Universidade Estadual de Londrina

RENATA APARECIDA DE FARIA

INTEGRAÇÃO MULTIMODAL E COORDENAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM ATIVIDADES DE FUNÇÃO DO 1° GRAU

Londrina
2017

RENATA APARECIDA DE FARIA

INTEGRAÇÃO MULTIMODAL E COORDENAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM ATIVIDADES DE FUNÇÃO DO 1° GRAU

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientador Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú.

Londrina
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Faria, Renata Aparecida de.
Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1° Grau / Renata Aparecida de Faria. - Londrina, 2017.
116 f. : il.

Orientador: Carlos Eduardo Laburú.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.
Inclui bibliografia.

1. Ensino de Matemática - Tese. 2. Interações dialógicas - Tese. 3. Multimodos e Múltiplas Representações - Tese. 4. Registros de Representação Semiótica - Tese. I. Laburú, Carlos Eduardo . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

RENATA APARECIDA DE FARIA

INTEGRAÇÃO MULTIMODAL E COORDENAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM ATIVIDADES DE FUNÇÃO DO 1° GRAU

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA

____
Orientador Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú
Universidade Estadual de Londrina - UEL

____
Profª. Dra**.** Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL

____
Profª. Dra**.** Karina Alessandra Pessôa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná-
UTFPR- Londrina

Londrina, 11 de agosto de 2017.

Para meu pai.

"Dizem que as coisas mais difíceis são as melhores... Não, as coisas mais difíceis são as mais difíceis mesmo... Ter a ousadia em se permitir continuar, é que faz a diferença" (Autor desconhecido).

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos tesouros da minha vida .Com vocês me sinto sempre, uma pessoa melhor.

Agradeço ao amor da minha vida, pelo apoio incondicional.

Agradeço a minha fonte de fé, por ser meu refúgio.

Agradeço a meu anjo de luz e ao meu anjo da guarda, pela proteção.

Agradeço aos amigos dos melhores e dos piores momentos da minha vida, aos amigos conquistados ao longo da carreira profissional, que ajudaram a enfrentar e/ou contornar as pedras do caminho.

Agradeço ao Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú, que com seu conhecimento, *insights* e seriedade mostrou como trilhar este caminho.

Agradeço aos colegas do Grupo de Pesquisa Cristiane, Daniel, Elaine, Fernanda, Josiane, Keila, Marcela, Mariana, Maysa, Paulo e Tanisse, que com suas dicas, preocupações, considerações, sugestões, paciência, compartilhamento de experiência , apoio em situações acadêmicas desanimadoras e críticas ,enriqueceram direta ou indiretamente o trabalho aqui apresentado.

Aos professores do PECEM, que engrandeceram minha visão de mundo.

As professoras Karina e Lourdes pelas sugestões, profissionalismo e paciência , durante o processo de qualificação .

A todos do Colégio Estadual Antônio Raminelli – equipes diretiva, administrativa e pedagógica, meus colegas docentes e meus alunos, que sempre (mesmo sem saber) me incentivam a continuar na profissão.

E, finalmente, agradeço à “Cassiana”, pela teimosia para seguir em frente.

FARIA, Renata Aparecida de**. Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1° Grau**. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RESUMO

Este estudo investiga a coordenação de representações semióticas , isto é , o reconhecimento do mesmo objeto matemático - Função do 1°Grau - em 6 (seis) atividades. A investigação apresenta os referenciais dos Multimodos e Múltiplas Representações, com destaque às Funções Pedagógicas ao utilizar uma nova representação, proposta por Shaaron Ainsworth (1999,2006) e aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2004,2011) quanto as transformações semióticas de tratamento, conversão e coordenação e a natureza e forma dos diferentes registros de representação semiótica . O trabalho foi realizado com estudantes do 1° ano do Ensino Médio de uma Escola Pública do Norte do Paraná no ano letivo de 2016, em que a coleta de dados ocorreu durante 9 (nove) aulas , com anotações de observações da pesquisadora, gravação em áudio e fotografias. No desenvolvimento das atividades propostas, as interações dialógicas, caracterizadas como um modo representacional ,ocorridas entre estudante/pesquisadora e estudante/estudante possibilitaram a análise quanto às Funções Pedagógicas nas diferentes representações mobilizadas. Além de evidenciar as vantagens da multiplicidade representacional no ensino, as resoluções apresentadas pelos estudantes permitiu verificar a integração de referenciais, pois a partir da mobilização de dois ou mais registros de representação, ocorre uma ou mais Função Pedagógica das Múltiplas Representações ao complementar, restringir uma interpretação errônea e/ ou o aprofundar um novo conhecimento .

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Interações dialógicas. Multimodos e Múltiplas Representações. Registros de Representação Semiótica.

FARIA, Renata Aparecida de. **Multimodal Integration and Coordination of Semiotic Representations in 1st Degree Function Activities.** 2017. 116 p. Dissertation (Master's degree in Science Teaching and Mathematical Education) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

ABSTRACT

This study investigates the coordination of semiotic representation , that is, the recognition of the same mathematical object - Function of the 1st Degree - in 6 (six) activities. The research presents the references of the Multimode and Multiple Representations, with emphasis on the Pedagogical Functions when using a new representation, proposed by Shaaron Ainsworth (1999,2006) and aspects of Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (2004,2011) Semiotic transformations of treatment, conversion and coordination and the nature and form of the different registers of semiotic representation. The work was carried out with students of the 1st year of High School of a Public School of the North of Paraná in the academic year of 2016, in which the data collection took place during 9 (nine) classes, with annotations of observations of the researcher, recording in audio and photos. In the development of the proposed activities, the dialogical interactions , characterized as a representational model ,between student / researcher and student / student made possible the analysis of the Pedagogical Functions in the different mobilized representations. In addition to highlighting the advantages of representational multiplicity in teaching, the resolutions presented by the students allowed verification of the integration of references, since from the mobilization of two or more records of representation, one or more Pedagogical Function of the Multiple Representations occurs when complementing, restricting a misinterpretation and / or deepening of new knowledge.

Keywords: Teaching of Mathematics. Dialogic Interactions. Multimode and Multiple Representations. Registers of Semiotic Representation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ESQUEMAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

CNE	Conselho Nacional de Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PECEM	Programa de Ensino em Ciências e Educação Matemática

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Como professora de Ciências e Matemática há 19 anos posso dizer que em cada sala de aula, em cada turma, em cada ano letivo, dificuldades novas e desafios recorrentes, quanto ao processo de ensino e aprendizagem constituem uma realidade que não se restringe a uma localidade ou escola.

Este estudo foi um desafio: o retorno à vida acadêmica, a conciliação das disciplinas do Mestrado com as aulas da Rede Estadual de Ensino, a ansiedade em escolher um tema de pesquisa, o dueto professora/pesquisadora.

Ao considerar minha experiência em sala de aula como fundamental, em vários momentos esqueci que a aluna/ pesquisadora era o essencial.

Ao saber, pela prática docente, das dificuldades do processo ensino e aprendizagem, deixei a teoria como um ‘véu ‘a encobrir uma espécie de prática idealizada. A aprendizagem em desvelar as teorias, de emergir em mim a pesquisadora foi um caminho cansativo. O trocar de ‘óculos’ de professora para pesquisadora foi permeado de momentos desanimadores, de descobertas, reflexões.

Em um determinado momento, ser humilde quanto a sugestões e críticas foi crucial para o início do trabalho que apresento aqui. Desenvolver um estudo que contemplasse o alicerce teórico foi o passo seguinte da minha história enquanto aluna/professora/pesquisadora.

A orientação pelo Professor Dr. Carlos Eduardo Laburú, a participação no Grupo de Pesquisa em Ensino de Ciência e Matemática me apresentou pesquisas encaminhadas por outros integrantes do Grupo de Pesquisa, a novas abordagens, discussões e reflexões.

Esta caminhada resultou no trabalho que aqui apresento.

INTRODUÇÃO

A presença das representações[1] e sua multiplicidade de formas como gráficos, tabelas, esquemas, desenhos e fórmulas “(...) são, na escola e fora dela, as diferentes linguagens que o aluno deve compreender para argumentar e se posicionar frente a novas informações” (BRASIL, 2002, p.130).

No ensino de Matemática, a utilização de representações por vezes é intuitiva, não intencional, e pode gerar dúvidas aos estudantes quanto à articulação das diversas formas que um objeto matemático[2] pode ser representado.

Em nossa vivência enquanto professora do Ensino Fundamental e Médio observamos estas dúvidas quanto a diferentes objetos matemáticos, que neste estudo será o ensino de Função do 1° Grau. Perguntas do tipo “A função é esta reta no gráfico”? em que o estudante confunde o objeto matemático Função do 1° Grau, com uma de suas possíveis representações, no caso o gráfico cartesiano. Outro fato recorrente no processo de ensino de Funções são afirmativas do tipo: “Quando tem as letras não sei fazer”;” Consigo fazer o gráfico, só depois da tabela”; “Só olhando na reta, não dá para saber qual é a Função...”, em que diferentes representações de um mesmo objeto matemático podem ser o motivo do insucesso na aprendizagem.

Estes insucessos para Duval (2004) e Camargo (2014) ocorrem, pois representações diversas apresentam custos cognitivos também diversos aos aprendizes. No entanto, como ressalta D’ Amore (2015) uma pluralidade de representações favorece a construção cognitiva do objeto representado, uma vez que cada uma contribui de maneira específica com alguns aspectos do objeto.

Neste sentido, a escolha da Função do 1° Grau enquanto objeto matemático deste estudo deu-se também pela abrangência deste conceito em diferentes áreas do conhecimento, por exemplo, na Física, na Química, na Biologia como uma ferramenta

---

[1] Representação é qualquer notação, signo, conjunto de símbolos que representam algum aspecto do mundo externo ou de nossa imaginação na ausência do objeto. (EYSENCK, KEANE apud ZÔMPERO, 2012).

[2] Objeto matemático é qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo que intervém de alguma maneira na atividade matemática. (GODINO; BATANERO E FONT, 2007)

que permite a busca por regularidade em diferentes fenômenos naturais e sociais. As investigações de Dominoni (2005), Rosa (2009), Salgueiro (2011), Santos (2014) reafirmam a importância da variedade de representações no ensino de Funções em diferentes modalidades de ensino.

A importância de um ensino baseado em uma diversidade representacional vem ao encontro da afirmativa de Duval (2011) de que a partir da mobilização e coordenação, ou seja, o reconhecimento do mesmo objeto matemático em diferentes representações, que reside na maioria dos casos, o sucesso de aprender ou não. Em consonância a isso, uma nova representação pode vir a complementar, limitar uma interpretação errônea e/ou aprofundar um conhecimento (AINSWORTH ,1999, 2006).

Acrescentamos ainda que ensinar é um processo dialógico perpassado por uma pluralidade representacional (LEMKE, 2003; LORENCINI, 2000; MORTIMER; SCOTT, 2002) e que o estímulo às múltiplas representações favorece o processo de ensino e aprendizagem, pois a ideia de que em cada representação (imagética, verbal, gestual, dentre outras) uma face do conceito pode ser explorada, auxiliando o professor a identificar se o aluno evoluiu de um estado conceitual para outro (LABURÚ; SILVA, 2011).

Diante do exposto procuramos investigar *quais representações são mobilizadas em situações de ensino do objeto matemático Função do 1° Grau, mediadas por interações dialógicas,* a partir da integração de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e das Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações, desempenhadas por cada representação, respectivamente propostas por Duval (2004, 2011) e Ainsworth (1999, 2006).

A estrutura da pesquisa consiste, além da Introdução, em cinco capítulos. O Capítulo 1 - O referencial teórico é subdividido em 5 (cinco) tópicos que contemplam aspectos do processo discursivo em sala de aula, das ideias presentes quanto às Múltiplas Representações, com destaque às Funções Pedagógicas, a partir de uma nova representação proposta por Shaaron Ainsworth; descrições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval e uma breve retrospectiva dos estudos que contemplam a Teoria de Duval no Brasil , com destaque às pesquisas desenvolvidas no PECEM.

O capítulo 2 é dedicado a integrar os aspectos convergentes do referencial teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações. No Capítulo 3, encontram-se considerações a respeito da evolução histórica do conceito de função, definição de Função e Função do 1° Grau e exemplos de registros de representação de uma Função do 1° Grau.

A metodologia e os procedimentos da pesquisa estão descritos no Capítulo 4. Em seguida, no capítulo 5, apresentamos a análise das atividades subsidiada pelos pressupostos teóricos. Depois, encontram-se as considerações finais da pesquisa seguidas das referências bibliográficas utilizadas neste estudo.

CAPÍTULO 1
REFERENCIAL TEÓRICO

Os fundamentos teóricos abordados neste capítulo abrangem aspectos do processo discursivo em sala de aula, as Múltiplas Representações, as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino e aprendizagem de Matemática.

1.1 O PROCESSO DISCURSIVO EM SALA DE AULA

O discurso entre professor e aluno (ou aluno/ aluno), segundo Mortimer e Scott (2002) pode ser categorizado em classes da abordagem comunicativa, a partir de duas dimensões: interativo ou não interativo e dialógico ou de autoridade.

A combinação destas dimensões resulta em discursos dos tipos: Interativo/dialógico: professor e estudantes exploram ideias, formulam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. Não-interativo/dialógico: professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. Interativo /de autoridade: professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico. Não-interativo/de autoridade: professor apresenta um ponto de vista específico (MORTIMER; SCOTT, 2002).

O processo discursivo em sala de aula permite oportunidades de interações dialógicas[3]. Dialogar com os estudantes ultrapassa a oralidade e permeia outros tipos de representações. Comunicar ideias, promover reflexões, gerenciar discussões e questionamentos são ações que permeiam essas interações. Nesse sentido, Mortimer (2006) ressalta que para novos significados na interação discursiva é necessário que o

[3] Entendemos que os discursos apresentados nesta pesquisa são interativos combinados com os aspectos dialógicos e de autoridade. Porém não há a classificação dos discursos conforme proposto por Mortimer e Scott (2002). Ressaltamos que a denominação interativo /dialógico é constante neste estudo.

professor dialogue com os alunos, permitindo as contra-palavras, a interação entre diferentes vozes.

> O que torna o discurso funcionalmente dialógico é o fato de que ele expressa mais de um ponto de vista – mais de uma ‘voz’ é ouvida e considerada – e não que ele seja produzido por um grupo de pessoas ou por um indivíduo solitário (MORTIMER; SCOTT, 2002, p.287).

A importância de questionar o entendimento do aluno em relação ao que ele aprendeu pode denotar uma flexibilidade do professor em desenvolver situações de ensino privilegiando as interações dialógicas contínuas. As situações de formulação de perguntas e respostas entre o professor e os alunos implicam a construção interativa do discurso na sala de aula (LORENCINI, 2000, p.38).

Uma tarefa difícil ao professor é promover e manter momentos de interações dialógicas significativas. Alunos que não interagem, respostas rápidas demais ou a pouca permissão ao estudante expor suas ideias podem tornar-se obstáculos na aprendizagem.

No tocante ao ato de perguntar, Lorencini (2000, p.220) declara que a funcionalidade das perguntas na dimensão interativa, isto é, a pergunta, seja ela previamente elaborada ou espontânea, cumpre um papel de estabelecer relações não só com os conteúdos científicos, do ponto de vista cognitivo, mas também com as relações interpessoais entre professor/alunos e entre os alunos.

O questionamento é parte de qualquer processo de ensinar, aprender, pensar, evoluir e produzir conhecimento (ALBERGARIA, 2010; LORENCINI, 2000).

Ainda sobre as interações dialógicas, concordamos com Laburú e Silva (2011) que, ao convergir as interações dialógicas com observação do que o aluno faz ao ser confrontado com representações de diferentes situações, é possível descobrir o grau de conexões conquistadas na aprendizagem.

Neste processo de diálogos entre os envolvidos no ensino e aprendizagem de um conceito, a linguagem é um modo representacional privilegiado, pois media outros modos representacionais. Considerações a respeito dos modos representacionais e múltiplas representações serão abordadas no item 1.2.

Ao propor situações em que o estudante possa apresentar seu entendimento de maneira oral ou escrita, cria-se a possibilidade para que seus conhecimentos se coordenem, organizem, estruturem e se aprimorem, sempre que traços-chave, ligações internas e entre representações sejam identificados, priorizados e novamente elaborados pelos estudantes (LABURÚ; SILVA, 2011).

1.2 MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES

A multiplicidade representacional pode ser entendida como a integração, no discurso científico, de diferentes modos de representar[4] o raciocínio, os processos e as descobertas científicas, com a finalidade de que os alunos apropriem o significado dos conceitos, conforme forem compreendendo as diferentes formas representacionais desse discurso (TYLER; PRAIN; PETERSON, 2007).

Perante a escolha dentre as representações sugeridas, por vezes os alunos demonstram preferências a umas em detrimento de outras. A escolha não é automática, o aprendiz demonstra em qual representação sente-se mais seguro na resolução do que lhe é proposto. Além disso, a autonomia da escolha constitui um aspecto primordial, pois uma única representação pode não ser capaz de compensar deficiências na aprendizagem (AINSWORTH, 2006).

Quando múltiplas representações são integradas e avaliadas umas com as outras podem fornecer recursos substanciais do fenômeno estudado, que pode não ser óbvio de cada representação individual (TREAGUST; WON; YOON, 2014). “A ligação cognitiva das representações cria um todo que é maior que a soma de suas partes” (KAPUT ,1989 apud AINSWORTH, 2008).

A ideia de subsidiar o processo de ensino e aprendizagem a partir das múltiplas representações de um conceito é inerente ao pensamento científico e matemático. Uma nova representação pode retomar, complementar e confirmar conhecimentos, propiciar restrição e refinamento na interpretação que está sendo construída e capacitar o aprendiz a identificar um conceito subjacente (AINSWORTH apud PRAIN; WALDRIP, 2006).

A aprendizagem de novos conceitos não pode ser separada de como aprender a representá-los e nem do que significam essas representações (TYLER; PRAIN; PETERSON, 2007).

[4] Refere-se a prática de reapresentar um mesmo conceito de várias maneiras ou em diferentes linguagens, sejam elas descritivas (verbal, gráfica, tabular, diagramática, fotográfica por mapas ou cartas), experimentais e matemáticas, figurativas (pictórica, por analogia e/ou metafórica), gestuais ou corporais.

Os professores podem fornecer outras representações para apoiar os processos de integração e de tradução para os alunos (SEUFERT, 2003 apud TREAGUST; WON; YOON, 2014). Em Prain e Waldrip (2006), o termo "múltiplas representações" designa a prática de re-representar um mesmo conceito ou processo científico em diferentes formas e reafirma que os alunos precisam ser introduzidos a multimodos representacionais de conceitos científicos como parte de sua vivência.

Os estudantes precisam, portanto, ser capazes de compreender e integrar esses multimodos como parte do aprendizado da natureza do conhecimento científico e sua representação.

Os multimodos representacionais devem ser compreendidos como os meios ou recursos perceptivos, nos quais as diversas formas representacionais podem ser expressas, pensadas, comunicadas ou executadas (RADFORD; EDWARDS; ARZARELO,2009).

A característica de formar representações multimodais em um mesmo conceito é consistente com a natureza do discurso científico, em suas possibilidades de ressignificação.

A partir da variedade de abordagens (PRAIN; WALDRIP, 2006), os estudantes devem ser capazes de transitar de maneira coordenada entre as representações envolvidas com o conhecimento científico.

Segundo Lemke (2003) os alunos precisam ter acesso a diferentes tipos de representação de um mesmo conceito para consolidar a aprendizagem. O mesmo autor complementa que a ação progressiva do que o professor fala, escreve, utiliza experimentos, desenhos, equações e demais multimodos é que promove a significação.

A junção de um ensino pautado na pluralidade de representações com um discurso integrador constitui um mecanismo pedagógico fundamental, na medida em que aprimora consideravelmente o processo de significação e oferece procedimentos variados de interpretação e entendimento (LABURÚ; SILVA, 2011).

1.2.1 Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações Externas

A utilização de representações não se limita a ambientes educacionais. Em atividades rotineiras as representações externas auxiliam na resolução de problemas, sendo empregadas em diversas áreas do conhecimento humano.

O termo Representação Externa (Cox e Prna,1995) compreende uma gama de representações, como modelos proposicionais, sentenças em linguagem natural, sentenças em linguagens formais, tabelas, listas, mapas, esquemas, desenhos, gráficos, animações. Acrescentamos como exemplo de representação externa, simulações em 3 D de realidade aumentada em suportes digitais.

Nos anos 1990, Shaaron Ainsworth propôs o uso das Múltiplas Representações, como diretrizes na construção de estratégias de ensino e no auxílio à aprendizagem de diversos conceitos, a partir de ambientes digitais de aprendizagem. No artigo intitulado DeFT[5], Ainsworth (2006) propõe, que diversas dimensões são combinadas para influenciar a aprendizagem dos alunos.

A estrutura das funções pedagógicas das Múltiplas Representações Externas, além de orientar os designers produtores de ambientes digitais de aprendizagem, também pode ser utilizada como um parâmetro de verificação e análise do processo de ensino e aprendizagem.

De discussões apresentadas em determinados estudos (TABACHNECK; LEONARDO; SIMON, 1994, YERUSHALMY, apud AINSWORTH ,1999) observam-se divergências a respeito do uso das Múltiplas Representações quanto a suas funções, e o cuidado quanto sua oferta.

Ao mesmo tempo em que foi constatado que as Múltiplas Representações Externas podem apresentar benefícios na aprendizagem, também surgiram análises consideráveis, em que os aprendizes não conseguiam explorar os benefícios e as vantagens de diferentes representações de um conceito em ambientes virtuais.

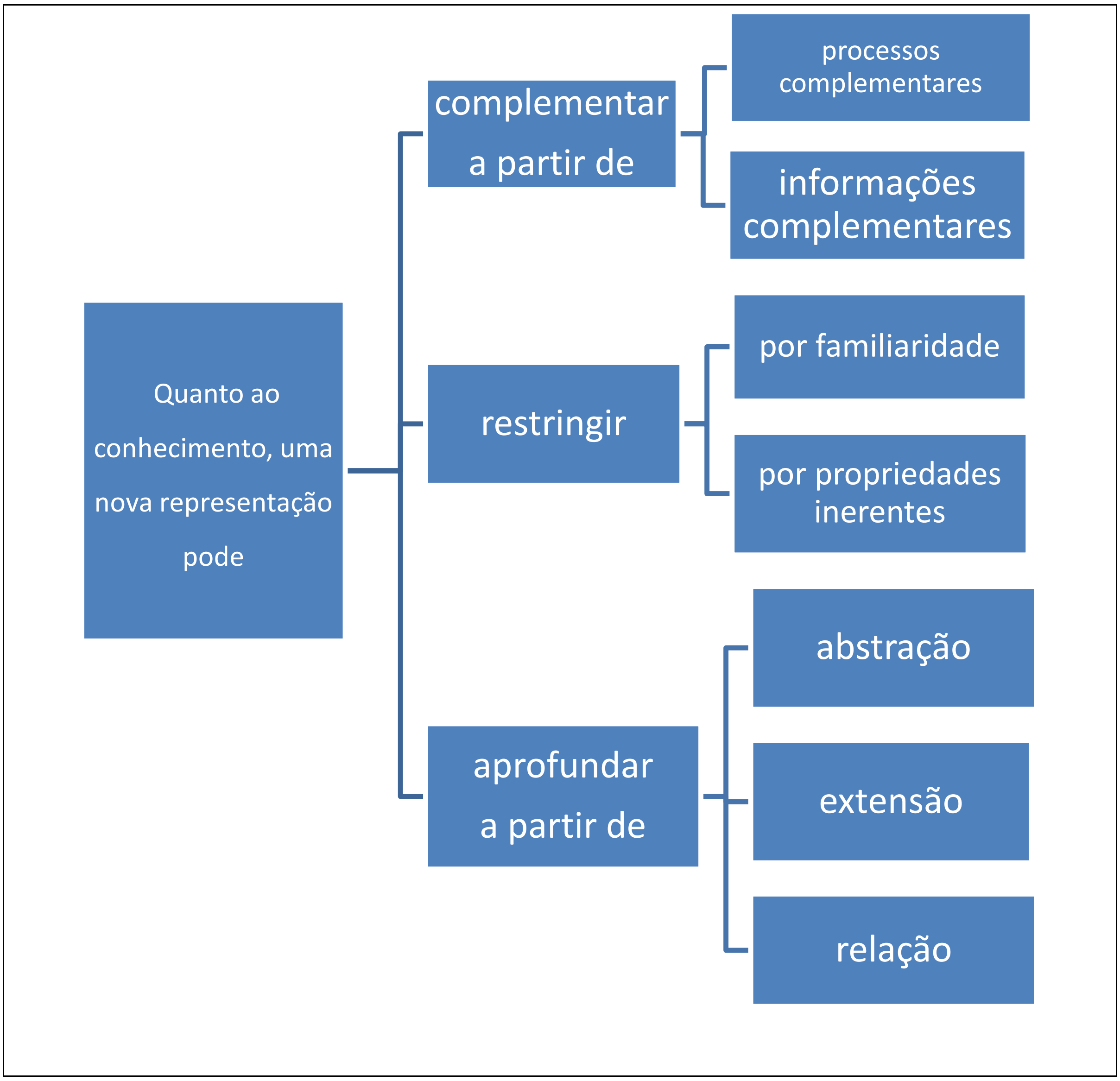
No Quadro 1.1 a partir da proposta de Ainsworth (1999, 2006) delimita-se uma taxonomia[6] que reforça as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações.

---

[5]A conceptual framework for considering learning with multiple representations. A sigla é a combinação de Design (DE) a maneira como a informação é representada, Functions(F) as diferentes funções pedagógicas que as Múltiplas Representações podem possuir e Task(T) as tarefas cognitivas que o aluno realiza durante as interações com Múltiplas Representações.

[6] No Quadro 2.1 atribuímos ao Registro de Representação Tabular duas das Funções Pedagógicas presentes nesta taxonomia: a complementaridade e a restrição.

Quadro 1.1 - Taxonomia Múltiplas Representações Externas quanto às Funções Pedagógicas



Fonte adaptado de Ainsworth (1999, p.134)

Para uma nova representação ser caracterizada como complementar espera-se o apoio aos processos cognitivos e a soma das vantagens na utilização das múltiplas representações, quanto aos benefícios individuais de cada representação, e as estratégias na resolução das atividades e /ou tarefas.

