Universidade Estadual de Londrina

KÁTIA SOCORRO BERTOLAZI

PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA PARA A FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA: INVESTIGAÇÕES DE NOÇÕES CONCEITUAIS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL COM ADOÇÃO DO VÊ EPISTEMOLÓGICO DE GOWIN

Londrina

2017

KÁTIA SOCORRO BERTOLAZI

PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA PARA A FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA: INVESTIGAÇÕES DE NOÇÕES CONCEITUAIS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL COM ADOÇÃO DO VÊ EPISTEMOLÓGICO DE GOWIN

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina.

Orientadora: Profª. Drª. Irinéa de Lourdes Batista

Londrina
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

B546p. Bertolazi, Kátia Socorro.

Proposta didático-pedagógica para a Formação Docente em Matemática : investigações de noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com adoção do Vê Epistemológico de Gowin / Kátia Socorro Bertolazi. - Londrina, 2017.

480 f.

Orientador: Irinéa de Lourdes Batista.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Educação Matemática - Tese. 2. Cálculo Diferencial e Integral - Tese. 3. Teoria da Aprendizagem Significativa - Tese. 4. Epistemologia e Didática da Ciência - Tese. I. Batista, Irinéa de Lourdes . II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51

KÁTIA SOCORRO BERTOLAZI

PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA PARA A FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA: INVESTIGAÇÕES DE NOÇÕES CONCEITUAIS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL COM ADOÇÃO DO VÊ EPISTEMOLÓGICO DE GOWIN

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial para obtenção do título de Doutora.

BANCA EXAMINADORA

____
Profª. Drª. Irinéa de Lourdes Batista
Universidade Estadual de Londrina – UEL

____
Profª. Drª. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina – UEL

____
Profª. Drª. Maria Cristina Bonomi
Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística (IME)

____
Prof. Dr. Nilson José Machado
Universidade de São Paulo
Faculdade de Educação (FEUSP)

____
Profª. Drª. Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 12 de dezembro de 2017.

Dedico este trabalho à minha Mãe Francisca Bertolazi, e ao meu Pai José Domingos Bertolazi, *in memoriam*, fontes de amor, luz e sabedoria na minha vida! Grata pelos ensinamentos, incentivos e por terem cuidado tão bem de mim. Eu vos amo e admiro profundamente!

AGRADECIMENTOS

A vida nos presenteia com momentos mágicos e inesquecíveis. O meu sentimento é de gratidão por ter tido pessoas tão especiais ao longo desse percurso acadêmico! O resultado desta pesquisa é fruto de um esforço coletivo de profissionais que trabalham com determinação em prol de uma Educação Científica que faça sentido e diferença na vida das pessoas. E assim, eu ...

Agradeço a Deus pela experiência de crescimento humano que vivenciei ao longo dessa jornada de estudos. Agradeço por todas as rosas enviadas, sinal de confirmação de que eu estava trilhando o caminho que a mim foi designado!

Agradeço à minha família, porto seguro em todos os momentos de minha vida. À Francisca Bertolazi, Mãe e minha Professora de Vida; ao herói da resistência, José Domingos Bertolazi, *in memoriam*, Pai e Primeiro Professor de Matemática; à Silvana Bertolazi, Irmã e minha fonte de alegria e paz; ao tio Pedro Bertolazzo e à Tia Maria Aparecida Bertolazzo por nos acolher e amparar em um momento de grande dificuldade, ao João Paulo Roberto Moreira – o Paulinho, símbolo da plenitude do que conheço por amor humano a dois!

Expresso aqui agradecimentos especiais à banca de docentes cientistas que me possibilitaram compreender, por meio do exemplo pessoal e profissional, a relevância de um trabalho acadêmico construído de forma ética. Dessa forma, meu obrigado com muito respeito, admiração e gratidão ...

À Profa. Irinéa de Lourdes Batista, minha orientadora, que me acolheu e conduziu com muita dedicação e amizade ao longo dessa jornada formativa, ensinou-me o valor da independência acadêmica, contribuiu para que ao final desse processo eu me reconhecesse como pesquisadora, com a humildade de procurar aprender todos os dias; e ainda por desenvolver pesquisas interdisciplinares com base na História e Filosofia da Ciência, Epistemologia da Ciência e Didática da Ciência. Obrigada por cada contribuição, por cada questionamento, por cada orientação, por cada fala! Profa. Irinéa, obrigada por me oportunizar as vivências científicas nas oficinas de pesquisa junto ao grupo de pesquisa IFHIECEM/PECEM-UEL em Natal/RN, no Rio de Janeiro/RJ e em Belo Horizonte/MG. Esses momentos foram fundamentais para meu desenvolvimento pessoal, profissional e familiarização com a produção do conhecimento científico. Dessa forma, estendo os agradecimentos ao

apoio financeiro da CAPES e do CNPq que me permitiram participar desses momentos científicos.

À Profa. Angela Marta Pereira das Dores Savioli que me orientou com muita afetividade nos meus primeiros passos na pesquisa durante o mestrado, pelas primeiras publicações acadêmicas em eventos e periódicos da área de Educação Matemática, e de forma singular pela colaboração no processo de organização institucional do Curso de Extensão, viabilizando a aplicação da Abordagem Didática e a coleta de dados para esta pesquisa. Muita gratidão, Profa. Angela!

À Profa. Maria Cristina Bonomi, idealizadora do projeto E-Cálculo, um portal educacional no Brasil dedicado ao Cálculo Diferencial e Integral desenvolvido na Universidade de São Paulo, com possibilidade de acesso à materiais didático-pedagógicos de qualidade por meio da incorporação de novas tecnologias de informação e comunicação; e pelos seus longos anos de trabalho dedicados na área do Cálculo Diferencial e Integral.

À Profa. Lourdes Maria Werle de Almeida pelas contribuições científicas tanto na fase da qualificação e defesa do mestrado nos idos de 2012 quanto no momento da defesa desta tese, e pelas aulas de Modelagem matemática. Obrigada!

Ao Prof. Nílson José Machado que me enviou cópias de sínteses pessoais de suas aulas de Cálculo no início desta investigação, e por ter desenvolvido com muita ética e seriedade um trabalho extenso e consolidado com ênfase na Epistemologia e Didática da Matemática, e ainda por todas as sugestões, contribuições, indicações de leitura e referências bibliográficas incríveis que compartilhou comigo.

À Profa. Magna Pires por me indicar a leitura do Caraça (1951) ainda no curso de Especialização em Educação Matemática (2006), e pela alegria que ministra suas aulas.

À Profa. Mariana Bologna do Departamento de Biologia da UEL pelas contribuições a respeito do processo de avaliação da aprendizagem no momento da qualificação, e que por sua vez enriqueceu o texto final desta pesquisa.

De modo geral, registro minha gratidão a todos(as) docentes que contribuíram para minha formação acadêmica ao longo dos anos. Nesse sentido, agradeço de forma muito afetiva e amorosa à Profa. Malvina Torres Marquito, para nós – seus alunos(as), *Dona Malvina*. Ela foi a professora que me alfabetizou em uma

escola rural com sala multisseriada, no interior do Paraná, com muita dedicação colorindo minhas manhãs com alegria e entusiasmo. A prática docente da *Dona Malvina* era com foco na autonomia discente. Hoje, eu arriscaria dizer – pois (re) conheço – que ela conhecia e adotava os pressupostos teóricos de Paulo Freire para desenvolver suas práticas pedagógicas[1]. Preocupava-se constantemente com o bem-estar de todas as crianças[2] , com o desenvolvimento escolar e individual de cada um(a) de seus(suas) estudantes.

Agradeço à Neia, bibliotecária municipal de Bandeirantes/PR, por toda colaboração e empréstimos de livros, revistas e jornais durante o Ensino Fundamental e Médio. Neia, você possibilitou o enriquecimento de minha leitura em momentos decisivos de minha trajetória escolar.

Ao Prof. Luiz Clemente Viana Franco (o Kiko), meu professor de Cálculo durante o curso de Licenciatura em Matemática (FAFIJA/Jacarezinho-PR), que me instigou um interesse indescritível por essa área do conhecimento. Obrigada Professor, por mostrar que sempre podíamos aprender mais, em um cenário ausente de tantos recursos e oportunidades.

Ao Prof. Ubiratan D'Ambrosio por seu extenso trabalho na área de Educação Matemática, pelas suas contribuições na História da Matemática, pelo desenvolvimento das pesquisas na área de Etnomatemática, e por sempre responder aos meus *e-mails* de forma gentil e generosa. Neste trabalho agradeço especialmente pela indicação do livro de sua autoria "*Cálculo e Introdução à Análise"* publicado na década de 1970, pela Companhia Editora Nacional. Jamais me esquecerei de uma de suas respostas para uma de minhas perguntas ao me escrever em um domingo de manhã (26.06.2016): "*Não há máquina que possa substituir o conceitual nos cursos de Cálculo*".

---

[1] Lembrarei para sempre da "**lição do M**", porque quando essa aula iniciou uma pombinha pousou na janela de nossa classe. Assim, *Dona Malvina* gentilmente nos disse que não mais chamaria de "lição do M" o que aprenderíamos no dia; e sim "lição da **P**o**mb**a". Seguiu justificando sua escolha 'teórico-metodológica' em razão de que conseguiria nos explicar o uso das letras "M" e "N" nas palavras (começando a aula pelo "M"), *pois antes das consoantes "P" ou "B" devemos usar a letra "M"*. E assim, a "lição da POMBA" tinha todas as letras de que necessitaríamos para iniciar a aula. Não me lembro de um(a) único(a) colega que tenha tido dificuldades nas avaliações para a aplicação adequada das letras "M" e "N" no conjunto de palavras propostas. Dessa forma, com esse episódio que vivenciei em minha infância, entendo (hoje) que a *Dona Malvina* também adotava pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa em suas aulas de alfabetização. Agora, se isso era de forma intencional ou não – aí, eis a questão!

[2] A primeira pergunta do dia era: "*Crianças, tomaram café*"? Se ela ouvisse um "sonoro não" de alguém, "tia Fatinha" – a cozinheira da escola – entrava em ação. E assim, com todos(as) alimentados(as) a aula podia seguir!

Nesse momento, passo aos agradecimentos às comunidades acadêmicas que me acolheram com muito respeito e amizade. Assim, eu agradeço:

À Universidade Estadual de Londrina (UEL), espaço de referência para a promoção, disseminação e construção do conhecimento científico norte-paranaense.

Ao Colegiado Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL, pela dedicação, competência, profissionalismo e ética que permeiam o desenvolvimento das atividades de pesquisa.

Aos profissionais administrativos da secretaria de Pós-Graduação do Centro de Ciências Exatas, pela atenção, dedicação e respeito que sempre me atendeu.

Ao Grupo de pesquisa IFHIECEM/PECEM-UEL pela amizade, parceria acadêmica, pelas contribuições nos seminários de pesquisa e leituras de textos da tese. Obrigada de forma especial às amigas e aos amigos Marlize, Bettina, Lígia, Marcia, Amanda, Nathaly, Denise, Juliana Stal, Jonatas Krieger, Adriano Ortiz, João Lorin, Gabi Issa, Maria Lúcia, Juliane Sachs e Walter – vocês espalharam alegria na minha caminhada acadêmica!

Ao grupo de estudantes voluntários participantes desta pesquisa por compartilharem comigo suas experiências acadêmicas, tempo, dúvidas e muita alegria. Obrigada por cada um e cada uma que colaboraram com este trabalho. Toda minha gratidão a vocês – nove pessoas especiais – que como eu acreditam que podemos fazer mais pela Educação Matemática, e em especial o Cálculo.

À comunidade educativa do Instituto Federal do Paraná - Campus Londrina, de modo particular ao Colegiado dos cursos de Biotecnologia, Informática e Licenciatura em Ciências Biológicas; e de forma especial ao Guilherme Lima Bruno E Silveira, à Fernanda de Oliveira Martins, à Talita Canônico e Silva e à Tania Paula Peralta.

