UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

JANAINA SOLER CALDEIRA

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Londrina
2010

JANAINA SOLER CALDEIRA

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Londrina
2010

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

C146e Caldeira, Janaina Soler.
Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática / Janaina Soler Caldeira. – Londrina, 2010. 127 f.: il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2010.
Inclui bibliografia.

1. Matemática – Formação de professores – Teses. 2. Educação matemática – Teses. 3. Álgebra – Estudo e ensino – Teses. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51:37.02

JANAINA SOLER CALDEIRA

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
UEL – Londrina – PR

Prof. Dr. Dario Fiorentini
UEC

Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
UEL – Londrina – PR

Londrina, 16 de abril de 2010.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser a fonte inesgotável de força e sustentação espiritual.

À professora Márcia Cyrino, pelo tempo dedicado, pela atenção e pelo respeito no processo de desenvolvimento da pesquisa, bem como pelo apoio e pelas contribuições nas discussões durante as reuniões de orientação e de produção do texto.

Ao professor Dario Fiorentini e à professora Ângela Marta, por participarem da Comissão Examinadora e terem contribuído com sugestões para o aprimoramento do trabalho.

A meus pais, pelo incentivo, acolhimento e exemplo de dignidade, respeito e dedicação.

A minha irmã e ao Gabriel, pelos conselhos e pela ajuda sempre que precisei de um “empurrãozinho”.

A minhas amigas Amanda, Alessandra, Gabriela, Juliana Moraes, Juliana Martins, Juliane, Lívia, Maria Carla e Maria Izabel, de Rio Preto, que, mesmo longe, me incentivaram e deram força para realizar este trabalho. Em especial, à Andréia, pelas diversas conversas e pela dedicação exclusiva nos momentos mais difíceis.

A todas as amizades de Londrina, em especial os colegas do programa de mestrado, que compartilharam alegrias e angústias semelhantes. À Juliana, que me incentivou e auxiliou em questões acadêmicas e pessoais durante todo o processo.

Aos colegas do GEPEFOPEM, pelas discussões e contribuições. Em especial aos doutorandos Márcia Nagy e William Beline, por tornarem as tardes de estudo sobre a Teoria de Aprendizagem Social em Comunidades de Prática mais agradáveis.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

CALDEIRA, Janaina Soler. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática.** 2010.127p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

RESUMO

No presente estudo, investigamos uma das ações do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática", desenvolvido na Universidade Estadual de Londrina (UEL). Essa ação foi constituída por reuniões semanais na universidade, com a participação de seis estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UEL, um professor recém-formado, professores formadores da UEL e a autora do presente trabalho. Optamos pela abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, na busca de responder à pergunta de investigação "*Como* uma ação de formação, no contexto do projeto de extensão universitária 'Educação Matemática de Professores de Matemática', colabora para aprendizagem de futuros professores de matemática?". Para isso, buscamos descrever e analisar o processo de constituição e de desenvolvimento de uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998) de formação de professores na ação do projeto, e analisar os processos de negociação de significados ocorridos no desenvolvimento de tarefas específicas sobre o pensamento algébrico. O envolvimento com o grupo investigado caracterizou um tipo de pesquisa que, segundo Krainer (2003), combina intervenção e pesquisa, e pode ser chamada de *pesquisa intervenção*. Desse modo, além de desempenharmos o papel de pesquisadoras, também atuamos como formadoras, na busca de promover o desenvolvimento dos participantes. A análise global descreveu elementos caracterizadores do repertório compartilhado e dos empreendimentos articulados que sustentaram o domínio e a prática da comunidade. A análise local possibilitou definir algumas formas de participação dos membros e descrever "como" alguns termos, alguns conceitos ou algumas expressões sobre o pensamento algébrico foram abordados nas negociações de significados e revelaram mudanças na identidade dos participantes em se formarem professores de Matemática. Concluímos que a formação de Comunidades de Prática em contextos de formação inicial pode colaborar com a aprendizagem de futuros professores, uma vez que possibilita a negociação de significados na prática, e a constituição da identidade em formar-se professor de matemática.

Palavras-chave: Educação matemática. Formação de professores de matemática. Comunidades de prática. Pensamento algébrico.

CALDEIRA, Janaina Soler. **An study about algebraic thinking in a community of practice of teachers' training.** 2010.127p. Dissertation (Master in Science Teaching and Mathematics Education) – Universidad Statue de Londrina, Londrina, 2010.

ABSTRACT

The present study investigates an action within the academic extension project "Mathematics Education for Mathematic Teachers," developed at Universidade Estadual de Londrina (UEL). This action consisted of week meetings at the university, with the participation of six Mathematics students graduated at UEL, a recently graduate teacher, professors at UEL and myself, as the researcher . We chose a qualitative approach of interpretative nature, seeking for answering the following proposition: "*How can a training action contribute to the learning of future math teachers,* in the context of the project 'Mathematics Education of Teachers of Mathematics'?". For this purpose, the present study describes and analyzes the formation and the developing process of a Community of Practice (WENGER, 1998) for teacher's education within an action of the project, and also analyzes the processes of negotiation of meaning, occurred during the development of specific tasks related to algebraic thinking. The involvement with the investigated group described features of a kind of research that, according to Krainer (2003), combines action and research, and can be called *action research*. Thus, besides playing the role of researchers, we also acted as trainers, in order to promote the development of the participants. The global analysis described typical elements of the shared repertoire and the articulated enterprises that supported the domain and the practice of the community. The local analysis contributed to setting some forms of participation of the members, as well as describing "how" certain terms, concepts or expressions concerning algebraic thinking have been addressed in negotiations of meanings, revealing changes in the participants' identity as becoming mathematics teachers. The conclusion of the research reveals that the constitution of Communities of Practice in training contexts may contribute to the learning formation of future Mathematics teachers, once it allows the negotiation of meanings in practice, and the identity foundation as becoming a Mathematics teacher.

Key-words: Mathematics education. Mathematics teachers' training. Communities of practice. Algebraic thinking.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Diferentes abordagens presentes nas pesquisas em Educação Matemática se esforçam para descrever e explicar como ocorre a aprendizagem de alunos nas aulas de Matemática, de futuros professores em cursos de graduação, de professores em programas de formação, ou em outros contextos, sejam eles educacionais ou não.

Para alguns autores (LERMAN, 2001; KRAINER, 2003; MIGUEL; VILELA, 2008), as investigações sobre ensino e aprendizagem têm colocado em segundo plano as teorias genéricas do desenvolvimento cognitivo, que não consideram sistematicamente os condicionantes sociais, abrindo novos caminhos às perspectivas que abordam a natureza das funções psíquicas "[...] com origem social, sendo histórico e culturalmente referenciadas" (MIGUEL; VILELA, 2008, p. 105). Essas perspectivas visam o ensino e a aprendizagem a partir de processos de interação envolvidos em contextos sociais, culturais, organizacionais e políticos, e propõem discussões sobre modos alternativos de instrução e de meios que possibilitem a aprendizagem.

Especificamente, *aprender* a ser professor é um processo que não começa somente a partir do ingresso em um curso de graduação, mas tem suas raízes em experiências anteriores, principalmente naquelas que remetem ao contexto escolar, no qual passamos grande parte de nossas vidas e, geralmente, é onde tivemos o primeiro contato com a profissão docente.

A formação inicial, durante o curso de licenciatura, pode ser entendida como um momento formal no qual a *aprendizagem* para se formar como professor ocorre de forma mais específica e fundamentada. Segundo Lerman (2001), contudo, ainda parece haver certa resistência ao uso palavra *aprendizagem* em relação aos adultos, "[...] talvez porque quem quer que esteja organizando o projeto ou o curso será colocado na posição de professor, ou talvez porque sugere uma falta de conhecimento nos aprendizes"[1] (p. 34). O mesmo autor afirma que,

---

[1] "[…] perhaps because whoever is organizing the project or the course will be put into the position of teacher, or perhaps because it suggests an absence of knowledge in the learners" (LERMAN, 2001, p. 34).

apesar de conhecermos formas de teorizar sobre aprendizagens de crianças, o mesmo não acontece com relação às aprendizagens dos adultos.

Ao tratar a aprendizagem em termos sociais na formação de professores de Matemática, alguns autores (LLINARES, 2002; GRAVEN, 2003, 2004; KRAINER 2003; PEDRO GÓMEZ, 2005; FIORENTINI, 2009; CYRINO, no prelo) defendem que a formação de grupos de trabalho pode contribuir para uma reflexão conjunta, conduzindo a discussões referentes à prática pedagógica, aos conhecimentos sobre a matemática e sobre o ensino de matemática, e aos outros elementos que compõem a formação de professores.

Mais especificamente, a constituição de tais grupos na formação inicial -- durante as aulas em disciplinas curriculares, em grupos de estudos e pesquisa, ou em projetos de extensão universitária -- pode colaborar com a preparação profissional dos futuros professores. Cyrino (2008) afirma que:

> [...] a preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor poderá ocorrer se disponibilizarmos contextos teóricos e conceituais imersos em diversas práticas, estimulando hábitos de conversar, investigar, questionar, refletir e relacionar teoria e prática num processo interativo. (p. 81).

Nesse sentido, Graven e Lerman (2003) enfatizam que, embora pesquisas sobre educação matemática de professores tenham criado contextos que permitam a aprendizagem desses professores e descrito o que eles aprendem em termos sociais, pouco tem sido feito para explicar *como* esses contextos permitem aprendizagem.

Diante desse panorama, defendemos a pertinência de nosso trabalho, uma vez que investigamos aprendizagem de futuros professores de Matemática em formação inicial. A investigação ocorreu no contexto do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática" e foi realizada a partir da Teoria Social da Aprendizagem desenvolvida por Wenger (1998).

Desse modo, formulamos a seguinte pergunta de investigação: -- "Como uma ação de formação, no contexto do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática", colabora para a aprendizagem de futuros professores?"

Para responder a essa pergunta, nós nos empenhamos em:

- descrever e analisar o modo como os futuros professores participantes de reuniões semanais na UEL com professores formadores se envolveram na articulação de um empreendimento de aprender para se formarem como professores, ou seja, se esse grupo se caracteriza como uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998);
- analisar os processos de negociação de significados ocorridos no desenvolvimento de tarefas que envolviam caracterização e identificação de tipos de pensamento algébrico.

Nosso trabalho está organizado em quatro capítulos:

No primeiro destacamos e caracterizamos alguns aspectos estruturais que descrevem as Comunidades de Prática. Depois exploramos algumas características da aprendizagem como participação em Comunidades de Prática a partir da perspectiva de Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) e, em seguida, descrevemos o processo de negociação de significados como mecanismo para a aprendizagem em Comunidades de Prática.

No segundo capítulo apresentamos algumas considerações sobre a álgebra escolar e sobre a formação de professores de Matemática, e referenciais que apontam diferentes modos de conceber o pensamento algébrico e tipos de pensamento algébrico destacados por alguns autores.

Os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento da pesquisa estão descritos no terceiro capítulo.

No quarto capítulo descrevemos e analisamos, à luz da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998), características do grupo, características que nos permitiram identificá-lo como uma Comunidade de Prática. Destacamos processos de negociação de significados envolvidos em tarefas específicas sobre o pensamento algébrico e indicamos os encaminhamentos de análises futuras.

No último capítulo traçamos algumas considerações sobre o trabalho realizado.

1 COMUNIDADES DE PRÁTICA E APRENDIZAGEM

No presente capítulo abordamos alguns pontos da Teoria Social da Aprendizagem desenvolvida por Wenger (1998), na qual a aprendizagem é caracterizada como uma prática social. Nessa perspectiva, aprender é consequência de “pertencer a” ou “ser membro de” uma Comunidade de Prática.

A noção de Comunidades de Prática não nos é estranha, pois consideramos nossas aprendizagens em diferentes contextos, não somente nas instituições de ensino – que têm a aprendizagem como atividade específica. As Comunidades de Prática podem estar por toda parte, como no trabalho, na família, em um grupo de amigos ou em outras afiliações às quais pertençamos. Ocorre, no entanto, que, por se tratar de uma noção familiar e informal, a experiência de aprender em nossas comunidades e organizações raramente é focada. Ao fornecer um vocabulário sobre tais experiências, a Teoria Social da Aprendizagem de Wenger (1998) nos permite aprofundar, expandir e repensar nossas percepções e ações.

Em especial, os conceitos de Comunidade de Prática e negociação de significados[2] constituem uma ferramenta de análise da aprendizagem como prática social, uma vez que nos fornecem subsídios para: descrever e analisar um determinado grupo investigado como uma Comunidade de Prática, considerando não só aspectos gerais, mas também eventos locais; e identificar e analisar interações específicas de negociação de significados dos participantes, levando em conta configurações sociais em que essas interações têm lugar.

Neste capítulo destacamos e caracterizamos alguns aspectos estruturais que descrevem a noção de Comunidade de Prática. Depois, ao abordar a aprendizagem como participação em Comunidades de Prática, citamos características da *participação legítima periférica* presentes na Teoria da Aprendizagem Situada (LAVE; WENGER, 1991) e enfatizamos elementos que compõem a Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998). Em seguida, descrevemos o processo de negociação de significados como mecanismo para a aprendizagem em Comunidades de Prática.

---

[2] Esses dois conceitos serão discutidos de forma mais detalhada neste capítulo.

1.1 Prática, Comunidade e Comunidade de Prática

Ao longo de nossas vidas assumimos tarefas e responsabilidades de todos os tipos. Nós nos comprometemos em definir e realizar empreendimentos que dependem da nossa relação com outras pessoas, com o mundo e, assim, desenvolvemos práticas que buscam a conquista conjunta de empreendimentos articulados. Tais práticas são propriedades de certos tipos de comunidades, que Wenger (1998) denomina *Comunidades de Prática*.

Os termos *comunidade* e *prática*, se empregados isoladamente, não necessariamente constituem uma *Comunidade de Prática*. Para Wenger (1998), nem sempre quando empregamos o termo comunidade estamos nos referindo a uma Comunidade de Prática: o conjunto de habitantes de um município, por exemplo, pode ser chamado de comunidade, porém, geralmente, não é uma Comunidade de Prática, pois as pessoas não compartilham de ações e de afazeres específicos e comuns. Do mesmo modo, nem tudo que nos referimos como prática é propriedade definidora de uma comunidade: a ação de resolver uma série de exercícios de matemática pode ser chamada de prática, porém não define uma Comunidade de Prática.

De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), as Comunidades de Prática compartilham uma estrutura básica que combina três elementos fundamentais: *domínio*, *comunidade* e *prática*.

O *domínio* é o que cria uma base comum de conhecimentos e define a identidade da comunidade, afirmando seus propósitos e o valor de seus membros. Não é um conjunto fixo de problemas, mas acompanha as mudanças do mundo e da comunidade, a partir de novos problemas, desafios e perspectivas. Para Wenger, McDermott e Snyder (2002), o domínio é o que "[...] inspira os membros a contribuírem e participarem, guia suas aprendizagens, e dá significado a suas ações"[3] (p. 28).

---

[3] "[...] inspires members to contribute and participate, guides their learning, and gives meaning to their actions" (WENGER, 1998, p. 28).

A *comunidade* pode ser caracterizada como um grupo de pessoas que interagem, aprendem e constroem relações entre si: é o que "cria o tecido social da aprendizagem"[4] (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 28).

A *prática* é o conhecimento específico desenvolvido, compartilhado e mantido pela comunidade, e envolve "[...] um conjunto de estruturas, idéias, ferramentas, informação, estilos, linguagem, histórias, e documentos que os membros da comunidade compartilham"[5] (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 29). O que define a prática de uma comunidade são os empreendimentos articulados pelos participantes. Desse modo, uma comunidade pode ter como prática, por exemplo, a produção de teorias, pois, segundo o autor, o emprego do conceito

> [...] não pertence a nenhum dos lados das dicotomias tradicionais que dividem a ação do conhecimento, o manual do mental, o concreto do abstrato. O processo de engajar-se na prática sempre implica que toda pessoa atue e conheça ao mesmo tempo. Na prática, a chamada atividade manual não é irreflexiva e a atividade mental não é incorpórea. E nenhuma delas é o concreto solidamente evidente, nem o abstrato transcendentalmente geral [...].[6] (WENGER, 1998, p. 47-48, tradução nossa).

Wenger (1998) destaca que uma Comunidade de Prática não é simplesmente uma reunião de pessoas e também não é sinônimo de grupo, equipe ou rede. Nesse sentido, Krainer (2003) faz uma distinção entre *equipes*, *comunidades* e *redes.* Para esse autor, as *comunidades* são autosseletivas e os objetivos e as tarefas são negociados pelos seus membros, que participam por se identificarem com um tópico. Isso é diferente das *equipes*, que têm os membros e as tarefas pré-determinados e conexões mais formais, e das *redes*, que são informais e não possuem um empreendimento articulado que mantenha os integrantes juntos.

Apesar de Wenger (1998) tratar os termos *comunidade* e *prática* de forma separada, quando define os elementos estruturantes de sua teoria, ele

---

[4] "[...] creates the social fabric of learning" (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 28).

[5] "[...] a set of frameworks, ideas, tolls, information, styles, language, stories, and documents that community members share" (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 29).

[6] "[...] does *not* fall on one side of traditional dichotomies that divide acting from knowing, manual from mental, concrete from abstract. The process of engaging in practice always involves the whole person, both acting and knowing at once. In practice, so-called manual activity is not thoughtless, and mental activity is not disembodied. And neither is the concrete solidly self-evident, nor the abstract transcendentally general […]" (WENGER, 1998, p. 47-48).

enfatiza que a junção dos dois termos na expressão *Comunidade de Prática* deve ser vista como uma unidade. O autor propõe três dimensões da prática como fonte de coerência de uma Comunidade de Prática: um engajamento/compromisso mútuo, um empreendimento articulado/conjunto e um repertório compartilhado.

O significado é negociado na prática por meio do *engajamento mútuo* dos participantes de uma Comunidade de Prática. Os motivos que levam as pessoas a participarem de uma prática são distintos e a importância dessa prática na vida de cada um é única, contudo o que os mantém conectados são as relações de engajamento mútuo que acontecem a partir da necessidade de lidar com as dificuldades e as inquietações decorrentes da prática. As relações entre os participantes podem ser conflituosas ou harmoniosas e o engajamento mútuo não supõe homogeneidade, pois pode criar tanto diferenças como semelhanças.

O envolvimento e as atitudes de compromisso dos participantes na interação com os demais definem a afiliação. Cada um tem um lugar único em uma comunidade e constitui uma identidade própria que vai se definindo por meio das relações de engajamento na prática. A definição dos objetivos, as competências e os acordos (ou desacordos) são formas de participação que imprimem o engajamento dos membros. O autor ressalta que, como forma de participação, uma atitude de "[...] revolta geralmente revela maior compromisso do que conformidade passiva"[7] (p. 77).

As relações sustentadas a partir do engajamento mútuo na prática conectam os participantes de maneiras diferentes e complexas. Para o autor, tais relações misturam poder e dependência, competência e incompetência, sucesso e fracasso, aliança e competição, facilidades e esforços, autoridade e poder compartilhado, resistência e conformidade, amizade e ódio.

A segunda dimensão da prática como propriedade de uma comunidade diz respeito à negociação de *empreendimentos articulados*, que não se referem apenas à definição e realização do objetivo mais geral da prática, mas envolvem também outros aspectos, como manter um bom relacionamento com os demais, compartilhar obrigações, propor sugestões, manter sua posição na comunidade e tornar o espaço mais agradável para eles mesmos. Em conseqüência, os empreendimentos articulados criam relações de responsabilidade mútua entre os

---

[7] "[…] rebellion often reveals a greater commitment than does passive conformity" (WENGER, 1998, p. 77).

participantes, que são incorporadas na prática da comunidade. Para Wenger (1998), tais relações "[...] não se manifestam como conformidade, mas sim como a capacidade de negociar ações de forma responsável para um empreendimento"[8] (p. 82).

Um empreendimento é definido no próprio processo de sua articulação e não necessariamente supõe um acordo. Inclusive, em alguns casos, a divergência de opiniões pode ser produtiva na sua articulação. Wenger (1998) pontua que o "[...] empreendimento não é conjunto no sentido de que todos acreditam na mesma coisa ou concordam com tudo, mas sim no sentido de que é negociado coletivamente"[9] (p. 78).

Por se tratar de uma negociação articulada entre os membros da comunidade, o empreendimento é tanto generativo como limitador. Ao mesmo tempo em que expomos novas ideias e agimos de acordo com nossos impulsos e emoções, também dirigimos, organizamos e controlamos essas ideias e ações no sentido de compreender e de coordenar o empreendimento conjuntamente.

A terceira característica da prática como fonte de coerência para uma comunidade se refere à criação de um *repertório compartilhado* por meio da ação conjunta dos membros na realização de empreendimentos articulados. Um repertório compartilhado combina diferentes elementos, como "rotinas, palavras, ferramentas, maneiras de fazer, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações, ou conceitos"[10] (p. 83) e também inclui o modo como os participantes expressam suas formas de afiliação e percepções sobre o conhecimento desenvolvido na prática.

O repertório desenvolvido em uma comunidade reflete a história de engajamento mútuo e é coerente na prática da comunidade em que tem lugar. Isso não quer dizer que se limita a um conjunto de significados possíveis, pois, ao mesmo tempo em que um repertório é interpretado e reconhecido na Comunidade de Prática em que se desenvolveu, caracteriza um conjunto de recursos que podem ser aplicados para negociar e produzir novos significados em outras situações.

---

[8] "[…] are manifested not as conformity but as the ability to negotiate actions as accountable to an enterprise" (WENGER, 1998, p. 82).

[9] "[…] enterprise is joint not in that everybody believes the same thing or agrees with everything, but in that it is communally negotiated" (WENGER, 1998, p..78).

[10] "[…] routines, words, tools, ways of doing things, stories, gestures, symbols, genres, actions, or concepts […]" (WENGER, 1998, p. 83).

Nas Comunidades de Prática, a aprendizagem é entendida como uma prática social que combina as três dimensões apresentadas, possibilitando um contexto para a negociação de significado.

Discutiremos, nos itens a seguir, a perspectiva de aprendizagem e de negociação de significado assumidas por Wenger (1998).

1.2 APRENDIZAGEM COMO PARTICIPAÇÃO EM COMUNIDADES DE PRÁTICA

O trabalho desenvolvido por Wenger (1998) é uma continuação da investigação realizada junto a Jean Lave, publicada no livro "Aprendizagem Situada: participação periférica legítima"[11] (1991), na qual os autores referenciam o termo *aprendizagem situada* a fim de formular uma teoria de aprendizagem enquanto dimensão da prática social (LAVE; WENGER, 1991). Para os autores, a aprendizagem está intimamente ligada à participação em Comunidades de Prática.

Segundo Santos (2004), a noção de *participação periférica legítima* se refere ao processo característico da aprendizagem e permite falar das relações entre os membros recém-chegados (*newcomers*) e os experientes (*old-timers*), das atividades, das identidades, dos artefatos e das comunidades de conhecimento e de prática. Para Lave e Wenger (1991), cada um dos termos *participação*, *periferia* e *legitimidade* é indispensável para definir os outros e não podem ser considerados de forma isolada. Assim, são apresentados pelos autores a partir de suas inter-relações, destacadas a seguir.

(i) *A legitimidade da participação*: é a característica que define as formas de pertença às Comunidades de Prática e "[...] é, portanto, não somente uma condição crucial para aprendizagem, mas um elemento constitutivo do seu conteúdo"[12] (LAVE; WENGER, 1991, p. 35). As formas de pertencer podem ser mais ou menos inclusivas, porém são igualmente legítimas.

[11] "Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation" (LAVE; WENGER, 1991).
[12] "[…] is therefore not only a crucial condition for learning, but a constitutive element of its content" (LAVE; WENGER, 1991, p. 35).

(ii) *A periferia da participação*: refere-se à localização no mundo social. As mudanças de posicionamentos e de perspectivas são parte das trajetórias de aprendizagem dos participantes, assim como o desenvolvimento das identidades e as formas de se constituir como membro de uma comunidade. O termo "periferia" não deve ser entendido em oposição ao termo "central", pois, segundo Lave e Wenger (1998), não há um único núcleo ou um centro em uma Comunidade de Prática. Pelo contrário, a periferia é um aspecto positivo da participação, que permite acesso aos conhecimentos compartilhados da comunidade a partir do crescente envolvimento do participante com a prática. Para Santos (2004), a periferia da participação se refere à "[...]existência de múltiplas formas de participação e a possibilidade de diversos graus de envolvimento que são definidos pela comunidade" (p. 62).

(iii) *legitimidade da periferia*: é "[...] uma noção complexa implicada em estruturas sociais que envolvem relações de poder"[13] (LAVE; WENGER, 1991, p. 36). A legitimidade da periferia é ambígua: se o caráter de periferia for legitimado, por meio de uma participação cada vez mais intensa, essa posição, progressivamente, dá poder a quem aprende. Se, por outro lado, a participação se mantém periférica, então estamos perante uma posição que impede o acesso ao poder. A ambigüidade da participação periférica está relacionada a "[...] questões de legitimidade, de organização social dos recursos e do controle sobre eles" (SANTOS, 2004, p. 63).

Lave e Wenger (1991) empregam o termo *participação periférica legítima* com o intuito de ampliar as conotações tradicionais do conceito de aprendizagem -- da relação professor/aluno até a mudança de participação e de transformação de identidade em uma Comunidade de Prática. Para os autores, a legitimidade e a periferia são dois tipos de modificações necessárias para uma verdadeira participação dos membros.

A legitimidade deve ser adquirida pelos participantes para que sejam tratados como membros potenciais e a periferia pode conduzir a uma participação plena, que possibilita um compromisso real com a prática. Os autores justificam a escolha do termo "participação plena", em oposição aos termos "participação central"

[13] "[…] is a complex notion, implicated in social structures involving relations of power" (LAVE; WENGER, 1991, p. 36).

ou "participação completa", uma vez que o primeiro sugere que há um centro "físico, político ou metafórico" (p. 36) na comunidade e o segundo supõe um domínio fechado de conhecimentos ou uma prática coletiva que pode ser medida em graus de aquisição de conhecimento pelo recém-chegado.

Os conceitos de "identidade" e de "Comunidade de Prática" são abordados de forma mais sistemática em 1998, quando Wenger os emprega como "[...] principais pontos de acesso a uma teoria social da aprendizagem"[14] (p. 12).

O "contexto intelectual" que influenciou a proposta de Wenger (1998) envolve teorias tradicionais[15] tais como:

- *teorias da estrutura social*: em que as instituições, as normas e as regras são aspectos essenciais, destacando-se os sistemas culturais, os discursos e a história;
- *teorias da experiência situada*: em que são enfatizadas a dinâmica da existência cotidiana, a improvisação, a coordenação e a coreografia da interação e, portanto, as relações interativas das pessoas e seu ambiente;
- *teorias da prática social*: em que destacam-se *os sistemas sociais de recursos compartilhados* por meio dos quais os grupos se organizam e coordenam suas atividades, suas relações mútuas e suas interpretações do mundo.[16] (p. 13, tradução nossa);
- *teorias de identidade:* que abordam questões de formação da pessoa como resultado de sua relação social.

O objetivo do autor não é o de substituir outras teorias de aprendizagem, mas de constituir seu próprio conjunto de hipóteses e localizar sua teoria social de aprendizagem nesse contexto intelectual (Figura 1).

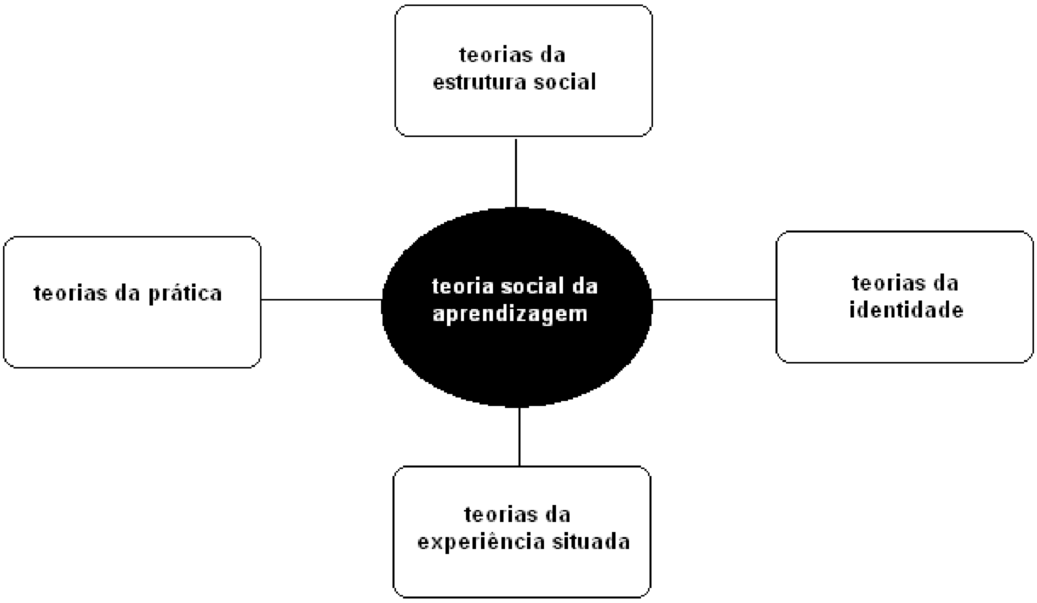
---

[14] "[…] main entry points into a social theory of learning" (WENGER, 1998, p. 12).