Além disso, ao compartilhar informações, a redundância parcial das informações suporta novas interpretações, criando artefatos menos complicados, mas em seguida introduzindo exigências de tradução e integração em situações futuras, isto é, que a representação ao desempenhar a função pedagógica complementar, seja utilizada constantemente pelo estudante.

Um exemplo de representação com a função pedagógica complementar é o uso do algoritmo da adição, ao ser utilizado de maneira constante pelo aluno para resolver diferentes situações –problema.

Quando uma representação limita a interpretação conceitual é porque a exploração de uma representação familiar apoia o raciocínio do aluno sobre o que é menos familiar. Ao restringir uma informação por familiaridade, há a viabilidade em auxiliar uma representação mais abstrata e alavancar a interpretação de outras desconhecidas e limitando possíveis interpretações errôneas.

A função pedagógica de restringir por propriedades inerentes pode ser atribuída quando uma representação é muito ambígua. A descrição de uma paisagem, por exemplo, é restringida por uma segunda representação mais específica ao ser representada por uma imagem.

A construção de uma compreensão mais profunda possibilita a promoção da abstração, fornecendo ao aluno uma rica fonte de interpretações de domínio, onde então ele aprofundará ou traduzirá referências a essas representações.

O incentivo à extensão (generalização) pode ser considerado como uma forma de ampliar o conhecimento que o aluno já tem a novas situações, mas sem alterar a natureza desse conhecimento e também a abrangência do domínio do conhecimento em uma variedade de representações.

Nesse processo, o aluno explora um entendimento de como uma representação expressa um conceito e ganhar alguma compreensão da maneira pela qual uma segunda representação representa o mesmo conhecimento. Há uma associação entre as representações, porém sem evidencia da relação entre elas.

O uso em outro domínio e a relação entre duas ou mais representações podem ser introduzidas simultaneamente e a aprendizagem para interação entre elas é bidirecional (AINSWORTH, 1999, p. 143).

Um exemplo do uso desta taxonomia é a investigação de Treagust, Won e Yoon (2014) que categorizaram as estratégias dos alunos quando eles integraram múltiplas representações para aprender um conceito de Ciências (respiração humana) com base na taxonomia das Múltiplas Representações Externas propostas por Ainsworth (1999, 2006).

Neste estudo verificou-se que ao integrar diferentes representações – o modelo de um pulmão - construído com garrafa e balão - desenhos dos pulmões e descrição escrita do processo de respiração que os estudantes apresentaram melhor comunicação e compreensão conceitual.

Laburú e Silva (2011) afirmam que mais duas funções podem ser atribuídas a uma nova representação: que determinados modos se adequam melhor a certos indivíduos, por servir-lhes de suporte apropriado para compreender um conceito, devido à existência de esquemas conceituais já construídos por eles; e a uma relação de ordem emocional dos aprendizes com o conhecimento, que é própria do sujeito.

O ensino e a aprendizagem subsidiados por meio da multiplicidade de representações (LABURÚ; SILVA, 2011, LEMKE, 2003) pode auxiliar o aprendiz a mobilizar e a coordenar em qual representação ele apresentará maior domínio, ou se sentirá mais seguro ao lidar com novos conceitos e ideias matemáticas.

1.3 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Em meados dos anos 1990, Raymond Duval, um psicólogo cognitivista desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a qual evidencia a importância das representações no ensino e aprendizagem em Matemática. Primeiramente, os objetos matemáticos não são diretamente observáveis, visto que eles não têm existência física e sua apreensão só é possível por meio de representações.

Além disso, existe uma grande variedade de representações semióticas possíveis para serem utilizadas (língua natural, gráficos, linguagem algébrica, figuras geométricas, entre outras), que podem ser transformadas (a partir das atividades cognitivas de tratamento e conversão) em outros registros de representações que forem mais econômicos cognitivamente na resolução de um dado problema, conservando o mesmo objeto matemático (COLOMBO; MORETTI, 2008).

A possibilidade de reconhecimento de um objeto matemático, ocorre nas representações elaboradas em diferentes sistemas de registros. A linguagem, por exemplo, é um registro e não um código, em que os códigos seriam as letras (DUVAL,2011).

1.3.1 Tipos de Representação

A partir das ideias e concepções que um indivíduo possa ter a respeito de um determinado objeto, imagem, descrição ou situação e a associação referente a eles, Duval (2004) destaca as representações em 3 categorias: mentais, computacionais e semióticas. Damm (1999) salienta que tais representações não são espécies diferentes de representação, mas sim representações que realizam funções diferentes.

As representações mentais classificadas como internas e conscientes caracterizam-se pelas concepções que uma pessoa pode ter a respeito de uma situação ou objeto caracterizando a função de objetivação, isto é, a descoberta pelo próprio sujeito do significado da representação que portanto passa a ter um caráter intencional (DUVAL,2004).

Representações computacionais são de tratamento cognitivo automático, quase instantâneo e categorizadas como internas e não conscientes. Estão relacionadas a uma codificação da informação na qual o sujeito realiza determinada atividade sem pensar em todos os passos necessários para sua concretização, por exemplo, os algoritmos computacionais ou os algoritmos das operações.

Denominadas como externas conscientes, as representações semióticas possuem a função de objetivação, expressão e de tratamento intencional fundamental para a aprendizagem (DUVAL, 2004, 2012). O autor enfatiza que as representações semióticas se constituem pelo emprego de signos[7] que pertencem a um sistema de representação com dificuldades próprias de significado e funcionamento, e são intrínsecas ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática, independentemente do nível de ensino.

São as representações semióticas que possibilitam o contato com uma pluralidade de representações, como, por exemplo, as figuras geométricas, a escrita algébrica, as línguas. O que podemos fazer com os objetos matemáticos é descrevê-los,

---

[7]A Teoria Geral dos Signos de C.S.Peirce apresenta a tríade signo/objeto/interpretante e a relação entre esses elementos. Nesta pesquisa, não serão enfatizadas as noções propostas por Peirce, porém entendemos ser importante destacarmos que “Um signo, ou *representamen* é aquele que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. (...) O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do *representamen”.* (C.P., 5228)

defini-los, denotá-los, denominá-los, desenhá-los, entre outros, isto é, fornecer representações semióticas (D'AMORE, 2015).

Tem-se, aqui, um exemplo retirado de Duval (2011, p.43), em que uma obra do artista americano Joseph Kosuth é utilizada para ilustrar a justaposição de uma representação semiótica com uma representação não semiótica.

Figura 1 - Obra "Uma e três cadeiras", de Joseph Kosuth (1965)

Fonte Disponível em <http//teoriadaarte-t2.blogspot.com.br/2013/07/da-arte-como-conceito-e-do-conceito-de.html>. Acesso em 07 jun. 2016.

Nos quadros (1.2 e 1.3) temos a sequência dos elementos que compõem a figura1 e as descrições dos mesmos:

Quadro 1.2 - Elementos justapostos

(i) Uma **cadeira** contra uma parede.

(ii) Uma **fotografia** dessa cadeira.

(iii) Um **texto de dicionário** a respeito de uma cadeira.

Fonte: adaptado de Duval (2011, p.44)

Quadro 1.3 - Descrição dos elementos justapostos

(i) O próprio objeto ao qual temos acesso independente de suas representações. (ii) Uma imagem produzida por uma máquina fotográfica. (**REPRESENTAÇÃO NÃO SEMIÓTICA)** (iii) Uma descrição verbal. **(REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA)**

Fonte: adaptado de Duval (2011, p.44)

O reconhecimento do objeto (cadeira) não é confundido em nenhuma das representações, seja na fotografia ou no texto escrito. Os objetos materiais permitem acesso direto ao objeto, sendo possível realizar a justaposição de suas diversas representações.

Em Matemática, o objeto de conhecimento não é acessível fora das representações semióticas, podemos apenas justapor as representações, jamais um objeto e sua representação (DUVAL, 2011).

> Não podemos pensar que com uma única representação semiótica seja possível representar todas as componentes conceituais de um determinado objeto matemático. Ao contrário, sabe-se hoje, que cada representação semiótica veicula somente alguns aspectos conceituais que são componentes do objeto considerado, no sentido de que um objeto matemático possui várias componentes conceituais ligadas, mescladas, umas com as outras (D'AMORE, 2015, p.112).

Duval (2004) afirma que a aprendizagem ocorre a partir da *noésis*, isto é, a apreensão de um conceito. Porém, para o autor, a *noésis* só acontece através da produção de significativas representações semióticas, denominada *semiósis,* ou seja, a *noésis* é inseparável da *semiósis*.

O papel da semiose no funcionamento do pensamento não é o emprego de um ou de outro tipo de signo, e sim a variedade de signos que podem ser utilizados (DUVAL, 2004).

1.3.2 Registros de Representação Semiótica

Um registro de representação é um sistema dotado de signos que permitem identificar uma determinada representação. Nesse sentido uma expressão algébrica pode ser a representação semiótica de uma Função no registro algébrico.

Há representações que não constituem um registro semiótico. Uma placa de trânsito, por exemplo, tem formação identificável – Permitido estacionar – (Figura 2), porém não permite a ação de tratamento e conversão, conforme a Figura 3. Nela, ao inserir os traços em vermelho, há outra representação identificável, isto é, a mensagem transmitida é transformada em outra placa de trânsito, além do fato de que nem a Figura 2 tampouco a Figura 3 propiciam as transformações semióticas de tratamento e conversão.

Figura 2 - Placa Permitido Estacionar

Figura 3 - Placa Proibido Estacionar

Duval (1993, 2009) considera que, para um sistema semiótico poder ser considerado como um registro de representação semiótico, além da comunicação, deve possibilitar, então, outras funções quanto à cognição - as transformações semióticas de tratamento e conversão.

1.3.3 Atividades Cognitivas dos Registros de Representação Semiótica.

O registro de uma representação pode ser considerado semiótico quando permitir a formação de uma nova representação identificável, um tratamento de um registro de representação e uma conversão desse registro de representação.

1.3.3.1 Formação de uma Representação Identificável

É a compreensão dos signos que compõem a representação semiótica, possibilitando a identificação da representação de um registro, a partir de um sistema de representação estabelecido socialmente, como, por exemplo, a enunciação de uma frase, a composição de um texto, o desenho de uma figura geométrica ou um gráfico cartesiano.

1.3.3.2 Tratamento de um Registro de Representação

O tratamento é uma transformação interna a um registro sem que haja mobilização de um novo sistema de representação.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo sistema de representação. Por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação (DUVAL, 2003). Os procedimentos de justificação do objeto de estudo matemático dentro de um mesmo registro são considerados tratamento, como, por exemplo, efetuar um cálculo somente na escrita aritmética.

Apresentamos a resolução de um sistema de equações do 1° Grau no registro de representação algébrico.

Quadro 1.4 Transformação Semiótica de Tratamento

Sistema de Equações Lineares (Registro de Representação Algébrico)

$$\begin{cases} y - 2x = -1 & \text{(I)} \\ y - x = 1 & \text{(II)} \end{cases}$$

Este exemplo caracteriza um **Tratamento,** pois:

Multiplicando (II) por -1, o novo registro permanece no mesmo sistema de representação (algébrico).

$$\begin{cases} y - 2x = -1 \\ -y + x = -1 \end{cases}$$, temos: $-x = -2\,(-1)$, então $x = 2$

Substituindo $x = 2$ em (I) temos: $y = 3$.

Solução do sistema S =(2,3).

Fonte: a autora

1.3.3.3 Conversão de um Registro de Representação

A transformação semiótica de conversão consiste na transformação de uma representação em outro sistema de representação.

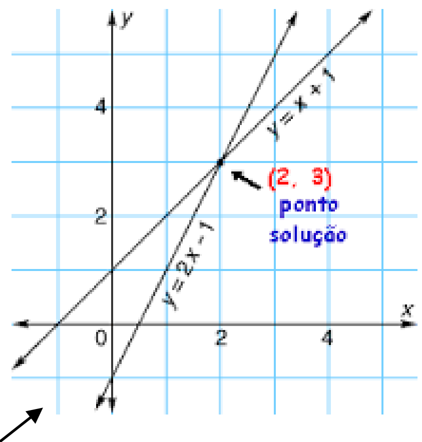
As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados (DUVAL, 2003).

A conversão das representações é uma operação cognitivamente não reversível. Converter em um sentido não implica necessariamente na possibilidade do aluno fazê-lo no sentido inverso (DUVAL, 2011). Assim, transitar de uma representação gráfica para uma representação algébrica pode não apresentar o mesmo sucesso que transitar da representação algébrica para a representação gráfica, por exemplo.

Uma conversão de representação caracteriza-se conforme o exemplo do sistema de equações do 1° Grau apresentado anteriormente, ser representado no registro de representação gráfico.

Quadro 1.5- Transformação Semiótica de Conversão

Sistema de Equações Lineares (Registro de Representação Gráfico)



$$\begin{cases} y - 2x = -1 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

Conversão

Diferentes sistemas de representação são mobilizados para representar a solução S= (2,3)

Fonte: a autora

Duval (2009, p.35) afirma que “a operação de conversão se revela ser nem trivial nem cognitivamente neutra”. Uma constante na atividade de conversão é a heterogeneidade de sentido, em que uma representação na língua natural para a representação gráfica pode ter um custo cognitivo menor do que da representação gráfica para a língua natural.

Sendo assim, a conversão é fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro sistema, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento, por sua vez, é interno ao registro, enquanto a conversão se dá entre dois ou mais sistemas de representação, ou seja, é exterior ao registro de partida (DAMM, 1999).

1.3.3.4 Coordenação entre Registros de Representação

A coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer um mesmo objeto a partir da mobilização dos dois ou mais registros de representação distintos.

Para Duval (2003), a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros pertencentes a diferentes sistemas de representação, além da possibilidade de conversão a todo momento de representação de um objeto matemático em diferentes registros.

> Na medida em que a Matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais do indivíduo. (...) a aquisição de tal ou tal noção particular é provavelmente o aporte maior que se pode esperar da aprendizagem matemática para sua educação (DUVAL, 2003, p. 29-30).

A coordenação entre registros permite extrapolar as limitações de um registro, pois o mesmo pode não contemplar a totalidade de características do objeto matemático. Propiciar a diversidade de registros, segundo Duval (2011) conduz a uma opção pelo registro de menor custo cognitivo para o aluno.

No Quadro 1.6 encontra-se uma atividade exemplificando a coordenação entre registros de representação distintos.

Ao relacionar cada questão ao gráfico correto, o estudante estará reconhecendo a representação do mesmo objeto matemático, ou seja, as funções $\boldsymbol{f(x) = x + 4}$ ou $\boldsymbol{f(x) = -2x + 1}$, em diferentes registros.

Quadro 1.6- Coordenação de Registros de Representação

Observe os gráficos abaixo e responda as questões:

Gráfico I

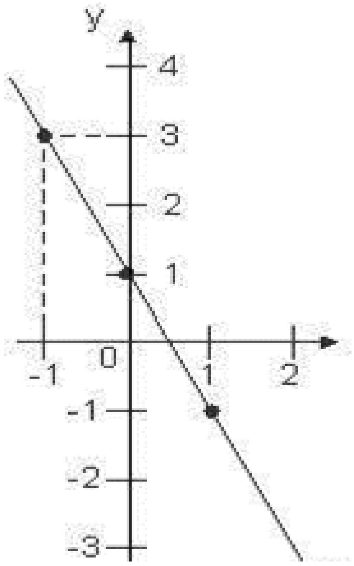
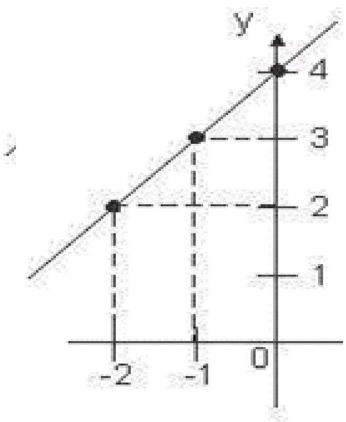


Gráfico II



a) A tabela abaixo refere-se a qual gráfico?

R: ________________________________

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	3	1	-1	-3	-5

b)A expressão algébrica $f(x) = -2x + 1$ é de qual gráfico?

c) A inclinação da reta em relação ao eixo Ox do gráfico _____ é -2.

d) Para $f(x) = 0$ temos $x = -4$, no gráfico ____.

Fonte: a autora

1.4 NATUREZA E FORMA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Duval apresenta duas características fundamentais que permitem distinguir um registro de representação, ou seja, sua natureza e forma (discursivo/não discursivo e monofuncional/multifuncional). As 4 (quatro) combinações dessas características estão destacadas no Quadro 1.7.

Quadro 1. 7 - Natureza e Forma dos Registros de Representações Semióticas

Natureza / Forma	***Representação Discursiva (D)***	***Representação Não Discursiva (ND)***
Registros Multifuncionais (M) Os tratamentos não são algoritmizáveis.	***Língua Natural e Formas de Raciocinar*** ***Associações verbais orais e escritas.*** ***Argumentações a partir de crenças, de observações.*** ***Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.***	***Figuras Geométricas Planas ou em Perspectiva*** ***Configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3.*** ***Apreensão operatória e não somente perceptiva.*** ***Construção com instrumentos.***
Registros Monofuncionais (Mo) Os tratamentos são principalmente algoritmos	***Sistemas de escrita*** ***Numérica (binária, decimal, fracionária)*** ***Algébrica***	***Gráficos cartesianos*** ***Mudança de sistemas de coordenadas*** ***Interpolação, extrapolação*** ***Esquemas***

Fonte adaptado de Duval (2011, p.118)

A **forma** da representação de saída e de chegada entre dois registros, apresentadas como monofuncionais e multifuncionais e a **natureza** dessas representações, discursivas ou não discursivas, são fatores que podem influenciar a congruência de uma conversão (grifo nosso).

A operação cognitiva de conversão é responsável pela manifestação do fenômeno da congruência e não congruência entre representações pertencentes a dois sistemas semióticos (DUVAL, 2009). Conforme nos alerta o autor, esse fenômeno está na base das dificuldades de coordenação de registros de representação pertencentes a sistemas semióticos diferentes.

A mudança no sistema de registro com a permanência da referência do objeto estudado enfrenta os fenômenos de congruência e não congruência. Os fatores de não congruência mudam conforme os tipos de registro entre os quais a conversão é ou deve ser efetuada (DUVAL,2005).

O fenômeno de congruência na conversão entre registros semióticos, segundo Duval (2004), é precedido dos critérios de correspondência semântica, unicidade semântica terminal e conservação da ordem das unidades.

A correspondência um a um em que para cada elemento simples no registro de saída, um elemento simples correspondente no registro de chegada. Por exemplo, a conversão de um registro algébrico (monofuncional/discursivo) para um registro gráfico (monofuncional/não discursivo), em que ambos são de mesma forma, entretanto de natureza diferente. Além disso, se cada unidade significante no registro de saída tem uma única unidade significante no registro de chegada e se ocorre a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações, pode-se afirmar que nesta conversão há o fenômeno de congruência.

O sucesso na conversão entre registros está diretamente relacionado aos critérios de congruência anterior. Duval enfatiza também que a não satisfação de algum critério anterior constitui uma conversão não congruente.

A saber, o fenômeno da congruência[8] ou não congruência na transformação semiótica de conversão, como afirma Duval (2011), é uma das maiores causas da incompreensão dos enunciados de um problema para os alunos.

---

[8] Entendemos a importância dos fenômenos de congruência e não congruência na conversão. Porém, não investigamos estes fenômenos no estudo proposto, por considerarmos que o mesmo ficaria muito extenso.

Quando se privilegia um único registro de representação, a limitação da aprendizagem de um conceito matemático pode ocorrer ao solicitar que o aluno realize a conversão de representação para outros registros.

Os monorregistros podem garantir um “sucesso” de aprendizagem. Porém, quando o aluno é solicitado a utilizar outros registros de representação, os bloqueios são evidenciados. O tratamento em apenas um registro, segundo Duval (2003, p.21) pode levar o aluno ao enclausuramento de registro o que o impede de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações diferentes.

Duval (2004, p.75) ainda reforça a ideia da desvantagem de um monorregistro ao afirmar

> [...] de uma maneira mais geral, uma compreensão monorregistro é uma compreensão que não permite nenhuma transferência. Então se revela como uma necessidade, uma aprendizagem especificamente centrada na conversão das representações e efetuada por fora de toda a tarefa de tratamento para passar a um ensino que detém um novo domínio ou sobre uma nova rede de conceitos[9] (tradução nossa).

1.5 UMA BREVE RETROSPECTIVA DOS ESTUDOS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO BRASIL

A abordagem da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, em pesquisas na área de Educação Matemática, iniciou-se na segunda metade dos anos 1990, de acordo com a pesquisa de Colombo, Flores e Moretti (2008), a qual considerou 30 pesquisas (27 de mestrado e 3 de doutorado), desenvolvidas no período de 1990 a 2005.

O enfoque pesquisado é a abrangência dessa teoria em cursos de Pós-Graduação em Educação Matemática no Brasil. Os autores supracitados apontam que a maioria das pesquisas indicou que tanto os livros didáticos quanto o trabalho do professor que os utiliza carecem da perspectiva de uma utilização efetiva da noção teórica dos registros de representação semiótica.

---

[9]De maneira más general, uma comprensión mono-registroes uma compreensión que no permite ninguna transferência. Entonces, se revela como necesario um aprendizajeespecíficamente centrado em la conversión de las representaciones y efectuado por fuera de toda area de tratamiento para pasar a uma enseñanza que obre um nuevo domínio o sobre uma nueva red conceptual.

Um mapeamento e análise das pesquisas que apresentam como abordagem teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica realizado em 2013 por Curi, Ferreira e Santos, entre os anos de 2002 a 2012, contabilizam 80 produções acadêmicas – 51 mestrados acadêmicos, 22 mestrados profissionais e 7 doutorados –, reiterando a ideia apresentada na pesquisa de Colombo, Flores e Moretti (2008). Além disso, destacam a necessidade de novos trabalhos contemplarem orientações mais gerais de uso da teoria por parte de professores no processo ensino e aprendizagem (CURI; FERREIRA; SANTOS, 2013).

Quanto ao aporte teórico da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, os diferentes níveis de ensino da Educação Básica ao Ensino Superior são contemplados em pesquisas desenvolvidas por pesquisadores do PECEM[10] - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina (UEL), do qual fazemos parte.

O estudo de Dominoni (2005) propõe-se a verificar como a apreensão do objeto matemático Função Exponencial pode ser potencializada a partir de uma sequência didática que considera o tratamento, a conversão e a coordenação dos diferentes Registros de Representação Semiótica da Função Exponencial.

As atividades de Modelagem Matemática com a utilização e a exploração de diferentes registros de representação semiótica, o tratamento, a conversão e a coordenação, entre os registros de diferentes funções por alunos do 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática encontra-se no trabalho de Vertuan (2007).

As relações entre três atividades de Modelagem Matemática e a Semiótica foi a problemática de Silva (2008), considerando a variedade de registros de representação e a possibilidade de coordenação entre os registros que cada atividade pode proporcionar para a compreensão dos objetos matemáticos nela envolvidos.

O fenômeno de congruência e não congruência em conversões realizadas por estudantes entre registros associados ao objeto matemático função, que emergem em atividades de Modelagem Matemática no âmbito das aulas de Matemática no Ensino Médio, está na pesquisa de Rosa (2009).

Salgueiro (2011), por sua vez, investigou de que maneira estudantes de Ensino Médio de uma escola pública do interior do Paraná lidam com o conceito de

---

[10]Neste item da pesquisa optamos por citar apenas as pesquisas relacionadas à Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvidas neste programa. Porém, temos conhecimento da grande variedade de investigações a respeito deste tema em outras instituições, como por exemplo, a PUC –SP.

função ao se depararem com tarefas, contemplando diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático.

Em outro viés, Félix (2014) pesquisou quais registros de representação semiótica os estudantes da Sala de Apoio evidenciam em tarefas com intervenção do recurso tecnológico denominado Objeto de Aprendizagem e a identificação de transformações semióticas a partir dessa utilização.

A produção escrita de alunos de um Curso de Ciências Contábeis, que compõem as unidades de conversão e tratamento quanto a problemas de função, é o objetivo de análise da tese de Santos (2014).

Costa (2016) investiga a compreensão da matemática e do problema no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, a partir da articulação dos aspectos teóricos da modelagem matemática - enquanto alternativa pedagógica -e dos aspectos metodológicos dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Neste estudo procuramos investigar a mobilização de representações em atividades que contemplem o objeto matemático Função do 1° Grau mediadas por interações dialógicas, e a integração de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações proposta por Ainsworth.