Aos estudantes da Turma Pioneira do Curso Técnico de Biotecnologia Integrado ao Ensino Médio – Biotec 2015 – do IFPR/Campus Londrina, fonte de inspiração, criatividade, entusiasmo e alegria para meu trabalho docente, e em especial: ao Gustavo Palote, à Alanna Garla, ao Guilherme Braga, à Bianca Gomes, ao Gustavo Yuji, ao Tadeu W. Neto e à Ana Beatriz R Campana que estiveram comigo prestigiando o momento da defesa pública deste trabalho, na Universidade Estadual de Londrina. Todos(as) vocês "moram" no meu coração!

Ao Akira Demenech por sua sensibilidade em expressar com seu talento artístico os princípios humanitários, científicos e de natureza transcendental que compõem parte de meu repertório cultural de conhecimentos idiossincráticos; e que a partir da descrição de elementos simples, idealizou a representação do que simboliza para mim essa trajetória pessoal de aprendizagem, a “Rosa Integral da Gratidão”.

E para todas as pessoas que colaboraram de alguma forma comigo durante esse percurso acadêmico, recebam meu muito obrigada com carinho!

Grande abraço a todos(as)!

“Se eu tivesse de reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: O fator mais importante que influencia a aprendizagem é o que o aprendiz já sabe. Averigue isso e o ensine em conformidade” (AUSUBEL, 1978).

BERTOLAZI, Kátia Socorro. Proposta didático-pedagógica para a Formação Docente em Matemática: investigações de noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RESUMO

A História da Ciência demonstra a natureza interdisciplinar do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Com base na epistemologia científica, a atividade de se fazer Matemática passa necessariamente pela experiência do estudo do CDI. De acordo com os levantamentos bibliográficos realizados, observamos que apesar da relevância do CDI para a Educação Científica, não é novidade a existência de dificuldades relativas ao ensino e à aprendizagem nessa área. Consideramos o desenvolvimento e a aplicação de abordagens de ensino, com articulação de pressupostos epistemológicos aos didático-pedagógicos, como parte da solução dessa situação. O objetivo geral desta pesquisa consiste em investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática (AD), com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática. Para isso, realizamos uma investigação teórica que possibilitou a construção e a aplicação de uma AD com síntese interdisciplinar, embasada em fundamentos epistemológicos, didáticos e matemáticos entrelaçados pela Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). Nessa perspectiva, adotamos o Vê Epistemológico como recurso heurístico investigativo e avaliativo, porque permite organizar ideias, explicar e compreender a natureza da produção do conhecimento científico. O grupo de participantes é composto por estudantes universitários e docentes da área de Matemática, modalidades de Licenciatura e/ou Bacharelado, sendo os estudantes participantes matriculados em uma universidade pública paranaense. Os sujeitos envolvidos nesta pesquisa participaram de forma voluntária. Para a gestão das atividades pedagógicas da AD priorizamos práticas de leituras crítico-reflexivas, diálogos horizontais, rodas de conversas, e incentivamos o desenvolvimento de tarefas e discussões em grupos. Esta pesquisa é de natureza qualitativa de cunho interpretativo, e foi realizada com base nos parâmetros éticos normativos. A coleta de dados foi realizada durante a aplicação da AD, organizada na forma de um curso de extensão de 30h com uso de diário de bordo. Distribuímos essa carga horária em 20h presenciais e 10h à distância, ao longo de cinco encontros em um período quinzenal. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram respondidos individualmente pelos(as) participantes sem interferências de quaisquer naturezas. Para isso, aplicamos dois questionários, prévio e posterior, respectivamente compostos por 9 e 7 questões. Propomos durante a AD o desenvolvimento de cinco produções heurísticas, totalizando um acervo com 41 documentos. Com base nessas produções, solicitamos relatos escritos de experiências vivenciadas na AD, e a elaboração de reflexões heurísticas de aprendizagem com a diagrama Vê, registros textuais que incorporamos nas análises desta investigação. Adotamos a Análise de Conteúdo Temática Categorial para organização dos critérios metodológicos que orientaram a formulação das hipóteses, a construção dos instrumentos para a coleta de dados, e a definição de parâmetros qualitativos para a realização das análises. A partir da elaboração das análises obtidas, identificamos contribuições epistemológicas e pedagógicas de ideias fundamentais do CDI para a Formação Docente em Matemática. Observamos indícios de alteração no *status* epistemológico-cognitivo desse grupo de participantes, uma vez que foram evidenciadas novas interpretações e ampliação de significados para noções de Integral e Derivada. De modo geral, demonstraram indícios de compreensão da Derivada atribuindo novos significados que a explicitam como taxa de variação de um determinado fenômeno, dadas suas condições de ocorrência. A partir dessas evidências, reconhecemos que houve manifestação de reelaboração desses conhecimentos referentes ao papel desempenhado pelo coeficiente angular, no contexto de estudo referente à inclinação da reta tangente.

Quanto às noções conceituais de Integral, a maioria dos registros prévios indicaram noções exclusivamente relativas ao cálculo de área. Após a AD, percebemos um enriquecimento de significados para noções de Integral, com destaques para fenômenos físicos envolvendo variação de velocidade e aceleração de um móvel. Esses resultados sinalizam a compreensão de relações entre ideias, noções conceituais e teorias discutidas durante a aplicação da AD. No entanto, ressaltamos que esses resultados são específicos desta pesquisa, e não permitem estabelecer generalizações arbitrárias. Além disso, não é possível estimar ou realizar conjecturas quanto a estabilidade e a duração desses indícios de aprendizagem significativa para esse grupo de participantes. A aplicação do Vê Epistemológico se mostrou efetiva colaborando para o entendimento de relações entre conteúdos matemáticos da Educação Básica e a relevância do estudo do CDI, para conhecer percursos teórico-metodológicos relativos à construção do conhecimento matemático. Dessa forma, identificamos três tendências heurísticas, as quais denominamos por Tendência lógico-matemática, Tendência didático-pedagógica e Tendência didático-epistemológica. Em relação ao metaconhecimento pedagógico salientamos quatro perspectivas de repercussões heurísticas, sendo a gestão pessoal do conhecimento científico e as epistemologias de natureza didático-matemática, pedagógica e psicoemocional. Reconhecemos ainda a caraterização de três eixos temáticos que apresentaram subsídios para a compreensão de aspectos epistemológicos do CDI, os quais designamos por Memórias psicocientíficas, Docência e Consciência formativa, e Reflexões didático-pedagógicas. Com base nos resultados obtidos nesta investigação, inferimos que a AD elaborada se mostrou como uma proposta pedagógica potencialmente significativa. Essa abordagem de ensino, com síntese interdisciplinar, nos possibilitou identificar e explicitar contribuições de natureza epistemológica, didática e pedagógica baseadas em noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Epistemologia e Didática da Ciência. Cálculo Diferencial e Integral. Teoria da Aprendizagem Significativa. Momentos pedagógicos interdisciplinares.

BERTOLAZI, Kátia Socorro. Didactic and pedagogical proposal for Mathematics Teacher Education: investigations of conceptual notions of Differential and Integral Calculus with the use of Gowin's Epistemological V. 2017. 480f. Thesis (Doctorate in Science Teaching and Mathematics Education) - Londrina State University, Londrina, 2017.

ABSTRACT

The History of Science demonstrates the interdisciplinary nature of Differential and Integral Calculus (DIC). Based on scientific epistemology, the activity of doing mathematics necessarily involves the experience of studying DIC. According to the literature reviews conducted, we observe that despite the relevance of DIC for Science Education, there are difficulties related to teaching and learning in this area. We consider the development and application of teaching approaches, with the articulation of epistemological and didactic-pedagogical assumptions, as part of the solution for this situation. The general objective of this research is to investigate and explain, through the theoretical and methodological elaboration of a Didactic Approach (DA) based on interdisciplinary and pedagogical moments, relationships and contributions of the fundamental ideas of Differential and Integral Calculus for Mathematics Teacher Education. For this, we carried out a theoretical investigation that enabled the construction and application of a DA with interdisciplinary synthesis, based on epistemological, didactic and mathematical foundations intertwined by the Meaningful Learning Theory (MLT). In this perspective, we adopted the Epistemological V as an investigative and evaluative heuristic resource, since it allows us to organize ideas, explain and understand the nature of scientific knowledge production. The group of participants is made up of university students and professors in the area of Mathematics, Licentiate and/or Bachelor’s degree, with the participating students enrolled in a public university in Paraná. The subjects involved in this research participated voluntarily. For the management of the pedagogical activities of the DA, we prioritized critical-reflexive reading practices, horizontal dialogues, conversation circles, and encouraged the development of tasks and group discussions. This research is of a qualitative nature, and was based on normative ethical parameters. Data collection was performed during the application of the DA, organized as a 30-hour extension course using a logbook. We distributed the DA as 20h face-to-face and 10h as distance learning, over five meetings in a fortnightly period. The instruments used for data collection were answered individually by the participants without interference of any kind. For this, we applied two questionnaires, previous and subsequent to the DA, respectively composed of 9 and 7 questions. We proposed during the DA, the development of five heuristic productions, totaling a collection of 41 documents. Based on these productions, we requested written reports of the experiences with the DA, and the elaboration of heuristic reflections of learning with the V diagram, textual records which were incorporated in the analyzes of this investigation. We adopted the Categorical Thematic Content Analysis to organize the methodological criteria that guided the hypothesis formulation, the construction of the instruments for data collection, and the definition of qualitative parameters for the analysis. From the elaboration of the obtained analyzes, we identified epistemological and pedagogical contributions of fundamental ideas of DIC for the Mathematics Teacher Education. We observed indications of alteration in the epistemological-cognitive status of this group of participants, since new interpretations and the broadening of meanings to Integral and Derivative notions were evidenced. In general, Indications of understanding the derivative by attributing new meanings that make it explicit as the rate of change of a given phenomenon were demonstrated, given its conditions of occurrence. From this evidence, we recognize that there was a manifestation of reconstruction of this knowledge regarding the role played by the angular coefficient, in the context of study regarding the inclination of the tangent line. As for the conceptual notions of the Integral, most of the previous records indicated notions exclusively related to area calculation. After the DA, we noticed an enrichment of meanings for Integral notions, with highlights for physical phenomena involving speed variation and acceleration. These results signal the understanding of relationships between ideas, conceptual notions and theories discussed during the application of the DA. However, we emphasize that these results are specific to this research, and do not allow to establish arbitrary generalizations. In addition, it is not possible to estimate or guess the stability and duration of these significant learning indications for this group of participants. The application of the Epistemological V proved to be effective contributing to the understanding of relationships between mathematical contents of Basic Education and the relevance of DIC study, to know theoretical-methodological pathways related to the construction of mathematical knowledge. Thus, we identified three heuristic tendencies, which we call the Logical-Mathematical Tendency, the Didactic-Pedagogical Tendency and the Didactic-Epistemological Tendency. Regarding pedagogical metacognition, we highlight four perspectives of heuristic repercussions, namely the personal management of scientific knowledge and the didactic-mathematical, pedagogical and psycho-emotional epistemologies. We also recognize the characterization of three thematic fields that presented subsidies for the understanding of epistemological aspects of DIC, which we call Psychoscientific Memories, Teaching and Formative Consciousness, and Didactic-Pedagogical Reflections. Based on the results obtained in this investigation, we infer that the elaborated DA proved to be a potentially significant pedagogical proposal. This teaching approach, with interdisciplinary synthesis, allowed us to identify and make explicit contributions of an epistemological, didactic and pedagogical nature based on conceptual notions of Differential and Integral Calculus, for Mathematics Teacher Education.