[15] Em nosso trabalho não discutiremos tais teorias, pois nosso intuito ao referenciá-las é de situar o contexto teórico no qual a proposta de Wenger (1998) foi desenvolvida.

[16] "[…] the social systems of shared resources by which groups organize and coordinate their activities, mutual relationships, and interpretations of the world" (WENGER, 1998, p. 13).

Figura 1 – Dois eixos principais de tradições relevantes (WENGER, 1998)



Wenger (1998) utiliza o esquema representado na Figura 1 para situar que a aprendizagem como participação social se encontra na interseção dos eixos vertical e horizontal.

No eixo vertical, a aprendizagem

> [...] acontece mediante nosso engajamento em ações e interações, porém marca este engajamento na cultura e na história. Por meio destas ações e interações locais, a aprendizagem se reproduz e transforma a estrutura social que tem lugar.[17] (WENGER, 1998, p. 13, tradução nossa).

No eixo horizontal, a aprendizagem é considerada como uma forma de conduzir a evolução das práticas, assim como desenvolver e transformar a identidade de participantes nas práticas a que pertencem.

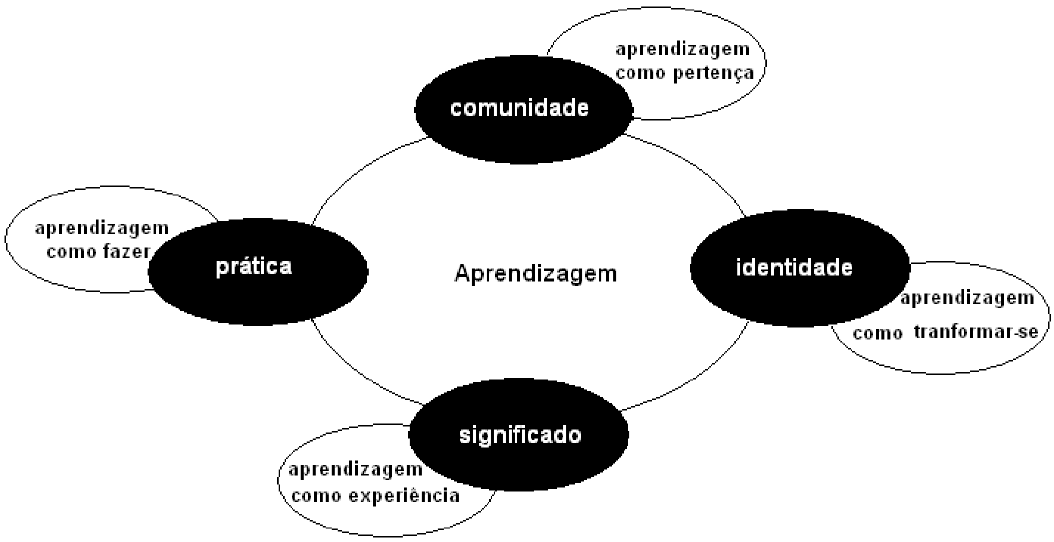
É nesse contexto intelectual que o autor destaca quatro componentes que integram sua teoria social de aprendizagem, na qual a participação social é um processo de aprender e conhecer, quais sejam:

[17] "It takes place through our engagement in actions and interactions, but it embeds this engagement in the culture and history. Through this local actions and interactions, learning reproduces and

1. *Significado*: uma forma de falar de nossa capacidade (de mudar) – individualmente ou coletivamente – de experimentar nossa vida e o mundo como algo significativo.
2. *Prática*: uma forma de falar de recursos históricos e sociais compartilhados, sistemas, e perspectivas que possam sustentar o engajamento mútuo na ação.
3. *Comunidade*: uma forma de falar sobre as configurações sociais em que nossos empreendimentos se definem como buscas valiosas e nossa participação é reconhecida como competência.
4. *Identidade*: uma forma de falar sobre como a aprendizagem muda quem nós somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto de nossas comunidades.[18] (WENGER, 1998, p. 5, tradução nossa).

O esquema representando os quatro componentes na Figura 2 coloca a aprendizagem como prática social desenvolvida em comunidades: negociamos significados a partir de nossas experiências de vida e constituímos identidades que vão se integrando e definindo a partir do nosso compromisso dentro das Comunidades de Prática às quais pertencemos.

Figura 2 – Componentes da teoria social de aprendizagem (WENGER, 1998)



transforms the social structure in which it takes place" (WENGER, 1998, p. 13).

[18] "*Meaning*: a way of talking about our (changing) ability – individually and collectively – to experience our life and the world as meaningful.
2. *Practice*: a way of talking about the shared historical and social resources, frameworks, and perspectives that can sustain mutual engagement in action.
3. *Community*: a way of talking about the social configurations in which our enterprises are defined as worth pursuing and our participation is recognizable as competence.
4. *Identity*: a way of talking about how learning changes who we are and creates personal histories of becoming in the context of our communities" (WENGER, 1998, p. 5).

Para o autor, apesar de a palavra aprendizagem aparecer no centro da Figura 2, se trocarmos sua posição com qualquer um dos outros componentes, a figura continua fazendo sentido. Isso mostra que os elementos estão interligados e se definem mutuamente.

No item seguinte apresentamos o processo de negociação de significado em uma Comunidade de Prática. Apresentamos mais detalhes, destacando a reificação e a participação, que servirão como ferramenta de análise em nosso estudo.

1.3 A Experiência de Negociar Significados

Ao falar de *significado*, na perspectiva de Wenger (1998), nos referimos a um processo dinâmico e ativo que envolve nossa experiência no mundo e nosso compromisso com ele como algo significativo. É no sentido de buscar significados para nossas ações que definimos nossas práticas.

O enfoque dado ao *significado* não se centra simplesmente nas definições do dicionário ou em discussões filosóficas, mas na experiência da vida cotidiana. Assim, por tratar o significado como uma 'experiência', Wenger (1998) o situa como um processo que denomina *negociação de significado.* A negociação de significado supõe a interação de dois outros processos: a *participação* e a *reificação.*

Segundo Wenger (1998), a participação no mundo é, acima de tudo, um processo de *negociação de significado*. A experiência do significado não acontece do nada, tampouco é uma atividade mecânica. Quando agimos em uma prática, sempre nos ocupamos de significados.

Em atividades rotineiras, por exemplo, aquilo que fazemos e dizemos pode estar relacionado às coisas que já fizemos e dissemos no passado e ainda assim sempre produzimos uma nova situação, uma nova experiência. Nas atividades rotineiras

> [...] produzimos significados que ampliam, redirecionam, rejeitam, reinterpretam, modificam ou confirmam – em outras palavras, que voltam a negociar – as histórias de significado de que são parte.

> Neste sentido, viver é um processo constante de *negociação de significados*.[19] (WENGER, 1998, p. 52-53, tradução nossa).

Com o termo *negociação* o autor pretende captar outro sentido além daquele comumente usado para denotar um acordo entre pessoas. No inglês, essa palavra também conota a conquista de algo que requer atenção e reajuste constantes. A negociação de significado supõe intervenção contínua em um processo de dar e de receber, de influenciar e de ser influenciado, assim como a intervenção de diversos fatores e de diversas perspectivas. Para o autor, o "[...] significado negociado é ao mesmo tempo dinâmico e histórico, contextual e único"[20] (p. 54) e, portanto, existe em nossa relação com os outros e com o mundo.

O uso do termo *participação*, na perspectiva de Wenger (1998), não o distingue do uso comum: quando nos relacionamos com outras pessoas e agimos nas Comunidades de Prática às quais pertencemos, tomamos parte de uma coisa, compartilhamos e, portanto, participamos. Importa destacar que a participação é vista como uma experiência social de afiliação em comunidades que exige uma intervenção ativa em empreendimentos sociais. Desse modo, é "[...] um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Envolve toda nossa pessoa, incluindo nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais"[21] (p. 56).

O conceito de *participação* é usado para descrever a ação e a interação de membros que atuam em uma comunidade e uma característica essencial é o reconhecimento mútuo. Não faz sentido, por exemplo, dizer que um objeto participa em uma Comunidade de Prática. Ao construirmos um objeto não contribuímos para sua experiência de significado, contudo, ao interagirmos com outras pessoas, reconhecemos nos outros algo que é de nós mesmos, e isso tem a ver com a nossa capacidade de negociar significado. A participação possibilita o desenvolvimento de uma "identidade de participação" (p. 56).

---

[19] "[…] we produce meanings that extend, redirect, dismiss, reinterpret, modify or confirm – in a word, negotiate anew – the histories of meaning of which they are part. In this sense, living is a constant process of *negotiation of meaning*" (WENGER, 1998, p. 52-53).

[20] "Negotiated meaning is at once both historical and dynamic, contextual and unique" (WENGER, 1998, p. 54).

[21] "[…] a complex process that combines doing, talking, thinking, feeling, and belonging. It involves our whole person, including our bodies, minds, emotions, and social relations" (WENGER, 1998, p. 56).

Wenger (1998) faz algumas considerações sobre o emprego do termo *participação*: o reconhecimento mútuo entre membros não implica em igualdade ou respeito, pois pode supor qualquer tipo de relação; a nossa participação em comunidades sociais constitui as comunidades de que fazemos parte e também molda nossas experiências, em outras palavras, transformamos e somos transformados por nossas comunidades; os efeitos de nossa experiência não se limitam a contextos específicos de participação, pois eles é parte de quem somos, colocam a negociação de significado no contexto de nossas formas de afiliação a várias comunidades e, assim, são componentes de nossas identidades.

Ao caracterizar o conceito de *reificação*, o autor acentua uma diferença importante entre este e a participação. Enquanto na *participação* nós nos reconhecemos mutuamente a partir da relação com os outros, na *reificação* nós projetamos nossos significados no mundo, de modo que essa projeção tem uma existência independente (não precisamos nos reconhecer nela) e ganha uma realidade própria. Segundo Wenger (1998), o conceito de reificação, de modo geral, se refere ao

> [...] processo de dar forma a nossa experiência produzindo objetos que congelam esta experiência em uma "coisa". Com isso criamos pontos de enfoque em torno dos quais se organiza a negociação de significado. [...] E é dada uma forma a certa compreensão que, então, se converte em um foco da negociação de significado [...].[22] (p. 58-59, tradução nossa).

Podemos exemplificar tal processo a partir da experiência em nosso grupo de estudos GEPEFOPEM[23] quando discutimos sobre o próprio conceito de *reificação*, a partir do texto de Llinares (2002). A princípio, alguns integrantes do grupo projetaram, por meio da fala, o modo como interpretaram o conceito, criando, assim, pontos de enfoque em torno do qual a discussão se organizou. Em outros momentos nos quais esses mesmos integrantes utilizaram o termo *reificação* é como se este tivesse vida própria, ou seja, o termo tomou uma forma em função da

---

[22] "[…] process of give form to our experience by producing objects that congeal this experience into thingness". In so doing we create points of focus around which the negotiation of meaning becomes organized. […] A certain understand is given form then becomes a focus for the negotiations of meaning […]" (WENGER, 1998, p. 58-59).

[23] Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática.

negociação de significado, de modo que, quando foi empregado em algumas outras situações, não precisou ser renegociado.

Wenger (1998) destaca que uma Comunidade de Prática produz "[...] abstrações, ferramentas, símbolos, histórias, termos e conceitos que reificam algo da prática em uma forma congelada"[24] (p. 59). Ocorre, no entanto, que o que é reificado não capta realmente, em sua forma, a experiência dos significados negociados nas práticas. É nesse sentido que o autor destaca a reificação como um processo ambíguo: por um lado, apresenta concisão, transportabilidade, efeito concentrador (como, por exemplo, um procedimento que reifica um conceito para que sua aplicação seja automática) e, por outro lado, pode ser enganoso, por ocultar significados mais amplos (como na execução cega de uma série de operações em um dado procedimento).

O termo *reificação* abrange processos como "[...] fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, tanto como perceber, interpretar, utilizar, reutilizar, decodificar e reestruturar"[25] (p. 59).

Por meio da reificação formamos nossa experiência. Em nossa pesquisa, por exemplo, ao reificar a concepção sobre o processo de pensar algebricamente, os futuros professores não mudam a forma como os alunos pensam, contudo mudam sua experiência e, assim, centram a atenção de uma maneira particular que permite novos tipos de compreensão. Isso influencia em uma sensação de identidade na Comunidade de Prática em que tal experiência teve lugar.

Wenger (1998) esclarece alguns pontos sobre o emprego do conceito de reificação: pode fazer referência tanto ao processo como ao seu produto, pois o significado só existe em sua negociação, então no nível do significado, o processo e o produto não são distintos; pode ter sua origem fora de uma determinada prática de uma comunidade, porém a reificação deve integrar um processo local para que seja significativa; a maioria das atividades humanas deixa marcas no mundo físico e, independente de serem produzidas de forma intencional

---

[24] "[…] abstractions, tools, symbols, stories, terms, and concepts that reify something of that practice in a congealed form" (WENGER, 1998, p. 59).

[25] "[…] making, designing, representing, naming, encoding, and describing, as well as perceiving, interpreting, using, reusing, decoding, and recasting" (WENGER, 1998, p. 59).

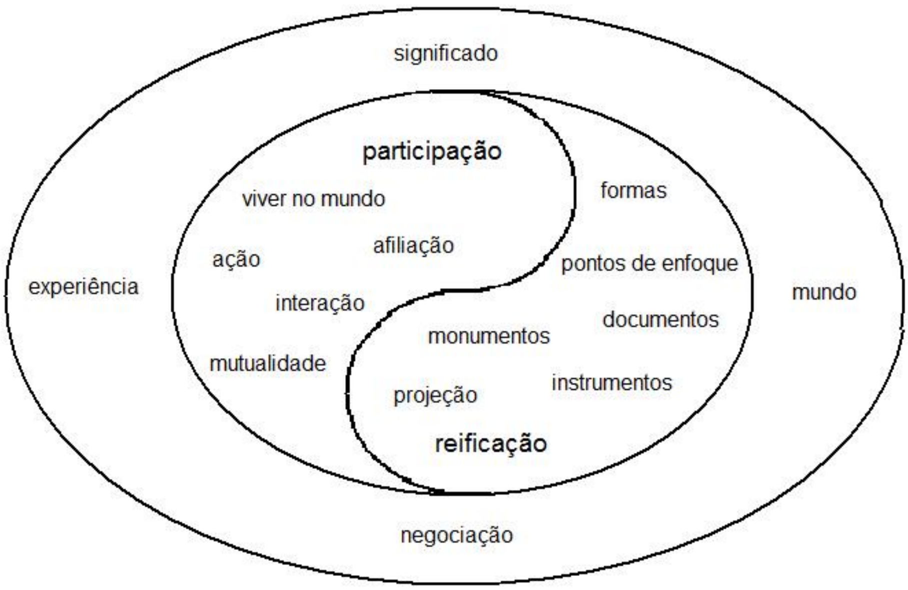
ou não, mais adiante podem se reintegrar como reificação em novos momentos de negociação de significados; e podem adotar uma grande variedade de formas.

É importante destacar que os produtos da reificação não se referem somente a sua forma, não são simples objetos concretos, mas são reflexos da prática de uma comunidade, extensões dos significados negociados.

Para Wenger (1998), o termo reificação não pressupõe "[...] uma correspondência intrínseca entre um símbolo e um referente, entre uma ferramenta e uma função ou entre um fenômeno e uma interpretação"[26] (p. 61), mas sugere que as formas de nossa experiência solidificadas (as reificações) podem receber vida própria, além do seu contexto de origem, adquirindo um grau de autonomia de acordo com a ocasião e os fins de sua produção.

A dualidade da *participação* e da *reificação* (Figura 3) tem um papel fundamental na experiência de negociar significados na prática. Esses dois processos não podem ser considerados separados e nem devem ser vistos em oposição: um deve complementar a outro, de modo que suas respectivas limitações sejam compensadas.

Figura 3 – A dualidade da participação e reificação (WENGER, 1998)



[26] "[…] an inherent correspondence between a symbol and a referent, a toll and a function, or a phenomenon and an interpretation" (WENGER, 1998, p. 61).

É a partir desse cenário que uma Comunidade de Prática se constitui como um espaço no qual é possível explorar a negociação de significados como mecanismos de aprendizagem (CYRINO, no prelo).

Em nosso trabalho, analisamos, no contexto de formação inicial de professores de Matemática, formas de participação de futuros professores, assim como o que se tornou ponto de enfoque para negociar significados em tarefas sobre o pensamento algébrico. Para tanto, exploramos os elementos que estruturam uma Comunidade de Prática (domínio, comunidade e prática), bem como as três dimensões da prática, consideradas como fonte de coerência de uma comunidade: o engajamento/compromisso mútuo, um empreendimento conjunto e um repertório compartilhado.

1.4 Caracterizações de Identidade em Comunidade de Prática

A questão da identidade em Comunidades de Prática é tomada como um ponto-chave na teoria de Wenger (1998). Anteriormente citamos que a participação em diversas comunidades às quais pertencemos possibilita a constituição e a transformação de nossa identidade. Essa afirmação reforça uma perspectiva sociocultural que privilegia a constituição da identidade do indivíduo a partir de suas relações e interações com o meio social e cultural do qual faz parte.

Na postura adotada por Wenger (1998), "[...] a formação de uma Comunidade de Prática também é a negociação de identidades" (p. 149)[27] e, por isso, a identidade pode ser caracterizada paralelamente com a prática em comunidades, como: experiência negociada do eu; afiliação a comunidades; trajetória de aprendizagem; nexos de multiafiliação; e interação entre o local e o global.

<u>Experiência negociada do eu</u> - a forma de participar em uma Comunidade de Prática é um aspecto importante para a identidade local de um membro. Imprime no grupo uma imagem de sua experiência negociada na prática

[27] "[…] the formation of a community of practice is also the negotiation of identities" (WENGER, 1998, p. 149).

que implica certas responsabilidades e certos privilégios. Desse modo, as relações entre os participantes determinam algumas de suas características: quem sabe o que, quem faz o que, "quem é central, quem é periférico"[28] (WENGER, 1998, p. 150).

Apesar de a identidade, na prática, ser definida socialmente, não deve ser entendida apenas por aquilo que os outros pensam e dizem de nós ou por aquilo que fazemos, pensamos e dizemos de nós mesmos, mas também como experiência viva de participação em comunidades concretas. Segundo Wenger (1998), a identidade "[...] é uma sobreposição de eventos de participação e reificação, por meio dos quais nossa experiência e sua interpretação social formam-se mutuamente"[29] (p. 151).

Afiliação à comunidades – define a identidade como uma forma de competência. Quando somos participantes plenos em uma Comunidade de Prática, então nos encontramos em um ambiente conhecido, no qual podemos desenvolver nossas competências, nos comprometemos com os demais participantes e somos reconhecidos como competentes no âmbito das três dimensões da prática: o engajamento mútuo, empreendimento articulado e um repertório compartilhado.

Quando nos deparamos com uma nova prática, entramos em um espaço desconhecido e, portanto, não conhecemos como os outros membros da comunidade lidam com ela, e nem a complexidade do empreendimento que foi definido nessa comunidade. Nesse caso, nós nos limitamos a uma falta de competência nas dimensões dessa prática, porém nossa não afiliação também forma parte de quem somos (nossa identidade) por meio do contato com o desconhecido. Desse modo, a identidade é uma forma de se relacionar com o mundo a partir dessa mistura entre o conhecido e desconhecido, o explícito e implícito, o que compreendemos ou não, o que podemos negociar e o que não está ao nosso alcance, o que sabemos que somos e o que sabemos que não somos.

Trajetórias - a nossa identidade é constituída e transformada por trajetórias dentro e entre as Comunidades de Prática às quais pertencemos. A identidade não deve ser entendida como uma característica pré-determinada por

---

[28] "[...] who is central, who is peripheral" (WENGER, 1998, p. 150).
[29] "[…] is a layering of events of participation and reification by which our experience and its social interpretation inform each other" (WENGER, 1998, p. 151).

nossa personalidade, mas, sim, como algo que é renegociado constantemente no curso de nossas vidas.

Com o termo “trajetória”, Wenger (1998) não pretende impor um destino fixo, certo. O autor argumenta que:

> - a identidade é fundamentalmente temporal;
> - o efeito da identidade é contínuo;
> - por ser construída em contextos sociais, a temporalidade da identidade é mais complexa que a noção linear do tempo;
> - identidades são definidas em relação à interação de múltiplas trajetórias convergentes e divergentes.[30] (p. 154, tradução nossa).

O autor propõe alguns tipos de trajetórias:

- *Trajetórias periféricas* - apesar de algumas trajetórias não conduzirem a uma participação plena dos membros, proporcionas acesso à comunidade e a sua prática e, portanto, contribuem de alguma maneira para a constituição da identidade;
- *Trajetórias de entrada* - a identidade de um recém-chegado a uma comunidade orientada sua futura participação, uma vez que sua perspectiva é se tornar um participante pleno na prática dessa comunidade;
- *Trajetórias dos membros* - a formação da identidade não se limita em uma participação plena, mas é renegociada em função da evolução da prática, a partir de novos eventos, exigências, gerações, etc.;
- *Trajetórias de fronteira*: são as trajetórias que ultrapassam os limites de fronteira de Comunidades de Prática, relacionando-as. A sustentação de uma identidade através dos limites da comunidade é um desafio complexo, que envolve um trabalho de transposição, de coordenação e de alinhamento entre as diferentes perspectivas das comunidades;

Trajetórias de saída: apesar de ser mais comum pensar que a formação da identidade está associada à aprendizagem dentro de uma Comunidade de Prática, as trajetórias que conduzem ao exterior de uma comunidade supõem o

---

[30] “1) identity is fundamentally temporal;
2) the work of identity is ongoing;
3) because it is constructed in social contexts, the temporality of identity is more complex than a linear notion of time;
4) identities are defined with respect to the interaction of multiple convergent and divergent

desenvolvimento de novas relações, de novas posições em relação à comunidade e uma nova visão de mundo.

Nexos de multiafiliação - ao tratar dos nexos de multiafiliação, Wenger (1998) propõe que a conexão entre nossas várias trajetórias de participação em diferentes Comunidades de Prática é essencial para a produção da identidade.

A identidade não é uma unidade, porém também não é uma simples composição fragmentada das diferentes formas de afiliação às comunidades: agimos de maneiras distintas nas práticas das diferentes comunidades às quais pertencemos, porém não temos múltiplas identidades, pois, quando participamos em uma determinada comunidade, não ignoramos nossa identidade negociada em outra.

> Em um nexo, múltiplas trajetórias tornam-se parte umas das outras, independentemente se elas se choquem entre si ou se reforcem mutuamente. Elas são, ao mesmo tempo, uma e múltiplas.[31] (WENGER, 1998, p. 159, tradução nossa).

Associada à ideia de nexo de multiafiliação deve ser considerada a noção de conciliar as diversas formas de participação, uma vez que diferentes práticas podem incluir exigências contrárias e difíceis de combinar.

Quando assumimos responsabilidades em diferentes comunidades, podemos agir de maneiras distintas perante uma mesma circunstância. Da mesma forma, um repertório de uma comunidade a qual pertencemos pode ser impróprio para outra. O conceito de álgebra, por exemplo, pode ter uma interpretação bem diferente em um grupo de estudos de matemáticos e em outro de educadores matemáticos. Uma pessoa que participa desses dois grupos precisa ser competente para tratar com certo grau de individualidade os elementos que compõem os repertórios dessas comunidades para que haja uma conciliação entre as duas formas de afiliação.

---

trajectories” (WENGER, 1998, p. 154).

[31] “In a nexus, multiple trajectories become part of each other, whether they clash or reinforce each other. They are, at the same time, one and multiple” (WENGER, 1998, p. 159).

A conciliação faz com que nossas diferentes afiliações coexistam, independentemente de se "[...] o processo de conciliação conduz à resoluções de sucesso, ou é um esforço constante"[32] (WENGER, 1998, p. 160).

Interação entre o local e o global - uma Comunidade de Prática deve construir uma imagem do contexto mais amplo no qual sua prática está inserida, pois, apesar de a identidade do indivíduo ser constituída e transformada em um contexto específico, ela não é somente local. Por exemplo: ser um aluno do curso de Licenciatura em Matemática pode ser entendido como uma afiliação mais pública (global) do que participar de um grupo de estudos ou de um projeto de extensão universitária (local), que tem como objetivo discutir a formação de professores de Matemática. Tais discussões locais podem, no entanto, ter mais impacto em nossa forma de compreender a profissão do que as aulas da graduação. Segundo Wenger (1998), as categorias e instituições nos chamam mais atenção por serem mais públicas do que as Comunidades de Prática.

A partir das características da identidade, apresentadas anteriormente, Wenger (1998) reforça a ideia de que a identidade é formada não apenas por meio das práticas com as quais nos comprometemos, mas também mediante aquelas com as quais não nos comprometemos. Em outras palavras, a identidade se constitui não só pelo que somos, mas também pelo que não somos.

Uma identidade é definida pela mistura de estar dentro e de estar fora da comunidade, pela participação e pela não participação. Em nossas vidas, as experiências de não participação são recorrentes, contudo têm uma importância diferente quando interagem com as experiências de participação. Essas experiências (de participação e de não participação) se definem mutuamente. Wenger (1998) distingue dois casos dessa interação:

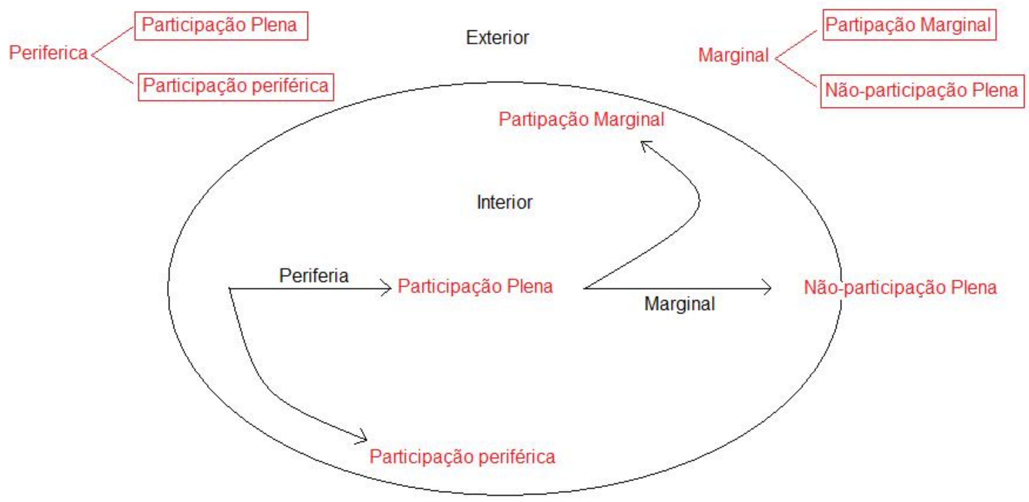
- *Periferia*: a participação predomina, porém um certo grau de não participação é necessário para que a participação seja menor que a plena;
- *Marginalidade*: a não participação predomina e define uma forma de participação restrita, impedindo a participação plena.

Partindo desses dois casos de interação entre a participação e a não participação, o autor sugere algumas formas de participação: participação plena

[32] "[...] the process of reconciliation leads to successful resolutions or is a constant struggle" (WENGER, 1998, p. 160).

(pessoa de dentro, membro); não participação plena (pessoa de fora, não afiliada); periférica (participação possibilitada pela não participação, independente de conduzir a uma participação plena ou de manter em uma trajetória periférica); e marginal (participação limitada pela não participação, independente de conduzir à não afiliação ou a uma posição marginal).

Figura 4 - Relações de participação e de não participação. Adaptado de Wenger (1998).



A parte acrescentada em vermelho foi uma alteração que fizemos no esquema construído pelo autor. Os quatro tipos de participação estão inscritos nos quatro quadros em vermelho: a participação *periférica* possibilita a participação *plena* ou se mantém periférica, enquanto que a participação *marginal* pode conduzir a uma *não participação plena* ou se manter marginal.

Com essa discussão, nosso intuito foi apresentar caracterizações de identidade a partir da perspectiva social da aprendizagem em Comunidades de Prática, conforme conceito adotado por Wenger (1998), de modo que, em nossa análise, possamos nos utilizar dessas caracterizações, principalmente para identificar a participação dos membros durante tarefas que envolveram negociações de significados sobre o pensamento algébrico.

2 PENSAMENTO ALGÉBRICO E A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

No presente capítulo apresentamos algumas considerações sobre a álgebra escolar e a formação de professores de Matemática, em função do modo como as pesquisas e os currículos têm abordado questões relativas ao ensino e à aprendizagem da álgebra. Em seguida apresentamos referenciais que apontam diferentes modos de conceber o pensamento algébrico e tipos de pensamento algébrico destacados por alguns autores.