CAPÍTULO 2

A INTEGRAÇÃO DOS REFERENCIAIS

Neste capítulo encontram-se convergências entre os referenciais das Múltiplas Representações com destaque a taxonomia das Funções Pedagógicas proposta por Ainsworth com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

2.1 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS FUNÇÕES PEDAGÓGICAS DAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES : CONVERGÊNCIA DE REFERENCIAIS

Conforme o item 1.3.1 o termo registro de representação semiótica é usado para indicar diferentes tipos de representação como, por exemplo, escrita em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras. Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permitir formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

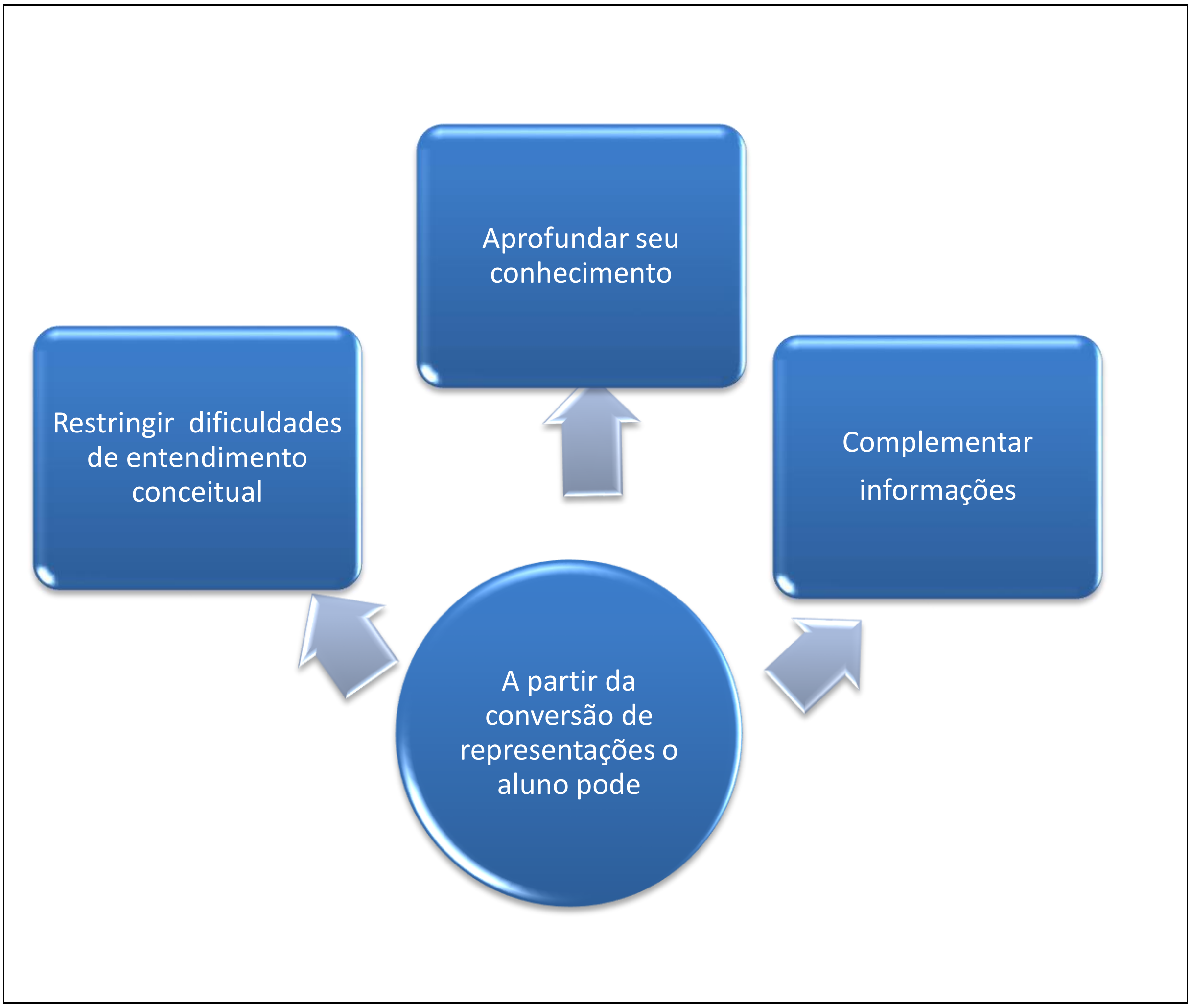
A **mudança** de registro constitui uma variável cognitiva que se revela fundamental em didática, ela facilita consideravelmente a aprendizagem ou pode oferecer procedimentos de interpretação (DUVAL, 2009, grifo nosso).

É nessa mudança de registro que se observam as funções pedagógicas das Múltiplas Representações Externas proposta por Ainsworth (2006), além de oferecer subsídios para dissociar o objeto matemático da sua representação.

O estudante, ao recorrer a outros registros de representação semiótica para auxiliar na conversão, estará evidenciando **intrinsecamente** uma ou mais das funções pedagógicas das Múltiplas Representações Externas proposta por Ainsworth: complementação, restrição ou aprofundamento de um novo conceito (grifo nosso).

A nova representação - e/ou representações - do mesmo objeto matemático mobilizada(s) para a conversão, simultaneamente complementa enquanto estratégia de resolução por ser de uso constante no entendimento conceitual do estudante, ao limitar uma interpretação errônea e/ou quando auxilia o estudante no reconhecimento do mesmo objeto matemático em outros registros, ou seja quando o aluno realiza a coordenação aprofundando seu conhecimento.

Esquema1- Integração das Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações Externas com a Conversão de Registros de Representação Semiótica



Fonte: a autora

No Quadro 2.1 exemplifica-se que ao utilizar uma tabela na construção de um gráfico cartesiano, o estudante pode complementar ou restringir a noção de função ao mesmo tempo em que realiza a conversão de um registro de representação algébrico em um registro de representação tabular para um registro de representação gráfico.

Quadro 2.1– Exemplo de integração das Múltiplas Representações Externas na transformação semiótica de Conversão[11]

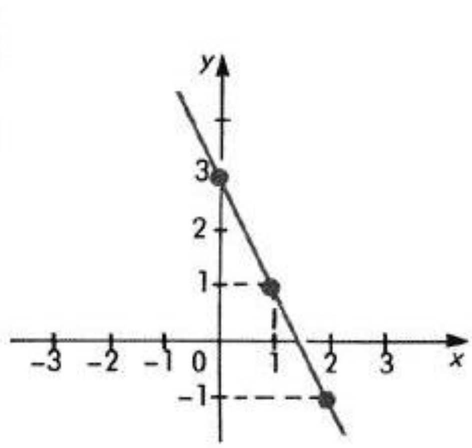
Registro de Representação Algébrico

$$f(x) = -2x + 3$$

Registro de Representação Tabular

x	0	1	2
$f(x)$	3	1	-1

Registro de Representação Gráfico



A tabela pode vir a ser utilizada em relação ao gráfico enquanto

- Uma estratégia **complementar** no auxílio do registro de representação gráfico.

- Um apoio ao **restringir** por familiaridade, isto é, do que o aluno conhece.

Fonte a própria autora

[11] As setas indicam a conversão entre os registros de representação semiótica.

O fato de a conversão de registros de representação semiótica não apresentar o mesmo custo cognitivo de “ida e volta”, segundo Duval (2011), justifica-se pela natureza e forma de um registro semiótico. No Quadro 2. 1 os registros de representação algébricos e gráficos são de mesma forma monofuncional, porém de natureza diferentes. O gráfico é não discursivo, enquanto a representação algébrica é discursiva.

Um único registro não representa o objeto matemático. Duval (1993) reforça que um registro complementa o outro (grifo nosso).

2.2 ESCOLHA DE UMA REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Alguns alunos demonstram mais facilidade em um tipo de registro de representação semiótica – a álgebra, por exemplo – recorrendo a outros registros para complementar ou restringir seu entendimento. Optar entre as representações semióticas 1/2 ou 4/8 no registro numérico em representação fracionárias, ao invés da representação imagética  pode ser consequência do estímulo, aos vários registros de representação de um mesmo objeto matemático.

Conforme afirma D’Amore (2015, p.138)

> [...] a escolha inicial de uma representação semiótica não é neutra, nem indiferente, como não o é a escolha das eventuais representações auxiliares na passagem de uma representação semiótica para outra. Se, por exemplo, estamos numa situação de comunicação, a escolha pode ser determinante para a eficácia comunicativa e para a construção cognitiva de um objeto matemático.

Nesse sentido consideramos que a representação de passagem pode indicar a função pedagógica de complementaridade, conforme taxonomia proposta por Ainsworth (Quadro 1.1).

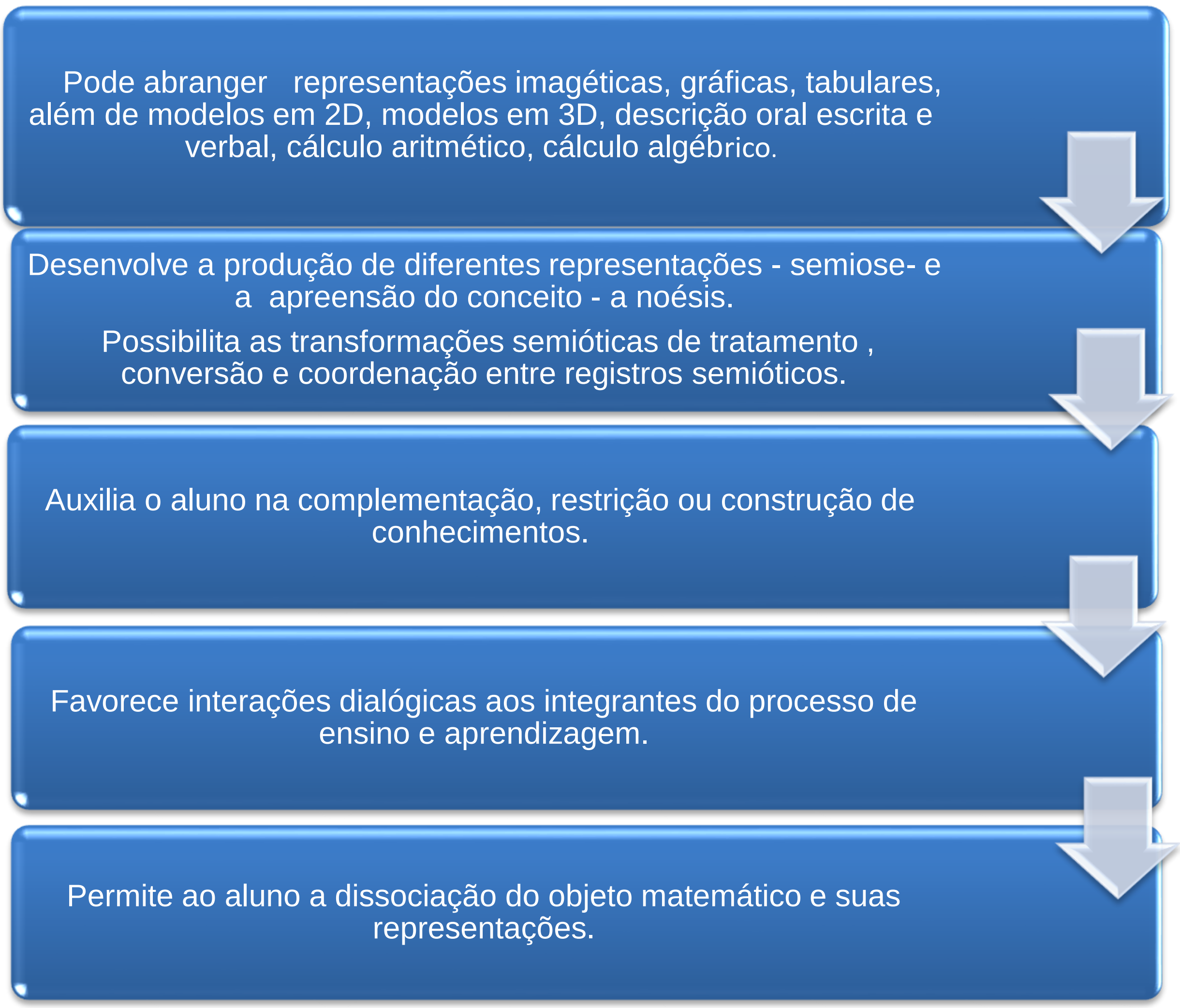
Por sua vez, Ainsworth (2008) destaca que uma representação adequada pode contribuir decisivamente na aquisição do conhecimento, desde que seja apresentada de forma clara e contextualizada a dificuldade do aluno.

Em um artigo de 2008, Ainsworth apresentou o uso de um simulador em um ambiente computacional de aprendizagem a respeito de Força e Movimento, com animação de uma moto em movimento, gráficos relacionando velocidade por tempo e cálculos numéricos da fórmula da aceleração.Essas representações, com diferentes propriedades computacionais, apresentaram muitas possibilidades para apoiar a aprendizagem. Se toda essa informação fosse incluída em uma única representação, talvez não alcançasse os diferentes aspectos do fenômeno.

Multimodos e múltiplas representações, neste caso, permitem que a informação diferente seja representada em formas que são mais adequadas às necessidades dos alunos.

Sintetizamos a seguir as vantagens propiciadas pela multiplicidade representacional:

Esquema 2: Vantagens da Multiplicidade Representacional



Fonte: a autora

O estímulo a novas representações de um mesmo conceito em situações de ensino contemplam as intenções e intervenções do professor. Na observação do que o aluno faz, ao ser confrontado com as representações de diferentes situações, é possível descobrir o grau de conexões conquistadas durante a aprendizagem (LABURÚ; SILVA, 2011).

Cabe aos professores desenvolver métodos necessários para ensinar todos os estudantes e isso implica utilizar e integrar múltiplas formas (LEMKE, 2003), além de sensibilizar-se em como o uso das multiplicidades vai ao encontro do processo de ensinar e de aprender.

No encaminhamento deste estudo apresentamos no capítulo 3, considerações a respeito do conceito de Função e a multiplicidade de representações em diversos registros do objeto matemático Função do 1 ° Grau.

CAPÍTULO 3
O CONCEITO DE FUNÇÃO

Este capítulo apresenta aspectos da evolução histórica do conceito de Função, a definição da Função do 1° Grau, além de diferentes registros de representação da Função do 1°Grau.

3.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO

A generalização e formalização do conceito de Função fazem parte de um processo de desenvolvimento histórico e social e está presente em diversas áreas do conhecimento.

Flores (2006) apresenta um retrocesso histórico ao analisar a ideia de representação e suas implicações atuais nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

> A base do pensamento matemático, durante a Antiguidade Grega e Idade Média, era a da intuição geométrica, cuja retórica era a linguagem que se usava para demonstrar, explicar, representar o conhecimento. Já durante a Idade Clássica[12], uma nova forma de linguagem matemática, a escritura simbólica, ou seja, algébrica, possibilitou a fundação de um pensamento caracterizado como racional, organizado, moderno. A constituição desta nova forma de representar os objetos da matemática tornou possível um ponto de vista formal, portanto, um pensamento matemático permeado por uma linguagem convencional, formalizada.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica ressaltam que as funções ”(...) devem ser vistas como construção histórica e dinâmica capaz de provocar mobilidade às explorações matemáticas por conta da variabilidade e da possibilidade de análise do seu objeto de estudo e por sua atuação em outros conteúdos específicos de Matemática” (PARANÁ, 2008, p.59).

---

[12] Denominada também como Idade Moderna.

Apresentamos a seguir alguns estudiosos a partir da Idade Moderna, que contribuíram para a evolução do conceito de Função. Conforme aponta Zuffi (2016) na Era Moderna, Galileu Galilei (1564-1642) contribuiu para a evolução da ideia de função, ao introduzir leis qualitativas para expressar regularidade em suas observações e as medições fizeram o quantitativo ser introduzido nas suas representações gráficas. Nessa época, o aprimoramento dos instrumentos de medida propiciou a busca de resultados inspirados na experiência e na observação surgindo assim a noção de variável dependente.

Descartes (1696-1650) utilizou-se de equações em x e y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo de valores de uma delas, a partir dos valores da outra. Zuffi (2016) sinaliza que foi com os trabalhos de Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) que surgiram as primeiras contribuições efetivas para o delineamento desse conceito.

Na teoria de Newton sobre "*fluentes*" - termo que ele usava para indicar variáveis independentes como: cálculo de comprimentos, áreas, volumes, distâncias, temperaturas e que indicavam noção de curva e às "taxas de mudança" de quantidades variando continuamente.

Foi Leibniz, na década de 1670, quem usou o termo "função" para se referir a "certos segmentos de reta cujos comprimentos dependiam de retas relacionadas a curvas" e que o termo foi usado para se referir a quantidades dependentes ou expressões. Outros termos utilizados atualmente como variável e parâmetro também tiveram seus significados atribuídos a Leibniz. Para Bernoulli (1667-1748) a definição era dada por "(...) Função de uma quantidade variável é uma quantidade composta de alguma maneira desta variável e de quantidades constantes" (SIERPINSKA, 1992, p. 45 apud ZUFFI, 2016).

De acordo Zuffi (2016, p.3) Leonard Euler (1707-1783) trouxe grandes contribuições para a linguagem simbólica e as notações que utilizamos hoje, entre elas, o "$f(x)$" para denotar uma função de x, cuja definição de função foi: "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica, composta de alguma maneira desta mesma quantidade e números ou quantidades constantes. Assim, qualquer expressão analítica a qual, além da variável z, contém também quantidades constantes, é uma função de z ".

Outra definição interessante de função é a do matemático francês Jean-Louis Lagrange (1736-1813) e que já incorpora ao conceito a possibilidade de termos inúmeras variáveis: Chama-se função de uma, ou várias quantidades, toda expressão de cálculo na qual estas quantidades entram de uma maneira qualquer, misturadas ou não com outras quantidades, que se veem como valores dados e invariáveis, de modo que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis.

Assim, nas funções somente as quantidades que se consideram variáveis, sem consideração às constantes que podem estar aí misturadas (SIERPINSKA, 1992, p.45).

Em 1837, Peter Gustav Lejeune-Dirichlet (1805-1859) propôs a seguinte definição geral de função, que foi amplamente aceita até meados do século XX: Se uma variável y está relacionada a uma variável x de modo que, ao se atribuir qualquer valor numérico a x, existe uma regra de acordo com a qual um único valor de y é determinado, então y é dito ser uma função da variável independente x (SIERPINSKA, 1992, p.46).

As publicações do grupo Bourbaki surgem na primeira metade do século XX, cuja definição de função é usada atualmente nos meios matemáticos e científicos, e que foi proposta em 1939: "uma função é uma tripla ordenada (X, Y, f), em que X e Y são conjuntos e f é um subconjunto de $X \times Y$, tal que, se $(x, y) \in f$ e $(x, y') \in f$ então $y = y'$" (SIERPINSKA, 1992, apud ZUFFI ,2016).

A partir desta definição mais generalizada – na qual o conceito de função pode ser definido de uma maneira simbólica, formal e quase sem usar palavras da língua materna – e com a eliminação dos problemas lógicos que envolviam a construção do conjunto dos números reais, hoje é possível elaborar funções muito mais abrangentes (ZUFFI, 2016, p.7).

3.2 DOCUMENTOS OFICIAIS

As Diretrizes Curriculares Nacionais, a partir da Resolução CNE/98, propõem para o Ensino Médio os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), considerando as áreas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Os PCNEM atribuem a cada área de conhecimento competências e habilidades elencadas em categorias, cada qual com objetivos específicos de representação e comunicação, investigação e compreensão, contextualização sociocultural. Em 2002, uma complementação dos PCNEM, sob a sigla PCN+, traz Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Na área de conhecimento denominada Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, destacam-se competências e habilidades em Matemática, dentre elas a representação e a comunicação (BRASIL, 2002). Ainda de acordo com PCN+, afirma-se

> Expressar-se da forma oral para comunicar ideias, aprendizagens e dificuldades de compreensão; por exemplo, explicando a solução dada a um problema, expondo dúvidas sobre um conteúdo ou procedimento, propondo e debatendo questões de interesse. A comunicação oral tem como instrumento para seu desenvolvimento o trabalho de grupo ou duplas, quando os alunos, além de aprenderem uns com os outros, precisam organizar o que sabem para se fazerem entender e, para isso, usam a linguagem que está sendo aprendida. Outro elemento importante da comunicação é a multiplicidade de formas textual a que os alunos devem ser exposta. Gráficos, tabelas, esquemas, desenhos, fórmulas, textos jornalísticos, manuais técnicos, rótulos de embalagens, mapas são, na escola e fora dela, as diferentes linguagens e representações que o aluno deve compreender para argumentar e se posicionar frente a novas informações (BRASIL, 2002, p.130).

Um dos eixos estruturantes apresentados nos PCNEM é o tema Álgebra, constituído de conteúdos referentes aos Números e Funções. O conteúdo Funções (BRASIL, 2002, p.121) destaca-se, pois

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.

Quanto ao ensino de Funções, pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente (BRASIL, 2002, p.121).

Nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica (SEED), encontram-se orientações quanto ao conteúdo Funções no Ensino Fundamental, destacando o conhecimento das relações entre variável independente e dependente, os valores numéricos de uma função, a representação gráfica das funções afim e quadrática, entre outros. No Ensino Médio, as abordagens devem ser ampliadas e aprofundadas de modo que o aluno consiga identificar regularidades, estabelecer generalizações e apropriar-se da linguagem matemática para descrever e interpretar fenômenos ligados à Matemática e outras áreas do conhecimento (PARANÁ, p.59, 2008).

3.3 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Como o contexto deste estudo situa-se a partir de atividades desenvolvidas com estudantes do 1° Ano do Ensino Médio apresentamos, definições de Função proposta por Joamir Souza (2013, p.54) presentes no livro didático Novo Olhar: Matemática.

Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B. Essa função pode ser indicada por: $f: A \to B$ (lê-se "função f de A em B".

O conjunto A é denominado domínio$\left(D\ (f)\right)$ e o conjunto B contradomínio $(CD\ (f))$ da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado imagem da função ($Im(f)$)

3.3.1 O Conceito de Função do 1° Grau

De acordo com Iezzi, Murakami, Machado (2013, p.5) dada a sequência finita de números reais ($a_{0\,,}$ a_1 ,a_2 , ...,a_n) , chama-se função polinomial associada a esta sequência a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por :

$$f(x) = a_0 + a_1^x + a_2x^2 + \ldots + a_n x^n$$

Os reais $a_{0\,,}a_1$,a_2 , ...,a_n são chamados coeficientes e as parcelas $a_0 + a_1 x$ + a_2 x^2 + ... +a_n x^n são denominadas termos da função polinomial.

Uma função polinomial que apresenta $a_0 = b$, $a_1 = a \neq 0$ e $a_2 = a_3 = ...= 0$ é chamada função afim, ou do 1° Grau; portanto, afim é uma função polinomial do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

3.3.2 Função Linear

Dependendo dos valores dos coeficientes de uma função do 1° Grau, ela pode ser denominada Função Linear se o coeficiente linear for igual a zero. (SOUZA, 2013, p. 84)

Ou seja: $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, com $\boldsymbol{b = 0}$, é chamada Função Linear.

$$\boldsymbol{x \to ax}$$

$$\boldsymbol{f(x) = ax} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{y = ax}$$

São exemplos de Funções Lineares: $\boldsymbol{f(x) = 5x}$, $\boldsymbol{f(x) = \frac{2}{3}\,x}$.

A noção intuitiva de função é a relação entre variáveis dependentes e independentes. Como descrito anteriormente, as variações em x provocam variações em y. Como afirma Tozetto (2013) "(...) nem toda relação de interdependência é proporcional. Duas afirmações matemáticas podem ser interdependentes e proporcionais, mas também podem ser apenas interdependentes, mas não proporcionais. Assim na função $f(x) = -4x$, por exemplo, há uma interdependência e proporcionalidade. Se dobrarmos o valor da variável x, consequentemente o valor de $f(x)$ será o dobro".

Porém, se considerarmos a função com $f(x) = ax + b, com\ b \neq 0$, por exemplo, $f(x) = -4x + 3$ há interdependência, mas não proporcionalidade, pois se dobramos a variável x , o valor de $f(x)$ não dobrará.

De modo geral, na função linear $y = ax$ (com $x \neq 0$) , temos $\frac{y}{x} = \frac{ax}{x} = a$, ou seja, a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente a (SOUZA, 2013, p.103).

3.3.3 Outras propriedades da Função do 1° Grau

SOUZA (2013) apresenta outras propriedades de uma Função do 1° grau.

- *Zero de uma Função do 1° Grau*: O zero de uma função f é todo valor x de seu domínio, tal que $f(x) = 0$, e que graficamente os zeros correspondem às abcissas dos pontos em que o gráfico intercepta o eixo x.
- *Coeficiente Linear*: Em uma função do 1° Grau $f(x) = ax + b,$ o coeficiente b é chamado coeficiente linear. O gráfico dessa função intercepta o eixo y no ponto das coordenadas $(0, b)$.
- *Coeficiente Angular:* Em uma função do 1°Grau $f(x) = ax + b,$ o coeficiente a é chamado coeficiente angular. Esse coeficiente está associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.
- *Função Crescente:* Em uma função do 1° Grau, se o coeficiente angular é maior que zero $(a > 0)$ função é crescente.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 < ax_2 \Rightarrow ax_1 + b < ax_2 + b \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Exemplos: $f(x) = \frac{1}{2}x - 1.$

- *Função Decrescente*: Em uma função do 1° Grau, se o coeficiente angular é menor que zero ($a < 0$) , a função é decrescente.

$$x_1 < x_2 \Rightarrow ax_1 > ax_2 \Rightarrow ax_1 + b > ax_2 + b \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Exemplos: $f(x) = -2x - 4,\ f(x) = -4x + 5$

3.4 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DO 1° GRAU

Nos livros didáticos de Matemática (Anos Finais do Ensino Fundamental e 1° Ano Ensino Médio), comumente encontram-se textos contextualizando o conceito de Função em diferentes situações do cotidiano do estudante (DANTE,2013, SOUZA, 2013).

A importância da multiplicidade de registros de representação justifica-se pelo fato de que, em cada tipo de registro um aspecto do objeto matemático é evidenciado. Por exemplo, o zero de uma função pode ser visualizado mais facilmente no registro gráfico do que no registro algébrico.

Os registros de representação mais comumente utilizados no ensino de Função do 1° Grau, assim como de outros tipos de funções, são os registros algébricos, em língua natural (descritivo escrito) e o gráfico. Neste item também destacamos os registros tabular e imagético.

3.4.1 Registro de Representação em Língua Natural

O registro em Língua Natural encontra-se em diferentes áreas do conhecimento e nas relações humanas e a representação neste registro precede de atenção quanto às regras gramaticais próprias da língua materna.

A leitura e interpretação de uma Função do 1° Grau no registro em língua natural[13] vai além da codificação matemática, pois necessita de uma interpretação correta da situação-problema, para determinação da variável dependente e independente, das relações de variação e do domínio referente à situação proposta.

O exemplo a seguir proposto por Souza (2013) apresenta uma situação configurada como uma Função do 1° Grau**:**

> Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$1,50 mais R$0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local de entrega. Qual será o valor da taxa se o local de entrega for a 13km da pizzaria? E se o local for a 8 km?

O registro em língua natural permite uma associação entre exemplos do cotidiano que se configuram em uma função, pois existe uma relação entre as variáveis, como no exemplo anterior, da taxa paga em função da distância e no exemplo a seguir dos polígonos.