Keywords: Mathematics Education. Epistemology and Didactics of Science. Differential and Integral Calculus. Meaningful Learning Theory. Interdisciplinary Pedagogical Moments.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE HISTOGRAMAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AC	Análise de Conteúdo
AD	Abordagem Didática
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CH	Carga horária
E	Encontro
EO	Elementos Organizadores
FDM	Formação Docente em Matemática
HFC	História e Filosofia da Ciência
IFHIECEM	Investigações em Filosofia e História da Ciência, Educação em Ciências e Matemática
L	Licenciatura
LB	Licenciatura/Bacharelado
L_c	Licenciatura completa
Lim.	Limite
NdC	Natureza da Ciência
OP	Organizador Prévio
P	Participante
PECEM	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Q	Questão
QPO	Questionário Posterior
QPR	Questionário Prévio
Quant.	Quantidade
RH	Repercussão Heurística
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido
TDEp	Tendência didático-epistemológica
TDM	Tendência didático-matemática
TDP	Tendência didático-pedagógica

TFC	Teorema Fundamental do Cálculo
UC	Unidade de Contexto
UCEp	Unidade de Contexto Epistemológica
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEp	Unidade Epistemológica
UR	Unidade de Registro
URE	Unidade de Registro Emergente
UREp	Unidade de Registo Epistemológica
UREpE	Unidade de Registro Epistemológica Emergente
URH	Unidade de Registro Heurística
USP	Universidade de São Paulo
V	Diagrama Vê

SUMÁRIO

PRIMEIRAS PALAVRAS

Para desenvolver a atividade científica dois fatores constituem-se como fundamentais, isto é, nutrir o interesse cognitivo de questionar-se a respeito de um determinado fenômeno, e ser consciente de que as respostas encontradas não se configuram no término do trabalho, e sim em possibilidades de explorar e refletir a respeito de novas questões por outras perspectivas.

A inspiração científica para a construção desta tese emergiu durante uma aula em que discutíamos relações entre a História da Ciência e a Psicologia da Aprendizagem, baseado no texto de Matthews (1995). Em um momento inesperado e oportuno fomos confrontados pela professora regente com as seguintes questões[3]: *Como você é professor (a) e não sabe a respeito de teorias da aprendizagem? Com que base teórica a sua prática é fundamentada?* Após essas perguntas, o ambiente foi tomado por instantes profundo de silêncio, o qual foi respeitado e entendido pela docente que moderava as discussões. Aquele momento me fez compreender o significado do exercício pleno da docência!

Mais adiante, ainda nesta mesma aula, coloca-se uma outra questão: *Como você elabora perguntas sem conhecer a natureza da Ciência que leciona?* Então, naquela aula fui tomada por uma forte determinação pessoal e profissional que acelerou meus questionamentos. Perguntei: "*Professora, qual a teoria de aprendizagem que você utiliza em suas pesquisas? E como posso compreender mais a respeito da natureza da Ciência*?" E, com muita seriedade fui orientada a estudar os originais da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968). Em relação à segunda questão, a sugestão era buscar na História e Epistemologia da Ciência e da Matemática explicações para esclarecer minhas dúvidas.

Com base nessas orientações obtidas em aula, o interesse científico prontamente foi direcionado para o Cálculo Diferencial e Integral. As vivências profissionais acrescidas das experiências pessoais de aprendizagem com essa área do conhecimento foram para mim um marco científico. Ao término daquela aula, tive a sensação de que poderia construir novas possibilidades de aprendizagem.

[3] **Fonte:** Notas pessoais de estudo registradas durante aula da disciplina optativa "Abordagens Históricas e Filosóficas na Educação Científica e Matemática" do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, PECEM-UEL/PR, Londrina, 2013.

Nesse movimento de intensa reflexão, muitos questionamentos emergem. Por exemplo, por que elaborar uma tese? Por que foi escolhido esse tema? Qual a relevância dessa pesquisa? As respostas para essas perguntas perpassam por vivências pessoais de diferentes dimensões. “A experiência humana envolve não só o pensamento e a ação, mas também o sentimento” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.13).

Mas, por onde começar? Óbvio, conversando com pessoas que estão predispostas a aprender e ensinar. Sempre tive consciência que para desenvolver uma investigação científica adequada era primordial o diálogo com uma comunidade acadêmica, e esse suporte encontrei no grupo de pesquisa IFHIECEM[4]/UEL-PR. Os estudos teóricos e metodológicos coletivos, as discussões, as indicações de leitura, as reuniões de orientação e as práticas acadêmicas desenvolvidas em oficinas de pesquisa me possibilitaram organizar os referenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

Consciente do processo de formação profissional inacabado, busco constantemente significados e ressignificados, sentidos e valores do conhecimento científico, uma vez que acredito na Ciência como meio de promover transformações pessoais, sociais, culturais, econômicas e tecnológicas na sociedade. Dessa forma, espero colaborar ativamente para a continuidade e o fortalecimento de discussões de propostas teórico-metodológicas envolvendo processos de ensino e de aprendizagem no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral.

Para além dos objetivos científicos e justificativas formais que conhecemos mediante diferentes trabalhos acadêmicos, existem motivações e sentimentos que passam distantes de critérios estabelecidos pela Ciência. Essas razões desconhecidas que compõem os bastidores do conhecimento científico podem ser expressas por meio de sentimentos, curiosidades, desejos e emoções que constituem a natureza da especificidade humana.

Nesse sentido, somos seres com infinitas possibilidades. Entretanto, necessitamos refletir conscientemente a respeito de que a existência humana é finita. Para permanecermos infinito precisamos escolher objetivos finitos, e esses em conformidade com valores pessoais para a nossa existência, a qual denominamos Vida. Desse modo, é possível construímos oportunidades para suscitar novos infinitos em outras pessoas. É assim, por exemplo, que a construção epistemológica do

[4] Investigações em Filosofia e História da Ciência e Educação em Ciências e Matemática, PECEM/UEL-PR.

conhecimento científico progride. Uma centelha de pensamento que desencadeia novos pensamentos e novas perguntas como se fosse uma sequência numérica infinita e desordenada, interconectadas por fatores quase sempre não lineares, considerados, na maioria das vezes, impossíveis e incompatíveis para as mentes que usufruem de certezas inquestionáveis.

A partir de agora começo o texto que formaliza a realização desta pesquisa, deixando de referir-me à primeira pessoa, para colaborar e contribuir com a comunidade acadêmica no trabalho coletivo da construção do conhecimento científico.

INTRODUÇÃO

A articulação e a sistematização de ideias oriundas do Cálculo Diferencial e Integral ampliaram o modo de pensar da humanidade. Com base nesse protagonismo matemático, nos questionamos como apresentar o potencial científico e o impacto socioeducativo dessas ideais para estudantes que estão se preparando para serem futuros(as) professores(as) de Matemática. Nesse contexto, a questão científica que orienta o desenvolvimento desta pesquisa configura-se em analisar e compreender *"Como o Cálculo Diferencial e Integral pode contribuir para a formação de professores(as) de Matemática em diferentes níveis de escolaridade?"*, com enfoque na construção e aplicação de uma Abordagem Didática (AD). A partir dessa questão, fundamentamos esta investigação com base na literatura da área por meio de três proposições.

Proposição 1: O desenvolvimento da atividade de se fazer Matemática passa pela experiência do estudo de temas do Cálculo Diferencial e Integral (FOUREZ, 2002).

Proposição 2: Temas e ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) estão presentes em cursos superiores de Matemática, Física, Química, Ciências Econômicas, Ciências Biológicas, Ciências Sociais, áreas de Ciências Médicas, Geociência, todas as áreas da Engenharia, Computação e tecnologias afins, constituindo a abrangência de seus laços interdisciplinares no processo da construção do conhecimento científico.

Proposição 3: O Cálculo Diferencial e Integral consiste em um conjunto de procedimentos científicos que permite descrever e analisar movimentos e como ocorrem essas mudanças, calcular áreas e volumes de regiões ou sistemas irregulares, e em síntese, manipular padrões mesmo que esses se apresentem de modo infinito (DEVLIN, 2002; PETITOT, 1985; AMOROSO COSTA, 1929; LAGRANGE, 1898).

A justificativa para a escolha do Cálculo Diferencial e Integral como contexto de investigação para se desenvolver esta pesquisa é motivado por cinco eventos principais, a saber: I) fecundidade epistemológica; II) potencialidade de aplicações científicas; III) potencialidade pedagógica para a Formação Docente em Matemática, uma vez que a Didática específica da Ciência se estabelece como um campo de pesquisa promissor e fundamental para a promoção e fortalecimento da

Educação Científica (BATISTA, 2016); IV) dificuldades de aprendizagem em Cálculo enfrentadas no período de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior em razão de um repertório insuficiente de Matemática básica; e V) ideia de cultura de reprovação no curso universitário de Cálculo. A seguir, apresentamos ideias gerais a respeito de cada um desses eventos elencados.

I) A *fecundidade epistemológica*[5] das ideias que envolvem essa temática, uma vez que a História da Ciência evidencia essa natureza por meio de vários episódios científicos. Por exemplo, na Física ocorreu a expansão dos estudos da Mecânica clássica com base nas ideias de Newton[6] (2012) enfatizadas em conferências de Poincaré (1904); Leibniz e a nova perspectiva matemática para a área e o aprimoramento de notações simbólicas (KATZ, 2010).

II) A *potencialidade de aplicações científicas* do Cálculo Diferencial e Integral (ARTIGUE, 1995). Nesse sentido, Barufi (1999, p.3) explica que um dos objetivos do CDI é o de "[...] de propiciar condições de base para o estudo de equações diferenciais, equações essas que são modelos para problemas relevantes da Física, Química, Engenharia, Economia, Biologia etc."

III) A *potencialidade pedagógica para a Formação Docente em Matemática*, com destaques para noções básicas possíveis de serem exploradas no âmbito da Educação Básica (REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; MACHADO, 2011; ÁVILA, 2012).

IV) Manifestação de *dificuldades oriundas de um repertório insuficiente* de conteúdos básicos de Matemática enfrentada por muitos estudantes que necessitam estudar e aprender Cálculo fundamentada em pesquisas de Cury (2004), Nasser (2004), Cavasotto e Viali (2011), Fernandes e Conceição (2013), Keene, Hall e Duca (2014), e destaques para trabalhos apresentado no COBENGE[7], (MOCROSKY; ALVES, 2011; TEIXEIRA; PEREIRA, 2012).

V) A *ideia de cultura de reprovação* disseminada no âmbito acadêmico. O curso universitário de Cálculo é considerado de qualidade se há um número elevado de estudantes reprovados (OLIVEIRA; RAAD, 2012). Desafios e problemáticas pedagógicas referentes ao alto índice de reprovação em cursos de

[5] Essa terminologia adotamos com inspiração em de Machado (2011).
[6] Com base em: NEWTON, Isaac. **Principia: princípios matemáticos de filosofia natural**. 2ª edição, 2ª reimpressão, São Paulo: Edusp, 2012.

[7] Congresso Brasileiro em Educação em Engenharia.

Cálculo são abordados em várias pesquisas (BARUFI,1999; LOPES,1999; ZEFERINO; WROBEL; CARNEIRO, 2013).

Para delimitar o recorte teórico-metodológico desta pesquisa, realizamos um levantamento bibliográfico em periódicos nacionais e internacionais, bem como em eventos da área de Educação Científica e Matemática, além de buscar por teses e dissertações em programas de pós-graduação nas linhas de Educação, Ensino de Ciências e Educação Matemática. As consultas durante essa etapa foram realizadas por meio dos repositórios digitais de periódicos ou banco de teses e dissertações de universidades, e no caso dos eventos buscamos pelos anais e atas. Para essas buscas utilizamos as palavras-chave: Cálculo, Cálculo Diferencial e Integral, Ensino de Cálculo, Aprendizagem em Cálculo, Limite (s), Derivada (s), Integral (is), Série (es), Equações Diferenciais Ordinárias, Cálculo e Formação Docente, Cálculo e História da Matemática, Cálculo e Epistemologia. Os detalhes desse levantamento são apresentados no Capítulo IV.