2.1 A Álgebra Escolar e a Formação de Professores de Matemática

Consideramos a formação de professores como um processo complexo, que envolve a interação de vários elementos, dentre os quais podemos citar: o conhecimento matemático; o conhecimento sobre o ensino de matemática; a identidade profissional do professor; conhecimentos, concepções e interesses antes de entrar no programa de formação; características dos instrutores e dos outros participantes do programa; propósitos, formas de avaliação, currículo, aproximações pedagógicas e organização do programa; experiências individuais e coletivas; características socioculturais da sociedade, organização do sistema educacional, pesquisa, dentre outros.

O desenvolvimento do conhecimento matemático e o conhecimento sobre o ensino da matemática são destacados, por Ponte (2008), como elementos-chave na formação inicial de professores, de modo que, apesar da possibilidade de considerar esses dois componentes de forma independente, "[...] há uma importante justaposição na qual o conhecimento matemático e o conhecimento sobre ensino têm conexões inerentes"[33] (p. 1).

---

[33] "[…] there is an important overlap in which the mathematics and teaching knowledge have inherent connections" (PONTE, 2008, p. 1).

O conhecimento algébrico, na formação inicial de professores, não deve se limitar ao conteúdo disciplinar dos cursos de licenciatura em Matemática, como parte do conhecimento matemático. Consideramos importante que sejam discutidas as formas de atribuir significados para a álgebra no contexto de ensino e as questões relacionadas a quando e a como ensinar álgebra na Educação Básica, conhecimentos sobre o ensino de matemática. Tais conhecimentos podem ser trabalhados na formação inicial do professor, a partir do contato com novas propostas curriculares e com perspectivas atuais sobre a álgebra escolar apontadas em pesquisas na área de Educação Matemática.

A seguir analisamos algumas dessas propostas e perspectivas, destacando orientações do National Council of Teachers of Mathematics[34] (NCTM) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, e mudanças no cenário das pesquisas em Educação Matemática sobre ensino e aprendizagem da álgebra escolar.

2.1.1 Álgebra Escolar no Currículo da Educação Básica

Tradicionalmente, o ensino da álgebra nas escolas tem sido associado ao uso de símbolos literais e operações que são realizadas sobre esses símbolos, e a aprendizagem tem se limitado à memorização de regras para a manipulação simbólica. Os alunos, muitas vezes, ficam sem entender, por exemplo, quando as letras representam incógnitas, variáveis ou parâmetros, e por que devem usar uma ou outra regra de manipulação em diferentes situações.

Como apresentaremos na seção seguinte, essa visão parece estar vinculada à ideia de que, para aprender álgebra, é necessário ter desenvolvido um nível cognitivo mais elevado e, portanto, seu ensino deve começar somente nas séries finais do ensino fundamental.

As orientações curriculares acerca da álgebra na educação têm reconhecido seu papel central na matemática escolar e proposto caminhos para uma

[34] Conselho Nacional de Professores de Matemática.

mudança desse cenário, no sentido de possibilitar aos alunos da escola básica o desenvolvimento de certas habilidades necessárias ao trabalho com a álgebra. Parte dessas orientações são sugestões de como os professores devem trabalhar com a álgebra escolar e quando devem começar esse trabalho.

O NCTM é uma das organizações que tem proposto novos encaminhamentos para o ensino de álgebra. No ano de 2000, o NCTM publicou os "*Principles and Standards for School Mathematics*"[35], um documento com recomendações sobre o que os estudantes devem aprender de Matemática e sobre como deve ser a prática de sala de aula.

Nesse material, a álgebra é apontada como uma das cinco Normas de Conteúdo para a Matemática Escolar e são destacadas habilidades que os alunos devem desenvolver desde o pré-escolar até o 12º ano[36], pelos programas de ensino, quais sejam:

- compreender padrões, relações e funções;
- representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
- analisar a variação em vários contextos. (NCTM, 2008, p. 39).

As orientações para essa norma indicam que o trabalho com a álgebra deve existir desde os primeiros anos de escolaridade. Experiências que envolvem investigações dos alunos nesse nível de escolaridade podem caracterizar elementos do raciocínio algébrico importantes para a compreensão de uma matemática mais avançada e para estudos mais formalizados da álgebra nas séries posteriores.

As estruturas e o simbolismo podem ser construídos pelos alunos por meio de experiências com números, de forma gradual desde o pré-escolar ao 12º ano. O trabalho de ordenação de objetos (cor, tamanho e quantidade), desenvolvido com crianças, conduz às experiências iniciais no campo das relações funcionais, e à representação de situações matemáticas através de objetos, símbolos e figuras, iniciando-se, assim, a modelação matemática. O diálogo sobre a

---

[35] Em nosso trabalho utilizamos a tradução portuguesa "Princípios e Normas para a Matemática Escolar" (NCTM, 2008).

comparação de objetos que variam ao logo do tempo, por exemplo, permite a compreensão do conceito de variação e das suas representações matemáticas.

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) apresentam diversas experiências de sala de aula que possibilitam atingir algumas expectativas explicitadas, de acordo com o ano de escolaridade (pré-escolar ao 2º ano, do 3º ao 5º ano, do 6º ao 8º ano, e do 9º ao 12º ano) e que estão atreladas ao desenvolvimento de todas as habilidades citadas anteriormente.

Segundo Lins e Kaput (2004), a iniciativa do NCTM em "[...] tratar o raciocínio algébrico de uma forma deliberadamente longitudinal com raízes no desenvolvimento da Matemática em séries iniciais"[37] (p. 54) é uma resposta ao fracasso de abordagens que introduzem a álgebra no ensino das séries posteriores, de forma desvinculada de outras áreas da matemática e com foco em habilidades sobre operações sintáticas.

No Brasil, as orientações para o ensino de álgebra, presentes nos PCN de Matemática (BRASIL, 1997, 1998, 2000, 2002), aparecem mais centradas nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Os PCN de Matemática de terceiro e quarto ciclos (ensino de quinta a oitava séries) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) indicam a necessidade de explorar formas que envolvam noções algébricas já nas séries iniciais.

> Os adolescentes desenvolvem, de forma bastante significativa, a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de álgebra mais sólida e rica em significados. (p. 117).

Nas orientações para o ensino e aprendizagem de matemática no segundo ciclo, presentes nos PCN de Matemática de primeiro e segundo ciclos (ensino de 1ª a 4ª série) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), algumas sugestões para o desenvolvimento do pensamento algébrico aparecem embutidas em situações apresentadas em um repertório básico para o desenvolvimento de cálculos. Dentre essas situações podemos citar a exploração de propriedades das

---

[36] O pré-escolar ao 12º ano corresponde à Educação Básica, no Brasil.

[37] "[…] in treating algebraic reasoning in a deliberately longitudinal way with roots in early mathematical development" (LINS; KAPUT, 2004, p. 54).

operações com números naturais (associatividade e comutatividade na adição e na multiplicação) (BRASIL, 1997).

Já nos terceiros e quartos ciclos do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento algébrico é destacado como um dos objetivos principais da matemática.

No terceiro ciclo, o pensamento algébrico está associado à generalização de propriedades de operações aritméticas, resolução de problemas e uso de outras representações, além da simbólica. Os PCN (BRASIL, 1998) sugerem explorações de situações que permitam ao aluno:

> - reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
> - traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> - utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (p.64)

Para o quarto ciclo, os PCN (BRASIL, 1998) indicam que o ensino de matemática deve visar o desenvolvimento do pensamento algébrico na exploração de situações que possibilitem ao aluno:

> - produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas;
> - resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> - observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (p. 81).

Apresentada como importante componente da aprendizagem de matemática nas séries finais do Ensino Fundamental, a álgebra é um dos tópicos nas orientações didáticas para os terceiro e quarto ciclos, incluído no bloco “Número e Operações”. Nesse tópico é destacado que, apesar de no terceiro e quarto ciclos a álgebra ser um conteúdo explícito a ser trabalhado, apenas a repetição mecânica de exercícios nas aulas de matemática, muito comum na prática pedagógica de alguns professores, não garante o sucesso dos alunos.

Os PCN (BRASIL, 1998) indicam que, para desenvolver o pensamento algébrico, o aluno deve estar engajado na exploração de situações que inter-relacionem diferentes concepções da álgebra e destacam quatro diferentes interpretações da álgebra escolar e do uso das letras: *aritmética generalizada*, em que as letras são usadas como generalizações do modelo aritmético; *funcional*, em que as letras são usadas como variáveis para expressar relações e funções; *equações*, em que as letras são usadas como incógnitas; e *estrutural*, em que as letras são usadas como símbolos abstratos. A realização de um trabalho articulado incluindo essas quatro dimensões é uma condição importante para que os alunos compreendam conceitos e procedimentos algébricos.

As recomendações dos parâmetros curriculares sobre o ensino de álgebra também aparecem em destaque para o Ensino Médio. Nos PCN+ (BRASIL, 2002), documento com orientações educacionais complementares ao PCNEM (BRASIL, 2000), é apresentado o tema “Álgebra: números e funções” como um dos temas estruturantes, dentre outros três. Esse tema é marcado fortemente pela linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (propriedades das operações), e os procedimentos básicos se referem a:

> [...] calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações no conjunto dos números e as operações válidas para o cálculo algébrico. (p.120-21)

O trabalho pedagógico sobre esse eixo temático é proposto para atender a uma série de competências, presentes nesse documento, a serem desenvolvidas no âmbito da matemática. Dentre elas, podemos citar aquelas competências que possibilitam: identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; reconhecer a existência de invariantes ou de identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema; identificar transformações entre grandezas ou entre figuras para relacionar variáveis e dados, fazer quantificações, previsões e identificar desvios; perceber as relações e as identidades entre diferentes formas de representação de um dado objeto; reconhecer a conservação contida em toda igualdade, congruência ou equivalência para calcular, resolver ou provar novos fatos; e interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações (BRASIL, 2002).

Diante desse esboço, podemos destacar que há certa diferença entre as orientações presentes no NCTM e nos PCN. No NCTM, a álgebra se apresenta, de forma explícita, como uma das normas de conteúdo. São propostas novas direções a partir de experiências específicas que podem ser desenvolvidas em sala de aula, e que contribuem para o desenvolvimento de determinadas habilidades com a álgebra.

Nos PCN do Ensino Fundamental, a álgebra aparece imersa no bloco de conteúdo "Números e Operações". Os PCN de terceiro e quarto ciclos (5ª a 8ª séries) do Ensino Fundamental (1998) apresentam orientações importantes em oposição ao ensino e à aprendizagem da álgebra tradicional, por meio de objetivos desenhados para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A partir de nossa análise percebemos, porém, que, nas séries iniciais, o trabalho mais intenso com a álgebra ainda é tratado de forma secundária. Essa afirmação pode ser reforçada, quando é apontado, nos PCN de primeiro e segundo ciclos (1ª a 4ª séries) do Ensino Fundamental (1997) que, embora nas séries iniciais se possa desenvolver uma pré-álgebra[38], é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos são ampliados.

Acreditamos que, para mudar ação dos professores de Matemática com relação do ensino de álgebra, uma contribuição seria incorporar nas propostas curriculares orientações mais específicas com relação ao seu trabalho em todas as séries, indicando experiências que possibilitem a aprendizagem da álgebra com compreensão.

---

[38] Citamos o termo "pré-álgebra" por ser utilizado nos PCN. Não pretendemos incluir e estender a discussão sobre esse conceito em nosso estudo, mas entendemos que, no contexto dos PCN, a pré-álgebra pode ser entendida como o trabalho que envolve relações e operações com números.

2.1.2 Algumas Transformações no Cenário de Pesquisas Sobre a Álgebra Escolar nas Últimas Décadas

As pesquisas desenvolvidas acerca do ensino e da aprendizagem da álgebra escolar têm sido direcionadas, nos últimos anos, em grande parte, para temas relacionados ao pensamento algébrico dos alunos da escola elementar, e ao professor e ao ensino de álgebra. Cyrino et alii (no prelo) afirmam que

> [...] a investigação sobre os processos de ensino e de aprendizagem da álgebra na educação elementar tem mobilizado muitos educadores matemáticos nos últimos anos, sendo vários os focos assumidos nos estudos. (p. 1).

Kieran (2006) identificou três grandes grupos de pesquisas desenvolvidas pelo PME (*Psychology of Mathematics Education*)[39] que emergiram durante o período de 1977 a 2006. O primeiro grupo temático, com pesquisas desenvolvidas a partir de 1977, tem como foco a transição da aritmética para a álgebra, variáveis e incógnitas, equações e resolução de equações, e problemas de palavra em álgebra. O surgimento do segundo grupo teve início na metade dos anos 1980 e apresentou temas com interesse principal na álgebra como generalização, e foco no uso de múltiplas representações e novas ferramentas tecnológicas. O terceiro grupo temático, desenvolvido a partir da metade dos anos 1990, envolveu assuntos relacionados ao pensamento algébrico de estudantes da escola elementar, ao professor e ao ensino da álgebra, e sobre a aprendizagem de álgebra em situações dinâmicas, incluindo a modelação de situações físicas (KIERAN, 2006).

Para a mesma autora, nas primeiras pesquisas desenvolvidas, a principal forma algébrica investigada era a linguagem simbólica, e as estruturas teóricas para análise de dados raramente iam além da concepção piagetiana (KIERAN, 2006), em que prevalece a ideia de que o desenvolvimento lógico-matemático do sujeito acontece a partir de sistemas de estágios de desenvolvimento cognitivo.

---

[39] Grupo Internacional de Psicologia da Educação Matemática.

Nesse sentido, Lins e Kaput (2004), ao fazerem um retrospecto de diversas perspectivas da educação algébrica ao longo da história, citam grupos de pesquisa que se esforçaram para produzir sistemas de estágios relacionados à aprendizagem de álgebra.

Os mesmos autores afirmam que, na tradição escolar, a relação entre a álgebra e a aritmética é influenciada pela concepção piagetiana, prevalecendo a visão de que o ensino da aritmética deve preceder o ensino da álgebra, pois a aritmética é mais concreta e a álgebra é mais abstrata e, portanto, exige um pensamento formal do aluno, que corresponde a um estágio cognitivo mais desenvolvido.

Essas concepções marcantes nas pesquisas realizadas até a década de 1990 contribuíram para a ideia de que a álgebra deveria ser deixada para as séries posteriores.

O cenário de pesquisas nessa área começa, no entanto, a mudar, uma vez que, a partir dos anos 1990, são reconhecidas abordagens teóricas socioculturais.

> A orientação construtivista/cognitivista de antes muda para um grande número de pesquisas em álgebra voltadas à análise de fatores sociais que afetam a aprendizagem de álgebra.[40] (KIERAN, 2007, p. 708, tradução nossa).

Passam a ser consideradas diversas pesquisas que apoiam a álgebra escolar nos primeiros anos de escolaridade e mostram que as crianças podem fazer muito mais do que antes era esperado (LINS; KAPUT, 2004), quando lhes são proporcionadas experiências apropriadas. Lins e Kaput (2004), referindo-se aos trabalhos de Mason (1991, 1996), apontam que

> [...] os estudantes vêm para a escola com potencial natural de generalização e habilidades para expressar generalidades, e o desenvolvimento do raciocínio algébrico é, em grande parte, um problema de incentivo àquelas capacidades que ocorrem naturalmente em um propósito didático.[41] (p. 54, tradução nossa).

[40] “The earlier constructivist/cognitivist orientation shifted for a large number of algebra researchers toward analyses of social factors affecting algebra learning” (KIERAN, 2007, p. 708).

[41] “[...] students come to school with natural powers of generalization and abilities to express generality, and that the development of algebraic reasoning is, in large part, a matter of tapping into naturally occurring capacities for didactic purposes” (LINS; KAPUT, 2004, p. 54).

Possibilitar o desenvolvimento desse potencial nos estudantes exige do professor de Matemática um trabalho articulado envolvendo tarefas que propiciem estabelecimento de padrões matemáticos, a partir de casos particulares; descrição de regularidades nos conjuntos numéricos e em figuras geométricas; uso da linguagem literal, todas aliadas a uma perspectiva de possibilitar ao aluno compreensão das ideias matemáticas presentes nessas situações.

Para uma mudança nessa direção, acreditamos que as discussões acerca dos diferentes tipos de pensamento algébrico, da natureza da álgebra e das formas de integração do seu ensino nas escolas, sejam essenciais na formação do professor de Matemática.

Kaput (1999) chama atenção para a necessidade de algumas mudanças nos processos de ensino e de aprendizagem da álgebra, nomeadamente:

- começar cedo (a partir de conhecimentos informais dos alunos),
- integrar a aprendizagem da álgebra com a aprendizagem de outros assuntos (por meio de extensões e aplicações do conhecimento matemático),
- incluir as diferentes formas do pensamento algébrico (por meio de aplicações do conhecimento matemático),
- partir de competências linguísticas naturais dos alunos e dos seus poderes cognitivos (os encorajando ao mesmo tempo a refletirem sobre o que aprendem e articularem o que eles sabem), e
- encorajar uma aprendizagem ativa (e a construção de relações), que valoriza o *sense-making* e a compreensão.[42] (p. 3, tradução nossa).

Realizar essas mudanças, segundo Kaput (1999), não é tarefa fácil, uma vez que envolvem novas ferramentas, aplicações imprevistas, “estudantes que tradicionalmente não estão acostumados a aprender álgebra” (p. 3) e “professores tradicionalmente não formados para ensinar álgebra” (p. 3).

Levando em conta esses desafios, propomos, em nosso trabalho, uma reflexão na formação inicial de professores de Matemática sobre a álgebra escolar, mais especificamente sobre o pensamento algébrico. Apresentamos, a

[42] “begin early (in part, by building on students’ informal knowledge), integrate the learning of algebra with the learning of other subject matter (by extending and applying mathematical knowledge), include the several different forms of algebraic thinking (by applying mathematical knowledge), build on students' naturally occurring linguistic and cognitive powers (encouraging them at the same time to reflect on what they learn and to articulate what they know), and encourage active learning (and the construction of relationships) that puts a premium on sense making and understanding”

seguir, algumas caracterizações do pensamento algébrico e diferentes tipos de pensamento algébrico analisados por Lins (1994), Lins e Gimenez (1997), Fiorentini, Miguel e Miorin (1993), Kaput (1999) e Blanton e Kaput (2005).

2.2 Caracterizações e Tipos de Pensamento Algébrico

Associado a uma tradição escolar centrada no desenvolvimento da linguagem literal e de habilidades sobre operações sintáticas, o pensamento algébrico, muitas vezes, não é considerado um campo de conhecimento matemático que compõe a formação inicial do professor de matemática.

Apesar de não haver um consenso do que seja pensar algebricamente (LINS; GIMENEZ, 1997), nos últimos anos, diversos estudos têm explicitado características do pensamento algébrico dos alunos, colocando em discussão o modo como eles produzem significados para os objetos e os processos da álgebra. Tão importante quanto o conhecimento relacionado ao conteúdo disciplinar de álgebra, os estudos e discussões sobre diferentes caracterizações do pensamento algébrico e tipos de pensamento algébrico deveriam ser incorporados à formação do professor de matemática.

A seguir, a partir da literatura investigada, apresentaremos algumas caracterizações do pensamento algébrico e tipos de pensamento algébrico que consideramos apropriados para a análise dos processos de negociação de significados dos futuros professores. Apesar de apresentarmos diferentes termos usados pelos autores como "pensamento" e "raciocínio", em nossa análise utilizamos o termo *pensamento algébrico*, que, segundo Kieran (1992), "[...] tem sido empregado com mais frequência como um veículo para descrever os tipos de encontros que os estudantes estão tendo com a álgebra"[43] (p. 271).

Segundo Lins (1994), o *pensamento algébrico* é caracterizado por: "(i) pensar aritmeticamente; (ii) pensar internamente; e (iii) pensar analiticamente" (p. 30).

(KAPUT, 1999, p. 3).

[43] "[…] is being employed more and more often as a vehicle for describing the kinds of encounters

Pensar aritmeticamente significa lidar com objetos exclusivamente numéricos, operações aritméticas e uma relação de igualdade (LINS, 1994). Nessa perspectiva, é a partir da linguagem aritmética que surgem as primeiras características do pensamento algébrico.

Pensar internamente significa considerar os números e as operações aritméticas a partir de suas propriedades. Para Lins e Gimenez (1997), essa característica do pensamento algébrico não faz referência à "modelação" dos números em outros objetos, como, por exemplo, objetos físicos ou geométricos. Lins (1994) afirma que "[...] o número é um objeto simbólico, no sentido preciso de que só tem propriedades em relação às operações (aritméticas)" (p. 30).

Pensar analiticamente caracteriza o processo de operar sobre números desconhecidos como se fossem conhecidos (LINS; GIMENEZ, 1997). Significa que "[...] os números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos e as 'incógnitas' são tratadas exatamente como se fossem 'dados'" (Lins, 1994, p. 30).

Na perspectiva de Lins (1994) e Lins e Gimenez (1997), pensar algebricamente é uma forma de produzir significados para a álgebra.

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) contrapõem a ideia de que o *pensamento algébrico* só se manifesta por meio da manipulação sintática em uma linguagem de natureza simbólica. Esses autores sugerem que entre o pensamento e a linguagem há uma relação de "natureza dialética" (p. 85) e consideram alguns elementos caracterizadores do pensamento algébrico que nos ajudam a entender essa relação, como:

> [...] percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste a outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença de processos de generalização. (p. 87).

Nessa perspectiva, o pensamento algébrico é concebido como um tipo especial de pensamento que pode se manifestar de várias formas, não apenas no campo da matemática, mas também em outras áreas do conhecimento, e pode

---

students are having with algebra" (KIERAN, 1992, p. 271).

ser expresso por meio da linguagem natural, da linguagem aritmética, da linguagem geométrica ou por uma linguagem de natureza estritamente simbólica.

No trabalho de Kaput (1999), o uso do termo *raciocínio algébrico* se refere ao processo de argumentação sobre a ação de generalizar e expressar essa generalização com um uso de linguagens cada vez mais formais.

Esse autor descreve cinco diferentes tipos de raciocínio algébrico: (1) generalização e formalização de padrões e de restrições; (2) manipulação de formalismos guiada sintaticamente; (3) o estudo de estruturas abstratas de cálculos e de relações; (4) o estudo de funções, de relações e de variações conjuntas; (5) utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos[44].

Para descrever o primeiro tipo, Kaput (1999) afirma que é difícil pontuar sistemas matemáticos ou contextos de situações em que a atividade matemática não envolve processos de generalização e de formalização. A generalização envolve identificar e expor semelhanças por meio de caso(s) considerado(s) e elevar o raciocínio e a comunicação a um nível que não tem mais como foco os casos ou as situações em si, mas, sim, os padrões, os procedimentos, as estruturas e as relações entre eles. Expressar generalizações, nessa perspectiva, significa interpretá-las em uma linguagem, que pode ser mais ou menos formal.

Referindo-se ao segundo tipo de raciocínio algébrico, o autor ressalta que o envolvimento com formalismos, muitas vezes, coloca nossa atenção apenas nos símbolos e nas regras sintáticas envolvidas na manipulação desses formalismos. A linguagem simbólica formal cumpre o papel fundamental de constituir um raciocínio algébrico abstrato, permitindo-nos operar sobre relações mais complexas, sem ter que, ao mesmo tempo, olhar por meio dos símbolos e das transformações para enxergar o que eles representam (como quando resolvemos um problema). Essa relação dos símbolos com a situação que descrevem não pode se perder na prática de infinitas regras de manipulação simbólica, como acontece

[44] "(1) Algebra as the Generalization and Formalization of Patterns and Contraints; (2) Algebra as Syntactically Guided Manipulation of (Opaque) Formalisms; (3) Algebra as the Study of Structures Abstracted From Computations and Relations; (4) Algebra as the Study of Functions, Relations, and Joint Variation; (5) Algebra as a Cluster of Modeling and Phenomena-Controlling Languages" (KAPUT, 1999).

frequentemente nas salas de aula, pois isso conduz a uma má compreensão das conexões entre a representação simbólica e seu significado.

No terceiro tipo descrito, Kaput (1999) se refere à álgebra tradicionalmente vista em um nível universitário, envolvendo atos de generalização e de abstração baseados em cálculos que produzem estruturas abstratas associadas à “álgebra abstrata”. Para o autor, no ensino da álgebra abstrata com compreensão, tais estruturas: surgem da experiência matemática dos alunos e podem ser articuladas na linguagem pré-formal, natural; enriquecem a compreensão dos sistemas considerados abstratos pelos alunos; e fornecem aos alunos estruturas úteis para cálculos e uma base para níveis superiores de abstração e de formalização (KAPUT, 1999).

Ao tratar do quarto tipo descrito, Kaput (1999) descreve que a correspondência e a variação de quantidades são ideias que sustentam o conceito de função. Além disso, o raciocínio algébrico que envolve o estudo de funções, de relações e de variações conjuntas incorpora múltiplas representações (lista, tabela, gráfico), e também envolve generalização.

A última caracterização apontada por Kaput (1999) sugere que a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos está associada ao raciocínio quantitativo, que envolve a construção de sistemas matemáticos como forma de descrever fenômenos ou situações. O autor ressalta que o uso de meios tecnológicos (como computadores) pode mudar a forma que exploramos e modelamos os fenômenos e, mais importante que isso, pode mudar a forma como ensinamos e aprendemos matemática.

Estes tipos de raciocínio algébrico destacados por Kaput (1999) têm uma relação estreita com outros tipos identificados no trabalho que realiza junto a Blanton, em 2005. Para esses autores o raciocínio algébrico é definido como:

> [...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade.[45] (p. 413, tradução nossa).

[45] “[…] a process in which students generalize mathematical ideas from a set of particular instances, establish those generalizations through the discourse of argumentation, and express them in increasingly formal and age-appropriate ways” (BLANTON e KAPUT, 2005, p. 413).

Neste estudo, Kaput e Blanton (2005) afirmam que o raciocínio algébrico pode ter várias formas, destacando quatro tipos principais:

> [...] (a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); (b) generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações[46] (p. 413, tradução nossa).

O primeiro tipo de raciocínio algébrico destacado pelos autores envolve operações e propriedades dos números, tais como propriedades da multiplicação, ou a compreensão da igualdade como uma relação entre quantidades, e está relacionado principalmente ao reconhecimento da álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições (KAPUT, 1999). Como exemplos, podemos citar: situações em que os alunos *exploram propriedades e relações entre os números* (como a generalização sobre somas de números pares e ímpares); *exploram propriedades de operações dos números* (como a propriedade comutativa da adição e multiplicação); *exploram a igualdade como expressão de relações entre quantidades* (como o uso da balança de dois pratos); *tratam o número algebricamente* (quando os alunos dão atenção mais às estruturas do que ao cálculo com números específicos); *resolvem sentenças em que faltam números* (como, quando simbolizam incógnitas e compreendem que diferentes símbolos representam diferentes quantidades).

O raciocínio algébrico como pensamento funcional relaciona ocasiões em que os alunos se engajam em generalizar padrões numéricos e geométricos para descrever relações funcionais. Esta caracterização está diretamente ligada ao estudo de funções, de relações e de variações conjuntas (KAPUT, 1999). Os exemplos desse tipo de raciocínio algébrico envolvem: *simbolizar quantidades e operar com expressões simbólicas* (situações em que os alunos usam símbolos para modelar problemas ou operar sobre expressões

[46] "(a) the use of arithmetic as a domain for expressing and formalizing generalizations (generalized arithmetic); (b) generalizing numerical patterns to describe functional relationships (functional thinking); (c) modeling as a domain for expressing and formalizing generalizations; and (d) generalizing about mathematical systems abstracted from computations and relations" (KAPUT, 2005, p. 413).

simbólicas); *representar dados graficamente* (como na representação de dados em atividades estatísticas); *encontrar relações funcionais* (ocasiões em que os alunos exploram correspondências entre quantidades ou relações recursivas e desenvolvem uma regra para descrever a relação); *prever situações desconhecidas a partir de dados conhecidos* (quando os alunos fazem conjecturas sobre o que vai acontecer em uma situação desconhecida); *identificar e descrever padrões numéricos e geométricos*.

A modelação também envolve a generalização de regularidades, porém em situações matematizadas ou em fenômenos como, por exemplo, em situações do dia a dia, onde a regularidade é secundária relativamente ao objetivo mais geral (CYRINO et alii, no prelo).

O último tipo de raciocínio algébrico descrito por Blanton e Kaput (2005) envolve "[...] generalização com objetos abstratos e sistemas que envolvem operações sobre classes de objetos e é tradicionalmente descrito como 'Álgebra abstrata'"[47] (p. 414). Apesar de esse tipo de raciocínio algébrico estar pouco presente nas séries elementares, é possível explorar ideias que são tradicionalmente destinadas para o nível universitário. Exemplos desse tipo de raciocínio algébrico envolvem situações em que os alunos usam generalizações para construir outras generalizações e situações como, por exemplo, o trabalho descrito por Kaput (1999), em que alunos da segunda série exploraram ideias relacionadas à teoria de grupos.

