar fortemente marcada pelas concepções de matemática, de aprendizagem, de educação de quem a

¹³ Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

¹⁴ Segundo Day (1993, p.103), o “processo de avaliação não é fácil nem confortável, mesmo quando se realizaram negociações intensas, quando se celebram contratos e quando se asseguram formas de confidencialidade”.

¹⁵ Segundo Barlow (2006), seria em vão procurar em um dicionário latino o termo *evaluare*, a palavra *évaluation* faz parte do vocábulo forjado *evaluare* depois da Renascença a partir de elementos gregos ou latinos. O prefixo *é-* ou *ex-* indica ao mesmo tempo uma preposição: *fora de, a partir de, por causa de, segundo, desde*; o sufixo *-tion* indica uma ação; e *valor*, derivado do verbo *valere*.

¹⁶ Barlow (2006).

prática. Por conseguinte, sem que se discuta o que significa avaliar, sem levar em conta as diferenças das concepções sobre o que é e como se dá a aprendizagem, sobre, por exemplo, qual matemática deve ser ensinada nas escolas e como fazê-lo, mudar apenas os textos dos documentos oficiais seria inócuo.

Hadji (1994) coloca que o essencial da ‘avaliação’ reside em uma relação entre o que existe e o que era esperado, entre um dado comportamento e um comportamento alvo e entre uma realidade e um modelo ideal. Mas que tipo de relação é essa? Poderíamos dizer que é de comparação, a qual mede a distância entre o que é e o que deveria ser (BARLOW, 2006). ‘O que deveria ser’ está posto, ao menos na mente do avaliador, mas e ‘o que é’ é possível identificar? Sob quais critérios? Ao fazer essa comparação que direção ou sentido é tomado? Do ideal para o real, ou do real para o ideal? Que diferença há entre os dois sentidos? De que forma o julgamento é feito e o que ele informa? Estas questões dão um indicativo de o quanto pode ser frustrante abordar a ‘avaliação’ apenas tentando camuflar o caráter comparativo que lhe é inerente. O caráter comparativo existe e nisso não reside ‘pecado’ algum, o que pode ser ‘pecado’ é o uso que se faz dele. Acreditamos ser possível praticar uma avaliação com vistas a oferecer contribuições ao processo de ensino e de aprendizagem, dando o devido peso à comparação, de modo que ela não seja ela o foco do processo, mas apenas um de seus aspectos.

Concordamos com Esteban (2000) no que diz respeito à inexistência de uma avaliação neutra, objetiva e precisa, e acreditamos também na ausência de uma receita infalível para a avaliação. É preciso ter em consideração que as intenções para a avaliação que delinearão o processo, indicando que instrumentos utilizar, com quais critérios de referência trabalhar, que estratégias de julgamento utilizar e para que servirão. Buriasco (2000, p.159) aponta que avaliar

[...] pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretendem alcançar; estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo;

uma perspectiva de avaliação que, ao invés de medir a ‘distância’ entre o ‘real’ e o ‘ideal’, busca compreender como essa ‘distância’ se constitui. Ao contrário disso, apenas a atribuição de um juízo de valor supondo que isto indique em que medida a produção do estudante atende ou não as expectativas do avaliador, tende a servir mais ao avaliador do que ao avaliado.

Consideramos que o essencial da avaliação não reside na atribuição de valor, mas na ação de ‘fazer aparecer o valor’. Segundo Houaiss (2001, CD ROM), a ‘ação’, sufixo da palavra avaliação (*e-valua-tion*), envolve a idéia de movimento, processo, enredo, prática. É nesse sentido que estamos entendendo a avaliação da aprendizagem escolar, enquanto processo, como prática que busca respostas sobre como se dão os processos com ela envolvidos. Nessa perspectiva, o que se busca com a avaliação da aprendizagem escolar é interrogar o que é diretamente observável, percorrer caminhos, compreender processos, seguir vestígios e, com isso, inferir sobre o que não o é, ou seja - investigar. Por esse motivo, estamos adotando a perspectiva de avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação.

1.1.1 Avaliação como Prática de Investigação

Antes de tecer considerações sobre como se configura uma ‘avaliação como prática de investigação’, para o entendimento da expressão, consideramos importante remetermos à exposição de algumas definições encontradas de duas palavras que a formam: prática e investigação.

Segundo a Enciclopédia Brasileira Mérito (1967, p.78), algumas definições para a palavra ‘prática’ podem ser: “experiência, uso ou hábito de qualquer ciência ou arte”; “saber resultante de experiência”; “aplicação de princípios ou regras”; “execução de alguma coisa concebida ou projetada”. Dentre as definições dadas pelo dicionário Houaiss (2001, CD ROM), ‘prática’ pode ser entendida como ato ou efeito de fazer (algo), ação, execução, realização, exercício, execução de alguma coisa que se planejou, execução rotineira de alguma atividade. Segundo a Enciclopédia Universal Ilustrada Europeo-Americana (1922, p.1171), a palavra *práctica* pode ser compreendida como “exercício de qualquer arte ou faculdade, conforme suas regras” ou ainda

[...] é a tradução castelhana do nome substantivo latino e grego *práxis*, do qual se deriva o adjetivo *práctico*, que se aplica a muitas atividades, hábitos ou conhecimentos como as proposições, aos juízos, à ciência, à filosofia, etc. Prática, pois substantivamente tomada, significa sempre alguma atividade ou operação, e é convenção de todos os filósofos escolásticos chamar de prática as operações de natureza racional (1922, p.1171, tradução nossa, grifos do autor).

Investigação, segundo a Enciclopédia Brasileira Mérito (1967, p.282) é o “ato ou efeito de investigar; indagação minuciosa; pesquisa, busca, inquirição; sindicância”. Dentre as definições do dicionário Houaiss (2001, CD ROM), investigação é uma “averiguação sistemática de algo; ato de esquadrihar, de perscrutar minuciosa e rigorosamente”. É possível encontrar, ainda no Houaiss (2001, CD ROM), os elementos que compõem a palavra investigação: *in* (de movimento para dentro, valor intensivo, direção, tendência), *vestig* (seguir no rastro, ir na pista, buscar com cuidado, esquadrihar, procurar), *ação* (movimento, processo, obra atuação, desempenho, execução). Segundo o dicionário etimológico Bueno (1967), ‘investigação’ tem origem do latim *investigationem* e pode ser entendida como pesquisa, busca de vestígios, procura de esclarecimentos, de informes que esclareçam casos obscuros. Segundo a Enciclopédia Universal Ilustrada Europeo-Americana (1922),

[...] a investigação constitui o trabalho natural do homem da ciência. Os modernos distinguem a lógica que investiga da lógica que demonstra; a primeira compreende os métodos do descobrimento, e a segunda, as de ordenação sistemática. A verdadeira investigação se propõe aumentar a esfera de nossos conhecimentos ou buscar o desconhecido por meio do conhecido, servindo-se dos dados experimentais e das leis e princípios da razão. (p.1890, tradução nossa).

Diante das possíveis definições levantadas, constituímos o que entendemos ser avaliação como prática de investigação: *é um processo de buscar conhecer ou, pelo menos, obter esclarecimentos, informes sobre o desconhecido por meio de um conjunto de ações previamente projetadas e/ou planejadas que procura seguir os rastros, os vestígios, esquadrihar, seguir a pista do que é observável, conhecido.*

Assumir a avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação implica em entrar em contato íntimo com os processos de produção de conhecimento dos estudantes, não se limitar à dicotomização certo/errado, questionar-se sobre os modos de pensar dos estudantes, abandonar tarefas que promovem a passividade. Uma postura de investigação exige, por parte do professor, o reconhecimento da existência de uma multiplicidade de caminhos percorridos pelos estudantes, entre eles e consigo mesmos, admitindo que estão em constante processo de produção de conhecimento e que, enquanto processos, não são passíveis de ser medidos, em última instância, que são diferentes.

Levando em conta a impossibilidade de atribuir valor quantitativo único e preciso à aprendizagem, intrínseca ao sujeito, a avaliação, como prática de investigação, mostra-se como uma alternativa por meio da qual se pode buscar informações sobre como o sujeito mobiliza seu repertório na produção de outros conhecimentos. Nessa perspectiva de avaliação, a investigação tende a fornecer informações sobre os processos de produção de conhecimento, tanto do professor quanto do estudante. De acordo com Esteban (2003), o professor ao avaliar é avaliado, coloca-se em contato com um movimento de permanente produção de conhecimento e desconhecimento, ao investigar percursos peculiares de seus alunos, sabe que confronta também os seus próprios conhecimentos e desconhecimentos.

A necessária avaliação, concebida de modo a contribuir com a formação dos estudantes, percebida não como uma ‘meta’, um fim a ser alcançado, mas como uma orientação a mais para a sua aprendizagem, pressupõe, que as tarefas propostas propiciem pensar, refletir, criticar, levantar hipóteses, compreender e correlacionar conteúdos. Dentre outras, atribui-se à avaliação “a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente” (BRASIL, 1998, p.54). Assim, a avaliação da aprendizagem escolar deve interpor os processos de ensino e aprendizagem e, por isso, não pode ser feita de modo a apenas classificar os estudantes. Por conseguinte, diferente

[...] da avaliação na perspectiva da classificação, a avaliação como prática de investigação se configura pelo reconhecimento dos múltiplos saberes, lógicas e valores que permeiam a tessitura do conhecimento. Neste sentido, a avaliação vai sendo constituída como um processo que indaga os resultados apresentados, os trajetos percorridos, os percursos previstos, as relações estabelecidas entre pessoas, saberes, informações, fatos, contextos. (ESTEBAN, 2002, p. 11).

A sugestão de praticar uma avaliação como investigação requer uma mudança do olhar que comumente se lhe atribui. Diferente de uma perspectiva que procura reduzir os processos às respostas encontradas, a avaliação como prática de investigação busca dar respostas aos processos de ensino e aprendizagem e, nessa função, o foco não está em encontrar as respostas, mas em compreender os meios que as podem originar. Esse tipo de compreensão pode servir de apoio à reorientação dos processos, fornecer aos estudantes e professores a possibilidade de repensarem e enfrentarem criticamente suas práticas.

Em uma avaliação assim praticada, a ênfase no caminho percorrido pelo

estudante, a indagação sobre ‘o que’ ele fez, o reconhecimento e a valorização da diversidade de caminhos percorridos por eles na produção de soluções para as tarefas propostas tornam-se tão importantes quanto à identificação do que eles sabem e/ou que ainda desconhecem (SANTOS, 2008).

Portanto, a avaliação como prática de investigação não se limita a classificar as respostas enquanto certas ou erradas, mas antes, interroga os meios, as trajetórias, os caminhos percorridos que as originaram. Essa não-limitação tende a romper com a idéia de que os resultados matemáticos fornecidos pelos estudantes em suas tarefas são sempre exatos, precisos, quando não imutáveis. A interrogação das trajetórias destina-se a encontrar indícios da ação de percorrer, das coisas que se fizeram importantes na mobilização do caminho feito, da estratégia¹⁷ tomada pelo estudante. Interrogar o caminho tem, por fim, levantar características do que é observável, dos procedimentos¹⁸ matemáticos utilizados na condução de sua estratégia.

De acordo com as intenções e com os instrumentos utilizados, uma avaliação, como prática de investigação, pode ocorrer de várias maneiras. Também importa

ter em consideração o objetivo com o qual um determinado instrumento avaliativo é utilizado, a maneira pela qual analisar-se-ão as informações oriundas deles. Além disso, é importante ter claro o que determinado instrumento pode revelar. A multiplicidade de instrumentos ou recursos existentes que se apresentam enquanto alternativas para o processo de avaliação matemática podem permitir examinar aspectos tais como utilização de conteúdos, estratégias e procedimentos utilizados, hipóteses levantadas, recursos escolhidos pelos alunos (BURIASCO, 2002).

Devido à variedade de objetivos que podem fazer parte dos processos de ensino e de aprendizagem, consideramos que não faz sentido utilizar apenas um instrumento para realizar a avaliação. Entretanto, observa-se que, em matemática, a prova escrita tem sido comumente utilizada como principal e, em alguns casos, como único instrumento de avaliação. Embora a prova escrita por si só não dê conta de oferecer todas as respostas necessárias aos processos de ensino e de aprendizagem, atribuímos fundamental importância ao estudo do que é possível enxergar por meio dela, bem como de outros instrumentos de avaliação. Acreditamos

¹⁷ De acordo com Hadji (1994, p.47), pode “entender-se por estratégia a orientação geral das operações e dos meios a utilizar. [...]. Em sentido lato, o termo designa um conjunto de ações coordenadas tendo em vista uma finalidade”.

¹⁸ Segundo Dalto (2007, p.38), o “procedimento relaciona-se ao processo de desenvolvimento da estratégia. Por exemplo, se um estudante utiliza-se de uma estratégia algébrica para resolver um problema, um dos procedimentos que pode ser utilizado é a equação, função, sistemas de equações, etc”.

que o ‘pecado’ maior não é tomar a prova escrita como único meio de avaliação, contudo, deixar de olhá-la como um meio pelo qual se podem obter informações a respeito de como se tem desenvolvido o processo de aprendizagem dos estudantes.

1.1.2 Análise da Produção Escrita como Prática de Investigação

A palavra ‘análise’, segundo o dicionário Houaiss (2001, CD ROM), tem origem grega (*analúsis*: dissolução, método de resolução), pode ainda ser entendida como “separação de um todo em seus elementos ou partes componentes”; “estudo pormenorizado de cada parte de um todo, para conhecer melhor sua natureza, suas funções, relações, causas etc.”; “exame, processo ou método com que se descreve, caracteriza e compreende algo (um texto, uma obra de arte etc.), para proporcionar uma avaliação crítica do mesmo”. Segundo a etimologia, esse termo pode também ser reconhecido pelos verbos: desligar, dissolver, soltar, separar, examinar.

Todas essas definições parecem: indicar ações que possibilitam¹⁹ inferir formas de os estudantes procederem na execução das estratégias adotadas/elaboradas; reconhecer possíveis dificuldades enfrentadas; identificar como utilizam conteúdos matemáticos; inferir sobre as interpretações feitas; ter indícios do que os estudantes mostram saber; perceber relações que os estudantes estabelecem com as informações do enunciado; enfim, conhecer de que forma lidam com questões de matemática, sejam elas rotineiras ou não.

Segundo Buriasco (2004), ao analisar uma produção escrita, é possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre sua configuração, procurar encontrar quais relações as constituem. A produção escrita não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, pois, muitas vezes, essa é a única forma de ‘diálogo’ existente entre professores e estudantes. Buriasco (2004) coloca que a produção escrita dos alunos se mostra como uma alternativa para interrogar-se sobre os processos de ensino e aprendizagem matemática. Entretanto, é preciso reconhecer que a análise da produção

¹⁹ As conclusões apresentadas foram feitas a partir do estudo dos trabalhos que o GEPEMA vem desenvolvendo por meio a análise da produção escrita.

escrita por si só não dá conta de todos os processos. A sugestão é de que ela venha acompanhada de outras alternativas como, por exemplo, entrevistas, discussões e explorações coletivas, em sala de aula, a respeito de uma ou mais produções.

Além da análise da produção escrita contribuir para um pensar sobre a produção individual do estudante, ela pode servir também para um olhar mais amplo a respeito de um conjunto de produções que apresentam características comuns. Alguns trabalhos têm sido realizados nessa perspectiva (BURIASCO, 1999, 2004; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, S., 2005; SEGURA, 2005; PEREGO, F., 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007; CELESTE, 2008; SANTOS, 2008). Como exemplos,

- Dalto (2007) analisou, em 97 produções escritas de alunos de 8^a série do Ensino Fundamental e 3^a série do Ensino Médio, a resolução de uma questão aberta de matemática, no qual inferiu os enunciados dos problemas que os alunos resolveram a partir do enunciado original da questão;
- Viola dos Santos (2007), investigou em 147 produções escritas, as resoluções de uma questão aberta de matemática de alunos de 4^a e 8^a séries do Ensino Fundamental e 3^a série do Ensino Médio. Por meio de uma desconstrução do enunciado da questão, o autor pôde investigar quais as interpretações os alunos fizeram de cada frase do enunciado e apontar as características dos problemas que os alunos construíram a partir delas;
- Santos (2008) estudou a produção escrita de estudantes de Ensino Fundamental de uma escola estadual de Londrina. Em uma prova composta por questões não-rotineiras de matemática, identificou aspectos da relação que os alunos estabelecem entre o contexto em que as questões são apresentadas com outros contextos ou com outras informações.

Uma das grandes dificuldades que os estudos do GEPEMA têm apontado, a partir da análise da produção escrita, diz respeito à interpretação que os estudantes fazem do enunciado da questão. A limitação que procede a esse tipo de indício é o de saber se as dificuldades de ‘interpretação’ têm a ver com a linguagem utilizada no enunciado, com o

conteúdo matemático envolvido, com ambos²⁰, ou com outros aspectos. Outras questões também decorrem deste tipo de indício, como: o enunciado da questão é suficientemente claro para que o estudante a resolva? É possível produzir significado a partir dele? As informações presentes no enunciado da questão fazem parte do conjunto de circunstâncias que tornam a questão acessível aos estudantes?

Parte dessas perguntas pode ser respondida com uma leitura das produções escritas dos estudantes, buscando o que podem evidenciar, que pistas dão sobre a relação com o enunciado e com os contextos nos processos de resolução e mobilização de conceitos matemáticos. No trabalho de Santos (2008), a autora identifica, por meio da produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões não-rotineiras, relações que estabelecem entre o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos (pessoais, escolares) ou outras informações, mostrando que, muitas vezes, essas relações podem influenciar a resolução do estudante.

Acreditamos que uma prova escrita, na perspectiva da avaliação como prática de investigação, deve conter questões que possibilitem ao estudante, do seu modo particular, trabalhar com as informações do enunciado na busca não somente de resolver a questão, mas também de produzir conhecimento matemático a partir dela, proporcionar resoluções por meio das quais o professor possa investigar as *maneiras de lidar*²¹ dos estudantes, a fim de que se possa ir além de simples dicotomizações. De acordo com Viola dos Santos (2007), a expressão “maneiras de lidar” pode ser entendida como as maneiras pelas quais os sujeitos interpretam o enunciado, elaboram estratégias e utilizam procedimentos para resolver uma questão, que, em muitos casos, são resultantes de processos sistemáticos, tanto sintáticos como semânticos, os quais eles próprios constroem (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.22).

Ao adotarmos a análise da produção escrita como prática de investigação, estamos assumindo um olhar sobre as *maneiras de lidar*. Nessa perspectiva, o que existe é análise das *maneiras de lidar*, e, nela, o ‘erro’ é apenas um julgamento, apenas uma das formas de caracterizar as ‘maneiras de lidar’ dos sujeitos. Portanto, o ‘erro’ não está na produção do estudante, mas é o resultado da caracterização que o professor faz dessa produção. O que podemos dizer que existe, de fato, são as maneiras com as quais os estudantes lidam com as

²⁰ Esta questão foi inicialmente levantada por nossa colega Andréia Buttner Ciani, aluna de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL, em uma das discussões do GEPEMA.

²¹ Viola dos Santos (2007).

questões, maneiras essas que nem sempre são tão acessíveis, transparentes, de modo a serem, portanto, suscetíveis a algum julgamento. Muitas vezes, uma produção é simplesmente caracterizada como errada, quando posta apenas à luz do referente do avaliador, prática que consideramos extremamente pretensiosa²².

A análise da produção escrita, sob o olhar das *maneiras de lidar*, pode permitir interrogar-se sobre os processos nos quais os alunos se envolvem ao resolver um problema, independentemente das respostas apresentadas. Ao invés de se limitar à identificação de que um problema, quando “não resolvido” pelo estudante, é diferente do considerado correto, sugerimos a pergunta: *qual foi o problema resolvido por ele?* Dalto (2007) em sua dissertação discutiu esse tipo de análise, inferindo sobre os problemas propostos e os problemas resolvidos pelos alunos. Para ele, “Problema Proposto” é o do enunciado, que se espera que seja resolvido pelo estudante e “Problema Resolvido” é aquele que se infere, mediante a produção escrita, que cada estudante resolveu como resultado da interpretação que fez do “Problema Proposto” (DALTO, 2007, p.41).

Um questionar sobre os problemas resolvidos pelos estudantes, podem propiciar inferências sobre as maneiras de lidar, as relações estabelecidas com os contextos das tarefas propostas, os possíveis processos de produção dos estudantes por meio do que é observável, neste caso, a produção escrita. Consideramos essa prática uma possibilidade à análise da produção escrita, a qual pode propiciar ao professor um olhar mais refinado sobre o envolvimento dos estudantes com a matemática ao lidarem com as tarefas propostas. Como não acreditamos que seja possível fazer uma leitura completamente ‘transparente’ e ‘imparcial’ das produções dos estudantes, a alternativa, aparentemente, promissora é a de realizar a prática de uma leitura associada a uma leitura plausível²³, de modo que seja possível ‘enxergar’ a multiplicidade de processos que os estudantes podem ter desenvolvido ao produzirem conhecimento, reconhecer que as resoluções do tipo escolares não são as únicas possíveis, aceitar a diversidade, explorar os modos idiossincráticos dos estudantes elaborarem suas justificativas, suas explicações, seus argumentos.

²² Hadji (1994, p.34) quando fala de ‘juízo de valor’ coloca que do “ponto de vista do grau de segurança com o qual se afirma o que se afirma, o juízo de avaliação é problemático. Não exprime nem uma realidade, tal como ela é de maneira certa (juízo assertórico), nem uma verdade necessária que não pode ser de outro modo senão como é (juízo apodíctico)”.

²³ Uma forma de tentar imaginar o que supostamente o aluno pensou ao desenvolver uma tarefa.

1.2 SOBRE A MATEMATIZAÇÃO

Para que se possa ter uma visão mais detalhada da atividade matemática, os estudantes precisam ter a oportunidade de, ao resolver tarefas, dar suas próprias respostas com suas palavras (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Para isso, essa autora considera que as tarefas devem ser tão ‘visíveis’ quanto possíveis de serem resolvidas por eles, além de serem acessíveis e convidativas. Por conseguinte, consideramos que tão importante quanto tomar a análise da produção escrita como fonte de investigação, é necessário pensar em um instrumento que seja adequado para a coleta de dados, no tipo de questões que serão propostas aos estudantes tanto nas tarefas de sala de aula quanto nas de avaliação, no tipo de olhar que poderá ser lançado para as produções, no tipo de informações que se pretende recolher.

Parece que uma das maiores dificuldades, nas aulas de matemática, é fazer com que os estudantes se ‘envolvam’ com as tarefas propostas pelos professores. É possível que uma das razões para a falta de envolvimento seja o fato de muitas delas apresentarem situações artificiais que, quase sempre, ficam restritas a um único conteúdo, sob uma mesma dinâmica no modo de resolução. Com isso, dificilmente os estudantes conseguem estabelecer relações entre o que aprendem na escola com o que podem fazer fora dela, uma vez que o conteúdo matemático parece ser aplicado somente às situações propostas nos livros didáticos.

Na perspectiva de Educação Matemática aqui adotada, não faz sentido ensinar matemática partindo apenas de definições, fórmulas, teoremas, propriedades, pois todo domínio matemático resumido nos livros didáticos não surgiu da ‘forma’ como é apresentado. A idéia de se trabalhar com questões de matemática não-rotineiras parte da hipótese de que elas podem propiciar, mais fortemente, aos estudantes produzir conhecimento a partir de situações já conhecidas, familiares, imagináveis, com as quais possam produzir significado e, então, aprender ‘matemática’.

Alguns pesquisadores da Educação Matemática têm dedicado seus estudos na tentativa conectar a matemática estudada, na sala de aula, àquela ‘do cotidiano’, ‘da vida’, como é o caso de, entre outros, pesquisadores da área da Modelagem Matemática como recurso pedagógico (BASSANEZI 1990, 1994, 2002; BLUM; NISS, 1991; BARBOSA, 1999, 2001; NISS, 2001; ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; BRITO, 2005), dos pesquisadores do

Instituto Freudenthal²⁴.

Nessa direção, encontra-se o movimento chamado Educação Matemática Realística²⁵, tomado como abordagem para o ensino e aprendizagem, preconizado por Hans Freudenthal, que defende a idéia da matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1991; TREFFERS, 1987; DE LANGE, 1987; VAN DEN HEUVEL- PANHUIZEN, 1996; GRAVEMEIJER; DOORMAN, 1999; ZULKARDI, 1999; KWON, 2002). Nele, o termo *Realistic* tem origem no verbo neerlandês *zich REALISE-ren*²⁶ e pode assumir o mesmo significado de ‘imaginar’, o que sugere que os contextos ou situações nos quais os alunos se envolvem não precisam ser autenticamente ‘reais’, mas precisam ser imagináveis, realizáveis, concebíveis na mente dos estudantes (VAN DEN HEUVEL - PANHUIZEN, 2005). Os autores em consonância com esta abordagem consideram que a aprendizagem deve ser concebida na realidade a partir da matematização de situações que possibilite aos estudantes “re-inventar”²⁷ a matemática (FREUDENTHAL, 1991; GRAVEMEIJER; DOORMAN, 1999; KWON, 2002; KROESBERGEN, 2003; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003).

Hans Freudenthal considerava a matemática não como o corpo do conhecimento matemático, mas como uma atividade de busca e resolução de problemas e, de forma mais geral, como a atividade de organizar ‘matematicamente’ a ‘realidade’ – atividade que chamou de ‘matematização’ (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003). Para Freudenthal (1991) aprender matemática deveria ter origem no ‘fazer’ matemática, sendo a matematização o núcleo da educação matemática. Treffers (1987) descreveu a matematização como

²⁴ O FIsme (Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education) é uma organização holandesa de pesquisadores que se dedicam ao estudo do ensino de ciências e educação matemática.

²⁵ RME - *Realistic Mathematics Education*.

²⁶ Em alguns trabalhos este termo tem sido traduzido pelo ‘realistic’ da língua inglesa e, quando traduzido para a língua portuguesa por ‘realista’. Porém, segundo o dicionário online GTB (Geintegreerd Tall-Bank), o termo *realiseeren* tem origem no francês “realiser” e pode significar “algo em potencial para fazer alguma coisa real, realização, de transformação, uma idéia ou um plano de forma concreta”. Por este motivo, acreditamos que o termo *zich REALISE-ren* tem maior aproximação com o termo ‘realística’ em português do que com ‘realista’. Disponível em: <<http://gtb.inl.nl/?owner=WNT>>. Acesso em: 16.06.2008.

²⁷ Isto significa possibilitar que os alunos experimentem um caminho ‘semelhante’ ao processo pelo qual a matemática foi elaborada historicamente e, então, atribuir algum sentido à sua utilidade em situações diversas.

uma atividade organizada²⁸. Ela refere-se à essência da atividade matemática, à linha que atravessa toda educação matemática voltada para a aquisição de conhecimento factual, à aprendizagem de conceitos, à obtenção de habilidades e ao uso da linguagem e de outras organizações, às habilidades na resolução de problemas que estão, ou não, em um contexto matemático (TREFFERS, 1987, p.51-52, tradução nossa).

O conceito de matematização foi inicialmente introduzido por *Freudenthal* e mais tarde reformulado por *Treffers* (1987), que a caracterizou como sendo composta por duas componentes: a ‘matematização horizontal’ e a ‘matematização vertical’. *Treffers* (1987) conceitua a ‘matematização horizontal’ como uma tentativa de esquematizar o problema matematicamente, ou seja, a matematização horizontal consiste em esquematizar o que se considera necessário para que seja possível abordar o problema por meios matemáticos, seja por meio da formação de um modelo, da esquematização, ou simbolização. As tarefas que acompanham e estão relacionadas ao processo matemático, a solução do problema, a generalização da solução e a posterior formalização podem ser descritas como uma ‘matematização vertical’.

A autora Van den Heuvel-Panhuizen também faz uma descrição ao citar a distinção de *Treffers*:

[...] na matematização horizontal, os alunos são confrontados com ferramentas matemáticas que podem ajudar a organizar e resolver um problema localizado em uma situação da *vida real*. A matematização vertical é o processo de reorganização dentro do próprio sistema matemático, como, por exemplo, encontrar atalhos e descobrir as conexões entre os conceitos e estratégias e então, aplicar essas descobertas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1998, p.3, tradução e grifo nosso).

Segundo *Freudenthal* (1991, p.41), as duas componentes não são totalmente distintas, pois, embora a matematização horizontal envolva a ida do “mundo real” para o “mundo dos símbolos” e a matematização vertical envolva o movimento no ‘interior’ do mundo dos símbolos, não significa que há um ponto de corte claro que promova a distinção entre os dois

²⁸ Em um exemplo dado por *Treffers* (1987), o autor utiliza 10 problemas em uma atividade organizada para tratar do tema ‘*Princípio Fundamental da Contagem*’. Cada problema apresentado remete a um ou dois aspectos da matematização. O processo que envolve os 10 problemas e todos os aspectos das componentes vertical e horizontal é caracterizado como um processo de matematização.

‘mundos’. Ele salienta, ainda, que as duas formas de matematização são de igual valor. Treffers (1987) também admite que essa distinção entre a componente horizontal e a vertical é um tanto artificial dado ao fato de que elas podem estar fortemente inter-relacionadas.

Resultados de avaliações em massa, como o PISA, indicam que os estudantes do Brasil ‘não sabem matemática’, mas a nossa pergunta é: será que eles não sabem matemática ou não sabem reconhecer o uso dela? A idéia de pensar nas componentes vertical e horizontal da matematização parte da hipótese de que, se ambas forem contempladas de forma ‘similar’ no processo de aprendizagem, as dificuldades com a interpretação das tarefas poderiam ser reduzidas, dado que o aspecto estrutural da matemática perderia seu papel de único ‘protagonista’ no ensino da matemática.

Os resultados das pesquisas do GEPEMA, os quais têm mostrado que estudantes e professores mostram saber lidar com a matemática envolvida em questões rotineiras, revelam que a maior dificuldade que estudantes e professores apresentam parece estar atrelada à interpretação que fazem do enunciado da questão. Uma hipótese para essa ocorrência é de que a matemática tem sido trabalhada nas escolas mais na perspectiva estrutural do que na funcional, ou seja, a matemática é vista apenas como um conjunto de fórmulas, definições, conceitos, teoremas, propriedades que servem apenas para a resolução dos problemas tipo escolares e pouca atenção tem sido dada às outras situações, dentro ou fora da escola, em que são úteis. A insistência em trabalhar com problemas tipo/padrão ‘despidos’ de significado tende a possibilitar aos estudantes mais sucesso nos processos que contemplam a componente vertical da matematização. Contudo, do que adianta conhecer os aspectos estruturais da matemática sem reconhecer de que maneiras, em quais situações podem ser utilizados?

A sugestão é de que sejam propostas tarefas com as quais os estudantes possam se envolver tanto nos processos de matematização horizontal quanto nos de matematização vertical, de modo que não haja um desligamento entre esses processos, de que sejam, sempre que possível, indissociáveis. Para isso, é preciso levar em consideração os contextos específicos das tarefas propostas aos estudantes e a possibilidade de matematização que oferecem. Portanto, dentro da abordagem Educação Matemática Realística (RME), é dada extrema importância ao papel que os contextos dos problemas desempenham na atividade matemática dos estudantes, uma vez que eles podem oferecer oportunidades de matematização (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005).

1.2.1 Sobre os Contextos das Tarefas Matemáticas – Breves Considerações

Pensar em um tipo de avaliação que leve em conta as formas peculiares dos estudantes produzirem significados para as tarefas que lhes são apresentadas põe em jogo pensar em que tipos de instrumentos são capazes de fornecer informações relevantes sobre a aprendizagem e em como devem ser formulados. Partimos da hipótese na qual o trabalho com questões que apresentem contextos diversificados, atrativos, com situações que possam ser ‘realizáveis’ pelos estudantes, lhes oportuniza um contato mais íntimo com as questões de modo que tenham a possibilidade de matematizar.

Vários estudos têm tido como pano de fundo interpretar de que modos os contextos²⁹ das tarefas matemáticas influenciam na maneira como estudantes as resolvem (FREUDENTHAL, 1991; DE LANGE, 1987; COOPER, 1992; LINS, 1992; BOALER, 1993; MACK, 1993; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, 2005; BUTTS, 1997; COOPER; HARRIES, 2002, 2003; D’AMBROSIO, 2004; KASTBERG *et all*, 2005). Esses estudos indicam que o contexto no qual uma questão é apresentada exerce um importante papel nas resoluções dos estudantes, podendo, por vezes, determinar o seu sucesso ou não nas resoluções.

Dentro da abordagem da Educação Matemática Realística, é considerado um bom problema de contexto aquele que pode ser ‘imaginável’, ‘realizável’, ‘concebível’ na mente de quem se propõe a resolvê-lo e não apenas apresentar aspectos da ‘vida real’, os quais, por vezes, podem não ser da ‘vida real’ de quem vai resolvê-los. Por esse motivo, os contextos não precisam necessariamente, mas podem apresentar situações da vida real, do mundo da fantasia. Contudo, não é possível dizer, *a priori*, qual seria um bom problema de contexto, dado que essa caracterização depende da relação que o ‘resolvedor’ em potencial estabelece com o enunciado do problema. Consideramos que o fato de o enunciado de um problema matemático estar situado em algum contexto do cotidiano do estudante não garante que este possa aprender algo ao resolvê-lo. É preciso pensar em que tipos de oportunidades o contexto pode oferecer.

Nessa direção, Van den Heuvel-Panhuizen (2005, p.5) discute três papéis fundamentais que os contextos devem desempenhar nos problemas que visam a avaliar a

²⁹ Para este estudo estamos chamando de contexto um discurso encadeado utilizado para expor uma tarefa que pode ser composto por palavras, frases, figuras, as quais contribuem para a sua significação.

compreensão dos estudantes em matemática. O primeiro papel fundamental dos contextos, segundo essa autora, diz respeito ao ‘aumento da acessibilidade’, ou seja, “para além de tornar as situações facilmente reconhecíveis e imagináveis, um agradável contexto convidativo também pode aumentar a acessibilidade por meio do seu elemento motivacional”, isto pode incluir, por exemplo, a apresentação de figuras, o tratamento de um tema polêmico ou que está na moda, fatos do interesse da comunidade local (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.5). O segundo papel está relacionado à ‘transparência’ e à ‘elasticidade’ dos problemas, ou seja, ao permitir maior extensão e liberdade na forma como abordar o problema, os estudantes têm a possibilidade de desenvolver diversos tipos de estratégias e mais oportunidades de mostrar o que sabem. E o terceiro papel diz respeito a sugestões de estratégias, ou seja, “ao imaginar-se na situação a que se refere o problema, os estudantes podem resolvê-lo de uma forma inspirada, por assim dizer, pela situação” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.6).

No que diz respeito às possibilidades de matematização, De Lange (1987, p.76, tradução nossa) distingue três papéis do contexto. Define *Contexto de Terceira Ordem* como sendo o mais importante, aquele que possibilita um “processo de matematização conceitual”, esse tipo de contexto serve para “introduzir ou desenvolver um conceito ou modelo matemático”. Segundo De Lange (1987), o papel do *Contexto de Segunda Ordem*, na matematização, é considerado menos essencial, porém muito importante. Neste tipo de contexto, o estudante é confrontado com uma situação realística e dele é esperado que encontre ferramentas matemáticas para organizar, estruturar e resolver a tarefa. Além disso, a situação realística é essencial e a “matemática é a ferramenta para organizá-la” (DE LANGE, 1987, p.77, tradução nossa). Por último, refere-se ao *Contexto de Primeira Ordem* como aquele que apresenta operações matemáticas ‘textualmente embaladas’, no qual uma simples tradução do texto é suficiente. Esta última definição vai ao encontro dos chamados ‘problemas de palavras’, que são frequentemente considerados como sinônimos de ‘problemas de contexto’, embora haja uma grande diferença entre os dois (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). A distinção entre os ‘problemas de palavra’ e os ‘problemas de contexto’ é a de que, embora ambos apresentem um texto com aspectos ‘realísticos’, nos ‘problemas de palavras’ o contexto não é muito essencial, sendo, por vezes, tão artificial que a ‘realidade’ apresentada parece não estar frequentemente em sintonia

com as ‘reais’ experiências dos estudantes³⁰.

Um estudo realizado por Cooper e Harries (2002) mostra indícios das influências que os contextos podem desempenhar nas tarefas dos estudantes ao analisar as considerações ‘realísticas’ que fazem dos enunciados. O estudo mostra que os estudantes, além de apresentarem considerações relativas ao enunciado do problema dado, mostram também outros aspectos relacionados às experiências pessoais, as quais, muitas vezes, determinam as respostas dadas por eles.