Machado (2011) destaca a fecundidade epistemológica das ideias que circundam o desenvolvimento histórico do Cálculo Diferencial e Integral, e discute razões que impedem a abordagem do Cálculo[8] em nível elementar. Um dos motivos explicitados por esse autor se refere ao modo pedagógico em que o tema é desenvolvido, pois

> [...] trata-se da tentativa de ensinar tal assunto com abordagens que hipertrofiam sua dimensão técnica, desvinculando-se em demasia do significado das questões tratadas ou circunscrevendo-o apenas a interpretações estereotipadas, que pouco contribuem para uma mediação da Língua Materna [...] (MACHADO, 2011, p.156).

O exercício da docência exige clareza quanto às características do conhecimento desejado para estabelecer relações de aprendizagem, e possibilitar articulações para a construção de significados (BARUFI, 1999). Para ser professor (a) de Matemática é preciso conhecer “seus *fundamentos epistemológicos*, sua *evolução histórica*, a *relação da Matemática com a realidade*, seus *usos sociais* e as *diferentes linguagens* com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático” (FIORENTINI, 2005, p.110). Adotamos o entendimento para se referir a “Epistemologia” como um ramo da Filosofia da Ciência que diz respeito aos processos de compreender e explicar como os conhecimentos se constroem (FOUREZ, 2002).

[8] A palavra “Cálculo” de agora em diante será usada para se referir à expressão terminológica “Cálculo Diferencial e Integral”, quando se fizer essa opção ao longo do texto.

Batista (2016) discorre a respeito dos saberes docentes interdisciplinares e o papel da História e Filosofia da Ciência (HFC) como recursos teórico-metodológicos para a produção de novas abordagens didáticas, tanto para a Formação Docente inicial como em serviço. Para essa pesquisadora,

> [...] um saber interdisciplinar metodológico e epistemológico forma a base desse repertório, caracterizado por sua capacidade de relacionar diferentes domínios de conhecimento científico ao mesmo tempo que diferencia a natureza desses domínios no que concerne à delimitação de fenômenos estudados, os enfoques metodológicos de construção das explicações, bem como os sistemas de valoração estabelecidos por uma comunidade científica para avaliar se uma resposta científica encontrada é válida (BATISTA, 2016, p.159-160).

Ademais, a prática docente implica em elaborar situações de aprendizagem que preparem o (a) estudante para receber o conteúdo a ser aprendido. O conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aprendiz é considerado o fator mais relevante para o processo de aprendizagem (AUSUBEL, 1968). Nessa perspectiva, a investigação de conhecimentos prévios constitui uma atividade básica para o processo de planejamento e organização da prática docente. As experiências de aprendizagens vivenciadas constituem a base para a aquisição e construção de novos conhecimentos. Para Lorenzato (2010, p.3) “[...] dar aula é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento”. O valor educativo da aprendizagem demonstra que “os significados são construções sociais que nos permitem por um lado exercer a nossa capacidade de inferência, auto compreensão e atuação racional, e, por outro lado, unir as ideias e relacionar as partes com o todo” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.126).

Defendemos que a Formação Docente em Matemática priorize por abordagens pedagógicas que favoreçam a construção e a apropriação de significados de conteúdos matemáticos estudados, e assim possa “contribuir para a superação do mar de falta de significação que se diz ter inundado as salas de aula de ciências, onde fórmulas e equações são recitadas sem que muitos cheguem a saber o que significam” (MATTHEWS, 1995, p. 165). Com base nessa ideia, muitas vezes temos disciplinas desenvolvidas durante a graduação, em cursos de Licenciatura em Matemática, entendidas por professores como desligadas e desconectadas de conteúdos e objetivos a serem desenvolvidos no âmbito da Educação Básica (ONUCHIC; HUANCA, 2013). A Formação Docente centrada em procedimentos que enfatizam o caráter tecnicista do conhecimento deve ser suplantada em detrimento de uma formação que estimule o pensamento crítico e reflexivo (DELIZOICOV; ANGOTTI; PERNAMBUCO, 2011).

Para Batista (2016, p.159) “o desenvolvimento de um saber analítico-reflexivo e autônomo habilita um professor a identificar o necessário (essencial), o adequado e o suficiente para a realização de objetivos escolares e acadêmicos [...]”. Desse modo, compreendemos a necessidade pedagógica quanto ao desenvolvimento de alternativas que proponham novas abordagens didáticas para ampliar e fomentar discussões de noções conceituais, vistas como fundamentais no contexto do estudo de temas do Cálculo Diferencial e Integral.

Sendo assim, o objetivo geral desta tese consiste em *investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática, com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática*. Para atingir esse propósito, elaboramos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar a elaboração de uma Abordagem Didática envolvendo momentos interdisciplinares e noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática.
- Aplicar a Abordagem Didática elaborada envolvendo momentos interdisciplinares e noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática;
- Identificar aspectos epistemológicos e pedagógicos do conhecimento científico relacionando ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática;
- Fomentar reflexões envolvendo asserções de conhecimento e de valor mediante compreensão de significados relativos à natureza da produção do conhecimento científico.

Para atingir esses objetivos supracitados construímos uma Abordagem Didática (AD) intitulada “*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*” propondo discutir e refletir processos de compreensão, construção e apropriação de conhecimentos matemáticos envolvendo noções básicas de conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Os conceitos fundamentais aos quais nos referimos são a taxa de variação, isto é, “a medida da rapidez de variação conduz à noção de *derivada”* e a ideia d “somas com muitas pequenas parcelas conduz à noção de *integral*” (MACHADO, 2011, p.157, destaques do próprio autor).

A tomada de dados para esta pesquisa foi realizada durante a aplicação da Abordagem Didática, organizada na forma de um curso de extensão universitário. O curso teve duração de 30h, sendo que 20h foram presenciais divididas em cinco encontros de 4h, e 10h foram a distância. Os(as) participantes desta pesquisa são estudantes voluntários de graduação em Matemática nas modalidades de Licenciatura e/ou Bacharelado matriculados em uma universidade pública paranaense que já tinham cursado a disciplina clássica de Cálculo Diferencial e Integral, bem como docentes de Matemática que atuam na Educação Básica.

Os parâmetros éticos, para a tomada de dados, estabelecidos pela instituição de ensino foram respeitados e formalizados por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), Apêndice A, no qual informamos o teor da pesquisa e nos comprometemos com a preservação da identidade e anonimato dos(as) estudantes que se dispuseram a participar.

Esta investigação caracteriza-se na perspectiva da pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, conforme elementos teórico-metodológicos de Bogdan e Bicklen (1994), constituindo o interesse pelo processo investigativo tão relevante quanto os resultados obtidos. Os processos de descrição e a atribuição de significados são considerados identidade científica no contexto da pesquisa qualitativa. Esses processos corroboram para compreender, interpretar e construir inferências a partir dos resultados oriundos do processo de investigação empírica. Para a análise de dados, adotamos a Análise Temática de Conteúdo e em alguns casos específicos a Análise Documental (BARDIN, 2011).

É relevante salientar que esta tese faz parte do contexto de atividades de investigação do grupo de pesquisa paranaense “Investigações em Filosofia e História da Ciência, Educação em Ciências e Matemática” (IFHIECEM) coordenado pela docente e pesquisadora Dra. Irinéa de Lourdes Batista. Entre os objetivos do grupo de pesquisa que estão alinhados com a produção deste trabalho destacamos o de “desenvolver pesquisas no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática”, “investigar noções teórico-metodológicas e ontológicas concernentes à natureza, estrutura e construção do conhecimento científico", e o de "alcançar resultados aplicáveis na realidade escolar – Educação Básica e Superior: formação docente e aprendizagem científica, por meio da contribuição da História e Filosofia da Ciência (HFC) para a Educação Científica e Matemática". Para demais informações relativas à atuação do grupo tais como linhas de pesquisa, detalhamento de objetivos, publicações, membros integrantes ou atividades realizadas, visite a página eletrônica[9].

A organização textual desta pesquisa está distribuída em seis capítulos. O **Capítulo 1** intitulado "Natureza do conhecimento científico do Cálculo Diferencial e Integral" enfoca algumas ideias fundamentais do Cálculo e apresentação de aspectos matemáticos relacionados às dificuldades epistemológicas em contextos de ensino e de aprendizagem. Na sequência, o **Capítulo 2** denominado "Interfaces do Cálculo Diferencial e Integral e investigações em Educação Matemática" busca oferecer um panorama de pesquisas com destaques para relações didático-pedagógicas concernentes a temática. Além disso, apresentamos elementos norteadores que caracterizam esta investigação.

Em continuidade, o **Capítulo 3** nomeado "Teoria da Aprendizagem Significativa: Fundamentos para a Prática educativa" apresenta princípios de aprendizagem, e instrumentos heurísticos para processos avaliativos, em específico o Vê de Gowin também denominado por Vê Epistemológico ou Diagrama Vê, que foram adotados nesta pesquisa. O **Capítulo 4** intitulado "A elaboração teórico-metodológica da Abordagem Didática" possui o objetivo de caracterizar a AD, mediante a descrição dos processos de construção teórica, avaliação, planejamento, justificativas de escolhas realizadas, e roteiro orientador para a formulação das atividades de cada encontro da AD.

No **Capítulo 5** organizamos os "Procedimentos teórico-metodológicos para a Investigação Empírica" com enfoque na descrição do perfil dos(as) participantes da pesquisa, na caracterização da Análise de Conteúdo e Análise Documental de Bardin (2011), na apresentação dos questionários prévio e posterior de pesquisa com suas respectivas Unidades de Contexto (UC) e Unidades de Registro (UR), assim como qualificação e delimitação das Unidades de Contexto

[9] <<http://www.uel.br/grupo-pesquisa/ifhiecem/index.html>>

Epistemológicas (UCEp) para embasar as análises da produção dos Diagramas Vês, e por fim, o relato da aplicação da AD.

Por fim, no **Capítulo 6** dissertamos a respeito da “Apresentação dos resultados, interpretações e inferências” visando explicitar os resultados encontrados, por meio das análises realizadas e as articulações teórico-metodológicas entre os registros escritos dos questionários, e a produção heurística do Vê de Gowin. Não obstante, apresentamos desdobramentos mediante discussões meta-teóricas com a finalidade de relacionar e repercutir os resultados obtidos, e os referenciais teóricos adotados nesta pesquisa. Em seguida, ao término do último capítulo, apresentamos as considerações finais, a lista de referências utilizadas e os apêndices.

Ademais, agradecemos membros integrantes atuais e egressos do grupo de pesquisa IFHIECEM/UEL-PR pela colaboração na etapa de decodificação intersubjetiva dos enunciados das questões, elaboração das Unidades de Contextos e de Registros, assim como na fase de organização e agrupamento dos fragmentos textuais das respostas obtidas, e por todas as contribuições recebidas durante as várias apresentações de seminários e desdobramentos das etapas desta pesquisa.

A seguir, o Capítulo 1 tem por objetivo apresentar recortes teóricos para a delimitação epistemológica desta pesquisa. A História e Filosofia da Ciência evidenciam que o desenvolvimento das ideias e conceitos do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) encontram suas origens no desenvolvimento sociocultural da humanidade. Dessa forma, reconhecemos as limitações temporais e científicas engendradas pela investigação que nos propomos realizar.

CAPÍTULO I

1 NATUREZA DO CONHECIMENTO CIENTÍFICO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar.
Paulo Freire

Para vivenciar, compreender e atuar em uma área específica da Ciência, assim como para refletir questões humanas e problemáticas sociais, são fundamentais instrumentos que nos inserem em tradições de pesquisa, orientando a utilizar resultados das gerações que nos precederam. Para Fourez (2002, p.16) da mesma forma que "[...] é impossível fazer filosofia sem adquirirmos uma certa tenacidade e um vocabulário adequado [...] seria insensato fazer Matemática sem nos submetermos, por exemplo, à disciplina de *Cálculo Diferencial e Integral*" (grifo nosso).