Apresentamos a seguir um exemplo que será representado em outro registro de representação que foi adaptado de Paiva (2013):

> Um polígono regular possui todos os lados com a mesma medida. Considerando que os polígonos (triângulo, quadrado, pentágono e hexágono) possuem lado igual a 6 cm, determine a lei da função que relaciona o perímetro p e o número de lados n de cada polígono regular.

3.4.2 Registro de Representação Algébrico

[13] Neste trabalho também denominado como Registro de Representação Descritivo Escrito.

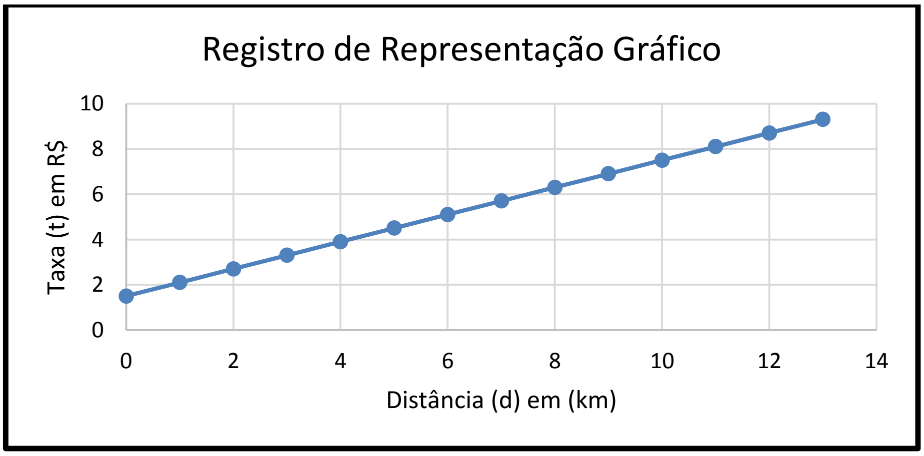
A representação algébrica de uma Função do 1° Grau possibilita a compreensão de noções como domínio e imagem, as variáveis (expressas por letras), os coeficientes angular e linear, se a reta é crescente ou decrescente, que podem ser investigadas juntamente com o registro gráfico.

A representação no registro algébrico dos exemplos do item 3.4.1 seria $t(d) = 1{,}5 + 0{,}6d$, ou seja, a taxa (t) - variável dependente - paga por uma pessoa em função da distância percorrida (d) que é a variável independente e a que relaciona o perímetro p com a quantidade n de lados de um polígono é $p(n) = 6n$.

3.4.3 Registro de Representação Gráfico

Um gráfico representando uma função do tipo $f(x) = ax + b, com\ a\ \neq 0$ apresenta uma reta no plano cartesiano, formado por dois eixos ortogonais Ox e Oy denominados respectivamente eixo das abcissas e eixo das ordenadas, onde são indicados os pares ordenados (x, y) que compõem um ponto.

O gráfico a seguir é uma das representações da função $t(d) = 1{,}5 + 0{,}6d$ em que podemos determinar visualmente que a função é crescente$(a > 0)$, ou seja o coeficiente angular (a) é positivo e para cada valor de d tem –se um correspondente em $t(d)$ cujo domínio é $\mathrm{D} : [0{,}\infty]$ e a imagem I: $[1{,}5, \infty]$.



Fonte :a autora

Além disso a relação entre as variáveis é visível pois a cada uma “unidade” que aumenta no eixo das abcissas,observa-se um aumento no eixo das ordenadas. Os elementos conceituais como o domínio e imagem, a reta , os pontos, os coeficientes angular e linear , se a função é crescente ou decrescente, e a interpretação geométrica do zero da função são potencializados neste registro de representação.

3.4.4 Registro de Representação Tabular

A tabela é um registro de representação em que as variáveis dependentes e independentes de uma função são dispostas em linhas e colunas . No exemplo a seguir apresentamos uma tabela da função $t(d) = 1{,}5 + 0{,}6d$.

$\boldsymbol{d}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\boldsymbol{t(d)}$	2,1	2,7	3,3	3,9	4,5	5,1	5,7	6,3	6,9	7,5	8,1	8,7	9,3

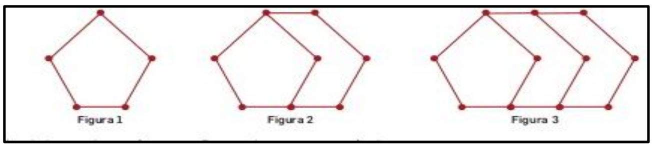
Observa-se na tabela os pares ordenados , a relação entre as variáveis , o coeficiente angular da função ao identificar a regularidade que ocorre ao aumentar em (1) um o valor da distância d, aumenta em 0,6 o valor da taxa $t(d)$. São estas relações que possibilitam identificar a tabela enquanto registro de representação da função $t\ (d\ ) = 1{,}5 + 0{,}6d$.

3.4.5 Registro de Representação Imagético[14]

Este registro é frequentemente utilizado em livros didáticos como os apresentados nas Figuras 4 e 5 selecionados de (PAIVA , 2013 , SOUZA, 2013) para representar Funções do 1° Grau .

Figura 4: Exemplo Registro de Representação Imagético de Função do 1° Grau

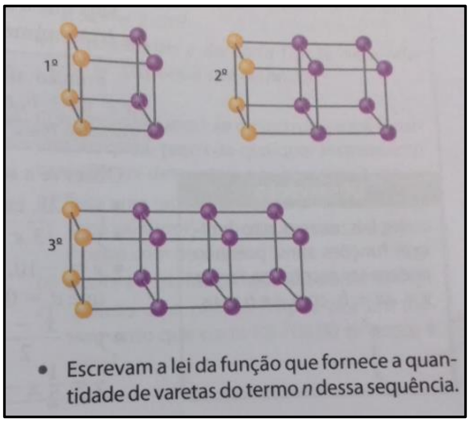
Qual é a lei da função que representa a quantidade de palitos e a sequência de figuras?



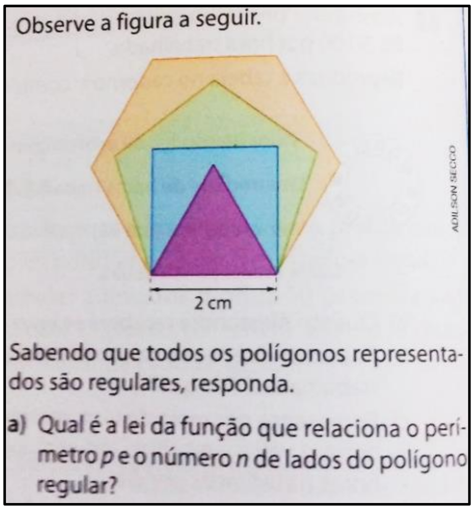
Fonte: SOUZA, 2013

Figura 5: Exemplos Registros de Representação Imagético de Função do 1° Grau

[14] Ressaltamos que este tipo de Registro de Representação não é caracterizado por Duval, porém é considerado um multimodo representacional.



Fonte: SOUZA,2013



Fonte : PAIVA,2013

O registro imagético incentiva uma leitura e interpretação que vai além da visualização de uma ilustração. Nos exemplos anteriores são propostas atividades envolvendo a regularidade em sequências de figuras, dependência entre variáveis e identificação de uma função do 1° Grau, além do domínio que neste tipo de registro é $D \in N$ e a imagem $Im \in N$.

CAPÍTULO 4

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este é um estudo considerado de natureza qualitativa de cunho interpretativo, em que questões são formuladas e orientam a investigação da pesquisa, com a finalidade de estudar os fenômenos em seu contexto natural, considerando suas especificidades e complexidades (BOGDAN; BIKLEN ,1994).

Conforme os autores acima, uma pesquisa qualitativa apresenta as seguintes características: a) a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; os locais de estudo são frequentados para se levar em conta o contexto, sendo as ações mais bem compreendidas se observadas em seu ambiente natural; b) é descritiva, pois os dados recolhidos não são trabalhados de forma analítica; c) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos, assim, não interessa saber se a pessoa gosta ou não de algo, mas sim o que levou ela a tomar tal posição; d) os investigadores tendem a analisar seus dados de forma indutiva, não se colhem dados tentando comprovar uma hipótese, são os dados que levarão à hipótese; e) o significado é de importância vital, interessa saber como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas.

Em uma pesquisa de cunho interpretativo, as inferências do pesquisador permeiam a prática do professor[15], como coloca Garnica (2004, p.86) sobre as características da pesquisa interpretativa

> [...] a transitoriedade de seus resultados, a não neutralidade do pesquisador que no processo interpretativo se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios, a constituição de suas compreensões não como um fim, mas uma trajetória que pode ser configurada a qualquer momento.

A seguir apresentamos características referentes ao contexto da realização da pesquisa, a organização, as atividades e a coleta das informações. A descrição dos procedimentos utilizados na análise das informações é apresentada no final do capítulo.

---

[15] A pesquisadora é professora da disciplina de Matemática da turma onde foi realizada a coleta de informações.

4.1 O CONTEXTO DA PESQUISA

4.1.1 O Colégio

O estabelecimento de ensino em que foi realizada a pesquisa situa-se no bairro Ana Rosa, na cidade de Cambé, Norte do Paraná. O colégio funciona nos períodos matutino, vespertino e noturno, atualmente (ano letivo 2016) com um total de 1010 estudantes matriculados, considerando 958 estudantes matriculados nos cursos Ensino Fundamental 6°/ 9° ano e Ensino Médio; e 52 estudantes somando a Sala de Recursos Multifuncionais - Educação Especial e Celem (curso de Espanhol). Os períodos do ano letivo do colégio são trimestrais.

4.1.2 Os Estudantes

Os sujeitos da pesquisa pertencem a uma turma do 1° ano do Ensino Médio do período matutino denominado 1MB. A turma 1º MB possui 38 estudantes com idade condizente com o nível de ensino (14-15 anos). Os estudantes do 1º ano do Ensino Médio, durante a semana, têm duas aulas de Matemática.

Quanto à autorização para a participação na pesquisa, cada estudante levou o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A) para a ciência dos pais e/ou responsáveis, após a leitura do documento em sala de aula, seguida do detalhamento da pesquisa proposta pela pesquisadora.

A escolha dessa turma, apesar de numerosa, justifica-se pelo fato de ser a única turma de 1º ano do Ensino Médio matutino em que a pesquisadora foi docente no 9° ano do Ensino Fundamental, já que a Atividade 1 foi desenvolvida com estes estudantes na segunda quinzena de dezembro de 2015, quando os mesmos finalizavam o conteúdo de proporcionalidade e iniciavam o conteúdo de Introdução ao conceito de Função. Dos 38 estudantes, 6 (seis) não foram discentes da pesquisadora no ano letivo de 2015.

4.2 O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Consideramos ao planejar as atividades as especificidades da Função do 1° Grau, a articulação dos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica quanto às transformações semióticas, a natureza e forma dos registros (Quadro 1.7) com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações evidenciadas em cada tipo de representação semiótica.

O desenvolvimento das 6 (seis) atividades e a coleta das informações tiveram duração de 9 (nove) aulas[16]. Reiteramos que em todas as aulas utilizamos o diário de campo para registro das observações e o aparelho smartphone ou gravador, para gravação do áudio das interações dialógicas para posterior análise. No Quadro 4.1 encontram-se as datas da coleta de informações e as propostas gerais de cada atividade.

Quadro 4.1: Encaminhamento das Atividades

Atividade	Data	Proposta da Atividade
1	09/12/2015	Apresentar e discutir a noção de Interdependência e Proporcionalidade em uma Função Linear.
2	13/04/2016	
3	25/04/2016	
4	11/05/2016	A partir do uso de material manipulativo estimular a generalização em uma Função do 1° Grau.
5	23/05/2016	A elaboração de Funções do 1° Grau pelos estudantes e suas respectivas representações.
6	06/06/2016	A identificação de uma função do 1° Grau em diferentes registros de representações.

[16] Cada aula tem duração de 50 minutos.

4.3 A COLETA E ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES

O processo de coleta das informações ocorreu durante as 9 (nove) aulas em que foram propostas as 6 (seis) atividades conforme itens a seguir:

- Observação da pesquisadora no desenvolvimento das atividades.
- Registro das observações em anotações em diário de campo.
- Gravações em áudio em aparelho smartphone e gravador, das interações dialógicas ocorridas durante o desenvolvimento das atividades.
- Fotografias dos alunos no decorrer da atividade 4.
- Registro da resolução das atividades pelos estudantes.

O processo de análise das informações realizou-se de acordo com as anotações no diário de campo, cujo intuito foi registrar as ações ocorridas no desenvolvimento das atividades, com a audição das gravações para validar as anotações da pesquisadora de maneira mais fidedigna e também como fonte de informações nas transcrições, além de fotografias o que possibilitou um conjunto diversificado de tópicos para a análise.

No decorrer das atividades, a estimulação de interações dialógicas entre pesquisadora/estudantes e estudantes/estudantes foi fundamental na investigação quanto a sentido atribuído às representações, a partir das Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações e na percepção da pesquisadora dos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, quanto às transformações semióticas de tratamento e conversão além da natureza e forma de cada registro de representação, conforme referencial teórico.

Estas interações[17] estão descritas após a apresentação de cada atividade no capítulo seguinte e ora referem-se ao coletivo dos estudantes, ora referem-se a um estudante em particular. Salientamos que a escolha da resolução de determinado estudante (s) deu-se a partir dos critérios de presença em todas as atividades, de interações dialógicas, da socialização e desenvolvimento da atividade (no caso da

[17]As transcrições das interações dialógicas presentes no próximo capítulo são indicadas pela letra P referindo-se a pesquisadora e a inicial do nome do estudante em letra maiúscula (e a letra subsequente escrita em letra minúscula, no caso de nomes ou iniciais repetidas).

atividade 4) que foi realizada em grupo, da mobilização de duas ou mais representações (atividade 5).

No Quadro 4.2 destacamos os estudantes dos quais as resoluções das atividades foram analisadas:

Quadro 4.2: Atividades e respectivos estudantes

Atividade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Estudante	Ad, Jv e Gi	J	Pa	Grupo 1 Grupo 2	L, E, Ro e A	Ca

Fonte: A autora

4.4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Neste item encontram-se as atividades propostas e o contexto de sua resolução. Ressaltamos que as atividades serão apresentadas novamente no capítulo posterior.

Atividade 1

Esta atividade foi desenvolvida em uma aula com a participação de 32 estudantes. Na análise encontram-se a resolução de 3 (três) estudantes: Ad, Jv e Gi e foi proposta aos estudantes na segunda quinzena de dezembro de 2015, quando os mesmos ainda cursavam o 9° ano do Ensino Fundamental II.

> Considere a situação a seguir:
>
> Se doze produtos custam R$ 72,00, quanto uma pessoa pagará em: nove produtos, cinco produtos e três produtos?
>
> *a) Qual será o valor das quantidades propostas?*
>
> *b) Se você tivesse que explicar esta atividade e sua resolução para alguém, como você iria fazer?*

Fonte: a autora

Atividade 2

A atividade era constituída de 4 (quatro) questões e foi desenvolvida em 2 (duas) aulas na 2ª semana de abril do ano letivo de 2016. Participaram da atividade 35 estudantes no qual indicamos na análise as respostas do estudante J.

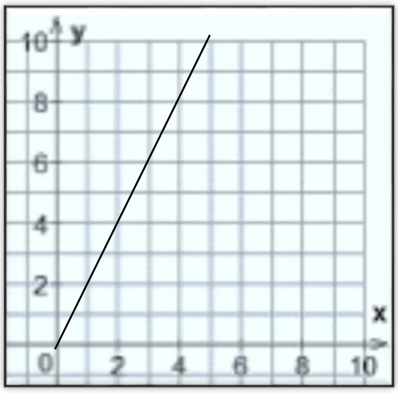
Questão 1:
Considere a função A: $y = 3x$ e responda as questões a seguir:
a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y? b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?
Questão 2:
Agora considere a função B: $y = 3x + 1$ e responda:
a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y? b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?
Questão 3:
O que ocorreu com as funções A e B, ao dobramos o valor de x?
Questão 4:
Faça o gráfico cartesiano das funções $y = 3x$ e $y = 3x + 1$.

Fonte: a autora

Atividade 3

A atividade consistia em um gráfico da função linear $f(x) = 2x,$ seguido de duas questões. Um total de 32 estudantes desenvolveu esta atividade com duração de uma aula na última semana de abril de 2016. Encontra-se na análise a resolução do estudante Pa.

Considere o gráfico a seguir, para responder as questões 1 e 2.



1) Como pode ser escrita a função desse gráfico?

2) Se você tivesse que explicar este exemplo para alguém, como você explicaria?

Fonte: a autora

Atividade 4

Esta atividade foi desenvolvida em duas aulas na segunda semana de maio de 2016 no período vespertino, com participação de 34 estudantes e ocorreu na sala multimeios do colégio.

Esclarecemos que a atividade foi realizada em grupos com 5 (cinco) integrantes, em que cada grupo recebeu aproximadamente 30 (trinta) palitos de sorvete para desenvolver a atividade proposta. No capítulo seguinte encontra-se a resolução e interações dialógicas de 2 (dois) grupos denominados respectivamente de Gr1 e Gr2.

Utilizando os palitos de sorvete, responda:

a) Quantos palitos serão necessários para formar 2 quadrados? E 10 quadrados? E para qualquer quantidade de quadrados?
b) Faça uma tabela para indicar as quantidades de quadrados e palitos.
c) Este exemplo é uma função? Justifique.

Fonte: a autora

Atividade 5

Esta atividade ocorreu em duas aulas na última semana de maio de 2016 e foi realizada individualmente. Nesse momento instrucional todos os estudantes da turma realizaram a atividade, o que nos forneceu um amplo material de análise. Apresentamos nesta pesquisa a resolução de 4 (quatro) estudantes- L, E, Ro e A - pois os mesmos mobilizaram dois ou mais registros de representação.

Elabore uma função do 1º grau e faça uma ou mais representações.

Fonte: a autora

Atividade 6

Na segunda semana de junho de 2016 a atividade 6 foi proposta. A mesma era composta de 3 registros de representação semiótica da função $f(x) = 2x + 3$. A realização da atividade foi em uma aula, com a participação de 31 estudantes.

Considere a tabela abaixo para responder as seguintes questões:

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	5	7	9	11

a) O que pode ser observado ao analisar as colunas desta tabela?
b) Se o valor na coluna x for igual a 10, qual será o valor na coluna $f(x)$?
c) Agora considere esta tabela representada em um gráfico. Qual dos gráficos a seguir, seria o correto?

Gráfico I

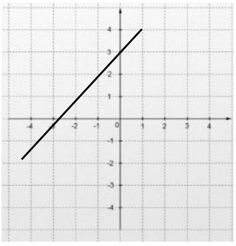


Gráfico II

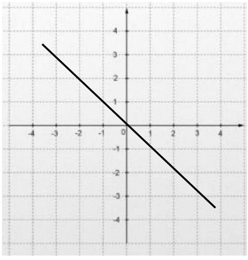


Gráfico III

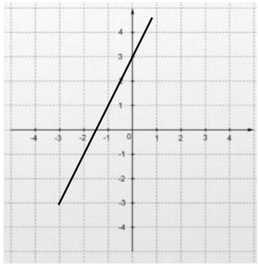
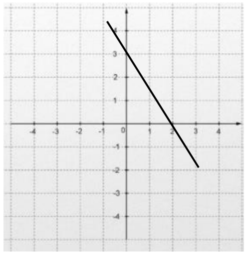


Gráfico IV



d) Qual das expressões abaixo pode representar os valores da tabela?

( ) $f(x) = x + 2$ ( ) $f(x) = 2x$ ( ) $f(x) = x + 3$ ( ) $f\ (x) = 2x + 3$

Fonte: a autora

4.5 PROCEDIMENTOS PARA A ANÁLISE DE DADOS

De acordo com as informações recolhidas na análise consideramos primeiramente os aspectos conceituais da Função do 1° Grau em cada atividade, as resoluções dos estudantes e as interações dialógicas.

Em seguida analisamos cada atividade a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em relação às transformações semióticas de tratamento e de conversão, com destaque a Forma (Multifuncional ou Monofuncional) e Natureza (Discursiva ou Não Discursiva) de cada registro de representação semiótica presentes nas atividades e/ou mobilizado pelos estudantes.

A atribuição de sentido quanto as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações (complementar, restringir ou aprofundar um conhecimento) foi analisada a partir das interações dialógicas no decorrer do desenvolvimento das atividades.

O procedimento para a análise está indicado no Esquema 3.

Esquema 3 – Procedimentos para Análise

A partir de cada atividade apresentar

- A descrição dos conceitos matemáticos do objeto matemático Função do 1° Grau;
- Observações a respeito dos conceitos matemáticos apresentados pelo estudante na resolução.
- Exemplos de resolução dos estudantes;
- As interações dialógicas individuais ou, quando for o caso, dos grupos.

E em seguida

A partir dos registros de representação das atividades:

Analisar os aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica quanto à

Identificação das transformações semióticas de tratamento e conversão

Classificação dos registros de representação quanto sua natureza e forma

A partir das interações dialógicas no desenvolvimento das atividades.

Identificar as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações.

E uma análise geral para propor indícios a respeito das :

Representações mobilizadas nas atividades propostas.

Integração dos aspectos da Teoria de Duval com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações propostas por Ainsworth.

CAPÍTULO 5
APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DOS DADOS A PARTIR DOS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são discutidos os resultados apresentados pelos estudantes, quanto às 6 (seis) atividades propostas, ao investigar a partir da mobilização entre diferentes representações semióticas, os aspectos conceituais da Função do 1° Grau, e a integração de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações.

As interações dialógicas permearam o desenvolvimento das atividades aqui descritas em itálico, em que a sigla *P* é a pesquisadora e o estudante é indicado pela inicial maiúscula do nome em itálico.

A partir das transcrições fizemos um recorte e destacamos em negrito à fala do estudante, o que orientou nossa análise quanto às atribuições das funções pedagógicas das Múltiplas Representações.

5.1 AS ATIVIDADES

As atividades aqui apresentadas referem-se ao objeto matemático Função do 1° Grau e suas características, objetivando proporcionar ao estudante, a partir da mobilização e coordenação dos registros de representação, o reconhecimento deste objeto matemático.

Após a apresentação de cada atividade há uma descrição quanto ao conceito Função do 1° Grau presente na atividade, verificação quanto ao conceito de Função do 1° Grau abordado na mesma, as interações dialógicas ocorridas durante e/ou depois das atividades e os registros de representações apresentados pelos alunos. Quanto a realização das atividades, somente a atividade 4 foi desenvolvida em grupo - com até 5 (cinco) estudantes - as demais foram desenvolvidas individualmente.

5.1.1 Atividade 1

O intuito desta atividade foi verificar a presença das múltiplas representações utilizadas pelos estudantes, na resolução das questões a seguir:

Se doze produtos custam R$ 72,00, quanto uma pessoa pagará em: nove produtos, cinco produtos e três produtos? *a) Qual será o valor das quantidades propostas?* *b) Se você tivesse que explicar esta atividade e sua resolução para alguém, como você iria fazer?*

A escolha de uma atividade envolvendo proporção direta deve-se ao fato da mesma ser um exemplo de função linear $f(x) = ax$ (com $x \neq 0$), em que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente a e a função é crescente ($a > 0$), ou seja, $f(x_1)$ > $f(x_2)$ se $x_1 > x_2$.

A questão **a** objetivou a determinação do valor unitário do produto e a verificação de dependência e independência entre as variáveis “preço” e “quantidade”.

A questão **b** foi elaborada como estímulo ao uso de diferentes representações, como uma representação algébrica, por exemplo, do tipo $f(x) = 6{,}00\ x$.

Na primeira questão somente 1 (um) estudante errou o valor unitário – considerou cada produto com custo de R$ 7,20 - os demais responderam corretamente o valor unitário de R$6,00.

Na questão **b** tivemos várias respostas envolvendo algoritmo da regra de três, algoritmo da divisão de 72 por 12, além das apresentadas anteriormente. A Função Linear e a característica de dependência (preço) e independência (quantidade) entre as variáveis fica clara na interação dialógica com o estudante Jv: (...) eu *sabia que era uma função porque o preço **varia** se a pessoa compra mais ou menos produtos, quer dizer **a quantidade de produtos pode mudar** daí usei o “x" ...* (Grifo nosso).

5.1.1.1 Interações Dialógicas Atividade 1

Esta atividade foi desenvolvida com um total de 32 estudantes, nos quais selecionamos aqui as representações utilizadas por 3 (três) estudantes : Ad, Jv e Gi, as interações dialógicas com os mesmos e suas respectivas representações.

A estudante Ad apresentou uma representação imagética como resposta de como explicaria para alguém o valor unitário de cada produto.

Ad: Professora vou fazer de outro jeito para descobrir...

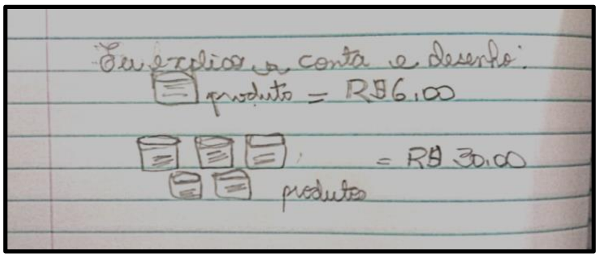
P: Qual jeito?

Ad: Ahhh … então se doze produtos custa R$72,00 sei que um produto custa R$6,00 fiz aqui a conta que não tem erro... (indica um rascunho com o cálculo um pouco apagado de 72/12) e em seguida (desenha um “produto “) e que cinco produtos vai ser R$ 30,00 (desenha 5 produtos) né professora!!!

P: E por que você fez um desenho?

Ad :Fiz o desenho pra mostrar melhor…Então quanto mais produto vai pagar mais!!!

Figura 6: Representação Imagética Atividade 1



Fonte: resolução estudante Ad

O estudante Jv utilizou uma representação algébrica ao relacionar as variáveis dependentes e independentes.

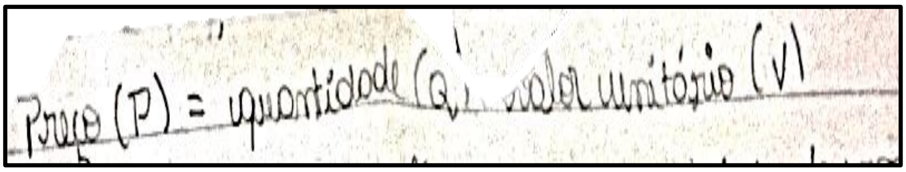
P: Me explica como você resolveu a atividade...