Portanto, não é apenas importante que o enunciado de uma questão traga consigo um texto com aspectos da ‘vida real’, é preciso que ele provoque nos estudantes uma disposição efetiva para lidar com eles, para que possam reconhecer a utilidade da matemática que aprendem na escola em situações diversas, seja dentro ou fora da escola. De acordo com Freudenthal³¹ (apud VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p.2)

se as crianças aprendem matemática de uma forma isolada, divorciada de suas experiências, ela será rapidamente esquecida e não serão capazes de aplicá-la. [...]. Ao invés de começar com definições ou abstrações para serem aplicadas mais tarde, deve-se começar com contextos ricos que demandem organização matemática ou, em outras palavras, contextos que possam ser matematizados (tradução nossa).

De posse dos subsídios teóricos apresentados, no que diz respeito à avaliação e à análise da produção escrita como prática de investigação e das considerações feitas sobre aspectos da matematização e do contexto, buscamos, com este trabalho, lançar um olhar sobre a produção escrita de professores de Educação Básica com o intuito de investigar:

- de que forma encaminharam suas resoluções (que estratégias e procedimentos desenvolvem);
- como professores que lecionam matemática na Educação Básica lidam com a

³⁰ Como um exemplo de ‘problemas de palavras’ citamos: “*Mamãe foi à feira e comprou 35 laranjas à R\$ 0,75 cada uma. Quanto mamãe pagou?*”. Com isso questionamos qual é a ‘realidade’ que se mostra nesse problema? Qual objetivo? Quase sempre é fazer com que os estudantes apenas multipliquem 35 por 0,75 desconsiderando quaisquer considerações realísticas que possam fazer desse enunciado, tais como ‘*que mamãe é essa? A minha ou do Joãozinho?*’; ‘*pra que tantas laranjas?*’; ‘*será que a mãe da professora fará uma laranjada? Pra quantas pessoas?*’; ‘*Mas como sabe que vai usar 35 laranjas?*’; ‘*que horror, R\$0,75 é muito caro para uma laranja, ou será que ela vai pagar R\$0,75 nas 35 laranjas?*’; ‘*vai ficar muito caro essa laranjada, compensa tomar suco numa lanchonete*’.

³¹ FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**, v.1, p.3-8, 1968.

matemática escolar na resolução de questões consideradas não-rotineiras que fizeram parte de uma prova aplicada a alunos que estão terminando a Educação Básica;

- as possíveis interpretações que fazem dos enunciados das questões.

2 A PRODUÇÃO DOS ÓCULOS

Tendo em conta que o presente estudo tem como objetivo investigar de que forma professores da Educação Básica lidam com questões não-rotineiras de matemática por meio de seus registros escritos, optou-se por fazer uma pesquisa, predominantemente, qualitativa de cunho interpretativo, seguindo orientações da análise de conteúdo apresentadas por Bardin (2004) e da “*análise textual discursiva*” (MORAES, 2003). Bardin apresenta a análise de conteúdo como

um conjunto de técnicas que permitem a exploração e análise das informações de uma pesquisa. É por meio da Análise de Conteúdo que é possível retirar informações contidas num texto, interpretá-las podendo assim relacioná-las ao contexto em que se deu determinada produção. Esta forma de análise leva o pesquisador, depois de muito estudo, a criar categorias, agrupando unidades de análise semelhantes, fazendo inferências sempre que necessário e possível. (p.26).

E, segundo Moraes e Galiuzzi (2006, p.2), “a análise textual discursiva é uma abordagem de análise de dados que transita entre duas formas consagradas de análise na pesquisa qualitativa que são a análise de conteúdo e a análise de discurso”.

Apresentaremos, a seguir, uma descrição da trajetória percorrida desde a escolha do instrumento até o momento da análise.

2.1 DO INSTRUMENTO DE RECOLHA DE DADOS À AMOSTRA

Como o objetivo é analisar a produção escrita de professores da Educação Básica, utilizamos uma prova composta por questões discursivas de matemática como instrumento de recolha de dados. Essa prova foi constituída por 25 itens distribuídos em 14 questões de provas de matemática do PISA, divulgadas pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. A escolha dessas questões se deu por serem

discursivas e consideradas não-rotineiras.

Com o objetivo de obter um perfil dos participantes, elaboramos uma folha de rosto para a prova, na qual os professores forneceram algumas informações. Os participantes informaram que cursos fizeram no nível do Ensino Médio, Ensino Superior e Pós-Graduação, em que instituição e qual o ano de conclusão; informaram, ainda, suas experiências enquanto professores nos diferentes níveis de escolaridade (Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio), bem como, outras experiências (Coordenação, Supervisão), a função que estavam exercendo nas escolas na época da aferição e a rede em que trabalhavam (Pública Municipal, Pública Estadual e/ou Privada).

Na folha de rosto, também constava algumas instruções para a resolução da prova. Além disso, na última folha da prova, havia um questionário no qual os professores apresentaram suas impressões a respeito do nível de dificuldade, da quantidade de questões da prova, do tempo fornecido para a sua resolução, além de indicar a questão mais difícil e a mais fácil. A prova aplicada, juntamente com a folha de rosto e o questionário sobre as impressões da prova, encontra-se no Apêndice A.

A prova foi aplicada em dois grupos de professores no ano de 2007. O primeiro grupo (G1) é formado por 21 professores matriculados, naquele ano, no curso de *Especialização em Educação Matemática* da Universidade Estadual de Londrina (UEL) e o segundo grupo (G2), por 25 participantes do projeto de extensão *PRÓ-MAT*³². Como interessava investigar a produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática, para compor a amostra deste estudo foram retiradas as provas dos participantes do *PRÓ-MAT* que ainda estavam cursando a Licenciatura em Matemática. Portanto, nossa amostra passou a ser composta por 37 provas, sendo 21 de participantes do G1 e 16, do G2.

A aplicação da prova se deu em dois momentos. A primeira aplicação foi feita, no dia 10 de novembro de 2007, para os professores do G1 e a segunda, no dia 13 de novembro de 2007, para os professores do G2. Para garantir certa uniformidade na aplicação da prova, foi elaborado e seguido um *Roteiro para Aplicação* (Apêndice B), feito com base no roteiro de aplicação do PISA.

As provas que os participantes do G1 receberam continham um código de

³² Pró-Matemática/UEL na Formação do Professor é um projeto de extensão desenvolvido no Depto. De Matemática da UEL. Para maiores informações consultar Carmona (2007).

identificação formado pela letra E (especialização) seguido de uma numeração de três dígitos (001, 002, 003) para representar o participante. Da mesma forma, as provas que os participantes do G2 receberam continham um código de identificação formado pela letra P (*PRÓ-MAT*) seguido de uma numeração de três dígitos (001, 002, 003). Desse modo, a prova cujo código de identificação é E007 indica que o participante faz parte do G1 e é representado pela numeração 007. Esse número de identificação foi criado para resguardar o nome do participante, porém, os professores preencheram uma lista, à parte, com o código de identificação da prova seguido de seus respectivos nomes, telefones e e-mails. Esta lista foi criada pensando na possível necessidade de entrevistar o participante e é de uso exclusivo da estudante pesquisadora e sua orientadora. Antes das aplicações, apresentamos aos professores esclarecimentos sobre a investigação que seria realizada a partir da análise do material coletado. Depois de esclarecidas algumas dúvidas, os participantes que se depuseram a contribuir com esta investigação assinaram um *Termo de Consentimento Livre e Esclarecido* (Apêndice C).

2.2 DA AMOSTRA À DESCRIÇÃO

Nosso primeiro passo, antes de começar a descrever a produção escrita contida nas provas, foi resolver todas as questões e fazer um levantamento das impressões que tivemos de cada item, dos argumentos matemáticos que moveram nossa resolução, de possíveis erros, de possibilidades de estratégia de resolução. A partir disso, criamos, para cada item, os critérios de correção, descrição e classificação das resoluções.

Fizemos uma primeira correção das questões com base no *Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática AVA/2002* (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2004). Utilizamos quatro códigos (2, 1, 0 e 9): o código ‘2’ foi utilizado para representar a resolução classificada com ‘crédito completo’; o código ‘1’ para a resolução classificada com ‘crédito parcial’; o código ‘0’ para classificar como ‘nenhum crédito’; e o código ‘9’ para indicar que não havia indício algum de resolução da questão. Recebeu crédito completo a resolução que utilizava uma estratégia que resolvia o problema e apresentava o desenvolvimento correto dos procedimentos; crédito parcial a resolução que utilizava uma

estratégia que resolvia o problema, porém com algum procedimento desenvolvido de forma incorreta; nenhum crédito a resolução que utilizava uma estratégia que não resolvia o problema, ainda que os procedimentos tivessem sido desenvolvidos corretamente.

Nessa primeira correção, fizemos uma leitura horizontal das provas, ou seja, corrigimos o primeiro item de todas as provas, depois corrigimos o segundo item de todas as provas, o terceiro e assim por diante. Paralelamente à leitura e a correção das questões, também registrávamos a descrição das diferentes resoluções de cada item. De posse de todas as resoluções levantadas foi elaborado um manual de correção para cada item da prova. O manual de correção continha a descrição das diferentes resoluções que surgiram da primeira correção e o código de correção (2, 0, 1, 9) que lhes foi atribuído.

Para uma segunda correção das provas, refinamos as codificações das resoluções³³. Um exemplo: o código '2' apenas fornecia a informação de que a resolução utilizava uma estratégia que resolvia o problema com procedimentos desenvolvidos corretamente. Então, para diferenciar as resoluções classificadas com código '2' de acordo com as diferentes descrições que levantamos, atribuímos códigos '2.1', '2.2', '2.3', de modo que, se tivéssemos, por exemplo, onze resoluções diferentes classificadas com código '2', teríamos um manual composto com onze códigos diferentes (2.1, 2.2,..., 2.11) seguidos de suas respectivas descrições. O mesmo ocorreu para as resoluções codificadas com '1' e '0'.

Ao final das correções criamos um quadro para cada item da prova que continha os códigos das provas, o código de correção, a descrição da correção e algum comentário específico da prova, como o exemplo a seguir.

³³ Esta codificação foi feita por dois motivos apenas. O primeiro, pelo fato de fazer parte dos procedimentos de correção presentes no *Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática AVA/2002* que serviu de base para nossa descrição. O segundo, para agrupar as produções semelhantes com o intuito de refinar nosso olhar sobre elas.

Manual de correção - Questão 03 - Item 01			
Provas	Código de Correção	Descrição	Comentários
P032	2.4	Escreve $(60+60+60+60+60+20)/5 = (5 \times 60 + 20) / 5 = 60 + 4 = 64$. Responde que a média de Marli é de 64 pontos.	Toma '80' como '60+20'
E004	2.5	Escreve que $(4 \times 60 + 80) / 5 = (240 + 80) / 5 = 320 / 5 = 64$. Responde que a média de Marli é de 64 pontos.	
P029			
E007	2.6	Multiplica corretamente 60 por 4 e soma corretamente ao resultado 80. Divide corretamente 320 por 5. Responde que a média de Marli é de 64 pontos.	
E010			
P004			Além disso, adiciona 60 com 80 e obtendo 140 e divide 80 por 4 obtendo 20.
P016			
P025			
P015	9	Não resolve.	
E019			Escreve que não deu tempo.

Quadro 1 – Descrição da correção da Questão 03 – Item 01.

A construção do manual e do quadro final de cada item não se deu de forma linear, pois foram vários os momentos de idas e vindas no que diz respeito à linguagem utilizada, à formatação, à codificação e, até mesmo, à revisão dos critérios utilizados.

2.3 DA DESCRIÇÃO AOS AGRUPAMENTOS

A partir das descrições feitas das produções escritas, buscamos investigar quais as questões em que as produções poderiam dar margem para uma análise mais rica no que diz respeito às estratégias e aos procedimentos desenvolvidos. Observamos, por exemplo, que as questões que exigiam apenas a manipulação de procedimentos rotineiros, eram resolvidas, quase sempre, por estratégias e procedimentos, em geral, muito similares. A maior divergência de estratégias e procedimentos foi encontrada nas questões que pediam a apresentação de alguma

justificativa, explicação ou argumento. Com base nessa constatação, selecionamos seis dos vinte e cinco itens da prova que aplicamos para analisar nesta pesquisa.

Os itens selecionados foram:

- o terceiro item da questão Taxa de Câmbio;
- a questão Lixo;
- a questão Notas de Prova;
- a questão Apoio ao Presidente;
- o terceiro item da questão Crescendo;
- a questão Assaltos.

Feito esse recorte, iniciamos uma leitura detalhada das descrições de cada item, buscando quais estratégias e procedimentos foram mais frequentes. Procuramos fragmentar cada produção de modo a observá-la em seus detalhes, analisando cada uma por si só e, em seguida, com relação às demais produções. Este primeiro olhar das descrições entendemos ser o que Moraes (2003) chama de *Desmontagem do Texto*, o qual é um primeiro foco da análise textual

[...] também denominado de processo de unitarização, implica examinar os materiais em seus detalhes, fragmentando-os no sentido de atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados (MORAES, 2003, p.191).

De posse das inferências quanto às estratégias e procedimentos utilizados pelos participantes, agrupamos as produções escritas por estratégia utilizada. O ponto de corte para criar os grupos foi a estratégia elaborada e, para os subgrupos, foi o conjunto dos procedimentos³⁴ desenvolvidos. Embora em muitos casos os participantes tenham utilizado a mesma estratégia de resolução, os procedimentos e os caminhos expressos foram diferentes, por isso, para cada grupo de estratégias, criamos um ou mais subgrupos de procedimentos, para analisar com detalhes os registros escritos.

³⁴ Agrupamos as descrições das resoluções por estratégias e procedimentos semelhantes, independentemente de serem consideradas corretas ou não.

2.4 DOS AGRUPAMENTOS À ANÁLISE

A partir dos agrupamentos, fizemos uma leitura de cada questão e/ou item da prova e uma leitura de todas as produções de cada grupo na busca de uma sua análise e discussão com base nos seguintes indicadores:

- processos de matematização envolvidos;
- estratégias elaboradas;
- procedimentos desenvolvidos;
- justificativas/explicações/argumentos elaborados;
- interpretação que fizeram do enunciado;
- problemas resolvidos pelos participantes;
- relações que estabeleceram com o contexto no qual a questão foi apresentada.

2.5 DA ANÁLISE À DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta fase, foi desenvolvida uma leitura mais cuidadosa das análises feitas, tendo como fio condutor a busca de indícios que pudessem nos ajudar a responder os objetivos inicialmente definidos. Com isso, à luz do referencial teórico adotado, em uma leitura vertical e horizontal das produções, buscamos apresentar uma discussão sobre as estratégias e procedimentos que os professores desenvolveram, o modo como lidaram com a matemática escolar em questões não-rotineiras, as interpretações que fizeram dos enunciados, os contextos das questões analisadas e os aspectos da matematização. Nas considerações finais, apresentamos os principais resultados e nosso olhar sobre a trajetória percorrida.

3 A LEITURA

Esta seção apresenta a ‘leitura’ que conseguimos fazer com os ‘óculos’ que construímos. Apresentamos uma análise da produção escrita encontrada em seis questões da prova aplicada. Para cada uma, apresentamos: o enunciado contido na prova; algumas considerações sobre o enunciado; as resoluções encontradas; algumas considerações sobre os contextos envolvidos; uma descrição do modo como foram criados os grupos; uma análise das produções escritas de cada grupo.

3.1 QUESTÃO – TAXA DE CÂMBIO (ITEM 3)

Mei-Ling, de Singapura, estava preparando-se para uma viagem de 3 meses à África do Sul como aluna de intercâmbio. Ela precisava trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por rands sul-africanos (ZAR).

Questão 1: TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling descobriu que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o rand sul-africano era:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por rands sul-africanos a esta taxa de câmbio.

Quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu?

Questão 2: TAXA DE CÂMBIO

Ao retornar a Singapura após 3 meses, Mei-Ling ainda tinha 3900 ZAR. Ela trocou novamente por dólares de Singapura, observando que a taxa de câmbio tinha mudado para:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu?

Questão 3: TAXA DE CÂMBIO

Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD.

Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus rands sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

A resolução dessa questão exige a manipulação de procedimentos considerados rotineiros, como resolução de regra de três, multiplicação e divisão. Para a resolução do terceiro item dessa questão, é necessário que seja feita uma reflexão sobre o processo de troca de moedas, o que deve levar à justificativa da vantagem ou desvantagem da conversão de moedas quando diminui a taxa de câmbio do sistema monetário pelo qual será feita a troca do dinheiro de origem.

As produções escritas foram agrupadas por tipo de estratégia e por procedimentos, independentemente de serem desenvolvidos da forma considerada correta ou não. A estratégia, nessa questão, envolve o modo mais geral que o participante aborda, seja pela apresentação de uma ou mais justificativas, cálculos de regra de três, operações aritméticas. Na análise que estamos fazendo desta e das demais questões, consideramos também a justificativa como sendo a estratégia, uma vez que por meio dela se pode inferir qual foi a forma mais geral que o participante utilizou para resolver a questão. Os procedimentos são determinados pelos tipos de justificativas elaboradas e desenvolvidas, pelas regras de três e operações aritméticas apresentadas. Com base na análise dos registros escritos dos participantes da pesquisa, compusemos um quadro de estratégias e procedimentos elaborados para a resolução do item, apresentado a seguir. A partir dele discutiremos: as estratégias elaboradas, os procedimentos desenvolvidos, as relações existentes entre a produção escrita apresentada e as informações do enunciado.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Resolve uma regra de três. Apresenta uma justificativa.	Monta e resolve uma regra de três: $\begin{array}{r} 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ x - 3900 \end{array}$ Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E008, E015, E016, E019, P026, P028.
		Monta e resolve uma regra de três: $\begin{array}{r} 1 - 4,2 \\ x - 3900 \end{array}$ Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque quanto maior a taxa menor o valor recebido.	E018
G2	Resolve duas regras de três. Apresenta uma justificativa.	Monta e resolve as regras de três: $\begin{array}{r} 1 \text{ SGD} - 4,0 \text{ ZAR} \quad e \quad 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ 3000 - x \quad \quad \quad x - 3900 \end{array}$ Subtrai 3900 de 12000. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E011
		Monta e resolve as regras de três: $\begin{array}{r} 1 \text{ SGD} - 4,0 \text{ ZAR} \quad e \quad 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ 3000 - x \quad \quad \quad x - 3900 \end{array}$ Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E013
		Monta e resolve as regras de três: $\begin{array}{r} 1 \text{ SGD} - 4,0 \text{ ZAR} \quad e \quad 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ 3000 - x \quad \quad \quad x - 3900 \end{array}$ Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o quociente da divisão de 3900 por 4,0 é maior do que por 4,2.	P019

G3	Resolve quatro regras de três. Apresenta uma justificativa.	Monta e resolve as regras de três: $\frac{1 \text{ SGD}}{100} = \frac{4,2 \text{ ZAR}}{x} ; \frac{1 \text{ SGD}}{100} = \frac{4,0 \text{ ZAR}}{x} ;$ $\frac{1 \text{ SGD}}{x} = \frac{4,2 \text{ ZAR}}{100} \text{ e } \frac{1 \text{ SGD}}{x} = \frac{4,0 \text{ ZAR}}{100}$ Justifica que ao fazer as comparações com a mesma quantidade de SGD é possível ver as vantagens.	E007
G4	Resolve uma regra de três e uma divisão. Apresenta uma justificativa.	Monta e resolve a regra de três: $\frac{3000 \text{ SGD}}{x} = \frac{715 \text{ ZAR}}{3900}$ Divide 16363 por 4. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o dólar estava mais baixo na volta.	P025
G5	Resolve uma divisão. Apresenta uma justificativa.	Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	P014, P017 P029
		Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o quociente da divisão de 3900 por 4,0 é maior do que por 4,2.	E010
G6	Resolve uma divisão. Apresenta uma resposta.	Divide 3900 por 4,2. Responde apenas que foi vantajoso.	E009
G7	Resolve duas divisões. Apresenta uma justificativa.	Divide 3900 por 4,0. Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E004, P009 P027
G8	Resolve uma divisão e uma subtração. Apresenta uma justificativa.	Divide 3900 por 4,2. Subtrai 714,28 de 975. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E023
G9	Resolve duas multiplicações. Apresenta uma justificativa.	Multiplica 97,5 por 4. Multiplica 97,5 por 4,2. Justifica que não foi vantajoso, pois Mei-Ling perdeu dinheiro.	P022
G10	Resolve duas multiplicações. Resolve duas divisões. Apresenta uma justificativa.	Multiplica 3000 por 4,2. Multiplica 3000 por 4,0. Divide 3900 por 4. Divide 3900 por 4,2. Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o quociente da divisão de 3900 por 4,0 é maior do que por 4,2.	E001
G11	Apresenta apenas uma justificativa.	Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares.	E012, E014, E017, E020, E021
		Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o quociente da divisão de 3900 por 4,0 é maior do que por 4,2.	E006, E025
		Justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque o dólar estava mais baixo.	P006
		Justifica que Mei-Ling saiu ganhando porque a taxa de câmbio diminuiu.	P016
G12	Apresenta apenas uma resposta.	Responde apenas que não foi vantajoso.	E024, P010, P020

Quadro 2 – Grupos por estratégia de resolução do terceiro item da questão TAXA DE CÂMBIO.

No primeiro grupo de estratégias (**G1**), há sete produções distribuídas em dois subgrupos. A estratégia dos participantes desse grupo envolve a resolução de uma regra de três para saber qual o valor proporcional de 3900 ZAR quando 1SGD equivale a 4,2ZAR e a apresentação de uma justificativa.

O primeiro subgrupo é formado pelas produções de cinco participantes, os quais, em suas justificativas, indicam a vantagem de Mei-Ling por ter recebido mais dólares ao fazer a conversão com a taxa a 4,0ZAR.

Justificativa apresentada pelo participante E008	Leitura da produção
<i>Sim, foi vantajoso</i>	{ Afirma que houve vantagem para Mei-Ling.
<i>pois quando ela trocou de (SGD) p/ ZAR ela obteve mais moeda do ZAR,</i>	{ Refere-se à primeira conversão que Mei-Ling fez ao trocar 3000 SGD por 12600 ZAR com a taxa de 4,2ZAR por SGD. Se na primeira conversão a taxa fosse 4,0ZAR por SGD, Mei-Ling teria recebido apenas 12000ZAR.
<i>e na volta ele havia valorizado um pouco e com isso ela obteve mais moeda de (SGD).</i>	{ Na volta da viagem de Mei-Ling houve uma valorização do SGD em relação ao ZAR com a taxa do ZAR sendo reduzida de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD, por isso, ela obteve mais dólares de Singapura (SGD).
<i>A 4,0 (ZAR) ela obteve 975(SGD)</i>	{ Resultado que obteve na resolução do segundo item dessa questão.
<i>e se ele estivesse a 4,2(ZAR) ela obteria 928,57 (SGD).</i>	{ Ou seja, ela recebeu mais dólares do que receberia, com a taxa de 4,2ZAR por SGD.
Justificativa apresentada pelo participante E015	Leitura da produção
<i>Quando ela fez a troca com o ZAR a 4,0 ela recebeu 97,5SGD</i>	{ Resultado obtido do segundo item desta questão.
<i>agora caso o ZAR tivesse 4,2 ela receberia aproximadamente 92,85...</i>	{ Resultado obtido da resolução da regra de três indicada no primeiro subgrupo de procedimentos do grupo G1.
<i>neste caso foi vantagem</i>	{ Afirma que a vantagem foi Mei-Ling ter recebido 97,5 SGD ao invés de 92,85 SGD, ou seja, mais dólares.

Justificativa apresentada pelo participante E019

Leitura da produção

Foi vantajoso

{ Afirma que houve vantagem para Mei-Ling.

pois se o câmbio atual fosse 4,2ZAR ao converter, para dólar a quantia a ser recebia em dolar seria menor.

{ Justifica que Mei-Ling recebeu mais dólares com a taxa de 4,0 ZAR por SGD.

A seguir, apresentamos as outras justificativas dadas pelos participantes E016, P026 e P028, baseadas na vantagem de Mei-Ling, por ter recebido mais dólares.

Outras justificativas	Prova
<i>Foi vantajoso, pois se a taxa de câmbio não tivesse mudado, na hora de volta para casa e trocar o dinheiro para SGD ela teria apenas 928SGD, e com a mudança da taxa ela conseguiu 975 SGD com os mesmos 3900ZAR.</i>	E016
<i>Sim, foi vantajoso. Com o câmbio atual de 4,0 ZAR ela recebeu 975 SGD. Se o câmbio fosse 4,2 ZAR ela teria recebido 928SGD e alguns centavos</i>	P026
<i>Sim. Pois se o dólar permanecesse a 4,2 ZAR ela só receberia 928 rands em vez dos 975 rands que recebeu</i>	P028

Quadro 3 – Distribuição de três produções do grupo G1 por justificativa.

O segundo subgrupo de G1 é formado somente pela produção do participante E018, o qual desenvolveu a mesma estratégia que os participantes do primeiro subgrupo. Entretanto, sua justificativa é mais geral, mesmo que tenha partido de uma situação específica, pois está fundamentada no fato de que quanto maior a taxa de conversão menor o valor recebido, isto é, quanto maior for o divisor para um mesmo dividendo menor será o quociente.

Sim, quanto maior a taxa menor o valor recebido.

$$\begin{array}{r}
 4.2 \\
 \times 3900 \\
 \hline
 3780 \\
 12000 \\
 \hline
 16380 \\
 \hline
 16380 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Figura 1 – Produção escrita presente na prova do participante E018.

O grupo **G2** é formado por três produções. A estratégia envolve a resolução de duas regras de três (a primeira para encontrar o valor da conversão de 3000 SGD quando cada SGD equivale a 4,0 ZAR e a segunda quando a quantia de 3900ZAR é convertida em SGD com cada SGD equivalendo a 4,2 ZAR) e uma justificativa.

As justificativas apresentadas por E011 e E013 para a vantagem de Mei-Ling estão baseadas no argumento de que ela recebeu mais dólares com a taxa de câmbio de 4,2ZAR. Todavia, E011 desenvolve um procedimento a mais, de modo a separarmos as duas produções em dois subgrupos de procedimentos. No primeiro subgrupo está a produção do participante E011.

Justificativa apresentada pelo participante E011	Leitura da produção
<i>Ela gastou 8700ZAR na cotação 4,2.</i>	{ Embora o participante tenha efetuado a subtração de 3900 de 12000 obtendo 8100, ele não utiliza este resultado para apresentar sua justificativa, talvez porque tenha percebido que os 3900ZAR restantes eram da conversão com a taxa a 4,0ZAR. Como na volta ainda possuía 3900ZAR, E011 conclui que ela gastou 8700ZAR na viagem.
<i>Se ela fosse trocar o dinheiro restante, 3900 nesta cotação, receberia 928 SGD.</i>	{ Ao voltar da viagem receberia 928SGD com a taxa de 4,0ZAR, valor pelo qual havia convertido seus 3000SGD antes da viagem.
<i>Como houve uma redução de 4,2 para 4,0, ela receberá 975 SGD.</i>	{ Com a redução da taxa de câmbio ela receberia 975SGD ao invés de 928SGD.
<i>Portanto, foi vantajoso.</i>	{ Afirma que houve vantagem, Mei-Ling receberá mais dinheiro com esta redução da taxa de câmbio.

No segundo subgrupo há a produção do participante E013 que, assim como E011, justifica que Mei-Ling obteve vantagem porque recebeu mais dólares com a taxa de 4,0ZAR.

R. Não pois

R: Sim pois com a taxa de câmbio de 4,0 ZAR ela recebeu mais quando trocou seus 252 por dólares de Singapura

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ SGD} \rightarrow 4,0 \\
 3000 \rightarrow x \\
 x = 12000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 1 \text{ SGD} \rightarrow 4,2 \\
 x \rightarrow 3900 \\
 4,2 x = 3900 \\
 x = 928,50
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3900 \div 4,2 \\
 \underline{372} \\
 0180 \\
 \underline{04} \\
 380 \\
 \underline{336} \\
 240
 \end{array}$$

928,5

Figura 2 – Produção escrita presente na prova do participante E013.

No terceiro subgrupo, há a produção do participante P019, o qual apresenta uma justificativa baseada no fato de o quociente da divisão de 3900 por 4,0 ser maior do que o quociente da divisão de 3900 por 4,2.

Justificativa apresentada pelo participante P019	Leitura da produção
<p><i>Foi vantajoso a troca a 4, ZAR,</i></p> <p><i>pois quando é feita a “troca” de moedas, divide-se o total pelo valor unitário da moeda que você têm, para então obter a outra moeda.</i></p> <p><i>Neste caso a divisão foi feita por 4,0 ao invés de 4,2 obtendo assim um valor maior</i></p>	<p>{ Afirma que Mei-Ling obteve vantagem.</p> <p>{ Apresenta uma explicação sobre o processo da conversão de moedas. Inferimos que essa explicação tenha sido dada, pois, na aplicação da prova, foi pedido aos participantes que apresentassem, com o máximo possível de detalhes, o modo como resolveram as questões.</p> <p>{ Ou seja, o quociente da divisão de 3900 por 4,0 é maior do que o quociente da divisão de 3900 por 4,2.</p>

O grupo G3 é formado apenas pela produção do participante E007 que

desenvolve uma estratégia diferente dos demais. Ele faz a conversão de 100 SGD às taxas de 4,0ZAR e 4,2ZAR e faz a conversão de 100 ZAR às taxas de 4,0SGD e 4,2SGD. Para isso, monta e efetua quatro regras de três. Inferimos que o participante desenvolve essa estratégia na tentativa de comparar os valores nas trocas e, com isso, responder se é vantajoso ou não a diminuição da taxa da moeda pela qual o dinheiro será trocado. O interessante é que ele não utiliza a situação específica apresentada na questão que é a conversão de 3900 ZAR em SGD, talvez por ter reconhecido que a vantagem ou a desvantagem da taxa de câmbio diminuir é independente do valor com o qual se pretende fazer a conversão. O participante apresenta como exemplo, o desenvolvimento das quatro regras de três para justificar a vantagem de Mei-Ling.

Questão 3: TAXA DE CÂMBIO

Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD.

Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus rands sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Handwritten notes: $\frac{100 \times 4,2}{4,0} = 105$, $\frac{100 \times 4,0}{4,2} = 95,24$

Handwritten explanation: Quando fazemos a comparação com a mesma quantidade de tanto para ZAR quanto para SGD é possível ver a vantagem.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ 100 \text{ SGD} - x \\ \hline x = 420 \text{ ZAR} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ SGD} - 4 \text{ ZAR} \\ 100 \text{ SGD} - 400 \text{ ZAR} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR} \\ x - 100 \\ \hline 4,2x = 100 \\ x = 23,8 \text{ SGD} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ SGD} - 4 \text{ ZAR} \\ x - 100 \\ \hline x = 25 \text{ SGD} \end{array}$$

Figura 3 – Produção escrita presente na prova do participante E007.

No quarto grupo de estratégias (**G4**), está a produção do participante P025, o qual desenvolve uma estratégia que resolve um outro problema diferente do proposto. Ele utiliza o resultado ‘714,28’ (obtido do primeiro item desta questão, resultado da divisão de 3000 por 4,2) para montar e efetuar uma regra de três. A primeira razão envolvida na regra de três (3000SGD está para 715ZAR) é decorrente do primeiro item da questão, na qual a taxa de câmbio equivalia 4,2. A segunda razão envolvida (x está para 3900) é decorrente da informação do problema que Mei-Ling possuía 3900ZAR para converter em SGD. Inferimos que o participante, ao efetuar a regra de três envolvendo estas duas razões, resolveu o problema da conversão de 3900ZAR em SGD com a taxa de câmbio de 4,2SGD por ZAR (assim como no primeiro item desta questão que ele resolveu), ao invés de a taxa de câmbio ser de 4,2ZAR por SGD (como no problema proposto). Ao obter 3900ZAR convertidos em 16363SGD, por meio da resolução da regra de

três, o participante divide 16363 por 4 obtendo 409,75, possivelmente, com a intenção de converter esta quantia à taxa de câmbio a 4,0ZAR.

Na justificativa dada ao item dessa questão, o participante parece abandonar os procedimentos desenvolvidos.

Justificativa apresentada pelo participante P025	Leitura da produção
<i>não foi vantajoso,</i>	{ Conclui que a diminuição da taxa do ZAR não foi vantajosa para Mei-Ling. { Ou seja, a redução da taxa do ZAR implica em perda de dinheiro para Mei-Ling.
<i>pois da primeira vez cada dólar valia 4,2 ZAR e agora cada dólar vale 4,0 ZAR, ou seja, 0,20 ZAR a menos.</i>	

O participante ainda deixa, em sua produção, o seguinte registro, como um modo de reforçar a ‘desvantagem’ de Mei-Ling.

*Cem 714 ZAR comprou 3.000 dólares.
" 975 ZAR " "*

Figura 4 – Parte da produção escrita presente na prova do participante P025.

No grupo **G5**, há quatro produções nas quais os participantes desenvolvem, como estratégia, a efetuação de uma divisão e apresentam uma justificativa. A análise destas produções nos permitiu separá-las em dois subgrupos de procedimentos, pois as justificativas dadas são de dois tipos, embora as divisões que efetuaram sejam as mesmas (3900 por 4,2).

No primeiro subgrupo, estão as produções dos participantes P014, P017 e P029, cujas justificativas indicam a vantagem de Mei-Ling por ter recebido mais dólares. O segundo subgrupo, apresenta a produção do participante E010, o qual indica a vantagem de Mei-Ling ao obter uma quantia maior de dólares com uma taxa de câmbio menor.

A seguir apresentamos as justificativas dadas pelos participantes cujas produções estão presentes no grupo G5.

Justificativas	Prova
<i>Sim foi vantajoso porque se ela trocasse a 4,2 o ZAR receberia menos SGD.</i>	P014
<i>Foi vantajoso porque Mei-Ling recebeu maior quantidade de dinheiro de volta, pois o câmbio no valor menor favoreceu.</i>	P017
<i>Sim, foi vantajoso, pois uma vez que o câmbio baixou, Mei-Ling conseguiu mais dólares de Singapura do que teria conseguido caso o câmbio permanecesse estável, pois teria recebido aproximadamente 929 dólares, 46 dólares a menos.</i>	P029
<i>Veja, o valor recebido em dólares seria menor se o valor do ZAR fosse maior.</i>	E010

Quadro 4 – Distribuição das produções do grupo G5 por justificativa.

Sim, foi vantajoso, pois uma vez que o câmbio baixou, Mei-Ling conseguiu mais dólares de Singapura do que teria conseguido caso o câmbio permanecesse estável, pois teria recebido aproximadamente 929 dólares; 46 dólares a menos.

$$\begin{array}{r}
 \overline{3900} \overline{0} \mid 4,2 \\
 \underline{378} \quad \underline{928} \\
 120 \\
 \underline{84} \\
 360
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 360 \\
 \underline{336} \\
 24
 \end{array}$$

Figura 5 – Produção escrita presente na prova do participante P029.

O grupo **G6** é representado pela produção de E009, que desenvolve, como estratégia, a efetuação de uma divisão (3900 por 4,2) e apresenta uma resposta. Ao apresentar como resposta “*Sim*”, sem justificativa alguma, o participante apenas indica a vantagem de Mei-Ling.

Nas três produções que formam o grupo de estratégias **G7**, foi possível identificar duas divisões em cada produção (3900 por 4 e 3900 por 4,2). Todos os participantes deste grupo apresentam como justificativa o fato de Mei-Ling ter recebido mais dólares.

Justificativas	Prova
<i>Foi vantajoso para acontecer a conversão da moeda que tem mais valor em um país por outra que tem menor valor no caso 1SGD=4ZAR temos que fazer uma divisão como o ZAR foi desvalorizado em 0,2, Mei-Ling converteu ZAR em uma quantidade maior de SGD</i>	E004
<i>Sim. Porque ela recebeu mais SGR com a taxa 4,0 o ZAR.</i>	P009
<i>Sim, foi vantajoso porque o ZAR em relação ao SGD abaixou de valor, beneficiando a pessoa na hora da troca</i>	P027

Quadro 5 – Distribuição das produções do grupo G7 por justificativa.

O grupo **G8** é formado apenas pela produção do participante E023, o qual ‘arma’ o algoritmo convencional de divisão de 3900 por 4,2, indica como resultado 714,28 (valor que obteve anteriormente da divisão de 3000 por 4,2) e subtrai este valor de 975 (que obteve na resolução do segundo item desta questão ao dividir 3900 por 4) obtendo 260,72. Embora tenha encontrado um resultado considerado incorreto para a divisão de 3900 por 4,2, a estratégia desenvolvida pelo participante resolveria o problema proposto, pois permitiria concluir a vantagem de Mei-Ling ter recebido mais dólares como indicado pelo participante em sua justificativa, mesmo que a vantagem não tenha sido exatamente de 260,72 dólares.