A construção do conhecimento matemático encontra-se impregnada pelos fatores socioculturais que conduziram o desenvolvimento da humanidade. D' Ambrosio (1986) atribui "à *Matemática* o caráter de uma atividade inerente ao ser humano, praticada em plena espontaneidade, resultante de um ambiente sociocultural [...] determinado pela realidade material na qual o indivíduo está inserido" (p.36, grifo nosso).

A transformação social impulsionada pela presença marcante dos diferentes tipos de instrumentos tecnológicos alterou a forma das pessoas se relacionarem com o conhecimento. As máquinas fazem parte tanto do cotidiano de agricultores quanto dos galpões industriais ou laboratórios científicos. A necessidade de ler números em diferentes situações, de compreender instruções, girar botões, comparar informações e tomar decisões com base em dados numéricos evidencia a relevância de se adquirir competências matemáticas ainda que elementares desde os primeiros anos de escolarização, sob pena de que o indivíduo 'numericamente analfabeto' se torna depende de outros para lidar com a crescente influência de saberes matemáticos que permeiam a vida diária (D' AMBROSIO, 1986).

Com o passar do tempo, a maioria das sociedades ficaram cada vez mais "matematizadas", e o Cálculo Diferencial e Integral marcou de modo revolucionário o desenvolvimento da humanidade, tal qual a invenção da roda e a revolução sociocultural provocada pela impressa (DEVLIN, 2002).

Nesse sentido, a História da Ciência evidencia longas trajetórias desenvolvidas para que aprendizagens se transformem em conhecimentos universais. Bachelard (1996, p.10) nos explica que “a paciência da erudição nada tem a ver com a paciência científica”. Tomemos, por exemplo, o processo de sistematização do Cálculo Diferencial e Integral. No século XVI a comunidade científica conheceu Descartes, matemático francês, que trabalhou no desenvolvimento das bases conceituais da Geometria Analítica. Um pouco mais tarde essas investigações foram utilizadas por Fermat, outro matemático francês nascido no século XVII, para encontrar pontos de máximo e mínimo de curvas. O professor Isaac Barrow (1630-1677) ensinou a Isaac Newton métodos de Fermat, o qual por sua vez foi estudar com profundidade na fonte primária, isto é, nos textos de Descartes (KATZ, 2010). Esse ciclo virtuoso de socialização do conhecimento científico combina com a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). Desse modo, a Educação configura-se como um processo que transforma o significado da experiência humana.

A potencialidade da Educação Científica e Matemática de um curso inicial de Cálculo é enfatizada por Barufi (1999, p.4), pois se espera “propiciar aos alunos uma primeira visão mais ampla e global de como o conhecimento matemático pode ser articulado, resolvendo um grande número de problemas reais”. Além disso, serve como estruturação de conhecimentos prévios para estudos posteriores relacionados a Equações Diferenciais, “equações essas que são modelos para problemas relevantes da Física, Química, Engenharia, Economia, Biologia [...]” (BARUFI, 1999, p.3). Nesse contexto, Batista (2016, p.259) explicita que o “saber interdisciplinar metodológico e epistemológico forma a base desse repertório, caracterizado por sua capacidade de relacionar diferentes domínios de conhecimento científico ao mesmo tempo que diferencia a natureza desses domínios”.

D’Ambrosio (2016) destaca como princípio básico para o ensino de Cálculo a valorização e compreensão dos conceitos, e recomenda, desde 1970, o abandono de técnicas arraigadas em formatação algébrica, fruto ainda de uma “Matemática estruturalista, inspirada no fenômeno da Matemática Moderna (REZENDE, 2003, p.441). A citação a seguir é um breve relato da experiência profissional do Prof. D’ Ambrósio a respeito de sua prática docente, no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. Ele nos conta que:

> Por muitos anos dei aulas de Cálculo Diferencial, de classes iniciais até pós-graduação. É a disciplina básica de toda Matemática. Infelizmente, foi dominada, sobretudo a partir do século XIX, por técnicas. Isso perdura até hoje e é desastroso. Sobretudo agora que as máquinas fazem toda a técnica melhor, com mais precisão e rapidez. Desde uma HP até as mais sofisticadas de hoje, o Cálculo, como vem sendo ensinado é, obsoleto e inútil, e sobretudo chato. Cálculo Diferencial e Integral é a disciplina mais importante e deve ser dada em todos os níveis de escolaridade, desde o básico, mas ENFATIZANDO O CONCEITUAL. Não há máquina que possa substituir o conceitual nos cursos de Cálculo. Essa minha ideia foi efetivada no livro *Cálculo e Introdução à Análise*, que publiquei na década de 1970, pela Companhia Editora Nacional. As máquinas (calculadoras só fazendo as quatro operações) estavam apenas começando a ser usadas -- mas criticadas pelos educadores. Meu livro foi ignorado, mas antecipava um futuro que os educadores não enxergavam -- e continuam não enxergando, ensinando técnicas maçantes e inúteis, e ignorando o conceitual (D' AMBROSIO[10], 2006, destaques em itálico e caixa alta do próprio autor, grifo nosso).

O público discente hodierno espera que seja evidenciado desde o início das atividades de aprendizagem a relevância sociocultural, ou econômica do que está sendo proposto (FOUREZ, 2003). Para incorporar as atualizações e interesses sociais na prática educativa é necessária “a capacidade de conjugar novos resultados científicos com as constantes mudanças nas realidades escolares” (BATISTA, 2016, p.162). Para isso, o saber docente relacionado a organizar e preparar programas de atividades de ensino configura-se em prioridade no âmbito da formação profissional (CARVALHO; GIL-PÉREZ, 2011).

1.1 Ideias Fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral

O significado do verbo *calcular* foi associado às operações aritméticas ditas fundamentais, isto é, adição, subtração, multiplicação e divisão. Conforme Boyer (1992), a palavra “cálculo é o diminutivo de *calx*, que em latim significa ‘pedra’ (p.1). Ainda segundo esse mesmo autor, o ato de calcular nos primórdios do processo de organização social e civilizatório “significou fazer contas por meio de seixos” (p.1). A acepção da palavra “seixo é definida com base em origem geológica que designa o

---

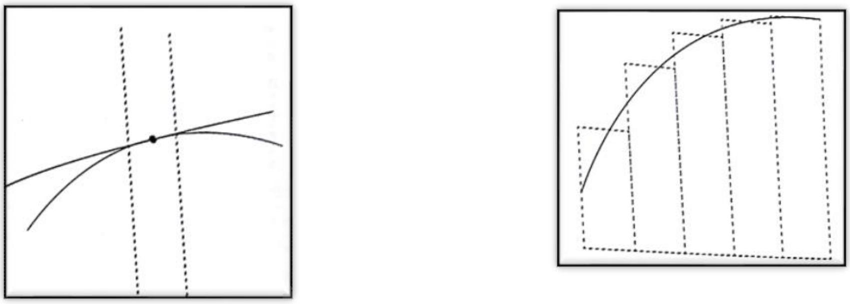
[10] D’AMBROSIO, Ubiratan. **Livro de Cálculo Diferencial e Integral**. [Mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <katiabertolazi@gmail.com> em 26 de junho de 2016.

termo como “fragmento de rocha de diâmetro variável, transportado pela água, que lhe arredonda as arestas”, ou seja, cascalho[11] (DICIONÁRIO ELETRÔNICO HOUAISS, 2009).

Boyer (1992, p.1) denomina de ironia histórica o uso do termo “*cálculo”* para representar “um ramo da Matemática que exige o mais alto grau de sutileza e sofisticação do pensamento”. Para esse autor, “a inadequação do termo fica clara pelo fato de que o domínio do Cálculo seria impossível para alguém que precisasse recorrer a seixos para propósitos computacionais”. Machado (2011, p.157) explica que o Cálculo Diferencial e Integral “trata de questões relacionadas com a medida da rapidez com que as grandezas aumentam ou diminuem, os objetos se movem ou as coisas se transformam”. Além disso,

> Trata também de questões envolvendo a interpretação de grandezas que variam continuamente como se variassem através de pequenos patamares onde se manteriam constante, conduzindo as somas com um número cada vez maior de parcelas cada vez menores. A medida da rapidez da variação conduz à noção de *derivada*; o estudo das somas com muitas pequenas parcelas conduz à noção de *integral*. Ambas as noções têm que ver, em suma, com a aproximação de curvas por retas, ou de fenômenos não lineares por descrições lineares, recurso fundamental em múltiplas e distintas situações. O processo pelo qual uma curva é aproximada por uma reta que lhe é tangente é a *diferenciação ou derivação*; a aproximação de curvas por retas como a que tem um lugar, por exemplo, no cálculo de áreas, dá origem ao processo de *integração* (MACHADO, 2011, p.157).

Figura 1 – Esboço geométrico: Noção de Derivada e de Integral



A: Esboço geométrico representando a noção do processo de diferenciação	B: Esboço geométrico representando a noção do processo de integração

Fonte: Machado (2011, p.157)

[11] Pedra miúda e redonda que pode ser usada em ornamentação de jardinagem ou para finalidades de construções que requerem pavimentação de terrenos.

A expressão **Cálculo Diferencial e Integral** envolve múltiplos significados matemáticos, tanto relativos aos registros históricos de seu desenvolvimento, quanto ao processo lógico-formal construído para a sistematização desse como área específica de conhecimento. Valores científicos, cognitivos e sociais intrínsecos e arraigados na composição da originalidade das ideias compartilhadas ou não, no âmbito científico-profissional ao longo de séculos de trabalhos deram ao **Cálculo Diferencial e Integral** uma imagem lógico-formal acentuada por um conjunto sistemático de axiomas e teoremas que pode dificultar a compreensão de ideias, e o entendimento da abrangência de aplicações possíveis de se explorar em diferentes campos da Ciência, passando pela Física, Ciências Econômicas até ramos da Biologia ou Medicina.

Baron (1975, p.1) explica na seção de introdução da obra "Curso de História da Matemática – Origens e desenvolvimento do Cálculo" que "é mais fácil dizer o que o Cálculo faz do que dizer o que ele é". Essa afirmação tende a retratar a complexidade da natureza científica do **Cálculo Diferencial e Integral (CDI)**, e suas dimensões epistemológicas. O presente trabalho não pretende definir "o que é Cálculo Diferencial e Integral". A resposta a essa questão poderia ser objeto de estudo de uma outra tese! No entanto, entendemos a necessidade de explicitar a posição científica que adotamos para efeito de coerência teórico-metodológica.

A expressão **Cálculo Diferencial e Integral** já traz em si uma incongruência semântica, haja vista que de acordo com registros históricos, estudiosos das Ciências Naturais e da Matemática investigaram em primeiro momento problemas associados ao "Cálculo Integral". Esse apresentava características próximas ao formalismo da Matemática grega antiga, particularmente por especificidades relacionadas a critérios geométricos, os quais foram evidenciados desde as tentativas de Arquimedes para resolver o problema da quadratura do círculo até a fase moderna da Matemática, que buscava sistematizar um método para encontrar áreas e volumes delimitados por curvas. Tal método em linguagem atual conhecemos por encontrar a integral de uma curva definida por uma função contínua, conforme sequência de pontos projetados no plano cartesiano.

Dessa forma, a expressão utilizada atualmente como **"Cálculo Diferencial e Integral" (CDI)** poderia ser denominada por **"Cálculo Integral e Diferencial" (CID**), em razão de registros históricos que precederam muitas ideias relativas ao **"Cálculo"**. Não queremos aqui polemizar ou discutir de forma aprofundada essa questão de nomenclatura. Trata-se de respeitar a coerência epistemológica e metodológica fundamentada por meio de referenciais teóricos usados ao longo do desenvolvimento deste trabalho. De agora em diante, depois desses esclarecimentos, utilizaremos sinteticamente o vocábulo **“Cálculo”** a fim de simplificar o processo de leitura.