Jv: Então... eu sabia que era uma função porque o preço varia se a pessoa compra mais ou menos produtos, quer dizer a quantidade de produtos pode mudar daí a fórmula com letras...

P; Ahhh, por isso que você fala que é uma função?

Jv: Sim a quantidade de produtos vai mudando ... tipo quando é o y e o x que eu já sabia da aula.

Figura 7: Representação Algébrica Atividade 1



Fonte: resolução estudante Jv

Já a estudante Gi descreveu de maneira escrita, o procedimento que utilizaria na explicação do valor unitário.

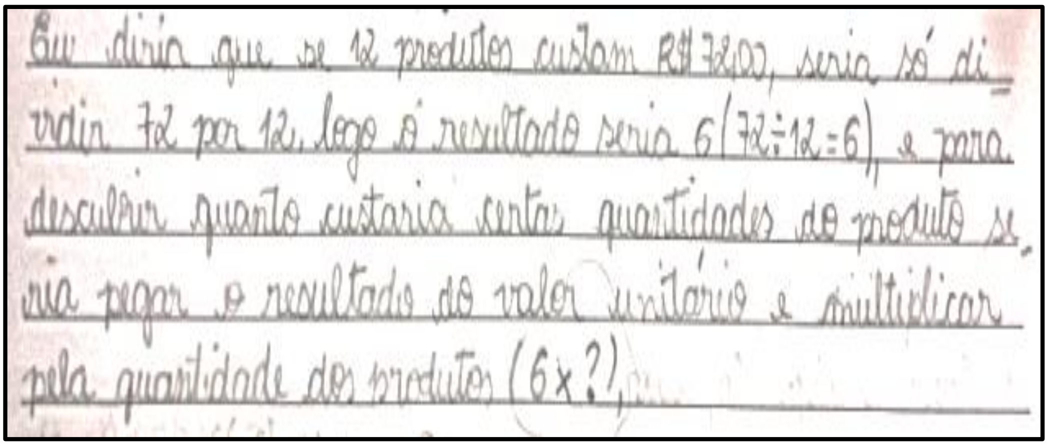
P: Você descreveu a explicação....

Gi: É sim professora.... Fui escrevendo é melhor pra entender né, tipo passo a passo sabe? Eu fiz a conta que é mais simples e fácil ...

P: Onde está o cálculo?

Gi: Ah, fiz aqui (indica um rascunho com o cálculo de 72,00/ 12) e ai descobri pelo cálculo que um produto custa R$ 6,00. Depois fiz R$ 6,00 vezes 5 pacotes …

Figura 8: Representação Descritiva Escrita



Eu diria que se 12 produtos custam R$ 72,00, seria só dividir 72 por 12, logo o resultado seria 6 (72÷12=6), e para descobrir quanto custaria certas quantidades do produto seria pegar o resultado do valor unitário e multiplicar pela quantidade dos produtos (6x?).

Fonte: resolução estudante Gi

5.1.2 Atividade 2

A atividade 2 nas questões 1 e 2 destacou a noção de interdependência e proporcionalidade em Funções do 1° grau, a partir das funções $f : A$ e $f: B$.

Na questão 3, solicitou-se um registro de representação semiótica descritiva escrita e na questão 4, um registro de representação semiótica gráfica das funções.

> Questão 1:
>
> Considere a função A : $y = 3x$ e responda as questões a seguir:
>
> a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y? b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?
>
> Questão 2:
>
> Agora considere a função B: $y = 3x + 1$ e responda:
>
> a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y? b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?

Questão 3:

O que ocorreu com as funções A e B, ao dobramos o valor de x?

Questão 4:

Faça o gráfico cartesiano das funções $y = 3x$ e $y = 3x + 1$.

Nesta atividade o objetivo das questões **1** e **2** foi destacar a noção de interdependência e proporcionalidade na função $A : f(x) = ax + b,$ com $b = 0$ em $f(x) = 3x$ e interdependência e não proporcionalidade na função B : $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0\ e\ a, b\ \in \mathbb{R}$ em $f(x) = 3x + 1$. Pretende-se também que os estudantes identifiquem que $f(A): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma Função Linear como um caso particular de Função do 1° Grau.

A questão **3** teve como intuito estimular a percepção dos estudantes quanto ao fato de que conforme aumentamos em uma unidade o valor de x o valor também aumenta em y , porém de maneiras diferentes nas duas funções.

A última questão solicitava a conversão da representação algébrica para a representação gráfica de $f(x) = 3x$ e $f(x) = 3x + 1$, para ressaltar a correspondência biunívoca entre pares de números reais e pontos do plano cartesiano e na visualização do coeficiente angular 3, tanto em $f(x) = 3x$ como também na função $f(x) = 3x + 1$ porém com coeficientes lineares diferentes : em $f(x) = 3x$ temos a reta "passando" pela origem ponto (0,0), em $f(x) = 3x + 1$ temos a interceptação da reta no eixo da ordenada no ponto (0,1).

A ideia de interdependência e proporcionalidade foi assimilada pelos estudantes ao sinalizar que na função $f: A$ temos $f(x) = ax + b\ com\ b = 0,$ ou seja qual função é uma Função Linear, conforme, por exemplo, a resposta de Re: A *função A, porque só multiplica, não soma nem tira...*

Na questão 3 alguns estudantes responderam prontamente que o valor de y seria o mesmo em ambas as funções, já que o coeficiente angular é o mesmo. Porém, conforme o desenvolvimento das interações dialógicas perceberam que a função $y = 3x + 1$ era interdependente, ou seja o dependente varia conforme a independente, porém não de maneira proporcional

A questão 4 provocou dúvidas quanto a reta representada ser a mesma para as duas funções. Depois de representarmos no quadro de giz a função $y = 3x$ é que os estudantes perceberam que a reta não "passava" no y, ou seja, que seu coeficiente linear era zero.

O coeficiente linear de $f\colon B$, $b = 1$ foi percebido conforme afirmação de J: (...) *eu achei que era a mesma reta...Só que aqui no gráfico* $y = 3x + 1$ *, quando o "*x*" vale 1, o y é igual 4, quer dizer soma 1 e passa no* $y = 1$*!!!*

5.1.2.1 Interações Dialógicas Atividade 2

No desenvolvimento da atividade ocorreram interações dialógicas com vários estudantes, conforme apresentamos a seguir.

P: Qual a diferença quando dobramos o valor de x *?*
Da: A primeira função (A) dobrou.
P: E o que aconteceu na outra função (B) *quando dobramos o valor de* x*?*
Ra: Na B, fica 8 se dobrar, né?
Pa :Não, fica 7!!!
Br :Tinha que dobrar...
P :Por que não dobrou?
T :Porque tem mais 1!
Já: Entendi, dobrou o y*, e aqui não porque tem o mais 1...*
G :Se não tivesse o 1, ia dar 8!
(Aqui explicamos sobre proporção e interdependência.)
Ja :Profe (sic) é o que você falou...! Aí só no $3x$ *é proporcional na outra nãol!!!*
P :Qual função é proporcional?
Re: A função A, porque só multiplica, não soma nem tira...
P: Será que dá para fazer o gráfico a partir das respostas? (Silêncio entre os alunos)
Da: Olha a resposta e "marca" no gráfico.
T :E se fizermos uma tabela?
P :Sim, boa ideia!!! E se fizermos uma tabela?
Ta: Como professora?
P :Será que dá para fazer uma tabela olhando no gráfico?
(A maioria dos alunos responde afirmativamente.)
Da: Sim, olha na resposta...
E :Vai ficar mais fácil "ligar" na reta...
(Pesquisadora faz a representação gráfica no quadro de giz de $f\colon A)$,
P :O que será que acontece agora, quando fizermos a reta da função B?
Ta: Vai ficar "em cima", olha é só ver!!!.
(É indicada no gráfico, pela pesquisadora, outra reta "em cima" da reta já representada, reforçando com giz.)
P :Assim é em cima?
Da: Não, fica pra cima da outra!!!
P :Por quê?
Ta: Humm, por que sob mais 1 no y*?*

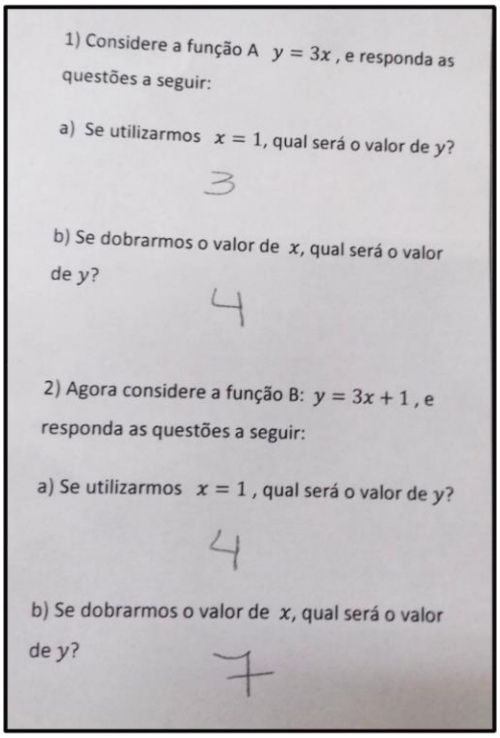
Es :Porque não é o mesmo resultado de quando dobra o x.
E :Olha aí, fica pra cima, nem encontra a outra...
V: Ai, ai (sic) professora isto de explicar é bom ...mas tem que pensar bem... Achei que ia ser fácil escrever, mas não... fazer os cálculos e o gráfico é mais fácil... Em matemática a gente não escreve a explicação ...
Ra: Mas quando escrevo vou pensando e fica fácil ...

Apresentamos a seguir as interações com o estudante J e suas representações quanto as questões constituintes da atividade.

J: Tá na tabela é proporcional aqui e aqui (mostra as funções A e B) já dá pra ver que é $3x$ e na outra tem o 1... Mas vou fazer só uma reta no gráfico para as duas...
P: Só uma reta das duas funções? Por quê?
J :Ah... é o três vezes o "x" nas duas...
P: Elas são iguais?
J: Humm, não, tem o mais 1 (indica a tabela de $y = 3x$) Acho melhor fazer dois gráficos.
Após o registro de representação gráfica o estudante afirma:
J: Nossa, professora, eu achei que era a mesma reta... Só que aqui, (mostra o gráfico de $y = 3x + 1$)quando o "x"vale 1, o y é igual 4, quer dizer soma 1 e passa no $y = 1$!!!

Figura 9: Representações Atividade 2

Questão 1 e 2


1) Considere a função A $y = 3x$, e responda as questões a seguir:

a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y?

3

b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?

4

2) Agora considere a função B: $y = 3x + 1$, e responda as questões a seguir:

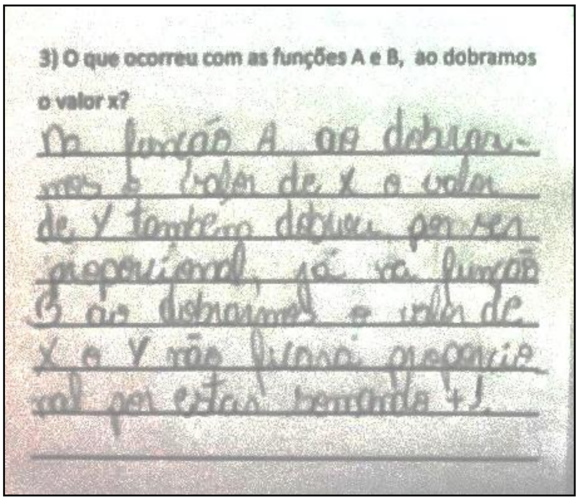
a) Se utilizarmos $x = 1$, qual será o valor de y?

4

b) Se dobrarmos o valor de x, qual será o valor de y?

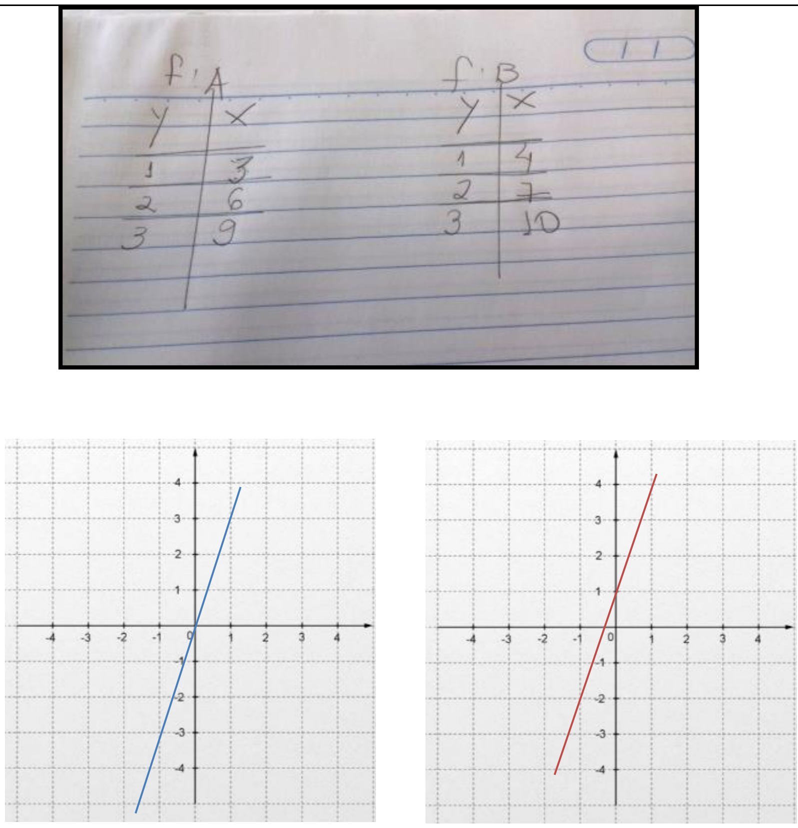
7

Questão 3


3) O que ocorreu com as funções A e B, ao dobramos o valor x?

Na função A ao dobrarmos o valor de x o valor de y também dobrou por ser proporcional, já na função B ao dobrarmos o valor de x e y não ficou proporcional por estar somando +1.

Questão 4

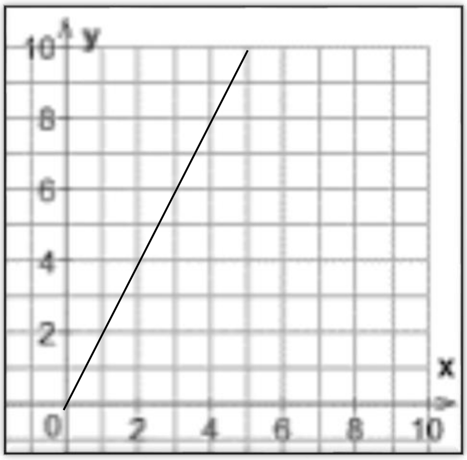


Fonte: resolução estudante J

5.1.3 Atividade 3

Esta atividade tem como objetivo propiciar ao estudante o reconhecimento da representação gráfica de uma função do 1° Grau do tipo $f(x) = ax$ denominada Função Linear, cujo gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema, caso o domínio seja $\mathbb{R}$, ou é parte de uma reta, como neste caso em que o domínio é parte de uma reta de $\mathbb{R}$ ou seja $f(\,x) = 2x$ e $D\,(f) = \;[0,5]$.

Considere o gráfico a seguir, para responder as questões 1 e 2.



1) Como pode ser escrita a função desse gráfico?

2) Se você tivesse que explicar este exemplo para alguém, como você explicaria?

A questão **1** solicita a escrita desta função objetivando a conversão do registro de representação gráfico para o registro algébrico. E na segunda questão o destaque para a ideia de proporcionalidade em que, para uma unidade a mais no eixo das abscissas, aumenta duas unidades no eixo das ordenadas, na identificação dos pares ordenados de cada ponto da reta representada no plano cartesiano, reforçando a noção de função bijetora, na definição dos pares ordenados (0,0), (1,2), (2,4), (3, 6), (4,8) e (5,10) em que o coeficiente angular da função é 2 e o coeficiente linear é 0.

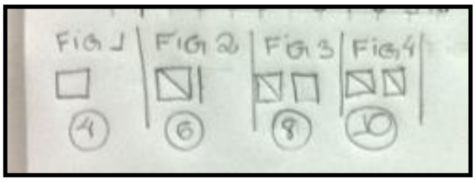
Na segunda questão esperamos a mobilização de diferentes registros de representação da função $f(x) = 2x$.

Na primeira questão houve dificuldades por parte dos estudantes em determinar as variáveis para o registro de representação algébrico. Os pares ordenados foram compreendidos conforme *Ra: (...) É, professora, **olha aí**, cada número "liga" no outro...*Outro estudante afirma*: Acho que é* $2x$*...é proporcional, vai aumentando de dois em dois no* y*;* reiterando a noção de Função Linear.

Após a leitura da atividade na resolução da questão 2, alguns estudantes questionaram quanto à maneira, isto é, o registro de representação semiótica que poderia ser utilizado. Perguntaram se poderiam usar figuras para escrever a função ou uma tabela para ajudar. Respondemos que poderiam escrever a função como quisessem. Assim, encontramos várias respostas compostas de representações imagéticas, descritivas escritas e algébricas.

Uma estudante apresentou uma representação imagética errônea[18], em que para $D = (1, 2, 3,4)$ representou $Im = (4, 6, 8,10)$ ou seja, $f(x) = 2x + 2$, ao invés de representar $f(x) = 2x$, conforme Figura 10

Figura 10 – Representação Atividade 2



Fonte: estudante T

5.1.3.1 Interações Dialógicas Atividade 3

Assim como nas duas atividades anteriores, nesta atividade ocorreu uma produtiva interação dialógica com os estudantes. O estudante Pa foi muito participativo como pode ser notado na transcrição a seguir.

Ja :Nossa tem que escrever…
Po :Que estranho, não entendi...
P :O que você não entendeu?
Po: O gráfico...Vou olhar de novo...
Ra: Eu acho que é de 2 em 2... Não tenho certeza...
Ro :Será por que tá 2, 4 ,6,8 e 10 no gráfico?
(Alunos escrevem no gráfico os valores do eixo x, que não estão indicados.)
*Ro :Professora, na 1 (*questão 1*) tem que fazer a tabela?*
P: Você pode fazer, sim...
Ju: Mas como?
P :Como vocês iriam completar uma tabela?
Lu: Olhando no gráfico....
*Ra: É, professora, olha aí, cada número "liga" no outro tá indo de dois em dois...Eu fiz a tabela vendo o gráfico" indo" de dois em dois. É, professora, **olha aí**, cada número "liga" no outro tá indo de dois em dois... (grifo nosso)*
Pa :Acho que sei a função...
P :Qual é?
Pa: Acho que é $2x$...
Jo: Minha 'mente" (*indica a cabeça) processou isto aqui (mostra para a pesquisadora sua folha com a função $y = 2x$). É $y = 2x$....é proporcional, vai aumentando de dois em dois no y, só ir vendo no gráfico.*

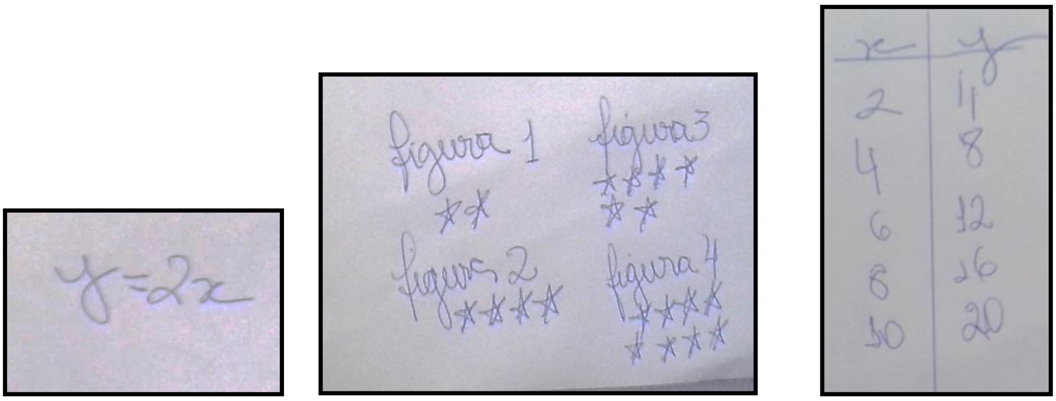
[18] Neste caso, não houve conversão, pois o objeto matemático representado foi $f(x) = 2x + 2$, ao invés da representação algébrica $f(x) = 2x$ proposta na atividade.

Pa: Acho que sei a função... olha no gráfico daí é fácil...tem também desse tipo no caderno.
P :Qual é a função?
Pa: Acho que é $2x$...é proporcional, vai aumentando de dois em dois no y (indica a reta no gráfico com o lápis)*. Minha "mente"* (indica a cabeça) *processou isto aqui depois que eu fiz a tabela vendo o gráfico" indo" de dois em dois......*
P: Quer dizer que você fez a tabela primeiro?
Pa: É, professora...sabia que era proporcional, mas não conseguia fazer esta (mostra a representação algébrica)*. Fui olhando no gráfico, completei a tabela pra entender, depois inventei as figuras que é fácil de ver e assim* (mostra para a pesquisadora sua folha com a função $y = 2x$*).*
P: Como você pensou na resposta da questão *2?*
Pa :Eu pensei (indica a cabeça) *bom, quando eu faço a tabela ou as figuras olhando o gráfico, já sei que é a mesma coisa, mas posso fazer de jeitos diferentes....* *Fui olhando no gráfico(...) depois* ***inventei as figuras que é fácil de ver.***

Figura 11: Representações Atividade 3

Questão 1

Questão 2



Fonte: resolução estudante Pa

5.1.4 Atividade 4

O objetivo desta atividade ao propor o uso de material manipulativo era a construção de uma sequência de quadrados.

Na questão **a** questionam-se informações a respeito de qualquer quantidade de quadrados, com o intuito de promover a generalização para o n-ésimo quadrado. A solicitação da elaboração de uma tabela na questão **b** foi para proporcionar a generalização entre a quantidade de palitos e o total de quadrados para determinar a relação entre as variáveis dependentes e independentes, o domínio no caso $D = [0{,}5]$ e $I\ [0, 10]$.

A questão **c** foi elaborada com o objetivo de que os estudantes respondessem afirmativamente, pois para cada número real positivo que representa o total de quadrados (variável independente) associa-se uma única quantidade de palitos (variável dependente) na função $y = 4x + 1$.

Os estudantes identificaram a regularidade na sequência de quadrados a partir dos palitos e a afirmativa de que era uma função, já que o grupo 1 representou uma função linear $\boldsymbol{f(x) = 4x}$ e o grupo 2 a função $\boldsymbol{f(x) = 3x + 1}$, ambas Funções do 1°Grau. Ressaltamos que ao representar algebricamente a função, o grupo 2 erroneamente utilizou $\boldsymbol{f(x)}$ ao invés de $\boldsymbol{f(Q)}$.

As regularidades na tabela e as variações entre a quantidade de quadrados e de palitos foram confirmadas, conforme comentário do grupo 2 :(...) *quanto mais palitos mais quadrados.*

Utilizando os palitos de sorvete, responda:

a) Quantos palitos serão necessários para formar 2 quadrados? E 10 quadrados? E para qualquer quantidade de quadrados?
b) Faça uma tabela para indicar as quantidades de quadrados e palitos.
c) Este exemplo é uma função? Justifique.

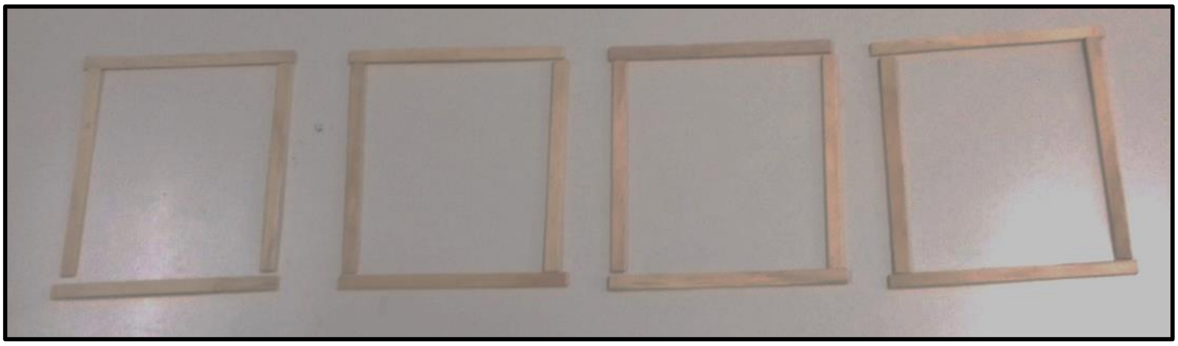
5.1.4.1 Interações Dialógicas Atividade 4

O desenvolvimento desta atividade ocorreu de maneira peculiar, já que os estudantes dividiram-se em grupos e ficaram curiosos desde o início quanto a utilização dos palitos de sorvete. Ao explicarmos a proposta da atividade, os integrantes dos grupos começaram a "formar" vários polígonos além dos quadrados.

Apresentamos as interações ocorridas com os grupos denominados Gr1 e Gr2, porém sem especificar a inicial do nome de cada integrante.