No nono grupo de estratégias (**G9**), está a produção de P022. Como estratégia de resolução, ele converte os 97,5 dólares (que obteve na resolução do segundo item desta questão, da divisão de 3900 por 4) ao multiplicar este valor pelas taxas de 4,0 e 4,2, obtendo, respectivamente, como resultados 3900 e 40950. Apesar do participante não ter deixado indícios em sua produção de que tipo de troca estava fazendo (SGD por ZAR ou vice-versa), inferimos que ele tenha se aproveitado da estratégia desenvolvida no primeiro item desta questão (a conversão de SGD em ZAR) e, por isso, optou pela multiplicação. Embora o problema resolvido pelo participante seja diferente do problema proposto (que é converter ZAR em SGD), fica claro que o participante compreendeu a proposta do problema de fazer uma comparação e emitir um juízo. A justificativa apresentada pelo participante é a de que “*não foi vantajoso, pois ela perderá dinheiro*”.

No grupo **G10**, há apenas a produção do participante E001. A estratégia desenvolvida por ele envolve duas multiplicações (3000 por 4,2 e 3000 por 4,0), sobre as quais inferimos que o participante fez a conversão dos 3000 SGD que Mei-Ling tinha antes de fazer a viagem pelas taxas de 4,0 e 4,2 ZAR por SGD. Além disso, a estratégia envolve a conversão dos

3900ZAR que Mei-Ling possuía depois da viagem às taxas de 4,0 e 4,2 ZAR por SGD que a faz por meio de duas divisões (3900 por 4,2 e 3900 por 4,0). Ao final das quatro operações, o participante justifica que Mei-Ling teve vantagem na ida porque recebeu 600 dólares a mais e, na volta, porque a quantia que possuía foi dividida por um número menor.

O grupo **G11** possui nove produções nas quais a estratégia é representada por apenas uma justificativa. A partir da análise das justificativas formamos quatro subgrupos.

No primeiro subgrupo, há cinco produções nas quais os participantes indicam que a vantagem de Mei-Ling é a de ter recebido mais dólares.

O segundo subgrupo, apresenta duas produções (E006 e E025) nas quais as justificativas estão baseadas no fato de o quociente da divisão de 3900 por 4,0 ser maior do que o quociente da divisão de 3900 por 4,2.

O terceiro subgrupo é representado por apenas uma produção (P006) cujo participante responde apenas que o dólar estava mais baixo.

No quarto subgrupo está a produção (P016) na qual o participante justifica que Mei-Ling saiu ganhando porque a taxa de câmbio diminuiu.

Subgrupo	Justificativas	Prova
Primeiro	<i>Sim, pois 1SGD valia 4,2ZAR(mais) p/ trocar (comprar) e na troca novamente por dólares o ZAR valia menos portanto receberia mais dólares.</i>	E012
	<i>Sim foi vantajoso. Caso não tivesse acontecido a redução de 4,2 para 4,0 ela possuiria os 3150 SGD, teria ficado com um valor menor no retorno do seu país.</i>	E014
	<i>Sim foi vantajoso, pois quando ela trocou SGD por ZAR ela recebeu mais pois para cada 1SGD recebia 4,2ZAR, já quando voltou para cada 4 ZAR que ela tinha recebia 1SGD. Portanto foi vantajoso.</i>	E017
	<i>Sim pois, porque a taxa estando mais baixa, conseqüentemente</i>	E020
	<i>voltou com mais SGD e caso contrário, voltaria com menos.</i>	
	<i>Sim, porque foi possível ficar com uma quantia maior de SGD.</i>	E021
Segundo	<i>Sim, foi vantajoso, pois se fosse 4,2 ZAR, iríamos dividir a quantidade que tinha por 4,2 que é mais do que 4, portanto daria menos dinheiro em SG.</i>	E006
	<i>Sim, pois se continuasse 4,2ZAR ela teria que dividir os 3900ZAR que tinha por 4,2 e não por 4,0 que é menor. Quanto maior o número que ela tem que dividir, menor é a quantia que sobrava.</i>	E025
Terceiro	<i>Foi vantajoso, pois quando ela voltou da viagem e foi fazer a troca o dólar estava mais baixo.</i>	P006
Quarto	<i>Mei-Ling saiu ganhando porque a taxa de câmbio da moeda de fora diminuiu.</i>	P016

Quadro 6 – Distribuição das produções do grupo G11 por justificativa.

O grupo **G12** é formado por três produções, nelas a estratégia é representada por apenas uma resposta, a qual apenas indica a desvantagem de Mei-Ling.

Justificativas	Prova
<i>Não visto que o ZAR custava 0,2 a menos quando ela trocou por SGD na vota de sua viagem.</i>	E024
<i>Ao retornar não foi vantajos</i>	P010
<i>Não porque ela perdeu 0,2 dólares na troca de cada dólar</i>	P020

Quadro 7 – Distribuição das produções do grupo G12 por justificativa

Por não apresentarem produção escrita alguma, ficaram de fora deste agrupamento P004 e P032.

3.2 QUESTÃO - LIXO

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
<i>Casca de banana</i>	<i>1 a 3 anos</i>
<i>Casca de laranja</i>	<i>1a 3 anos</i>
<i>Caixas de papelão</i>	<i>0,5 ano</i>
<i>Goma de mascar</i>	<i>20 a 25 anos</i>
<i>Jornais</i>	<i>Alguns dias</i>
<i>Copos de plástico</i>	<i>Mais de 100 anos</i>

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

*Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.*

A resolução da questão exige que se mobilize conhecimentos sobre construção de gráficos de barras e se apresente uma justificativa para o fato de que esse gráfico não é o mais

apropriado para apresentar os dados fornecidos na tabela. A afirmação, constante no enunciado da questão, de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar os dados da tabela, já permite inferir que existe, pelo menos, um outro tipo de gráfico mais adequado para isso e que há alguma condição que o impede ser o ‘mais’ conveniente para essa situação.

Com base na leitura, e no estudo do enunciado e em uma leitura horizontal das produções escritas desta questão, levantamos cinco possíveis justificativas para o fato de que o gráfico de barras não seria o mais apropriado para representar os dados da tabela. A partir desse levantamento, tentamos analisar, na produção escrita dos participantes deste estudo, de que forma foram contempladas estas possíveis justificativas, apresentadas seguir.

- Não é possível representar, no gráfico de barras, a grande variação de tempo e de decomposição entre os tipos de lixo apresentados.
- Não é possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo (ex: de um a três anos, de 20 a 25 anos).
- Não é possível representar, no gráfico de barras, dados imprecisos (ex.: alguns dias, mais de 100 anos).
- Os dados não estão na mesma unidade de medida (ex.: números decimais e inteiros, dias e anos).
- Não é possível encontrar uma escala apropriada para construção do gráfico a partir dos dados fornecidos na tabela.

A partir da leitura e análise das produções escritas, conseguimos identificar que os participantes abordaram a questão de diferentes formas: apresentando apenas justificativas e/ou esboços de gráficos completos ou incompletos. As estratégias foram determinadas pela quantidade de justificativas apresentadas, pelos esboços de gráficos ou planos cartesianos. Com isso, conseguimos construir oito grupos pelas estratégias elaboradas pelos participantes para responder a questão e, após esse ‘corte’, foi possível agrupar as produções com procedimentos similares.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Apresenta apenas uma justificativa.	Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, a grande variação de tempo de decomposição entre os tipos de lixo apresentados.	E017, P009, P020, P026
		Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo.	E011, E020
		Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, dados imprecisos.	E014, E015, E021, E024, P014, P019, P027
		Justifica que os dados não estão na mesma unidade de medida.	E009, P017, P022, P025
		Justifica que não é possível encontrar uma escala apropriada para construção do gráfico a partir dos dados fornecidos na tabela.	E007, E010, E023, P029
		Justifica que não é possível construir um gráfico de barras devido aos tempos de decomposição apresentados.	E012, P016
G2	Apresenta duas justificativas.	Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo e dados imprecisos.	E006, P010
G3	Apresenta o esboço de um plano cartesiano e uma justificativa.	Esboça um plano cartesiano, cujo eixo vertical representa o tempo e o eixo horizontal representa o tipo de lixo. No eixo vertical indica os números 0,5 e 100. Justifica que não é possível encontrar uma escala apropriada para construção do gráfico.	E001
		Esboça um plano cartesiano, cujo eixo horizontal representa “anos ou dias” e o eixo vertical, os tipos de lixos. Justifica que não é	E018
		possível representar, no gráfico de barras, a grande variação de tempo de decomposição entre os tipos de lixo apresentados.	
		Esboça um plano cartesiano e uma coluna no eixo horizontal. Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo.	E019
G4	Apresenta o esboço de um plano cartesiano e duas justificativas.	Esboça um plano cartesiano, cujo eixo vertical representa o tempo de 0 até 100 e sobre o eixo horizontal não apresenta indícios. Esboça apenas uma coluna sobre o eixo horizontal. Justifica que não é possível representar no gráfico de barras: intervalos de tempo e dados imprecisos.	E008

G5	Apresenta o esboço de um plano cartesiano e três justificativas.	Apresenta o esboço de um plano cartesiano cujo eixo horizontal representa o período em anos de decomposição, e sobre o eixo vertical não apresenta indícios. Justifica que não é possível representar no gráfico de barras: a grande variação de tempo de decomposição entre os tipos de lixo apresentados, intervalos de tempo e dados não estão na mesma unidade de medida.	P006
G6	Apresenta o esboço de um gráfico de colunas e uma justificativa.	Esboça um gráfico de colunas, cujo eixo horizontal representa o tempo de decomposição em anos e o eixo vertical, o tipo de lixo. Representa, no gráfico, apenas o tempo de decomposição da casca de banana. Justifica que não é possível representar, no gráfico de barras, dados imprecisos.	E025
		Registra um gráfico de colunas incompleto, no qual o eixo vertical representa o tempo de decomposição em anos e o eixo horizontal, os tipos de lixo. No esboço deste gráfico registra quatro colunas e um sinal de interrogação. Justifica que os dados que não estão na mesma unidade de medida.	P028
G7	Apresenta o esboço de um gráfico de barras, um gráfico de colunas incompleto e uma opinião.	Apresenta o esboço de um gráfico de barras que contém apenas os eixos, horizontal e vertical, e três barras. Apresenta o esboço de um gráfico de colunas que contém apenas os eixos, horizontal e vertical, e duas colunas. Apresenta uma opinião na qual indica não ser possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo.	E013
G8	Apresenta apenas uma opinião.	Responde que o gráfico de colunas seria o mais apropriado para representar os dados da tabela.	E004

Quadro 8 – Grupos por estratégia de resolução da questão LIXO.

O primeiro grupo (**G1**) é formado por 21 produções, cuja estratégia é apresentar apenas uma justificativa para a questão. Os procedimentos foram determinados pelo tipo de justificativa que os participantes apresentaram, de modo a identificarmos cinco subgrupos.

No primeiro subgrupo do grupo G1, há quatro produções nas quais os participantes basearam suas justificativas na informação de que não é possível representar, no gráfico de barras, a grande variação de tempo de decomposição entre os tipos de lixo apresentados. Ou seja, esses participantes podem ter percebido a desproporcionalidade entre o tempo de decomposição relativo ao tipo de lixo que se decompõe mais rápido e o que se

decompõe mais lentamente e, com isso, considerado que seria difícil a construção do gráfico de barras ou que ficaria, esteticamente, incompreensível.

Justificativas	Prova
<i>Não é o mais apropriado pois a escala vai ficar errada pois a diferença de 0,5 ano e mais de 100 anos é muito grande, então fica difícil visualizar com o gráfico de barra.</i>	E017
<i>Porque existe uma diferença muito grande entre os dados, ou seja tempo de decomposição.</i>	P009
<i>Há muita variação de tempo.</i>	P020
<i>A visualização deste gráfico não ficaria apropriada, pois comparando os jornais (alguns dias de decomposição) com os copos plásticos (mais de 100 anos) ficariam desproporcionais em relação às unidades.</i>	P026

Quadro 9 – Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G1.

O participante E017 justifica que não é possível construir o gráfico de barras e ainda indica que “*a escala ficará errada*”, talvez supondo que não é possível encontrar uma escala apropriada para construir um gráfico de barras que represente a ‘grande’ diferença entre tempos de decomposição dos tipos de lixo apresentados na tabela do enunciado. O participante P009 apenas indica que a diferença entre os tempos de decomposição é muito grande e, embora não aponte o porquê dessa diferença influenciar na construção do gráfico, inferimos que pode ter compreendido que a estética do gráfico de barras não ficaria muito boa, devido à razão, entre o menor tempo de decomposição e o maior, ser muito pequena. O participante P020, apenas indica que há “*muita variação de tempo*”, que inferimos ser entre dois tipos de lixo (jornais e copos de plásticos), sendo também difícil representar essa ‘grande’ diferença em um gráfico de barras. O participante P026, além de indicar que é ‘grande’ a diferença entre os tempos de decomposição do tipo de lixos que se decompõe mais rápido e mais lentamente, parece sugerir que seria possível construir um gráfico de barras, embora pelo menos um item não obedeceria à proporcionalidade em relação à escala (“*unidades*”) escolhida para representar os dados.

No segundo subgrupo do grupo G1, há duas produções nas quais os participantes baseiam suas justificativas na impossibilidade de representar intervalos de tempo em um gráfico de barras.

Justificativas	Prova
<i>Porque o tempo de decomposição oscila entre certo tempo e no gráfico de barras não é possível visualizar essa oscilação.</i>	E011
<i>Por devido a variação, nesse caso seria melhor o de (setor) variação de tempo não significa que irá decompor. Ex. casca de banana daqui a 3 anos, caso leve em consideração a data de hoje.</i>	E020

Quadro 10 – Distribuição das produções do segundo subgrupo do grupo G1.

Sobre a prova de E011, inferimos que ao utilizar o termo ‘oscilação’ se refira aos tempos de decomposição, em intervalos de tempo, dos tipos de lixo, de modo a não ser possível representá-los no gráfico de barras, segundo sua justificativa. Sobre a prova E020, inferimos que o termo ‘variação’ é utilizado no mesmo sentido de ‘oscilação’ citado por E011. O que ajuda reforçar nossa inferência é o exemplo apresentado por E020.

No terceiro subgrupo do grupo G1, há sete produções nas quais os participantes apresentam justificativas baseadas no fato de que as informações fornecidas, na tabela, são imprecisas e, portanto, não representáveis em um gráfico de barras.

Justificativas	Prova
<i>O gráfico de barras não representa variação de tempo. Ex: alguns dias.</i>	E014
<i>Porque ficaria complicado estabelecer esses "alguns dias" no gráfico.</i>	E015
<i>Não há número exato de tempo para 2 itens (jornais, copos de plástico).</i>	E021
<i>O gráfico de barras não é o mais apropriado, devido ao fato de que os tipos de lixo apresentados na tabela e qualquer outro tipo de lixo não terem um tempo exato para sua decomposição.</i>	E024
<i>Dados não exatos como alguns dias ou mais de 100 anos não são passíveis de representação num gráfico de barras.</i>	P014
<i>O gráfico de barras não é o mais apropriado, porque os dados dos jornais não são exatos e assim fica difícil uma boa comparação entre o tipo de lixo e o tempo de decomposição.</i>	P019
<i>Os dados (tempo de decomposição) não são totalmente exatos, claros, em um dado lixo (por exemplo: jornal) não existe um tempo exato, são alguns dias. Isso torna inviável a construção de um gráfico de barras.</i>	P027

Quadro 11 – Distribuição das produções do terceiro subgrupo do grupo G1.

Os participantes E014, E015 e P019 apenas indicam a impossibilidade de representar, no gráfico de barras, o tempo de decomposição dos jornais, que é dado como ‘alguns dias’. Mesmo que a variável escolhida para o tempo de decomposição fosse ‘dias’, o termo ‘alguns’ é impreciso e não seria passível de representação. Os participantes E021 e P014, além de indicarem a impossibilidade de representar a quantidade ‘alguns dias’, no gráfico de barras, citam a impraticabilidade de reproduzir o tempo de decomposição dos copos de plásticos (mais de cem anos). Os participantes E024 e P027 indicam que os dados fornecidos, na tabela do enunciado, não são ‘exatos’ e, por isso, não podem ser representados.

No quarto subgrupo do grupo G1, há quatro produções nas quais os participantes baseiam suas justificativas no fato de que os dados da tabela não estão na mesma unidade de medida.

Justificativas	Prova
<i>A variação de unidade de tempo (ano, dia).</i>	E009
<i>Acredito que não seja o mais indicado porque os jornais se decompõem em dias não chegando a anos.</i>	P017
<i>Não é o mais apropriado pois apareceram números decimais, dias e anos, não está na mesma medida de tempo.</i>	P022
<i>Porque a diferença do tempo de decomposição se dá em anos, mas os tipos de lixo se diferem, ou seja, estamos falando de coisas diferentes, sendo assim não há como fazer uma comparação.</i>	P025

Quadro 12 – Distribuição das produções do quarto subgrupo do grupo G1.

Inferimos que as justificativas feitas por E009 e P017 são baseadas na impossibilidade de representar, no gráfico de barras, os dados por estarem em unidades de medida diferentes (dias e anos). Assim, para representar esses dados deveria haver uma única variável de tempo (dias ou³⁵ anos). O participante P022, além de apresentar a impossibilidade de representar dias e anos como unidade de medida de tempo em um único gráfico, parece julgar não ser possível representar números decimais e inteiros. Embora não nos tenha sido muito compreensível, tentamos fazer uma leitura da justificativa de P025.

³⁵ O ‘ou’ com caráter de exclusividade.

Produção presente na prova P025	Leitura da produção
<i>Porque a diferença do tempo de decomposição se dá em anos,</i>	{ Em contraposição ao fato do tempo de decomposição dos jornais ser dado em 'dias'. { Possuem naturezas diferentes (como cascas de frutas, papéis, plásticos). { É possível que, se todos os itens pesquisados fossem da mesma natureza (por exemplo, papéis), o tempo de decomposição seria mais aproximado e estariam, possivelmente, na mesma unidade de medida de tempo (dias).
<i>mas os tipos de lixo se diferem, ou seja, estamos falando de coisas diferentes,</i>	
<i>sendo assim não há como fazer uma comparação.</i>	

No quinto subgrupo do grupo G1, há as produções dos participantes E007, E010, E023, P029, os quais justificam não ser possível encontrar uma escala apropriada à construção do gráfico a partir dos dados fornecidos na tabela.

Justificativas	Prova
<i>A representação por gráfico de barra não seria a mais apropriada porque seria difícil escolher um intervalo adequado para que a estética e visualização do gráfico ficassem boas veja bem os intervalos variam de 0,5 a 100 anos.</i>	E007
<i>Como a diferença de tempo de decomposição entre um material e outro é muito grande, um gráfico de barras não seria adequada visto que a escala seria muito pequena para poder representar num mesmo eixo os valores de 0,5 ano e 100 anos ou mais. Outra explicação seria, que barra, ou até onde ele utilizaria uma barra para representar "mais de 100 anos"?</i>	E010
<i>Não será por motivo de escala. Esses objetos que se decompõem rápido não tem como representá-lo.</i>	E023
<i>Como a diferença entre o maior tempo de decomposição (mais de 100 anos) e o menor (alguns dias) é muito grande, é difícil de se determinar uma escala apropriada para a construção do gráfico.</i>	P029

Quadro 13 – Distribuição das produções do quinto subgrupo do grupo G1.

Inferimos que o 'intervalo adequado' ao qual o participante E007 se refere seja a escala do gráfico. Embora os participantes E010 e P029, assim como os participantes do

terceiro subgrupo de G1, indiquem a ‘grande’ diferença entre os tempos de decomposição dos tipos de lixo, suas justificativas parecem estar baseadas na impossibilidade de encontrar uma escala apropriada para a construção do gráfico de barras que possa representar a divergência de valores. O participante E023 também cita como causa da impossibilidade de construir este tipo de gráfico, a necessidade de encontrar uma escala para representar os dados. Ao fornecer o exemplo de que não dá para representar ‘alguns dias’, parece sugerir que construiria um gráfico cuja escala seria determinada por períodos de anos, o que impossibilitaria a representação de ‘alguns dias’.

No sexto subgrupo do grupo G1, há as produções dos participantes que apresentam justificativas baseadas na informação de que não é possível representar os tempos de decomposição dos tipos de lixo. Possivelmente, tentaram se referir, como os participantes do segundo e terceiro subgrupos de G1, à impossibilidade de representar intervalos de tempo ou dados imprecisos, porém isso não fica explícito em suas respostas.

Justificativas	Prova
<i>O gráfico de barras não seria adequado porque o tempo de decomposição não ficaria adequado para ser colocado em barras.</i>	E012
<i>Não é adequado pelo tempo usado na decomposição dos tipos de lixo.</i>	P016

Quadro 14 – Distribuição das produções do sexto subgrupo do grupo G1.

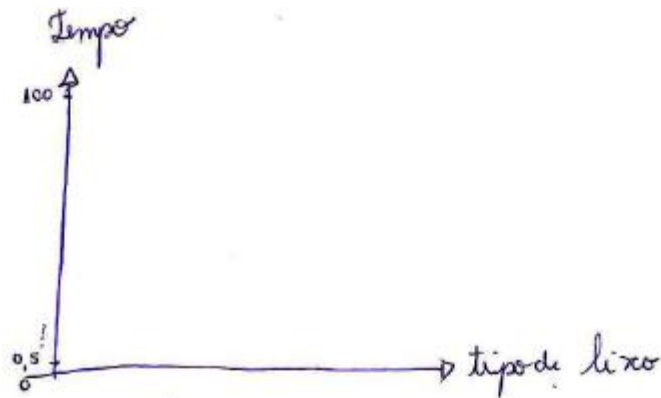
No segundo grupo **G2**, há apenas duas produções nas quais os participantes desenvolvem a estratégia de apresentar duas justificativas para a questão proposta. Todos apresentam os mesmos tipos de justificativas: não é possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo e dados imprecisos.

Justificativas	Prova
<i>Por causa do mais de 100 anos, não sabemos o número corretamente. Também o 20 a 25 anos e alguns dias. Devemos saber a quantidade correta para colocar no gráfico de barras.</i>	E006
<i>Variações de tempo diferentes e alguns dados por ex jornais <u>impreciso</u>.</i>	P010

Quadro 15 – Distribuição das produções do grupo G2.

No terceiro grupo de estratégias **G3**, há três produções nas quais os participantes, além de apresentarem a justificativa pedida no enunciado da questão, apresentam o esboço de um plano cartesiano.

A prova E001 apresenta o esboço de um plano cartesiano, cujo eixo vertical representa o ‘tempo’ e o eixo horizontal, o ‘tipo de lixo’. No eixo vertical, E001 indica os números 0,5 e 100, mas não registra nenhuma barra ou coluna nesses eixos.



R: Como ele precisa registrar valores entre 0,5 anos e 100 anos e também o "valor" "alguns dias" não encontraria uma escala apropriada sem comprometer o propósito do gráfico.

Figura 6 – Produção escrita presente na prova do participante E001.

A leitura que fizemos desta produção nos permitiu inferir que o participante, tendo indicado a escala ‘0,5 ano’ e marcado o tempo ‘100 anos’ no eixo que representa o tempo, pode ter considerado que a indicação dos ‘100 anos’, no gráfico, não respeitava à escala escolhida e que, ainda que escolhesse outra escala ‘apropriada’, não seria possível representar a quantidade de tempo ‘alguns dias’ por sua imprecisão.

No segundo subgrupo do grupo G3, há a produção de E018. O participante esboça um plano cartesiano e indica, no eixo vertical, as siglas CB, CL, CP, GM, J, CP, que inferimos representar os tipos de lixo: casca de banana, casca de laranja, caixas de papelão, goma de mascar, jornais e copos de plástico, respectivamente. No eixo horizontal, escreve entre

parênteses, “anos ou dias?”, o que parece indicar que ficou em dúvida sobre qual unidade de tempo utilizaria para esboçar o gráfico pretendido. O participante apresenta como justificativa “se fizer o gráfico de barras, uma barra remontará a outra”. Inferimos que ele esteja se referindo à grande diferença de tempo de decomposição entre os tipos de lixo apresentados, o que deixaria algumas barras muito grandes e outras quase imperceptíveis, de modo que algumas barras centrariam a atenção em si. Por isso, utilizou o termo “remontar” no sentido de estar mais ‘elevada’ do que as outras.

No terceiro subgrupo do grupo G3, há a produção de E019. O participante apresenta o esboço de um plano cartesiano, no qual indica os números ‘1’, ‘2’, ‘3’ e ‘4’ no eixo vertical e esboça uma coluna, no eixo horizontal, indicando se referir à “laranja”. Apresenta a seguinte produção.

R = Ele não é o mais adequado pois os tipos de lixo tem um intervalo em que podem se decompor, por exemplo a casca de laranja, ela pode se decompor de 1 a 3 anos, isso quer dizer que poderá utilizar 1 ano, ou 2 anos ou 3 anos para se decompor, e num gráfico de barras tem os valores exatos de quanto tempo demora para se decompor, assim a pessoa que fosse observar o gráfico não saberia interpretá-lo de forma a identificar este intervalo.



Figura 7 – Produção escrita presente na prova do participante E019.

Inferimos que o participante E019, ao tentar representar no gráfico de colunas o tempo de decomposição da casca de laranja, percebeu que não conseguiria com apenas uma

coluna, pois ela remeteria a um valor único (um, dois ou três anos). Ou seja, forneceria ao leitor do gráfico a impressão de que há um tempo exato para a decomposição do lixo, o que não seria verdade, pois o tempo de decomposição desse tipo de lixo é dado em um intervalo de tempo.

Há, no quarto grupo de estratégias **G4**, a produção de E008, que apresenta o esboço de um plano cartesiano e duas justificativas para a questão. No eixo vertical, o participante escreve os números ‘0’, ‘3’ e ‘100’ e indica que o eixo representa o tempo. O participante apresenta alguns registros próximos à tabela apresentada no enunciado da questão:

- o termo “*intervalo*”, ao lado dos tipos de lixo designados em intervalos de tempo – casca de banana, casca de laranja e goma de mascar;
- a expressão “*não apresenta tempo*” ao lado do tipo de lixo ‘jornais’;
- e a pergunta “*até quanto?*” próximo ao tipo de lixo ‘copos de plásticos’.

Produção presente na prova E008

Não é o mais apropriado pois ele está trabalhando com alguns dados que estão em intervalo de tempo

e outros não, os copos de plástico o tempo é mais de cem, com isso não sei até quando terá minha escala, os jornais ele não fornece o tempo p/ eu colocar no gráfico.

Leitura da produção

Refere-se aos 3 tipos de lixo: casca de banana, casca de laranja e goma de mascar. Justifica que não é possível representar, no gráfico de colunas, dados que estão em intervalos de tempo.

Justifica que não é possível representar, no gráfico de colunas, dados imprecisos como “mais de cem” e “alguns dias”.

No quinto grupo de estratégias **G5**, há apenas a produção de P006, o qual apresenta o esboço de um plano cartesiano e três justificativas.

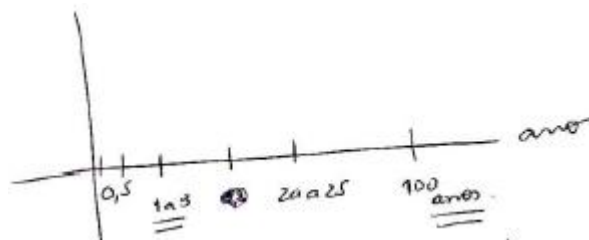


Figura 8 – Parte da produção escrita presente na prova do participante P006.

O participante parece ter procurado esboçar um gráfico com os dados da tabela, porém, ao se deparar com algumas dificuldades, abandona essa estratégia e fornece uma justificativa pedida pela questão.

Produção presente na prova P006	Leitura da produção
<p><i>* Em primeira análise o fato do tempo de decomposição ser de 1 a 3 anos (é melhor estar definido o tempo)</i></p>	<p>Esta primeira justificativa se baseia na informação de que não é possível representar intervalos de tempo em um gráfico de colunas e que, para representar em um gráfico de barras, os dados precisam ser ‘definidos’ ou ‘exatos’.</p>
<p><i>* Outro fator os jornais estar em dias (temos que ter a mesma natureza) exemplo tudo em anos.</i></p>	<p>Esta segunda justificativa se baseia na informação de que, para representar dados em um gráfico de barras, eles precisam estar na mesma unidade de medida. Como nesse caso a variável é o tempo, os dados deveriam estar expressos em ‘dias’ ou ‘anos’. Com isso elimina-se a possibilidade de representar, no gráfico, o tempo ‘alguns dias’.</p>
<p><i>* Outro fator e a não proporcionalidade ex Goma de mascar de 20 a 25 anos e os copos de plásticos de mais de 100 anos.</i></p>	<p>Esta terceira justificativa se baseia na informação de que não é possível representar dados que guardam uma desproporcionalidade entre si.</p>

Inferimos que, para fundamentar a terceira justificativa, o participante possa ter pensado na diferença desproporcional de tempo entre ‘alguns dias’ e ‘mais de 100 anos’. Porém, como já havia eliminado, na primeira justificativa, a possibilidade de representar os dados que estão no intervalo de tempo de um a três anos e, na segunda justificativa, os dados cuja unidade de medida de tempo é dada em ‘dias’, escolheu comparar o tempo de decomposição da goma de mascar (20 a 25 anos) com o tempo de decomposição dos copos de plásticos (mais de 100 anos). Embora os tempos dos dois tipos de lixo apresentados como exemplo ‘aparentemente’ não guardem uma desproporcionalidade entre si (considerando o ‘mais de 100 anos’ um valor bem próximo de 100), não é possível controlar o valor ‘mais de 100 anos’ e, dependendo de qual valor seja esse, é possível que possam guardar ser desproporcionais.

Encontram-se, no sexto grupo de estratégias **G6**, duas produções que apresentam o esboço de um gráfico de colunas e uma justificativa.

No primeiro subgrupo de G6, há a produção de E025, o qual apresenta a tentativa de esboçar um gráfico de colunas.

O gráfico de Barras não é ^{o mais} apropriado, pois não contém números dos tipos de lixo desperdiçados.

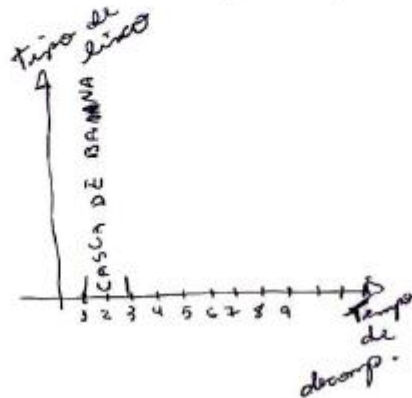
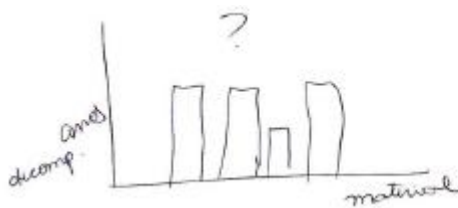


Figura 9 – Produção escrita presente na prova do participante E025.

Ao perceber alguma dificuldade para esboçar o gráfico, o participante fornece uma justificativa que, possivelmente, se refere à impossibilidade de representar, no gráfico de colunas, dados imprecisos. Pelo registro “*não contém número dos tipos de lixo desperdiçado*”, inferimos que o participante procurou informar: que o gráfico ‘não apresenta quantidade exata do tempo de decomposição dos tipos de lixo’.

Há, no segundo subgrupo de G6, a produção de P028, o qual registra o seguinte gráfico de colunas.



O gráfico mostra os anos que o material se decompõe, nesse caso o jornal seria ignorado

A variável do gráfico nesse caso é o tempo de decomposição determinado em anos. Então o tempo de decomposição do jornal seria insignificante

Figura 10 – Produção escrita presente na prova do participante P028.

Provavelmente, o sinal de interrogação se refere à dificuldade que o participante teve de indicar o que cada coluna representava nos eixos (quanto ao tempo de decomposição e ao tipo de lixo). Entretanto, a justificativa dada por ele parece se referir à impossibilidade de representar o tempo de decomposição dos jornais (alguns dias), por se tratar de um valor estritamente menor do que os outros apresentados, o qual seria praticamente ‘ignorado’ no gráfico (no sentido de ficar quase que imperceptível).

No sétimo grupo de estratégias (**G7**), há a produção de E013, que apresenta o esboço de um gráfico de barras (com apenas os eixos, horizontal e vertical, e três barras) e de um gráfico de colunas (com apenas os eixos, horizontal e vertical, e duas colunas). A opinião do participante indica não ser possível representar, no gráfico de barras, intervalos de tempo.

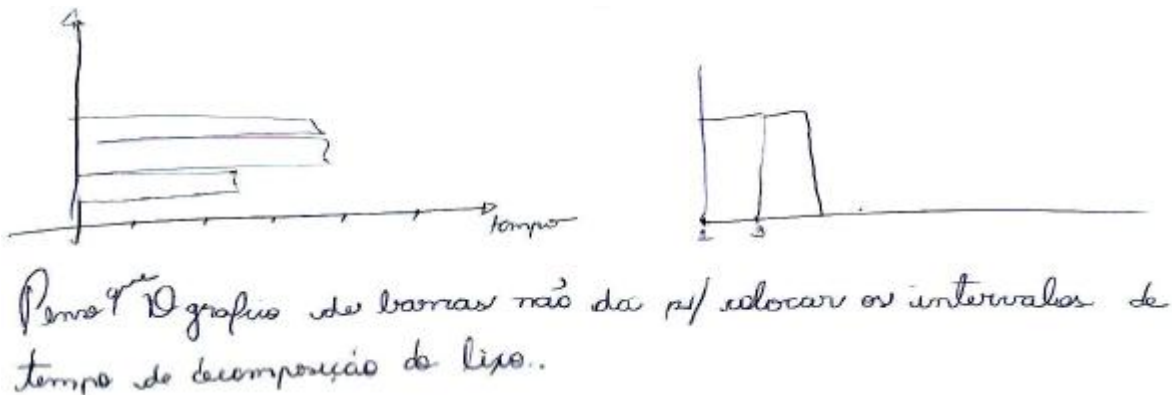
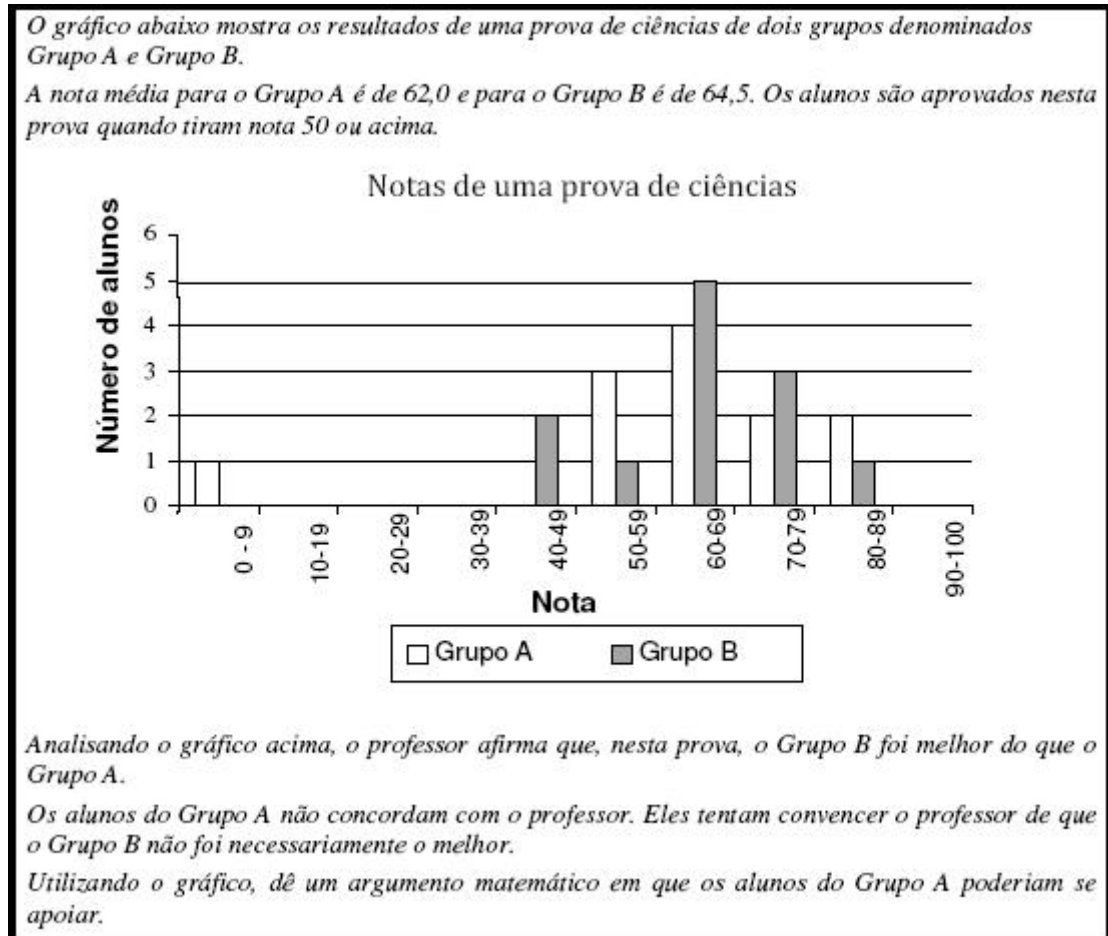


Figura 11 – Produção escrita presente na prova do participante E013.