Roque (2012, p.30) afirma que a Matemática é ensinada a partir da ordem da exposição presente nos textos matemáticos, “em vez de partirmos do modo como um conceito matemático foi desenvolvido, mostrando as perguntas às quais ele responde, tomamos esse conceito como algo pronto”. Barufi (1999) explica que há, de forma geral, dois modos para tratar o “Cálculo”, quer seja, por meio da *perspectiva histórica* ou pelo *aspecto lógico-formal*. A perspectiva história aborda a seguinte sequência de tópicos:

> Integração por meio de problemas envolvendo área (quadratura), volume (cubatura), comprimento de arco (retificação); diferenciação por meio de problemas de tangentes, valores extremos, normais e curvatura; unificação por meio do Teorema Fundamental do Cálculo; Equações Diferenciais Ordinárias; desenvolvimento de notações e símbolos; conceito de Função; o conceito de quantidades infinitamente pequenas, indivisíveis e quantidades divisíveis ad infinitum ; o abandono eventual dos infinitésimos e a determinação do conceito de limite como conceito fundamental do Cálculo; e os números reais (BARUFI, 1999, p.159).

De outro modo, o aspecto lógico-formal elenca a seguinte ordem: “números reais; funções elementares; limites; diferenciação; estudo detalhado de uma variável real, e integração” (BARUFI, 1999, p.159-160). Ao lado dessa lista de conteúdos, D’Ambrosio (1986, p.70) afirma que “os cursos têm sido dominados por objetivos rigoristas [...] com tendência para apresentar definições precisas, com especial cuidado para que essas definições sejam não contraditórias e para mostrar que as entidades definidas existem”. Nesse contexto, é relevante explicitar que “o rigor no raciocínio não é possível se não for com base em definições” (POINCARÉ, 1904, p.100). No entanto, Poincaré é enfático em afirmar que não se pode impor o rigor “à força” ao estudante, porque isso para o processo de aprender é catastrófico.

A História da Matemática como área de investigação científica “não possui muitos adeptos nos grandes centros acadêmicos brasileiros” (Baroni; Nobre, 1999, p.130), e ainda de acordo com esses mesmos pesquisadores, esse fato “[...] leva a constatar que parte significativa dos Matemáticos que desenvolvem pesquisas em Matemática e atuam em cursos de graduação nunca estudou História da

Matemática" (p.130). Tal argumento de Baroni e Nobre (1999) reflete a situação retrata por Becker (2012), na qual relata:

> [...] que a maioria dos professores não concebe a matemática como resultado de um processo histórico. No mínimo, a história da matemática é supérflua para a qualidade do ensino. Para ensinar geometria euclidiana, considera-se mero capricho falar de Euclides, da época em que viveu da cultura da qual fazia parte, dos problemas que tentou resolver com sua geometria. Para ensinar geometria analítica não é preciso lembrar Descartes, falar de sua época, da Europa no início da Modernidade (BECKER; 2012, p.259).

Tal cenário investigado por Becker (2012) evidencia a falta de conhecimento do processo histórico relativos à Matemática e corrobora com Roque (2012). Isso pode causar um entendimento parcial e equivocado dos conceitos abordados, além de enfatizar o processo de formalização em detrimento do processo de construção do conhecimento matemático, o qual se encontra em constante desenvolvimento e aprimoramento, sujeito a erros e contradições. Segundo Roque (2012, p.30) "o filósofo francês Léon Brunschvicg menciona essa diferença e a necessidade de reverter a ordem da exposição, se quisermos compreender o sentido amplo das noções matemáticas".

Roratto, Nogueira e Kato (2011, p.118) acreditam que "diferença entre a sequência de desenvolvimento epistemológico do conhecimento matemático científico e a do desenvolvimento pedagógico possa dificultar a tarefa de se aprender Matemática". Essa ideia corrobora com princípios cognitivos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) tratados por Ausubel (2003) a respeito da hierarquização da estrutura do conhecimento.

1.2 Dificuldades Epistemológicas de Ensino e de Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral

A perspectiva histórica da construção do conhecimento matemático contribui para a realização de articulações entre conhecimentos prévios e novos, abrindo horizontes para a investigação científica. Esse processo oportuniza a exploração didático-epistemológica, permitindo que os conteúdos ministrados sejam assimilados e organizados na estrutura cognitiva do (a) aprendiz de forma hierárquica. Isso aproxima o ensino da natureza do conhecimento, pressuposto da TAS, possibilitando a elaboração de relações efetivas para a atribuição de significados e sentidos. Dessa forma, “o conhecimento matemático não se dá apenas pelo fazer, mas pela compreensão desse fazer” (BECKER, 2012, p.43).

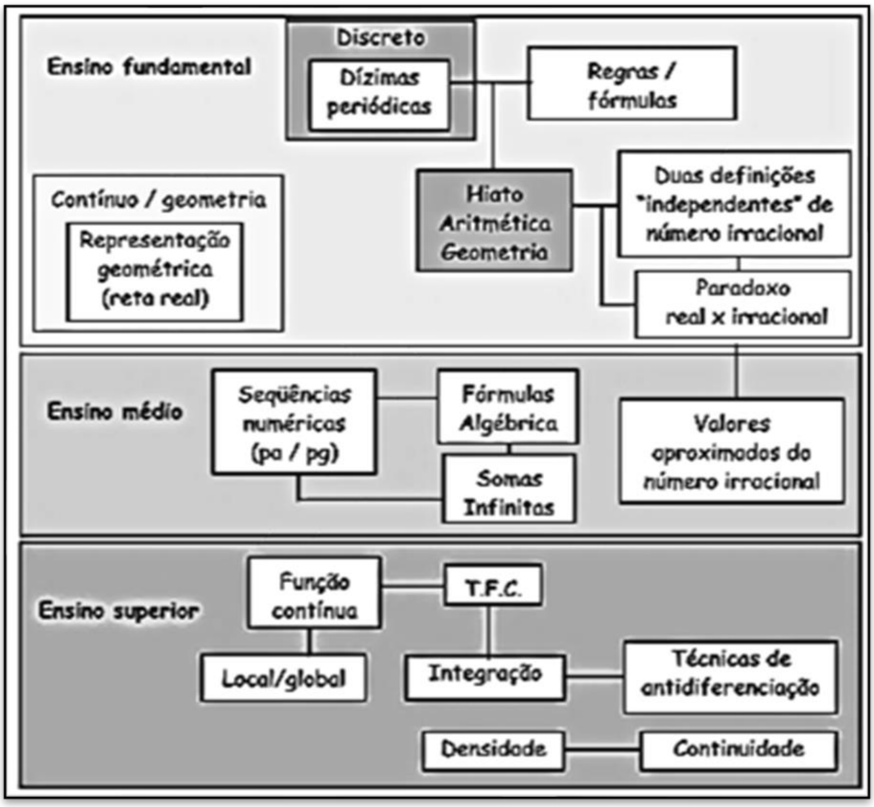
Historicamente o desenvolvimento do Cálculo está relacionado com problemas de áreas, volumes e comprimentos, situações que originaram o que denominamos atualmente por Cálculo Integral. Problemas envolvendo retas tangentes a curvas, e o estudo de máximos e mínimos de funções construíram as bases para o que compreendemos por Cálculo Diferencial (EVES, 2004). “É curioso que o desenvolvimento histórico do Cálculo seguiu a ordem contrária à daquela dos livros textos e cursos básicos atuais [...], ou seja, primeiro surgiu o Cálculo integral, e só muito tempo depois o Cálculo diferencial” (EVES, 2004, p.417). Talvez, esse arranjo didático na contramão do desenvolvimento histórico traga dificuldades de natureza epistemológica no processo de ensino e de aprendizagem dessa área do conhecimento.

Rezende (2003, p.71) realizou sua tese considerando como um de seus objetivos compreender a seguinte questão: “Quais são os problemas e ideias que motivaram a construção das ideias e dos conceitos básicos do Cálculo? [...] E, precisamente, em que momento histórico o Cálculo se constituiu efetivamente como domínio próprio do conhecimento matemático?”. Na busca para esclarecer essas questões, esse pesquisador definiu cinco macros espaços de natureza epistemológica referentes as dualidades presentes no ensino de Cálculo sendo os seguintes: discreto/contínuo; variabilidade/permanência; finito/infinito; local/global; e sistematização/construção. A essência da dificuldade de aprendizagem de natureza epistemológica do Ensino de Cálculo configura-se na “omissão/evitação das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de Matemática em sentido amplo” (Rezende, 2003, p.402); isso no âmbito do ensino básico de Matemática, e a crise de identidade do Ensino Superior de Cálculo é expressa por meio de hibridismo analítico e algébrico (REZENDE, 2003). Desse modo,

> [...] é notório que estão presentes alguns resultados do Cálculo no ensino básico de Matemática: cálculo de áreas de círculos e de volumes de sólidos de revolução, soma de uma progressão geométrica infinita, representação decimal dos números reais etc. O que não está presente é o Cálculo (REZENDE, 2003, p.405).

A Figura 2 exemplifica a invisibilidade de relações conceituais no contexto da Educação Básica associada ao Cálculo Diferencial e Integral (REZENDE, 2003).

Figura 2 – Mapa do macro espaço da dualidade discreto/contínuo



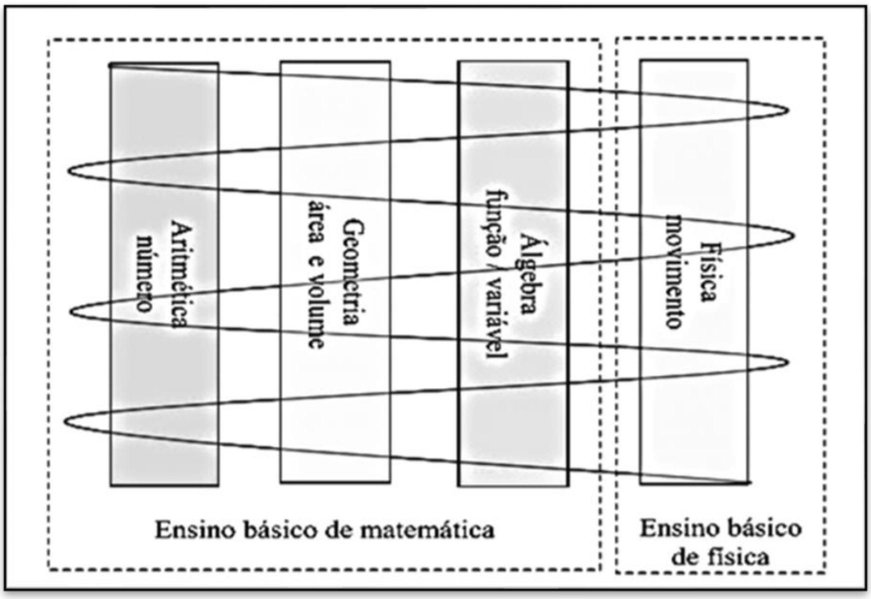
Fonte: Rezende (2003, p.339)

O Cálculo Diferencial e Integral trata de aspectos dinâmicos envolvendo movimentos ou a variação de grandezas. Por exemplo, Newton tomou o movimento contínuo como fundamental para a análise de suas investigações, e "considerou o conceito de velocidade ao longo de uma linha como intuitivamente evidente" (MENEGHETTI; BICUDO, 2002, p.110).

Considerando esses aspectos históricos, Rezende (2003) propõe uma articulação conceitual entre o ensino básico de Matemática e a Física, uma vez que para caracterizar um movimento de um objeto podemos, por exemplo, descrevê-los por meio de uma função, ou definir o espaço geométrico que ocupa ou que se localiza, além de quantificar numericamente suas variações.

Ávila (2010, p.9) sugere que "o ensino da Matemática deve ser feito de maneira bem articulada com o ensino de outras ciências, sobretudo a Física". A valorização dos aspectos relacionados aos significados lógico e psicológico diante do conhecimento científico toma uma dimensão social e cultural, a qual pode favorecer a compreensão de conhecimentos matemáticos. Desse modo, podemos ampliar o repertório de estratégias de resolução, bem como esclarecer suas múltiplas aplicações. Trabalhar essas redes de significados contribuem para promovermos a aprendizagem significativa. Essa articulação é proposta por Rezende (2003), conforme a Figura 3.