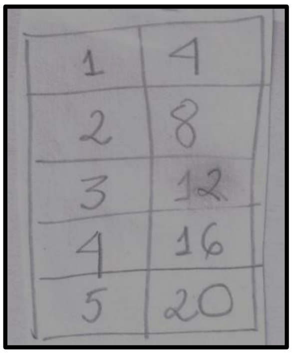
P: Quantos quadrados vocês construíram?
Gr1: Fizemos 5 quadrados...
P: E utilizaram quantos palitos?
Gr1: 20 palitos.
P: E se continuassem formando quadrados, quantos palitos seriam?
Gr1: Vai aumentando 4 palitos, dá 24 palitos pra 6 quadrados, e vai assim colocando os palitos que daí é fácil contar...
P: Quantos palitos seriam para 10 quadrados?
Gr1: Ah, professora... daí complica...
P: Será?
Gr1: Espera... (começam a rascunhar uma tabela) se pra 20 (coloca 20 palitos ai na tabela são 5 quadrados então …)
P: Humm, no que a tabela vai ajudar? O que acontece?
Gr1: Ué vai dar 40!!! Vai completando a tabela que só aumentando o total dos palitos. Viu, a tabela é sempre fácil, sempre tamo (sic) fazendo... (indica a tabela).
P: E para 500 quadrados?
Gr1: Ah, profê (sic) !!!! Não precisa montar tudo isso né... é só ver que é vezes 4 palitos...
P: Como assim?
Gr1: Então é o tanto de quadrado vezes 4 palitos (um dos integrantes do grupo indica quadrado = 4 x palitos) ... daí pra 500 ia dar 2000 palitos!!!!

Figura 12: Sequência de Quadrados Gr1



Fonte: resolução Grupo 1

Figura 13: Representação Tabular Gr1



1	4
2	8
3	12
4	16
5	20

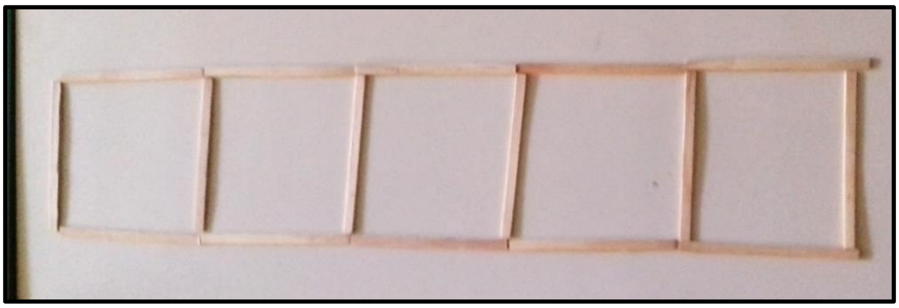
Fonte: resolução Gr1

O grupo Gr2 apresentou uma sequência com os palitos, distinta do Gr1 conforme Figura 14.

P: Como vocês formaram os quadrados?

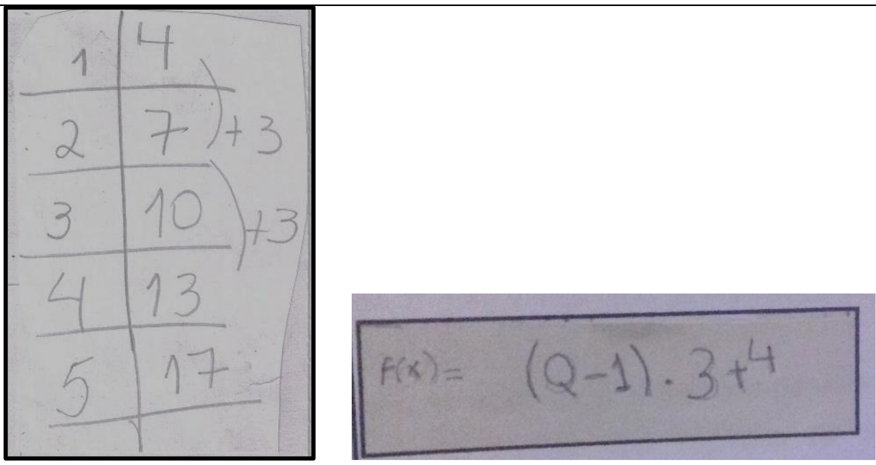
Gr2: Nós colocamos um quadrado com quatro palitos…daí pra economizar a gente foi colocando três palitos (indica a sequência dos quadrados)
P: Olha que interessante... Por que vocês fizeram a tabela?
Gr2: Pra ajudar a ver quanto ia dando... (indicam a tabela) ...olha só usa 4 palitos no primeiro e depois só três...
P: Vocês acham que é uma função?
Gr2: É sim, né professora... quanto mais palitos mais quadrados...
P: E esta é a função?
Gr2: Sim, olha aqui - indica a função $f(x) = (Q-1).3+4$.
P: O que é o $f(x)$ *e o Q?*
Gr2: O $f(x)$ *são os palitos e Q os quadrados... Ai, profe (sic) tinha que ser tudo* x *né? Olha pra 10 quadrados faz 10 menos 1, daí o 9 vezes o 3 e junta 4...assim ajuda...*
P: Precisa indicar ou com x *para* $f(x)$ *ou então com* $f(Q)$*.Por que ajuda?*
Gr2: Ah é que escrito assim dá pra calcular com qualquer quadrado... até 1000 quadrados!!

Figura 14: Sequência de Quadrados Gr2



Fonte: resolução Grupo 2

Figura 15: Representação Tabular e Algébrica Gr2



Fonte: resolução Grupo 2

5.1.5 Atividade 5

O objetivo desta atividade foi estimular a elaboração de uma Função do 1°Grau e sua resolução em pelo menos dois registros de representação. Ao mobilizarem registros variados de representação esperamos resoluções corretas de funções do tipo $f(x) = ax + b\ , com\ a \neq 0$ e/ou $f(x) = ax + b\ , com\ \ b = 0$, e que ocorra uma notação correta das variáveis dependente e independente, além da definição do domínio e imagem.

Apresentamos a resolução[19] de 4 (quatro) estudantes, que ao elaborarem a função solicitada utilizaram dois ou mais registros de representações semióticas, denominados Estudante L, Estudante E, Estudante Ro, Estudante A.

Elabore uma função do 1º grau e faça uma ou mais representações.

Esta atividade apresentou diversos registros de representação da Função do 1° Grau mobilizados pelos estudantes. Nos exemplos aqui apresentados temos Funções do tipo $f(x) = ax + b$, com $b \neq 0$, em que os registros diversos demonstram domínio e

[19] As setas azuis nas Figuras 16,17,18, e 19 indicam conversão, e a vermelha tratamento.

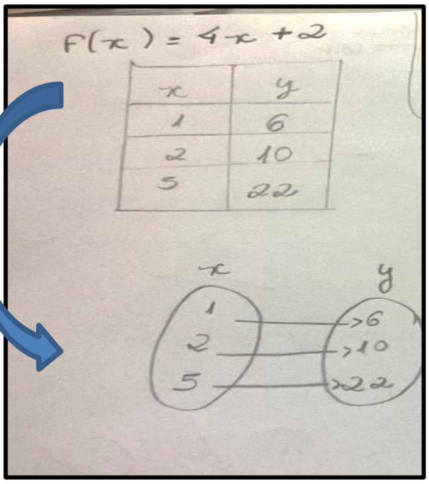
imagem (estudante Ro), a regularidade em sequência nas representações com “figuras”, as variáveis dependente e independente no registro algébrico – apesar do registro algébrico errôneo dos estudantes E e Ro respectivamente que escreveram $B = F + 1$, ao invés de $B(F) = F + 1$ e $E = 2F + 1$, já que o correto seria $E(F) = 2F + 1$. O estudante A propôs uma situação-problema similar a situações discutidas por nós em sala de aula, cujo domínio é $D = [0, \infty)$. e imagem $I = [\,3{,}70, \infty)$.

5.1.5.1 Interações Dialógicas Atividade 5

Apresentamos as interações dialógicas e as representações mobilizadas pelos estudantes L, E, Ro e A respectivamente .

P: O que você fez primeiro?
L: Essa do $f(x) = 4x + 2$ *...*
P:E depois?
L: Então eu pensei multiplica o x *por 4 e mais 2.... Daí a tabela é só “ligar” e ver que aumenta 4 (indica o 1 com o 6 e assim por diante)*
P: E por que depois do 2 na coluna do x *você foi para 5?*
L: Ah, professora... é só pra testar aqui (indica a representação algébrica) ...e daí no diagrama é mesma coisa o domínio é o x *e que chega no* y *que esqueci o nome...*
P: É imagem...
L: Isso é imagem do 1, 2 e 5!!!

Figura 16: Representações Atividade 5 (Estudante L)

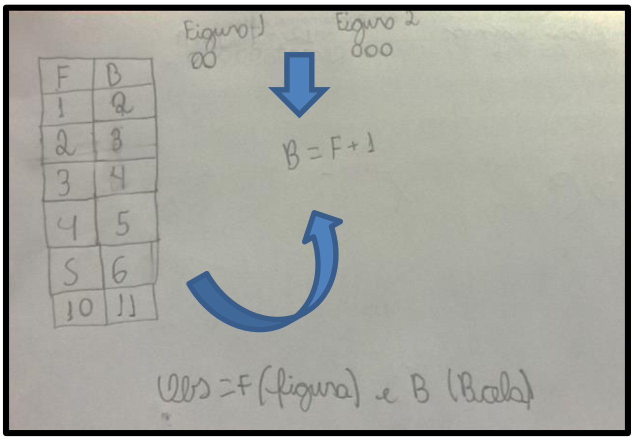


Fonte: resolução estudante L

P: O que você fez primeiro?
E:Então, profe (sic)...Eu pensei as figuras, mas fiz a tabela primeiro porque aqui (indica a tabela) *eu entendo melhor. É fácil, né, pra “ordem” das figuras tem a quantidade mais 1.*

P: Por que na tabela depois da figura 5 vem a 10?
E:Ué (sic) pode ser qualquer “figura” - até mil professora! É só somar mais um.
P: Depois da tabela você fez as figuras?
E: (acena com a cabeça afirmativamente*) ... O desenho das bolinhas oh*... (indica na atividade) *ajuda a ver a quantidade que muda né...*
P: Por que você escreveu F para figura e B para bola?
E: Ah... lembrei da atividade do palito que fizemos outro dia…no “x" e “y” (indica aspas com a mão*) eram outras letras*...
P: Você pensou em alguma outra representação?
E: Então, né professora, é tudo a mesma coisa... a tabela, as figuras, as letras, é tudo daqui (indica a função B=F+1) *Até se eu fizer o gráfico vai ser olhando aqui* (indica a tabela).
P: E esta observação no final?
E: Pra (sic) confirmar e ajuda quando a gente escreve bem explicadinho !!!

Figura 17: Representações Atividade 5 (Estudante E)

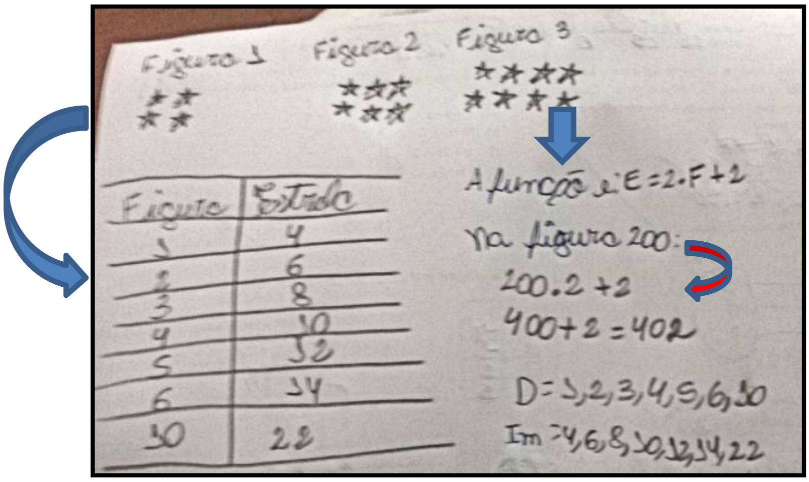


Fonte: resolução estudante E

P: Você fez o que primeiro?
Ro: Ah...Fiz as figuras que ajudou quando pensei nos outros jeitos só ver quantas “estrelas” aumenta (indica as outras representações), *depois a tabela que é fácil da fazer e entender a sequência “conforme muda os valores* (mostra a tabela).
P: Você acha fácil entender pela tabela?
Ro: Sim, ajuda de monte (faz um gesto unindo os dedos indicando grande quantidade) *tanto que depois da tabela fiz a do “x " e " y”, quer dizer com “E” e “F”*[20] *que eu já sabia das aulas né...*
P: E este cálculo?
*Ro: A conta eu fiz pra dar um exemplo que tá certo...*Para confirmar que *em qualquer “x” a gente faz a conta, ...*
P: E por que você escreveu o domínio(D) e a imagem (I) da função?
Ro: Eu lembrei de quando você ensinou a função do 1° grau, pra x é o domínio e y a imagem, só que sem x e y é igual, né, professora?

[20] Esclarecemos para o estudante que a notação correta seria $E(F) = 2F + 1$.

Figura 18: Representações Atividade 5 (Estudante Ro)

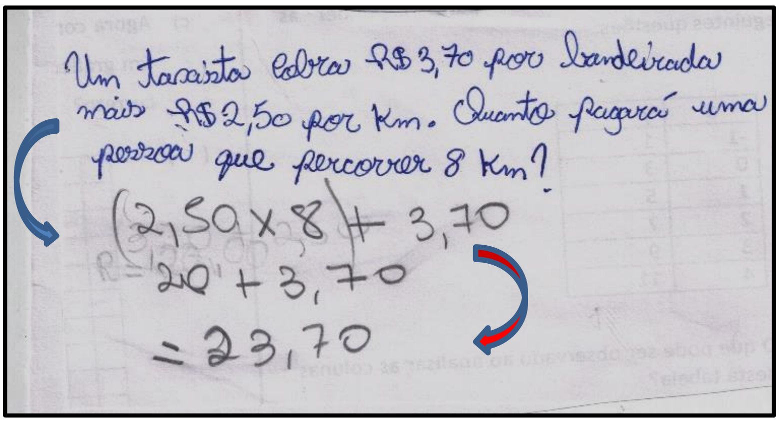


Fonte: resolução estudante Ro

P: Por que você resolveu elaborar um problema?

A: Ah professora...tinha um monte de gente fazendo gráfico...daí lembrei de um problema tipo do táxi[21] *uma situação sabe...Pensei numa conta de água também, mas achei do táxi mais fácil de pôr os valores.*
P: E este cálculo?
A: Muito fácil né ...Tamo (sic) cansado de fazer... Multiplica o quilômetro e soma o cinco....

Figura 19: Representações[22] Atividade 5 (Estudante A)



Fonte: resolução estudante A

[21] Atividade presente no livro didático, conforme Anexo A.
[22] Na resolução proposta pelo estudante A, a representação algébrica é $f(x) = 2{,}50\,x + 3{,}70$.

5.1.6 Atividade 6

Nesta atividade apresentamos aos estudantes diferentes registros de representação de $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ e propomos a identificação do objeto matemático $f(x) = 2x + 3$ em 4 (quatro) registros de representação: o tabular, o gráfico, o algébrico e o descritivo escrito.

A questão **a** solicita que o estudante analise as duas colunas da tabela e descreva o que "ocorre" com cada uma. O objetivo é a distinção entre a variável dependente $f(x)$ e independente x e que perceba que a cada valor de uma unidade que aumenta em x, o valor de $f(x)$ aumenta duas unidades, o coeficiente angular da função é 2.

Na questão **b** a sugestão de $x = 10$ foi elaborada com intuito de que os estudantes percebam a regularidade quanto aos coeficientes angular e linear. A função representada graficamente teve como objetivo a identificação da função $f(x) = 2x + 3$ com a identificação do zero da função para $x = -\frac{3}{2}$, a inclinação da reta e que a função é crescente ($a > 0$).

Na questão **d** espera-se o reconhecimento da função$f(x) = 2x + 3$ no registro algébrico, a partir da observação dos registros utilizados nas questões anteriores, além de $D \in \mathbb{R}\ e\ Im \in \mathbb{R}$.

A primeira questão gerou dúvidas entre alguns estudantes quanto a escrita sobre as variações entre xe $f(x)$**.** Na questão b, a maioria dos estudantes resolveu continuar a tabela para determinar o valor de $f(10)$. Contudo quando questionamos se quisemos determinar o valor de $f(200)$, muitos perceberam a regularidade e já começaram a esboçar a representação da função $f(x) = 2x + 3$ no registro algébrico.

Na questão 3 a partir da representação gráfica, muitos estudantes identificaram quais eram decrescentes. A partir daí indagamos quanto a qual gráfico seria a o correto e perceberam que o gráfico III apresentava o coeficiente linear 3.

O reconhecimento da função no registro algébrico foi difícil para 6 estudantes que identificavam na tabela o coeficiente angular 2, porém não o coeficiente linear.

Considere a tabela abaixo para responder as seguintes questões:

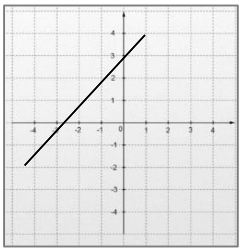
x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	5	7	9	11

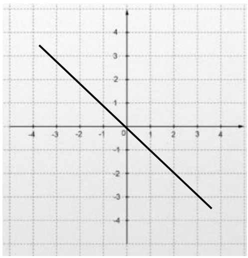
a) O que pode ser observado ao analisar as colunas desta tabela?

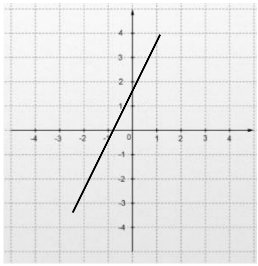
b) Se o valor na coluna x for igual a 10, qual será o valor na coluna $f(x)$?

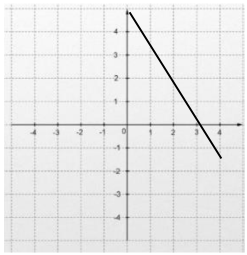
c) Agora considere esta tabela representada em um gráfico. Qual dos gráficos a seguir, seria o correto?

Gráfico I Gráfico II Gráfico III Gráfico IV









d) Qual das expressões abaixo pode representar os valores da tabela?

( ) $f(x) = x + 2$ ( ) $f(x) = 2x$ ( ) $f(x) = x + 3$ ( ) $f(x) = 2x + 3$

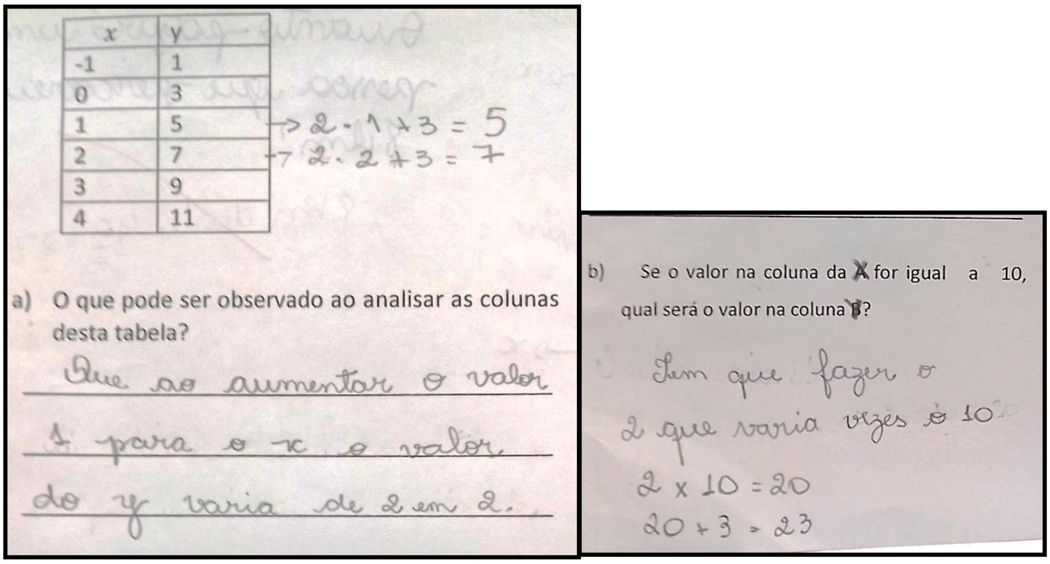
5.1.6.1 Interações Dialógicas Atividade 6

No desenvolvimento desta atividade ocorreram interações dialógicas com vários alunos. Apresentamos as interações ocorridas com os estudantes R, M e L, porém consta neste trabalho somente as representação realizadas pela estudante Ca.

R: Não consigo responder a primeira pergunta. É pra olhar onde pra responder?
P: Na tabela...
R: Humm... tá aumentando... Não sei como fica pra 10 (referindo-se a questão b) Sei que duas vezes porque aumenta o 2 (indica a coluna de $f(x)$ na tabela) mais como dá 3…não sei...
M: Eu achei o 23 na b....
P:Como você encontrou este valor?
M: Vai de dois em dois mais daí tem que somar o 3....
P:Por que somar?
M: Ué se quando é zero dá 3 ...então junta mais 3!!!!!

Ca: Professora tô na dúvida do gráfico...
P:Por que? ...
P: Então você acha que é o gráfico 4?
Ca: Não... é o 3, por que não tem zero e zero (referindo-se a (0,0)) do gráfico I.
P: Mas por que não este (indica o gráfico II)?
Ca: Ah... porque nesse o 1 do "x" tá no 3 do "y" e na tabela tá no 5... então é o 3 olha na tabela que não tem como errar!!! (Indica com o lápis a tabela)
L: Professora a da função é muito difícil (referindo-se a questão d) ... sei que aumenta de dois em dois e vai com o x , mais tô em dúvida.... Tem duas que é $2x$....
P: Qual gráfico você indicou?
L: O terceiro ...Ah professora ... acho que é essa (indica $f(x) = 2x + 3$) tá no gráfico vai subindo dois, Daí na tabela é vezes dois e mais três... Na verdade no gráfico é fácil de ver o que tá na tabela e na função com letras!!!!
R: É mesmo professora, o gráfico é assim olha aqui (indica representação algébrica) e no gráfico sobe igual ao número que tá com x !!!!

Figura 20: Representações Atividade 6



Fonte: resolução estudante Ca

5.2 DISCUSSÕES E ANÁLISES

De acordo com os itens anteriores deste capítulo, a discussão das análises será conduzida de modo a contemplar a questão de pesquisa "*Quais representações são mobilizadas em situações de ensino do objeto matemático Função do 1° Grau, mediadas por interações dialógicas?"* a partir dos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2011).

A taxonomia proposta por Ainsworth (1999, 2006) quanto as funções pedagógicas desempenhadas por uma nova representação serão inferidas valendo-se das interações dialógicas ocorridas no decorrer das atividades.

5.2.1 Aspectos Teoria dos Registros de Representação

No Quadro 5.1 apresentamos os registros de representação presentes ou mobilizados pelos estudantes nas atividades propostas, seguidos da natureza e forma de cada um e as respectivas atividades que os contemplam.

Quadro 5.1 Natureza e Forma dos Registros presentes nas atividades

Registro de Representação Semiótica	Natureza e Forma do Registro	Atividades
Algébrico	Discursivo/ Monofuncional	1,2,3,4,5 e 6
Aritmético	Discursivo/ Monofuncional	1,2 e 5
Descritivo Escrito	Discursivo/ Multifuncional	1,2,5 e 6
Gráfico	Não Discursivo/ Monofuncional	2,3 e 6
Imagético	Não Discursivo/ Multifuncional	1,3,4 e 5.
Tabular	Não Discursivo/ Multifuncional	2,3,4,5 e 6

Fonte: a autora

5.2.1.1 Atividade 1

A atividade solicitava a partir de uma situação - problema no registro descritivo escrito, a determinação do valor unitário e a maneira como o estudante explicaria a atividade para alguém. O registro de representação mais utilizado foi o descritivo escrito de natureza multifuncional e forma discursiva, em que consideramos o tratamento, (registro de representação aritmético) conforme resolução apresentada pela estudante Gi.

O estudante Jv escolheu o registro de representação algébrico (Monofuncional /Discursivo) em solicitação de como explicaria o exemplo proposto a alguém realizando uma conversão do registro descritivo para o algébrico.

A estudante Ad descreve parcialmente em registro descritivo escrito o valor unitário de cada produto e utiliza de um registro imagético considerado multifuncional, porém não discursivo, caracterizando assim uma conversão.

5.2.1.2 Atividade 2

Nas questões 1 e 2, temos um tratamento utilizando o registro de representação algébrico – monofuncional / discursivo[23] para um registro de mesma natureza e forma. Na questão 3, o tratamento ocorreu entre dois registros de representação descritiva escrita multifuncional/discursiva. A conversão de registro de representação descritiva escrita para o registro de representação gráfica – multifuncional/discursiva para monofuncional/não discursivo ocorreu na questão 4.

Quanto às transformações semióticas, nas questões 1 e 2 destaca-se o tratamento na manutenção de um mesmo registro de representação semiótica algébrica e na questão 3 o tratamento na passagem do registro de representação descritivo escrito para outro registro de representação descritivo escrito.

A conversão ocorreu na questão 4 em que se mudou a representação algébrica das funções $y = 3x$ e $y = 3x + 1$ para outros registros de representação, ou seja, para o registro de representação semiótica tabular e deste para o gráfico.

[23]Em Registros Multifuncionais, os tratamentos não são algoritmizáveis. Os registros considerados Monofuncionais são algoritmizáveis ,e próprios da Matemática. Registros Discursivos – língua materna, p. e. – e Não Discursivo imagens e gráficos (DUVAL, 2011, p.117).

5.2.1.3 Atividade 3

A solicitação de representar a função linear $f(x) = 2x$, a partir do registro de representação semiótica gráfico teve como objetivos verificar as representações utilizadas pelos estudantes, e identificar possíveis dificuldades conceituais na passagem de um registro de representação semiótica para outro. Conforme afirma Duval (2009, p.35) “a operação de conversão se revela ser nem trivial nem cognitivamente neutra”.

Os registros de representação semiótica gráfico e algébrico são classificados quanto à natureza como monofuncionais. Quanto à forma, a tabela e as imagens são não discursivas, já a representação algébrica é discursiva. A representação semiótica descritiva escrita é multifuncional e discursiva. Tanto na questão 1, quanto na questão 2 ocorreu a transformação semiótica de conversão.

5.2.1.4 Atividade 4

Quanto à natureza e forma dos registros nas situações da atividade observamos uma diversidade na conversão entre registros de representação semiótica. Nas três situações propostas, destacamos as mudanças de registro de representação com objetos (multifuncional/ não discursiva) em conversão de registro para: registro de representação tabular (monofuncional /discursiva), registro de representação algébrico (monofuncional/ discursiva), registro de representação imagético (multifuncional/ não discursiva) e registro de representação gráfico (monofuncional/não discursivo).