Há, no grupo **G8**, apenas a produção de E004, o qual apresenta a opinião de que o gráfico de colunas seria o mais apropriado para representar os dados no que diz respeito à “*visualização das informações*”. É possível que o participante não tenha apresentado uma justificativa de que o gráfico de barras não seria apropriado, por achar suficiente apresentar um outro tipo de gráfico que considere mais adequado. Ou ainda, o participante pode ter considerado possível construir um gráfico de barras com as informações da tabela, porém a justificativa de que ele não era o mais conveniente seria relativa à visualização. Por isso, utilizar um gráfico de colunas que possui características similares ao de barras facilitaria a leitura das informações.

Ficaram de fora desse agrupamento E016, P004 e P032 por não apresentarem produção escrita.

3.3 QUESTÃO – NOTAS DE PROVA



A questão exige que seja feita uma leitura crítica do gráfico em termos de comparação das notas que obtiveram os estudantes dos grupos A e B, na busca de encontrar um argumento que pudesse justificar que *Grupo B* não foi, necessariamente, ‘o melhor’ grupo. A questão parece sugerir que o cálculo da média, nesse caso, não seria um fator determinante para indicar qual o melhor grupo. Ao pedir que fosse dado um argumento matemático, supostamente, sugere que há pelo menos algum.

Com base no olhar que lançamos para essa questão, levantamos quatro argumentos que poderiam surgir na produção escrita dos participantes e, a partir deles, buscamos verificar se foram abordados, de que forma foram e se existiram outros argumentos além dos que

levantamos. A seguir, os quatros argumentos levantados.

- Foram aprovados mais alunos do *Grupo A* do que do *Grupo B*.
- Foram reprovados mais alunos do *Grupo B* do que do *Grupo A*.
- Em relação ao *Grupo B*, mais alunos do *Grupo A* obtiveram notas superiores a 80.
- Há uma nota discrepante no *Grupo A* que interfere no cálculo da média.

A partir da análise das produções escritas, construímos grupos com base nas estratégias e procedimentos desenvolvidos pelos participantes. O critério utilizado para definir a estratégia, forma mais geral que o sujeito aborda a questão, foi baseado na quantidade de argumentos elaborados, na apresentação de alguma operação matemática. Os procedimentos, por sua vez, são determinados pelos tipos de argumentos e pelas operações apresentadas. Com base nesse critério, elaboramos sete grupos de estratégias, sobre os quais discorreremos.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Apresenta apenas um argumento.	Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui maior quantidade de alunos com nota inferior a 50.	E008, P014
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com nota superior a 50.	P016, E018
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui menor quantidade de alunos reprovados.	E004
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos aprovados.	P009
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89.	P026
		Argumenta que no <i>Grupo A</i> há um aluno com uma nota discrepante, que interfere no cálculo da média.	P029, P032
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> teve aluno que tirou nota entre 0 e 9 e o <i>Grupo B</i> não.	E015
		Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui maior quantidade de alunos com notas entre 60 e 79.	P004
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com notas entre 50 e 59.	P017
G2	Apresenta dois	Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui alunos com média entre 40 e 49 e que o <i>Grupo A</i> , maior quantidade de alunos com notas superiores a 80.	E006
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> não possui aluno com nota entre 40 e 49 e que possui mesma quantidade de alunos com notas entre 70 e 89 que o <i>Grupo B</i> .	E009

		Argumenta que o <i>Grupo A</i> não possui aluno com nota inferior à média e que possui maior quantidade de alunos com notas superiores a 50.	E010
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89, e que as notas do <i>Grupo A</i> são mais regulares do que do <i>Grupo B</i> .	E011
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui menor quantidade de alunos com notas inferiores a 50 e maior quantidade de alunos com notas superiores a 80.	E012
		Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos aprovados e com notas superiores a 50.	E016
		Argumenta que as notas do <i>Grupo A</i> são mais “estáveis” e que nenhum aluno tirou nota inferior a 50.	P020
G3	Registra a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre os intervalos de notas apresentados no gráfico e apresenta um argumento.	Escreve a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos aprovados.	E020, P028
		Escreve a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui maior quantidade de alunos com maior nota.	E013
		Escreve a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui maior quantidade de alunos com nota inferior a 50.	P022
		Escreve a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos cujo limite inferior fosse superior a 50. Registra que no <i>Grupo A</i> , onze alunos tiraram notas acima de 50 e no <i>Grupo B</i> , dez alunos. Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com notas superiores a 50.	P025
G4	Registra a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre os intervalos de notas apresentados no gráfico e apresenta dois argumentos.	Registra a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Destaca a quantidade de alunos que tiraram notas entre 50 e 79 nos grupos A e B e registra que foram nove de cada grupo. Argumenta que o <i>Grupo B</i> possui maior quantidade de alunos com notas inferiores a 50 e que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89.	P019

G5	Calcula a quantidade de alunos aprovados de cada grupo e apresenta um argumento.	Registra e adiciona a quantidade de alunos com notas superiores a 50 nos grupos A e B. Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui maior quantidade de alunos aprovados.	E014, E019
		Registra e adiciona a quantidade de alunos com nota superior a 50 no grupo A. Argumenta que o <i>Grupo A</i> possui menor quantidade de alunos reprovados.	E001
G6	Calcula a nota média de cada grupo e apresenta um argumento.	Registra a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Seleciona a menor nota de cada intervalo e multiplica pela	P010
		quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas pertencentes a cada intervalo. Adiciona os resultados encontrados de cada grupo, obtendo 690 no <i>Grupo A</i> e 720 no <i>Grupo B</i> . Divide ambos por 12, obtendo, respectivamente, 57 e 61. Argumenta que o <i>Grupo B</i> foi melhor.	P027
		Calcula a nota média de cada intervalo de notas apresentados no gráfico e multiplica pela quantidade de alunos pertencentes a cada intervalo, de cada grupo. Adiciona todos os resultados encontrados obtendo a soma de pontos dos dois grupos, 744, no grupo A, e 774, no <i>Grupo B</i> . Argumenta que o <i>Grupo B</i> foi melhor.	
G7	Apresenta apenas uma opinião.	Responde que o <i>Grupo B</i> não foi melhor todo momento.	E025

Quadro 16 – Grupos por estratégia de resolução da questão NOTAS DE PROVA.

No primeiro grupo (**G1**), há 12 produções distribuídas em nove subgrupos de procedimentos. A estratégia que os participantes desenvolveram é a de apresentar apenas um argumento para a questão, os procedimentos foram determinados pelos diferentes argumentos que elaboraram.

O primeiro subgrupo de **G1** é formado por duas produções em que os participantes basearam seus argumentos no fato de que o *Grupo B* possui maior quantidade de alunos com nota inferior a 50 do que o *Grupo A*. Como exemplo, há a resposta de E008, “somente um aluno do grupo A ficou abaixo de 50. Enquanto grupo B, ficaram 2 alunos abaixo de 50”.

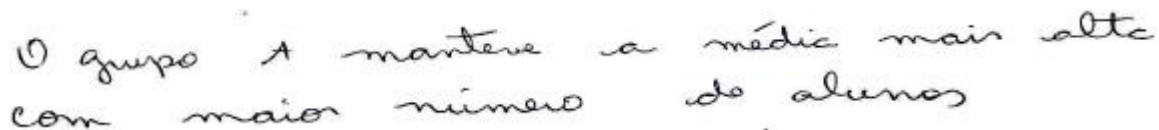
No segundo subgrupo, há as produções de E018 e P016 que apresentam um argumento similar ao do primeiro subgrupo. Os dois participantes (E018 e P016) argumentam

que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com nota superior a 50.

A única produção do terceiro subgrupo é de E004, na qual o argumento baseia-se no fato de o *Grupo A* possuir menor quantidade de alunos reprovados. O participante E004 apresenta o registro de um círculo nas colunas do enunciado que apresentam as notas dos alunos que tiraram nota entre 0 e 9 e entre 40 e 49 e apresenta como argumento que a “*quantidade de reprovações do grupo A foi menor que o grupo B*”.

Similar à produção de E004, que leva em conta a quantidade de alunos reprovados, há, no quarto subgrupo, a produção de P009, o qual leva em consideração o fato de a quantidade de alunos aprovados ser maior no *Grupo A* do que no *Grupo B*. Ele apresenta a seguinte resposta, “*Considerando o número de alunos que foram aprovados o A obteve maior número de alunos aprovados*”.

No quinto subgrupo de procedimentos, há a produção de P026, o qual baseia seu argumento no fato de que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89. Inferimos que tenha levado em conta esta informação pelo fato deste intervalo representar a maior nota obtida pelos alunos. Ele apresenta a seguinte resposta.



O grupo A manteve a média mais alta com maior número de alunos

Figura 12 – Produção escrita presente na prova do participante P016.

As produções de P029 e P032, presentes no sexto subgrupo, revelam que os participantes basearam seus argumentos na evidência de que, no *Grupo A*, há uma nota discrepante interferindo no cálculo da média, ou seja, caso fosse eliminada esta nota, a média do *Grupo B* seria melhor do que a média do *Grupo A*.

Justificativas	Prova
<i>Desconsiderando-se o único aluno do grupo A que teve nota entre 0-9, todos os outros obtiveram notas mais próximas da média, o gráfico mostra as notas destes alunos mais concentradas em torno da média e melhor distribuídas, ou seja, apresentando menor desvio em relação à média que os alunos do grupo B.</i>	P029
<i>Um argumento matemático que poderia ser utilizado pelo grupo A, seria em relação as médias das notas dos grupos, tendo em vista que existe 1 aluno no grupo A que obteve uma nota entre 0 e 9 e por meio desse gráfico, podemos dizer que é motivo suficiente para que a média do grupo A tenha obtido um valor não tão bom.</i>	P032

Quadro 17 – Distribuição das produções do sexto subgrupo do grupo G1.

No sétimo subgrupo, há a produção de E015, o qual argumenta que o *Grupo A* possui um aluno com média entre ‘0’ e ‘9’ e o *Grupo B* não. Possivelmente, esse participante, assim como os do sexto subgrupo, queira ter se referido ao fato deste valor ter interferido no cálculo da média. Por outro lado, também é possível que o participante tenha interpretado que a necessidade de apresentar um argumento que indicasse o porquê do *Grupo B* ter sido o melhor.

A produção de P004 é a única do oitavo subgrupo. O participante argumenta que “a maioria tirarão notas entre 60 e 79”, que entendemos se referir ao fato de que mais alunos do *Grupo B* obtiveram notas entre 60 e 79 do que do *Grupo A*. Neste caso, parece justificar que o *Grupo B* foi melhor.

No nono subgrupo, há apenas a produção de P017, o qual apresenta a seguinte produção.

Produção presente na prova P017	Leitura da produção
<i>O grupo A nas médias se sobressaiu (foi melhor) 2 vezes.</i>	<p>Refere-se ao fato de que houve maior quantidade de alunos do <i>Grupo A</i> que obtiveram notas entre 50 e 59 e entre 80 e 89, em relação ao outro grupo.</p> <p>Refere-se ao fato de que houve maior quantidade de alunos do <i>Grupo B</i> que obtiveram notas entre 40 e 49, entre 60 e 69 e entre 70 e 79.</p>
<i>O grupo B nas médias se sobressaiu (foi melhor) 3 vezes.</i>	
<i>No entanto na segunda média o grupo A obteve um avanço melhor, pois "subiu" duas casa a mais que o grupo B, e o B em nenhum momento obteve este avanço.</i>	<p>A segunda média do <i>Grupo A</i>, a qual se refere, são as notas que estão no intervalo de 50 a 59.</p>

O argumento utilizado para justificar que o *Grupo A* foi o melhor, indica que o *Grupo B* foi o único que apresentou uma diferença de dois alunos a mais em um intervalo de notas, em relação aos outros intervalos nos quais a diferença da quantidade de alunos era de apenas um aluno. Inferimos que, para fundamentar sua resposta, o participante escolheu apenas os intervalos que apresentavam notas superiores a 50 dos alunos dos *Grupos A e B*, por isso, eliminou os intervalos de 0 a 9 e 40 a 49. O que parece ter prevalecido para sua resposta foi apenas a comparação individual das colunas em detrimento das médias.

No segundo grupo de estratégias **G2**, há sete produções nas quais os participantes desenvolvem dois argumentos.

No primeiro subgrupo, há a produção de E006, o qual baseia sua resposta nos argumentos de que o *Grupo B* possui alunos com média entre 40 e 49 e que o *Grupo A*, maior quantidade de alunos com notas superiores a 80. Inferimos que tenha indicado a quantidade de alunos com nota entre 40 e 49 por serem valores inferiores à média 50 e que, embora o *Grupo A* também possua alunos com nota inferior à média, a quantidade de alunos com nota inferior à média no *Grupo B* é maior do que no *Grupo A*. Descartamos a possibilidade de o participante não ter visualizado a informação de que havia, no *Grupo A*, um aluno com nota entre 0 e 9, pois, em registros que foram anulados, esse participante mostra tê-la considerado.

A produção de E009 representa o segundo subgrupo do grupo G2. O participante argumenta que o *Grupo A* não possui alunos com nota entre 40 e 49 e que possui mesma quantidade de alunos com notas entre 70 e 89 que o *Grupo B*.

- O grupo não deve alunos com notas entre 40-49.
 - Se você igualar as notas 70-79 e 80-89 elas se tornam iguais.
 - O nível do grupo A foi melhor que o B.

Figura 13 – Produção escrita presente na prova do participante E009.

No terceiro subgrupo de G2, há a produção de E010, o qual argumenta que o *Grupo A* não possui aluno com nota inferior à média e que possui maior quantidade de alunos com notas superiores a 50. A afirmação de que não há, no *Grupo A*, aluno com nota inferior à

média nos leva a acreditar que, por não tê-la visualizado, E010 tenha ignorado esta informação presente no gráfico.

Há presente, no quarto subgrupo, a produção de E011, o qual argumenta que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89 e que as notas do *Grupo A* são mais regulares do que as do *Grupo B*. Segundo a resposta dada por E011, o que o levou ter argumentado que o *Grupo A* tem maior quantidade de alunos com nota entre 80 e 89 foi o fato desse ser o intervalo que representa as maiores notas obtidas pelos alunos. Ao se remeter à regularidade das notas do *Grupo A*, possivelmente queira ter indicado que a média do *Grupo B* pode não representar ‘de fato’ as notas obtidas pelos alunos, por elas serem ‘mais irregulares’.

No quinto subgrupo, há a produção de E012.

Produção presente na prova E012

Nas notas inferiores à média 50 teve somente 1 aluno do grupo A e no grupo B tiveram 2 alunos,

e nas notas de 80-89 o grupo A teve o dobro de alunos do grupo B.

Leitura da produção

Argumenta que o *Grupo A* possui menor quantidade de alunos com notas inferiores a 50 que o *Grupo B*.

Argumenta que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com notas superiores a 80.

O sexto subgrupo apresenta a produção de E016, o qual argumenta que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos aprovados e que, no *Grupo A*, há uma nota discrepante, que interfere no cálculo da média.

Produção presente na prova P025

Apenas 1 aluno do grupo A obteve nota inferior à 50 enquanto 2 alunos do grupo B obtiveram notas inferiores a 50.

O aluno do grupo A que tirou nota de 0-9 é o que está abaixando a média do grupo A.

Se olharmos apenas para as notas acima de 50 temos que o grupo A foi melhor.

Leitura da produção

O *Grupo A* possui maior quantidade de alunos aprovados.

No *Grupo A* há uma nota discrepante, que interfere no cálculo da média.

Apesar de esta informação parecer um terceiro argumento, de que há uma maior quantidade de alunos aprovados no *Grupo A*, inferimos que ela tenha servido apenas para completar o argumento anterior, e não para ser um outro argumento.

O sétimo subgrupo de G2 apresenta a produção de P020, o qual argumenta que as notas do *Grupo A* são mais “estáveis” e que nenhum aluno desse grupo tirou nota inferior a 50. Inferimos que, ao se referir à ‘estabilidade’ das notas do *Grupo A* queira indicar que embora a média do *Grupo B* tenha sido maior que do *Grupo A*, ela pode não representar, ‘de fato’, as notas obtidas pelos alunos, enquanto que no *Grupo A*, por as notas parecem ser mais “estáveis”, a média obtida pode ser mais representativa. O argumento de que nenhum aluno do *Grupo A* obteve nota inferior a média revela que o participante ignorou (no sentido de não ter visualizado) a informação de que há um aluno, no *Grupo A*, com nota entre 0 e 9.

No terceiro grupo de estratégias **G3**, há cinco produções nas quais os participantes registram a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre os intervalos de notas apresentados no gráfico e, a partir da leitura das informações registradas, apresentam um argumento.

O primeiro subgrupo de G3 apresenta as produções de E020 e P028, os quais baseiam seus argumentos no fato de que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos aprovados. O participante P028 registra a quantidade de alunos de cada grupo, que tirou notas em cada intervalo apresentado no gráfico e escreve que foram aprovados onze alunos do *Grupo A* e dez no *Grupo B*. Além disso, relata o seguinte: “observando o gráfico o grupo A teve 11 aprovados enquanto o grupo B teve 10 aprovados”. O participante E020, que desenvolve procedimentos similares, apresenta a seguinte produção.

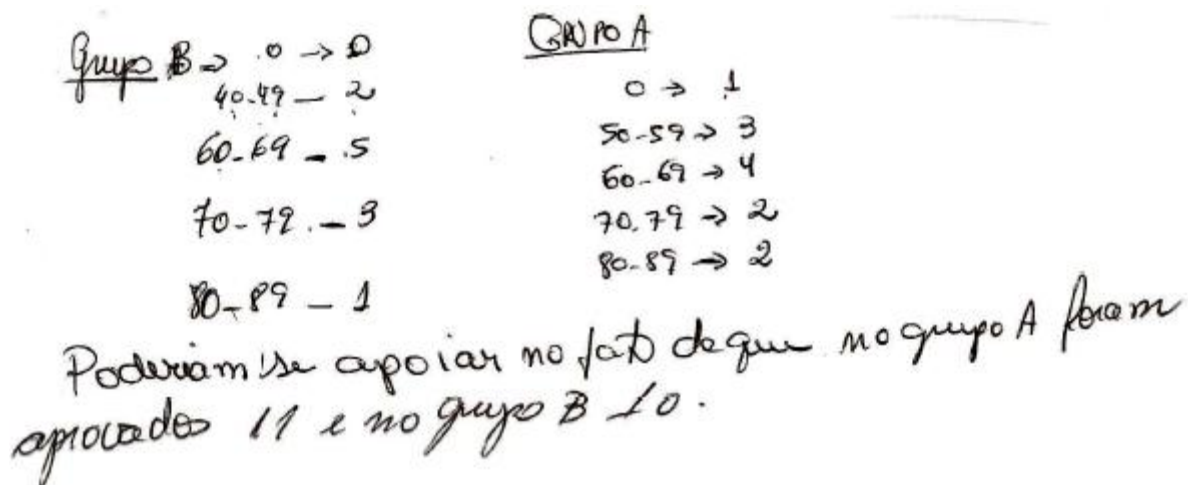


Figura 14 – Produção escrita presente na prova do participante E020.

No segundo subgrupo de G3, há a produção de E013, o qual, como fez P028, também registra as informações apresentadas no gráfico e argumenta que o *Grupo B* foi que teve maior quantidade de alunos com maior nota. O participante argumenta que “*grupo A deve fazer a contagem dos alunos que obtiveram maior notas e verificar que o grupo B foi que teve maior quantidade de alunos com maior nota*”. Possivelmente, E013 tenha levado em conta apenas as notas superiores a 60 e, com isso, verificou que nove alunos do *Grupo B* tiraram notas acima deste valor, enquanto que apenas oito do *Grupo A*.

Presente, no terceiro subgrupo de G3, está a produção de P022, o qual desenvolve um procedimento similar ao de P028 para registrar a quantidade de alunos que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Por sua vez, seu argumento para justificar que o *Grupo B* não foi necessariamente ‘o melhor’, é baseado no fato de que o *Grupo B* possui maior quantidade de alunos com nota inferior a 50. O participante E013 argumenta que “*o grupo A teve apenas 1 aluno com nota inferior a média*” enquanto o grupo B “*teve 2 casos*”.

O quarto subgrupo de G3 apresenta a produção de P025, o qual faz o registro da quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos cujo limite inferior fosse superior a 50. Registra que, no *Grupo A*, onze alunos tiraram notas acima de 50 e, no *Grupo B*, dez alunos. Argumenta que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com notas superiores a 50.

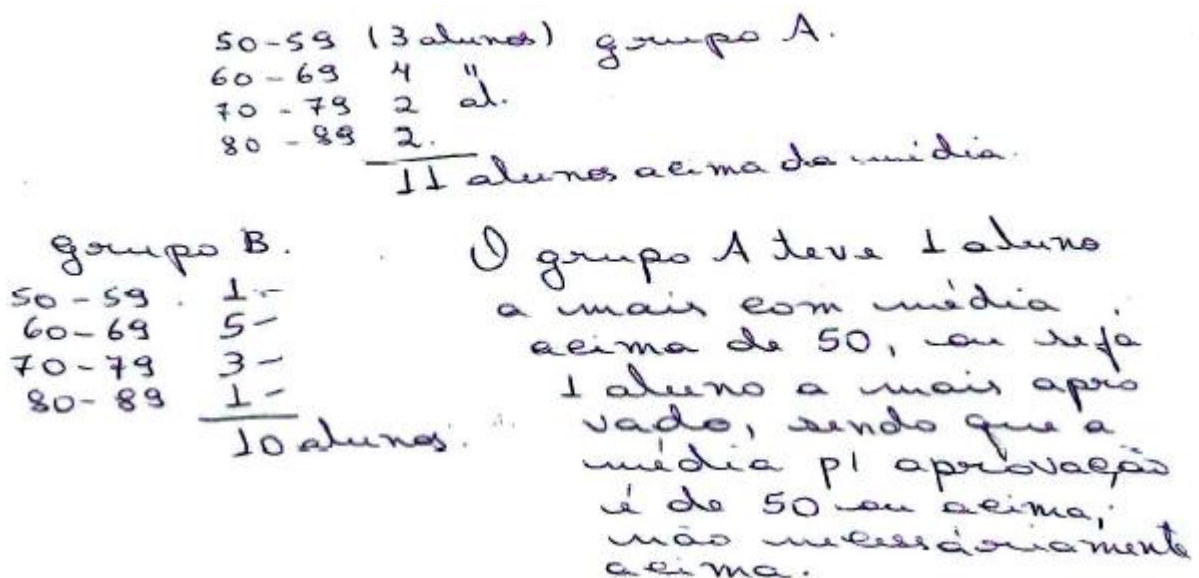


Figura 15 – Produção escrita presente na prova do participante P025.

O quarto grupo de estratégias (**G4**) é formado apenas pela produção de P019, o qual desenvolve uma estratégia similar a estratégia dos participantes de G3, porém apresenta dois argumentos baseados nos fatos de que o *Grupo B* possui maior quantidade de alunos com notas inferiores a 50 e que o *Grupo A*, maior quantidade de alunos com notas entre 80 e 89.

Produção presente na prova P025

O grupo poderia apoiar-se que enquanto 1 aluno do grupo A ficou com nota entre 0-9, 2 do grupo B também ficaram

e enquanto 2 alunos do grupo A ficaram com notas entre 80-89, 1 do grupo B ficou com esta média.

Leitura da produção

Enquanto o grupo A ficou apenas com um aluno com nota abaixo da média (entre 0 e 9), dois alunos do grupo B também ficaram com notas abaixo da média (entre 40 e 49). Ou seja, a quantidade de alunos com nota inferior a 50 é maior no *Grupo B* do que no *Grupo A*.

O *Grupo A* possui maior quantidade de alunos com a maior nota obtida pelos estudantes (entre 80 e 89).

Há, no quinto grupo (**G5**), três produções nas quais os participantes calculam a quantidade de alunos aprovados de cada grupo e apresentam um argumento.

O primeiro subgrupo de G5 apresenta as produções de E014 e E019, os quais escrevem e efetuam a adição de quatro com dois, com dois, com três, obtendo onze alunos aprovados no *Grupo A*, e a adição de um, com cinco, com três, com um, obtendo dez alunos aprovados no *Grupo B*. Os argumentos dos dois participantes são baseados no fato de que o *Grupo A* possui maior quantidade de alunos aprovados.

Justificativas	Prova
<i>Na quantidade de alunos aprovados O grupo B tem o número de alunos aprovados inferior ao grupo A, apesar de possuir média superior (64.5).</i>	E014
<i>Em relação a média de pontos obtidos, realmente o grupo B foi melhor. Porém se analisarmos a quantidade de alunos que foram aprovados, temos 11 aprovados do grupo A e 10 alunos aprovados do grupo B, logo utilizando este fato, os alunos do grupo A poderiam convencer o professor de que não necessariamente o grupo B foi melhor.</i>	E019

Quadro 18 – Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G5.

No segundo subgrupo de G5, há a produção E001, a qual se difere das produções do primeiro subgrupo, apenas por indicar que o *Grupo A* possui menor quantidade de alunos reprovados. O participante apresenta como resposta: “*No grupo A somente um aluno não foi aprovado e no grupo B 2 alunos não foram aprovados, como mostra o gráfico*”.

O sexto grupo de estratégias (**G6**) é formado pelas produções de P010 e P027, os quais desenvolvem procedimentos para calcular a nota média de cada grupo e apresentam um argumento de que o *Grupo B* foi o melhor. É possível que os participantes desse subgrupo tenham entendido que os alunos desconfiavam que o professor calculou erroneamente a média dos grupos e, por isso, suas estratégias foram desenvolvidas no sentido de verificar se o professor tinha razão ou não.

O primeiro subgrupo apresenta apenas a produção de P010, o qual escreve a quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas entre cada um dos intervalos apresentados no gráfico. Seleciona a menor nota de cada intervalo e multiplica pela quantidade de alunos de cada grupo que tiraram notas pertencentes a cada intervalo. Adiciona os resultados encontrados de cada grupo, obtendo 690 no *Grupo A* e 720 no *Grupo B*. Em seguida, divide ambos os resultados encontrados por 12, obtendo, respectivamente, 57 e 61. Por fim, argumenta que “*Não tem como se apoiar a media de B foi melhor*”.

O segundo subgrupo está representado pela produção de P027, o qual baseado em um cálculo da média dos grupos, também argumenta que o *Grupo B* foi o melhor.

O participante calcula a nota média de cada intervalo de notas dados no gráfico e multiplica pela quantidade de alunos pertencentes a cada intervalo de cada grupo (por exemplo, calcula a nota média do intervalo 40 e 49, obtendo 44,5 e multiplica por 2, que é a quantidade de alunos do *Grupo B* que tiraram notas neste intervalo). Adiciona todos os resultados encontrados obtendo a soma de pontos dos dois grupos, 744, no grupo A, e 774, no grupo B. Apresenta como argumento: “*o grupo B foi melhor, pois resolvendo as médias das notas pode-se comprovar que isso é verdade*”.

No sétimo grupo de estratégias (**G7**), há a produção de E025, o qual apenas apresenta a opinião de que o *Grupo B* foi o melhor. Consideramos ser uma opinião pelo fato de a produção escrita de E025 não apresentar indícios do motivo de ter feito tal afirmação. Embora P010 e P027 tenham fornecido uma resposta similar, consideramos que, no caso deles, foi um argumento, pois o cálculo da média os levou a ter feito tal afirmação.

Ficou de fora deste agrupamento a produção P006, por não termos conseguido fazer inferência alguma e encaixá-la nos demais grupos.

~~Os alunos do grupo A tiveram notas que foram aumentando de 1 para 4 e depois estabilizaram no 2.~~

correto. O número de alunos foi aumentando conforme a nota de 1 p/ 4. e depois ficaram com 2 alunos.

R: Enquanto que no grupo B tiveram uma (dis)crepancia (entre) de 2 alunos por 1 de alunos para 3 e de 1 aluno.

Figura 16 – Produção escrita presente na prova do participante P006.

Por não apresentarem produção escrita alguma, ficaram ainda de fora deste agrupamento E007, E017, E021, E023 e E024.

3.4 QUESTÃO - APOIO AO PRESIDENTE

Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

Começaremos a análise dessa questão pelo estudo do seu enunciado.

Primeiramente, constatamos que o enunciado da questão apresenta duas exigências: a primeira, indicar qual dos quatro jornais forneceria o resultado mais provável, nesse caso supostamente existem, pelo menos, quatro possibilidades de resposta; a segunda exigência é que sejam apresentadas duas explicações que justifiquem a resposta dada.

No caso dessa questão, deve-se apresentar a indicação de um dos quatro jornais como sendo aquele que forneceria o resultado mais provável, seguida por uma justificativa³⁶ composta de duas explicações. Da leitura e estudo do enunciado, levantamos quatro características das pesquisas (aqui chamadas de C1, C2, C3 e C4), que poderiam servir para produzir explicações e justificar o fato de um dos jornais fornecer o resultado mais provável.

- C1 – A seleção da amostra foi feita ao acaso (se aplica aos jornais 1, 2 e 3).
- C2 – Foram entrevistados somente cidadãos com direito a voto (se aplica aos *Jornais 1, 2 e 3*).
- C3 – A amostra é a maior das apresentadas (se aplica aos *Jornais 3 e 4*).
- C4 – A pesquisa foi realizada em data mais próxima à da eleição (se aplica aos *Jornais 2, 3 e 4*).

As duas primeiras características estão relacionadas ao tipo de amostragem, o que pode garantir a representatividade de uma amostra. Segundo Bolfarine e Bussab (2005, p.14), a definição mais usual para uma amostra representativa é algo como “aquela que é uma microrrepresentação da sociedade”, ou seja, uma seleção feita ao acaso pode permitir, com maior eficácia, que a amostra possua todas as características da população global e, como a pesquisa é eleitoral, deve ser realizada com pessoas que possuam direito ao voto. A terceira característica está relacionada ao tamanho da amostra, o qual pode garantir a ‘significatividade’ da amostra, ou seja, quanto maior a população, mais significativa ela é, a medida que aumenta o tamanho da amostra “o erro padrão do estimador decresce” (BOLFARINE; BUSSAB, 2005, p.20). Apesar de não encontrarmos um respaldo teórico para que a proximidade da pesquisa com a data da eleição seja considerada como uma característica ‘estatística’³⁷, podemos intuitivamente considerar que, em um período maior de tempo, da pesquisa até a data da eleição, há uma maior possibilidade de que as pessoas mudem seus votos, o que é menos provável em um período temporal menor.

³⁶ Estamos considerando uma justificativa como o conjunto das explicações feitas.

³⁷ Fundamentada em conceitos estatísticos.

Por meio da análise da produção escrita dos professores, foi possível identificar que a maioria deles fundamentou suas explicações nas características que levantamos anteriormente. A partir disso, conseguimos identificar, nas explicações feitas, quais características os participantes levaram em conta ao produzir suas justificativas e, com isso, compusemos sete grupos, por meio dos quais faremos uma análise e discussão.

O primeiro ponto de corte que utilizamos para construir os grupos foi a estratégia elaborada, a forma mais geral pela qual o sujeito aborda a questão. Na questão *Apoio ao Presidente*, descrevemos as estratégias de acordo com a quantidade de características apresentadas por eles, com outras considerações além das características, com as operações matemáticas apresentadas. Com isso, conseguimos formar sete grupos de estratégias. Nos procedimentos, descrevemos em quais características as explicações feitas foram fundamentadas, quais operações matemáticas foram realizadas.

A partir das produções escritas presentes em cada grupo, apresentaremos: as estratégias elaboradas, o que podem revelar as explicações feitas, as relações existentes entre a produção escrita apresentada e as informações do enunciado.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Apresenta três explicações.	Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a seleção da amostra foi feita ao acaso, que a amostra é maior e que a pesquisa foi realizada em data mais próxima a da eleição.	E004, E006, E009, P028, P019, P026, P029
		Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a seleção da amostra foi feita ao acaso, que os eleitores participantes da pesquisa possuem direito a voto e que a amostra selecionada é maior.	P027
		Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que participantes da pesquisa possuem direito a voto, que a amostra é maior e que a pesquisa foi realizada em data mais próxima a da eleição.	E001, P010, P014, P020
		Responde que o <i>Jornal 2</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a amostra do <i>Jornal 2</i> é menor, que a popularidade do presidente é maior em relação ao <i>Jornal 3</i> e que a amostra do <i>Jornal 4</i> não é confiável.	E013

G2	Apresenta duas explicações.	Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a seleção da amostra é ao acaso e que a amostra é maior.	E007, E010, E012, E015, E016, E019, P017
		Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que os eleitores participantes da pesquisa possuem direito a voto e que a amostra é maior.	E008, E011
		Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a amostra é maior e que a pesquisa foi realizada em data mais próxima a da eleição.	E020, E021, P006, P009
		Responde que o <i>Jornal 4</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a pesquisa foi realizada em data mais próxima a da eleição e que a amostra é maior.	P022
		Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a seleção da amostra foi feita ao acaso e que o percentual de pessoas é maior do que nos <i>Jornais 1 e 2</i> .	E017
		Responde que o <i>Jornal 4</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a amostra é maior e que os eleitores telefonaram por vontade própria.	E014
		Responde que o <i>Jornal 2</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a pesquisa foi realizada em data mais próxima a da eleição e que é possível comparar o <i>Jornal 2</i> ao <i>Jornal 1</i> , pois a quantidade de eleitores é igual.	P025
G3	Apresenta apenas uma explicação.	Responde que o <i>Jornal 2</i> forneceria o resultado mais provável. Apresenta uma explicação sobre a qual não conseguimos fazer inferências.	E025
		Responde que o <i>Jornal 2</i> forneceria o resultado	P004
		mais provável. Justifica que o <i>Jornal 4</i> possui maior quantidade de eleitores que votam no presidente.	
G4	Calcula quatro porcentagens. Apresenta duas explicações.	Calcula 36,5% de 500, 41% de 500, 39% de 1000 e 44% de 1000. Responde que o <i>Jornal 3</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a amostra é maior e que “39% dos votos já seriam 390 pessoas votantes”.	P016
G5	Calcula quatro porcentagens. Apresenta uma explicação.	Calcula 36,5% de 500, 41% de 500, 39% de 1000 e 44% de 1000. Justifica que o <i>Jornal 4</i> forneceria o resultado mais provável	E024

G6	Efetua duas divisões. Resolve uma regra de três. Apresenta duas explicações.	Divide 39 e 44,5 por 2. Monta e resolve a regra de três: $\begin{array}{r} 6 - 36,5\% \\ 20 - x \end{array}$ Responde que o <i>Jornal 1</i> forneceria o resultado mais provável. Justifica que a porcentagem apresentada pelos <i>Jornais 3 e 4</i> são menores e que comparado ao <i>Jornal 2</i> , o <i>Jornal 1</i> apresenta uma maior quantidade de eleitores apoiando o presidente	E018
G7	Resolve quatro regras de três. Apresenta uma explicação.	Monta e resolve as regra de três: $\begin{array}{r} 36,5 - 500 \\ x - 1000 \end{array} ; \begin{array}{r} 41 - 500 \\ x - 1000 \end{array}$ $\begin{array}{r} 39 - 1000 \\ x - 500 \end{array} \text{ e } \begin{array}{r} 44,5 - 1000 \\ x - 500 \end{array}$ Responde que tanto o <i>Jornal 2</i> quanto o <i>Jornal 4</i> forneceriam o resultado mais provável. Justifica que nos <i>Jornais 1 e 2</i> o apoio ao presidente é maior.	E023

Quadro 19 – Grupos por estratégia de resolução da questão APOIO AO PRESIDENTE.

O grupo **G1** é formado por 13 produções cuja estratégia elaborada pelos participantes consiste em apresentar três explicações para fundamentar que o jornal citado é o fornecedor do resultado mais provável.

Presentes no primeiro subgrupo do grupo G1 estão sete produções, as quais revelam que os participantes se fundamentaram nas características C1, C3 e C4. As justificativas apresentadas, nas produções desse subgrupo, permitem concluir que somente o *Jornal 3* poderia fornecer o resultado mais provável.

Os participantes E004 e E006, além de fundamentarem suas justificativas nas características C1, C3 e C4, fazem outras considerações. E004 coloca que “[...] *para uma análise mais adequada precisaríamos saber o número de habitantes (votantes) que residem na Zedelândia*”. Inferimos que esse participante pode ter considerado que uma amostra de 1000 habitantes não seria significativa dependendo da quantidade de habitantes da Zedelândia, o que é uma consideração bastante plausível e interessante, pois, apesar de a questão pedir para indicar qual jornal forneceria o resultado mais provável, mas não o resultado provável, pode ser que as quatro pesquisas possam ser invalidadas por possuírem amostras não-significativas. Ainda que o participante tenha levantado a hipótese da não possibilidade de uma resposta ‘adequada’, ele

insiste em oferecer uma resposta ao problema, enquanto nos seria suficiente afirmar ‘não é possível indicar qual dos jornais forneceria o resultado mais provável, uma vez que, não é possível inferir se amostra colhida por cada um deles é significativa ou não’.