As perspectivas que caracterizam formas de pensamento algébrico apresentadas mostram que é possível desenvolver um trabalho, desde as séries iniciais, com construções algébricas fundamentais dentro do alcance de professores e alunos, possibilitando uma cultura de sala de aula que oferece condições para o ensino e a aprendizagem da álgebra com compreensão.

Deste modo, acreditamos que é essencial incorporar na formação inicial de professores debates sobre caracterizações do pensamento algébrico, pois, dessa forma, os futuros professores terão subsídios para preparar tarefas que mobilizam o pensamento algébrico e explorá-lo em diversas situações da sala de aula, contribuindo para uma formação algébrica mais sólida dos alunos.

---

[47] "[...] generalizing with abstract objects and systems involves operations on classes of objects and is more traditionally described as 'abstract algebra'" (KAPUT; BLANTON, 2005, p. 414).

3 PROCEDIMENTOS ADOTADOS NA PESQUISA

De acordo com Graven e Lerman (2003), embora pesquisas sobre Educação Matemática de professores tenham criado contextos que permitem a aprendizagem desses professores e descrito o que eles aprendem em termos sociais, pouco tem sido feito para explicar *como* esses contextos permitem aprendizagem.

No presente estudo investigamos a partir da questão: -- *Como* uma ação de formação inicial, no contexto do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática", colabora para aprendizagem de futuros professores?

Para responder a essa pergunta, analisamos o modo como os futuros professores participantes de reuniões semanais (Ação 1) com professores formadores se envolveram na articulação de um empreendimento de aprender para se formar como professores, ou seja, se esse grupo se caracterizou como uma Comunidade de Prática; e os processos de negociação de significados ocorridos no desenvolvimento de tarefas que envolveram caracterização e identificação de tipos de pensamento algébrico.

Neste capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, nomeadamente a abordagem escolhida, o contexto e o grupo investigado, o processo para a obtenção das informações, e o enfoque de análise dos dados.

3.1 A ESCOLHA METODOLÓGICA

Com o intuito de atender aos objetivos de nosso estudo, optamos por uma investigação de natureza qualitativa, tal como definida por Bogdan e Biklen (1994), a partir de cinco características principais:

- a fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal;
- é essencialmente descritiva;

- os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- a análise dos dados tende a ser feita de forma indutiva;
- o significado e as perspectivas apresentados pelos participantes são de importância vital na abordagem qualitativa.

Em nossa investigação mantivemos contato direto com os participantes do projeto "Educação Matemática de Professores de Matemática" (ambiente natural), no contexto das reuniões semanais entre os futuros professores de Matemática e os professores da UEL (Ação 1- que será descrita no item 4.2) – ambiente natural.

Durante o desenvolvimento das tarefas, nessa ação, buscamos informações que acreditamos serem importantes para responder a nossa pergunta de investigação, ou seja, que nos indicassem elementos que caracterizavam o grupo como uma Comunidade de Prática de formação de professores e, por conseguinte, os processos de negociação de significados.

As informações foram obtidas por meio de anotações em diário de campo, por meio de transcrições de episódios gravados em áudio e por meio de textos produzidos pelos futuros professores. Essas informações foram descritas de forma detalhada, evidenciando as falas, as ações e as impressões dos participantes, e procurando respeitar ao máximo suas crenças e conhecimentos. Com isso constituímos um material rico em informações essencialmente descritivas.

Procuramos realizar nossa análise de forma indutiva, baseando-se nessas informações: as respostas começaram a tomar forma quando as informações particulares foram se inter-relacionando e se agrupando.

O trabalho com o grupo, constituído por futuros professores e por responsáveis pela execução do projeto, caracterizou uma atividade na qual a formação de professores foi tomada como um *campo de prática* e como um *campo de pesquisa*. Nosso envolvimento com o grupo investigado não se restringiu apenas à observação das ações dos participantes do grupo, mas incluiu intervenções no decorrer dessas, tais como: proposição de tarefas, questionamentos sobre as estratégias utilizadas na resolução dessas tarefas, sugestões ou opiniões de encaminhamento das tarefas e ações. Nesse sentido, estamos perante um tipo de pesquisa que, segundo Krainer (2003), combina intervenção e pesquisa, e pode ser chamada de *pesquisa intervenção*. Para o autor, esse tipo de pesquisa é, “[...] na maioria das vezes, um processo-orientado e um contexto-limitado, gerado por meio de interação contínua e comunicação com a prática”[48] (p. 98).

Entendemos que, na pesquisa intervenção, os pesquisadores não se posicionam fora da prática e tampouco investigam sua própria prática a fim de melhorá-la. O pesquisador (e também educador) desempenha um duplo papel: por um lado é um *investigador* que visa “elevar sua própria compreensão e conhecimento teórico de uma forma a compartilhá-la com a comunidade científica”[49] (p.97) e, por outro lado, é um *formador* que busca promover o desenvolvimento dos participantes, decorrente da prática.

Na presente pesquisa desempenhamos esses dois papéis. Nós nos comportamos como investigadoras na medida em que buscamos respostas às perguntas que pretendíamos pesquisar e que se tornaram mais claras no percurso da pesquisa, a partir do nosso contato intenso com o grupo e nossos estudos teóricos. E também nos comportamos como formadoras, ao intervir na prática do grupo, no sentido de possibilitar o desenvolvimento dos futuros professores envolvidos.

3.2 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E DELIMITAÇÃO DO GRUPO INVESTIGADO

No presente item apresentamos características do projeto “Educação Matemática de Professores de Matemática” incluído no Programa de Extensão Universitária “Universidade sem Fronteiras” - SETI/PR[50] - subprograma: Apoio às Licenciaturas. Destacamos que nossa investigação terá como foco a Ação 1 do projeto, que consistiu em reuniões semanais de orientação na UEL.

Por meio de parcerias com órgãos governamentais e com instituições voltadas ao desenvolvimento socioeconômico de regiões de baixo IDH

---

[48] “[...] is mostly process-oriented and context-bounded, generated through continuous interaction and communication with practice” (KRAINER, 2003, p. 98).

[49] “[...] increasing their own understanding and theoretical knowledge in order to share it in the scientific community” (KRAINER, 2003, p.97).

[50] Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior do Paraná.

(Índice de Desenvolvimento Humano) e de vulnerabilidade social, o Programa de Extensão Universitária "Universidade sem Fronteiras" tem como um de seus principais objetivos:

> [...] executar uma política de extensão específica para as Instituições Públicas Estaduais e Federais de Ensino Superior do Estado do Paraná, priorizando o financiamento de áreas estratégicas para o desenvolvimento social de populações socialmente vulneráveis, nas periferias das cidades paranaenses e de municípios que apresentem indicadores sociais baseados em IDH-M (Índices de Desenvolvimento Humano Municipal) insatisfatórios. (PARANÁ, 2007, p. 2).

Assim, o programa "Universidade sem Fronteiras" apoia o desenvolvimento integrado de políticas públicas como a educação, o trabalho e a renda, e a efetividade dos direitos sociais. Tais políticas fundamentam as propostas e as ações dos projetos participantes, que são divididos nos seguintes subprogramas: Incubadora dos Direitos Sociais, Apoio às Licenciaturas, Apoio à Agricultura Familiar, Apoio à Pecuária Leiteria, Apoio à Produção Agroecológica Familiar, Diálogos Culturais e Extensão Tecnológica Empresarial.

O subprograma Apoio às Licenciaturas se propõe a financiar projetos orientados pelo princípio da indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão, incentivando aqueles que tenham como prioridades intensificar o contato entre a Educação Básica Pública e o Ensino Superior; propiciar, pela prática, o conhecimento do campo de atuação escolar aos estudantes de cursos de licenciatura e aos egressos recém-formados; estimular o pensamento crítico e a análise dos problemas na área da educação; fomentar a produção de análises e práticas que subsidiem a formulação de políticas públicas adequadas às reais necessidades do sistema educacional no Paraná, em parceria com a Secretaria de Estado da Educação; sistematizar e disseminar as iniciativas acadêmicas baseadas na estreita cooperação entre a Educação Básica e o Ensino (PARANÁ, 2007).

O projeto "Educação Matemática de Professores de Matemática", em concordância com os objetivos propostos no Edital n. º 01/2007, da SETI/PR, do subprograma "Apoio às Licenciaturas", teve como objetivos gerais:

- Intensificar o contato entre os Colégios Estaduais (campo de estágio dos estudantes da Licenciatura em Matemática da UEL) e o Departamento de Matemática da UEL, por meio da formação de

> grupos de trabalho que desenvolvam atividades acadêmicas voltadas para o diálogo qualificado entre esses dois níveis de ensino.
>
> - Propiciar um campo de atuação para os estudantes de cursos de Licenciatura e aos egressos recém-formados, baseado na articulação entre teoria - prática docente - investigação de modo a gerar uma reflexão de professores, futuros professores e formadores sobre o conhecimento que têm dos conteúdos matemáticos e, do modo como estes conteúdos se transformam em ensino.
> - Possibilitar uma formação compartilhada entre professores universitários, professores de Matemática que atuam na Educação Básica e futuros professores de Matemática na busca da articulação entre teoria - prática docente - investigação, de modo a estimular o pensamento crítico e a análise dos problemas na educação matemática.
> - Fomentar e disseminar metodologias de prática de ensino significativas, para enfrentamento dos problemas na área de Matemática. (CYRINO, BURIASCO, PIRES, 2007, p. 3).

Esse projeto teve início, de modo parcial, no final de 2007, e, de modo mais sistemático, no início de 2008. Ao final de um ano do início do projeto, este foi prorrogado por mais um ano (até outubro de 2009).

Participaram do projeto seis[51] estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UEL, um profissional recém-formado, três professoras do departamento de Matemática e duas professoras de outros departamentos da UEL (Física e Psicologia), e professores de Matemática, coordenadores pedagógicos e alunos de três colégios localizados na região norte de Londrina (região considerada de vulnerabilidade social).[52]

As ações previstas para contemplar os objetivos propostos no projeto foram organizadas em três principais ações de trabalho:

- **Ação 1 – Reuniões de Orientação**. Reuniões semanais entre os futuros professores de Matemática e os professores da universidade na UEL com o objetivo de estudar, se preparar,

[51] O grupo de futuros professores não foi o mesmo desde o início. Dois dos estudantes que começaram no projeto em 2007 desistiram e deram lugar a outros dois bolsistas. Uma estudante que participou do grupo desde abril de 2009 não recebia bolsa e ministrou oficinas em outro colégio que não estava incluído no projeto inicial.

[52] O subprograma “Apoio às Licenciaturas” financiou uma bolsa para o profissional recém-formado, cinco bolsas para os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e três bolsas para as orientadoras, professoras do Departamento da Matemática da UEL.

organizar, discutir e avaliar as Oficinas Matemáticas e o trabalho com os professores (Ação 3).

- **Ação 2 – Trabalho Colaborativo**. Reuniões a cada duas semanas entre os futuros professores de Matemática, professores da universidade, professores de Matemática e coordenação pedagógica dos colégios participantes. Essas reuniões foram realizadas em um dos três colégios participantes, e, em 2008, as reuniões ocorreram a cada 3 semanas.
- **Ação 3 – Oficinas Temáticas e Investigativas**. "Oficinas Matemáticas" destinadas a alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio dos colégios participantes, ministradas pelos futuros professores e pelo professor recém formado.

Os futuros professores e o egresso recém-formado envolvidos no projeto participaram de todas as atividades citadas anteriormente e cumpriram uma carga horária semanal de: 20 horas para os graduandos e de 40 horas para o profissional recém-formado.

Durante as reuniões de orientação com os professores da universidade (Ação 1) os futuros professores de Matemática puderam relatar suas experiências vividas na prática de sala de aula (Ação 3), bem como dificuldades, angústias e satisfações. Essas reuniões deram oportunidade aos graduandos de estudar e de investigar mais profundamente questões de ordem didático-pedagógica e conteúdos matemáticos durante o preparo e discussão das tarefas que eram desenvolvidas nas oficinas e também na produção de textos sob a orientação dos professores da universidade.

As reuniões constituintes da Ação 2 possibilitaram uma formação compartilhada entre professores da universidade, professores que atuam na Educação Básica, profissional recém-formado e futuros professores de Matemática, além de incentivar o trabalho colaborativo e familiarizar os participantes com metodologias de ensino, tais como a Resolução de Problemas e as Atividades de Investigação.

A proposta de trabalho inicial para essa ação, contudo, não se efetivou. Foram realizadas diferentes tentativas de acordo com as propostas dos participantes dessa ação, porém os longos intervalos de tempo entre as reuniões, que foram definidos pelos professores dos colégios e a frequência irregular ou ausência dos mesmos professores, impossibilitou a continuidade do trabalho nessa ação.

As "Oficinas Matemáticas" (Ação 3) oferecidas aos alunos dos colégios envolvidos no projeto foram organizadas, de acordo com a proposta inicial no projeto, em duas modalidades:

- **temáticas**: nas quais os futuros professores de Matemática e o profissional recém-formado tiveram oportunidade de trabalhar com conteúdos matemáticos específicos, indicados pelos professores dos colégios envolvidos, por meio da resolução de problemas e de tarefas de investigação. O objetivo era trabalhar com conteúdos matemáticos de que os alunos da Educação Básica ainda não tinham se apropriado.
- **investigativas**: nas quais os futuros professores de Matemática e o profissional recém-formado tiveram oportunidade de trabalhar de modo mais aprofundado com temas matemáticos diversificados, por meio da resolução de problemas e de tarefas de investigação. Essa oficina era destinada a alunos que queriam saber mais sobre matemática.

Para ministrar as oficinas, cinco futuros professores e o profissional recém-formado se dividiram em três duplas, de modo que cada uma ministrava as duas oficinas em um dos três colégios participantes do projeto. A futura professora que passou a integrar o grupo depois ministrou oficinas sozinha em um colégio que não fazia parte da proposta inicial do projeto. Todas as oficinas aconteciam semanalmente no contraturno das aulas dos alunos.

Em cada um dos colégios, no período da manhã foram oferecidas uma oficina temática e uma oficina investigativa para alunos que cursavam 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, e, à tarde, uma oficina temática e uma oficina investigativa para alunos que cursavam da 7ª série do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio.

Tendo em vista a realização dos objetivos propostos, nossa investigação teve como foco o contexto da Ação 1.

3.3 Procedimentos para Obtenção das Informações

No início do ano de 2008, quando iniciamos nossa investigação, passamos a frequentar as reuniões de orientação semanais (Ação 1) do projeto “Educação Matemática de Professores de Matemática”. A princípio informamos aos participantes dessa ação sobre nosso estudo e, depois, consultamos os futuros professores e o profissional recém-formado se aceitavam participar da pesquisa. Como todos concordaram, entregamos aos participantes um termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice 1), termo que continha informações detalhadas sobre os objetivos, as finalidades e os procedimentos da pesquisa.

Os instrumentos utilizados para a obtenção dos dados foram o diário de campo, gravações em áudio das interações ocorridas durante a Ação 1 e textos escritos pelos sujeitos da pesquisa.

O diário de campo constituiu um instrumento essencial para análise, principalmente por nos possibilitar uma visão holística sobre as ações do grupo e o contexto investigado. Concordamos com Fiorentini e Lorenzato (2006) quando afirmam que o diário de campo é um dos instrumentos mais ricos na coleta de informações, pois é “[...] nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos” (p. 118-119).

Além do diário de campo, recorremos às gravações em áudio para registrar as interações entre os participantes. Utilizamos quatro aparelhos mp3, que foram distribuídos pela sala de modo que pudessem registrar ao máximo a fala dos futuros professores. Esse instrumento nos permitiu captar, de forma fiel, o modo como eles se expressaram verbalmente. Desse modo, foi possível investigar as negociações de significados sobre o pensamento algébrico em tarefas específicas que constituíram parte de nossa análise.

Os textos produzidos pelos sujeitos, como as memórias das reuniões, produção de artigos e registros individuais das tarefas propostas, também foram utilizados como dados da pesquisa. Segundo Bogdan e Biklen (1994), esses materiais “[...] servem como fontes de férteis descrições de como as pessoas que produziram os materiais pensam acerca do seu mundo” (p. 176).

Como um dos objetivos de nossa pesquisa foi investigar os processos de negociação de significado, organizamos tarefas específicas sobre o pensamento algébrico. Apesar de as ações do projeto terem proporcionado debates de diversos tópicos em Educação Matemática, o pensamento algébrico ainda não havia sido discutido pelo grupo.

É necessário destacarmos que, apesar de escolher esse tema para investigar o processo de negociação de significados, a Ação 1 do projeto possibilitou negociações relacionadas a vários outros temas que fizeram parte do repertório compartilhado da comunidade, como destacado no item 4.1.1.

Nos últimos anos, as pesquisas em Educação Matemática têm evidenciado a importância de conhecer e de estudar os processos de pensar algebricamente dos alunos, para propor novos encaminhamentos do trabalho com a álgebra escolar. Desse modo, por se tratar de um conhecimento necessário à formação inicial de professores de Matemática, justificamos a escolha desse tema durante a realização de algumas tarefas.

As tarefas foram realizadas no decorrer de quatro reuniões, com 4 horas de duração cada uma e as nomeamos de **tarefas formativas**. Nossa intenção foi a de proporcionar um espaço no qual os futuros professores pudessem estudar e discutir o pensamento algébrico. A seguir, descrevemos as tarefas formativas, em ordem cronológica.

Tarefa Formativa 1: Com base em nossos estudos teóricos sobre o pensamento algébrico, elaboramos um material com 13 tarefas algébricas[53] (Apêndice 2), que possibilitaram a mobilização de diferentes tipos de pensamento algébrico pelos futuros professores. Individualmente, os participantes se empenharam em resolver e explicar, por escrito, o modo como tinham realizado cada uma das tarefas algébricas. Esses registros permitiriam, em discussões posteriores, que eles pudessem explicitar com mais detalhes as suas resoluções.

Tarefa Formativa 2: Em uma segunda reunião, os futuros professores dividiram-se em dois grupos, e cada participante explicou aos outros colegas o modo como havia realizado a Tarefa Formativa 1. As explicações verbais

[53] No Apêndice 2, as tarefas algébricas são as tarefas de 1 a 13. Escolhemos chamá-las de algébricas para o leitor não confundir com as 9 tarefas formativas apresentadas nesse capítulo.

contribuíram para complementar o registro escrito dos participantes e desencadear o processo de negociação de significados.

Tarefa Formativa 3: Nessa mesma reunião, os futuros professores responderam individualmente à pergunta: -- “O que você entende por pensamento algébrico?”. Nesse momento, os futuros professores tiveram oportunidade de expor suas impressões sobre o pensamento algébrico, de acordo com suas perspectivas.

Tarefa Formativa 4: Em seguida, os participantes foram divididos em dois grupos (os mesmos de anteriormente). Nessa situação pedimos para que eles discutissem sobre o que entendiam por pensamento algébrico, para depois expor as ideias para o outro grupo. As respostas individuais à pergunta proposta na Tarefa Formativa 3 serviram como ponto de partida dessa discussão.

Tarefa Formativa 5: Os participantes relataram o que foi discutido em seus respectivos grupos e negociaram novos significados, a partir da fala dos outros.

Tarefa Formativa 6: Na terceira reunião começamos retomando algumas caracterizações sobre pensamento algébrico, a partir da fala dos próprios participantes nas tarefas formativas anteriores (Tarefa Formativa 4 e Tarefa Formativa 5). Em seguida, propusemos que eles indicassem, para cada uma das tarefas algébricas da Tarefa Formativa 1, os tipos de pensamento algébrico envolvidos em suas próprias resoluções. Durante as discussões anteriores, os futuros professores expressaram alguns tipos de pensamento algébrico presentes na literatura, mesmo sem ter, naquele momento, um referencial teórico como suporte. Associaram, contudo, as resoluções principalmente às estratégias utilizadas (como, por exemplo, quando um participante registrou: “foi utilizado sistema para a resolução”) do que aos tipos de pensamento algébrico envolvidos.

Tarefa Formativa 7: Nessa mesma reunião propusemos a leitura do texto “Pensamento Algébrico ao Longo do Ensino Básico” (CYRINO et alii, no prelo), com o intuito de fornecer um suporte teórico que se agregasse às discussões posteriores.

Tarefa Formativa 8: Nessa quarta reunião, os futuros professores dividiram-se novamente nos mesmos dois grupos anteriores, para escolher uma resolução da Tarefa Formativa 1 para cada tipo de pensamento algébrico explicitado no texto estudado. Eles, além de categorizar, deveriam explicar o porquê de terem escolhido tal categorização. Em seguida, os grupos expuseram um ao outro a forma como tinham categorizado as resoluções.

Tarefa Formativa 9: No final dessa reunião foi proposta a última tarefa formativa, que consistiu em responder verbalmente a algumas perguntas da pesquisadora com relação às tarefas anteriormente desenvolvidas. Com essas questões pretendíamos que os participantes expusessem suas concepções a respeito das ações desenvolvidas anteriormente e sobre suas experiências com o tema. Caracterizamos essa tarefa como uma conversa informal, com questões não estruturadas, com os futuros professores, na qual nem todos participaram efetivamente.

O quadro a seguir sintetiza as datas das reuniões, os participantes presentes em cada uma delas e as tarefas formativas desenvolvidas.

Data da reunião	**Participantes presentes**	**Tarefas formativas desenvolvidas**
16/6/2010	Leonardo, Damaris, Daniele, Marcelo, Renata, Sheila, Tadasi	Tarefa Formativa 1
10/7/2010	Leonardo, Damaris, Daniele, Marcelo, Renata, Sheila, Tadasi	Tarefas Formativas 2, 3, 4 e 5
15/7/2010	Leonardo, Damaris, Daniele, Marcelo, Renata, Sheila, Tadasi	Tarefas Formativas 6 e 7
16/7/2010	Leonardo, Damaris, Daniele, Renata, Sheila, Tadasi	Tarefas Formativas 8 e 9.

No desenvolvimento das tarefas formativas, os grupos eram divididos sempre com os mesmos integrantes. Assim, portanto, durante a análise caracterizamos os pequenos grupos como Grupo 1 e Grupo 2, e, quando nos referimos ao grupo como um todo, nomeamos de Grupo Geral.

3.4 Enfoque da Análise

Iniciamos a análise das informações à medida que elas foram obtidas, contudo, depois, em posse de todas as informações registradas no diário de campo, nas gravações e nos textos produzidos pelos sujeitos da pesquisa, nossa análise se tornou mais consistente.

Na busca de investigar o modo como os futuros professores participantes das reuniões semanais com professores formadores se envolveram na articulação de um empreendimento de aprender para se formar como professores, relemos atentamente o diário de campo, escutamos algumas gravações e, deste modo, obtivemos informações que nos permitiram inferir se o grupo investigado constituía ou não uma Comunidade de Prática.

Nesse processo, realizamos uma análise essencialmente descritiva e interpretativa dos elementos estruturantes de uma Comunidade de Prática presentes no grupo investigado, bem como das dimensões da prática que emergiram em função das ações dos participantes.

Com o objetivo de investigar os processos de negociação de significados ocorridos no desenvolvimento de tarefas formativas que envolvem caracterização e identificação de tipos de pensamento algébrico ocorridos no desenvolvimento das Tarefas Formativas 1 a 9, descritas anteriormente, nos apoiamos no material obtido durante realização das mesmas tarefas.

A partir das gravações, **transcrevemos** os diálogos entre os participantes, que ocorreram durante a realização das tarefas formativas (1 a 9). As transcrições foram **codificadas** em episódios que nos permitiram investigar a negociação de significados de conhecimentos sobre o pensamento algébrico. Em seguida, fizemos uma **síntese das codificações** na busca de destacar os principais tópicos relacionados ao pensamento algébrico. Por final, **analisamos as codificações** no sentido de explicitar os principais processos de negociação de significados em que se destacaram caracterizações sobre o pensamento algébrico, bem como os diferentes tipos de pensamento algébrico que emergiram.

Na descrição e análise, de acordo com o consentimento de todos os participantes, utilizamos seus nomes verdadeiros no início da transcrição das falas nas interações. Nas citações, indicamos à qual tarefa formativa nos referimos (da

Tarefa Formativa 1 até a Tarefa Formativa 9) e corrigimos erros de gramática, tais como erros de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem, entre outros, com o cuidado de manter o sentido da interação entre os participantes. Nos casos, contudo, em que as correções prejudicariam a compreensão do sentido da negociação, nesses casos mantivemos a fala original. Nas citações também explicitamos informações que indicaram momentos de silêncio, exaltação nas discussões, falas irônicas, aspectos emocionais, como risos ou espantos, etc., colocando entre parênteses essas informações no momento em que aconteceram na interação. Também indicamos por [...] as supressões de algumas partes das transcrições.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE

Neste capítulo descrevemos e analisamos o processo de constituição e de desenvolvimento de uma Comunidade de Prática decorrente da <u>Ação 1</u>[54] do projeto “Educação Matemática de Professores de Matemática”, e os processos de negociação de significados ocorridos no desenvolvimento de tarefas formativas que envolveram caracterizações do pensamento algébrico.

4.1 UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nosso convívio de, aproximadamente, um ano com o grupo investigado nas reuniões semanais na UEL (formada pelos futuros professores, o profissional recém-formado e os professores orientadores) nos permitiu conhecer a história de participação de cada integrante, bem como acompanhar as transformações que aconteceram no decorrer das atividades desenvolvidas.

---

[54] Reuniões de orientação que aconteciam semanalmente na UEL entre os futuros professores, o professor recém-formado e os professores orientadores da universidade.

Na medida em que nossos estudos sobre a Teoria Social da Aprendizagem avançavam, reconhecíamos o grupo como uma Comunidade de Prática, tal como proposta por Wenger (1998) e Wenger, McDermott e Snyder (2002). Por meio das ações dos participantes, durante as reuniões, e em decorrência do que foi produzido coletivamente, identificamos os três elementos fundamentais que estruturam essa Comunidade de Prática: domínio, comunidade e prática.

Ao descrever esses três elementos, nossa análise se sustenta nas dimensões da prática de uma comunidade que são caracterizadas por Wenger (1998) por:

- engajamento/compromisso mútuo;
- empreendimento articulado/conjunto;
- desenvolvimento de um repertório compartilhado.

Discutiremos a seguir de que modo o domínio é sustentado pelo repertório compartilhado. O engajamento/compromisso mútuo e o empreendimento articulado/conjunto serão explicitados na descrição da comunidade e da prática.

4.1.1 Domínio

Em nosso estudo reconhecemos a Educação Matemática e a formação de professores de Matemática como o domínio da comunidade investigada. Esse domínio definiu a identidade da comunidade como um espaço no qual os participantes puderam discutir questões de conteúdo matemático, de ordem didático-pedagógica, de currículo, bem como as dificuldades enfrentadas na prática escolar no desenvolvimento das outras ações do projeto (Ações 1 e 3).

Nessa Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática, o domínio não foi constituído por um conjunto fixo de problemas (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002), pois foi se adequando em função dos problemas enfrentados pelos participantes, de novas ideias que emergiram em decorrência das atividades desenvolvidas, do reconhecimento de diferentes perspectivas de ensino e concepções sobre conceitos matemáticos, na busca de se formar como professor de Matemática.

O domínio em uma comunidade é sustentado por um repertório compartilhado, interpretado e reconhecido na prática dessa comunidade.

O repertório compartilhado, que destacamos na prática da comunidade investigada, incluiu aspectos reificadores e de participação, quais sejam: *rotinas, conceitos matemáticos e pedagógicos, histórias experienciadas nas oficinas, discursos conjuntos, impressões sobre processos de ensino* e *relatos*.

Nas reuniões do grupo, que aconteciam uma vez por semana, os futuros professores faziam um relato do desenvolvimento das oficinas, nomeadamente sobre como as propostas planejadas foram implementadas, a frequência dos alunos, e os problemas decorrentes dessa ação. Em seguida, o grupo realizava atividades variadas que incluíam planejamento das oficinas, discussões de conteúdos ou outras atividades propostas em função de alguma necessidade do grupo (como, por exemplo, discutir sobre a escrita de artigos que seriam enviados a algum evento). Um participante sempre ficava responsável por registrar as ações desenvolvidas na reunião em um caderno de memórias. Essa estrutura de trabalho formou *rotinas* que constituíram parte do repertório compartilhado dessa comunidade.

Os *conceitos matemáticos e pedagógicos* reificados por essa Comunidade de Prática estão incluídos no repertório compartilhado. Grande parte das tarefas formativas desenvolvidas possibilitou a negociação de significados sobre conteúdos matemáticos e o modo como eles se tornam conteúdos de ensino. No preparo de material para Oficinas Temáticas podemos citar as frações, os números decimais e as quatro operações; e, no preparo de material para oficinas investigativas, conteúdos diversos, tais como análise combinatória, probabilidade, área, perímetro, sequências e equações.