5.2.1.5 Atividade 5

A presença da transformação semiótica de conversão foi provocada já de início na proposta da atividade. Nos registros dos estudantes E, Ro, L e A, temos exemplos da mobilização de registros variados: algébrico, tabular, descritivo escrito, imagético que contemplam combinações de natureza e forma distintas. Ressaltamos que 5 (cinco) estudantes mobilizaram registro gráfico nas funções que elaboraram, porém, com erro nas escalas utilizadas na confecção dos gráficos e nas conversões realizadas.

Dos estudantes apresentados nesta atividade 3 (três) utilizaram o registro de representação tabular. Na elaboração das funções do 1° Grau detectamos a coordenação entre os registros de representação, pois conforme aponta Duval (2011) é uma atividade que requer pelo menos a mobilização de dois registros e a possibilidade trocar de registro a todo o momento, em que, os estudantes reconheceram o mesmo objeto matemático em diferentes registros utilizando as especificidades de cada um apesar de insucessos referentes ao registro de representação algébrico dos estudantes E e L.

Sinalizamos que o tratamento efetuado no registro aritmético também foi uma constante nesta atividade, como o estudante A que apresentou uma situação -problema descritiva escrita e utilizou o registro aritmético para responder a questão elaborada por ele.

5.2.1.6 Atividade 6

A partir do registro tabular da função $f(x) = 2x + 3$ propomos diferentes registro para este objeto matemático. No início da atividade, os estudantes apresentaram dúvidas quanto ao registro descritivo escrito para representar a função $f(x) = 2x + 3$. A conversão para língua natural não estabelece necessariamente o registro tabular. O registro aritmético foi utilizado para determinar o valor de $f(10)$.

A identificação da função no registro gráfico foi permeada por dúvidas e 6 (seis) estudantes não resolveram esta questão. Apesar do registro ser classificado como Não Discursivo, existem articulações específicas de cada registro quanto as suas variáveis cognitivas.

Para realizar a conversão os estudantes apenas necessitariam fazer uma codificação dos pares ordenados na tabela e relacionar a certos aspectos do gráfico como, por exemplo, a reta ser crescente. DUVAL (2003)

Quanto a conversão para o registro algébrico observamos que 7(sete) alunos deixaram a questão sem assinalar e quando questionados pela pesquisadora responderam que olhavam na tabela, mas não conseguiam fazer a função solicitada no registro algébrico.

Conforme afirma Duval (2003) nem sempre a conversão ocorre quando invertemos o registro de saída do registro de chegada, pois já havíamos observado que alguns desses 7 (sete) alunos realizaram conversão em outras atividades do registro algébrico para o tabular, além disso, assinalamos que ambos os registros possuem natureza e forma distintas.

5.2.2 Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações

As Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações de acordo com a taxonomia de AINSWORTH (1999, 2006) foram atribuídas às representações constituintes das 6 (seis) atividades propostas. Apresentamos no Quadro 5.2 características de cada Função Pedagógica.

Quadro 5.2 - Características das Funções Pedagógicas nas Múltiplas Representações

Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações	Características
Complementar	Apoio aos processos cognitivos, a partir do estímulo a diferentes estratégias; Soma das vantagens de cada representação a partir da combinação das tarefas e atividades, novas informações e dúvidas ao ser confrontado com uma nova representação. Compartilhamento de informações novas ou conhecidas.
Restringir	Auxílio ao limitar com outra representação mais familiar, o entendimento de uma representação mais complexa. Reforço do que o estudante já conhece do conceito.
Aprofundar um novo conhecimento	Aprofundamento e transferência deste conceito em novas situações. Possibilidade de reconhecimento do conceito em diferentes representações. Entendimento do domínio do conceito e integração com outras representações.

Adaptado Ainsworth (2006)

5.2.2.1 Atividade 1

Nesta atividade inferimos a função pedagógica complementar a representação aritmética conforme afirmação da estudante Ad (...) *um produto custa R$6,00* ***fiz aqui a conta que não tem erro.***.. ao auxiliar com uma informação complementar e a função de restringir a partir das propriedades inerentes, conforme taxonomia de Ainsworth, 1999,2006) (...) *fiz o desenho* ***pra mostrar melhor*** !!!! (Estudante Ad)

Atribuímos à função pedagógica de restringir às representações algébrica e descritiva escrita respectivamente apresentadas pelos estudantes Jv e Gi. Quanto a representação algébrica o estudante reforça o que já conhece do conceito no caso as variáveis: *(...) quando é o* y *e o* x **que eu já sabia da aula**. A estudante Gi demonstra na representação descritiva escrita a familiaridade com esta representação ao responder para a pesquisadora: *fui* ***escrevendo que é melhor pra entender né****, tipo passo a passo sabe?****!!!***

5.2.2.2 Atividade 2

Uma representação pode apresentar uma ou mais Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações, como a tabela que nesta atividade evidenciou a função de complementar, ao auxiliar a construção do gráfico na visualização dos pares ordenados de $f{:}\,A$(1, 3) e (2,6) e $f{:}\,B$(1, 4) e (2, 7) conforme afirmação de J :(...) ***Ela ajuda né....***

Identificamos a função pedagógica de restringir a partir do uso de uma estratégia familiar na interpretação das funções $f{:}\,A$ e $f{:}\,B$, respectivamente $f(x) = 3x$ e $f(x) = 3x + 1$, conforme afirmativa*: Vou fazer* ***a tabela pra ver. (Estudante J***).

A função pedagógica complementar também foi inferida na representação algébrica, segundo uma das características desta função pedagógica que a complementação pode ser por processo complementar (Ainsworth, 2006) ao indicar diferentes aspectos do fenômeno, neste caso, com a extração do benefício individual da representação: J: (...) ***Dá pra ver*** *que é* $3x$ *e na outra tem o 1...*.

A representação aritmética complementou ao ajudar na resolução de cada função a partir da representação algébrica - substituição dos valores da variável x.

Troquei o valor do x por 1 ***fazendo a “continha”*** *3 vezes 1 e pro 2 também 3 vezes 2 no rascunho...* (estudante J).

Quanto a representação gráfica inferimos duas funções pedagógicas. A primeira foi a de restringir por familiaridade, pois a ideia de que seria uma “reta em cima da outra”, ou seja, limitou a interpretação errônea de que seria a “mesma” reta, já que ambas têm o mesmo coeficiente angular e são crescentes, conforme estudante J: *Vou fazer só uma reta no gráfico para as duas...Humm, não, tem o mais 1.... Acho* ***melhor fazer dois gráficos.***

A outra função pedagógica do gráfico foi aprofundar um novo conhecimento a partir da relação entre as duas representações (gráfica e algébrica) que são conhecidas. A representação gráfica permite a associação com a escrita algébrica de cada função, de acordo com J:*Só que aqui, (mostra o gráfico de* $y = 3x + 1$ *) quando o* x *vale 1, o* y *é igual 4,* ***quer dizer soma*** *1!!!*

A função pedagógica de aprofundamento também foi atribuída à representação descritiva escrita ao integrar as informações a respeito de $f{:}\,A$ e $f{:}\,B$ na elaboração da resposta descritiva escrita (...) *E escrevi aqui né ... como ia explicar pra alguém já tô* ***falando qual é e não é proporcional –*** estudante Ra.

5.2.2.3 Atividade 3

Ao ajudar com a decorrente da dificuldade em “enxergar” qual era a lei de formação da função $f(x) = 2x$ *,* segundo a afirmação do estudante Ra: (...) *professora...sabia que era proporcional, mas não conseguia fazer. Fui olhando no gráfico,* ***completei a tabela pra entender,*** a tabela ajudou ao complementar com outra estratégia para resolver a questão.

O gráfico restringiu a interpretação errônea de $f(x) = 2x$, por ser familiar de acordo com o estudante Pa: *Olha no gráfico daí é fácil...****tem também desse tipo no caderno...***auxiliando a compreensão do procedimento necessário para a representação algébrica.

Ao utilizar uma representação familiar como a representação imagética, o uso de “figuras” conhecidas pelo estudante possibilitou transpor a partir da observação do gráfico os valores de x para a sequência das figuras (figura 1, figura 2, ..., figura

n) e os valores de y na quantidade de símbolos. *Fui olhando no gráfico (...) depois* ***inventei as figuras que é fácil de ver....*** *(*Estudante Pa).

A função pedagógica de aprofundar um novo conhecimento foi inferida para as representações algébrica e descritiva escrita. Na representação algébrica as duas representações semióticas ao integrar a representação gráfica com a algébrica. (...) É $y = 2x$..***é proporcional, vai aumentando de dois em dois no y, só ir vendo no gráfico.*** (Estudante Jo)

A descrição escrita dos procedimentos efetuados na resolução da atividade proposta, evidenciando o dobro nos valores, o quanto "aumenta" no gráfico auxiliando nas demais representações segundo Pa: *Quando eu faço a tabela ou as figuras olhando o gráfico, já sei que é a mesma coisa,* ***mas posso fazer de jeitos diferentes****…*indica um aprofundamento do conhecimento ao integrar as representações.

.

5.2.2.4 Atividade 4

Ao propor o uso de material manipulativo na construção de sequências de quadrados, as funções pedagógicas das múltiplas representações foram contempladas em sua totalidade.

A manipulação com os palitos de sorvete complementa ao ser uma estratégia para visualizar o total de palitos conforme a quantidade de quadrados. Assinalamos a frase de *Gr1: Vai aumentando 4 palitos, dá 24 palitos pra 6 quadrados, e vai assim* ***colocando os palitos que daí é fácil contar...***

A elaboração da tabela restringiu por familiaridade o entendimento da generalização da quantidade de quadrados de acordo com a quantidade de palitos, segundo Gr1: *Vai completando a tabela que só aumentando o total dos palitos. Viu****, a tabela é sempre fácil, sempre tamo*** (sic) ***fazendo...***

A escrita algébrica desempenhou o papel de aprofundar um novo conhecimento explicitando a generalização ao integrar as representações com os palitos e a tabela. Destacamos aqui a fala do Gr2:***Ah é que escrito assim dá pra calcular com qualquer quadrado...*** *até 1000 quadrados!!*

5.2.2.5 Atividade 5

A mobilização de representações decorrentes da atividade proposta, com a elaboração de uma Função do 1° Grau propiciou a inferência das funções desempenhadas por uma nova representação.

Conforme destacado por Ainsworth (1999) o papel de restringir a partir uma nova representação pode ocorrer ao auxiliar o aluno ao limitar com outra representação mais familiar o entendimento de uma representação mais complexa.

Nesta atividade observamos estas características nas representações tabular de acordo com os estudantes E e Ro respectivamente :*(...) fiz a tabela primeiro porque aqui eu* ***entendo melhor****. É fácil, né, pra "ordem" das figuras tem a quantidade mais 1 (*...) ***ajuda tanto que depois da tabela f****iz a do "x e y", quer dizer com "E" e "F" .*

O desenvolvimento da interpretação esperada de uma segunda representação a partir da propriedade inerente (AINSWORTH ,1999,2006) ao restringir um novo conhecimento ocorreu na representação algébrica :*Ah... lembrei da atividade do palito (...)* ***que fizemos outro dia...no "x" e "y"*** *e que eram outras letras*... (estudante E).

As representações algébricas e aritméticas apresentaram a função complementar enquanto estratégia para resolver a atividade de acordo com as transcrições a seguir: *(...) a do "x e y", quer dizer com "E" e "F" que* ***eu já sabia das aulas né... (representação algébrica). A representação aritmética de acordo com os estudantes Ro e A: (...)****A conta* ***eu fiz pra dar um exemplo que tá certo,*** *né, professora? (...)* ***Muito fácil né ...Tamo (sic) cansado de fazer ...***

Quanto a representação imagética observamos a função de complementar enquanto reforço do que o aluno já conhece do conceito. *O desenho das bolinhas* ***ajuda a ver a quantidade que muda né...*** (estudante E)

Observamos o aprofundamento de um novo conhecimento com a possibilidade de reconhecimento do conceito em diferentes representações como na representação imagética: *Ah...Fiz as figuras que ajudou* ***quando pensei nos outros jeitos****, só ver quantas "estrelas" aumenta...*

O entendimento do domínio do conceito e integração com outras representações como assinalado pelo estudante A na representação descritiva escrita *(...) lembrei do um problema tipo do táxi, uma situação sabe...**Pensei numa conta de água também....***

5.2.2.6 Atividade 6

As diferentes representações da função $f(x) = 2x + 3$ presentes na atividade desempenharam a complementaridade, a restrição e o aprofundamento de um novo conhecimento. Inferimos à representação gráfica o papel de complementaridade no compartilhamento de informações na compreensão geral do fenômeno, no caso da função $f(x) = 2x + 3$ de acordo com a estudante L: *(...) Na verdade **no gráfico é fácil de ver o que tá na tabela e na função com letras**!!!!*

Observamos também, a partir da atribuição feita pelo estudante R: *(...)o gráfico é assim olha aqui* (indica representação algébrica) *e **no gráfico sobe igual o número que tá com** $\boldsymbol{x}$* (referindo-se ao coeficiente angular) *e fica até **melhor pra entender a função**!!!! - q*ue ao relacionar o gráfico com a representação algébrica ocorreu um aprofundamento de conhecimento, de acordo com Ainsworth (2006) a função de entendimento sobre as relações, tem o objetivo de explicitar as relações e generalizações feitas quando se integra Múltiplas Representações.

A representação tabular atribuiu o sentido de limitar por familiaridade a escolha do gráfico correspondente a função $f(x) = 2x + 3$, como destacamos na resposta da estudante Ca: *Ah... porque nesse o 1 do "x" tá no 3 do "y" e na tabela tá no 5... então é o 3 olha na tabela que não tem como errar!!!*

5.3 ANÁLISE GLOBAL

Nesta seção procuramos ampliar a convergência dos referenciais teóricos estabelecidos com as informações analisadas face ao objetivo de investigar as representações mobilizadas do objeto matemático Função do 1° Grau, mediadas pelas interações dialógicas.

Baseamos a análise a partir do referencial da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e a taxonomia proposta por Ainsworth quanto as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações

De acordo com as atividades descritas e analisadas nas seções 5.1 e 5.2, observamos que nas atividades propostas, diferentes representações da Função do 1° Grau foram contempladas, seja pela presença inicial na atividade ou pela sugestão dos estudantes.

Outro aspecto investigado relaciona-se às interações dialógicas durante a resolução das atividades, que permitiram inferências quanto as Funções Pedagógicas atribuídas às representações.

A investigação quanto a mobilização e coordenação de registros de representação fundamenta-se nas atividades cognitivas de tratamento e conversão considerando também a natureza e forma de cada registro.

A importância da multiplicidade de registros de representação na aprendizagem em Matemática é ressaltada por Duval (2004) pois cada representação semiótica tem um custo cognitivo diferente.

O autor também afirma que dispor de vários registros de representação não é suficiente para garantir a compreensão. Uma segunda condição é necessária: a **coordenação** de representações formuladas em registros distintos (DUVAL, 2012).

Ao questionarmos como o estudante explicaria para alguém a situação proposta, a partir do registro de representação descritivo escrito, verificamos a transformação semiótica de conversão enquanto transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro em uma representação do mesmo objeto em outro registro (DUVAL, 2004).

Nas atividades 1, 2 e 3 as questões que solicitavam aos estudantes a descrição, de como explicariam para alguém as atividades causaram certa estranheza, já que o registro de representação descritiva escrita, não é usual em Matemática, como afirmou o estudante V: *Ai, Ai, ai (sic) professora... isto de explicar é bom ...mas tem que pensar bem... Achei que ia ser fácil escrever, mas não...* ***fazer os cálculos e o gráfico é mais fácil... Em Matemática a gente não escreve a explicação ...***

O registro de representação semiótica descritivo escrito é multifuncional, isto é, sua utilização abrange outros domínios do conhecimento, de acordo com a afirmativa de V *em Matemática a gente não escreve a explicação...*

Na questão 4 da atividade 2 solicitamos a construção gráfica das funções $f(x) = 3x$ e $f(x) = 3x + 1$ com objetivo de conversão de representação do registro algébrico para o registro gráfico.

Observamos a dissociação do objeto matemático de suas representações na atividade 3, que foi além da codificação binária de pares ordenados a partir do objeto matemático $f(x) = 2x$ representado no registro gráfico. Reiteramos esta observação com a afirmativa de Pa : *Eu pensei* (indica a cabeça) *bom, quando eu faço a tabela ou as figuras olhando o gráfico,* ***já sei que é a mesma coisa, mas posso fazer de jeitos diferentes!*** (grifo nosso).

Nesse sentido a afirmativa do estudante E **(...)** ***é tudo a mesma coisa... a tabela, as figuras, as letras, é tudo daqui[24],*** corrobora nossa inferência quanto a distinção entre objeto e representação.

As afirmações anteriores demonstram que o estudante lança mão de registros de representação diversos, para auxiliar na compreensão do que lhe é proposto ocorrendo assim a coordenação.

Na atividade 4 a manipulação com os palitos e o fato de desenvolverem a atividade em grupo despertou curiosidade quanto a proposta. Alguns estudantes não conseguiram estabelecer a função correspondente com as “construções” elaboradas.

Nos resultados apresentados por Gr2 verificamos a conversão da função da representação a partir do material manipulativo para o registro de representação tabular e algébrico. Duval (2011) enfatiza que a conversão é a transformação que desencadeia os mecanismos necessários para a compreensão.

A mobilização da representação algébrica nos possibilita constatar a conversão, pois os estudantes do Gr2 reconhecem em $f(Q) = (Q - 1).3 + 4$ a “construção” com os palitos.

A transformação semiótica de conversão foi provocada já de início na atividade 5. Nos registros de representações dos estudantes E, Ro, L e A, houve a coordenação, ou seja, a mobilização entre diferentes registros de representação semiótica realizando o tratamento e conversão além da diversidade de natureza e forma dos registros.

Conforme as diversas representações da função $E(F) = 2F + 1$, elaboradas pelo estudante Ro na Figura 13, e pela afirmativa ao indicar as

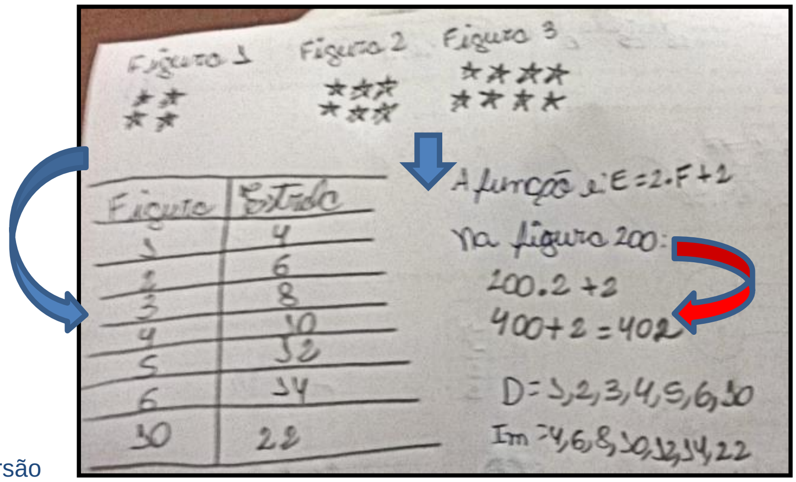
---

[24] Referindo-se a função $B(F) = F + 1$.

representações (...) *quando pensei nos outros jeitos, só ver quantas "estrelas" aumenta ...* o que nos possibilita dizer que o estudante coordenou os registros de representação do objeto matemático $E\,(F) = 2F + 1$.

Figura 21: Tratamento e conversão na atividade 5

o



Conversão

Tratamento

Fonte: Registro Estudante Ro

Solicitamos ao término da atividade 5, que os estudantes escrevessem em qual tipo de representação é mais fácil seu entendimento conceitual. O registro de representação semiótica com maior preferência foi o tabular. Nas afirmativas respectivamente dos estudantes E, Ro e L (...) ***fiz a tabela primeiro porque aqui eu entendo melhor****. A tabela que é fácil de* ***fazer*** *(...) é* ***fácil de pensar ...*** fica claro essa preferência.

Observamos que o fato de ser classificada como multifuncional e discursiva facilita o entendimento conceitual dos estudantes, já que esse registro é comumente utilizado em outras disciplinas e no cotidiano.

Na atividade 6 a distinção do objeto matemático $f(x) = 2x + 3$, de suas representações foi proposta para propiciar a coordenação entre os registros de representação.

Ressaltamos o insucesso de alguns estudantes em relacionar a tabela com a representação algébrica. Conforme Duval (...)" os bloqueios dos alunos aumentam consideravelmente quando uma mudança de registro é necessária ou uma mobilização simultânea de dois registros é requerida" (2003, p.27).

É considerando esta afirmação de Duval, que inferimos a presença das Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações quando se mobiliza diferentes registros de representação. Como assinalado no Esquema 1, uma representação pode complementar, restringir e/ou aprofundar um conhecimento a partir da transformação semiótica de conversão.

As Funções Pedagógicas designadas para as representações presentes nas atividades foram atribuídas considerando as interações dialógicas, nas quais interpretamos a significação do estudante, de acordo com as características de cada uma elencadas no Quadro 5.2.

Observamos que uma mesma representação tem diferentes funções pedagógicas. Por exemplo, na atividade 2 a partir das respostas do estudante J quanto a representação gráfica: ***Acho melhor fazer dois gráficos*** *(...)* limitando a interpretação de que as retas das funções $y = 3x$ e $y = 3x + 1$ seriam iguais, nos levou a atribuir a função pedagógica de restringir. Por conseguinte a afirmativa :***Só que aqui****,* (mostra o gráfico de $y = 3x + 1$) *quando o "x" vale 1, o y é igual 4, quer dizer soma 1!!!* em *que o* gráfico permitiu a associação com a escrita algébrica de cada função, ou seja, desempenhou a função pedagógica de aprofundamento

Outro exemplo é apresentado em relação a representação tabular na atividade 3 pelo estudante Pa. Inferimos nessa situação as funções pedagógicas de complementar e de restringir, respectivamente, de acordo com as características de cada função e as respostas do estudante (...) *não conseguia fazer (*referindo-se a dificuldade em "enxergar" a função) e a afirmativa: *Fui olhando no gráfico,* ***completei a tabela pra entender****…*

A utilização da tabela ajudou na estratégia de resolução da tarefa. Já na afirmação ***Eu fiz a tabela vendo o gráfico*** *"indo" de dois em dois*... ocorreu o refinamento da interpretação na determinação dos pares ordenados.

A escolha da representação em que há melhor entendimento conceitual foi a tabela. Atribuímos à representação tabular, a função pedagógica de complementar na atividade 5, de acordo com as respostas dos estudantes E (...) ***eu entendo melhor****. É fácil, né, pra fazer a "ordem"* e estudante Ro: (...) ***a tabela que é fácil da fazer e entender a sequência...,*** que confirma uma das características de complementaridade, que é o uso recorrente para solucionar problemas a partir da integração entre representações.

A função de restringir foi inferida a partir da frase de L: (...) ***como já sei a tabela, fiz pra ajudar****...,* em que uma representação é utilizada ao limitar o entendimento do estudante.

Inferimos a representação algébrica o papel de complementar ao ajudar na resolução (...) ***eu já sabia das aulas né...*** (estudante Ro) e de restringir no caso de E e no desenvolvimento esperado de outra representação ***que fizemos do livro no*** x ***e y*** *e que eram outras letras*..., *(...)* ***é fácil de pensar*** *assim (Estudante L).*

A representação aritmética por ser de uso constante em Matemática desempenhou uma função pedagógica complementar *(...)* ***Muito fácil né ...Tamo (sic) cansado de fazer*** *(*estudante A)

Nas representações imagéticas, gráfica e descritiva escrita conferimos a função pedagógica de aprofundamento do conhecimento permitindo a ampliação do conhecimento que o estudante já possui: (...) *ajudou* ***quando pensei nos outros jeitos*** (Estudante E – Representação imagética), (...) ***Pensei numa conta de água também****... (Estudante A – Representação descritiva escrita)*

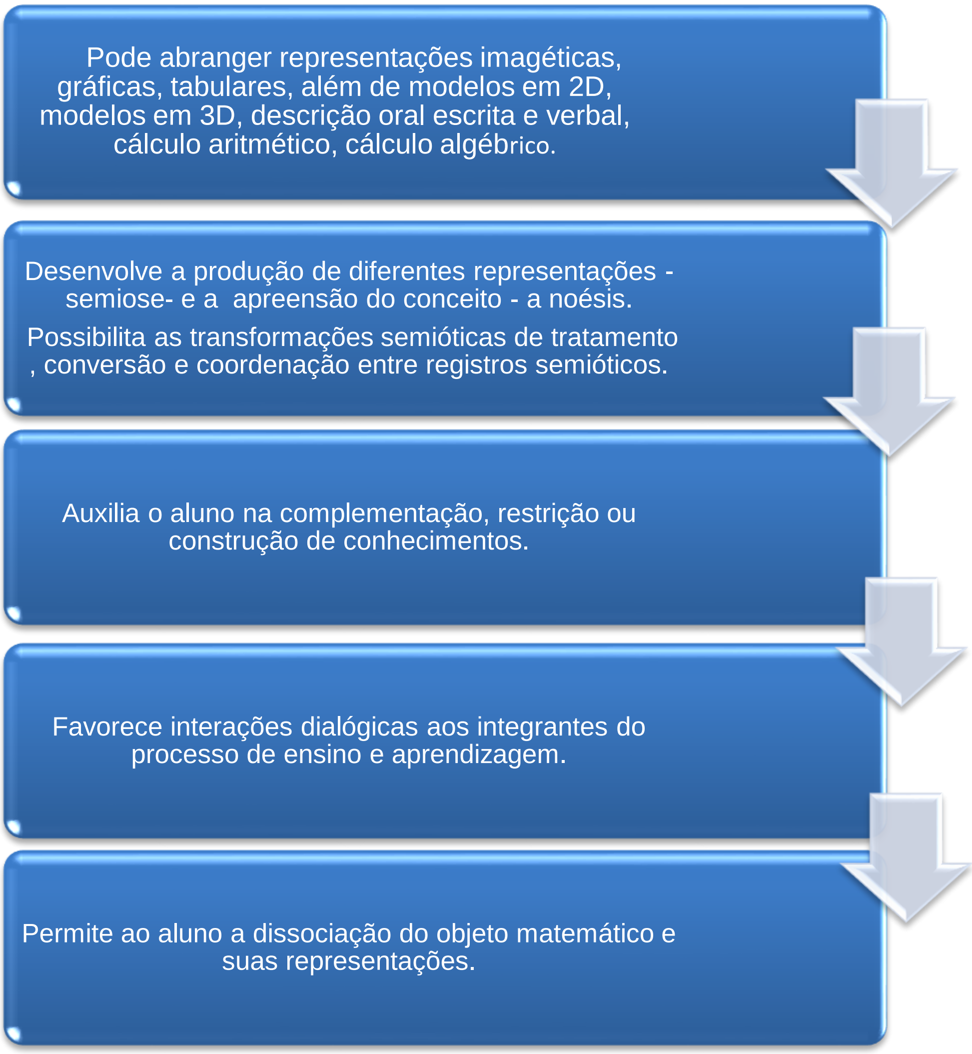
Ao analisarmos as representações de L e suas respostas, a atribuição de aprofundamento à representação gráfica deu-se pela verificação da capacidade de extensão, isto é, a generalização do conceito em outra área de conhecimento **(...)** ***Sabia que nas aulas da professora de Física tem um monte de gráfico também*****?**

Na afirmativa do estudante Pa*: A tabela* ***é mais fácil de ver a função,*** interpretamos no "ver" citado pelo estudante a identificação do objeto matemático Função do 1° Grau em que diversas representações, cada uma com suas características inerentes permite um melhor entendimento, subsidiado pelas particularidades de aprendizagem de cada educando.