*Penso que a princípio, para uma análise mais adequada
preferíamos saber o número de habitantes (votantes) que
residem na Zedelândia.
mas analisando a questão em si.
Penso que o jornal 3, ~~em~~ pois a pesquisa
ocorreu mais próxima à data da eleição + também
por ter o espaço amostral de maior e porque a amostra
foi escolhida ao acaso.*

Figura 17 – Produção escrita presente na prova do participante E004.

Para o participante E006, “*Jornal 3, pois foi realizada próximo a eleição, com maior número de cidadãos que votam e ao acaso, pois os que telefonaram para o jornal podem ter outras intenções*”. À primeira vista, a expressão “*os que telefonaram para o jornal podem ter outras intenções*” parece confusa, mas, de posse de outras explicações similares fornecidas por outros participantes, podemos entendê-la como ‘os votos foram intencionais’, ou seja, ‘os eleitores que ligaram para o jornal tinham a intenção de interferir no resultado’. Dessa forma, os dados colhidos não seriam representativos para uma pesquisa eleitoral, pois a pesquisa do *Jornal 4* seria tendenciosa.

O participante E009 apresenta sua justificativa em tópicos.

Produção presente na prova E009	Leitura da produção
<i>Jornal 3:</i>	{ Conclui ‘ <i>Jornal 3</i> ’.
→ <i>amostra foi entre 1000 cidadãos.</i>	{ Pode se referir ao fato de a amostra com 1000 cidadãos ser maior em relação aos <i>Jornais 1 e 2</i> (característica C3).
→ <i>seleção.</i>	{ Pode se referir à característica C1: a seleção da amostra foi feita ao acaso.
→ <i>a data da pesquisa.</i>	{ Pode se referir à característica C4: a data da pesquisa é mais próxima à data da eleição.

*Journal 3: -> Amostra foi entre 1000 cidadãos.
-> eleição.
-> a data da pesquisa.*

Figura 18 – Parte da produção escrita presente na prova do participante E009.

Por meio da análise das produções presentes nas provas dos participantes P019 e P029, constatamos que ambos fundamentam suas justificativas nas características C3 e C4 e inferimos que se baseiam também na característica C1.

Produção presente na prova P019	Leitura da produção
<i>O Jornal 3, pois a amostra é maior, está mais próximo da eleição</i>	<ul style="list-style-type: none"> { Conclui <i>Jornal 3</i>. Parte da característica C3. { Característica C4.
<i>e além disso, por ser amostra está melhor distribuída entre o país do que o Jornal 4 que atende apenas os eleitores deste jornal.</i>	<ul style="list-style-type: none"> { “[...] <i>está melhor distribuída entre o país</i>” revela que a pesquisa foi feita com pessoas de vários perfis, selecionadas ao acaso, em contraposição à pesquisa feita pelo <i>Jornal 4</i>, o qual só atendeu aos leitores do jornal, portanto, característica C1.

Ainda, nessa produção, o participante P019 utiliza a expressão “*por ser amostra está melhor distribuída entre o país*”, levando-nos a supor que o participante compreende que toda amostra é colhida apenas com pessoas selecionadas ao acaso. O *Jornal 4* não deixa de ter uma amostra, os leitores do jornal, mas essa amostra pode não ser representativa para uma pesquisa eleitoral à presidência, dependendo da homogeneidade do perfil de seus participantes.

Produção presente na prova P029	Leitura da produção
<i>O Jornal 3, pois a data da pesquisa é próxima da data em que ocorrerá a eleição</i>	{ Conclui 'Jornal 3'. Parte da característica C4, descartando, assim, a possibilidade do <i>Jornal 1</i> fornecer resultado provável.
<i>e apesar da pesquisa também ser feita por amostragem, o número de participantes foi maior de dos jornais 1 e 2</i>	{ Utiliza esta expressão para reforçar a defesa de que o <i>Jornal 3</i> , apesar de entrevistar eleitores selecionados ao acaso, como nos <i>Jornais 1</i> e <i>2</i> , possui um diferencial ao seu favor: possuir uma amostra maior (C3).
<i>E mais direcionado que os participantes da pesquisa do Jornal 4.</i>	{ Já em relação ao <i>Jornal 4</i> , as características C3 e C4 não são suficientes, pois elas também se aplicam ao <i>Jornal 4</i> . Inferimos que o participante quis dizer que a pesquisa do <i>Jornal 3</i> é <u>menos direcionada</u> do que a do <i>Jornal 4</i> , por entrevistar pessoas de forma aleatória e menos seletiva.

O participante P026 fundamenta suas justificativas nas características C1 e C3 e supomos que se fundamenta também na característica C4.

Produção presente na prova P026	Leitura da produção
<i>Uma pesquisa com uma amostragem maior,</i>	{ Uma amostra maior em relação à pesquisa dos <i>Jornais 1</i> e <i>2</i> (C3).
<i>com cidadãos selecionados ao acaso</i>	{ Em contraposição à pesquisa do <i>Jornal 4</i> , que entrevistou somente leitores do próprio jornal (C1).
<i>e o dia realizado,</i>	{ Estamos supondo que o participante se refere ao fato de a pesquisa do <i>Jornal 3</i> ser realizada em data mais próxima a da eleição (C4).
<i>fazem com que esta pesquisa tenha o resultado mais provável, sendo assim o Jornal 3 forneceria o resultado melhor.</i>	{ Conclui 'Jornal 3'.

O participante P028 apenas fundamenta sua justificativa nas características C1, C3 e C4.

O jornal 3 pois: a pesquisa foi realizada próximo
 as eleições (2010)
 - foi pesquisada uma amostra
 maior, 1000 cidadãos selecionados ao acaso

Figura 19 – Produção escrita presente na prova do participante P028.

No segundo subgrupo do grupo G1, há somente a produção de um participante (P027). Suas explicações são baseadas nas características C1, C2 e C3.

Produção presente na prova P027	Leitura da produção
<i>O Jornal 3 ofereceria o resultado mais provável,</i>	{ Conclui 'Jornal 3'.
<i>pois a amostra foi com 1000 cidadãos</i>	{ Inferimos que almejava dizer que a amostra foi maior em relação à amostra dos Jornais 1 e 2 (C3).
<i>com direito a voto</i>	{ Característica C2.
<i>e escolhidos ao acaso sem a intenção de eles próprios telefonarem para dar sua própria opinião.</i>	{ Característica C1.

O terceiro subgrupo do grupo G1 apresenta as produções dos participantes E001, P010, P014, P020. Todas as justificativas feitas por eles são fundamentadas nas características C2, C3 e C4, as quais permitem concluir que apenas o *Jornal 3* forneceria o resultado mais provável.

Produção presente na prova E001	Leitura da produção
<i>O Jornal 3 porque realizou a pesquisa no dia 20,</i>	{ Portanto, mais próximo à eleição (C4).
<i>porque trabalhou com uma amostra de 1000 cidadãos</i>	
<i>com direito a voto,</i>	{ Uma amostra maior em relação às pesquisas dos <i>Jornais 1 e 2</i> (C3).
<i>enquanto que o Jornal 4 trabalhou com leitores que, escolhidos ao acaso, telefonaram. A amostra não é representativa.</i>	{ Característica C2.
	{ O “enquanto que” remete a uma idéia de contraposição, ou seja, diferente do <i>Jornal 3</i> que selecionou pessoas ao acaso, os leitores do <i>Jornal 4</i> telefonaram. ‘A amostra não é representativa’ porque os leitores telefonaram, ou seja, a amostra foi selecionada de forma não-aleatória.

Apesar de termos feito esta última leitura da produção de E001, não conseguimos inferir porque ele coloca o aposto em “*escolhidos ao acaso*” para se referir ao *Jornal 4*, dado que essa não é uma característica da pesquisa desse jornal.

A seguir a produção escrita presente na prova de P010.

JORNAL 3 -> Estive com maior nº de população com direito a voto. E por estar mais próximo da eleição

Figura 20 – Produção escrita presente na prova do participante P010.

O participante P014, além de se fundamentar nas características C2, C3 e C4, faz outra consideração que reforça a característica C4. Para ele, ‘por a pesquisa ser mais próxima à eleição, é provável que a opinião do eleitor esteja mais madura’.

O participante P020 baseia sua justificativa na característica C4 da seguinte forma: “1º por ser dia 20/01 → mais próximo da votação”. Isso ajuda-nos a reforçar a inferência de que, quando outros participantes utilizam apenas a expressão ‘por ser dia 20’, eles queiram dizer ‘mais próximo à data da eleição’, como é o caso da produção presente na prova E001.

No quarto subgrupo de G1, há apenas uma produção. O participante E013 apresenta três explicações para fundamentar sua justificativa, porém nenhuma delas é baseada nas

características C1, C2, C3 e C4. Ele justifica que a amostra do *Jornal 2* é menor, que a popularidade do presidente é maior em relação ao *Jornal 3* e que a amostra do *Jornal 4* não é confiável. Com suas explicações, conclui que o *Jornal 2* forneceria o resultado mais provável.

Produção presente na prova E013	Leitura da produção
<p><i>Jornal 2,</i></p> <p><i>pois a amostra é menor e o número da popularidade do presidente é maior comparando-as com o Jornal 3, baseando-se que a eleição se realizasse em 25 de janeiro.</i></p>	<p>{ Conclui “<i>Jornal 2</i>”.</p> <p>{ Com esta justificativa o participante elimina a possibilidade do <i>Jornal 3</i> fornecer um resultado provável. Pode ter considerado que, se a amostra do <i>Jornal 2</i> fosse do tamanho da amostra do <i>Jornal 3</i>, a porcentagem aumentaria proporcionalmente. Ao se referir à data da eleição, parece eliminar a possibilidade do <i>Jornal 1</i> fornecer resultado provável.</p>
<p><i>O Jornal 4 podemos desconsiderar, pois os eleitores telefonaram para o jornal e como podemos garantir que a mesma pessoa não ligou várias vezes.</i></p>	<p>{ Esta justificativa revela que o participante entende que o modo pelo qual os dados da pesquisa do <i>Jornal 4</i> foram colhidos não é confiável e, portanto, a pesquisa do <i>Jornal 4</i> não poderia fornecer um resultado provável.</p>

O participante não faz referência ao *Jornal 1*. Embora não tenha sido registrada, inferimos que ele tenha feito a seguinte consideração: ‘ainda que possua uma amostra menor, a porcentagem apresentada é inferior à porcentagem apresentada pelo *Jornal 2*’.

No grupo **G2**, estão 17 produções cuja estratégia consiste em se fundamentar em duas explicações para justificar a indicação de o jornal escolhido fornecer o resultado mais provável.

No primeiro subgrupo, há sete produções cujos participantes se fundamentam nas características C1 e C3 e concluem que o único jornal que poderia fornecer o resultado mais provável é o *Jornal 3*. As justificativas feitas por eles, partindo de apenas duas características, permitem concluir que o único jornal capaz de ser indicado como sendo o fornecedor do resultado mais provável é, de fato, o *Jornal 3*.

Produção presente na prova E007	Leitura da produção
<i>O Jornal 3 forneceria o resultado mais provável,</i>	{ Conclui 'Jornal 3'. { Ou seja, a amostra é a maior em relação aos Jornais 1 e 2 (C3). { E as pessoas foram selecionadas ao acaso, diferente do <i>Jornal 4</i> , em que os leitores do jornal telefonaram para a redação a fim de votar (C1).
<i>pois foram escolhidos mais pessoas por isso a margem de erro diminui</i>	
<i>e porque as pessoas foram selecionadas ao acaso não há influência na opinião dos votantes.</i>	

A questão da 'influência' (termo utilizado por E007) revela o entendimento de que uma pesquisa eleitoral feita com pessoas selecionadas ao acaso, distribuídas no país, é mais representativa do que feita com pessoas de um público selecionado, como os do *Jornal 4*. Pessoas que, possivelmente, possuem um padrão de vida semelhante podem ter interesses comuns e, portanto, um candidato que se enquadre melhor aos seus interesses, ou ainda, pessoas que lêem um mesmo jornal podem ter uma opinião influenciada pelas informações por ele divulgadas, de modo a exercer uma *influência na opinião dos votantes*. A questão da validade da pesquisa também é revelada na produção E012, ao indicar que a pesquisa, 'por ser realizada com pessoas selecionadas ao acaso, tem maior chance de entrevistar pessoas de várias faixas de renda, ou seja, ser feita com um público menos selecionado'.

R. JORNAL 3 : pois teve a maior quantidade de cidadãos e com votos selecionados ao acaso tem maior chance de entrevistar pessoas de várias faixas de renda.

Figura 21 – Produção escrita presente na prova do participante E012.

Além disso, outra possibilidade para a expressão 'influência na' é a de que o participante se referisse à 'influência da opinião dos votantes', que é diferente de uma 'influência na', não sendo possível, determinar com certeza sua pretensão. Esta hipótese foi levantada a partir da leitura e análise da produção de E016 que segue.

Produção presente na prova E016

Leitura da produção

Os jornais que entrevistaram mais pessoas, possuem uma amostra maior, mais significativa.

Os jornais que entrevistaram mais pessoas são os *Jornais 3 e 4*. Parte da característica C3. Além disso, pode ter revelado o entendimento de que uma amostra maior é mais 'significativa'.

Porém a pesquisa do Jornal 4 foi feita por telefonemas de leitores a fim de votar, pode ser que várias pessoas (a favor ou contra o presidente) ligaram para "puxar" a pesquisa para seu lado.

Como a característica C3 se aplica aos *Jornais 3 e 4*, apenas ela não é suficiente para sua justificativa, isso é revelado pela palavra '*porém*' que o participante utiliza. A explicação que segue, revela a possibilidade de os eleitores quererem influenciar a pesquisa. Neste caso, haveria a influência da opinião dos votantes, uma vez que, por telefonema, poderiam fazê-lo mais de uma vez.

Quando as pessoas são selecionadas ao acaso isso não acontece, por isso, o Jornal 3 forneceria o resultado mais provável (amostra maior com pessoas selecionadas ao acaso).

Por fim, o participante reforça as características C1 e C3 e conclui '*Jornal 3*'.

A produção E010 também reforça a idéia de que parte dos leitores do *Jornal 4* poderiam querer influenciar a pesquisa e, nesse caso, haveria a influência da opinião dos leitores. A 'influência' é revelada pelo participante ao indicar que os leitores poderiam *prejudicar* ou *interferir* no resultado, ou seja, quando a ligação para votar é intencional, não servindo apenas para colaborar com a pesquisa.

- *Jornal 3.*
- 1º) *Quanto maior o número da amostra, melhor o grau de validade, ou de veracidade da pesquisa.*
- 2º) *As amostras selecionadas ao acaso também validizam maior veracidade. No caso do jornal 4, telefonaram para a redação somente dois grupos: aqueles que queriam apoiar o presidente e, portanto, colaborar com o número e aqueles que queriam prejudicar, ou seja, queriam interferir no resultado.*

Figura 22 – Produção escrita presente na prova do participante E010.

O participante E019, além de se fundamentar nas características C1 e C3 e concluir ‘*Jornal 3*’, apresenta outras explicações que anulam a possibilidade de outros jornais fornecerem o resultado mais provável.

Produção presente na prova E019	Leitura da produção
<i>A pesquisa mais confiável é a do Jornal 3,</i>	{ Conclui ‘ <i>Jornal 3</i> ’.
<i>pois a amostra de cidadãos para a pesquisa foi maior, logo tem mais chances de estar correto</i>	{ Parte da característica C3. Revela o entendimento de que quanto maior a amostra, menor o nível de erro.
<i>e porque foram selecionados ao acaso.</i>	{ Característica C1.
<i>No Jornal 1, estamos muito longe da eleição.</i>	{ ‘As pesquisas realizadas em datas mais próximas à data das eleições fornecem resultado mais confiável’.
<i>No Jornal 2, a amostra é menor.</i>	{ Em contraposição à característica C3, já assumida.
<i>No Jornal 4, os eleitores ligaram, pois já sabiam ou tinham intenção de voto.</i>	{ Em contraposição à característica C1, já assumida. Além disso, ao afirmar “ <i>os eleitores ligaram, pois já sabiam ou tinham intenção de voto</i> ”, o participante pôde ter como intenção sugerir que só ligariam para a redação aqueles eleitores com voto decidido, ou seja, descartando a possibilidade dos eleitores que anulariam ou votariam ‘em branco’ ligarem para darem suas opiniões. Informações importantes em uma pesquisa eleitoral, que não estariam inclusas na pesquisa do <i>Jornal 4</i> .

As produções dos participantes P017 e E015, presentes neste subgrupo, apresentam outras explicações para complementar sua justificativa.

O participante P017 aponta que “[...] *o Jornal 4 apesar de apresentar um índice maior não utilizou o mesmo critério que os demais*”. Inferimos que o índice, o qual se refere, é a porcentagem de leitores do jornal que apóiam o presidente (44,5%) que é a maior entre todas as pesquisas. Essa produção nos intrigou porque a explicação de ‘*o Jornal 4 apresentar maior porcentagem de leitores apoiando o presidente*’, ainda que tivesse utilizado o mesmo critério dos

demais (‘selecionar eleitores ao acaso’), não seria uma explicação eficaz para a justificativa de que o *Jornal 4* forneceria o resultado mais provável, pois a porcentagem apresentada não garante a validade da pesquisa. Inferimos, ainda, que este participante pode ter considerado que quanto maior a quantidade de pessoas que apóiam o presidente, mais ‘eficaz’ é a pesquisa. Outra possibilidade é a de que o participante possa ter feito uma outra interpretação do problema proposto e concluído que ‘quanto maior a quantidade de pessoas votantes no presidente, maior a possibilidade de ele vencer a eleição. Portanto, maior a possibilidade de o *Jornal 4* fornecer o resultado mais provável’.

O participante E015 apenas reforça sua justificativa: para ele “[...] *quanto maior amostra menor é o erro*”. Possivelmente ele quis dizer: ‘quanto maior a amostra, menor a possibilidade do resultado da pesquisa divergir do resultado provável’. Embora a nuance entre as expressões pareça ser mínima, há uma grande divergência entre elas, pois, uma amostra maior não garante, de fato, um maior nível de acerto, apenas reduz a possibilidade de erro.

O segundo subgrupo do grupo G2 é formado pelas produções dos participantes E008 e E011, os quais fundamentam sua justificativa nas características C2 e C3 e concluem que o *Jornal 3* forneceria o resultado mais provável.

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

O resultado mais provável seria:

R: O jornal 3, pois ele aborda ~~mais~~ mais pessoas ~~em relação ao jornal 1 e 2.~~

- Novamente o jornal 3, pois em relação ao jornal 4 o 3 são pessoas c/ direito a voto, enquanto o 4 eles só telefonaram, e talvez estes ainda não podem votar.

Figura 23 – Produção escrita presente na prova do participante E008.

Produção presente na prova E011

1º Quanto maior o número de pessoas numa pesquisa, maior a probabilidade de acerto.

2º Numa eleição não votam apenas quem quer. Todos são "democraticamente" convidados a votar.

Sendo assim, acredito que o Jornal 3 forneceria o resultado mais provável.

Leitura da produção

‘Quanto maior a amostra, maior a possibilidade do resultado da pesquisa convergir para o resultado provável (C3)’.

Inferimos que o participante ao registrar “[...] numa eleição não votam apenas quem quer” está se referindo ao modo como os leitores do *Jornal 4* participaram da pesquisa, ou seja, ligaram por vontade própria. Ao indicar que todas as pessoas são “democraticamente” convidadas a votar, o uso das aspas pode ser entendido como uma sátira para se referir às eleições nas quais o qual o voto é obrigatório para todas as pessoas que possuem direito a voto, como é o caso das eleições no Brasil. Portanto, o critério de colheita de amostra do *Jornal 4* seria falho, porque supostamente participou da pesquisa qualquer pessoa, possuía ou não direito a voto. Por este motivo, inferimos que se fundamentou na característica C2.

Conclui ‘Jornal 3’.

No terceiro subgrupo do grupo G2, há quatro produções. Os procedimentos desenvolvidos pelos participantes consistem em fundamentar a conclusão de que o *Jornal 3* é o fornecedor do resultado mais provável nas características C3 e C4. Embora as duas características permitam concluir ‘*Jornal 3*’, a justificativa feita com base nas mesmas características também permite concluir ‘*Jornal 4*’.

O participante E020, em sua produção, apresenta indícios de alguma outra estratégia ao calcular, por meio de regra de três, a quantidade de pessoas que apóiam o presidente nos *Jornais 2* e *4* (41% de 500 e 39% de 1000), obtendo respectivamente 205 e 390 como resultados, porém ele a abandona. A resposta apresentada parece não ter relação com os cálculos apresentados, pois eles não são utilizados na justificativa feita: “[...] *Jornal 3*, pois possui número maior de pessoas que apóiam o presidente em 20 de janeiro que antecede a eleição em 5 dias”. Pode ser que E020 tenha percebido que a quantidade de pessoas que apóiam o presidente, em cada pesquisa, não seria uma explicação eficaz para apresentar o ‘*Jornal 3*’ como conclusão. Os

participantes E021, P006 e P009 apenas fundamentam sua justificativa nas características C3 e C4. O participante P009 apresenta a seguinte produção.

Jornal - 3
 - Pela data ^{que foi} realizada a pesquisa
 - Pelo número de (eleitores) cidadãos que pesquisaram

Figura 24 – Produção escrita presente na prova do participante P009.

Por meio da análise da produção deste participante, inferimos que “[...] *pela data que foi realizada a pesquisa*” refere-se ao fato de a pesquisa ser realizada em data mais próxima à data da eleição (C4) e “[...] *pelo número de (eleitores) cidadãos que pesquisaram*” refere-se à quantidade de eleitores que foram entrevistados (1000) e, portanto, ao fato de a amostra ser maior do que as amostras dos *Jornais 1 e 2* (C3).

O quarto subgrupo do grupo G2 apresenta apenas uma produção. O procedimento desenvolvido pelo participante P022 é semelhante ao das produções presentes no terceiro subgrupo, difere-se delas apenas pelo fato de concluir que o *Jornal 4* é o fornecedor do resultado mais provável. Como dito anteriormente, as duas características (C3 e C4) permitem concluir que tanto o *Jornal 3*, quanto o *Jornal 4* forneceriam o resultado mais provável. Inferimos que o participante tenha optado pelo *Jornal 4* pelo motivo de que todas as pessoas que ‘tinham voto decidido’ ligaram para a redação, ou seja, os dados fornecidos pelos participantes seriam supostamente ‘mais verdadeiros’ do que no *Jornal 3*, no qual as pessoas são atraídas de forma inesperada, por este motivo, o *Jornal 4* poderia fornecer um resultado ‘mais provável’ do que do *Jornal 4*.

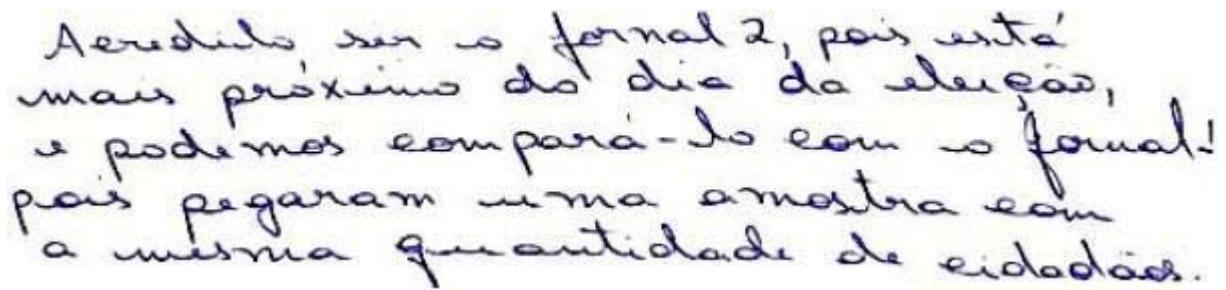
R: jornal 4, pois eles telefonaram p/ a redação, isto indica que os eleitores já tinham se decidido.
 - a quantidade de leitores que ligaram (1000).
 - a pesquisa estar mais próxima da eleição.

Figura 25 – Produção escrita presente na prova do participante P022.

No quinto subgrupo deste grupo, há apenas uma produção. O participante E017 apresenta duas explicações na sua justificativa. Uma é fundamentada na característica C1, na qual a seleção da amostra foi feita ao acaso. Mas, apenas a característica C1, não permite a conclusão feita de que o *Jornal 3* forneceria o resultado mais provável, pois apenas anula a possibilidade do *Jornal 4* fornecer o resultado mais provável. O participante E017 apresenta, então, outra explicação baseada no “percentual” de pessoas que apóiam o presidente, “*que é maior no Jornal 3 do que nos demais jornais*” (1 e 2). Acreditamos que o participante não esteja se referindo, diretamente, à porcentagem apresentada pelos jornais, mas à quantidade de eleitores que foram entrevistados, pois, se estivesse se baseando no percentual apresentado, seria mais provável ter indicado a pesquisa do *Jornal 2* como conclusão, já que ela indica que entrevistou 41%, enquanto a pesquisa do *Jornal 3* entrevistou 39,0%.

O sexto subgrupo apresenta apenas uma produção. Para justificar que o *Jornal 4* forneceria o resultado mais provável o participante E014 se baseia em duas explicações. Na primeira, que os eleitores telefonaram por vontade própria para o jornal, e ainda completa “[...] *ou seja, a decisão não depende da influência de outros sistemas*”. Pode ter considerado que, como os eleitores ligaram por vontade própria, seus votos estavam decididos e haveria pouca chance de mudarem de opinião até o dia da eleição e, por ‘não sofrer alguma influência’, seus votos seriam ‘mais verdadeiros’ que os demais dados recolhidos nas outras pesquisas. Dessa forma, a pesquisa do *Jornal 4* seria mais ‘confiável’ e, portanto, forneceria o resultado mais provável. A segunda explicação baseia-se na característica C3: “*porque a quantidade de leitores (1000) tem uma representatividade maior*”.

No sétimo subgrupo do grupo G2, há a produção de apenas um participante. Ele conclui que o *Jornal 2* forneceria o resultado mais provável e fundamenta sua explicação na característica C4. A característica é válida, porém a partir apenas dela também é possível concluir que as pesquisas dos *Jornais 3* e *4* forneceriam resultados prováveis. Inferimos que, por algum motivo, o participante P025 tenha descartado esta possibilidade, pois ele apenas compara a pesquisa do *Jornal 2* à pesquisa do *Jornal 1*, baseando-se no fato de a quantidade da amostra dos dois ser igual. Talvez, ao identificar que os *Jornais 3* e *4* possuíam amostras colhidas de diferentes formas, não haveria como compará-las às demais e, por isso, optou por comparar as pesquisas dos *Jornais 1* e *2*.



Acredito ser o jornal 2, pois está mais próximo do dia da eleição, e podemos compará-lo com o jornal! pois pegaram uma amostra com a mesma quantidade de cidadãos.

Figura 26 – Produção escrita presente na prova do participante P025.

No grupo **G3**, há as produções de dois participantes que elaboram uma explicação, não fundamentada nas quatro características levantadas, para justificar a escolha do jornal, o qual seria o fornecedor do resultado mais provável.

No primeiro subgrupo do grupo G3, há a produção do participante P004 que apresenta uma explicação sobre a qual não conseguimos inferir. O participante responde apenas: “*Jornal 4 porque de 1000 cidadãos a probabilidade é a metade*”. Com esta explicação também seria possível concluir o *Jornal 3*, porém ficamos restritos à produção escrita do participante sem condições de responder por qual motivo ele optou pelo *Jornal 4*.

Presente, no segundo subgrupo de G3, está a produção do participante E025 apresenta a justificativa, “*Jornal 4, pois se a eleição fosse dia 25 de janeiro possivelmente teria mais de 1000 eleitores*”, a qual revela que pode ter prevalecido em sua resposta a possibilidade do presidente ganhar a eleição. Neste caso, o *Jornal 4* é o que mostra o maior favoritismo do presidente. Como a pesquisa do *Jornal 4* possui uma amostra maior em relação à pesquisa dos *Jornais 1 e 2* e uma porcentagem maior em relação à pesquisa do *Jornal 3*, a quantidade de eleitores que apóiam o presidente é maior do que nos demais jornais, e, no caso de o presidente ganhar a eleição, a pesquisa do *Jornal 4* é que teria mostrado o maior favoritismo. O que parece prevalecer na produção da justificativa nessa questão é a informação, do enunciado, sobre a porcentagem de apoio ao presidente.

No grupo **G4**, há apenas a produção do participante P016. Nessa produção, o participante calcula a quantidade de eleitores que apóiam o presidente em cada pesquisa e se baseia em duas explicações para justificar que o *Jornal 3* forneceria o resultado mais provável. Na primeira explicação, o participante se fundamenta na quantidade de eleitores que apóiam o presidente e, na segunda, na quantidade de pessoas entrevistadas, “*foram entrevistados maior*

número de pessoas” (inferimos ser a característica C3, ou seja, a amostra é maior em relação às pesquisas dos *Jornais 1 e 2*). Entretanto, o que nos chama a atenção é que, se baseando nestas explicações, seria mais provável o participante ter indicado o *Jornal 4*, pois, são maiores, a quantidade de pessoas entrevistadas (característica dos *Jornais 3 e 4*) e a quantidade de eleitores que apóia o presidente (440 no *Jornal 4* e 390 no *Jornal 3*). Inferimos que, embora não esteja registrado, o participante possa ter encontrado algum motivo pelo qual o *Jornal 4* não forneceria o resultado mais provável, mas, como a questão exigia duas explicações, pode ter acreditado que as duas apresentadas já seriam suficientes.

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

$$J_1 = 540 \cdot \frac{36,5}{100} = 5 \cdot 36,5 = 182,5$$

$$J_2 = 540 \cdot \frac{41}{100} = 205$$

$$J_3 = 1000 \cdot \frac{39}{100} = 390$$

$$J_4 = 1000 \cdot \frac{44,5}{100} = 445$$

Como mostra os cálculos, o Jornal 4 forneceria o resultado mais provável.

Figura 27 – Produção escrita presente na prova do participante E024.

Há no quinto grupo de estratégias (**G5**), a produção do participante E024, o qual calcula a porcentagem de eleitores que apóiam o presidente em cada jornal e responde: “*como mostra os cálculos, o Jornal 4 forneceria o resultado mais provável*”. Inferimos que o participante possa ter feito outra interpretação do enunciado da questão. Ele pode, por exemplo, ter considerado que, no caso do presidente ser efetivamente eleito, das 4 pesquisas a que mais apresentou o favoritismo do presidente foi a do *Jornal 4*. Portanto, ‘a pesquisa do *Jornal 4* teria fornecido o resultado mais provável’.

O grupo **G6** é formado por apenas uma produção. Em um primeiro momento, o participante E018 divide 39 e 44,5 por dois obtendo, respectivamente, 19 e 22,25 como resultados. Inferimos que ele efetuou esses cálculos na tentativa de poder comparar as pesquisas dos 4 jornais, os quais possuem amostras de tamanhos diferentes. Ele considera que, como as

amostras dos *Jornais 3 e 4* possuem o dobro de pessoas entrevistadas, em relação aos *Jornais 1 e 2*, a porcentagem apresentada por eles seria reduzida à metade caso fossem entrevistados apenas 500 cidadãos. Por isso, divide 39% e 44,5% por dois para obter essas porcentagens. Em um segundo momento, calcula a regra de três: 6 está para 36,5% assim como 20 está para x , obtendo ' $x=120\%$ ' (multiplica 36,5 por 20 obtendo 720). Assim como tentou igualar o tamanho da amostra das pesquisas, parece, com esses cálculos, tentar buscar uma forma de poder comparar a pesquisa do *Jornal 1* aos outros três, pois a pesquisa do *Jornal 1* é feita no dia 6, enquanto que dos demais jornais são feitas no dia 20. Ele ainda subtrai 36,5 de 41 obtendo 4,5. O participante E018 apresenta a seguinte justificativa.

Produção presente na prova E018	Leitura da produção
<i>Jornal 1</i>	{ Conclui <i>Jornal 1</i> . { O que mostra que as pesquisas dos <i>Jornais 3 e 4</i> não forneceriam resultados prováveis, pois a porcentagem de pessoas que apóiam o presidente é menor em relação aos jornais <i>Jornais 1 e 2</i> . { Para comparar OS <i>Jornais 1 e 2</i> que restaram, considera que, como a pesquisa do <i>Jornal 1</i> foi feita no dia 6, é possível que até o dia 20 esta porcentagem aumente até 41% ou mais. Ou seja, o <i>Jornal 1</i> apresentaria uma maior quantidade de pessoas apoiando o presidente.
<i>[...]- em relação ao Jornal 3 e 4 se compararmos a 500 cidadãos a porcentagem seria bem baixa.</i>	
<i>- Comparando com o Jornal 2 entre dia 6 e 20 houve uma diferença de 4,5 o que igualaria os dois ou provavelmente ultrapassaria.</i>	

O que parece estar em jogo, nessa produção, não é a probabilidade das pesquisas dos jornais fornecerem o resultado mais provável, mas a possibilidade de o presidente ganhar a eleição. Assim como na produção E013, o que parece prevalecer é a popularidade do presidente.

No último grupo (**G7**), há apenas uma produção. Nela, o participante E023 considera que a porcentagem apresentada pelas pesquisas dos *Jornais 1 e 2* aumenta proporcionalmente com o tamanho da amostra. Por isso, por meio de cálculos de regras de três, obtém a porcentagem de apoio ao presidente dos *Jornais 1 e 2*, caso possuíssem amostra de 1000 cidadãos que seria de '73%' e '82%', respectivamente. Do mesmo modo, calcula a porcentagem das pesquisas dos *Jornais 3 e 4*, caso possuíssem amostras de 500 cidadãos, e obtém 19,5% e

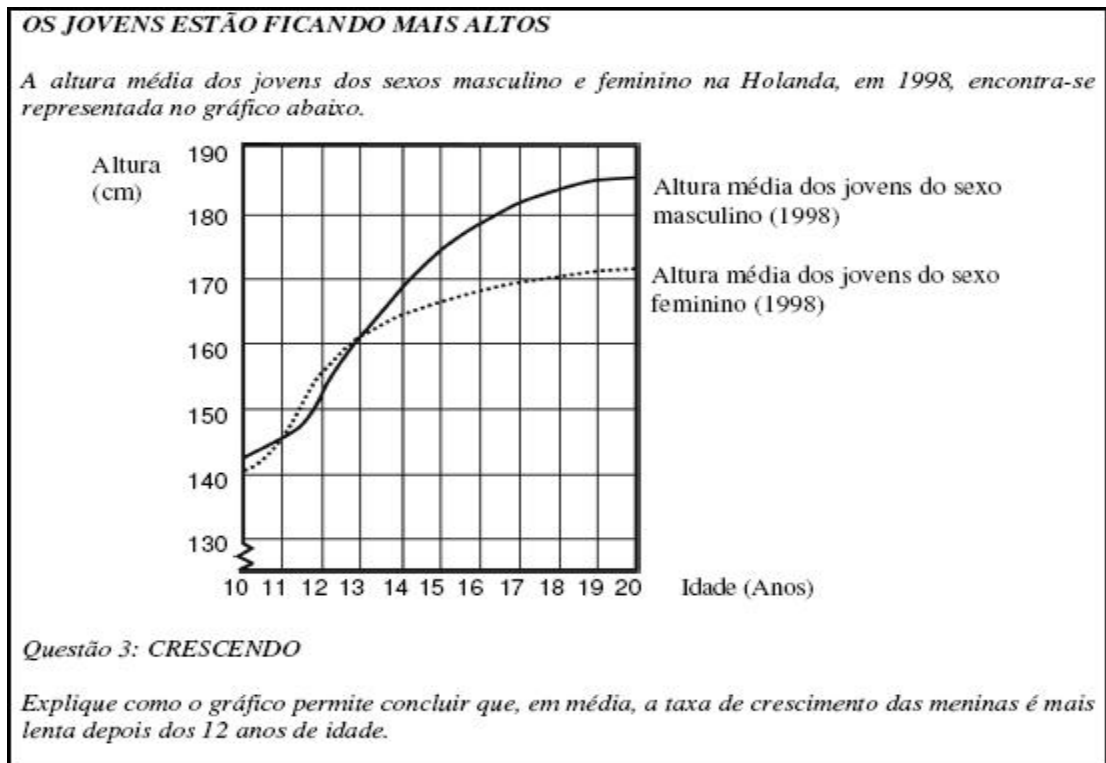
22,25%, respectivamente. Ele apresenta a seguinte resposta.