Durante o preparo das Oficinas Temáticas que envolveram o tema "Fração", por exemplo, os participantes se organizaram para criar um plano de aula que contemplasse as diferentes ideias associadas às frações (relação parte-todo, razão, operador e quociente), assim como as operações com frações e suas diferentes representações. Nesse trabalho tivemos como principal material de apoio o Fascículo 4 do projeto "Pró Letramento de Matemática"[55]. As decisões com relação

[55] Material disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf>.

à quais materiais e problemas seriam utilizados nas oficinas aconteceram por meio de negociações durante as reuniões desse grupo.

Com relação ao tema “Quatro Operações”, foram negociadas diferentes formas de dar significados aos algoritmos de adição, de subtração, de multiplicação e de divisão. Um dos pontos de enfoque dessas discussões se referiu ao modo de utilizar determinados termos durante as explicações nas oficinas. Quando os coordenadores propuseram aos outros participantes que investigassem formas de ensinar tais algoritmos durante as oficinas, alguns termos utilizados com frequência pelos participantes não eram adequados, pois sugeriam uma ideia diferente do que realmente estava sendo feito no processo da resolução do algoritmo, como, por exemplo, na subtração, a utilização dos termos “cortar” e “emprestar” ao invés do termo “trocar” - “*trocamos uma dezena por dez unidades*”.

Na preparação das Oficinas Investigativas diversas reificações de conceitos e de ideias matemáticas foram identificadas, incluindo definições e caracterizações sobre o pensamento algébrico, que, em nosso trabalho, foram discutidas com mais detalhes no item 4.2. Tais reificações aconteciam, geralmente, a partir da discussão de um problema, que era levado ou elaborado pelos participantes, ou por meio de tarefas específicas propostas pelos professores orientadores. Reificações sobre a metodologia de Resolução de Problemas também ocorreram.

No decorrer das tarefas desenvolvidas na comunidade, os participantes relataram *histórias experienciadas nas oficinas* realizadas nas escolas. Foram compartilhadas dificuldades decorrentes da prática nas oficinas e, assim, discutidas maneiras de se instrumentalizar para lidar com situações similares. Por exemplo, na Oficina Temática de Números Decimais, a primeira tarefa consistia em medir a estatura dos alunos utilizando barbante e, depois, calcular a média do grupo. Dois futuros professores relataram que, quando iniciaram o trabalho em uma das turmas, perceberam que a tarefa estava muito fácil e, por isso, não atraiu a atenção dos alunos. Diante desse fato, a tarefa sofreu uma mudança: os alunos agora deveriam medir objetos e realizar conversões das medidas. Essa foi uma maneira encontrada para tornar a oficina mais atrativa para os alunos. Situações imprevistas como essa aconteceram em diversos outros momentos e nem sempre a reação dos participantes durante a prática de ensino das oficinas foi imediata, como nesse caso.

Na Ação 1, eles relatavam o que havia acontecido e negociavam alguma forma para lidar com tais situações.

Os relatos também incluíram histórias de sucesso do trabalho realizado. Muitas vezes isso foi evidenciado pelos professores dos colégios na ação do Trabalho Colaborativo (Ação 2) e em conversas informais, ou então pelos próprios futuros professores, quando descreviam as mudanças ocorridas nas formas de participação dos alunos nas oficinas, demonstrando posturas mais críticas diante das tarefas propostas e encaminhadas por eles.

As relações mútuas dos participantes na prática da comunidade de formação de professores possibilitaram *discursos conjuntos* que sustentaram a identidade do grupo. Fizeram parte desses discursos as condições impostas pelas regras e pelos limites do projeto. Os participantes deveriam cumprir uma determinada carga horária semanal, participando de todas as tarefas envolvidas com a pretensão de atender aos objetivos propostos pelo projeto. O discurso conjunto incluiu também as diferentes formas de realizar as tarefas e negociar significados, e o reconhecimento das formas de participação dos membros.

Em alguns momentos das discussões, as *impressões sobre processos de ensino* foram explicitadas pelos participantes e constituíram o repertório compartilhado. O grupo já estava familiarizado com a metodologia de Resolução de Problemas, que foi a mais usada nas oficinas, no entanto os participantes também trabalharam com Jogos, e poucas vezes com Atividades de Investigação. Quando discutiam um texto ou relatavam impressões sobre os processos de ensino dos professores nas escolas, os participantes apontavam que esses, muitas vezes, não adotavam as metodologias mencionadas, por exigirem mais tempo e mais trabalho nas aulas. Na comunidade, os membros concordavam sobre o fato de que o ensino não deveria seguir o modelo tradicional, pois os alunos deveriam participar ativamente nas aulas, e os professores deveriam questionar e conduzir a ação dos alunos, assim como faziam nas oficinas que ministravam.

O trabalho desenvolvido pelos participantes também foi disseminado por meio de *relatos* de experiências vividas nas diferentes ações do projeto, por meio de trabalhos apresentados em eventos.

Em uma das reuniões, os membros se mostraram interessados em participar do 4º CEBEU – Congresso Brasileiro de Extensão Universitária em Dourados – MS. Foram escritos relatos de experiência com a ajuda de todos do grupo. Alguns membros participaram do evento, sendo que um deles ficou responsável pelas apresentações orais. Cada dupla que ministrava as oficinas escreveu um artigo envolvendo experiências de ensino decorrentes da prática. Os professores da universidade ficaram responsáveis pela leitura final e pela correção dos textos. As discussões de tais experiências, assim como do processo de escrita dos artigos, ocorreram nas reuniões de orientação (**Ação 1**).

Além desse congresso, os participantes se encarregaram de divulgar o projeto em outros eventos, quais sejam: no III Salão de Extensão da UEL e na Semana da Matemática da UEL, por meio de apresentação oral, e no III Encontro de Ciência e Tecnologia do Paraná “Ano da França no Brasil”, por meio de apresentação em pôster, todos na cidade de Londrina. Os futuros professores e o professor recém-formado preparam as apresentações no PowerPoint e pôster expondo as ações e objetivos do projeto, assim como os resultados obtidos.

4.1.2 Comunidade

As pessoas participam em uma *comunidade* por se identificarem com um tópico (KRAINER, 2003) ou, com o domínio da *comunidade*. Uma *comunidade* é caracterizada por um grupo de pessoas que interagem, aprendem e desenvolvem um *compromisso mútuo* e um sentido de pertença ao grupo (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002).

Em nossa pesquisa, a *comunidade* foi constituída, na sua maioria, por futuros professores. Apesar de os motivos que levaram cada um a participar nessa ação do projeto serem distintos, o que os manteve conectados foi o *engajamento mútuo* na prática da comunidade, ou seja, o compromisso em negociar coletivamente empreendimentos na busca de se formarem como professores de Matemática.

As relações mútuas foram tanto harmoniosas como conflituosas. Podemos citar, como exemplo de uma relação de conflito, a postura recorrente de um dos participantes em criticar o enunciado de um problema[56] e tentar reescrevê-lo, enquanto os outros estavam preocupados em discutir o conteúdo que aquele problema envolvia e a forma como deveriam abordá-lo nas oficinas. Este exemplo corrobora a ideia de Wenger (1998), de que o *engajamento mútuo* não supõe homogeneidade.

As diferentes perspectivas dos participantes quanto à participação no grupo puderam ser evidenciadas em diversas situações[57] da prática, e criaram semelhanças e diferenças entre os membros. Ao acompanhar as reuniões, pudemos perceber diferentes formas de participação que definiram o *engajamento mútuo* dos membros. Alguns falavam mais, expondo ideias, sugestões e contestando aquilo com que não concordavam, enquanto outros se mantinham mais reservados. Todos, no entanto, se comprometeram na realização das tarefas propostas.

4.1.3 Prática

A *prática*, segundo Wenger, McDermott e Snyder (2002), “[...] é o conhecimento específico que a comunidade desenvolve, compartilha, e mantém” (p. 29). A *prática* é definida em função dos *empreendimentos articulados*, por meio do *compromisso mútuo* dos participantes.

Na comunidade investigada em nosso trabalho, a partir de propostas dos professores da universidade e da pesquisadora, os empreendimentos foram articulados no sentido de cumprir os objetivos principais do projeto para esta ação, mas também foram definidos e articulados pelos futuros professores em consequência das suas experiências nas práticas desta e das outras ações do projeto.

A prática da comunidade foi definida pela negociação de diferentes empreendimentos que descreveremos a seguir, nomeadamente na preparação e na organização de material didático para as Oficinas Temáticas e Investigativas; no

---

[56] Como as oficinas eram baseadas, principalmente, na metodologia de Resolução de Problemas, o grupo sempre resolvia e selecionava problemas para serem trabalhados nas duas oficinas.

[57] Essas relações poderão ser percebidas no item 4.2, no qual analisamos a negociação de

estudo e discussão de conceitos e conteúdos matemáticos, e a forma como estes se transformam em conteúdo de ensino; na negociação de maneiras de lidar com problemas que impediam o desenvolvimento das oficinas, e com as dificuldades decorrentes da prática pedagógica; e na responsabilidade de manter a comunidade.

Os membros da comunidade se engajaram na preparação e na organização de material didático para as Oficinas Temáticas: foram criados planos de aula direcionados a essas oficinas com temas específicos sugeridos pelos professores dos colégios envolvidos, tais como, frações, números decimais e as quatro operações. Foi escrito um plano de aula para cada um desses temas, plano contendo tarefas constituídas por problemas, jogos, material manipulável, dentre outros.

Da mesma forma, a comunidade se engajou em preparar e em organizar material didático para as Oficinas Investigativas. Na realização desse empreendimento os membros elaboraram ou selecionaram enunciados de problemas e depois os analisaram, fazendo alterações quando necessário. Eles os resolviam de diferentes formas, tentando "prever" estratégias a serem utilizadas pelos alunos. Isso lhes trazia certa segurança para a ação pedagógica. As principais fontes para a seleção de problemas foram a Olimpíada Brasileira de Matemática, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, a Prova Brasil, o PISA[58] e outras fontes, como livros didáticos e internet. Essas oficinas não tinham um tema específico, por isso foram abordados diferentes conteúdos.

Tanto no preparo das oficinas como em outras situações, os participantes se articularam no empreendimento de estudar e de discutir conceitos e conteúdos matemáticos, e a forma como estes se transformam em conteúdo de ensino. Para exemplificar, descrevemos, a seguir, um episódio no qual a comunidade se engajou mutuamente para definir possíveis formas de ensinar as quatro operações.

Os professores dos colégios anunciaram que seus alunos tinham dificuldades com as quatro operações. Desse modo, foi proposto que os futuros professores preparassem tarefas acerca desse conteúdo para trabalhar com os alunos nas oficinas temáticas. Na realização desse empreendimento foram

---

significados sobre o pensamento algébrico.

[58] Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Program for International Student Assessment).

discutidas diferentes maneiras de explorar os algoritmos. Dentre essas maneiras, foi negociada coletivamente a utilização de cédulas representativas de dinheiro (“dinheirinho”). O grupo considerou que esse era um bom recurso para mostrar as trocas entre as ordens de grandezas no sistema de numeração decimal. Em diversos momentos, situações como essa mostraram o compromisso mútuo dos participantes na realização de um empreendimento conjunto.

Os membros da comunidade também negociaram maneiras de lidar com problemas que impediam o desenvolvimento das oficinas. A falta ou frequência irregular de alunos nas oficinas foram motivos que levaram os participantes a se engajarem mutuamente na tentativa de resolver ou de minimizar esse problema. As maneiras implementadas foram: ir pessoalmente às salas de aula e divulgar as oficinas; confeccionar cartazes com desafios matemáticos para atrair os alunos; pedir àqueles que freqüentavam as oficinas que convidassem outros colegas para participar; conversar com os professores e a direção das escolas para que mobilizassem seus alunos a participarem. Apesar de essas não serem formas explícitas na proposta inicial do projeto, foram maneiras locais criadas para dar continuidade as oficinas. Também foram negociadas formas de lidar com situações relacionadas à estrutura e à organização das escolas como, por exemplo, a falta de salas de aula para a realização das oficinas, o choque de horários das oficinas com outros projetos propostos para os mesmos alunos, a dispensa dos alunos no comparecimento à escola sem aviso prévio.

Na comunidade foram negociadas formas de lidar com as dificuldades decorrentes da prática pedagógica. Tais negociações envolveram a busca de alternativas para lidar com: a indisciplina dos alunos, dificuldades com a interpretação de textos e com o conteúdo de matemática por parte dos alunos, preparo de material didático para as oficinas que não se adequaram à faixa etária dos alunos, dentre outras.

A responsabilidade mútua de manter a comunidade de formação de professores de Matemática também constituiu um empreendimento conjunto. Na realização das tarefas, a fim de tornar o trabalho mais agradável, as relações entre os participantes foram, geralmente, respeitosas: eles ajudaram uns aos outros, esclareceram dúvidas de assuntos sobre os quais se sentiam mais seguros para falar, e propuseram novos questionamentos para estimular as discussões. Os participantes também negociaram formas de organizar o registro das memórias, a realização das tarefas e, até mesmo, os lanches dos intervalos. Além disso, os membros se preocuparam em divulgar o trabalho, por meio da produção de artigos, apresentação em eventos e, mais recentemente, cada um produzia um fascículo sobre um determinado conteúdo matemático, com o intuito de publicarem um livro. Os professores orientadores sugeriram alguns temas e cada participante ficou responsável por um desses temas, sendo orientado por um dos professores da universidade. A escrita do material deveria ter como formato os textos dos fascículos do “Pró Letramento de Matemática”, que tem uma estrutura orientada ao professor.

A partir da articulação desses empreendimentos foram criadas relações de responsabilidade mútua entre os membros da comunidade que não se manifestaram com conformidade, mas com capacidade de negociar ações de forma responsável para um empreendimento (WENGER, 1998, p. 82). As responsabilidades incluíram desde respeitar as normas e as regras estabelecidas pelo projeto, como participar de todas as ações e desenvolver as tarefas propostas, até definir empreendimentos conjuntamente (como descritos acima), que possibilitassem novas aprendizagens e novos conhecimentos para formar-se um professor de Matemática.

4.2 Negociações de Significados Sobre o Pensamento Algébrico

Neste item discutimos o processo de negociação de significados sobre o pensamento algébrico, a partir de tarefas específicas desenvolvidas na Comunidade de Prática investigada. Destacamos a participação e a reificação, uma vez que a negociação de significados supõe a interação desses dois processos (WENGER, 1998).

Para tanto, descrevemos como as tarefas foram propostas e desenvolvidas, na busca de identificar as diferentes formas de participação dos membros da comunidade e possíveis mudanças nelas, durante as interações nos pequenos grupos e na comunidade; e discutimos o que se tornou ponto de enfoque e foi reificado pelos participantes no processo de negociar significados sobre o pensamento algébrico.

4.2.1 Participação e Reificação nas Dimensões da Prática da Comunidade de Formação de Professores

A fim de responder a nossa pergunta de investigação (-- *Como* uma ação de formação inicial, no contexto do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática", colabora para aprendizagem de futuros professores?) investigamos a Ação 1 do projeto (reuniões de orientação), que consistiu em encontros semanais entre os futuros professores de Matemática, o professor recém-formado e os professores da UEL.

Apesar de os orientadores (professores da universidade), e eu[59], como pesquisadora, também pertencermos a essa Comunidade de Prática, os papéis que desempenhamos foram distintos do papel dos outros membros: os futuros professores e o recém-formado desenvolveram tarefas propostas pelos professores da universidade, que os orientaram durante o processo de resolução e, eu, na posição de pesquisadora, principalmente observei e registrei as interações dos participantes.

Ocorreu, no entanto, que sugestões de novos encaminhamentos para o trabalho desenvolvido na comunidade foram articulados pelos futuros professores e pelo recém-formado e eu e os professores da universidade também, por vezes, participamos da realização de algumas tarefas. Desse modo, as contribuições na prática dessa comunidade dependeram do engajamento mútuo de todos para o desenvolvimento de uma prática compartilhada.

Relatamos, a seguir, uma sequência de atividades desenvolvidas pelos membros da comunidade na Ação 1, com o objetivo explicitar as formas de participação e reificações do pensamento algébrico, decorrentes de algumas interações ocorridas nos pequenos grupos e na comunidade.

Com o propósito de cumprir os objetivos do projeto propostos para essa ação, reunimo-nos para mais um encontro em uma das salas de aula da UEL. Os futuros professores e o recém-formado ainda não sabiam, mas esse seria o primeiro, de quatro outros encontros, no qual iríamos sugerir tarefas específicas

---

[59] Em determinados momentos do texto foi necessário utilizar a primeira pessoa do singular, pois a pesquisadora e sua orientadora desempenharam diferentes papéis.

sobre o pensamento algébrico. Ao elaborar essas tarefas, nossa intenção foi proporcionar situações de discussão entre os participantes, na busca de descrever e de analisar o processo de negociação de significados sobre o pensamento algébrico.

Com a ressalva anterior, sobre os diferentes papéis desempenhados pelos membros dessa comunidade, pretendo evidenciar que, apesar de acompanhar e conduzir o desenvolvimento de todas as tarefas formativas, minha atuação durante essas quatro reuniões foi, principalmente, a de escutar e de registrar atentamente as falas e as expressões dos participantes, procurando interferir nas interações quando necessário.

A seguir, descrevemos, em ordem cronológica, a forma como as tarefas formativas foram apresentadas e desenvolvidas durante essas quatro reuniões. Destacamos três episódios nessa descrição, nos quais as negociações de significados sobre o pensamento algébrico foram mais intensas e nos possibilitaram identificar formas de participação dos membros, bem como discutir o que se tornou ponto de enfoque e foi reificado pelos membros.

Em determinados momentos, solicitamos que os participantes se dividissem em dois grupos para a realização das tarefas formativas. Leonardo (profissional recém-formado), Daniele, Marcelo e Renata, formaram o Grupo 1 (G1), e o Grupo 2 (G2) foi constituído por Damaris, Sheila e Tadasi. A composição dos dois grupos se manteve durante a realização das tarefas formativas.

Na primeira reunião, os participantes receberam a Tarefa Formativa 1 (Apêndice 2), constituída por 13 tarefas algébricas elaboradas pela pesquisadora e orientadora de acordo com a descrição de diferentes tipos de pensamento algébrico apresentados no referencial teórico do capítulo 2. Eles responderam individualmente às tarefas algébricas e, em alguns momentos, solicitaram minha ajuda para eventuais dúvidas relacionadas aos enunciados ou para fazer algum comentário que consideraram relevante.

Na segunda reunião, os participantes dividiram-se nos dois grupos (G1 e G2) e relataram aos seus colegas o modo como haviam pensado para resolver cada uma das tarefas algébricas da Tarefa Formativa 1.

Nessa ocasião acompanhei a discussão do G2 e foram registradas em áudio as discussões do G1. Apresentamos, a seguir, dois exemplos que evidenciam formas diferentes de justificar o processo de resolução.

Marcelo foi o primeiro a relatar detalhadamente sua resolução da tarefa algébrica 1 para os demais:

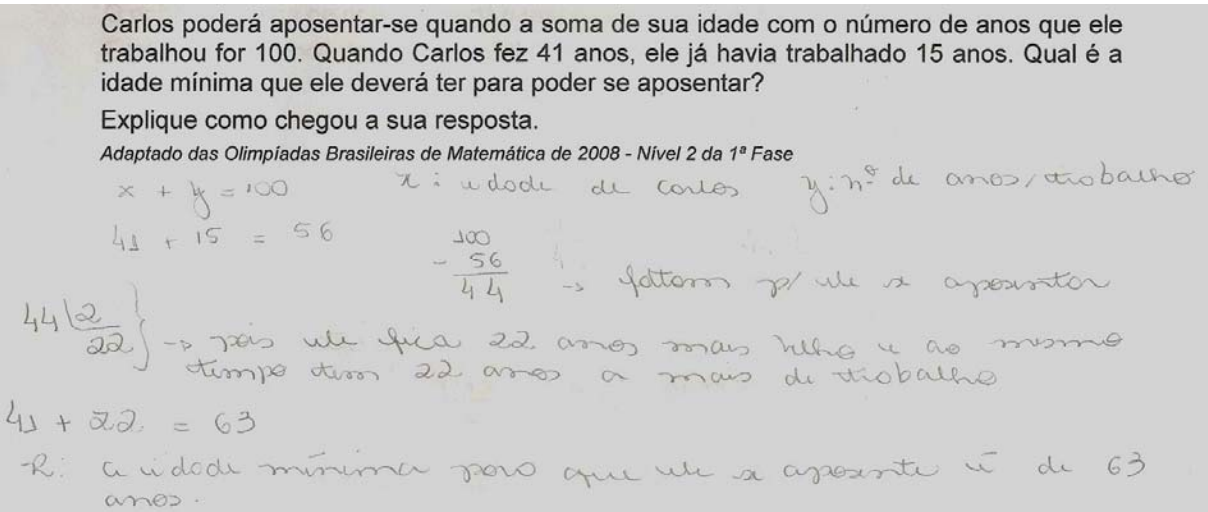
Marcelo: *Eu coloquei assim...*
Eu preciso falar a conta que eu fiz? Ou só explicar o que eu fiz?

Janaina: *Pode explicar.*

Marcelo: *Vou falar a conta.*
*Eu chamei de **x** a idade de Carlos e chamei de **y** o número de anos que ele trabalhou. Ficou **x** mais **y** é igual a 100.*
41 mais 15 é igual a 56.
Eu peguei 100 menos 56 e deu 44, que era a quantidade que faltava para ele se aposentar: 44 anos.
Eu peguei 44 e dividi por 2. Por quê? Pois ele fica 22 anos mais velho e, ao mesmo tempo, tem 22 anos a mais de trabalho.
Eu somei 41 mais 22, igual a 63. Então a idade mínima para ele se aposentar é 63 anos.

Nesse caso, a justificava apresentada ao grupo da resolução do participante (Figura 5) se aproximou bastante do registro escrito.

Figura 5 – Registro escrito da resolução de Marcelo da tarefa algébrica 1 da Tarefa Formativa 1.


Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

Explique como chegou a sua resposta.

Adaptado das Olimpíadas Brasileiras de Matemática de 2008 - Nível 2 da 1ª Fase

$x + y = 100$ x: idade de Carlos y: nº de anos/trabalho

$41 + 15 = 56$

$100 - 56 = 44$ -> faltam p/ ele se aposentar

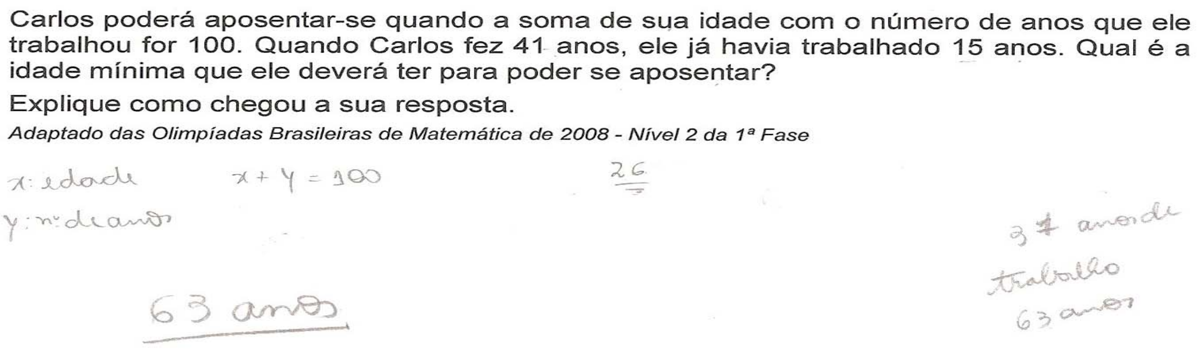
$44 \div 2 = 22$ -> pois ele fica 22 anos mais velho e ao mesmo tempo tem 22 anos a mais de trabalho

$41 + 22 = 63$

R: a idade mínima para que ele se aposente é de 63 anos.

Já a outra participante, Daniele, ao explicar o modo como resolveu a mesma tarefa algébrica, se expressou de uma forma muito diferente do que foi apresentado em seu registro escrito (Figura 6).

Figura 6 – Registro escrito da resolução de Daniele da tarefa algébrica 1 da Tarefa Formativa 1.



Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

Explique como chegou a sua resposta.

Adaptado das Olimpíadas Brasileiras de Matemática de 2008 - Nível 2 da 1ª Fase

x: idade

y: nº de anos

$x + y = 100$

26

37 anos de trabalho

63 anos

63 anos

Ela acrescentou várias informações relacionadas aos procedimentos utilizados que não estavam explícitas na sua escrita.

Daniele: *No começo eu ainda pensei e coloquei aqui: **x** igual à idade e **y** igual ao número de anos. Eu coloquei **x** mais **y** é igual a 100.*
*Eu pensei: vou montar um sistema. Só que eu não pensei em montar uma única equação. Eu pensei em um sistema. Eu sabia que **x** mais **y** é igual a 100. Eu pensei: como é que eu vou montar o outro?*

Marcelo: *(completando a fala de Daniele) A outra equação.*

Daniele: *A outra equação! Eu lembro que eu fiquei: mas e agora como é que eu vou montar a outra?*
Eu lembro que eu fui para as outras questões e depois eu voltei nessa. Depois eu vi que eu não precisava fazer uma equação, ou um sistema, alguma coisa assim. Estava aqui: então 41, quando ele fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Então o que eu fiz? Eu peguei quanto faltava para 100: 44. Eu também dividi por 2. Só que daí eu pensei: eu não posso colocar tudo isso: os 44, na idade dele. Porque, ao mesmo tempo que ele trabalha um ano, ele fica um ano mais velho do mesmo jeito, ao mesmo tempo. Eu coloquei, acrescentei então, 22 aqui no 41, e... Aqui eu também percebi, eu coloquei um 26 aqui, que com 41 anos, então ele já havia trabalhado 15 anos. Então ele tinha começado a trabalhar com 26. Eu só acrescentei: 22 com 15 que dá os 37 anos de trabalho. E o 41com 22 que vai dar os 63 anos.

Esse exemplo serviu para evidenciar que essa tarefa contribuiu para que os participantes pudessem conhecer resoluções diferentes das suas, bem como acrescentar, às suas próprias resoluções, justificativas que não estavam presentes no registro escrito. Essas explicações, posteriormente, contribuíram para a realização das outras tarefas formativas.

Nessa mesma reunião, os participantes responderam individualmente à pergunta: -- “O que você entende por pensamento algébrico?” (Tarefa Formativa 3). Em seguida, foi sugerido que eles discutissem suas respostas nos pequenos grupos G1 e G2 (Tarefa Formativa 4) para a apresentação das principais ideias na comunidade (Tarefa Formativa 5).

As discussões decorrentes das Tarefas Formativas 4 e 5 serão apresentadas a seguir, nos episódios 1, 2 e 3, que descrevem, respectivamente, as interações de G1, G2 e da comunidade, nas quais evidenciamos negociações de significados.

4.2.1.1 Episódio 1 - negociação de significados do grupo 1

No presente episódio descrevemos e analisamos as negociações de significados do G1. Assim como no outro grupo, os participantes tomaram como ponto de partida as respostas individuais da Tarefa Formativa 3 na articulação desse empreendimento.

As negociações de significados dos grupos foram diferentes em relação à realização da Tarefa Formativa 4. No G1 os participantes não só expuseram suas ideias aos outros colegas, como também argumentaram quando alguém do grupo discordava, e exigiram explicações dos outros, não apenas concordando com os discursos. Essa característica evidenciou um engajamento mútuo mais intenso do que no G2, conforme apresentado no próximo item (4.2.1.2 Episódio 2 - Negociação de significados do Grupo 2).

No G1, enquanto Marcelo propôs questões sobre a distinção entre Aritmética e Álgebra presentes nas representações escritas (Tarefa Formativa 1), Leonardo, Daniele e Renata estavam mais preocupados em explicar que somente o registro escrito não era suficiente para definir o pensamento envolvido na resolução de um problema.

A participação de Marcelo na articulação desse empreendimento foi diferente dos outros do grupo, talvez por ser o único que expressou não ter discutido o tema anteriormente. Logo no início, quando todos leram em voz alta suas respostas da Tarefa Formativa 3, apenas Marcelo recusou-se a ler com o argumento: “É que eu nunca tinha pensado nisso.”

Marcelo comportou-se como um recém-chegado no grupo, pois, a todo o momento, fazia perguntas aos colegas como se tivessem uma resposta “certa”, e se esforçava para entender o que os outros diziam. Esse fato ficou evidenciado em algumas de suas falas, como: *“Eu quero entender. Por isso que estou perguntando”.*

Sua participação foi intensa: ele expressou suas ideias e as defendeu quando os outros as questionaram, fez perguntas aos seus colegas, e sempre exigia justificavas coerentes para as respostas ou afirmações. Diante disso podemos concluir que a forma de relacionar-se com o desconhecido (pensamento algébrico) legitimou a periferia de sua participação. Marcelo teve uma trajetória de entrada, com a perspectiva de se tornar um participante pleno (WENGER, 1998).

A participação de Leonardo, Daniele e Renata foi intensificada pelo reconhecimento mútuo de seus discursos durante as interações. Essa é uma característica inerente à participação descrita por Wenger (1998). Para o autor, a interação com outras pessoas possibilita reconhecer nos outros algo que é de nós mesmos, e isso está relacionado com nossa capacidade de negociar significados.