Figura 3 – Articulação entre Ensino Básico de Matemática e Física



Fonte: Rezende (2003, p.405)

A prática pedagógica com intuito de promover oportunidades para a construção de significados se faz como base nas relações comunicativas. Assim, Nacarato (2013, p.21) enfatiza o diálogo como meio que “possibilita conhecer o outro, saber ouvir o que o outro tem a dizer e considerar que a voz do aluno tem sentido e precisa ser valorizada”. Moreno-Armella (2014) parafraseia Hilbert afirmando que quando a escola não ouve a voz dos estudantes, com frequência pronunciada de forma muito baixa, o resultado é a expulsão de estudantes do Paraíso Euleriano do Cálculo. Considerando esse contexto, o Capítulo 2 tem por finalidade descrever problemáticas envolvendo o Cálculo em contextos educacionais. Apresentamos pesquisas destacando a Matemática básica como um dos elementos que dificulta a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a qual inaugura o processo de formação profissional em cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática.

CAPÍTULO II

2 INTERFACES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E INVESTIGAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A presença do Cálculo Diferencial e Integral engloba a formação profissional tanto de cursos voltados para a Licenciatura quanto para o Bacharelado em Matemática e áreas afins. Geralmente, os cursos de Licenciatura trabalham com enfoque na formação docente para atuação no âmbito da Educação Básica, abarcando os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio. A graduação na modalidade de Licenciatura não impede a atuação no Ensino Superior, pois o (a) interessado (a) pode realizar cursos de pós-graduação em nível de mestrado e/ou doutorado, e dessa forma pode desenvolver sua carreira universitária. Em contrapartida, os cursos de Bacharelado em Matemática são direcionados para a formação docente universitária, e esses não contemplam disciplinas didático-pedagógicas em seus programas curriculares. Porém, habilitam profissionais para o exercício docente em quaisquer cursos de nível superior que exijam conhecimentos específicos de Matemática, que vão por exemplo, desde cursos de Engenharia até Licenciaturas de Matemática, Física, Química, Biologia entre outras. No entanto, há necessidade de fazer algumas ressalvas quanto a essa tradição formativa, e isso é destacado por FIORENTINI *et al*. (2002):

> "Sem uma formação teórico-prática em Educação Matemática, esses formadores tendem a se restringir a uma abordagem técnico-formal dos conteúdos que ensinam, pois não adquiriram formação para explorar e problematizar outras dimensões – histórico-filosóficas, epistemológicas, axiológicas e didático-pedagógicas – relacionadas ao saber matemático e consideradas fundamentais à formação do professor" (FIORENTINI *et al*.,2002, p.155).

Para compreender a tradição pedagógica cristalizada quanto ao ensino de Cálculo, no Brasil, precisamos recordar alguns aspectos históricos referentes a sua fase de implantação no país. O Cálculo Diferencial e Integral tal como o conhecemos no Brasil, na perspectiva universitária, é derivado de um modelo europeu, implantado na USP em 1934, desvinculado de contextos históricos voltados para a formação pura de Matemática. Os conceitos fundamentais eram trabalhados com elevado grau de sistematização buscando a formalidade lógica acrescida de alto nível de rigor, uma vez que a temática era abordada inicialmente no curso de Análise Matemática (LIMA, 2012). Tal situação seguiu a linha de disseminação científica do Cálculo, incorporada pela cultura acadêmica da época, a partir da proposta de trabalho de A. Cauchy, apresentada na obra *Cours d' Analyse* (1821). Desse modo, o ensino tradicional universitário do Cálculo centrou-se em uma prática algorítmica e algébrica, e as práticas discentes eram avaliadas com base nas competências adquiridas nesse domínio (ARTIGUE, 1995). Entretanto, alguns trabalhos como *Calculus Made Easy* (1910) de Sylvanus Thompson, e *Differential and Integral Calculus* de Granville (1904) priorizaram a dimensão prática e aplicável do Cálculo, porém foram rechaçados nos meios universitários (D' AMBROSIO, 1986). A comunidade matemática nunca reconheceu o trabalho de Sylvanus Thompson, pois esse autor rompeu com o tratamento formal vigente. Todavia, isso não impediu que a obra *Calculus Made Easy* se tornasse um *best seller* entre os estudantes (MIRANDA, 2004).

Em termos de Brasil, quase sete décadas após a implantação do primeiro curso de Cálculo, as pesquisas conduzidas por Sad (2000, p.137) evidenciam que no ensino de Cálculo "a predominância continua a ser do 'ensino textual' (linha tradicional)". Para essa pesquisadora, essa prática acadêmica "determina ações didático/pedagógicas em termos do conteúdo a ser ensinado. Não propicia investigar 'onde o aluno está', e, se preciso, mudar de campo semântico".

Silva (2002, p.45) corrobora com Sad (2000) destacando que "a prática mais comum em Matemática parece ser aquela em que o professor cumpre o contrato dando aulas expositivas e passando exercícios [...]". Para enfatizar essa ideia Silva (2002) exemplifica a situação no âmbito do Cálculo, explicitando que na maioria das vezes "o estudo de integrais se reduz ao treino de uma lista de técnicas de integração, *sem que se trabalhe efetivamente o significado do objeto de estudo* [...]" (SILVA, 2002, p.46, destaques nosso). Desse modo, a grande dificuldade enfrentada por estudantes no contexto da aprendizagem do Cálculo, conforme Artigue (1995), consiste em alcançar uma compreensão satisfatória dos conceitos e métodos de pensamento que são o centro desse campo matemático. Por outro lado, os professores que trabalham com Cálculo Diferencial e Integral sabem da desistência ou do pouco aproveitamento que os(as) estudantes demonstram em relação a essa área do conhecimento (D' AMBROSIO, 2016).

2.1 A PRESENÇA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EM CURSOS UNIVERSITÁRIOS

O Cálculo Diferencial e Integral como o conhecemos resulta de uma longa construção coletiva do conhecimento científico. Iniciado nas antigas civilizações chegou fortalecido aos tempos modernos tanto por discussões conceituais, quanto por sistematizações lógico-formal. Atualmente, no contexto universitário seja envolvendo a Matemática, a Física, a (s) Engenharia (s) e áreas afins, o Cálculo é considerado "onipresente nos primeiros anos dos cursos, é uma das principais fontes de desestabilização da visão estática que o estudante tem sobre a Matemática e de perturbação de convicções construídas ao longo dos anos pré-universitários" (OLIMPIO JUNIOR, 2007, p.40). Nessa perspectiva, a maioria dos estudantes "têm consciência das contribuições da disciplina para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, porém não conseguem perceber a utilização prática da mesma (BARBOSA, 2004, p.83).

O parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE) de 2011 que trata a respeito das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, nas modalidades de Bacharelado e Licenciatura, apresenta o *Cálculo Diferencial e Integral* como *área de conhecimento comum e fundamental* para a formação inicial desses profissionais. Apesar da pertinência do Cálculo para a Educação Científica em várias áreas do conhecimento, não é novidade para a comunidade acadêmica os problemas relacionados ao ensino. Nesse sentido, tantas as taxas elevadas de reprovação quanto o repertório insuficiente relativo à Matemática básica são problemáticas presentes nas agendas de investigação, no âmbito da Educação Matemática envolvendo o Cálculo Diferencial e Integral. Moro e Siple (2010, p.5) destacam que um dos aspectos que tem influenciado o "[...] elevado número de reprovações na disciplina é a percepção errônea, de muitos alunos, de que apenas a presença em sala de aula é suficiente para garantir a aprendizagem".

Diagnósticos e identificação de dificuldades no âmbito acadêmico envolvendo aprendizagem em Cálculo decorrentes de repertórios insuficientes relativos à Matemática Básica foram realizados por (CURY, 2004; NASSER, 2004; FRESCKI; PIGATTO, 2009, MORO; SIPLE, 2010; T.J. MÜLLER; AZAMBUJA; M.J. MÜLLER, 2010; CAVASOTTO; VIALI, 2011; NASSER; SOUSA; TORRACA, 2012; FERNANDES; CONCEIÇÃO, 2013; KEENE; HALL; DUCA, 2014).

Bonomi (2016) apresenta elementos culturais incorporados em rotinas escolares, durante os anos pré-universitários, que colaboram para compreender manifestações de dificuldades de aprendizagens, nos semestres iniciais do Ensino Superior. Para essa pesquisadora,

> Na disciplina Cálculo, grande parte da Matemática – praticamente toda – trabalhada na Educação Básica vem à tona, sendo retomada com maior ou menor profundidade. Naquele nível de escolaridade, muitas vezes, os conteúdos matemáticos foram trabalhados sem o cuidado necessário com a atribuição de significado. Mais ainda, os estudantes que se preparam para o exame de ingresso à Universidade – muitas vezes frequentando um curso específico para tanto – o fizeram resolvendo um número muito grande de exercícios que envolviam a *repetição de procedimentos* e, durante tal processo, o significado dos conteúdos trabalhados também foi frequentemente, ignorado (BONOMI, 2016, p.29, destaque nosso).

Além da ausência de discussão de significado enfatizada por Bonomi (2016), Ávila (1998) adiciona mais um elemento da cultura escolar pré-universitária "um dos vícios [...] é o de querer aprender na sala de aula. [...] uma atitude passiva de que o professor vai ensinar [...]", e essa atitude passiva não favorece a construção de questionamentos, tampouco o aprimoramento da compreensão de conceitos.

Corica (2009) realizou um trabalho na Argentina como parte de um projeto de pesquisa que investiga características do Ensino de Matemática no contexto universitário. Para tanto, a pesquisadora trata de aspectos cognitivos do conhecimento, bem como a perspectiva do processo de ensino e de aprendizagem do ponto de vista tanto de professores quanto estudantes. A maioria do público discente que chega à universidade não apresenta uma cultura de estudo, e muitos estudantes ainda acreditam que o processo de aprendizagem é de responsabilidade docente, e não discente. A maioria das vezes estuda-se para fazer avaliações, e não com o primeiro objetivo de aprender. Estudantes se mostram pouco comprometidos e responsabilizados por sua aprendizagem, esperam sempre do professor, uma relação de dependência, o professor ideal é aquele que explica bem, que indica caminhos quase que passo a passo (CORICA, 2009). Diante desse cenário, evidencia-se muitos fatores que contribuem para elevar o índice de reprovação em "Cálculo", fato demonstrado em várias pesquisas brasileiras.

Oliveira e Raad (2012) afirmam que a reprovação é considerada no meio acadêmico como um "elemento da cultura de ensino" de tal disciplina. Rezende (2003) mostra que no período de 1996 a 2000 na Universidade Federal Fluminense "a variação do índice de não-aprovação se encontra na faixa de 45% a 95%, sendo que, para o Curso de Matemática, este não é inferior a 65%” (p.2). Uma pesquisa conduzida por Zeferino, Wrobel e Carneiro (2013) na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), mostra que “dos 330 alunos matriculados nas disciplinas de Cálculo I (MAT09570) nas engenharias ambiental, civil, elétrica e mecânica no semestre 2011/2, 152 alunos, ou seja, quase a metade, não foram aprovados” (p.2). Dados similares a esses já haviam sido apresentados por Barufi (1999) relativos aos alunos da disciplina de Cálculo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, no período de 1990 a 1995. Donzeli *et al*., (2007) trazem um panorama dos índices de reprovação de Cálculo I e Geometria Analítica em diferentes cursos de engenharia da Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), em períodos de 2004 a 2006, culminando em um índice de reprovação na disciplina de Cálculo I de 80,6% no primeiro semestre de 2006 no curso de Engenharia Civil.