R_1 = no jornal 2 o apoio é maior pois se tiveram selecionadas 1000 pessoas vieram 82% de apoio.
 R_2 = também poderia ser o jornal 3 pelo mesmo motivo.

Figura 28 – Parte da produção escrita presente na prova do participante E023.

Por não ter apresentado produção escrita alguma, ficou de fora deste agrupamento apenas P032.

3.5 QUESTÃO – CRESCENDO (ITEM 3)



Para solucionar a questão, é preciso que se faça uma leitura interpretativa do gráfico e se apresente uma explicação para a conclusão de que ‘a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos doze anos de idade’. A partir dessa conclusão, somos levados a pensar que a taxa é menor em relação a alguma outra taxa, a qual julgamos ser ‘a taxa de crescimento antes dos doze anos’. Com base nessa leitura e interpretação feita do enunciado, levantamos duas possíveis explicações que poderiam justificar o porquê da conclusão feita. Outras explicações também poderiam se derivar destas.

- A inclinação da curva que representa a taxa de crescimento das meninas após os doze anos é menor em relação à inclinação da curva antes dos doze anos.
- Comparando a taxa de crescimento das meninas dos doze aos vinte anos de idade com a taxa de crescimento dos dez aos doze anos é possível verificar que a taxa, após os doze, é proporcionalmente menor.

Por meio da análise da produção escrita dos professores participantes desta pesquisa foi possível verificar que apresentaram as explicações levantadas anteriormente de várias formas e também expuseram outras. A partir da leitura de suas explicações, conseguimos compor quatro grupos pelas estratégias e procedimentos desenvolvidos. A estratégia, nessa questão, envolve o modo geral como ela é abordada, como apresentar construção de tabelas ou gráficos e/ou uma ou mais explicações. O procedimento é o modo pelo qual a estratégia é implementada, que tipo de explicações são fornecidas, que gráficos ou tabelas são construídos.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Apresenta apenas uma explicação.	Apresenta uma explicação baseada na curvatura da linha que representa a altura média das meninas	E006, E007, E023, P014, P025, P026
		Apresenta uma explicação baseada na comparação das curvas que representam a altura média dos meninos e das meninas.	E004, E008, E014, P022, P029
		Apresenta uma explicação baseada na comparação do crescimento médio dos meninos com o das meninas.	E012, E015, E025, P009, P020
		Apresenta uma explicação baseada na observação do ângulo de inclinação das curvas.	E001, E010, E020, E021
		Apresenta uma explicação baseada na quantidade de centímetros que as meninas crescem após os doze anos.	E018, P004, P006, P027
		Apresenta uma explicação baseada no crescimento dos meninos após os treze anos.	E013, P016
		Apresenta uma explicação baseada na comparação das taxas de crescimento das meninas antes e após os treze anos.	P017, P028
		Apresenta uma explicação baseada na comparação da idade com a altura.	P019
G2	Apresenta duas explicações.	Apresenta uma explicação baseada no ângulo de inclinação da curva que representa a altura média das meninas e na comparação da altura média antes e após os doze anos.	E019
		Apresenta uma explicação baseada na comparação do crescimento médio e na inclinação das curvas que representam as alturas médias dos meninos e das meninas após os doze anos de idade.	E016
G3	Esboça um gráfico de linhas e apresenta uma explicação.	Apresenta o esboço de um gráfico no qual reproduz as linhas que representam a altura média das meninas e dos meninos do gráfico de enunciado. Apresenta uma explicação baseada na curvatura da linha que representa o crescimento das meninas.	E011
G4	Reproduz as informações do gráfico que dizem respeito à altura das meninas e apresenta uma certificação.	Reproduz as informações do gráfico que dizem respeito à altura das meninas em intervalos de um ano, dos dez aos 16 anos. Certifica que a taxa de crescimento das meninas é mais lenta após os catorze anos.	P010

Quadro 20 – Grupos por estratégia de resolução do terceiro item da questão CRESCENDO.

O primeiro grupo **G1** é formado pelas produções de 30 participantes. A estratégia desenvolvida envolve a apresentação de apenas uma explicação, como pedido no

enunciado.

No primeiro subgrupo do grupo G1, há seis produções nas quais os participantes apresentam explicações que inferimos estarem baseadas na curvatura da linha pontilhada, a qual representa a altura média das meninas.

Produção presente na prova	Leitura da produção
<p>E006 <i>Pois o gráfico tende a ficar constante, a curva não sobe e nem desce rapidamente.</i></p>	<p>{ ‘A curva que representa a altura média das meninas, após os doze anos, indica que os valores do contradomínio da função, que define a curva, tendem a ficar constantes’.</p>
<p>E007 <i>Por se tornar quase constante os valores não variam muito, os pontos permanecem quase na mesma altura.</i></p>	<p>{ ‘A curva que representa a altura média das meninas, após os doze anos, apresentam valores que não variam muito em relação aos valores apresentados na mesma curva antes dos doze anos’.</p>
<p>E023 <i>Porque a curva que apresenta as jovens é mais acentuada.</i></p>	<p>{ Inferimos que tenha utilizado a palavra acentuada para se referir ao fato de que a curva das meninas, após os doze anos de idade, é mais tênue do que a dos meninos.</p>
<p>P014 <i>A curva não é muito acentuada. Não há muita variação.</i></p>	<p>{ ‘A curva que representa a altura média das meninas, após os doze anos, não é muito acentuada, o que indica que os valores do contradomínio da função, que define a curva, não variam muito’.</p>
<p>P025 <i>Pela linha da curvatura do gráfico, o crescimento diminui e sua progressão é menor.</i></p>	<p>{ ‘Pela linha da curvatura do gráfico, que representa a altura média das meninas, é possível verificar que a taxa de crescimento, aos doze anos de idade, aumenta mais lentamente em relação à taxa de crescimento antes dos doze anos’.</p>
<p>P026 <i>Devido a curvatura do segmento do gráfico.</i></p>	<p>{ ‘Por meio da curvatura da linha que representa a altura média das meninas é possível verificar que a taxa de crescimento das meninas é mais lenta após os doze anos de idade’.</p>

Pela leitura da explicação de E023, tentamos encontrar uma possibilidade da curva que representa a altura média das meninas ser ‘mais acentuada’ para compreender o que

supostamente quis explicar. Entre os onze e treze anos, ela parece ser mais acentuada que a curva dos meninos, porém, para uma explicação nessa direção, o participante teria feito uma outra interpretação do enunciado, como: ‘explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é maior que a dos meninos antes dos doze anos de idade’.

Há, no segundo subgrupo de G1, as produções de seis participantes, os quais apresentam uma explicação baseada na comparação das curvas que representam a altura média dos meninos e das meninas. Inferimos que os participantes tenham interpretado que era para justificar que, após os doze anos de idade, a taxa de crescimento das meninas se tornava mais lenta que a dos meninos e, por isso, apresentam explicações baseadas na comparação das curvas.

Produção presente na prova	Leitura da produção
E004 <i>Pois, a partir desta idade o gráfico apresentou uma curva mais acentuada, enquanto a dos meninos uma curva mais exponencial.</i>	{ ‘Pois, a partir dos doze anos, o gráfico mostra que a curva que representa a altura média das meninas é mais tênue do que a curva que representa a altura média dos meninos’.
E008 <i>Eu concluo comparando ao crescimento dos meninos, devido a curva e a altura de diferença mais ou menos 10 cm.</i>	{ Por meio da observação das curvas que as representam, conclui que a taxa de crescimento das meninas é mais lenta que a dos meninos.
E014 <i>A linha curva (Pontilhada) teve um crescimento acentuado em relação a outra linha.</i>	{ ‘A linha curva que representa a altura média das meninas é mais tênue em relação à linha curva que representa a altura média dos meninos’.
P022 <i>Analisando o gráfico, fica claro, que os meninos crescem mais, pela curva significativamente maior.</i>	{ Por meio da análise das curvas que representam a altura média das meninas e dos meninos, conclui que os meninos crescem mais rapidamente que as meninas após os doze anos.

A seguir, apresentamos a produção escrita de P029, o qual faz uma análise das curvas que representam a altura média das meninas e dos meninos, com o intuito de justificar que a taxa de crescimento das meninas é menor do que a taxa de crescimento dos meninos após os doze anos de idade.

Devido a curva do sexo feminino ser menos inclinada que a curva do sexo masculino, em outras palavras, considerando a taxa de variação como a derivada das funções e esta representar, para cada ponto, o coeficiente angular da reta tangente à função naquele ponto, percebemos que a derivada das funções ~~de~~ da função das mulheres no ponto correspondente à mesma idade que a derivada da função dos homens em seu respectivo ponto será menor, indicando menor inclinação e conseqüente menor taxa de crescimento.

Figura 29 – Produção escrita presente na prova do participante P029.

Há, no terceiro subgrupo de G1, as produções de cinco participantes que apresentam uma explicação baseada na comparação do crescimento médio dos meninos e das meninas. Inferimos que os participantes responsáveis pelas produções presentes neste subgrupo também tenham interpretado que era para justificar que a taxa de crescimento das meninas se tornava mais lenta que a taxa de crescimento dos meninos após os doze anos de idade, assim como os participantes do segundo subgrupo.

Justificativas	Prova
<i>Porque a partir dos 12 anos elas crescem por ano a metade da quantidade que os meninos crescem.</i>	E012
<i>Porque os meninos têm uma taxa de crescimento mais elevada que as meninas entre 12 e 13 anos havendo um “empate” depois as meninas passa a crescer menos que os meninos.</i>	E015
<i>Acredito que deve ter feito uma amostra com pessoas do sexo masculino e feminino, mas mesmo assim o gráfico não pode concluir. Pelo gráfico pode-se ver que as meninas têm crescimento mais lento depois dos 12 anos em relação aos meninos.</i>	E025
<i>Aos 13 anos as meninas e meninos tem a mesma altura, após essa idade o gráfico apresenta desenvolvimento maior dos meninos.</i>	P009
<i>Observa-se que as meninas manteve um crescimento lento, crescendo um pouco + de 10 cm até os 20 anos. Os meninos tiveram um crescimento acelerado, crescendo mais de 20 cm, no mesmo período.</i>	P020

Quadro 21 – Distribuição das produções do terceiro subgrupo do grupo G1.

No quarto subgrupo de G1, há as produções de quatro participantes, os quais apresentam explicações baseadas na observação do ângulo de inclinação das curvas.

Produção presente na prova

Leitura da produção

<p>E001 <i>Analisando o ângulo de inclinação em cada intervalo e 1 ano, a partir de 12 anos.</i></p>	}	<p>‘Analisando o ângulo de inclinação em cada intervalo de um ano e observando que a cada ano ele se torna menor é possível concluir que a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos doze anos analisando o ângulo de inclinação em cada intervalo de um ano e observando que a cada ano ele se torna menor’.</p>
<p>E010 <i>O ângulo de inclinação do segmento curvo que representa o crescimento das meninas é menor a partir dos doze (12) anos, o que indica que o crescimento é mais lento.</i></p>	}	<p>‘É possível concluir que o ângulo de inclinação da curva que representa a altura média das meninas, depois dos doze anos, é menor do que o ângulo de inclinação da curva antes dos doze anos’.</p>
<p>E020 <i>A curva possui ângulo de inclinação com a horizontal maior.</i></p>	}	<p>‘O ângulo de inclinação da curva, que representa a altura média dos meninos, é maior do que o ângulo de inclinação da curva que representa a altura média das meninas. Por isso, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta do que a taxa de crescimento dos meninos’</p>
<p>E021 <i>Devido a inclinação do gráfico.</i></p>	}	<p>‘Por meio da observação da inclinação da curva que representa a altura média das meninas é possível concluir que a taxa de crescimento é mais lenta depois dos doze anos’.</p>

Há, no quinto subgrupo de G1, quatro produções nas quais os participantes apresentam explicações baseadas na quantidade de centímetros que as meninas crescem após os doze anos de idade. Inferimos que, nessas produções, os participantes fazem referências à quantidade de centímetros que as meninas crescem depois dos doze anos, com o intuito de explicar que essa quantidade é relativamente menor àquela de centímetros que crescem antes dos doze anos, pois o intervalo de tempo, dos doze aos vinte anos, é maior do que o intervalo de tempo dos dez aos doze, no qual o crescimento é de, aproximadamente, 15 centímetros.

Justificativas	Prova
<i>Entre 12 e 20 anos o crescimento foi aproximado a 10 cm. O crescimento neste período foi pequeno.</i>	E018
<i>Porque ele fica na altura de 155 até 160 metros.</i>	P004
<i>Porque elas permaneceram no 160 cm a 170 cm não tendo muito crescimento.</i>	P006
<i>A partir dos 12 anos de idade as meninas crescem aproximadamente 1,55m até 1,70 m.</i>	P027

Quadro 22 – Distribuição das produções do quinto subgrupo do grupo G1.

O sexto subgrupo do grupo G1 é formado pelas produções de E013 e P016, os quais apresentam explicações baseadas no crescimento dos meninos após os doze anos de idade. O participante E013 explica que “*por meio da curva que apresenta, é o período que os meninos se desenvolvem mais*”, e P016 que “*porque após os 13 anos os meninos aumentaram o crescimento de 1,60 a 1,80*”. Inferimos que tenham dado essas explicações para justificar que a taxa de crescimento dos meninos, após os treze anos, é ‘menos lenta’ do que a taxa de crescimento das meninas.

No sétimo subgrupo, há as produções de P017 e P028, os quais fazem uma comparação das taxas de crescimento das meninas antes e após os doze anos para justificar que após os doze o crescimento se torna mais ‘lento’. O participante P017 explica que “*entre 11 e 12 anos as meninas tiveram um aumento mais significativo, o crescimento aumentou mais ou menos em 10 cm em um ano*” e que, após os doze anos, “*este crescimento foi menor*”.

O participante P028 explicita que, entre os treze e vinte anos, as meninas crescem em média dez centímetros, enquanto que, dos dez aos treze anos, crescem aproximadamente 20 centímetros. Inferimos que o principal motivo que os levaram a fazer as comparações entre a quantidade de centímetros que crescem em média as meninas antes e após os doze não seja, propriamente, a diferença de centímetros entre um período e outro, mas a desproporcionalidade em relação à quantidade de anos de cada período.

O oitavo subgrupo apresenta apenas a produção de P019, o qual expõe a explicação “*relacionando a idade com a altura*”. É possível que, com essa explicação, o participante tenha pensado em calcular a razão entre quantidade média de centímetros que as meninas crescem, a cada ano, com sua respectiva idade e observar que essa razão, ano a ano, se

torna cada vez menor.

O segundo grupo de estratégia **G2** é formado pela produção de dois participantes, os quais apresentam duas explicações para a questão pedida.

No primeiro subgrupo de G2, há a produção de E019, o qual apresenta uma explicação baseada no ângulo de inclinação da curva que representa a altura média das meninas e na comparação da altura média delas antes e após os doze anos.

Produção presente na prova E019

Porque a inclinação da reta das meninas diminui, ela começa a estacionar, formando uma assíntota, logo as meninas chegaram a uma altura média parecida, não tendo aumentos bruscos na altura,

ficando entre o intervalo dos 12 aos 20 anos em uma altura que varia pouco, de 1,60m a 1,70m.

Leitura da produção

‘Porque o ângulo de inclinação da curva que representa a altura média das meninas torna-se gradativamente menor, ano a ano, após os doze anos, de modo que o valor da altura tende a ficar constante’.

‘A diferença entre a altura média das meninas, dos doze e dos 20 anos de idade, é relativamente menor do que a diferença entre a altura média das meninas dos dez e doze anos’.

O segundo subgrupo de G2 é formado pela produção de E016, o qual apresenta uma explicação baseada na comparação do crescimento médio dos meninos e das meninas, após os doze anos de idade, e na inclinação das curvas que o representam.

Produção presente na prova E016

Podemos ver que dos 12 aos 20 as meninas geralmente crescem 16 cm enquanto que os meninos crescem 20 cm.

E basta observar o formato da “linha”, a inclinação da que mostra o crescimento dos meninos é maior.

Leitura da produção

Compara a crescimento médio dos meninos e das meninas.

Faz uma comparação das inclinações das curvas que representam o crescimento médio dos meninos e das meninas.

O grupo **G3** é formado apenas pela produção de E011, o qual apresenta o esboço de um gráfico de linhas e uma explicação. No gráfico esboçado, reproduz as linhas do gráfico do enunciado que representam a altura média das meninas e dos meninos. Além disso,

expõe uma explicação baseada na curvatura da linha que representa o crescimento das meninas.

*Ela é mais regular. Não há alteração
muito grande. O crescimento é mais "uniforme".*

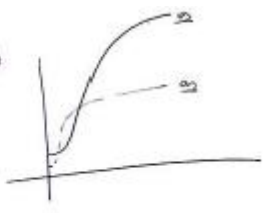


Figura 30 – Produção escrita presente na prova do participante E011.

Inferimos que E011, ao utilizar o termo ‘ela’, em sua explicação, se refira à curvatura da linha que representa a altura média das meninas após os doze anos de idade, fazendo uma comparação com a curvatura da linha que representa a idade média das meninas dos dez aos doze anos.

No quarto grupo de estratégia (**G4**), há apenas a produção de P010, que reproduz as informações do gráfico relativas à altura das meninas em intervalos de um ano, dos dez aos dezesseis anos, e apresenta uma certificação, na qual a taxa de crescimento das meninas é mais lenta após os catorze anos.

*Observando o gráfico → sobre 10 aos 11 anos - 140 A ± 145
 " 11 aos 12 anos - ± 145 A ± 157
 " 12 aos 13 anos ± 157 A ± 160
 " 13 aos 14 anos ± 160 A ± 164
 " 14 aos 15 anos ± 164 A ± 166
 " 15 aos 16 anos ± 166 A ± 168*

*Na realidade a queda é a partir dos 14 anos
segundo o gráfico*

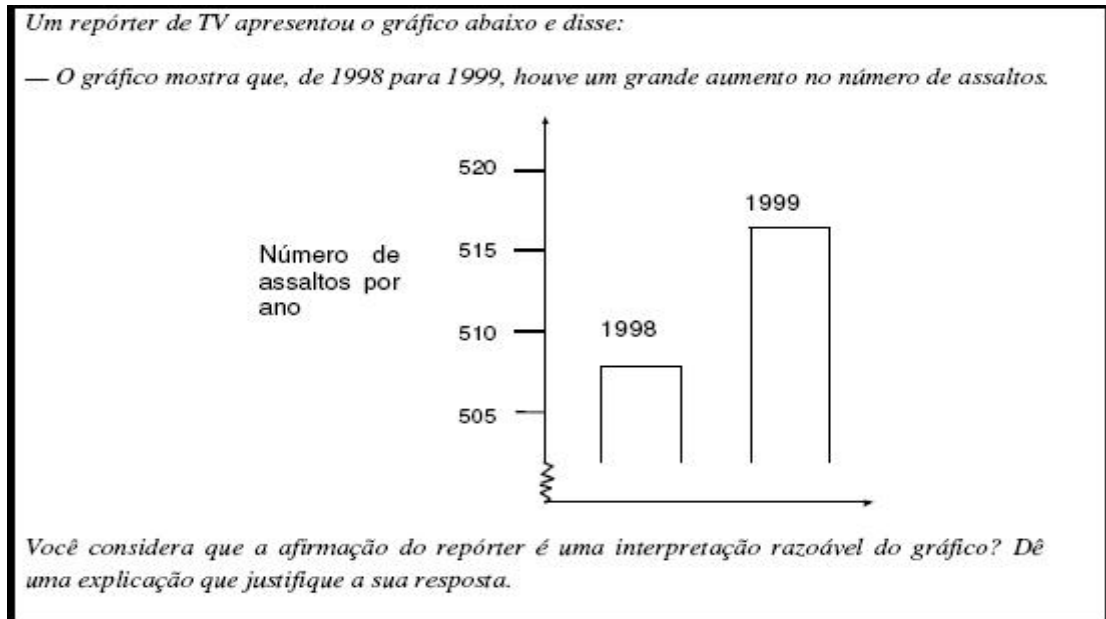
Figura 31 – Produção escrita presente na prova do participante P010.

A partir do levantamento feito pelo participante das informações do gráfico,

inferimos que ele tenha feito uma leitura da quantidade média de centímetros que as meninas crescem por ano após os dez anos, verificando que: dos dez aos onze anos, cresce aproximadamente, cinco centímetros; dos onze aos doze anos, doze centímetros; dos doze aos treze anos, três centímetros; dos treze aos catorze anos, quatro centímetros; dos catorze aos quinze anos, dois centímetros; dos quinze aos dezesseis anos, dois centímetros. Pela resposta que apresentou, parece ter julgado que uma taxa de crescimento lenta seria de dois centímetros por ano e, por isso, ela ficou mais ‘lenta’ a partir dos catorze anos de idade.

Ficaram de fora deste agrupamento E009, E017, E024 e P032 por não apresentarem produção escrita alguma.

3.6 QUESTÃO – ASSALTOS



A partir da análise do enunciado desta questão, constatamos que são feitas duas exigências, a primeira de apresentar uma resposta (sim/não) que diz respeito à afirmação do repórter ser razoável, a segunda é de que esta resposta seja justificada por meio de alguma explicação que a fundamente. A partir da inferência de algumas possíveis explicações que poderiam ser fornecidas pelos participantes, levantamos três explicações básicas em que os participantes poderiam se apoiar para fundamentar a resposta da primeira pergunta feita na questão.

- O aumento no número de assaltos, de um ano para outro, é relativamente baixo comparado com o total de assaltos no ano de 1998/1999.
- A taxa de porcentagem que representa o aumento é pequena.
- Faltam dados da quantidade de assaltos dos anos anteriores para fazer um julgamento.
- O gráfico é tendencioso, o aumento é pequeno.

Por meio da análise das produções escritas, observamos que estes tipos de explicações, além de outras, foram apresentadas para justificar se a afirmação do repórter era razoável ou não, ou para justificar a impossibilidade de fornecer uma resposta para a primeira pergunta. A estratégia, nessa questão, envolve o modo mais geral que o participante aborda, como apresentar apenas uma ou mais de uma explicação, apresentar explicações baseadas nas operações aritméticas efetuadas. Os procedimentos envolvem o modo mais particular como as estratégias são desenvolvidas, que tipo de explicações são dadas, quais operações aritméticas são apresentadas. Analisamos as estratégias e procedimentos desenvolvidos pelos participantes e construímos oito grupos por meio dos quais faremos a nossa análise e, posteriormente, a discussão.

Grupo	Estratégia	Procedimentos	Provas
G1	Apresenta apenas uma explicação.	Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento.	E019, E025, P017, P022, P025, P026
		Considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, representa um grande aumento.	E013, P020
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o aumento proporcional não é grande.	E012, E016
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que faltam dados para fazer comparações.	E021, P010
		Não faz consideração sobre a afirmação do repórter. Explica que faltam dados para fazer comparações.	E024
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico é tendencioso.	E011, P016
		Não faz consideração sobre a afirmação do repórter. Explica que o gráfico é tendencioso.	E009
		Considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico não apresenta dados precisos.	P004
		Considera que a afirmação do repórter pode ser uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico não apresenta dados precisos.	P032

G2	Apresenta duas explicações.	Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que o aumento proporcional não é grande.	E014, P027
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que o gráfico é tendencioso.	E006, P009
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que faltam dados para fazer comparações.	E010
		Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico é tendencioso e que faltam dados para fazer comparações.	E004
		Considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico é tendencioso e que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento.	E008
G3	Escreve as quantidade de assaltos dos anos de 1998 e 1999 e a diferença entre elas. Apresenta duas explicações.	Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que o gráfico é tendencioso.	P006, E023
G4	Resolve uma regra de três. Apresenta uma explicação.	Monta e resolve uma regra de três: $\begin{array}{r} 508 - 100\% \\ 516 - x \end{array}$ Divide 516 por 508 obtendo 1.01. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o aumento proporcional não é grande.	E001
G4		Monta e resolve uma regra de três: $\begin{array}{r} 100\% - 500 \\ x - 9 \end{array}$ Divide 9 por 5 obtendo 2. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o aumento proporcional não é grande.	P028
G5	Efetua uma divisão. Apresenta uma explicação.	Divide 8 por 508 obtendo 1,5%. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o aumento proporcional não é grande.	P014
G6	Efetua uma divisão. Apresenta duas explicações.	Divide 516 por 508 obtendo 1,015. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o aumento proporcional não é grande e que faltam dados para fazer comparações.	P029

G7	Efetua uma subtração Apresenta uma explicação.	Subtrai 508 de 513 obtendo 5. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico.	E020
G8	Efetua uma subtração Apresenta duas explicações.	Subtrai 507 de 517 obtendo 10. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que faltam dados para fazer comparações.	E007
		Subtrai 507 de 517 obtendo 500. Considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Explica que o gráfico é tendencioso e que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento.	E018

Quadro 23 – Grupos por estratégia de resolução da questão ASSALTOS.

O grupo **G1** é formado pelas produções de 18 participantes cuja estratégia é apresentar apenas uma explicação para a questão. Desse grupo, conseguimos formar oito subgrupos de procedimentos, os quais foram determinados pelas respostas dadas à primeira pergunta e pelo tipo de explicação feita.

Há, no primeiro subgrupo de G1, as produções de seis participantes, os quais consideram que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Suas explicações indicam que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento. Em alguns casos, os participantes estimaram a diferença a partir da leitura do gráfico e a apresentaram como sendo ‘pequena’.

Produção presente na prova	Leitura da produção
E019 <i>Não, pois tivemos um aumento de aproximadamente 9 assaltos, logo não houve um grande aumento de assaltos do ano de 1998 p/ 1999, sem mesmo calcular aproximadamente quanto aumentou, basta olhar a escala que está de 5 em 5 assaltos.</i>	Estima que, no ano de 1999, houve um aumento de nove assaltos, o que não representa um grande aumento. Discorda da afirmação do repórter, o qual possivelmente observou só o aspecto visual do gráfico sem ter calculado o aumento.
E025 <i>Não, pois foi mais ou menos 10 assaltos no ano, isso não é um grande aumento em 365 dias.</i>	Estima que a diferença de assaltos de um ano para outro é 10. Afirma que essa quantidade não representa um grande aumento comparado com a quantidade de dias que tem um ano.
P017 <i>Acredito que houve um aumento razoável e não grande, pois se 1998 o número de assalto por ano era inferior a 510 e em 1999 ele ultrapassa 515 por ano.</i>	Considera que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e 1999, é razoável mas não grande.
P022 <i>Não é razoável, pois houve o aumento, mas não um grande aumento. De 507,5 p/ 517 não é um número tão grande assim.</i>	Considera que a afirmação do repórter não é razoável, pois o aumento na quantidade de assaltos (aproximadamente 10) não representa um grande aumento.

- P025** *Não, por que em 1998 houve pouco mais de 505 assaltos e em 1999 um pouco mais de 515 (≈ 10 assaltos a mais de um ano p/ o outro não justifica a afirmação do repórter. O gráfico não está de acordo com a informação prestada pelo repórter.*
- P026** *O número de assaltos aumentaram de 1998 para 1999, mas o repórter não poderia ter dito que foi um grande aumento. O número de assaltos nestes dois anos permaneceram na mesma centena (5).*
- Considera que uma diferença de, aproximadamente, dez assaltos não representa um grande aumento e, por isso, a afirmação do repórter não é razoável. Além disso argumenta que o gráfico não apresenta a informação prestada pelo repórter.
- Considera que, apesar de ter aumentado a quantidade assaltos de um ano para outro, a afirmação do repórter não é razoável, pois a diferença foi tão pequena que a quantidade de assaltos permaneceu entre 500 e 599.

No segundo subgrupo do grupo G1, há duas produções nas quais os participantes consideram que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico, pois a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, representa um grande aumento. O participante E013 explica que é possível visualizar, no gráfico, o aumento considerável de assaltos do ano de 1998 para 1999, explicação similar à de P020, o qual justifica que, apenas ‘verificando’ as colunas, é possível perceber que a quantidade de assaltos de 1999 é ‘bem maior’ do que a de 1998. Inferimos que ambos participantes tenham produzido suas explicações com base no aspecto visual do gráfico.

O terceiro subgrupo de G1 apresenta as produções de E012 e E016, os quais consideram que a afirmação do repórter não é razoável. Suas explicações indicam que o aumento proporcional é pequeno. Na produção de E012, o participante apenas apresenta a explicação “*Não, pois o aumento foi pequeno, menos que 2%*”, porém não deixa indícios de como calculou essa porcentagem. O participante E016 não chega a calcular a porcentagem, mas faz uma comparação entre a quantidade que representa a diferença de assaltos de 1998 e 1999 com a quantidade de assaltos de 1999, indicando que a quantidade que representa a diferença do número de assaltos é relativamente pequena. Ressalta, ainda, que a afirmação do repórter foi baseada no aspecto visual do gráfico.

Credito que não, pois o aumento foi de aproximadamente 9 assaltos e que não representa um grande aumento comparado com o total que foi de aproximadamente 517.

Ele não observou a escala, apenas o desenho.

Figura 32 – Produção escrita presente na prova do participante E016.

Há, no quarto subgrupo de G1, as produções de dois participantes, os quais não consideram razoável a afirmação do repórter. Suas justificativas indicam que faltam dados no gráfico para fazer comparações. Os ‘dados’ aos quais se referem dizem respeito ao aumento no número de assaltos dos anos anteriores.

Justificativas	Prova
<i>Não, para tal afirmação é necessário que o gráfico apresente dados de anos anteriores que servirão como parâmetro.</i>	E021
<i>Pelo gráfico acho errado fazer essa afirmação, pois como comparar com os outros anos anteriores a 1998. (faltam dados).</i>	P010

Quadro 24 – Distribuição das produções do quarto subgrupo do grupo G1.

No quinto subgrupo de G1, há a produção de E024, o qual não apresenta consideração sobre a afirmação do repórter, com a alegação de que faltam dados no gráfico para fazer um posicionamento. Os dados aos quais se refere dizem respeito ao tamanho da amostra colhida para a representação gráfica. A partir da resposta apresentada, inferimos que o participante consideraria um grande aumento se a amostra fosse colhida em uma pequena população, como em um bairro, vila ou cidade pequena, mas um pequeno aumento se a população fosse um país.

Não pode fazer considerações alguma acerca da interpretação e afirmação do repórter, visto que não foi informado se o gráfico mostra a estatística de um país, cidade, vila, bairro, rua, quadra.

Figura 33 – Produção escrita presente na prova do participante E024.

Há, no sexto subgrupo de G1, as produções de E011 e P016, os quais consideram que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico e apresentam explicações baseadas na ‘tendenciosidade’ do gráfico. Inferimos que a explicação fornecida pelo participante P016 (o gráfico não está bem definido) pode indicar que ‘o aspecto visual do gráfico não representaria corretamente os dados apresentados’ e, por esse motivo, a afirmação do repórter não é razoável.

Produção presente na prova E011	Leitura da produção
<i>O gráfico não oferece uma interpretação razoável,</i>	{ Uma vez que o gráfico não oferece uma interpretação razoável, a afirmação do repórter não pode ser considerada razoável.
<i>ele induz uma interpretação, no qual os leitores podem acreditar num número de assaltos muito maior do que é realmente.</i>	{ ‘O gráfico é tendencioso, ou seja, induz o leitor a fazer uma interpretação equivocada’.
<i>Interpretação errônea.</i>	{ Refere-se à afirmação feita pelo repórter.
<i>A barra que representa ser o mais que o dobro da barra que representa o ano de 1998.</i>	{ ‘A barra que representa a quantidade de assaltos do ano de 1999 parece mostrar o dobro de assaltos do ano de 1998, o que de fato, não é’.

O sétimo subgrupo apresenta a produção de E009, na qual explica que a representação gráfica não é boa devido à escala utilizada. Com isso, inferimos que, embora não tenha apresentado consideração alguma sobre a afirmação do repórter, pela sua explicação, é possível verificar que não a considerou razoável.

O oitavo subgrupo de G1 é representado pela produção de P004, o qual considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico. Sua explicação é

baseada no fato de que o gráfico não apresenta dados precisos, como o número exato de assaltos do ano de 1998 e 1999. Inferimos que o participante possa ter considerado que, por o gráfico não apresentar informações precisas, ‘qualquer interpretação poderia ser considerada razoável’, assim como a do repórter.

No nono subgrupo de G1, está a produção de P032, o qual considera que a afirmação do repórter pode ser uma interpretação razoável do gráfico. Sua justificativa é baseada no fato de que, no gráfico, faltam informações, como local de onde foram coletados tais dados.

Podem ser. O repórter interpreta como um grande aumento no número de assaltos de 1998 para 1999, e a questão acima não garante que a quantidade de assaltos em 98 e em 99 foram coletados de uma mesma cidade.

Figura 34 – Produção escrita presente na prova do participante P032.

O segundo grupo de estratégias (**G2**) é formado pelas produções de sete participantes, os quais apresentam duas explicações para justificar que a afirmação do repórter é ou não uma interpretação razoável do gráfico.

No primeiro subgrupo do grupo G2, há duas produções nas quais os participantes consideram que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Justificam que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que o aumento proporcional não é grande.

Justificativas	Produção
<i>Não, a interpretação do repórter não é razoável. A diferença entre os números que representa os assaltos nos anos de 1999 a 1998 é pequena. Comparado com os assaltos ocorridos no ano de 1998. A variação percentual é muito pequena.</i>	E014
<i>O repórter não teve uma boa interpretação do gráfico, pois se analisarmos os números de 507 p/ 517 não se pode considerar um grande aumento. Houve um aumento, mas não pode-se considerar grande. Se fosse colocado em porcentagem perceberia-se que não há um grande aumento.</i>	P027

Quadro 25 – Distribuição das produções do primeiro subgrupo do grupo G2.

O segundo subgrupo do grupo G2 apresenta as produções de P006 e E009, os quais consideram que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico e explicam que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que o gráfico é tendencioso.

Produção presente na prova P006	Leitura da produção
<i>Não pois não aumentou tanto.</i>	{ A afirmação do repórter não é razoável, pois o aumento não foi tão grande. { A diferença entre a quantidade de assaltos dos anos de 1998 e 1999 é pequena. { O gráfico é tendencioso.
<i>De 508, aproximadamente, para 518 (aprox.) não tem tanta diferença.</i>	
<i>O gráfico está mal elaborado para enganar o leitor.</i>	

Devido a escala utilizada o gráfico não ficou bem representado.

Figura 35 – Produção escrita presente na prova do participante E009.

No terceiro subgrupo de G2, há a produção de E010, o qual considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. O participante explica que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento e que faltam dados para fazer comparações.

Produção presente na prova E006	Leitura da produção
<i>É uma explicação do gráfico,</i>	{ Considera que a afirmação do repórter poderia ser uma explicação razoável do gráfico. { Por outro lado, considera que, pelo que apresenta o gráfico, não houve um grande aumento. { Considera ainda que é preciso mais dados para afirmar se a diferença apresentada entre a quantidade de assaltos, dos anos de 1998 e 1999, é grande ou pequena.
<i>porém, não se pode dizer que houve um “grande” aumento pois a escala do eixo y mostra menos de 10 assaltos de diferença entre os anos citados.</i>	
<i>Há outros fatores a serem considerados, por exemplo, em que universo de habitantes isso se aplica? Dependendo do número de habitantes ± 10 assaltos a mais pode significar muito, ou pouco.</i>	

O quarto subgrupo de G2 apresenta a produção de E004, o qual considera que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico e explica que: o gráfico é tendencioso e faltam dados para fazer comparações.

R: Penso que não, pois, o que dá essa ideia é a tabulação (tendenciosa) que foi utilizada no gráfico, e não temos outras informações sobre o lugar e o crescimento populacional do mesmo para esta conclusão.

Figura 36 – Produção escrita presente na prova do participante E004.

Há, no quinto subgrupo a produção de E008, o qual considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico. O participante apresenta as explicações de que o gráfico é tendencioso e que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento.

No terceiro grupo de estratégias (**G3**), há duas produções (P006 e E023) nas quais os participantes escrevem as quantidade de assaltos, dos anos de 1998 e 1999, e a diferença entre elas, além de apresentarem duas explicações para justificar que afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Na produção de P006, o participante escreve e circula os números 508, 516 e 8 e apresenta a seguinte resposta:

Produção presente na prova P006	Leitura da produção	
<i>Houve pouca diferença de valores numéricos ± de 505 assaltos para ±516 tendo um aumento de 8.</i>	}	A diferença entre a quantidade de assaltos, dos anos de 1998 e 1999 (8), não representa uma grande aumento.
<i>Enquanto as barras com os anos mostram uma diferença bem maior.</i>		‘As barras do gráfico indicam que a diferença é bem maior do que de fato é’.