Por um lado, Marcelo propunha questionamentos para compreender as afirmações dos outros membros relacionadas ao pensamento algébrico e, por outro, Leonardo, geralmente se comportava como um membro experiente do grupo, tendo suas afirmações legitimadas por Daniele e Renata, e sempre questionava, principalmente, as ideias de Marcelo, mas esquivava-se de muitas perguntas por ele propostas.

O reconhecimento das respostas individuais da Tarefa Formativa 3 possibilitou que os participantes destacassem algumas caracterizações sobre o pensamento algébrico para negociar significados com os colegas do grupo.

A seguir, identificamos alguns tipos de pensamento algébrico abordados pelos participantes do G1, depois destacamos o que se tornou ponto de enfoque e foi reificado nas negociações de significados desse grupo durante a articulação do empreendimento.

Nas respostas individuais, o pensamento algébrico foi abordado como uma forma de pensar envolvida no processo de representar dados, estabelecer relações, e fazer abstrações durante a resolução de problemas ou determinadas situações:

Leonardo: *O pensamento algébrico está presente quando usamos representação para resolver problemas. Quais problemas? Pode ser em uma situação real ou não.*

Renata: *Identificar nas tarefas propostas os dados conhecidos e os dados que você precisa conhecer. Conseguir estabelecer relação ou relações entre os dados conhecidos e os dados a conhecer, sendo uma delas uma relação matemática.*

Daniele: *Penso que é quando fazemos abstrações. Muitas vezes representamos uma situação do cotidiano em uma linguagem matemática, acho que isso é um pensamento algébrico. Que é fazer abstrações, não é?*

Nas falas anteriores, os participantes descrevem que o pensamento algébrico é mobilizado quando utilizamos alguma linguagem para resolver problemas em diferentes contextos. Esse fato corrobora a noção de que o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento que pode manifestar-se de várias formas, não apenas no campo da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento, por meio de várias linguagens (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1993).

Os participantes do grupo também evidenciaram que o pensamento algébrico é usado em situações que envolvem padrões e regularidades:

Leonardo: *O pensamento algébrico está associado com a busca de regularidades e padrões.*

Renata: *Reconhecer padrões e regularidades em figuras ou sequências numéricas.*

Daniele: *Eu penso que está relacionado com padrão, regularidade. Fazer uma previsão.*

As caracterizações acima estão relacionadas à definição de pensamento funcional, destacado como um tipo de pensamento algébrico por Blanton e Kaput (2005). Esse tipo de pensamento é mobilizado em situações nas quais os alunos identificam e descrevem padrões numéricos e geométricos, e também preveem situações desconhecidas a partir de dados conhecidos.

A ideia de generalização de regularidades, associada ao pensamento funcional, também foi evidenciada pelos participantes desse grupo. Daniele, em uma de suas explicações, dá um exemplo fora do contexto matemático:

Daniele: *O pensamento algébrico é importante, pois encontramos em muitos problemas que resolvemos e também em nossa realidade. Eu dei um exemplo: quando determinam um tratamento para uma determinada doença, ou seja, encontram uma regra e, a partir dessa regra, eles fazem previsões. Não é verdade?*
Por exemplo, o câncer. Não tem uma cura, porque não tem uma regra. Cada pessoa... Se tivesse uma regra.
Por exemplo: você está com um câncer em algum lugar, então se eles soubessem como que ia acontecer esse câncer, para todas as pessoas, então...

Leonardo: *(Complementa sua fala) Podia tomar uma medicação para inibir.*

Daniele: *Isso! Aconteceu isso com você. Então, a partir disso, aconteceu uma regra. Eu sei que o próximo passo da doença é acontecer isso, mas a gente sabe que não é assim. Cada pessoa é um caso, então não tem uma regra. Já outras doenças têm regras, então dá pra fazer previsões, tratamentos e encontrar a cura.*

Ao considerar uma situação no contexto fora da matemática, Daniele apresentou um exemplo no qual é necessário descrever uma regra para fazer previsões. Nesse exemplo não é, no entanto, possível estabelecer uma generalização matemática, distanciando-se assim do significado do pensar algébrico, pois o pensamento algébrico está relacionado ao processo de generalizar por meio de uma descrição matemática (independente da linguagem utilizada), mesmo que se trate de uma situação em um contexto fora da matemática.

Blanton e Kaput (2005) argumentam que o pensamento algébrico é um processo envolvido na generalização de ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, que são expressas pelo uso de linguagens cada vez mais formais.

No segundo exemplo, no qual evidenciamos a generalização de regularidades, Marcelo, ao ler sua produção individual da Tarefa Formativa 3, evidenciou a generalização matemática por meio da utilização de uma linguagem literal para descrevê-la. Ele sustentou os argumentos em seu conhecimento sobre álgebra para definir o pensamento algébrico:

Marcelo: *É que eu nunca tinha pensado nisso. Mas eu deduzi.*
Eu coloquei "Álgebra": é o estudo matemático que busca generalizar algumas situações, sendo introduzidas letras que representem números quaisquer em um dado conjunto.
Coloquei assim: pensamento: ato de pensar.
Logo, pensamento algébrico é pensar em uma dada situação a generalizando por meio de fórmulas ou expressões que contenham letras, representando algo desconhecido.
Na maioria dos problemas eu busco resolver algebricamente.

Essa fala incomodou os outros participantes, pois discordaram quanto à afirmação de que o pensamento algébrico era expresso exclusivamente por uma linguagem literal. Nesse momento, a negociação de significados organizou-se em torno do primeiro ponto de enfoque: o pensamento algébrico pode ser expresso por meio de várias linguagens. A seguir destacamos essa negociação.

Figura 7 – Registro escrito da resolução de Leonardo da tarefa algébrica 1 da Tarefa Formativa 1.

Marcelo: *Quis explicar que eu vejo a álgebra como quando você começa a generalizar algumas coisas. Então, você começa a introduzir a letra como algo desconhecido para generalizar uma situação. Então, por exemplo, você tem lá 2 = 1 + 1. Você poderia escrever isso como? Como a = b + c. Quem é* ***a*** *e quem é* ***b****?*

Leonardo: *Não é álgebra. É pensamento algébrico.*

Marcelo: *Então. Por isso que eu fiz isso. Fiz álgebra, o que eu pensava. O que eu entendia por álgebra.*
O que eu pensava por pensamento, e juntei.

Daniele: *Porque muitas vezes eu posso resolver um exercício e registrar só contas. Vamos supor, eu olho para aquilo que eu fiz, só tem aquele monte de contas. Então eu penso: essa resolução não é algébrica. Alguém pode pensar.*
Só que eu posso ter tido um pensamento algébrico para resolver, mas não ter colocado letras aqui. Mas meu pensamento foi algébrico.

Leonardo: *Sabe aquelas continhas assim (desenha |||| |||| |||| em uma folha)? Para poder contar a tabuada? Isso aqui pode ter um pensamento algébrico. Porque o pensamento está embutido, a gente tem que entrevistar a pessoa para saber o que levou ela a fazer.*

Renata: *Ela precisa estabelecer um padrão para chegar à resposta.*

Leonardo: *Porque, às vezes, tem um problema lá: Pedro tem 25 maçãs e comeu 2 e não sei o que. Aparece o número 25 e o 2. Mas ele (o aluno, ou a pessoa que está resolvendo) faz uma operação que aparece o número 13 somado com 16. Só que o 13 não está no problema, não é um dado imediato do problema. Esse 13 aqui foi originado, provavelmente, do pensamento algébrico que ele teve.*

Daniele: *Por exemplo. Marcelo, essa primeira questão aqui da tarefa (se referindo a tarefa algébrica 1 da Tarefa Formativa 1 - Apêndice 2). Se for analisar como você fez... Não olha: Eu fiz de um jeito*[60]*. Eu contei como eu pensei para resolver essa questão do homem que se aposentava, da idade. E quando o Leonardo contou (veja o registro de Leonardo na Figura 7), eu penso que meu pensamento e do Leonardo foi o mesmo para resolver essa questão aqui. No entanto, eu não fiz...*

Leonardo: *(Leonardo complementa sua fala) ela registrou coisas que parecem estar mais próximas de aritmética.*

Daniele: *Isso! Eu só registrei contas. Eu não fiz nenhuma equação. Porque poderia dizer: então teve uma resolução algébrica porque tem letra? Mas o pensamento foi o mesmo e o registro está diferente.*

A partir dessa situação destacamos a importância da dualidade dos processos de reificação e de participação à experiência de negociar significados. Quando Marcelo projetou (reificou) um significado em relação ao que entendia por pensamento algébrico, a intervenção e a interação (participação) dos outros membros possibilitou uma redefinição de sua afirmação.

No trecho anterior podemos evidenciar que Daniele, Leonardo e Renata pretendiam chamar a atenção para o fato de que o pensamento algébrico não requer, necessariamente, uma linguagem literal, mas também pode ser expresso por meio de números (ou operações com números) ou de outros símbolos (como no desenho de Leonardo), acrescentando novos elementos à definição inicial de Marcelo.

Na sequência, Marcelo tentou compreender o que os outros integrantes estavam considerando como pensamento algébrico e, para isso, propôs uma distinção entre o registro escrito e o pensamento envolvido em uma resolução. Na transcrição a seguir, os participantes não falaram de um exemplo específico das tarefas algébricas, apesar de terem feito comparações entre diferentes registros.

Marcelo: *Por exemplo: você resolveu por uma equação (falando para Leonardo), você resolveu algebricamente, certo?*

Daniele: *Mas o pensamento dele foi igual ao meu.*

Marcelo: *Não, mas vamos falar da escrita aqui: é algébrica. É álgebra. E a sua (se referindo à Daniele) foi aritmética. Você fez 17 - 13, não é?*

Leonardo: *Mas, na verdade, não... (Marcelo o interrompe).*

Marcelo: *Eu fiz 2x e não sei o que igual a tanto, por exemplo. Cheguei no resultado. Fiz algebricamente, não é? E você fez 13 menos 14 dividido por 5 mais não sei o que, sabe?*

Daniele: *Mas o pensamento não foi o mesmo?*

Marcelo: *Vamos falar só da escrita por enquanto, para eu entender. Porque eu não entendi.*

Leonardo: *Você quer dizer que quando estiver presente apenas arme e efetue é aritmético?*

Marcelo: *Não, calma. Vamos falar da escrita, depois a gente vai para a parte do pensamento, para ver se vocês conseguem me ensinar (é irônico nessa fala).*
É porque na parte escrita, se for só por equações, é algebricamente. E se fizer só 13 mais essas coisas assim (aqui quis dizer que só foram utilizados números e contas com números) é aritmeticamente, não é?
Agora, por exemplo, vamos ver se eu entendi.

---

[60] Veja o registro escrito da resolução de Daniela da questão 1 da Tarefa 1 na Figura 6 da p. 72.

Leonardo discorda.

Marcelo: *Porque que você discorda (falando para Leonardo)?*

Leonardo *Você está inferindo isso. Você está dizendo para ela (para Daniele) que é aritmética.*

Marcelo: *Por que, não é? Qual é a diferença da Aritmética para Álgebra?*

Daniele: *Mas o que eu quis dizer com esse exemplo... (Marcelo a interrompe).*

Marcelo: *Qual é a diferença? Eu vejo a aritmética como... Você só faz com número. Aritmética você não introduz letras. Na álgebra... A álgebra, sim.*

Marcelo assumiu que as representações escritas que envolvem somente números e operações numéricas são aritméticas e aquelas que envolvem letras são algébricas, tentando definir diferenças entre a álgebra e a aritmética (nas representações escritas).

Os outros integrantes do grupo concordaram que o pensamento algébrico podia estar envolvido em diferentes representações que não fossem, necessariamente, expressas por meio de uma linguagem literal, mas não assumiram uma postura em relação à linguagem aritmética e algébrica e não legitimaram a fala de Marcelo.

Depois de falar das representações escritas, Marcelo mudou suas perguntas, para falar sobre o "pensamento" envolvido em uma resolução. Sua intenção agora era discutir "*a parte do pensamento".*

Marcelo: *Até aqui tudo bem. Agora, vamos partir para o que levou você a fazer isso (o registro). O que levou você a fazer isso foi o pensamento algébrico? Em qualquer caso, independente?*

Daniele: *Se qualquer pensamento é algébrico?*

Marcelo: *Não. O que levou você a resolver aritmeticamente foi um pensamento algébrico? Porque antes de resolver você teve que pensar. Esse pensamento é algébrico?*

Como os participantes disseram que uma linguagem não literal poderia mobilizar o pensamento algébrico, Marcelo, no trecho anterior, perguntou aos colegas se, quando registramos apenas números e operações com números para resolver um problema (o que ele chamou de *"resolver aritmeticamente"*), necessariamente mobilizamos um pensamento algébrico. Nesse momento, o foco da discussão mudou: foram negociados significados sobre a forma como o pensamento algébrico poderia ser identificado em determinadas situações.

Leonardo:	*Depende do contexto. Aqui tem o enunciado (se referindo ainda à tarefa algébrica 1 da Tarefa Formativa 1). É uma situação-problema. Mas se o problema que eu te dou é... O que as pessoas chamam de exercício: resolva 10-2. Não tem um enunciado próprio para isso.*
Marcelo	*8.*
Leonardo:	*Então você resolveu. É 8. E seu pensamento? Você vai querer falar que é aritmético?*
Marcelo:	*Meu pensamento foi algébrico, mas a minha representação, não?*
Renata:	*A resolução, não.*
Marcelo:	*É isso?*
Leonardo	*Não. Tem casos e casos.*
Renata:	*Tem casos e casos. Você pode pensar só algebricamente ou pensar aritmeticamente.*
Marcelo:	*Por exemplo, se eu pensei para resolver isso aqui (10-2), eu pensei algebricamente, mas na hora que eu coloquei 8 e resolvi essa conta, não foi algebricamente?*
Renata:	*Você pensou nas duas coisas.*
Marcelo:	*Não. Estou falando na escrita.*
Renata:	*Na escrita? Se olhar só a escrita é pouco. Não tem como saber o pensamento.*
[...]	
Daniele:	*Você pode até falar: Eu acho que é isso. Você pode até deduzir alguma coisa, mas ter certeza, você nunca vai ter. A menos que você conversasse (com quem fez o registro).*

Marcelo manteve-se em uma trajetória de entrada, fazendo perguntas e instigando os colegas. Renata se contradisse em suas explicações, pois primeiro concordou com a afirmação de Marcelo de que o pensamento para resolver a conta 10-2 foi algébrico, mas a resolução não; depois afirmou que, ao resolver a conta, Marcelo *"pensou nas duas coisas"*.

A postura de Renata nessa negociação refletiu insegurança em relação ao que estava entendendo por pensar algebricamente. Nas interações, Leonardo e Daniele também pareciam inseguros em descrever de forma mais consistente o pensamento algébrico.

Apesar de os três concordarem que a representação escrita não era suficiente para afirmar se a resolução de um problema ou situação mobilizou o pensamento algébrico, eles não definiram de que forma o pensamento algébrico pode estar envolvido em situações em que a linguagem literal não aparece. Por exemplo, como o pensamento algébrico pode ser mobilizado na resolução da conta 10-2 (exemplo do Leonardo)?

Depois da discussão, os participantes se engajam em definir uma resposta comum sobre o que entendiam sobre o pensamento algébrico, para que, posteriormente, fosse apresentada para o outro grupo (Tarefa Formativa 5). Essa discussão foi desencadeada pela releitura da produção escrita de Renata na Tarefa Formativa 3, na qual ela descreveu o pensamento algébrico como processo de identificar, em uma tarefa proposta, os dados conhecidos e o que vocês precisam conhecer. Marcelo propôs uma pergunta em função da afirmação de Renata.

Na ocasião, a negociação de significados concentrou-se em definir relações entre pensar algebricamente e fazer abstrações. O diálogo a seguir marcou o início da negociação.

Marcelo: *Só o ato de você pensar o que você precisa encontrar (em um problema) já é um pensamento algébrico?*

Renata: *É uma abstração.*

Daniele: *É uma abstração. [...] Você está representando um problema da realidade para uma linguagem matemática, alguma coisa assim.*

Nesse momento Marcelo perguntou sobre a diferença entre abstração e pensamento algébrico. Daniele afirmou não saber, mas disse que as duas coisas estão relacionadas.

Daniele: *Qual que é a diferença? Não sei. Na minha resposta coloquei que abstração tem a ver com pensamento algébrico.*

Logo depois, Daniele e Renata providenciaram explicações para o que entendiam por abstração:

Marcelo: *Mas o que é abstrair? Abstração?*

Renata: *Você conseguir relacionar, por exemplo, com o enunciado (de um problema). Alguns conseguem estabelecer uma relação e conseguem fazer uma equação.*

Marcelo: *Então isso é uma abstração?*

Daniele: *Ou então alguma coisa como uma modelagem matemática, que representa um problema da realidade. Você encontra um modelo que representa aquilo ali.*

Marcelo: *Uma regularidade.*

Ao descrever o que entendiam por "abstrair", Renata e Daniele descreveram elementos característicos do pensamento algébrico: tentar expressar (*"estabelecer uma relação"*) ou modelar (*"você encontra um modelo"*) uma situação problema que envolva a ideia de generalização.

No final da discussão, Marcelo continuou insistindo em perguntar a diferença entre pensar algebricamente e abstrair. Daniele falou que não sabia e revelou ter dúvidas sobre a definição de pensamento algébrico.

Daniele: *[...] sou uma pessoa cheia de dúvidas sobre isso. Eu não tenho uma definição (sobre o pensamento algébrico).*

Depois, ela acrescentou que não há uma definição exata para o pensamento algébrico.

Daniele: *Esse negócio da definição. Eu ouvi dizer que não tem uma definição...*

Renata: *(completa a fala de Daniele) Pronta e acabada.*

Essa afirmação explica porque ela, assim como Leonardo e Renata, em muitos momentos, nos quais Marcelo tentava descrever ou definir algumas características do pensamento algébrico, não decidiram por uma definição ou caracterização mais consistente.

O engajamento mútuo dos participantes nesse grupo possibilitou um repertório compartilhado na prática de negociar significados sobre o pensamento algébrico. O repertório incluiu reificações dobre o tema, e também a história de engajamento dos membros, marcando diferentes formas de afiliação: Marcelo foi reconhecido por sempre questionar as afirmações dos outros enquanto Leonardo, Daniele e Renata foram reconhecidos por sempre providenciarem explicações para suas perguntas.

Algumas reificações que compuseram o repertório compartilhado estão apresentadas no quadro 1.

Quadro 1 – Frases que evidenciam reificações durante a negociação de significados do G1 sobre o pensamento algébrico na realização da Tarefa Formativa 4.

O que foi reificado	Frases que evidenciaram as reificações		
O pensamento algébrico é mobilizado quando resolvemos problemas ou tarefas em diferentes contextos.	*"O pensamento algébrico está presente quando usamos representação para resolver problemas. Quais problemas?*	*"Identificar nas tarefas propostas os dados conhecidos e os dados que você precisa conhecer. Conseguir estabelecer relação*	*"Penso que é quando fazemos abstrações. Muitas vezes representamos uma situação do cotidiano em uma linguagem matemática, acho que*

	Pode ser em uma situação real ou não."	*ou relações entre os dados conhecidos e os dados a conhecer, sendo uma delas uma relação matemática.*	*isso é um pensamento algébrico"*
Pensar algebricamente está associado a situações que envolvem padrões e regularidades.	*"O pensamento algébrico está associado com a busca de regularidades e padrões"*	*"Reconhecer padrões e regularidades em figuras ou sequências numéricas."*	*"Eu penso que está relacionado com padrão, regularidade. Fazer uma previsão."*
O pensamento algébrico está associado à generalização de regularidades.	*"O pensamento algébrico é importante, pois encontramos em muitos problemas que resolvemos e também em nossa realidade. Eu dei um exemplo: quando determinam um tratamento para uma determinada doença, ou seja, encontram uma regra e, a partir dessa regra, eles fazem previsões. Não é verdade? Por exemplo, o câncer. Não tem uma cura, porque não tem uma regra. Cada pessoa... Se tivesse uma regra."*		*"[...] pensamento algébrico é pensar em uma dada situação a generalizando por meio de fórmulas ou expressões que contenham letras, representando algo desconhecido"*
O pensamento algébrico pode ser expresso por meio de várias linguagens.	*"[...] você começa a introduzir a letra como algo desconhecido para generalizar uma situação."*	*"Sabe aquelas continhas assim? (desenha |||| |||| |||| em uma folha)? Para poder contar a tabuada? Isso aqui pode ter um pensamento algébrico."*	
	"Porque muitas vezes eu posso resolver um exercício e registrar só contas. [...] Só que eu posso ter tido um pensamento algébrico para resolver, mas não ter colocado letras aqui. Mas meu pensamento foi algébrico."		*"[...] ela registrou coisas que parecem estar mais próximas de aritmética"*
A representação escrita não é suficiente para afirmar se uma resolução de um problema ou situação mobilizou o pensamento algébrico	*"Se olhar só a escrita é pouco. Não tem como saber o pensamento."*	*"Você pode até falar: Eu acho que é isso. Você pode até deduzir alguma coisa, mas ter certeza, você nunca vai ter. A menos que você conversasse (com quem fez o registro)".*	
Pensar algebricamente está relacionado a fazer abstrações, criar um modelo ou representar uma citação.	*"É uma abstração. [...] Você está representando um problema da realidade para uma linguagem matemática, alguma coisa assim."*	*"Você conseguir relacionar, por exemplo, com o enunciado (de um problema). Alguns conseguem estabelecer uma relação e conseguem fazer uma equação"*	*"Ou então alguma coisa como uma modelagem matemática, que representa um problema da realidade. Você encontra um modelo que representa aquilo ali."*

4.2.1.2 Episódio 2 – negociação de significados do grupo 2

Os participantes do G2 se engajaram mutuamente para definir uma caracterização do pensamento algébrico a partir de seus conhecimentos. O compromisso na realização da tarefa envolveu diferentes **formas de participação** dos membros. Damaris se comportou como líder, uma vez que encaminhou a dinâmica da discussão e teve seu discurso legitimado pelos outros participantes, talvez por ter evidenciado que já havia discutido o tema em outro projeto do qual participava. Sheila se esforçou para definir alguma caracterização mais precisa do pensamento algébrico a partir das ideias de Damaris, e Tadasi conformou-se passivamente com Sheila e Damaris, demonstrando pouco engajamento no desenvolvimento da tarefa.

Desse modo, o engajamento mútuo na prática mostrou a legitimidade da periferia em dois extremos (LAVE; WENGER, 1991). Por um lado, a participação de Damaris teve o caráter de periferia legitimado, por meio de uma participação intensa, caracterizada pela iniciativa em realizar a tarefa, ao expressar e defender suas ideias, imprimindo, assim, certo poder em seu discurso. Por outro lado, a participação de Tadasi manteve-se periférica, de modo que sua posição pacífica de concordar com a fala das outras integrantes, sem expressar muito suas ideias, limitou o acesso a uma participação plena e caracterizou uma trajetória periférica (WENGER, 1998).

Foi possível identificar negociação de significados entre todos os participantes com relação ao que entendiam por pensamento algébrico, de modo que as formas de participação, mais ou menos inclusivas, foram legítimas. O engajamento mútuo possibilitou aos futuros professores um processo constante de (re)negociação de significados sobre características do pensamento algébrico.

Na articulação do empreendimento, a partir da leitura das respostas individuais, Sheila disse:

Sheila: *Um pensamento algébrico acredito que pode ser quando aplicamos a matemática para se resolver alguns problemas, como por exemplo, para saber a velocidade de um homem que faz um certo percurso em um determinado tempo.*

Tadasi definiu o pensamento algébrico como quando deduzimos padrões e regularidades em determinados problemas e o associou ao "*pensamento envolvido por trás de resoluções de problemas diversos*".

Damaris abordou o pensamento algébrico de forma generalizada, associando-o a qualquer situação quando, por exemplo, no início de sua fala, afirmou que não conseguia se deparar com uma dada situação e resolvê-la sem pensar algebricamente.

As impressões iniciais dos participantes demonstraram que eles associaram o pensamento algébrico essencialmente a um processo de resolver problemas dentro ou fora da matemática.

Essa caracterização se tornou, porém, muito generalizada quando Damaris continuou seu discurso e deu alguns exemplos:

Damaris: *Você não consegue pensar um quadrado? Um quadrado de 12 por 12, ou um retângulo 12 por 8. Você consegue imaginar um lado menor, um lado (maior).*
Isso para mim já é pensar algebricamente.

[...]

Damaris: *Se eu falar para você: 1895 mais 5 milhões e quinhentos.*
Você não chuta um número. Você para e pensa. Nesse momento em que você para e pensa, você está pensando algebricamente. Para mim. Não sei se vocês concordam.

No primeiro exemplo, Damaris parece insinuar que "imaginar" uma figura geométrica implica pensar algebricamente e, no segundo, sugere que só o fato de "parar e pensar" significa pensar algebricamente.

Desse modo, parecia abordar o pensamento algébrico como "uma forma de pensar" envolvida, praticamente, qualquer situação dentro da matemática.

O grupo legitimou sua fala, escutou atentamente a líder e concordou com suas afirmações.

Nesse momento inicial da negociação de significados, o pensamento algébrico como um processo de resolver problemas foi reificado pelo grupo como "uma forma de pensar", principalmente para resolver qualquer situação dentro da matemática, seja para resolver uma conta de adição, um problema de tentativa e erro, imaginar uma figura geométrica, ou em qualquer outra situação. E, assim, essa reificação foi constituída como um reflexo da prática dessa comunidade, uma extensão dos significados negociados (WENGER, 1998).

O foco da discussão mudou quando Damaris fez a seguinte afirmação:

> Damaris: *[...] não é apenas um problema ter **x**, **y**. Eu não acho que apenas se tiver **x** é álgebra. Não. Claro que se tiver **x** é algébrico, agora se tiver... Se você conseguir colocar uma regra, um padrão... Que nem aqueles problemas que a gente resolveu das figuras, sabe? Que vai aumentando? Tem um padrão (ali), não tem?*

Com essa colocação, Damaris apresentou uma percepção sobre a álgebra diferente daquela presente na tradição escolar, que coloca linguagem literal no centro do ensino de álgebra. Além disso, ela associou o pensamento algébrico ao reconhecimento de padrões e de regularidades. Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) consideram a "percepção de regularidades" como um elemento caracterizador do pensamento algébrico, e Kaput (1999) destaca a "generalização e formalização de padrões e restrições" como um tipo de pensamento algébrico.

Nesse momento, a negociação de significados se organizou em torno de outro ponto de enfoque: definir se problemas que envolvem padrões e regularidades possibilitavam a mobilização do pensamento algébrico. Sheila e Tadasi tentaram criar uma definição mais precisa a partir da afirmação anterior de Damaris:

Sheila: *Quando existe um padrão existe um pensamento algébrico, mas não vice-versa?*

Tadasi: *Não.*

Sheila: *Um pensamento algébrico... (é interrompida por Damaris)*

Damaris: *Não sei. Eu não sei. Isso eu não sei te falar.*

Sheila: *Então quer dizer assim: quando existe um padrão, existe um pensamento algébrico. Porém (Tadasi fala junto com ela) um pensamento algébrico não quer dizer que existe um padrão.*

Damaris: *Isso eu não posso te responder. Isso eu não sei.*

Enquanto Sheila e Tadasi insistiam em descrever uma característica específica do pensamento algébrico, Damaris parecia estar mais preocupada em mostrar que o pensamento algébrico não se restringia somente a problemas que envolviam padrões. Em seu discurso sempre evidenciava que o pensamento algébrico é usado em outras situações, que não somente naquelas expressas por uma linguagem simbólica.

Damaris: *Quando armamos a conta e efetuamos, pensamos: 8 unidades mais 3 unidades são 11 unidades, isto é, 1 dezena e 1 unidade. Ao pensar desta maneira estamos relacionando unidades, dezenas, centenas e assim por diante. Então usamos o pensamento algébrico. Para mim, quando estamos resolvendo um problema de tentativa e erro, damos um "chute" inicial. A partir desse "chute" validamos a conclusão e, assim, damos um novo "chute". Não colocamos dados à solta. Analisamos e, com isso, estamos usando o pensamento algébrico.*

Nessa ocasião, na qual Sheila e Tadasi tentavam convencer Damaris de que resolver problemas que envolvem padrões e regularidades possibilitava a mobilização do pensamento algébrico, ela insistia em dizer que o pensamento algébrico não se limitava a essa caracterização, e apresentou outro exemplo de um problema de tentativa e erro. Somente depois concordou com os colegas e entendeu que eles não estavam afirmando que pensar algebricamente era necessariamente pensar para resolver um problema que envolvia padrões, mas, sim, o contrário.