Retomamos o Esquema 2, que destaca as vantagens da multiplicidade representacional, para reiterar as análises apresentadas nos itens 5.2 e 5.3. As representações mobilizadas no desenvolvimento das 6 (seis) atividades propostas contemplaram as vantagens em sua totalidade.

Nas Figuras 22, 23 e 24 relacionamos algumas das representações mobilizada pelos estudantes, com cada uma das vantagens presentes no Esquema 2. Salientamos que outras representações mobilizadas também podem exemplificar outras vantagens, além da que lhe foi conferida. Reapresentamos na Figura 22 ,23 e 24, algumas das representações mobilizadas nas atividades 1,4,3,5,4,1 respectivamente.

Esquema 2 :Vantagens da Multiplicidade Representacional



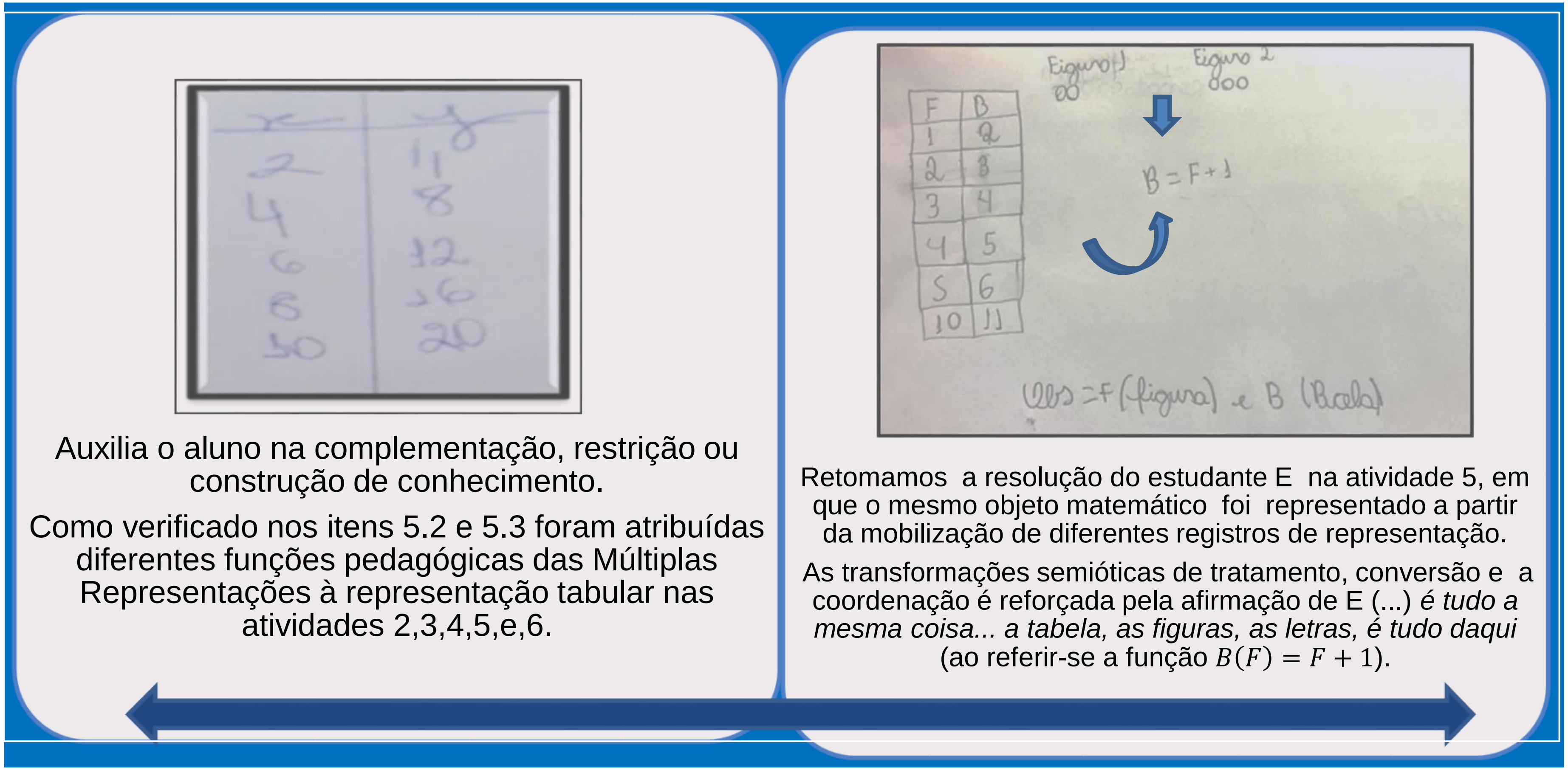
Fonte: a autora

Figura 22: Relações[25] do Esquema 2 com Representações Mobilizadas nas Atividades 1 e 4

Fonte: a autora

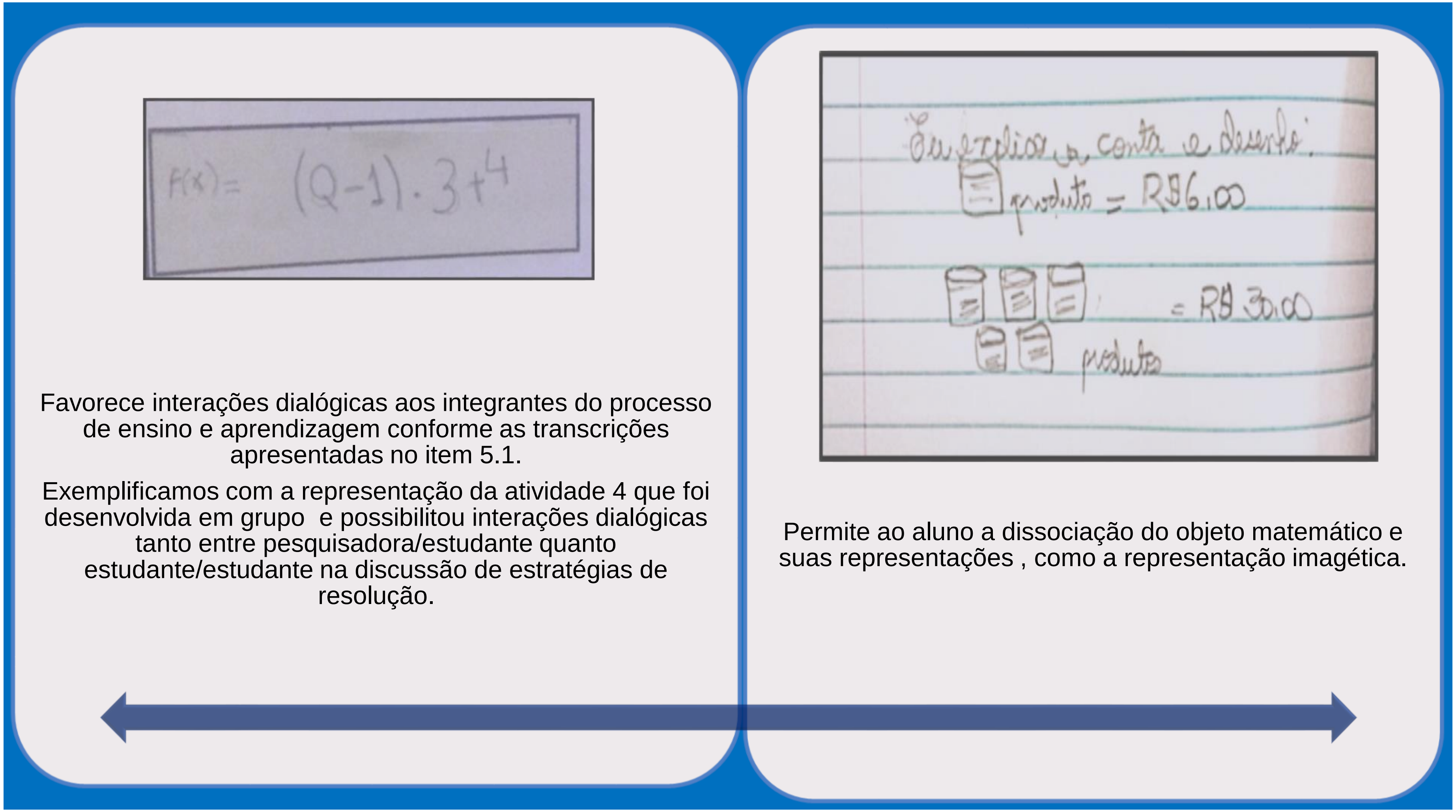
[25] A flecha de duplo sentido indica que, uma mesma vantagem representacional pode ser considerada também em outras representações mobilizadas nas atividades.

Figura 23: Relações do Esquema 2 com Representações Mobilizadas nas Atividades 2 e 5.



Fonte: a autora

Figura 24: Relações do Esquema 2 com Representações Mobilizadas nas Atividades 4 e 1.



Fonte: a autora

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta deste estudo ao investigar *as* representações mobilizadas *em situações de ensino do objeto matemático Função do 1° Grau, a partir da integração de múltiplas representações e mediadas por interações dialógicas,* destacou a importância de que um ensino pautado em uma diversidade representacional propicia aos educandos, um entendimento conceitual mais amplo.

Além disso a integração entre os referenciais – descritos no Capítulo 2 – em que uma nova representação pode complementar, restringir e /ou aprofundar um conhecimento a partir da transformação semiótica da conversão foi contemplado conforme nos mostra o item 5.3.

As representações mobilizadas no desenvolvimento das 6 (seis) atividades, veio de encontro às vantagens da multiplicidade representacional presentes no Esquema 2. Os dados analisados confirmam que na transformação semiótica da conversão, as ideias das Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações (AINSWORTH, 1999, 2006) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL,2003) ocorrem simultaneamente.

Nas atividades propostas priorizamos a variedade de representações, com o intuito de estimular a coordenação. Ainsworth (2006) afirma que representações são combinadas para influenciar o aluno a conseguir algum benefício na aprendizagem de um conceito.

Ademais, a mobilização de diversos registros de representação propiciou a coordenação entre eles. Como já mencionado, um único registro não representa o objeto matemático, ao contrário, um registro **complementa** o outro (DUVAL, 1993, grifo nosso).

A escolha entre representações possíveis dentro de uma representação em um determinado registro não é imparcial, além disso a preferência de um registro pelo outro pode variar no universo de uma sala de aula de acordo com os dados coletados.

Verificamos a partir das interações dialógicas apresentadas e destacadas nas transcrições, que alguns alunos demonstraram mais facilidade em determinada representação semiótica, por exemplo, a tabela que por ser de natureza multifuncional, este registro de representação semiótica ao ser coordenado com outras representações semióticas apresentou a finalidade de complementar ou restringir o entendimento de outras representações.

Outros estudantes recorreram a representações imagéticas e gráficas, conforme demonstração de resolução das atividades, configurando na transformação semiótica de conversão. Verificamos ainda, na afirmação de *Pa* em relação a atividade 3, que ao olhar o gráfico podia fazer a tabela ou as figuras *sabendo que é a mesma coisa e que também podia fazer de outros jeitos*, que ocorreu a dissociação do objeto matemático Função do 1° Grau de suas representações.

A partir de exemplos desenvolvidos em outras situações de ensino, como na afirmativa do estudante *L*, que nas aulas de Física também há muita representação gráfica, que a partir da coordenação de representações semióticas o estudante aprofunda seu conhecimento.

Nossa prática profissional permite dizer que em alguns casos, o estudante apresenta dificuldades de entendimento conceitual em álgebra, por exemplo, ao dizer que até entendem no gráfico, mas não nas "letras". Este tipo de comentário por vezes é corriqueiro em sala de aula o que pode provocar um desânimo no aluno por não conseguir entender "matemática" e uma impotência ao professor por não compreender porque o estudante entende de um jeito, porém não de outro.

Ao explicarmos em situações como a descrita acima, que o gráfico e as "letras" eram a mesma coisa provocávamos situações de transformações semióticas de uma maneira intuitiva. Ao propormos aos estudantes que elaborassem uma tabela para auxiliar na visualização de uma função (representada gráfica ou algebricamente) de maneira indireta esta nova representação semiótica desempenhava, uma ou mais das funções pedagógicas das Múltiplas Representações

O contato com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e as ideias defendidas a partir das Múltiplas Representações nos permitiu notar a relevância da multiplicidade de representações, independentemente dos conceitos matemáticos ou do nível de ensino. A segurança provocada a partir do aprimoramento teórico propiciou um novo olhar na condução da prática pedagógica.

Cabe ao docente uma sensibilidade em reconhecer que cada representação apresenta custos cognitivos específicos e, portanto, ao priorizar um ensino fundamentado em múltiplas representações, fornecerá ao estudante condições futuras de reconhecimento de um conceito matemático em representações diversas.

Esperamos que este estudo permita a outros pesquisadores, docentes e futuros docentes o refinar do olhar do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a partir do referencial das representações semióticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AINSWORTH, Shaaron. The functions of multiple representations. Computers & Education, Pergamon Press, n.33, p.131-152, 1999.

________. DeFT A conceptual framework for considering learning with multiple representations.In Learning and Instruction. Elsevier, vol.16, issue 3, p.183-198, jun. 2006.

________.The Educational Value of Multiple-representations when Learning Complex Scientific Concepts. In GILBERT, J.K. et al. (Eds). Visualization Theory and Practice. Science Education.Springer, p.191-208, 2008.

ALBERGARIA, Almeida, P. Sala de aula questionamento percepções e práticas dos professores. Em Procedia - Ciências Sociais e do Comportamento, n.2, p.305-309. 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Características da investigação qualitativa. Investigação qualitativa em educação uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora, p.47-51,1994.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M.T. (Orgs.). Ensinar e Aprender Matemática possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCNs+ Ensino Médio orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília. 144 p. 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Brasília, 1999.

CAMARGO, P.S. Estratégia de ensino multirrepresentacional aplicada para o desenvolvimento do conceito de medição. 2014. Tese (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática pontuando tendências. Zetetiké Revista de Educação Matemática. Campinas: vol.16, n.29, p.41-72, 2008.

COSTA, Leandro M. A compreensão em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz dos registros de representação semiótica. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2016.

COX, R. e BRNA, P. Supporting the use external representations in problem solving: the need for flexible learning enviroments. Journal of Artificial Intelligence in Education, 6(2):p. 239 – 302, 1995.

CURI E.FERREIRA, F. A.; SANTOS, C. A. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. Em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. Pernambuco – Universidade Federal de Pernambuco, vol. 4, n.2. Disponível em <http//www.gente.eti.br/revistas/index.php/emteia/issue/view/9>. Acesso em 25 jul. 2016.

DAMM, R. F. Registros de Representação. Em MACHADO, S. D. A. et al. Educação Matemática uma introdução. São Paulo: EDUC, p.135-153, 1999.

D’AMORE, Bruno. Primeiros Elementos de Semiótica sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DANTE, Luiz R. Matemática: contexto &aplicações. 2ed. São Paulo: Ática, 2013.

____________. Tudo é Matemática. Ensino Fundamental 1ed. São Paulo: Ática, 2009.

DOMINONI, Nilcéia R. Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais. 2005.Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. Em MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, p.11-33, 2003.

________. Semiosis y pensamiento humano registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Vale - Instituto de Educación y Pedagogía. Santiago de Cali, Colombia Peter Lang, 2004.

_________. Semiósis e pensamento humano registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Fascículo I. São Paulo Livraria da Física, 2009

________. Ver e ensinar a Matemática de outra forma - Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. São Paulo PROEM Editora, 2011, vol.1.

_________. Registros de Representações Semiótica e Funcionamento Cognitivo do pensamento- Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática. ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n.2, p.266-297,2012. Disponível em < http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012> v.07 n. 2 p.266 - Acesso em 04/11/2015

FELIX, Anágela C. M. Estudo dos registros de representação semiótica mediados por um objeto de aprendizagem. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática história, epistemologia, aprendizagem. Em Boletim de Educação Matemática, vol. 19, n. 26, p.1-22, 2006.

GARNICA, Antônio V. M. História Oral e Educação Matemática. Em BORBA, Marcelo C.; ARAUJO, Jussara L. (Orgs.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte Autêntica. (Coleção Tendências em Educação Matemática). p.77- 98,, 2004.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education,v.39,n.1-2,jan.2007. Disponível em <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/ontosemiotic_approach.pdf> .Acesso em 28/03/2017.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; MACHADO, N.J. Fundamentos de matemática elementar, 8: limites, derivadas, noções de integral .7 ed. São Paulo: Atual, 2013.

LABURÚ, C. E.SILVA, O. H. M. Multimodos e Múltiplas Representações Fundamentos e Perspectivas Semióticas para a aprendizagem de Conceitos Científicos. Investigações em Ensino de Ciências, v.16, n.1, p.7-33,2011.

LABURÚ, C. E. BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. Multimodos e múltiplas representações, aprendizagem significativa e subjetividade três referenciais conciliáveis da educação científica. Ciência & Educação, v.17, n. 2, p.469-487, 2011.

LABURÚ C. E.ZÔMPERO, A. F.; BARROS, M. A. Vygotsky e múltiplas representações leituras convergentes para o ensino de ciências. Em Caderno Brasileiro de Ensino de Física, ISSN 1677-2334, v.30, n.1, p.7-24, 2012.

LEITE, Maici D. et al. Remediação de erros baseada em Múltiplas Representações Externas e classificação de erros aplicada a Objetos de Aprendizagem Inteligentes. Em Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), 23º, 2012, Rio de Janeiro, Anais, nov. 2012, p.26-30. Disponível em <http//www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/1766/1527>. Acesso em 18 abr. 2016.

LEMKE, J.L. Teaching all the languages of science words, symbols, images, and actions.2003. Disponível em <http//academic.brooklyn.cuny.edu/education/jlemke/papers/barcelon.htm>. Acesso em 12 abr. 2016.

LORENCINI, A. Jr. O professor e as perguntas no discurso em sala de aula. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2000.

MORTIMER, E. F.; MACHADO, A. H. Anomalies and conflicts in classroom discourse. In Science Education, v.84, p.429-444, 2000.

MORTIMER, E. F. Linguagem e Formação de Conceitos no Ensino de Ciências. Belo Horizonte Ed. UFMG, 2006.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de Ciências uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. Em Investigações em Ensino de Ciências. v.7, n.3, p.283-306, 2002.

PAIVA, Manoel –Matemática Paiva 1- 2ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica - Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática, 2008.

PEIRCE, C.S. Semiótica. Tradução de José T. Coelho Neto. 3 ed. São Paulo Perspectiva, 2005, vol.46. (Estudos).

PRAIN, V.; WALDRIP, B. An exploratory study of teachers and students' use of multi-modal representations of concepts in primary science. In International Journal of SciencEducation, v.28, n.15, p.1843-1866, 2006.

RADFORD, L.; EDWARDS, L.; ARZARELLO, F. Introduction: beyond words. Educational Studies in Mathematics, New York, v. 70, n. 2, p. 91-95, 2009.

ROSA, Cláudia C. Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Médio. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009.

SALGUEIRO, Nilton C. G. Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de Funções. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2011.

SANTOS, Gefferson L. S. Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

SILVA, Karina A. P. da. Modelagem matemática e semiótica algumas relações. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

SOARES, M. T. C.; VIZOLLI, I. Registros orais e escritos um estudo com alunos e professores de educação de jovens e adultos ao solucionarem problemas de proporção - porcentagem. Em BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs.). Ensinar e aprender matemática possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa Editora UEPG, 2016, p.85-117.

SOUZA, Joamir R- Novo olhar: Matemática: 1 – 2 ed.- São Paulo: FTD, 2013

TABACHNECK, H. J. M., LEONARDO, A. M., & SIMON, H. A. (1994). How does an expert use a graph? A model of visual & verbal inferencing in economics. In A. Ram, & K. Eiselt, Proceedings of the 16th annual conference of the cognitive science society (pp. 842±847). Hillsdale, NJ Erlbaum

TOZETTO, Cláudia. Uma passagem secreta para o mundo triângulo. Revista Cálculo - Matemática para todos, São Paulo, ano 2, edição 24, p.34-41, jan. 2013

TYLER, R.;PRAIN, V.;PETERSON, S. Representational issues in students learning about evaporation. Research in Science Education, v.37, p.313-331, jul. 2007.

TREAGUST, D.; WON, M.; YOON, H.Students' Learning Strategies With Multiple Representations Explanations of the Human Breathing Mechanism. Science Education, v.98, n.5, p.840-866, set. 2014.

VERTUAN, Rodolfo E. Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.2007.

WALDRIP, B.; PRAIN, V.; CAROLAN, J. Using multi-modal representations to improve learning in junior secondary science. Research in Science Education, v.40, p.65-80, 2010.

WATTS, M.; GOULD, G.; ALSOP, S. Questões de entendimento perguntas dos alunos em ciência. Em Escola Science Review, v.*79*, n.286, p.57-63, 1997.

ZÔMPERO, Andréia de F. Significados de fotossíntese elaborados por alunos do ensino fundamental a partir de atividades investigativas mediadas por multimodos de representação. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.2012.

ZUFFI, E.M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função.v.1, n.1, p.1-10, dez.2016 http://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view_File/436/75 acesso em 03 de abril de 2017.

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista a necessidade de coleta de informações para o desenvolvimento do Projeto de Pesquisa, sob responsabilidade da Prof.ª Renata Aparecida de Faria (Mestranda do Programa de Pós-Graduação Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Universidade Estadual de Londrina),sob orientação do Prof. Dr. Carlos Eduardo Laburú, declaro que consinto que utilizem, integralmente ou em partes, os registros escritos e gravados durante as atividades propostas nesta pesquisa, podendo utilizá-los parcial ou integralmente, sem restrições de prazo e citações, podendo divulgá-los em publicações, congressos e eventos da área com a condição de respeito à identidade dos pesquisados, garantindo, assim, o anonimato. Abdico, aqui, dos meus direitos e dos meus descendentes.

Declaro, ainda, que fui devidamente informados (a) e esclarecido (a) quanto à investigação que será desenvolvida.

Cambé, ...de.....................................de 2015.

____

Assinatura Pai e/ou Responsável

____

Assinatura Aluno (caso maior de idade)

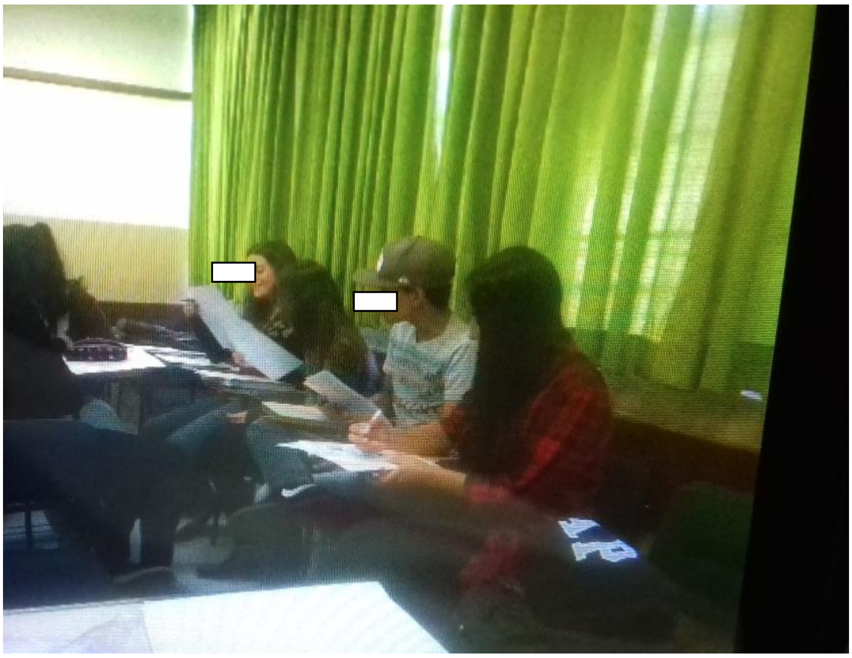
____

Prof.ª Renata Aparecida de Faria (rafrenata73@gmail.com) (43)91252708

Pesquisadora

APÊNDICE B

FOTOS DOS ESTUDANTES - ATIVIDADE 4



ANEXOS

ANEXO A

EXCERTO ATIVIDADE "TÁXI"

Escreva uma função afim para a seguinte situação: "Um taxista cobra R$ 2,00 por quilômetro rodado, mais R$ 10,00 (bandeirada)", em que x é o número de quilômetros rodados e y é o preço cobrado pelo taxista. Dica: perceba que existe uma parte fixa e uma variável. $y = 2x + 10$

Fonte:DANTE, L. R.**Matemática:** contextos e aplicações. 2 ed. São Paulo Editora Ática, 2013. (p.73)