Na produção de E023, o participante escreve que, em 1998, a quantidade de assaltos foi de 508 e, em 1999, foi de 512, gerando uma diferença de apenas quatro assaltos. Ele explica que o “gráfico é equivocado, na representação dá impressão que os assaltos dobraram,

mas a realidade é outra, só teve um aumento de ± 4 assaltos de um ano para outro”. Ou seja, embora o aumento tenha sido pequeno, o aspecto visual do gráfico sugere que o aumento foi bem maior.

No grupo **G4**, há apenas duas produções, nas quais os participantes resolvem uma regra de três e, para justificar que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico, explicam que o aumento proporcional não é grande. O participante E001 monta e resolve a regra de três: 508 está para 100% assim como 516 está para x. Divide 516 por 508 obtendo 1.01. Apresenta como resposta: “Não. Foram ± 8 assaltos. Um pouco mais de 1%”. O participante P028 apresenta a seguinte produção.

$16\% - 508$
 $2 \quad 9$
 $x = \frac{9}{5} = 2\%$

Não. Considerando o número de assaltos do ano de 1998, 500 como 100%, o aumento signi fica apenas 2% de um ano para outro.

Figura 37 – Produção escrita presente na prova do participante P028.

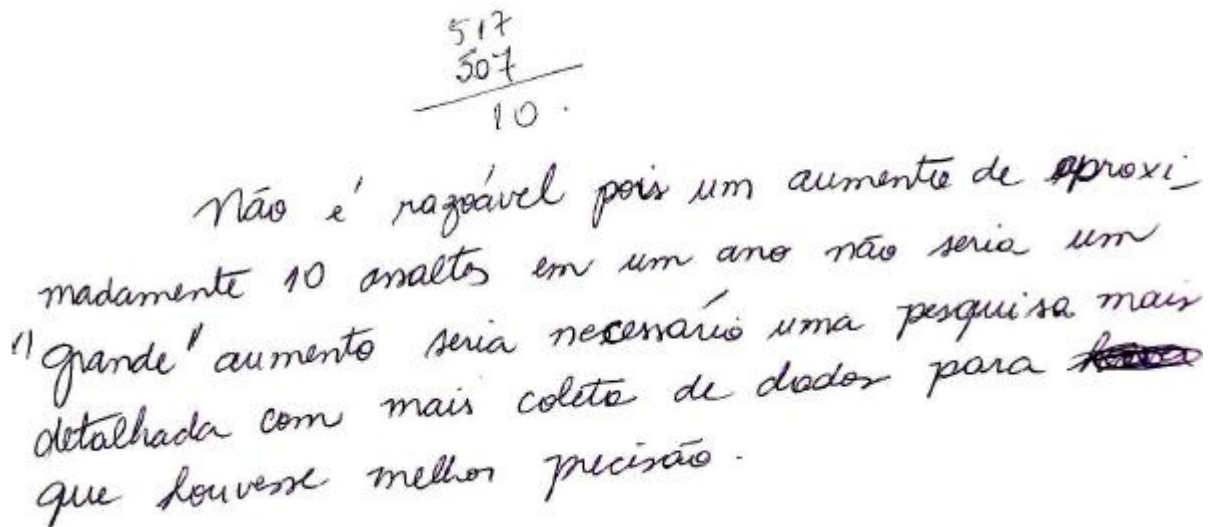
Há no quinto grupo de estratégias (**G5**) a produção de P014, o qual efetua uma divisão e conclui que o aumento proporcional da quantidade de assaltos, do ano de 1999, não é tão grande e que, por isso, a interpretação do repórter não é razoável. Ele divide 8 (que julgamos ser a quantidade que representa o aumento de assaltos do ano de 1998 para 1999) por 508 (quantidade de assaltos do ano de 1998) obtendo 1,5%. Apresenta como resposta: *a interpretação não foi razoável, pois 1,5% a mais não é uma diferença tão grande assim.*

O sexto grupo de estratégias (**G6**) é formado pela produção de P019, o qual desenvolve uma estratégia similar à de P014 (grupo G5): calcular a taxa do aumento proporcional de um ano para outro. Porém ele apresenta duas explicações para justificar que a interpretação do repórter não é razoável. A primeira indica que o aumento proporcional (1,5%) não é tão grande e a segunda, que faltam as taxas de aumento dos anos anteriores para fazer comparações.

No grupo **G7**, há apenas a produção de E020, cuja estratégia envolve uma subtração e a apresentação de uma explicação para justificar que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico. Ele subtrai 508 de 513 obtendo 5 como diferença e explica que a quantidade de ‘5 assaltos’ não representa uma grande aumento em um ano. Presentes, no

oitavo grupo de estratégias (**G8**), estão as produções de E007 e E018, os quais efetuam uma subtração e apresentam duas explicações para justificar que a afirmação do repórter não é uma interpretação razoável do gráfico.

O primeiro subgrupo de G8 é formado pela produção do participante E007, o qual calcula a diferença da quantidade de assaltos, dos anos de 1998 e 1999, ao subtrair 507 de 517 obtendo 10. Suas explicações são indicadas pela diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representar um grande aumento e pela falta dados para fazer comparações.



$$\begin{array}{r} 517 \\ - 507 \\ \hline 10 \end{array}$$

Não é razoável pois um aumento de aproximadamente 10 assaltos em um ano não seria um "grande" aumento seria necessário uma pesquisa mais detalhada com mais coleta de dados para ~~isso~~ que houvesse melhor precisão.

Figura 38 – Produção escrita presente na prova do participante E007.

No segundo subgrupo de G8, há a produção de E018, o qual calcula a diferença da quantidade de assaltos, dos anos de 1998 e 1999, ao subtrair 507 de 517 obtendo 500. As explicações de E018 indicam que o gráfico é tendencioso e que a diferença entre a quantidade de assaltos, do ano de 1998 e do ano de 1999, não representa um grande aumento.

Ficaram de fora desse agrupamento E015, E017 e P019 por não apresentarem produção escrita alguma.

4 UM REPENSAR

4.1 DISCUSSÃO

Nesta seção, apresentamos alguma discussão norteadas pelos objetivos definidos para esta investigação. Embora, nesta pesquisa, tenhamos nos dedicado a estudar a produção escrita de professores que ensinam matemática na Educação Básica, nossa discussão se estende para os processos de ensino e aprendizagem na perspectiva da Educação Matemática, utilizando, como pano de fundo, as análises que fizemos.

4.1.1 O Encaminhamento Dado nas Resoluções (Estratégias e Procedimentos)

A partir de uma análise dos grupos de estratégias e procedimentos produzidos, fizemos um levantamento de quais foram as formas mais gerais que os participantes abordaram as questões. Analisamos os tipos de estratégias que desenvolveram, independentemente do enunciado da questão, para compor o seguinte quadro sobre o qual faremos alguma discussão.

Estratégia	Taxa de Câmbio	Lixo	Notas de Prova	Apoio ao Presidente	Crescendo	Assaltos	Total
Apenas justificativa ³⁸ .	12	26	20	32	31	25	146
Regra de três e justificativa.	11			1		2	14
Divisão e justificativa.	8					2	10
Dados do enunciado e justificativa.			9		1		10
Esboço de um gráfico e justificativa.		8			1		9
Subtração e justificativa.						5	5
Porcentagem e justificativa.				2			2
Média e justificativa.			2				2
Multiplicação e justificativa.	1						1
Divisão, subtração e justificativa.	1						1
Multiplicação, divisão e justificativa.	1						1
Divisão, regra de três e justificativa.	1			1			2
Total	35	34	31	36	33	34	203

Quadro 26 – Estratégias mais gerais que os participantes elaboraram nas seis questões analisadas.

Com esse agrupamento, é possível notar que, em todas as produções, os participantes apresentaram, pelo menos, uma justificativa, ou explicação, ou argumento, ou opinião, o que nos permitiu fazer inferências. Isso se deve ao fato de que, em todos os itens analisados, é pedida alguma forma de justificativa, o que não é bastante frequente em questões rotineiras de sala de aula. Com isso, podemos considerar que uma forma de propiciar uma melhor

³⁸ Para a montagem do quadro consideramos como ‘justificativa’ qualquer forma de argumentação, explicação, opinião apresentada, fosse uma ou mais. Assim como, consideramos como estratégia ‘regra de três’ a apresentação de uma ou mais regras de três, ‘divisão’ a apresentação de uma ou mais divisões, e assim por diante.

compreensão sobre as *maneiras de lidar* dos estudantes é propor, no enunciado das questões de matemática, que sejam apresentadas justificativas, explicações ou argumentos a respeito do que desenvolvem. Acreditamos também que, para além do desenvolvimento de apenas procedimentos matemáticos, qualquer tipo de justificativa pode contribuir para que os estudantes não vejam a matemática apenas como um conjunto de operações numéricas, mas como uma forma de pensar as situações nas quais elas são necessárias.

O primeiro grupo indica que a estratégia que os participantes mais utilizam é a *apresentação de apenas uma ou mais justificativas*. Apenas com exceção do item ‘Taxa de Câmbio’, essa estratégia também é a mais utilizada em cada uma das questões nas quais os participantes não lançaram mão de outros procedimentos para apresentar suas justificativas. Esse indício pode revelar que o ‘pensar matematicamente’ nem sempre precisa estar associado ao desenvolvimento de operações numéricas escritas.

A estratégia de *desenvolver uma ou mais regra de três e apresentar uma ou mais justificativas* é a segunda mais utilizada pelos participantes, aparecendo em três dos seis itens analisados e com maior frequência no terceiro item da questão ‘Taxa de Câmbio’. Isso se deve ao fato de o item tratar de um tema que envolve, especificamente, uma proporcionalidade. Nos demais itens, ela foi utilizada apenas como recurso para encontrar valores percentuais.

No terceiro grupo, há a estratégia em que os participantes *efetuam divisões e apresentam justificativas*, presente em oito produções do terceiro item da questão ‘Taxa de Câmbio’ e em duas produções da questão ‘Assaltos’. As divisões efetuadas fazem parte da estratégia, porque serviram de apoio para as justificativas dadas.

A estratégia de *retirar dados do enunciado e apresentar justificativas* foi utilizada nos itens ‘Notas de Prova’ e ‘Crescendo’ – ambos apresentam gráficos em seus enunciados. Esse tipo de estratégia revela que os participantes fizeram uma sistematização das informações presentes nos gráficos para apresentarem suas justificativas. Realizar esse tipo de sistematização é um procedimento importante na resolução de problemas que envolvem gráficos, pois pode contribuir para que a resolução não fique apenas associada ao seu aspecto visual e, com isso, reduzir a frequência de ‘erros’ e ‘falsas interpretações’.

O *esboço de um gráfico*³⁹ e a *apresentação de justificativas* é um tipo de estratégia presente nas produções das questões ‘Crescendo’ e ‘Lixo’, sendo mais frequente nessa

³⁹ Consideramos para a montagem do agrupamento o esboço de ‘eixos cartesianos’ como ‘esboço de gráfico’.

última, na qual os participantes, possivelmente, esboçaram os gráficos na tentativa de reconhecer quais dificuldades teriam ao construí-lo a partir das informações da tabela, já que o enunciado sugere que o gráfico de barras não é o mais adequado para representar tais informações. Com isso, todos os participantes que lançaram mão dessa estratégia acabaram encontrando alguma dificuldade para produzir o gráfico e chegaram à conclusão de que ele realmente não era o mais adequado e, assim, puderam formular suas justificativas com base nas suas próprias experiências. Esse tipo de estratégia, que envolve a tentativa de esboçar gráficos a partir de tabelas, ou tabelas a partir de gráficos, ou de fazer qualquer outro tipo de registro que seja, para refutar ou comprovar uma proposta do enunciado, é uma boa alternativa, pois pode contribuir para uma melhor interpretação das informações tratadas, bem como, estabelecer relações entre os tipos de representações.

A estratégia que envolve uma ou mais *subtrações e a apresentação de justificativas* surge em apenas cinco produções da questão ‘Assaltos’, na qual os participantes calcularam a diferença entre a quantidade de assaltos dos anos de 1998 e 1999. Embora o cálculo dessa diferença não seja tão complexo para os professores participantes, acreditamos que o tenham apresentado pelo fato de que, na aplicação da prova, foi fortemente recomendado que eles registrassem suas resoluções com a maior riqueza de detalhes possível. Recomendações como essa podem servir para que os estudantes criem um ‘hábito’ de registrar suas formas de pensar matematicamente, bem como de sistematizá-las, o que pode contribuir para uma melhor compreensão a respeito da situação na qual estão trabalhando, tanto quanto pode enriquecer a análise da produção escrita feita pelo professor.

O *cálculo de média e a apresentação de justificativas* foi uma estratégia utilizada em apenas duas produções da questão ‘Notas de Prova’. Ela foi desenvolvida porque os participantes fizeram uma outra interpretação do enunciado, diferente da ‘esperada’. Apesar de a estratégia utilizada não resolver o problema proposto, ela resolve o outro que eles interpretaram. Além disso, foi desenvolvida de forma bastante coerente, o que serviu para expressar suas justificativas. Essa informação revela que os participantes, apesar de dominar os procedimentos matemáticos úteis para resolução da questão, apresentam alguma dificuldade no processo de interpretação do enunciado. Um questionamento e busca de respostas sobre qual foi o problema que o estudante resolveu e como o fez podem servir de apoio para que o professor obtenha informações sobre quais tipos de interpretações os alunos fazem dos enunciados. Nesta direção,

estão os trabalhos de Dalto (2007) Viola dos Santos (2007).

Cada uma das estratégias de efetuar

- *multiplicação e apresentar justificativa;*
- *divisão, subtração e apresentar justificativa;*
- *multiplicação, divisão e apresentar justificativa;*
- *divisão, regra de três e apresentar justificativa*

foi apresentada apenas uma vez em quatro produções do terceiro item da questão ‘Taxa de Câmbio’. Todas as operações serviram de apoio para que os participantes produzissem suas respostas e justificativas para o item. Notamos, ainda, que essa foi a questão em que os participantes apresentaram maior diversidade de procedimentos. Questões que permitem uma ampla variedade de estratégias podem contribuir para que o professor obtenha uma maior quantidade de informações a respeito do que os estudantes mostram saber sobre, por exemplo, a manipulação de procedimentos rotineiros⁴⁰ tais como os que foram apresentados (divisão, multiplicação, etc.), independentemente da interpretação que fazem do enunciado. Esse é um tipo de questão que chamaríamos de *transparente*, segundo a definição de Van den Heuvel-Panhuizen (2005), pois dá possibilidade de os estudantes terem liberdade na forma pela qual abordam o problema.

A estratégia que envolve *uma divisão, uma regra de três e uma justificativa*, foi elaborada também por mais um participante na questão ‘Apoio ao Presidente’. A justificativa dada revelou que a divisão e a regra de três serviram para transformar dados que, para o participante, eram ‘incomparáveis’ em dados ‘comparáveis’. Embora essa estratégia tenha sido descrita como sendo a ‘mesma’ utilizada por um participante na produção do item ‘Taxa de Câmbio’, em cada item, ela assume um significado diferente, dependendo da relação estabelecida com o enunciado. O mesmo ocorreu com as demais estratégias nos diferentes itens.

Quanto às estratégias e aos procedimentos desenvolvidos pelos participantes, nos casos em que algum procedimento parecia não estar relacionado com os demais, esse não foi considerado como sendo parte da estratégia. Por exemplo, foi considerado como estratégia o desenvolvimento de ‘uma divisão e uma justificativa’, quando a justificativa revelava a utilização da divisão, ou seja, caso o participante tenha efetuado uma subtração que não estivesse relacionada à justificativa, a subtração foi apenas descrita nos procedimentos, mas não na

⁴⁰ Chamamos de rotineiros os procedimentos que são, frequentemente, trabalhados na sala de aula.

estratégia.

As estratégias nas questões resolvidas foram definidas a partir do levantamento, descrição e análise dos procedimentos apresentados. Consideramos como procedimentos: quaisquer operações aritméticas efetuadas; cálculos e registros desenvolvidos para efetivar tanto as de regras de três quanto o cálculo de médias e porcentagens; as respostas apresentadas; os tipos de justificativas feitas, ou seja, analisamos cada um desses itens de forma isolada para fazer a descrição. A partir dela, estabelecemos uma relação entre as justificativas feitas (já que era um procedimento fundamental nas questões) com os outros procedimentos desenvolvidos, a fim de compreendê-los e identificar a estratégia elaborada.

Na análise individual das questões, agrupamos as estratégias e procedimentos independentemente de elas resolverem o problema proposto ou não. Isto é, em alguns grupos foram apresentadas produções que desenvolveram o mesmo tipo de estratégia, embora com interpretações diferentes. Com isso, concluímos que, muitas vezes, os participantes dominam estratégias e procedimentos que resolveriam o problema proposto, mas que os utilizam para resolver outro problema, aquele que interpretaram, assim como já revelado na pesquisa de Dalto (2007). Da mesma forma, descrevemos os procedimentos, sem nos ater se estavam corretos ou não, pois o interesse nesta pesquisa era conhecer as *maneiras de lidar* dos participantes nas questões analisadas.

4.1.2 A ‘Matemática’ Apresentada nas Resoluções

Nesta seção, apresentaremos, para além das estratégias e procedimentos, ferramentas ou conceitos matemáticos que os professores apresentam em suas resoluções.

O terceiro item da questão ‘Taxa de Câmbio’ é o que mostra, em relação aos demais itens, a maior quantidade de estratégias e procedimentos diferentes. A partir da análise feita, pudemos concluir que os participantes lançaram mão de procedimentos rotineiros para sua resolução. A regra de três foi o procedimento matemático mais utilizado em suas resoluções, seguido pela divisão e pela multiplicação. De modo geral, esses procedimentos são conhecidos pelos participantes e dão conta, em parte, de resolver a questão. A maior dificuldade que

apresentaram, ao lidar com esses procedimentos, esteve relacionada às operações aritméticas com números decimais.

A questão ‘Taxa de Câmbio’ exige a apresentação de uma justificativa e, por causa disso, a resolução não se limita apenas à manipulação de procedimentos rotineiros, como acontece com grande parte dos problemas apresentados em livros didáticos. A partir da análise das justificativas deste item, identificamos uma conclusão matemática relacionada ao conceito de divisão, qual seja: ‘quanto maior for o divisor para um mesmo dividendo menor será o quociente’.

A questão ‘Lixo’ foi a que apresentou menor diversidade de procedimentos em relação às demais questões. As formas mais gerais que os participantes apresentaram foi o desenvolvimento de justificativas e a tentativa de esboçar um gráfico com os dados da tabela. Por outro lado, em suas justificativas, apresentaram conceitos relacionados à construção de gráficos de barras, como a impossibilidade de representar: dados que guardam uma desproporcionalidade entre si, intervalos de tempo, dados imprecisos, dados que não estejam na mesma unidade de medida.

As principais justificativas apresentadas na questão ‘Notas de Prova’ foram baseadas no fato de que havia, no *Grupo A*, uma nota discrepante interferindo no cálculo da média, na quantidade de alunos aprovados/reprovados, na quantidade de alunos com notas superiores à 80 e/ou inferiores à 50. Com essa questão, os participantes mostraram saber lidar com as informações presentes no gráfico de colunas e apresentaram conceitos relacionados ao cálculo de média (por exemplo, que um dado discrepante pode interferir no cálculo da média).

Na questão ‘Apoio ao Presidente’, os participantes também mostraram saber lidar com a resolução de regras de três, cálculo de porcentagem e divisão, porém, em duas produções apresentaram dificuldades ao realizar operações aritméticas com números decimais. As justificativas dadas revelaram que, de modo geral, os participantes levaram em conta questões sobre: o conceito de amostragem; o tamanho e o tipo de seleção da amostra; a data de coleta das informações; a validade da pesquisa.

Na questão ‘Crescendo’, das 33 produções analisadas, 31 apresentaram apenas uma explicação sem uso de outros procedimentos. As explicações mais freqüentes foram baseadas na análise que fizeram das curvas do gráfico. A partir dessas análises, levantaram considerações sobre quando os valores tendiam a ficar constantes, quando alteravam muito

rapidamente, sobre as taxas de crescimento, ângulo de inclinação e o coeficiente angular da função que define a curva em determinados pontos.

Os participantes, na questão ‘Assaltos’, fizeram uso de procedimentos bastante desenvolvidos em outros itens, como regra de três, divisão e subtração. Ao apresentar suas justificativas, levantaram algumas considerações a respeito da exposição do gráfico, como:

- para dizer se houve um grande aumento, é preciso analisar a taxa de porcentagem de aumento;
- a falta de dados no gráfico não permite emitir uma justificativa;
- a ‘tendenciosidade’ do gráfico pode levar a uma falsa interpretação das informações;
- para fazer uma leitura de um gráfico, é preciso analisar a escala utilizada para representar os dados;
- o aspecto visual de um gráfico pode influenciar na leitura das informações.

4.1.3 As Possíveis Interpretações que Fazem dos Enunciados

Nesta seção, apresentamos inferências e considerações a respeito das interpretações que os participantes fizeram dos enunciados das questões.

Na questão ‘Taxa de Câmbio’, a maioria dos participantes parece ter interpretado que o enunciado pedia para justificar a vantagem ou desvantagem de Mei-Ling na conversão de moedas e as estratégias e os procedimentos desenvolvidos foram coerentes com as interpretações feitas do enunciado, pois os levaram a apresentar suas justificativas. Em somente três produções, os participantes apenas indicaram a vantagem ou desvantagem de Mei-Ling sem apresentar justificativa alguma. Inferimos que, das leituras do enunciado, os participantes podem ter interpretado que era apenas para indicar a vantagem ou não de Mei-Ling ou, ainda, ter interpretado que deveriam justificar, embora não tenham conseguido elaborar alguma justificativa.

Nas 34 produções escritas analisadas da questão ‘Lixo’, é possível considerar que, em 33, os participantes interpretaram que o gráfico de barras não era o mais apropriado,

assim como indicado no enunciado. Em apenas uma produção, o participante indica um outro gráfico como sendo o apropriado para representar os dados da tabela. Acreditamos que esse participante possa ter interpretado que deveria apresentar um gráfico que fosse apropriado, e, além disso, ter considerado que a apresentação de um outro gráfico já seria uma forma de justificativa.

A questão ‘Notas de Prova’ é a que a apresenta a menor quantidade de produções em relação às questões analisadas. Acreditamos que o fato de seis participantes não tê-la resolvido esteja relacionado com a compreensão da expressão ‘um argumento matemático’, o qual pode ter se constituído em um obstáculo.

Nessa questão, a maioria dos participantes parece ter interpretado que deveriam apresentar argumentos que pudessem apoiar os estudantes do *Grupo A* a convencer o professor de que o *Grupo B* não foi o melhor em todo momento. Em uma produção dessa questão, há indícios de que o participante não tenha visualizado, no gráfico, a informação de que havia no, *Grupo A*, um aluno com nota inferior à média, o que interferiu em sua justificativa. Porém, sua justificativa foi coerente com as informações que ‘leu’ do enunciado. Em outra produção, inferimos que o participante interpretou que deveria apresentar um argumento para o fato do *Grupo B* ter sido o melhor, pois sua explicação vai nessa direção. Em duas outras produções, inferimos que os participantes tenham interpretado que o ‘professor do enunciado’ tenha calculado incorretamente as médias dos *Grupos A* e *B*. Por isso, suas estratégias foram desenvolvidas para conferir se a média do *Grupo B* era realmente maior do que do *Grupo A*.

A questão ‘Apoio ao Presidente’ apresenta interpretações que remetem à justificativa de que tanto os *Jornais 1, 2, 3* ou *4* poderiam fornecer o resultado mais provável.

A maioria dos participantes apresenta interpretações de que o modo como as amostras foram selecionadas poderia invalidar as pesquisas realizadas por alguns jornais. A segunda interpretação mais freqüente foi baseada na possibilidade de o presidente vencer a eleição e, com isso, os participantes indicavam a pesquisa que mostrava o favoritismo do presidente. Talvez, esse tipo de interpretação esteja relacionada com as experiências pessoais dos indivíduos.

Na questão ‘Crescendo’, é possível notar a maior diversidade de interpretações. Apresentamos, a seguir, os tipos de interpretação que inferimos a partir da análise das produções escritas apresentadas:

- apresentar uma explicação para o fato de que o crescimento das meninas é mais lento, após os 12 anos, comparado com o crescimento antes dos 12 anos;
- apresentar uma explicação para o fato de que o crescimento das meninas, após os 12 anos, é mais lento que o crescimento dos meninos;
- apresentar uma explicação que compare o crescimento médio das meninas e dos meninos em todo o período;
- apresentar uma explicação que aponte a quantidade de centímetros que as meninas crescem após os 12 anos;
- apresentar uma explicação que aponte a quantidade de centímetros que os meninos crescem após os 13 anos;
- verificar a partir de qual idade as meninas começam a crescer menos rapidamente.

A diversidade de interpretação pode ser um indício de que o enunciado da questão não foi suficientemente claro para os participantes. Com isso, é preciso ter em conta que, algumas vezes, é o enunciado da questão que precisa ser revisto. A seguir, apresentamos uma reformulação do enunciado que, consideramos, poderia reduzir a divergência de interpretações.

Fragmento do enunciado original	Reformulação do enunciado
<i>Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.</i>	<i>Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas depois dos 12 anos de idade é mais lenta do que antes dos 12 anos.</i>

Quadro 27 – Possível reformulação do enunciado da questão CRESCENDO.

Na questão ‘Assaltos’, a maioria dos participantes interpreta que deveria fazer uma comparação entre a quantidade de assaltos ocorridos, em 1998 e 1999, e julgar se a afirmação do repórter era coerente ou não. Inferimos que, em algumas produções, os participantes interpretam que deveriam fazer comparações das taxas de crescimento ao longo dos anos. Outras interpretações feitas foram de que a quantidade de assaltos que aumentou, de um ano para outro, era pequena em relação à de dias, em um ano, e de que, devido ao gráfico não apresentar dados precisos, qualquer tipo de afirmação poderia ser considerada razoável.

4.1.4 Aspectos dos Contextos e da Matematização nas Questões Analisadas

A idéia de trabalhar com problemas que apresentem algum contexto, o qual permita ao resolvidor ‘experenciar’ a situação apresentada, de forma a poder imaginá-la, realizá-la em sua mente, parte da hipótese de que os problemas de contexto propiciam, mais fortemente, ao resolvidor lançar mão das ferramentas matemáticas em busca de resolvê-los.

A partir de uma análise das questões consideradas não-rotineiras que apresentamos nesta pesquisa, inferimos que são, justamente, os contextos apresentados que as diferenciam das questões consideradas rotineiras, não somente pelo tipo de ‘historinha’ às quais remetem, mas, principalmente, pela forma de apresentação, formulação do item, sucessão de acontecimentos que constituíram as situações.

De uma forma geral, a análise mostra que as questões foram claras o suficiente para que os participantes fizessem uma interpretação adequada ao problema proposto. Essa constatação vai ao encontro do que Van den Heuvel-Panhuizen (2005) afirma sobre os contextos que tornam os problemas ‘acessíveis’, ou seja, a partir de situações facilmente imagináveis, é possível que os sujeitos possam, mais rapidamente, alcançar o objetivo de um determinado problema. A questão que mais apresentou divergências em relação às interpretações foi ‘Crescendo’, porém não acreditamos que isso tenha ocorrido devido à situação (‘historinha’) proposta, mas à formulação da ‘pergunta’ que não se mostrou muito clara. Essa constatação não precisa ser considerada de todo negativa, se a intenção do professor, por exemplo, for analisar a criatividade e as formas de interpretação dos estudantes. Por outro lado, se a ênfase for colocada na questão de ‘erro’ e ‘acerto’, é preciso atentar muito mais a todos os aspectos da formulação de itens para que uma falha de enunciado não conduza ao erro.

No que diz respeito à ‘transparência’ e ‘elasticidade’ dos problemas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), consideramos que a questão ‘Taxa de Câmbio’ é a que apresenta uma maior quantidade de estratégias e procedimentos divergentes em relação às demais questões. Questões como essa podem ser úteis se uma das intenções for, por exemplo, conhecer o modo particular dos estudantes lidarem com procedimentos rotineiros. Ou seja, uma questão que dê margem a uma única forma de resolução e resposta pode não permitir ao professor conhecer as maneiras gerais que os estudantes lidam com suas tarefas.

Quanto à possibilidade de contextos sugerirem estratégias de resolução, usamos como exemplo a questão ‘Lixo’, na qual é dada ao “resolvedor” a oportunidade de testar a situação proposta para apresentar uma resolução, de modo que experimentem as reais dificuldades de expressar os dados, apresentados na tabela, em um gráfico de barras. Essa ‘experimentação’ conduz à formulação da justificativa que é exigida no enunciado. Com isso, consideramos que essa questão permite muito mais aos sujeitos conhecerem quais as condições que devem ter determinados dados de, quaisquer naturezas, para que sejam expressos em gráficos de barras, do que uma questão que pedisse, por exemplo, ‘para que serve um gráfico de barra?’, pois permite que os sujeitos reflitam sobre as condições em situações experimentais e não as tenham apenas como um conjunto de regras impostas antecipadamente.

Uma consideração a se ter em mente, na preparação de uma tarefa, é a de que apresentar uma ‘boa’ questão matemática, em um ‘bom’ contexto, nem sempre é suficiente para que o estudante possa aprender com ela. Além do tratamento da situação proposta, o contexto pode servir como ponto de partida para o tratamento matemático da situação, sempre seguido de discussão e sistematização. A exemplo disso, a questão ‘Taxa de Câmbio’ se mostra como um bom cenário para a discussão sobre o processo de troca de moedas, porém nos restringir à justificativa de que Mei-ling saiu ganhando porque recebeu mais dólares empobrece a possibilidade que o contexto oferece de trabalhar com os conceitos matemáticos inerentes à questão, uma vez que, supostamente, os sujeitos já lhe produziram algum significado.

Na questão ‘Notas de Prova’, verificamos que, em uma produção, o participante não observou que existia uma nota no intervalo de zero a nove, o que interferiu em sua justificativa. Outra coisa que nos chamou a atenção foi que, na questão ‘Assaltos’, em algumas produções, os participantes foram seduzidos pelo aspecto visual do gráfico, de modo a elaborarem suas estratégias com base na leitura realizada.

Inferimos também que, na questão ‘Apoio ao Presidente’, em alguns casos, o contexto da questão deu margem para que os participantes trouxessem, para suas resoluções, aspectos de seus próprios contextos. Com isso, suas anteriores experiências pessoais com resultados de pesquisas eleitorais fizeram-se mais fortes do que o contexto apresentado no enunciado, o que pode ter ocasionado uma subversão da proposta da questão quando buscavam, por exemplo, identificar qual a possibilidade de o presidente ser eleito. Essa subversão pode estar ligada às experiências pessoais dos participantes, pois é freqüente, em pesquisas eleitorais, serem

apresentadas porcentagens relativas ao nível de apoio aos candidatos. Portanto, a leitura é focada na porcentagem e muito pouco se questiona sobre a validade da pesquisa, como foi colhida, a quantidade de cidadãos e a data em que foi realizada.

Dentre as seis questões analisadas, notamos que, em ‘Apoio ao Presidente’, os participantes mostram uma maior quantidade de considerações realísticas, quando, por exemplo, colocam que:

- “[...] *para uma análise mais adequada precisaríamos saber o número de habitantes (votantes) que residem na Zedelândia*”;
- ‘por a pesquisa ser mais próxima à eleição é provável que a opinião do eleitor esteja mais madura’;
- é preciso conhecer o perfil da amostra para saber se há influência na pesquisa.

A relação estabelecida com o enunciado pode permitir a ‘realização’ da situação nele apresentada, o que possibilita o estabelecimento de considerações realísticas. Isso revela que o contexto da questão deu margem para que pudesse ‘realizar’ em suas mentes a situação proposta.

De forma geral, os participantes mostraram dominar, em grande parte, os procedimentos matemáticos desenvolvidos, ter noções sobre alguns conceitos matemáticos para a resolução das questões. Assim, consideramos que estas questões, para esta amostra de participantes, são do tipo de *Contexto de Segunda Ordem* (DE LANGE, 1987) e que, portanto, não demandariam um alto grau de matematização vertical caso tivessem inseridas em ‘atividades organizadas’. O que se mostrou mais forte, para a resolução dessas questões, foi a tradução da situação proposta, as formas de interpretação, a elaboração de estratégias e de procedimentos para resolvê-las, ou seja, a ida do mundo ‘real’ ao mundo ‘dos símbolos’ (FREUDENTHAL, 1991). Portanto, possíveis características de uma matematização horizontal.

Se fossem propostas para estudantes que tiveram quase pouco ou nenhum contato com os instrumentais necessários para resolvê-las, possivelmente, essas questões poderiam ser caracterizadas em um *Contexto de Terceira Ordem* de modo que aspectos da matematização vertical se fizessem tão importantes quanto aspectos da matematização horizontal. Como exemplo, se a questão ‘Lixo’ fosse utilizada para introduzir conceitos sobre gráficos de barras, além do tratamento da situação realística, os estudantes teriam a possibilidade de realizar um estudo sobre as condições necessárias para construir um gráfico de barras, por meio de

tentativas de esboço, sistematização, discussão e estruturação dos dados, a fim de formalizarem e aprenderem conceitos envolvidos por meio dessa e de outras questões. Por outro lado, reforçamos a idéia de que essa questão (Lixo), por si só, não seria capaz de cobrir todos os conceitos envolvidos com o tema ‘gráfico de barras’.

Na perspectiva da EMR, apenas aprender conceitos, ferramentas, instrumentais matemáticos não é suficiente, é preciso que esses elementos estejam conectados a algo que os estudantes possam ‘realizar’. Por outro lado, processos que envolvem a conceitualização, a formalização, estruturação e o aprofundamento dos conceitos e instrumentais matemáticos se fazem tão importantes quanto reconhecer a aplicabilidade dos instrumentais matemáticos. Por isso, acreditamos que ‘atividades organizadas’, as quais possibilitem uma matematização que contemple suas componentes, vertical e horizontal, podem possibilitar que os estudantes não apenas aprendam sobre os instrumentais matemáticos, mas saibam reconhecer a utilidade deles em situações diversas.

A análise feita das questões permite inferir que os participantes mostram saber lidar com procedimentos rotineiros, apresentar considerações sobre construção e interpretação de gráficos, noções sobre o cálculo de média, conceitos estatísticos referentes à amostra e população, entre outros. Apesar de considerarmos que boa parte dos conceitos e instrumentais matemáticos, que mostraram saber, já lhes eram conhecidos, o contexto das questões permitiu que os utilizassem como ‘veículos’ nas resoluções, de modo que pudessem refletir sobre eles em situações realísticas e não somente aplicá-los.

As justificativas feitas pelos participantes revelam que eles levaram em conta o contexto das questões, assumiram para si mesmos as situações propostas de modo que pudessem atribuir algum significado para a utilização dos instrumentais dos quais dispõem para resolver o problema. Essas inferências foram feitas com base na análise das considerações realísticas que fizeram.

Consideramos, ainda, que um ‘bom’ contexto, além de permitir que os sujeitos possam se envolver nas situações apresentadas, de modo a produzir significados para as ferramentas matemáticas que dispõem, pode também permitir ao professor analisar a produção escrita no que diz respeito às formas de pensar dos estudantes, as estratégias e procedimentos que desenvolvem e quaisquer formas de justificativas que apresentam. Além disso, de acordo com De Lange (1995), uma única regra, nem sempre, pode ser encontrada para escolher contextos, mas deveríamos, pelo menos, tentar criar um equilíbrio entre um ‘bom’ contexto e um ‘bom’ problema matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, tivemos a intenção de analisar as estratégias e os procedimentos utilizados nas resoluções, estabelecer relações entre as resoluções apresentadas e as informações do enunciado, inferir sobre as possíveis interpretações feitas dos enunciados das questões e apresentar uma breve discussão sobre os aspectos do contexto e da matematização.

Após as aferições do PISA, são constantemente veiculadas notícias, em meios de comunicação, as quais apontam que os estudantes brasileiros ‘não sabem matemática’, porque não conseguem apresentar respostas consideradas corretas às questões das provas. No entanto, sobre esses resultados, quase não são propostas perguntas do tipo: por que é importante que os alunos brasileiros alcancem bons resultados nessas aferições? Se for importante, se já foram feitas três aferições do PISA (2009 já será a quarta) e se, em todas, os alunos brasileiros ocupam um dos últimos lugares no ‘ranking’ mundial, o que tem sido feito para modificar essa situação? Qual é a intenção de o Brasil participar do PISA? E tantas outras perguntas que ainda não foram feitas pelos meios de comunicação.

Esperamos que este trabalho, além de servir como respaldo para próximas investigações sobre análise da produção escrita, possa contribuir também para que professores, que ensinam matemática na Educação Básica, incluam, nas suas práticas, a análise da produção escrita como fonte de investigação, reconheçam que os processos, nos quais se envolvem ao lidarem com tarefas de matemática, apresentam características muito similares aos processos nos quais os estudantes também se envolvem e que, cada vez mais, precisam estar atentos às tarefas propostas e aos modos idiossincráticos de os alunos lidarem com elas, uma vez que apenas o fornecimento de uma resposta correta ou não pouco informa sobre a aprendizagem dos estudantes.