Damaris:	*(Por exemplo) Tem um balde de água que você tem que encher. O balde tem 10 litros. Você põe 7 litros. Não, você põe 8 litros. Vão faltar dois litros, não é? Você tem (outro) balde de 5 litros. Você não vai encher o balde até a boca! Você enche pela metade.* *Então você está pensando algebricamente. Você vai fazendo chute, uma estimativa.*
Sheila:	*Sim. Mas é isso que eu estou dizendo. Não é porque existe um pensamento algébrico que vai existir padrão.*
Damaris:	*Eu acho que não.*
Sheila:	*Não é?*
Tadasi:	*É.*
Damaris:	*Não sei. Eu não sei falar.*
Sheila:	*Porque existem coisas que não têm padrão e você pode pensar algebricamente. Entendeu?* *É isso que eu estou dizendo.*
Damaris:	*É verdade!*
Sheila:	*Assim: quando existe um padrão não tem como você fugir do pensamento algébrico, você entendeu?*
Damaris:	*Agora eu entendi.*

Essa caracterização do pensamento algébrico negociada pelos participantes se tornou uma reificação do grupo: foi dada uma forma a certa compreensão que, então, se converteu em um foco da negociação de significados (WENGER, 1998) durante o engajamento mútuo dos membros.

Desde o início da articulação desse empreendimento, o posicionamento de Damaris foi marcado por uma sensação de incerteza: num primeiro momento, quando abordou o tema de forma muito generalizada e, depois, quando apresentou certa resistência em estabelecer uma característica mais específica para o pensamento algébrico, junto aos seus colegas.

Essa incerteza pode ter sido um reflexo de seu envolvimento em outro projeto da universidade, no qual os participantes discutiram se determinados registros de resoluções de problemas eram algébricos ou não.

> Damaris: *No Projeto (outro projeto que participava), a gente está discutindo o que é álgebra. Então a gente pega várias resoluções de exercícios e a gente analisa se aquela resolução é algébrica. Tem toda aquela questão. Alguns classificam como algébrica, outros classificam como não algébrica.*

A partir dessa fala e de outras em discussões posteriores, Damaris apontou que, em tal grupo, as discussões nem sempre resultavam em conclusões ou definições sobre quais resoluções eram consideradas algébricas. Tal incerteza refletiu na experiência de renegociar significados sobre o que entendia por pensamento algébrico na realização dessa tarefa. Nesse sentido, evidenciamos um ponto característico inerente à participação, destacado por Wenger (1998), quando afirma que os efeitos de nossa experiência não se limitam a contextos específicos de participação, mas forma parte de quem somos, coloca a negociação de significado no contexto de nossas formas de afiliação a várias comunidades.

Depois da fala anterior de Damaris, relacionada ao outro projeto, Sheila pede um exemplo sobre a classificação que Damaris citou:

> Sheila: *Como, por exemplo?*
>
> Damaris: *Então. Tinha uma questão lá que o aluno apenas fazia uma conta. Uma professora falou assim: "Ele pensa aritmeticamente."*
> *Só que você não pode falar que ele resolveu aquilo ali pensando aritmeticamente, porque ele pode ter pensado: 8 unidades mais 3 unidades é uma dezena mais uma unidade. Essa forma de comparação já é algebricamente.*

Apesar de as reificações sobre o pensamento algébrico apresentadas anteriormente não abordarem especificamente o contexto de ensino, essa fala de Damaris supõe que tais reificações podem ser transferidas para esse contexto. Nesse sentido, reificar o pensamento algébrico na prática dessa comunidade mudou a experiência de se formar como professor e permitiu novos tipos de compreensão, formando, assim, um componente da identidade de ser professor de Matemática.

A partir da negociação de significados nesse grupo, foi constituído um repertório compartilhado que refletiu a história de participação e de significados reificados na prática desse grupo. Parafraseando Wenger (1998), foram produzimos significados que ampliaram, redirecionaram, rejeitaram, reinterpretaram, modificaram ou confirmaram as histórias de significado. Isso ficou evidente quando, no final da discussão, Sheila propôs mudar o que havia escrito inicialmente:

Sheila:	*(Lê em voz baixa o que havia escrito na Tarefa Formativa 1) Eu nunca tinha pensado nisso, porque como eu não sei o que é o pensamento algébrico, então eu acho que vou apagar.*
Damaris:	*Não, deixa assim.*
Sheila:	*Mas não é só quando aplicamos a matemática para resolver problemas, e sim como a maneira como pensamos.*
Damaris:	*Não. Mas isso... Quando você aplica a matemática, você também está fazendo pensamento algébrico.*
Sheila:	*Sim.*
Damaris:	*Não está errado.*
Sheila:	*Mas assim...*
Damaris:	*Você não colocou três pontinhos, etc.? Tem tudo isso e mais algumas coisas. Pode continuar então.*

Na fala seguinte, Sheila expressa que, a partir da negociação de significados, reinterpretou e ampliou os significados anteriores:

Sheila: *Como eu não sabia, quando você falou ficou mais claro para mim, entendeu?*
Porque não é só no papel e sim na... É mais através da mente. Do pensamento.

Damaris: *Olha: "pensamento"! É o que você pensa.*

Sheila: *A maneira de você pensar. Porque daí eu coloquei que a... Pode ser quando aplicamos a matemática para resolver problemas. Alguns problemas.*

O repertório compartilhado envolveu conceitos reificados e percepções sobre o conhecimento desenvolvido na prática desse grupo. No Quadro 2 destacamos frases que evidenciaram a participação dos membros e indicaram reificações durante a negociação de significados sobre o pensamento algébrico. Nossa intenção, com essa síntese, foi apresentar não só "o que" foi reificado, mas principalmente "como" o pensamento algébrico foi reificado pelos participantes na articulação desse empreendimento, que se organizou a partir de seus conhecimentos prévios.

Destacamos que o raciocínio algébrico, como pensamento funcional que inclui situações de generalização de padrões numéricos e geométricos para descrever relações funcionais (BLANTON; KAPUT, 2005), foi a caracterização principal reificada pelos futuros professores a partir da negociação de significados, quando definiram que as situações que envolvem padrões e regularidades exigem um pensamento algébrico para serem resolvidas.

A associação do pensamento algébrico à resolução de problemas de tentativa e erro e à resolução de contas de adição também foi reificada pelo grupo. Nesses casos, porém, as justificativas sobre a utilização do pensamento algébrico se tornaram mais sólidas depois que negociamos significados a partir da leitura de um texto que agregou à discussão fundamentos teóricos baseados na concepção de alguns autores.[61]

---

[61] Retomaremos esse ponto na descrição e análise do Episódio 3 no item 4.2.1.3.

Quadro 2 - Frases que evidenciam reificações durante a negociação de significados do G2 sobre o pensamento algébrico na realização da Tarefa Formativa 4.

O que foi reificado	**Frases que evidenciaram as reificações**	
Pensar sobre uma situação ou resolver qualquer tipo de problema implica pensar algebricamente.	*"Você não consegue pensar um quadrado? Um quadrado de 12 por 12. Ou um retângulo 12 por 8. Você consegue imaginar um lado menor, um lado (maior). Isso para mim já é pensar algebricamente."*	*"[...] se eu for falar desse jeito para você: 1895 mais 5 milhões quinhentos. Você não faz... Não chuta um número, você para e pensa. Esse momento que você parar e pensar, você está pensando algebricamente."*
	"Olha eu não sei, mas eu acho que todos os problemas que eu vejo hoje, eu acho que eu não consigo resolver por resolver, sem pensar algebricamente."	*"Quando você já põe no papel, é porque alguma coisa você pensou."*
O pensamento algébrico não está associado somente à linguagem literal.	*"[…] não é apenas um problema ter **x**, **y**. Eu não acho que apenas se tiver **x** é álgebra. Não. Claro que se tiver **x** é algébrico, agora se tiver... Se você conseguir colocar uma regra, um padrão... Que nem aqueles problemas que a gente resolveu das figuras, sabe? Que vai aumentando? Tem um padrão (ali), não tem?"*	
O pensamento algébrico está associado a padrões e regularidades.	*"Se você conseguir colocar uma regra, um padrão... Que nem aqueles problemas que a gente resolveu das figuras, sabe? Que vai aumentando? Tem um padrão (ali), não tem?"*	*"[...] se você tiver um problema que tenha um padrão, uma regularidade, vai ter um pensamento algébrico. Vai estar envolvido."*
	"Então quer dizer assim: quando existe um padrão existe um pensamento algébrico, porém um pensamento algébrico não quer dizer que exista um padrão."	*"[...] mas não algo que não exista padrão. De qualquer maneira, você consegue pensar algebricamente."*
O pensamento algébrico está associado à resolução de problemas de tentativa e erro.	*"[...] se eu pego um saco cheio de bolinhas, tem umas mil bolas lá dentro. Eu pergunto para o meu sobrinho: Quantas bolas tem ali dentro? 'Duas'.Tem duas. Tem mais, é lógico, mas acontece o seguinte, ele não pensou. [...] Ele fez um chute. Ou ele me fala: 'tem 10 bolas'. E ele me fala: 'tem 5 milhões de bolas'. Assim, eu acho que não houve, nesse caso, não houve o pensamento (algébrico). Mas quando ele para e analisa: 'deixa eu ver o tamanho da bola'. Ele olha o tamanho: 'deve caber, umas...' (Se tem 10 bolas) '... umas 8, 9 bolas'. Ele chuta, aí ele está pensando algebricamente."*	*"[...] quando estamos resolvendo um problema de tentativa e erro, damos um 'chute' inicial. A partir desse 'chute' validamos a conclusão e, assim, damos um novo 'chute'. Não colocamos dados à solta. Analisamos e, com isso, estamos usando o pensamento algébrico."*

<table>
<tr><td rowspan="2">O pensamento algébrico pode estar associado à resolução de uma conta de adição.</td><td>"Quando resolvemos uma simples conta de adição, como, por exemplo, 13 + 98, usamos também o pensamento algébrico e não apenas resolvemos aritmeticamente."</td><td>"Então, tinha uma questão lá que o aluno apenas fazia uma conta. Uma professora falou assim: 'Ele pensa aritmeticamente'. Só que você não pode falar que ele resolveu aquilo ali pensando aritmeticamente, porque ele pode ter pensado 8 unidades mais 3 unidades é uma dezena mais uma unidade. Essa forma de comparação já é algebricamente."</td></tr>
<tr><td colspan="2">"Quando armamos a conta e efetuamos, pensamos: 8 unidades mais 3 unidades são 11 unidades, isto é, 1 dezena e 1 unidade. Ao pensar desta maneira estamos relacionando unidades, dezenas, centenas e assim por diante. Então usamos o pensamento algébrico."</td></tr>
<tr><td>O pensamento algébrico pode não estar expresso na escrita.</td><td colspan="2">"Como eu não sabia, aí você falando ficou mais claro para mim, entendeu? Porque não é só no papel e sim na... É mais através da mente. Do pensamento."</td></tr>
</table>

Depois desse episódio, os participantes apresentaram, de forma resumida, o modo como abordaram o pensamento algébrico nas negociações de significados em seus respectivos grupos (Tarefa Formativa 5). Nesse momento, eles falaram de algumas reificações apresentadas nos Quadros 1 e 2.

Durante as negociações de significados apresentadas nos episódios 1 e 2, os participantes evidenciaram que o pensamento algébrico é mobilizado quando: expressamos generalizações de situações no campo da matemática ou não; identificamos e descrevemos padrões e regularidades; fazemos previsões a partir de um conjunto particular de exemplos; modelamos uma situação; e utilizamos diversas linguagens para todas essas ações.

Apesar de terem expressado todas essas caracterizações, no final da discussão, quando perguntei como eles definiriam pensamento algébrico, prevaleceu a ideia de que pensar algebricamente é o mesmo do que pensar para resolver qualquer situação.

Janaina: *Então se fosse caracterizar o pensamento algébrico, o que vocês falariam? O que vocês falariam que é o pensamento algébrico?*

Damaris: *Que é tudo que pensamos. Não, tudo não.*

[...]

Damaris: *Quando eu me deparo com uma situação-problema, eu não consigo resolver sem pensar algebricamente. Então é isso que eu defino.*

Daniele: *Ou nem sempre uma situação-problema. Eu acho que qualquer coisa que a gente está fazendo. Que nem o Leonardo deu o exemplo: atravessar a rua. De repente, está vindo um carro. Você olha para o lado e vê se dá tempo (de atravessar). O carro está com uma velocidade. Ele está perto, mas dá tempo de eu atravessar. Se for um carro que estiver vindo muito rápido, eu vou esperar. Você pensou.*

No término dessa reunião, sentimos a necessidade de propor tarefas que redirecionassem as discussões da comunidade e acrescentassem novos elementos na discussão do pensamento algébrico. A *pesquisa-intervenção* nos possibilitou desempenhar o papel de *formador*, na busca de promover o desenvolvimento dos participantes.

Na terceira reunião pedimos para que eles indicassem individualmente, em uma folha, para cada uma das tarefas algébricas da Tarefa Formativa 1, os tipos de pensamento algébrico envolvidos em suas próprias resoluções (Tarefa Formativa 6). Nessa tarefa, eles expressaram alguns elementos caracterizadores do pensamento algébrico decorrentes das negociações de significados da Tarefa Formativa 4.

Na mesma reunião estudamos o texto “Pensamento Algébrico ao Longo do Ensino Básico” (CYRINO et alii, no prelo), com a intenção de fornecer uma sustentação teórica para as próximas discussões (Tarefa Formativa 7).

Na última reunião, os participantes dividiram-se novamente nos dois grupos e se engajaram para escolher uma resolução da Tarefa Formativa 1 para cada tipo de pensamento algébrico explicitado no texto estudado. Eles, além de categorizar, deveriam explicar o porquê das escolhas. Em seguida, os grupos expuseram um ao outro a forma como tinham categorizado as resoluções (Tarefa Formativa 8).

Os tipos de pensamento algébrico explicitados no texto estudado envolveram, principalmente, aritmética generalizada, pensamento funcional, modelação e a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e de relações, tal como abordados por Blanton e Kaput (2005).

O G1, por exemplo, escolheu a resolução da tarefa algébrica 8 (Tarefa Formativa 1) de Leonardo (Figura 8) como um tipo de resolução que mobilizou o pensamento funcional.

Na explicação, o grupo argumentou que a resolução de Leonardo estava relacionada com o pensamento funcional, pois descreveu um padrão numérico (por meio da tabela), teve uma expressão simbólica de quantidade (P= 3F +3), encontrou uma função a partir da análise da tabela; e fez uma previsão.

Figura 8 - Registro escrito da resolução de Leonardo da tarefa algébrica 8 da Tarefa Formativa 1.

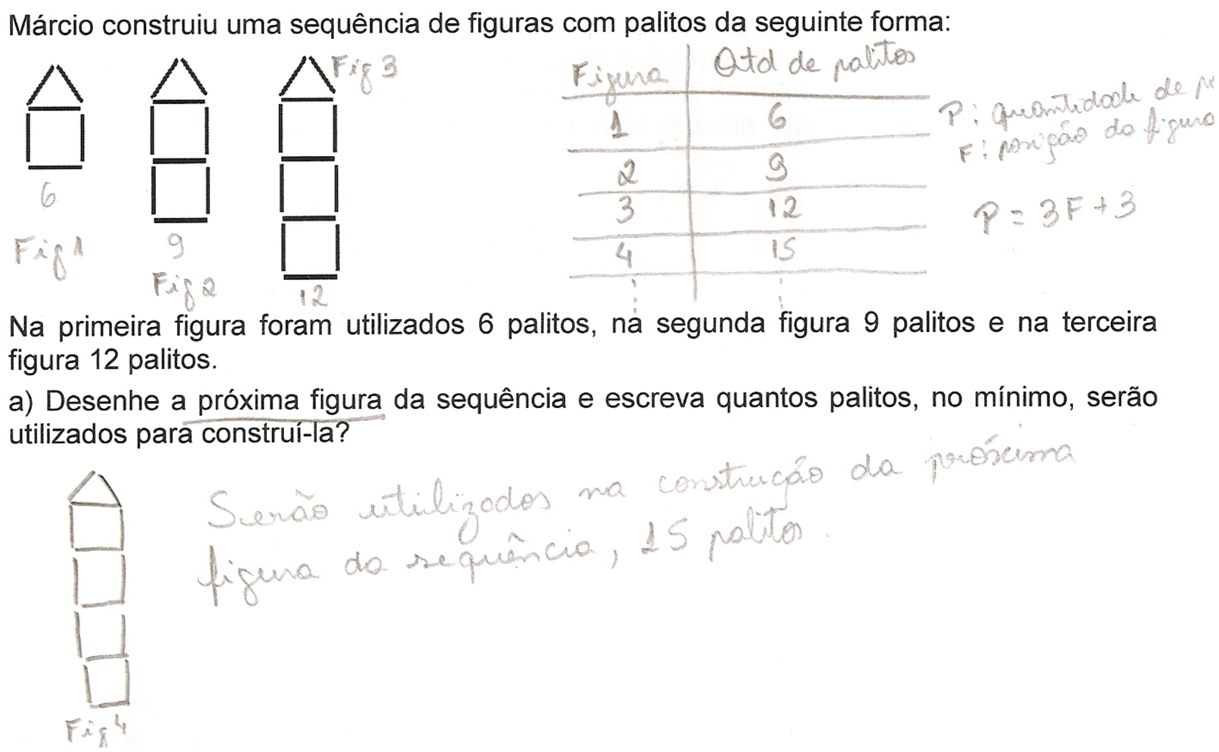

Márcio construiu uma sequência de figuras com palitos da seguinte forma:

Fig 1 — 6; Fig 2 — 9; Fig 3 — 12

Figura	Qtd de palitos
1	6
2	9
3	12
4	15

P: quantidade de p
F: posição da figura

$P = 3F + 3$

Na primeira figura foram utilizados 6 palitos, na segunda figura 9 palitos e na terceira figura 12 palitos.

a) Desenhe a próxima figura da sequência e escreva quantos palitos, no mínimo, serão utilizados para construí-la?

Fig 4

Serão utilizados na construção da próxima figura da sequência, 15 palitos.

b) Quantos palitos serão utilizados para construir a 35ª figura?

$P = 3F + 3$

$P = 3 \cdot 35 + 3$

$P = 105 + 3$

$P = 108$

Portanto, serão utilizados 108 palitos para construir a 35ª figura.

c) Quantos palitos terá uma figura qualquer dessa sequência?

Adaptado de Blanton e Kaput (2005)

$P = 3F + 3$

De acordo com a função acima, uma figura qualquer dessa sequência terá uma quantidade de palitos igual a 3 vezes a posição em que a figura se encontra e o resultado soma-se 3.

Ao final dessa reunião foram propostas algumas perguntas pela pesquisadora, para serem respondidas coletivamente. As negociações de significados decorrentes dessa tarefa formativa foram descritas no episódio seguinte.

4.2.1.3 Episódio 3 – negociação de significados do grupo geral

No presente episódio descrevemos e analisamos o modo como os participantes se engajaram ao responder perguntas relacionadas às tarefas formativas anteriores. Na interação identificamos (re)negociações de significados sobre os tipos de pensamento algébrico explicitados no texto estudado (Tarefa Formativa 7), bem como sobre as categorizações realizadas pelos participantes nas Tarefas Formativas 6 e 8. Ao articular o empreendimento, retomamos reificações destacadas nos episódios 1 e 2, que formaram parte do repertório compartilhado da Comunidade de Prática.

Não só nas tarefas formativas sobre o pensamento algébrico, como também nos outros empreendimentos conjuntos, a relação e a interação entre os participantes possibilitou a constituição da identidade dos membros. A forma como cada um se relacionou com a prática determinou algumas características de afiliação à comunidade: quem era mais falante e quem era mais quieto, quem era mais crítico e quem não era, quem era mais hostil e quem era mais paciente.

A interação entre as experiências de não participação e participação dos membros definiu formas de participação na comunidade (WENGER, 1998). O grau de envolvimento na articulação dos empreendimentos determinou quem foi tratado como membro potencial à participação plena e quem se manteve na posição de membro periférico. Os dois exemplos a seguir evidenciam as formas de participação.

A participante Damaris, na maioria das vezes, tomava iniciativa para realizar as tarefas e expressava ideias, com argumentos e justificativas para as afirmações. A própria participante evidenciou esse posicionamento: *"eu penso isso, mas eu tento colocar o porquê eu penso isso*". Os outros a reconheciam como uma participante crítica. No final da tarefa, Damaris afirmou que se tornou mais crítica em função das discussões sobre o pensamento algébrico e os colegas imediatamente responderam *"mais?"*, em tom de ironia. Nesse sentido, Wenger (1998) acentua que a mutualidade entre a interpretação social e pessoal do eu definem a identidade na prática.

A interação constante de Damaris com os outros caracterizou um grau de envolvimento intenso na prática da comunidade e, portanto, a definiu como um membro potencial à participação plena. A forma de participar em uma Comunidade de Prática, segundo Wenger (1998), é um aspecto importante para a identidade local de um membro, pois imprime no grupo uma imagem de sua experiência negociada na prática.

Ao contrário de Damaris, Tadasi manteve-se na posição de periferia. O participante ficava atento às discussões, porém só expressou algum posicionamento sobre o pensamento algébrico nas tarefas individuais, por meio de registros escritos. Diante disso, podemos inferir que seu grau de envolvimento no processo de negociar significado sobre o pensamento algébrico foi irrisório e contribuiu pouco para as reificações do conhecimento relacionado ao tema na comunidade. Segundo Wenger (1998), o predomínio da não participação na prática da comunidade define uma forma de participação restrita, impedindo a participação plena.

A seguir descrevemos e analisamos o que se tornou ponto de enfoque e foi reificado pela comunidade durante a realização da última tarefa formativa.

Quando perguntei aos participantes o que eles entenderam sobre o primeiro tipo de pensamento algébrico abordado no texto estudado -- uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações -- um deles recorreu ao texto estudado, relacionando-o ao *raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números*.

Como uma das reificações do G2 na Tarefa Formativa 4 se referia à mobilização do pensamento algébrico a partir de uma conta de adição, retomei essa questão, perguntando se eles continuavam concordando com a afirmação. Esse foi o primeiro ponto de enfoque na negociação de significados da comunidade.

Damaris: *Uma conta apenas? Eu não sei, Janaína, sabe por quê? Porque eu continuo achando que tem (pensamento algébrico). Porque eu acho que, para não ter, seria alguma coisa que você já fala assim...*

Leonardo: *(Completa a fala de Damaris) Efetue.*

Damaris: *Mas assim, rápido entendeu? Uma coisa mecânica.*

[...]

Daniele: *Como se fosse assim...*

Damaris: *(Completa a fala de Daniele) Decorado.*

Daniele: *Uma continha de mais está armada. Eu faço essa continha como eu aprendi, sem pensar. Eu vou somar esse aqui então... Sem saber como que é essa troca: deu 11, então vai um. Eu sei que vai um, mas eu não sei por que vai um.*

No trecho apresentado, Damaris e Daniele definiram que realizar o algoritmo da adição sem ter compreendido o processo das trocas no sistema de numeração decimal não envolve o pensamento algébrico. Então, insisti na questão, perguntado:

Janaína: *[...] Consciente da troca. Mesmo assim, vocês acham que tem o pensamento algébrico?*

Damaris: *Eu acho que tem.*

Daniele: *Ele (o aluno) sabe fazer essa troca. Ele está entendendo como funciona tudo. Não é uma coisa mecânica. Então, se for pensar, dá para generalizar para qualquer outra operação?*

Damaris: *Dá.*

Daniele: *Eu vou fazer a troca. Então não é uma generalização, a partir do que eu aprendi?*

[...]

Leonardo: *(Pede para os outros olharem em uma das páginas do texto e lê: "aritmética generalizada: propriedades e relações entre números"). Essa relação entre números não seria a troca que a Damaris está falando.*

[...]

Damaris: *Não tem um padrão da troca? A cada dez unidades eu troco por uma dezena?*

Leonardo: *Não é uma relação entre números?*

Damaris: *Se tiver 20 unidades, eu vou trocar por duas dezenas. Se eu tiver 100 unidades eu vou trocar por dez dezenas.*

Daniele: *É porque você generalizou.*

Damaris: *Eu generalizei.*

Daniele: *Para qualquer soma, não é? Qualquer operação que você for fazer.*

Nas negociações de significados explicitadas nos trechos anteriores, evidenciamos que a afirmação *"resolver uma conta de adição mobiliza o pensamento algébrico"* continuou sendo legitimada pelo grupo, porém os argumentos para justificá-la foram renegociados. Primeiro os participantes definiram situações específicas que envolviam o pensamento algébrico -- somente quando quem resolve o algoritmo compreende o padrão das trocas -- e, depois, descreveram o porquê isso acontece, ou seja, o algoritmo da adição mobiliza o pensamento algébrico, pois a troca no sistema de numeração decimal é uma regularidade que pode ser generalizada.

Em associação à ideia de generalizar uma regularidade, os participantes ainda destacaram que, se o aluno compreende as trocas no sistema de numeração decimal, ele consegue generalizar para outros sistemas de numeração.

> Leonardo: *Poderia trabalhar com a base cinco.*
>
> *[...]*
>
> Daniele: *Eu acho que está generalizando, porque você entendeu que funciona para a base dez e consegue trabalhar com qualquer outra base a partir dela. Da base dez.*

A situação explicitada vai ao encontro da afirmação de Wenger (1998), de que o significado negociado na prática de uma comunidade é, ao mesmo tempo, dinâmico e histórico, contextual e único. É dinâmico e histórico porque os argumentos dos participantes mudaram depois de terem tido contato com novas concepções (dos outros participantes) e perspectivas (dos autores evidenciados no texto estudado) sobre o pensamento algébrico em situações anteriores. É contextual e único porque é reconhecido e tem sentido na prática dessa comunidade.

Ao perguntar sobre o segundo tipo de pensamento algébrico, pensamento funcional, os participantes descreveram caracterizações próximas às abordadas por Kaput e Blanton (2005), como: está relacionado à generalização de padrões numéricos e geométricos, à descrição de relações funcionais e a fazer previsão de situações desconhecidas, a partir de dados conhecidos.

Janaína: *O que vocês entenderam por pensamento funcional?*

Daniele: Quando tem, por exemplo, uma sequência de figuras. Qualquer sequência que eu tenha que descobrir o próximo termo. Então eu tenho que descobrir a regra, qual é o padrão da coisa, para que eu possa encontrar uma...

Renata: *(Completa a fala de Daniele) Fazer uma previsão.*

Daniele: *Para que eu possa encontrar uma função. Alguma coisa que generalize aquilo para fazer uma previsão.*

A partir das definições perguntei se era possível expressar uma relação funcional utilizando somente números. Para responder, Damaris apresentou o exemplo de uma de suas resoluções da Tarefa Formativa 1, em que expressou uma lei recursiva para descrever a relação funcional (Figura 9).

Damaris: *A questão que a gente fez, de apertos de mãos (se referindo à tarefa algébrica 9 da Tarefa Formativa 1 – Figura 9) que deu uma soma.*

[...]

Janaina: *Por exemplo, se for fazer uma previsão para 500 apertos de mão. Você consegue fazer uma previsão?*

Sheila: *Só por números?*

Damaris: *Eu consigo!*

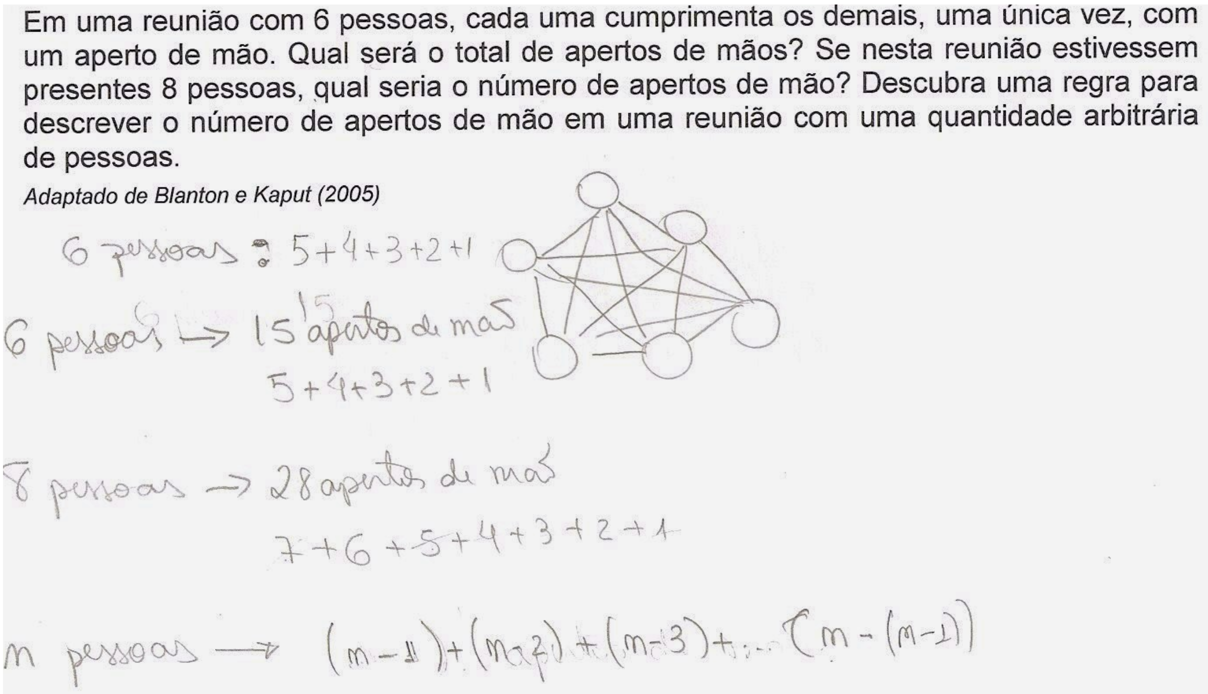
Leonardo: *Consegue.*

Damaris: *499 mais 498 mais...*

Renata *Você vai fazer a árvore de possibilidades até chegar.*

Daniele: *Só que também se for um número muito além disso. Se eu tiver que fazer uma previsão muito além, ou então pensar só nos números, ou só em construir tabela, eu acho que fica uma coisa inviável, entendeu?*

Figura 9 – Registro escrito da resolução de Damaris da tarefa algébrica 9 da Tarefa Formativa 1.