De modo geral, os professores apresentam estratégias e procedimentos baseados na matemática escolar que é comumente trabalhada na Educação Básica e, também mostram dominar conteúdos matemáticos úteis para a resolução das questões analisadas. No entanto, não acertaram 100% de todas as questões (Apêndice D). Talvez esse seja um indício de que o domínio do conteúdo matemático é necessário, mas não suficiente para que as questões do tipo não-rotineiras sejam resolvidas. Porém, ainda que se considere importante aos alunos

brasileiros apresentarem bom desempenho nesse tipo de questão, não é apenas a preocupação com o conteúdo ensinado nas escolas que deve ser considerada. O que pode implicar em repensar o modo como a matemática tem sido trabalhada nas escolas.

Com relação aos contextos das questões analisadas, consideramos que possibilitam a utilização da matemática e a elaboração de considerações realísticas. Com isso, propor problemas matemáticos os quais apresentem contextos diversos pode se constituir em uma base para que nossos alunos continuem aprendendo, dentro e fora da escola, para que participem, efetivamente, da sociedade.

Ponderamos, ainda, que a matematização é um importante processo para a aprendizagem, a qual pode permitir uma redução da supervalorização de uma perspectiva estrutural ou de uma perspectiva funcional da matemática. Nas questões analisadas, devido ao fato de os professores já terem algum domínio da matemática útil para resolvê-las, alguns aspectos da matematização horizontal se mostraram mais freqüentes do que aspectos da matematização vertical.

O pedido de justificativas, explicações e argumentos presente nos enunciados das questões ofereceu pistas mais ricas à análise da produção escrita dos participantes e sobre o modo como pensaram e produziram suas estratégias e procedimentos. Por conseguinte, criar o hábito de propor, nos enunciados das tarefas de matemática, alguma forma de resposta ou explicação pode propiciar aos estudantes uma reflexão sobre seus modos de lidar com a matemática, bem como oferecer informações para seus professores sobre o modo como pensaram e produziram suas estratégias e procedimentos.

Apesar de a análise da produção escrita nos ter permitido fazer inferências a respeito de quais foram as intenções que os professores mostraram com suas respostas, gostaríamos de chamar a atenção para a importância sobre o papel da linguagem utilizada nas suas justificativas. Em muitas produções, as estratégias foram determinadas mais pelas inferências feitas do que pelo que estava literalmente registrado. Em um outro tipo de análise, em uma correção com outros critérios, as respostas dadas poderiam não ser consideradas, não pelo fato de não serem plausíveis, mas porque não revelam exatamente o que ‘supostamente’ se quis expressar. Esse indício é importante, dado que as produções analisadas são de professores que ensinam matemática, e a linguagem que utilizam pode exercer uma forte influência nas formas como os estudantes também se expressam.

Em relação aos demais trabalhos já realizados no interior do GEPEMA, este estudo buscou avançar em:

- conhecer como professores que ensinam matemática, na Educação Básica, lidam com questões consideradas não-rotineiras;
- fazer uma análise da produção escrita associada a uma leitura imaginativa das justificativas apresentadas;
- colocar, no cenário, alguns aspectos da Educação Matemática Realística, dos papéis que os contextos exercem e da matematização;
- enriquecer a descrição, a análise e a discussão que costumamos fazer ao estudar a produção escrita, bem como iniciar uma distinção entre elas.

Fazer da análise da produção escrita uma prática de investigação é uma forma de respeitar e valorizar o trabalho do estudante e do professor, de conhecer de que forma mobilizam o conhecimento existente e produzem novos saberes, de conhecer caminhos percorridos desde a leitura da questão até a obtenção da resposta, de argumentar sobre que tipos de ‘enfrentamentos’ foram necessários para lidarem com as questões, de assumir uma postura crítica e reflexiva no que diz respeito à produção do estudante e à própria prática docente.

Acreditamos que este trabalho pode servir para que os envolvidos com a Educação Matemática possam refletir sobre a importância das tarefas que propõem aos estudantes, posto que tanto a formulação, o contexto, os conteúdos matemáticos e as relações que os estudantes estabelecem com o enunciado, no momento em que lidam com a questão, devem ser considerados para a aprendizagem.

É chegado o momento da retirada dos óculos. Esse ‘retirar’ não significa um desprender-se deles, pois aquilo que nos permitiu ‘ler’ servirá para fazermos outras leituras, com os mesmos ou, possivelmente, com outros óculos.

REFERÊNCIAS

AÇÃO. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema** - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n.22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W; BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.12, n.23 jan/jun , 42-61, 2005.

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

ANÁLISE. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3 ed. Lisboa: Edições 70 Ltda., 2004.

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In: Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educacion Matemática. Paris: UNESCO, 1990. p.130-155.

BASSANEZI, R. Modeling as a teaching-learning strategy. **For the learning of mathematics**, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002, 389p.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOALER, J. The role of contexts in the Mathematics Classroom: do they make mathematics more real? **For the Learning of Mathematics**, v. 13, n.2, p.12-17, 1993. Disponível em: <http://www.sussex.ac.uk/education/documents/boaler_19_-_role_and_contexts_in_maths_classroom.pdf>. Acesso em: 28 out. 2008.

BOLFARINE, H.; BUSSAB, W. O. **Elementos de Amostragem**. São Paulo: Blucher, 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática: ensino de quinta a oitava séries. Brasília, 1998.

BURIASCO, R. L. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; SOARES, M. T. C. **Manual para correção das provas com questões abertas de matemática AVA – 2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2004.

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília.

_____. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n.22, p.155-177, jul/dez. 2000.

_____. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, n.36, p. 255-263, dez. 2002.

_____. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2004, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004. v.3, p. 243-251.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

CARMONA, P. A. S. **Pró-Matemática/UEL na formação do professor: um relato de experiência**. 2007. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

CELESTE, L. B. **A Produção Escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

COOPER, B. Testing National Curriculum Mathematics: some critical comments on the treatment of ‘real’ context in mathematics. **The curriculum Journal**, v.3, p.231-243, 1992.

COOPER B.; HARRIES, T. Children’s responses to contrasting ‘realistic mathematics problems: Just How realistic are children ready to be?. **Educational Studies in Mathematics**, v.49, p.1-23, 2002.

COOPER, B.; HARRIES, T. Children’s use of realistic considerations in problem solving: some English Evidence. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 22, p. 451-465, 2003.

CURY, H. N. Concepções sobre matemática e práticas avaliativas: as possíveis relações. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v.14, n. 14, p. 65-82, jul/dez. 1996.

_____. A análise de erros na construção do saber matemático. In: Jornada Regional de Educação Matemática, 14., 2006, Passo Fundo. **Anais...** Passo Fundo: UPF, 2006. CD-ROM.

D’AMBROSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. 2.ed. Campinas, SP: Papirus, 1999.

D’AMBROSIO, B. S *et al.* Beyond Reading Graphs: Student Reasoning With Data. In: KLOOSTERMAN, P; LESTER, F. K (Eds). **Results and Interpretations of the 1990 through 2000 Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress**. Reston, NCTM, 2004.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

DAY, C. Avaliação do desenvolvimento profissional dos professores. In: ESTRELA, A.; NÓVOA, A. (org.) **Avaliações em educação**: novas perspectivas. Porto: Porto, 1993, p. 95-114.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW & OC, 1987.

DE LANGE, J. 'Assessment: no change without problems'. In: ROMBERG, T. (ed.). Reform in school mathematics and authentic assessment. Albany, NY, SUNY Press, 1995. pp. 87-172. Disponível em: < <http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/1131.pdf> > Acesso em: 03 jan. 2009.

ESTEBAN, M. T. Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: 23ª Reunião Anual da ANPED. Caxambu, 2000. Disponível em: <<http://168.96.200.17/ar/libros/anped/0611T.PDF> > Acesso em: 12 ago. 2008.

_____. **O que sabe quem erra? Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar**. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

_____ (Org.). Ser professora: avaliar e ser avaliada. In: _____. **Escola, currículo e avaliação**. 1.ed. São Paulo: Cortez, 2003. v.5, p. 13-37.

FREUDENTAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GIMÉNEZ, J. **La evaluación en matemáticas**: una integración de perspectivas. Madrid: Síntesis, 1997.

GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, M. Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n.1, p.111-129, jan. 1999.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo**. 4.ed. Portugal: Porto, 1994.

IN-. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

INVESTIGAÇÃO. In: BUENO, F. S. **Grande dicionário etmológico-prosódico da língua portuguesa**. São Paulo: Saraiva, 1967. v.4, p.1979.

INVESTIGAÇÃO. In: ENCICLOPÉDIA Brasileira Mérito. Porto Alegre: Mérito, 1967. v.16, p.282.

INVESTIGAÇÃO. In: ENCICLOPÉDIA Universal Ilustrada Europeo-Americana. Madrid, Rios Rosas: Espasa-Calpe, 1922. t.28, p.1890.

INVESTIGAÇÃO. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

KASTEBERG, S. *et all*. Context Matters in assessing student's mathematical power. **For the Learning Mathematics**, v. 25, n.2, jul. 2005.

KROESBERGEN, E. H. **Mathematics education for low-achieving students**: Effects of different instructional principles on multiplication learning. 2003. Dissertação - Utrecht University. Disponível em: <<http://igitur-archive.library.uu.nl/dissertations/2003-0115-145759/inhoud.htm>>. Acesso em: 17 jun. 2008.

KWON, Oh N. Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations. **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics**. Creta/Grécia, n.2, jul.2002. Disponível em: <http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1a/ad/9d.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2008.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade de Nottingham, Nottingham.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e posições. 3.ed. São Paulo: Cortez, 1996.

MACK, N. Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In: CARPENTER, T.; FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (eds). **Rational numbers: an integration of research**. Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, p.85-106, 1993.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, v.9, n. 2, p.191-211, 2003.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. Análise textual discursiva: processo construído de múltiplas faces. **Ciência & Educação**, v.12, n.1, p.117-128, 2006.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

NEGRÃO de LIMA. R. C. **Avaliação em Matemática**: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: MATOS, J. F., HOUSTON, S. K., BLUM, W. et al. **Modelling and mathematics education**: applications in science and technology. Chichester: Ellis Horwood Ltda., 2001

OECD. **Pisa 2000**: Relatório nacional. Brasília, 2001. Disponível em: <www.inep.gov.br/download/enem/2000/pisa/PISA2000.doc>. Acesso em: 25 de set. 2008.

OECD. **The PISA 2003 – Assessment Framework**: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris, 2003. Disponível em: <<http://www.pisa.oecd.org>>. Acesso em: 25 de set. 2008.

OECD. **Learning for Tomorrow's World - First Results from PISA 2003**. Paris, 2004a. Disponível em: <<http://www.pisa.oecd.org>>. Acesso em: 25 de set. 2008.

OECD. **Estrutura de avaliação PISA 2003**: conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas. Tradução B & C Revisão de textos. São Paulo: Moderna, 2004b.

OECD. **Aprendendo para o mundo de amanhã**. Primeiros resultados do PISA 2003. São Paulo: Moderna, 2005.

OECD. **The Programme for International Student Assessment (PISA)**. Paris, 2007. Disponível em: <www.oecd.org/dataoecd/15/13/39725224.pdf>. Acesso em: 25 de set. 2008.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PEREGO, S. C. **Questões Abertas de Matemática**: um estudo de registros escritos. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PRÁCTICA. In: ENCICLOPÉDIA Universal Ilustrada Europeo-Americana. Madrid, Rios Rosas: Espasa-Calpe, 1922. t.46, p.1170-1171.

PRÁTICA. In: ENCICLOPÉDIA Brasileira Mérito. Porto Alegre: Mérito, 1967. v.16, p.78.

PRÁTICA. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

SACRISTÁN, J. G. A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J. G; GOMES, A.I.P. **Compreender e transformar o ensino**. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.295-351.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SANTOS, L. A avaliação em documentos orientadores para o ensino da Matemática: uma análise sucinta. **Quadrante**, Lisboa, v.12, n.1, p. 7-20, jan/jun. 2003.

SEGURA, R. O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões discursivas de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

_____. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: BREITEIG, T.; BREKKE, G. (Eds.), **Theory into practice in mathematics education**. Kristiansand, Norway: Faculty of Mathematics and Sciences/Hogskolen I Agder, 1998. p.1-38. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2008

_____. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n.1,p.09-35, nov. 2003.

_____. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, Alberta-Canadá, v.25, n.2, p.2-9, 2005. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/~marjah/documents/01-Heuvel.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2008

VESTIG. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. CD-ROM.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

ZULKARDI, Z. **How to design lessons based on the realistic approach**. University of Twente, 1999. Disponível em: <<http://www.geocities.com/ratuilma/rme.html> >. Acesso em: 12 de jul. 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Prova aplicada



Universidade Estadual de Londrina
Departamento de Matemática - CCE
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação
Matemática
Área: Educação Matemática
Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação

Prova

Data de nascimento:...../...../..... Sexo: feminino masculino

Formação Acadêmica:

	Curso	Instituição	Ano de conclusão
Ensino Médio			
Ensino Superior			
Pós-Graduação			

Informações Profissionais:

a) Experiência: *(assinale quantas alternativas forem necessárias)*

- Educação Infantil 5ª a 8ª séries
 1ª a 4ª séries Ensino Médio
 Coordenação/Supervisão Nenhuma
 Outras:

b) Atualmente trabalha com:

- Educação Infantil 5ª a 8ª séries
 1ª a 4ª séries Ensino Médio
 Coordenação/Supervisão Nenhuma
 Outras:

c) Atualmente trabalha na:

- Rede Pública Municipal Rede Pública Estadual Rede Privada

INSTRUÇÕES

<i>Leia cuidadosamente cada questão.</i>
<i>Use apenas caneta para resolver cada questão.</i>
<i>Resolva todas as questões da prova.</i>
<i>Você deve resolver todas as questões da forma mais completa possível, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver a questão.</i>
<i>Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizar na resolução da questão.</i>
<i>Se perceber que resolveu algo errado, passe um traço por cima e resolva corretamente.</i>
<i>Confira as resoluções antes de entregar a prova.</i>

01 - BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark (de Sydney, na Austrália) e Hans (de Berlim, na Alemanha) comunicam-se com frequência por meio de uma "sala de bate-papo" da Internet. Eles precisam conectar-se à Internet, ao mesmo tempo, para poderem bater papo.

Para determinar um horário apropriado para bater papo, Mark consultou uma tabela de fusos horários do mundo e encontrou o seguinte:



Questão 1: BATE-PAPO PELA INTERNET

Que horas são em Berlim quando são 19 horas em Sydney?

Questão 2: BATE-PAPO PELA INTERNET

Mark e Hans não podem bater papo das 9h às 16h30 de seus horários locais respectivos, porque eles devem ir para a escola. Além disso, não poderão bater papo entre 23h e 7h porque estarão dormindo.

Qual seria um bom horário para Mark e Hans baterem papo? Escreva os horários locais na tabela abaixo.

Local	Horário
Sydney	
Berlim	

02 - TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling, de Singapura, estava preparando-se para uma viagem de 3 meses à África do Sul como aluna de intercâmbio. Ela precisava trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por *rands* sul-africanos (ZAR).

Questão 1: TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling descobriu que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o *rand* sul-africano era:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por *rands* sul-africanos a esta taxa de câmbio. Quantos *rands* sul-africanos Mei-Ling recebeu?

Questão 2: TAXA DE CÂMBIO

Ao retornar a Singapura após 3 meses, Mei-Ling ainda tinha 3 900 ZAR. Ela trocou novamente por dólares de Singapura, observando que a taxa de câmbio tinha mudado para:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu?

Questão 3: TAXA DE CÂMBIO

Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD.

Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus *rands* sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

03 - PROVAS DE CIÊNCIAS

Questão 1: PROVAS DE CIÊNCIAS

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos.

Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?

04 - ESTANTES

Questão 1: ESTANTES

Para construir uma estante completa, um marceneiro precisa do seguinte material:

- 4 pranchas grandes de madeira,
- 6 pranchas pequenas de madeira,
- 12 braçadeiras pequenas,
- 2 braçadeiras grandes e
- 14 parafusos.



O marceneiro possui em estoque 26 pranchas grandes de madeiras, 33 pranchas pequenas de madeira, 200 braçadeiras pequenas, 20 braçadeiras grandes e 510 parafusos.

Quantas estantes completas o marceneiro poderá fazer?

05 - LIXO

Questão 1: LIXO

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

06 - OPÇÕES

Questão 1: OPÇÕES

Em uma pizzaria, você pode pedir uma pizza básica com duas coberturas: queijo e tomate. Você pode igualmente compor sua própria pizza com as seguintes coberturas **extras**: azeitonas, presunto, cogumelos e salame.

Rose quer pedir uma pizza com duas coberturas **extras** diferentes.

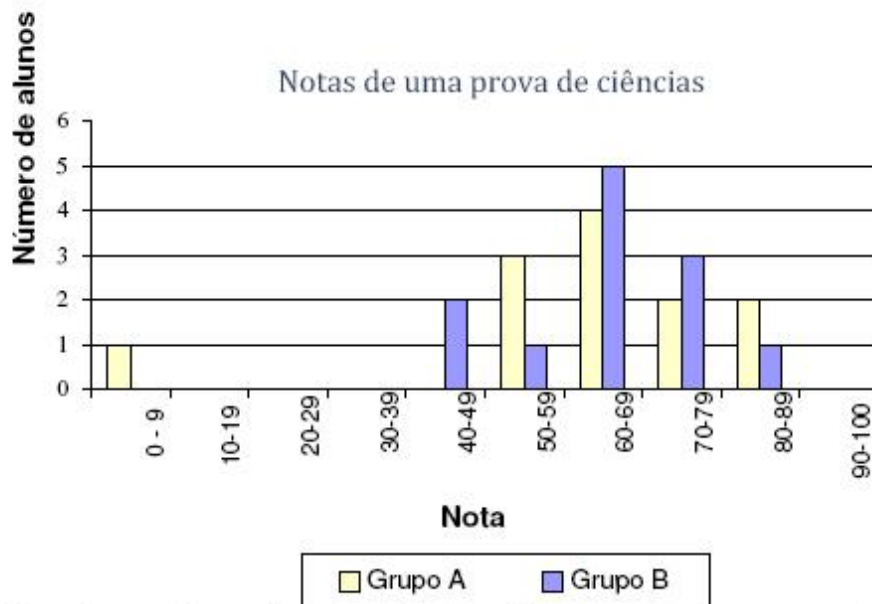
A partir de quantas combinações diferentes Rose pode escolher?

07 - NOTAS DE PROVA

Questão 1: NOTAS DE PROVA

O gráfico abaixo mostra os resultados de uma prova de ciências de dois grupos denominados Grupo A e Grupo B.

A nota média para o Grupo A é de 62,0 e para o Grupo B é de 64,5. Os alunos são aprovados nesta prova quando tiram nota 50 ou acima.



Analisando o gráfico acima, o professor afirma que, nesta prova, o Grupo B foi melhor do que o Grupo A.

Os alunos do Grupo A não concordam com o professor. Eles tentam convencer o professor de que o Grupo B não foi necessariamente o melhor.

Utilizando o gráfico, dê um argumento matemático em que os alunos do Grupo A poderiam se apoiar.

08 - APOIO AO PRESIDENTE

Questão 1: APOIO AO PRESIDENTE

Na Zedelândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

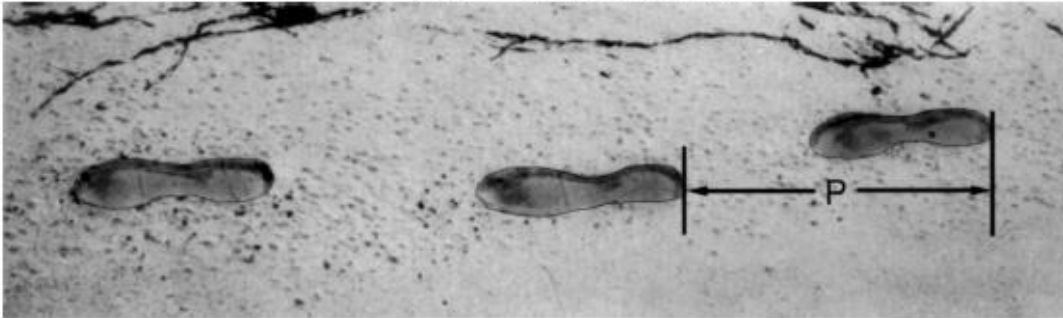
Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostra de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados ao acaso);

Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável, para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro? Dê duas explicações que justifiquem a sua resposta.

09 - CAMINHANDO



A figura mostra as pegadas de um homem caminhando.

O comprimento do passo P é a distância entre a parte posterior de duas pegadas consecutivas.

Para homens, a fórmula $\frac{n}{P} = 140$ dá uma relação aproximada entre n e P , onde

n = número de passos por minuto, e

P = comprimento do passo em metros.

Questão 1 : CAMINHANDO

Se a fórmula se aplica ao caminhar de Heitor e ele anda 70 passos por minuto, qual é o comprimento do passo de Heitor? Mostre como você resolveu.

Questão 2 : CAMINHANDO

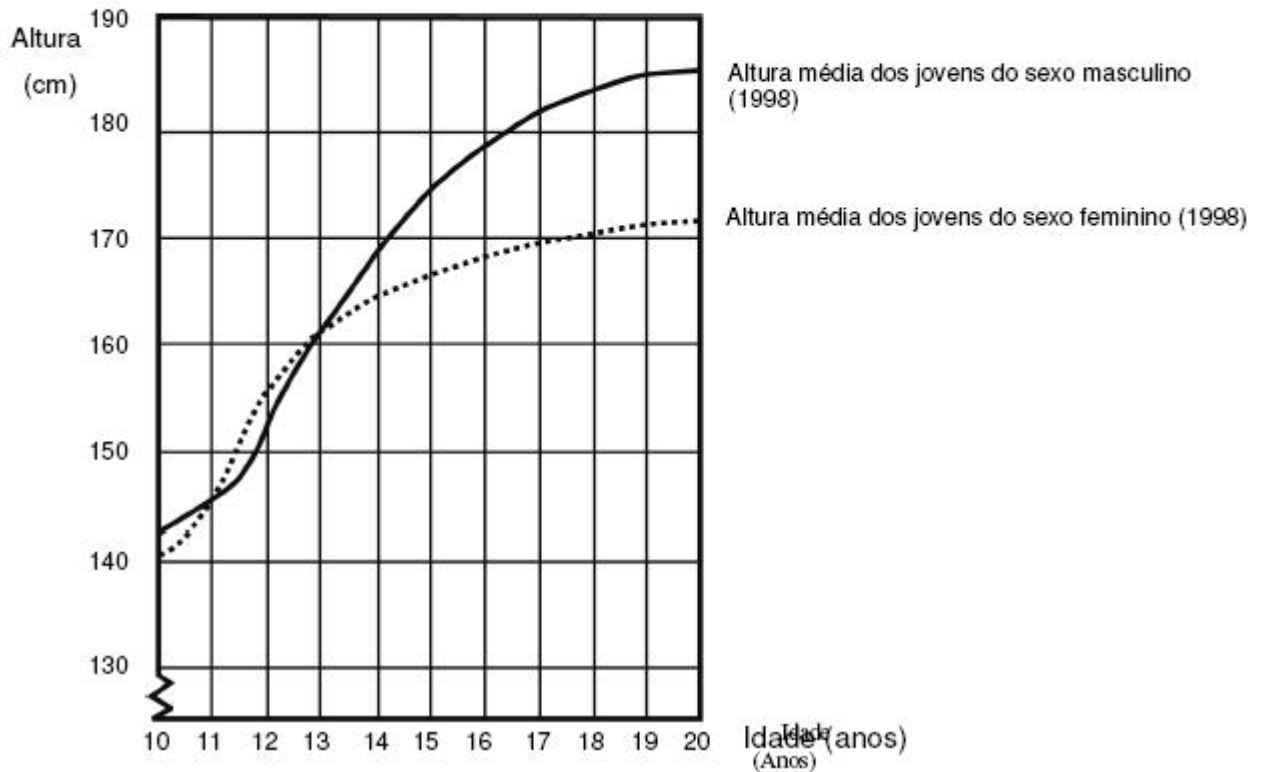
Bernardo sabe que o comprimento de seu passo é de 0,80 m. A fórmula se aplica ao caminhar de Bernardo.

Calcule a velocidade do caminhar de Bernardo em metros por minuto e em quilômetros por hora. Mostre como você resolveu.

10 - CRESCENDO

OS JOVENS ESTÃO FICANDO MAIS ALTOS

A altura média dos jovens dos sexos masculino e feminino na Holanda, em 1998, encontra-se representada no gráfico abaixo.



Questão 1: CRESCENDO

Desde 1980, a altura média das mulheres de 20 anos aumentou em 2,3 cm, chegando a aproximadamente 170,6 cm. Qual era a altura média das mulheres de 20 anos de idade em 1980?

Questão 2: CRESCENDO

De acordo com esse gráfico, durante qual período de sua vida, em média, as meninas são mais altas do que os meninos de sua idade?

Questão 3: CRESCENDO

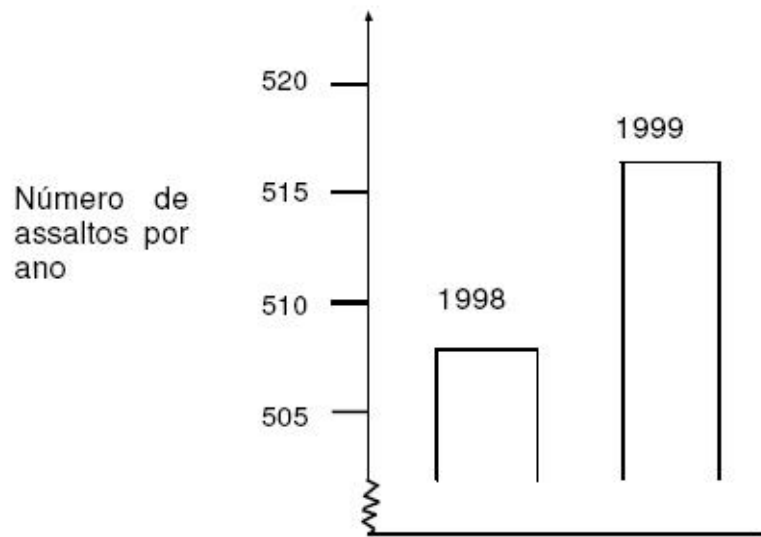
Explique como o gráfico permite concluir que, em média, a taxa de crescimento das meninas é mais lenta depois dos 12 anos de idade.

11 - ASSALTOS

Questão 1: ASSALTOS

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.

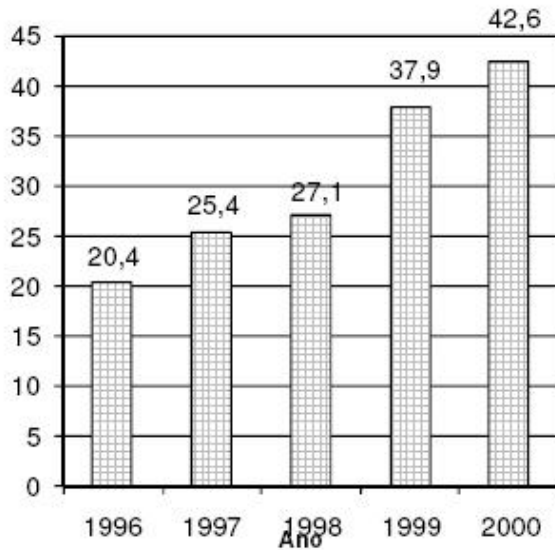


Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

12 - EXPORTAÇÕES

Os gráficos abaixo fornecem informações relacionadas às exportações da Zedelândia, um país que utiliza o zed como sua moeda corrente.

Total das exportações anuais da Zedelândia em milhões de zeds, 1996-2000



Distribuição das exportações da Zedelândia em 2000



Questão 1: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total (em milhões de zeds) das exportações de Zedelândia em 1998?

Questão 2: EXPORTAÇÕES

Qual foi o valor total das exportações de suco de frutas de Zedelândia em 2000?

13 - TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Questão 1: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Tiago, Rui, Beto e Dirceu formaram uma equipe de treinamento em um clube de tênis de mesa. Cada jogador joga uma vez contra cada um dos outros jogadores. Eles reservaram duas mesas para o treinamento. Complete a tabela dos jogos apresentada abaixo escrevendo os nomes dos jogadores que disputarão cada partida.

	Mesa de treinamento 1	Mesa de treinamento 2
1ª rodada	Tiago - Rui	Beto – Dirceu
2ª rodada - -
3ª rodada - -

Questão 2: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Hélio faz parte de uma equipe de treino de seis pessoas. Eles reservaram o número máximo de mesas que podem ser utilizadas simultaneamente pela sua equipe. Se todos jogarem entre si uma vez, quantas mesas utilizarão? Quantas partidas serão disputadas ao todo? Quantas rodadas serão necessárias? Anote suas respostas na tabela abaixo.

Número de mesas:	
Número de partidas:	
Número de rodadas:	

Questão 3: TORNEIO DE TÊNIS DE MESA

Dezesseis pessoas participam do torneio de tênis de um clube. O clube de tênis de mesa possui mesas suficientes disponíveis. Determine o número mínimo de **rodadas** se todos os concorrentes jogarem uns contra os outros uma vez.

14 - VÔO ESPACIAL

A estação espacial Mir permaneceu em órbita por 15 anos e deu cerca de 86.500 vezes em torno da Terra durante o tempo em que esteve no espaço.

A permanência mais longa de um astronauta na Mir foi de aproximadamente 680 dias.

Questão 1: VÔO ESPACIAL

Aproximadamente quantas vezes este astronauta voou ao redor da Terra?

Questão 2: VÔO ESPACIAL

O peso total da Mir era 143 000 kg. Quando a Mir retornou à Terra, cerca de 80% da estação queimou-se na atmosfera. O restante quebrou-se em aproximadamente 1500 pedaços e caiu no Oceano Pacífico.

Qual é o peso médio dos pedaços que caíram no Oceano Pacífico?

Questão 3: VÔO ESPACIAL

A Mir girou ao redor da Terra a uma altura de aproximadamente 400 quilômetros. O diâmetro da Terra mede cerca de 12 700 km e sua circunferência, cerca de 40 000 km ($\pi \times 12700$).

Dê uma estimativa da distância total que a Mir percorreu durante as 86 500 revoluções realizadas enquanto estava em órbita. Arredonde sua resposta para a dezena de milhão mais próxima.

1. O que você achou dessa prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Mediana.
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

O que você achou do tamanho da prova?

- (A) Muito longa.
- (B) Longa.
- (C) Adequada.
- (D) Curta.
- (E) Muito curta.

Para você, o tempo foi

- (A) mais que o necessário para fazer a prova.
- (B) suficiente para fazer a prova.
- (C) faltou tempo para fazer a prova.

Qual a questão que você achou mais fácil? Por quê?

Qual a questão que você achou mais difícil? Por quê?

APÊNDICE B – Roteiro para aplicação

As instruções para os alunos **em destaque** estão e devem ser lidas para os mesmos.

Recomenda-se que se chegue à escola no mínimo 30min antes da aplicação. Esse tempo deverá ser suficiente para:

- verificar se a sala está preparada adequadamente para a aplicação;
- disponibilizar um relógio para que seja possível a visualização do horário;
- levar o material para a sala da aplicação. Todo o material deverá ficar sobre a mesa do aplicador antes da chegada dos alunos.

Enquanto os alunos forem entrando, designe o lugar em que eles devem sentar.

Faça a conferência dos alunos que irão realizar a prova. Confira também se todos os alunos possuem caneta esferográfica. Caso algum aluno não tenha, entregue-lhe uma.

Antes de distribuir a prova diga:

Não abram a prova antes que eu os autorize.

Depois que todos tiverem a prova e a caneta, acompanhe o preenchimento da folha de rosto com os alunos. Em seguida, leia alto e pausadamente as instruções contidas na mesma.

Estão previstas duas horas e quinze minutos para a realização da prova (quinze minutos para a leitura do material e duas horas para a prova). Diga aos alunos:

Vocês têm duas horas para resolver a prova.
Quem terminar a prova antes das duas horas previstas pode revisar a prova e permanecer sentado em seu lugar até o término da primeira hora.
Não se esqueçam de escrever a resposta depois de resolver cada questão.
Ao terminarem a prova respondam o questionário que se encontra na última página.

Pergunte aos alunos:

Vocês têm alguma dúvida?

Marque na lousa o horário em que será iniciada a prova e o horário de término da mesma.

Só é permitida a entrada de alunos até no máximo 15 min após o início da prova.

Durante a aplicação nenhum aluno deve deixar a sala salvo aqueles que passarem mal ou que precisarem deixar a sala temporariamente. Se isto ocorrer, o material deve ser recolhido; o horário de saída e de volta, o motivo da saída e o local para onde foi devem ser anotados na folha de rosto da prova do referido aluno pelo aplicador.

Qualquer circunstância incomum também deve ser registrada na folha de rosto da prova (se for de um aluno) e/ou no relatório.

Anote na folha de rosto da prova o código:

- 1 – se o aluno esteve presente durante toda a sessão;
- 2 – se o aluno não esteve presente em toda a sessão

Ao terminar o tempo diga:

Agora vou recolher as provas. Por favor, fiquem sentados até que eu recolha todas as provas.

Depois de recolhidas todas as provas diga:

Muitíssimo obrigada por colaborarem para o desenvolvimento dessa investigação.

Autorize a saída dos alunos.

APÊNDICE C – Termo de consentimento livre esclarecido**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Tendo em vista o desenvolvimento da pesquisa sobre a PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES, sob responsabilidade de Pamela Emanuelli Alves Ferreira, aluna do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, declaro que consinto que a mesma utilize meus registros escritos na resolução de uma prova de matemática, bem como os registros de minhas respostas durante entrevistas, caso ocorram, podendo utilizá-los parcial ou integralmente, sem restrições de prazo e citações, desde a presente data, podendo divulgá-lo em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que meu nome não seja citado em hipótese alguma, garantido o anonimato. Igualmente abduco dos direitos meus e de meus descendentes.

Declaro ainda, que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) quanto à investigação que será desenvolvida.

Londrina 10/11/2007.

Nome	Assinatura	RG
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		
17.		
18.		
19.		
20.		

APÊNDICE D – Quadro de desempenho

Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos professores									
Questão	Item	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito			
		Código 2		Código 1		Código 0		Código 9	
		N	%	N	%	N	%	N	%
01 - BATE-PAPO PELA INTERNET	1.1	21	56.76	0	0.00	14	37.84	2	5.41
	1.2	1	29.73	2	5.41	18	48.65	6	16.22
02 - TAXA DE CÂMBIO	2.1	31	83.78	2	5.41	2	5.41	2	5.41
	2.2	30	81.08	4	10.81	1	2.70	2	5.41
	2.3	23	62.16	7	18.92	5	13.51	2	5.41
03 - PROVA DE CIÊNCIAS	3	24	64.86	3	8.11	9	24.32	1	2.70
04 - ESTANTES	4	34	91.89	1	2.70	2	5.41	0	0.00
05 - LIXO	5	20	54.05	3	8.11	14	37.84	0	0.00
06 - OPÇÕES	6	22	59.46	3	8.11	12	32.43	0	0.00
07 - NOTAS DE PROVA	7	19	51.35	5	13.51	13	35.14	0	0.00
08 - APOIO AO PRESIDENTE	8	19	51.35	8	21.62	9	24.32	1	2.70
09 - CAMINHANDO	9.1	32	86.49	2	5.41	2	5.41	1	2.70
	9.2	10	27.03	9	24.32	17	45.95	1	2.70
10 - CRESCENDO	10.1	26	70.27	1	2.70	7	18.92	3	8.11
	10.2	32	86.49	1	2.70	2	5.41	2	5.41
	10.3	12	32.43	0	0.00	21	56.76	4	10.81
11 - ASSALTOS	11	19	51.35	7	18.92	8	21.62	3	8.11
12 - EXPORTAÇÕES	12.1	30	81.08	2	5.41	2	5.41	3	8.11
	12.2	22	59.46	2	5.41	10	27.03	3	8.11
13 - TORNEIO DE TÊNIS DE MESA	13.1	29	78.38	4	10.81	1	2.70	3	8.11
	13.2	15	40.54	5	13.51	7	18.92	10	27.03
	13.3	1	29.73	1	29.73	0	0.00	15	40.54
14 - VÔO ESPACIAL	14.1	13	35.14	6	16.22	9	24.32	9	24.32
	14.2	13	35.14	10	27.03	1	2.70	13	35.14
	14.3	2	5.41	7	18.92	4	10.81	24	64.86

Obs: os itens analisados nesta pesquisa foram destacados em negrito e itálico.