Em uma reunião com 6 pessoas, cada uma cumprimenta os demais, uma única vez, com um aperto de mão. Qual será o total de apertos de mãos? Se nesta reunião estivessem presentes 8 pessoas, qual seria o número de apertos de mão? Descubra uma regra para descrever o número de apertos de mão em uma reunião com uma quantidade arbitrária de pessoas.

Adaptado de Blanton e Kaput (2005)

6 pessoas : $5+4+3+2+1$

6 pessoas → 15 apertos de mão
$5+4+3+2+1$

8 pessoas → 28 apertos de mão
$7+6+5+4+3+2+1$

m pessoas → $(m-1)+(m-2)+(m-3)+\ldots(m-(m-1))$

A afirmação de Daniele, no trecho anterior, deu início a um novo ponto de enfoque na discussão sobre diferentes formas de interpretar a palavra previsão.

Damaris: *Mas é uma previsão, gente.*

Leonardo: É uma previsão.

Damaris: *O que é uma previsão? Vai de você definir o que é uma previsão.*

Leonardo: *A resposta pode ser: Está muito longe.*
É uma previsão!

(Todos dão risadas)

Damaris: *Mas agora eu concordo com o Leonardo com a questão de fazer previsão.*

Damaris: *(Se referindo a um problema resolvido em uma das reuniões da ação 2 do projeto, com os professores das escolas)*
Você não se lembra daquela questão que a gente fez na oficina com os professores, do vôo da nave? Tinha que fazer uma previsão. Perguntava: A previsão é boa ou ruim? Depende da pessoa.

Daniele: *Mas o que eu quis dizer é uma previsão específica, entendeu? Para o termo tal. Falar uma coisa específica.*

Damaris: *Você quer falar o exato. Qual é o valor. Então não é previsão.*

Daniele: *Se for uma tabela, ou você trabalhar com os números... Se for uma coisa muito longa...*

Damaris: *(Interrompe Daniele) Mas dá para fazer, vai demorar mais tempo, só que...*

Leonardo: *Mas falar exato não é característica do pensamento funcional.*

[...]

Daniele: *Damaris! Eu não falei que era impossível (encontrar o número de apertos de mãos exato). É possível, só que, dependendo do caso, fica inviável.*

Damaris e Leonardo definiram que uma previsão não precisa ser exata, pois pode referir-se a uma conjectura, uma ideia antecipada do que se pretende encontrar. Daniele referiu-se à previsão de um valor exato, ao evidenciar que a lei descrita no exemplo de Damaris era inviável para prever (a quantidade de apertos de mãos) para um número muito maior (de pessoas).

Depois, ainda tratando do pensamento funcional, Leonardo o relaciona com uma reificação destacada no episódio 1, em que os participantes negociaram significados sobre a ideia de abstração.

Leonardo: *O uso de abstração, porque a primeira linha do texto (se referindo ao texto estudado) tem: "expressão simbólica de quantidades". Você fala assim x: representa quantidade daquela coisa. Entendeu? [...] Quando você faz uso de abstração simbólica: lê-se o texto e você escolhe uma letra para representar quantidade de tal coisa.*

Em relação à modelação, os participantes a associaram, principalmente, à ideia de modelagem matemática, porém não negociaram significados sobre essa definição.

Damaris: *Eu entendi como bem próximo da modelagem. Como a gente faz quando vai modelar um problema. A gente vai encontrar um modelo, uma expressão que vai representar aquela situação. Pode ser uma situação do cotidiano, real ou fictícia.*

Os participantes ainda relataram que não compreenderam a generalização matemática a partir de cálculos e de relações, a partir do texto, e só o relacionaram com “a generalização a partir de outra generalização”, porque esse foi um exemplo que apresentei, durante a tarefa de categorizar as resoluções em diferentes tipos de pensamento algébrico.

No final da discussão, Tadasi afirmou que a única vez que discutiu o tema foi em outro projeto do qual participou, o mesmo a que Damaris se referiu no episódio 2 e de que Leonardo, Daniele e Renata também participaram. Perguntei como o pensamento algébrico foi abordado no projeto referido.

Daniele: *Foi assim: nós resolvemos alguns problemas. Uns seis problemas de todas as possíveis maneiras.*

Damaris *A gente tinha que classificar se as resoluções eram algébricas ou não algébricas.*

Daniele: *Porque as únicas categorias eram essas: algébricas e não algébricas.*

Damaris: *A gente discutiu o que era ser algébrico e o que era não ser algébrico.*

Daniele: *Mas esse não algébrico... A gente está até hoje sem saber o que é não algébrico. É aritmético? O que é?*

[...]

Janaina: *Já que a gente está nessa discussão, o que foi caracterizado como não algébrico?*

Damaris: *Não teve nada classificado como não algébrico.*

Daniele: *Não dava para saber se era aritmético, se era geométrico. Era só não algébrico, mas o que é esse não algébrico...*

Leonardo: *Olhamos para as resoluções que a maioria considerou como algébrica e tentamos ver o que teve em comum: o uso de regularidades, padrões, abstração, fazer previsão, tentativa e erro sistematizado, essas coisas. Então, a gente não* *definiu coisas.*

[...]

Leonardo: *Mas foi uma definição do grupo. Não é o que é algébrico para um autor.*

Damaris: *Tanto que não tem escrito o que é. Têm concepções. Então a gente tá tentando tirar uma concepção.*

Os termos explicitados na fala de Leonardo (regularidades, padrões, abstração, fazer previsão, tentativa e erro sistematizado) foram utilizados de forma recorrente nos episódios 1 e 2. Esse fato evidenciou a influência dos elementos que constituíram o repertório negociado no outro projeto, no modo como os participantes negociaram significados nos episódios 1 e 2, marcando, assim, um ponto característico inerente à participação em comunidades de prática destacado por Wenger (1998): os efeitos de nossa experiência não se limitam a contextos específicos de participação, pois passam a formar parte de quem somos, colocando a negociação de significado no contexto de nossas formas de afiliação a várias comunidades.

O repertório compartilhado da comunidade incluiu novas reificações sobre situações que mobilizam o pensamento algébrico, bem como caracterizações sobre os tipos de pensamento algébrico envolvidos (Quadro 3).

Quadro 3 – Frases que evidenciam reificações durante a negociação de significados do grupo geral sobre o pensamento algébrico na realização da Tarefa Formativa 9.

O que foi reificado	**Frases que evidenciaram as reificações**	
Resolver o algoritmo da adição sem compreender o padrão da troca não mobiliza o pensamento algébrico.	*"Uma continha de mais está armada. Eu faço essa continha como eu aprendi, sem pensar. Eu vou somar esse aqui então... Sem saber como que é essa troca: deu 11, então vai um. Eu sei que vai um, mas eu não sei por que vai um."*	*"Porque eu acho que, para não ter, seria alguma coisa que você já fala assim..." "Efetue."*
	"Mas assim, rápido entendeu? Uma coisa mecânica."	*"Como se fosse assim..." "Decorado"*

O algoritmo da adição mobiliza o pensamento algébrico, pois a troca no sistema de numeração decimal é uma regularidade que pode ser generalizada.	*"Ele (o aluno) sabe fazer essa troca. Ele está entendendo como funciona tudo. Não é uma coisa mecânica. Então, se for pensar, dá para generalizar para qualquer outra operação?"*	*"Eu vou fazer a troca. Então não é uma generalização, a partir do que eu aprendi?"*
	"'Aritmética generalizada: propriedades e relações entre números.' Essa relação entre números não seria a troca que a Damaris tá falando"	*"E qualquer operação que você for fazer você vai usar isso."* *"É porque você generalizou"*
Caracterizações do pensamento funcional.	*"Quando tem, por exemplo, uma sequência de figuras. Qualquer sequência que eu tenha que descobrir o próximo termo. Então eu tenho que descobrir a regra, qual é o padrão da coisa."*	*"Para que eu possa encontrar uma função. Alguma coisa que generalize aquilo para fazer uma previsão."*
	"Fazer uma previsão."	*"O uso de abstração, porque a primeira linha do texto (se referindo ao texto estudado) tem: "expressão simbólica de quantidades". Você fala assim x: representa quantidade daquela coisa, entendeu? [...] Quando você faz uso de abstração simbólica: lê-se o texto e você escolhe uma letra para representar quantidade de tal coisa."*
Formas de interpretar a palavra previsão.	*"A resposta pode ser: está muito longe. É uma previsão!"*	*"(Se referindo a um problema resolvido em uma das reuniões da ação 2 do projeto, com os professores das escolas) Você não se lembra daquela questão que a gente fez na oficina com os professores, do vôo da nave? Tinha que fazer uma previsão. Perguntava: A previsão é boa ou ruim? Depende da pessoa."*
	"Mas o que eu quis dizer é uma previsão específica, entendeu? Para o termo tal. Falar uma coisa específica".	*"Você quer falar o exato. Qual é o valor. Então não é previsão."*

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente estudo buscamos identificar, à luz da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998), o modo como uma ação de formação, no contexto do projeto de extensão universitária "Educação Matemática de Professores de Matemática", colaborou para aprendizagem de futuros professores.

A partir de uma análise mais global da ação do projeto, destacamos que o repertório compartilhado da comunidade incluiu os seguintes aspectos reificadores e de participação: rotinas, conceitos matemáticos e pedagógicos, histórias experienciadas nas oficinas, discursos conjuntos, impressões sobre processos de ensino e relatos. Tais aspectos sustentaram o domínio da comunidade.

A prática foi definida pelo engajamento mútuo na realização de diversos empreendimentos: na preparação e na organização de material didático para as Oficinas Temáticas e Investigativas; no estudo e discussão de conceitos e de conteúdos matemáticos, e a forma como eles se transformam em conteúdo de ensino; na negociação de maneiras de lidar com problemas que impediam o desenvolvimento das oficinas, e com as dificuldades decorrentes da prática pedagógica; e na responsabilidade de manter a comunidade.

Essas caracterizações descreveram a constituição e o desenvolvimento de uma Comunidade de Prática de formação de professores na ação 1 do projeto e ilustraram o modo como futuros professores se envolveram na prática de aprender para formar-se professores de Matemática.

O processo de participação, característico da aprendizagem em Comunidades de Práticas, foi abordado, de forma mais sistemática, na análise das interações locais sobre o pensamento algébrico. Ao considerar a aprendizagem em termos sociais, detectamos um aspecto importante em relação às diferentes formas de participação: o grau de envolvimento com a prática da comunidade determinou relações de poder entre os membros.

Aqueles que explicitaram suas ideias contestaram afirmações de que discordavam e incrementaram seus argumentos, e, de modo geral, se comprometeram de forma intensa com a prática da comunidade e tiveram seus discursos legitimados. As reificações que constituíram o repertório compartilhado da comunidade se organizaram em torno de elementos desses discursos, imprimindo certo poder aos membros.

As relações de poder caracterizaram um elemento importante da participação em Comunidades de Prática, merece uma investigação mais específica.

A partir da análise local, destacamos também que a experiência de negociar significados não se limitou à participação no contexto específico da comunidade, mas envolveu a coordenação de definições e de caracterizações do pensamento algébrico negociadas no contexto de outro projeto, no qual a maioria dos membros participava, ou seja, envolveu nexos de multiafialiação (WENGER, 1998).

Em relação às reificações procedentes da negociação de significados sobre o pensamento algébrico (sintetizadas nos três quadros dos episódios 1, 2 e 3), concluímos que, mais importante do que definir “o que” foi reificado por uma comunidade, é definir “como” foi reificado, pois um mesmo termo, expressão ou conceito pode ter impressões distintas no contexto de diferentes comunidades. O significado negociado é contextual e único (WENGER, 1998).

As negociações de significados sobre o pensamento algébrico não foram abordadas especificamente no contexto do ensino, contudo, ao definir situações em que o pensamento algébrico poderia ser mobilizado, alguns participantes reconstruíram suas percepções. Por exemplo, no episódio 2, Sheila reinterpretou e ampliou os significados que foram atribuídos ao pensamento algébrico na Tarefa Formativa 3. Damaris mudou as justificativas em relação a suas afirmações no episódio 2, sobre a mobilização do pensamento algébrico a partir da resolução de uma conta de adição.

Nesse sentido, concluímos que as negociações de significado sobre o pensamento algébrico, apesar de não terem envolvido, de forma explícita, o contexto de ensino, revelaram mudanças em relação ao conhecimento sobre o pensamento algébrico e, portanto, transformações na identidade dos membros em formar-se professores de Matemática.

Diante desse panorama, acreditamos que a constituição de Comunidades de Prática em contextos de formação inicial possa contribuir com a aprendizagem de futuros professores, uma vez que possibilita a negociação de significados na prática, e a constituição da identidade em formar-se um professor de Matemática.

REFERÊNCIAS

BLANTON, M. L.; JAMES J. K. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** v. 36, n. 5, p. 412-446, nov. 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de: Maria J. Alvez, Sara B. dos Santos e Telmo M. Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática – ensino de primeira a quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática – ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN:** ensino médio, orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

CYRINO, M. C. C. T. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de matemática. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006. p. 77-88.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: Irinéa de Lourdes Batista; Rosana Figueiredo Salvi. (Org.). **Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática:** um perfil de pesquisas. Londrina, PR: EDUEL (no prelo).

CYRINO, M. C. C. T.; BURIASCO, R. L. C.; PIRES, M. N. M. **Projeto**: educação matemática de professores de matemática. Londrina, PR: Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2007.

CYRINO, M. C. C. T. et al. **Pensamento algébrico ao longo do ensino básico.** (no prelo).

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma Comunidade de Prática Reflexiva e Investigativa. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. (Org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. p. 233-255.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. **Pro-Posições,** UNICAMP, v. 4, n.1, p. 78-91, mar. 1993.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática -** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GRAVEN, M. Teacher learning as changing meaning, practice, community, identity and confidence: the Story of Ivan. In: **For the learning of mathematics,** Canadá, v. 23, n. 2, p. 25-33, 2003.

GRAVEN, M.; LERMAN, S. Book review of wenger, E.Communities of practice: learning, meaning and identity. Cambridge, UK**. Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 185-194, jun. 2003.

KAPUT, J. J. **Teaching and learning a new algebra with understanding.** Disponível em: <http://www.kaputcenter.umassd.edu/downloads/products/publications/kaputalgund.pdf>. Acesso em: 14 out. 2009.

KIERAN, C. Research on the learning and teaching algebra. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Ed.). **Handbook of research on the psychology of mathematics Education:** past, present and future. Rotterdam: Sense, 2006. p. 11-49.

KIERAN, C. Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: building meaning for symbols and their manipulation. In: LESTER, F. K. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning.** Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 707-762.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education,** Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning**: legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LERMAN, S. A review of research perspectives on mathematics teacher education. In: LIN, F. L.; COONEY, T. J. (Ed.). **Making sense of mathematics teacher education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 33-52.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis,** Blumenau, v.1, n. 7, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LINS, R. C.; KAPUT J. The early development of algebraic reasoning: the current state of the field. In: STACEY K.; CHICK H.; KENDAL M. (Ed.). **The future of the teaching and learning of algebra:** the 12th ICMI Study. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004. v. 8, p. 47-70.

LLINARES, S. Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs. In: LEDER, G. C.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (Ed.). **Beliefs**: a hidden variable in mathematics education?. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. v. 31, p. 195-209.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S. Práticas escolares de mobilização de cultura matemática. In: ____________**Cadernos do CEDES,** UNICAMP, v. 28, n. 74, p. 97-120, jan./abr. 2008.

NCTM. **Princípios e normas para a matemática escolar.** Tradução de: Principles and Standards for School Mathematics. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

PEDRO GÓMEZ, L. R. Learning in secondary preservice teacher education from the communities of practice perspective. In: ____________**15 th ICMI study:** the professional education and development of teachers of mathematics, Águas de Lindóia, 2005.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. **Preservice mathematics teachers' knowledge and development.** In:__________. [s.l.], 2007. Preprint.

SANTOS, M. P. **Encontros e esperas com os Ardinas de Cabo Verde:** aprendizagem e participação numa prática social. 2004. Tese (Doutorado em Educação - Didática da Matemática) - Departamento de Educação. Faculdade de Ciências. Universidade de Lisboa. Lisboa.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior – SETI. **Programa de extensão universitária universidade sem fronteiras – SETI / PR**: subprograma: apoio às licenciaturas. Curitiba, 2007.

WENGER, E. **Communities of practice**: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER W. M**. Cultivating communities of practice.** Boston: Harvad Business School Press, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

I – DADOS DE IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO DA PESQUISA OU RESPONSÁVEL LEGAL

Nome do participante:

....

Documento de Identidade Nº:..Sexo: ( ) M ( ) F

Data de Nascimento:.........../.........../.................

Endereço:...Nº:...................Apto:....................Bairro:...CEP:.......................

Município..Telefone: (......)............................

e-mail:..

II – DADOS SOBRE A PESQUISA

1. Título do Protocolo de Pesquisa: Formação Inicial de Professores de Matemática: uma análise do Projeto "Educação Matemática de professores de Matemática" do Programa Universidade sem Fronteiras.

2. Pesquisadores:
Profa. Janaina Soler Caldeira e Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

3. Avaliação do Risco da Pesquisa:

Sem Risco ( ) Risco Mínimo (**X**)
Risco Médio ( )
Risco Baixo ( ) Risco Maior ( )

4. Duração da Pesquisa: A obtenção das informações terá momentos de entrevistas que não serão superiores a uma hora; gravações em áudio das interações dos participantes; acompanhamento das atividades desenvolvidas entre coordenação do projeto, professores e estudantes de Matemática; acompanhamento de preparação e desenvolvimento de atividades para sala de aula.

III – REGISTRO DAS EXPLICAÇÕES DO PESQUISADOR AO ENVOLVIDO OU SEU REPRESENTANTE LEGAL SOBRE A PESQUISA, CONSIGNANDO:

1. Justificativa e objetivo

O Projeto Educação Matemática de Professores de Matemática está inserido no subprograma de apoio às licenciaturas, do Programa Universidade sem Fronteiras, lançado em setembro de 2007. Segundo documento[62] oficial da Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior- SETI, este subprograma tem como meta:

> [...] financiar projetos dos cursos de licenciatura das IES [Instituições de Ensino Superior] públicas, orientados pelo princípio da indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão e em sintonia com as seguintes prioridades:
> • intensificar o contato entre a Educação Básica Pública e o Ensino Superior, por meio da formação de grupos de trabalho que desenvolvam atividades acadêmicas voltadas para o diálogo qualificado entre esses dois níveis de ensino;
> • propiciar, pela prática, o conhecimento do campo de atuação escolar aos estudantes de cursos de licenciatura e aos egressos recém-formados, contribuindo para a discussão dos problemas centrais da educação na atualidade e para a formação acadêmica de qualidade;
> • estimular o pensamento crítico e a análise dos problemas na área da educação, reafirmando o compromisso do Ensino Superior com a sociedade em geral;
> • fomentar a produção de análises e práticas que subsidiem a formulação de políticas públicas adequadas às reais necessidades do sistema educacional no Paraná, em parceria com a Secretaria de Estado da Educação;
> • sistematizar e disseminar as iniciativas acadêmicas baseadas na estreita cooperação entre a Educação Básica e o Ensino Superior, colaborando para a divulgação das experiências bem sucedidas de inovação e enfrentamento dos problemas nestas áreas (2007, p.3).

Diante disso, nos propomos a investigar o processo de formação de um grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UEL durante o desenvolvimento de atividades pertinentes a este projeto.

2. Procedimentos que serão adotados durante a pesquisa

Participaremos, na medida do possível, de todas as atividades que envolvem a participação dos estudantes no projeto, a fim de identificar e registrar

---

[62] Disponível em: <http://www.seti.pr.gov.br/arquivos/File/(Microsoft%20Word%20-%20EditalSubprogra ma_Apoio_.pdf>.

aspectos relativos à formação inicial dos futuros professores. As entrevistas acontecerão no ambiente de formação dos futuros professores.

Buscaremos, em todos os momentos, criar um relacionamento de confiança com os participantes, estabelecer uma comunicação agradável de modo que eles se sintam à vontade e com o mínimo de constrangimentos, valorizar o significado que dão as coisas e aos fatos, respeitar seus valores culturais e aspectos emocionais, e não somente o produto da investigação.

3. Desconfortos e riscos

No presente estudo todo o esforço será feito para que não ocorram constrangimentos por parte dos investigados.

4. Benefícios esperados

Esperamos que esta investigação possa fornecer aos organizadores de currículo, nomeadamente aos coordenadores de Curso de Licenciatura em Matemática, aos responsáveis pelas políticas públicas relativas a formação inicial de professores e aos pesquisadores da área subsídios que possam orientar ações relativas à formação de professores de Matemática.

IV – ESCLARECIMENTOS DADOS PELOS PESQUISADORES SOBRE GARANTIAS DO ENVOLVIDO NA PESQUISA

1. Exposição dos resultados e preservação da privacidade dos voluntários

Os resultados a serem obtidos neste estudo serão publicados, independente das informações encontradas, contudo sem que haja a identificação dos participantes que prestaram sua contribuição, respeitando-se, portanto, o direito de privacidade, conforme normas éticas.

2. Despesas decorrentes da participação no projeto de pesquisa

Os voluntários estarão isentos de qualquer despesa ou ressarcimento decorrente da participação voluntária neste projeto de pesquisa.

3. Liberdade de consentimento

Os participantes estarão livres para negar a assinatura deste consentimento ou, ainda, para parar de participar em qualquer momento, se desejarem, sem que isso traga algum prejuízo ao mesmo.

4. Questionamentos

Os participantes terão acesso, a qualquer tempo, às informações sobre procedimentos relacionados a esta pesquisa. No caso de outros esclarecimentos que se fizerem necessários, informações adicionais poderão ser obtidas com os responsáveis pelo projeto.

V – PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS

VI – CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Declaro que, após convenientemente esclarecido pelos pesquisadores e ter entendido o que me foi explicado, consinto em participar do presente Protocolo de Pesquisa.

Londrina, ___________ de __________________________ de 2008.

____

Assinatura do participante

Pesquisadores:

____

Profa. Janaina Soler Caldeira

____

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

APÊNDICE 2 – MATERIAL SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO ELABORADO PARA A TAREFA FORMATIVA 1

Tarefa 1

Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

a) 59
b) 60
c) 61
d) 62
e) 63

Explique como chegou a sua resposta.

Adaptado das Olimpíadas Brasileiras de Matemática de 2008 - Nível 2 da 1ª Fase

Tarefa 2

O que deve ser substituído por ♫ para obtermos:

♫ x ♫ = 5 x 5 x 7 x 7

a) 5
b) 7
c) 5 x 5
d) 7 x 7
e) 5 x 7

Explique a forma como chegou a sua resposta.

Adaptado do Canguru Matemático sem Fronteiras 2008 – Categoria Benjamin

Tarefa 3

Os símbolos @, $, #, &, e ^ representam algarismos diferentes. Sabendo que

@ + @ + @ = $
# + # + # = &
$ + & = ^

Qual é o algarismo representado por ^?

a) 0
b) 2
c) 6
d) 8
e) 9

Explique como encontrou sua resposta.

Adaptado do Canguru Matemático sem Fronteiras 2008 – Categoria Benjamin

Tarefa 4

O dobro da soma de dois números pares consecutivos é 300. Quais são esses números?

Explique como encontrou a resposta.

Tarefa 5

No quadro a seguir estão representados valores (em reais) da soma dos preços dos objetos desenhados nas linhas e nas colunas.

Descubra o valor de cada um desses objetos e o valor da soma nos espaços indicados com um ponto de interrogação (?) e explique como você encontrou estas respostas.

Tarefa 6

Na tabela abaixo estão representados os valores numéricos de mesmas temperaturas para dois tipos diferentes de escalas.

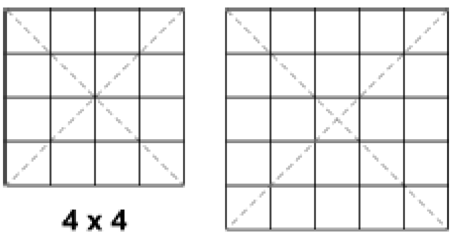
CCelcius	00	220	
KKelvin	2273,15	2293,15	

a) Explique de que forma a mesma temperatura nas duas escalas estão relacionadas.

b) Escreva uma sentença matemática de modo que seja possível determinar uma temperatura qualquer em graus Celcius a partir de uma dada temperatura em Kelvin. Depois, explique como você pensou para encontrar esta resposta.

Tarefa 7

Observe que no tabuleiro 4 x 4 as duas diagonais cortam 8 quadradinhos. Já no tabuleiro 5 x 5, as duas diagonais cortam 9 quadradinhos. Em qual tabuleiro as diagonais cortam 77 quadradinhos?



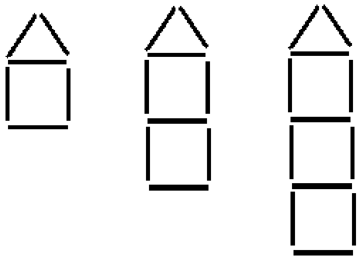
4 x 4 5 x 5

a) 35 x 35
b) 36 x 36
c) 37 x 37
d) 38 x 38
e) 39 x 39

Explique como chegou a sua resposta.

Quantas diagonais serão cortadas em um tabuleiro 26 x 26 e em um tabuleiro 31 x 31? Escreva uma regra que permita calcular a quantidade de quadradinhos que as duas diagonais cortam em um tabuleiro qualquer.
Adaptado das Olimpíadas Brasileiras de Matemática de 2008- Nível 1 da 1ª Fase

Tarefa 8
Márcio construiu uma sequência de figuras com palitos da seguinte forma:



Na primeira figura foram utilizados 6 palitos, na segunda figura 9 palitos e na terceira figura 12 palitos.
a) Desenhe a próxima figura da sequência e escreva quantos palitos, no mínimo, serão utilizados para construí-la?
b) Quantos palitos serão utilizados para construir a 35ª figura?
c) Quantos palitos terá uma figura qualquer dessa sequência?
Adaptado de Blanton e Kaput (2005)

Tarefa 9
Em uma reunião com 6 pessoas, cada uma cumprimenta os demais com um aperto de mão. Qual será o total de apertos de mãos? Se nesta reunião estivessem presentes 8 pessoas, qual seria o número de apertos de mão? Descubra uma regra para descrever o número de apertos de mão em uma reunião com uma quantidade arbitrária de pessoas.
Adaptado de Blanton e Kaput (2005)

Tarefa 10
Em três árvores estavam empoleirados 60 pássaros. Num dado momento, 6 pássaros voaram da primeira árvore, 8 voaram da segunda árvore e 4 voaram da terceira árvore. Ficou, então, o mesmo número de pássaros em cada uma das árvores. Quantos pássaros estavam inicialmente na segunda árvore?
a) 26
b) 24
c) 22
d) 21
e) 20
Explique como encontrou sua reposta.
Adaptado do Canguru Matemático sem Fronteiras 2007 – Categoria Benjamin

Tarefa 11
Maria começou a caminhar no lago perto de sua casa todos os dias. Em uma semana, Maria foi caminhar em 5 dias seguidos, sendo que a cada dia ela caminhava 5 minutos a mais que no dia anterior. Sabendo que o tempo total de caminhada durante os cinco dias foi de 2h5min, qual foi o tempo da caminhada em cada um dos 5 dias?

Tarefa 12

O quadrado de um número par e o quadrado de um número ímpar são, respectivamente:
a) par e par
b) ímpar e ímpar
c) par e ímpar
d) ímpar e par
e) depende do número
Justifique por que sua resposta está correta.

Tarefa 13

O número de diagonais que saem de cada vértice de um polígono convexo com *n* lados é igual ao número de vértices menos 3 (o próprio vértice e os vértices consecutivos), ou seja, $n - 3$. Assim, em um triângulo (3 vértices), por exemplo, não sai nenhuma diagonal de cada um dos vértices, no quadrado (4 vértices), sai 1 diagonal de cada vértice e no pentágono (5 vértices) saem 2 diagonais de cada vértice.
Determine o número total de diagonais de um polígono com *n* vértices e explique como chegou a sua resposta.