2.1.1 Dificuldades Pedagógicas de Ensino e de Aprendizagem relativas ao Cálculo Diferencial e Integral

A literatura científica da área de Educação Matemática registra cenários e situações consideradas críticas em relação ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em contextos universitários. Reprovações, retenções, desistências, abandono de curso, necessidade de “cursos” de Matemática Básica à estudantes ingressantes, redução de carga horária da disciplina, abordagem teórico-metodológica incoerente com objetivos profissionais almejados em diferentes cursos universitários. Entre as dificuldades relatadas tanto em processos de ensino quanto de aprendizagem em Cálculo figuram práticas pedagógicas descontextualizadas, linguagem desatualizada, excesso de formalizações algébricas, ausência de representações visuais, e materiais didáticos que raramente apresentam aspectos históricos das ideias originais da área.

Para D’Ambrosio (2003, p.1) existe “risco de desaparecimento da Matemática, como vem sendo praticada atualmente no currículo”, porque muitas práticas pedagógicas tratam a Matemática de uma forma “obsoleta, inútil e desinteressante”. Nesse sentido, o Cálculo também pode estar correndo riscos! Uma pesquisa conduzida por Oliveira e Alves (2008) destaca que a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral sofreu uma redução de mais de 40% na carga horária no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Sergipe (UFS), no período de 1972 a 2006, passando de 420h para 240h. Essa redução significativa de

180h pode indicar um conflito de interesses com outras disciplinas tais como "Álgebra" e "Vetores e Geometria Analítica". Além disso, essas pesquisadoras inferem que existem indícios de que os objetivos de ensino estavam ausentes de fundamentação "indicando assim que *os professores não estabeleceram para a disciplina a finalidade de preparação*" (OLIVEIRA; ALVES, 2008, p. 120, destaques nosso). Uma situação institucional similar a essa já havia sido detectada por outra pesquisa brasileira na região nordeste (BARBOSA, 1994).

A investigação de Barbosa (1994) envolveu 627 estudantes matriculados regularmente no segundo semestre de 1992 distribuídos entre 17 cursos de graduação da Universidade Federal do Ceará (UFC). A característica comum a esses cursos diz respeito à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I figurar como componente curricular obrigatório, sendo ofertada pelo Departamento de Matemática. No entanto, apesar da diversidade de interesses relacionados aos objetivos de natureza formativa profissional, essa pesquisa concluiu que "os professores continuam agindo do mesmo jeito, *ministrando as disciplinas da mesma forma* para alunos sem o mínimo de interesse, de entusiasmo, sem motivação e *sem um objetivo bem definido* (BARBOSA, 1994, p.66, destaque nosso). O retrato dessa prática pedagógica continua a ser identificada igualmente em outras pesquisas, mesmo após uma década, agora na PUC-PR localizada no sul do Brasil. Esse trabalho reconhece "a impotência da universidade em reverter o quadro do fracasso escolar" relativo ao Cálculo (BARBOSA, 2004, p.83). Conforme Barbosa (2004, p.83) "o sistema didático na qual a disciplina está ancorada é um fator determinante para o insucesso do aluno na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral [...]", problemática que necessita ser discutida, refletida e considerada no contexto da Formação Docente em Matemática.

Por outro lado, muitos estudantes que chegam ao Ensino Superior, conforme Ávila (1998), não têm a maturidade esperada pelo (a) docente e talvez o (a) próprio docente não esteja preparado (a) para reconhecer esse estágio cognitivo. Nesse sentido, em entrevista a Reis (2001, p.251), o Prof. Ávila recomenda que "é preciso ser humilde e.…realista...e entender que o aluno tem de começar como que engatinhando, ele não vai começar andando e correndo como a gente quer". Entretanto, deve ficar claro que a aprendizagem é uma atividade de responsabilidade pessoal que não pode ser compartilhada (NOVAK; GOWIN, 1984).

A falta de domínio e compreensão de conceitos relacionadas à Matemática Básica estudados nos níveis Fundamental e Médio, conforme Cavasotto e Viali (2011), constituem um dos obstáculos enfrentados pelos educandos nos cursos iniciais de Cálculo. Santarosa, *et al.* (2014, p.473) destacam que “as dificuldades oriundas da falta de conhecimentos prévios são detectadas exatamente na fase transitória do ingresso na academia e, se não resolvidas ainda nesta etapa, comprometem a aprendizagem ao longo de toda a Graduação”. Moro e Siple (2010) também detectaram esse problema em suas investigações, e concluíram que a fragilidade formativa referente à Educação Básica em Matemática atinge âmbito nacional.

Investigações internacionais apresentam resultados similares. Torner, Potari e Zachariades (2014) destacam que o ensino de Cálculo em muitas salas de aula europeia ainda é bastante tradicional, com foco em aspectos processuais dos conhecimentos. A comunidade europeia exige uma preparação satisfatória de todos os estudantes que ingressam nas universidades, e conhecimentos matemáticos prévios relativos ao Cálculo é considerado fator determinante para o sucesso ou fracasso no processo de transição da Educação secundária para a universitária.

Güçler (2013) trabalhou com análise de discurso a respeito do conceito de limite e Formação Docente em um curso inicial de Cálculo. Os levantamentos realizados para essa pesquisa enfatizam que as dificuldades discentes com limites também podem ser baseadas em dificuldades relacionadas a conceitos subjacentes como números reais e funções, dados que corroboram para a relevância da compreensão de conceitos matemáticos básicos.

Enquanto a maioria das pesquisas relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral, na área de Educação Matemática, concentram-se em problemáticas associadas ao Ensino Médio e Superior, um projeto educacional voltado para a Formação Docente na Educação Primária está sendo desenvolvido nos Estados Unidos. O objetivo estratégico de trazer essa discussão para a formação de professores primários refere-se ao interesse do país em preparar as futuras gerações para carreiras ligadas as áreas de Ciência (s), Engenharia (s) e Tecnologia (s). Keene, Hall e Duca (2014) realizaram suas investigações como parte desse projeto propondo a construção, e a aplicação de uma abordagem didática para trabalhar a introdução do conceito de limite de uma sequência, na perspectiva da Matemática Realística. Uma das atividades da abordagem didática exigia o uso de logaritmos. Esses pesquisadores relataram que foi necessária uma longa retomada de conceitos, propriedades e manipulações algébricas envolvendo logaritmos. Esse fato enfraqueceu e desviou o propósito da tarefa que se destinava a reflexão e compreensão da ideia de “aproximação arbitrária”. Tal episódio demonstra a necessidade de se considerar conhecimentos prévios tanto para compreender noções conceituais de Cálculo quanto para o processo de elaboração de uma proposta pedagógica. Keene, Hall e Duca (2014) destacam que a Formação Docente em Matemática para os níveis elementares da Educação não pode ser negligenciada, pois esses professores podem fomentar em crianças o entusiasmo ou não para se aprender Matemática. Nesse sentido, defendem a oferta do que denominam por “Matemática Sofisticada”, nesse caso o Cálculo, para que o (a) futuro (a) docente da escola primária tenha a possibilidade de construir e ampliar seus saberes e argumentos a respeito da relevância da Matemática, tanto para o desenvolvimento da Educação Científica quanto para o fortalecimento socioeconômico do país. Nesse sentido, D’ Ambrosio (1986, p.17) já enfatizava que “o desenvolvimento da pesquisa matemática básica tem sido [...] um ponto de apoio dos mais fundamentais para a adoção de novas opções socioeconômicas, que se traduzem numa efetiva melhoria de qualidade de vida e de bem-estar dos povos”.

Diferentemente da situação anterior, Moreno e Azcárate (2003) realizaram uma pesquisa envolvendo docentes que já trabalham com temáticas associadas ao Cálculo Diferencial e Integral. Esses pesquisadores concluíram que a abordagem metodológica predominante de ensino no âmbito universitário configura-se no modelo da aula magistral, em que o (a) professor (a) de Matemática ocupa a posição central no processo. Além disso, destacaram que nenhum docente participante da investigação sente necessidade de utilizar outro tipo de abordagem de ensino. No Brasil, a investigação de Barbosa (2004) traz um exemplo corroborando esse posicionamento profissional no contexto de aulas de Cálculo. De acordo com essa pesquisa, um docente entrevistado identificado como *Professor A* se manifesta da seguinte maneira:

> [...] a aula de Cálculo deveria ser como as aulas da cultura europeia. Nesta cultura, o professor de Cálculo vai ao quadro de giz oito vezes, no ano todo. O quadro serve para ele (professor) pôr o nome, passar a bibliografia, o sistema de avaliação. O professor manda os alunos estudarem, ele resolve e acompanha as dúvidas, e passa as provas (BARBOSA, 2004, p.73).

As problemáticas aqui apresentadas exigem pesquisas que proponham alternativas para contribuir com soluções. Nesta pesquisa, consideramos como parte da solução o desenvolvimento e a aplicação de novas abordagens didático-pedagógicas a fim de fortalecer a Formação Docente em Matemática.

A próxima seção apresenta iniciativas desenvolvidas por pesquisadores brasileiros em instituições de Ensino Superior com o intuito de minimizar dificuldades de aprendizagem matemática no processo de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

2.1.2 A Implementação de Estratégias Pedagógicas para a Promoção da Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral

Uma das alternativas para o enfrentamento dessas problemáticas relacionadas às dificuldades de aprendizagem em Cálculo, e que consequentemente colaboraram tanto para aumentar índices de reprovação quanto evasão universitária consiste em investir na Formação Docente em Matemática (FIORENTINI *et al.,* 2002; FIORENTINI, 2005; FIORENTINI, 2008).

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) reuniram-se em um projeto, e abriram inscrições por meio de chamada pública[12] para a elaboração/construção de uma coleção de livros voltada à formação de professores. Uma das linhas editoriais denomina-se “Matemática: Teoria e Prática Docente”, cujo destino prioritário são os cursos de Licenciatura em Matemática. Uma das propostas para essa linha editorial, convoca interessados para que se produza:

> [...] um *livro-texto sobre Cálculo Diferencial e Integral*. Nesse caso, a meta, já na apresentação do conteúdo, deve (SBEM e SBM, 2015) ser possibilitar a abordagem de temas que possam ser efetivamente discutidos na educação básica, como a apresentação do conceito de função, taxas de variação, exemplos de funções diferentes daqueles usualmente ensinados (tais como funções polinomiais de grau maior que 2, funções racionais elementares) que ainda assim sejam *acessíveis a alunos da educação básica* e outros (SBEM; SBM, 2015, p. 4, destaque nosso).

---

[12] SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Chamada Pública. Coleção de Livros para a Licenciatura em Matemática Formação de Professores de Matemática: Teoria e Prática Docente**. 2015. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/licmat.pdf>. Acesso em: 26 de maio de 2015.

A inciativa da SBEM e da SBM (2015) convergem para corroborar com soluções que apresentem abordagens atuais para problemas de ordem didático-epistemológica relativas ao ensino de Cálculo. Além disso, a parceria dessas instituições fortalece e confirma a articulação teórico-metodológica quanto aos conhecimentos específicos, técnicos e didáticos que devem permear a formação docente. Conforme Rezende (2003),

> Alguns problemas clássicos do Cálculo são evitados, ou simplesmente ignorados, ou ainda tratados de forma superficial pelos professores no Ensino se estuda o 'quanto' estas crescem. Apresentam-se de forma 'ritualística' alguns resultados do Cálculo – como a área do círculo, 'transformações de dízimas periódicas em frações" etc. – sem um real enfrentamento dessas questões (REZENDE, 2003, p.32).

Fiorentini *et al.* (2002) relacionam essas práticas pedagógicas "superficiais" à tradição tecnicista de professores formadores de áreas específicas. Consoante a essa ideia, Fourez (2005, p.111) destaca que "[...] a formação dos licenciados esteve mais centrada sobre o projeto de fazer deles técnicos de ciências do que de fazê-los educadores".

No contexto do Ensino Superior, as pesquisas na área de Educação Matemática corroboraram para que enquanto se aguarda novos desdobramentos para aprimorar a Formação Docente, é necessário propor e implementar alternativas para complementar a formação de Matemática Básica dos estudantes ingressantes com o objetivo minimizar dificuldades existentes.

Nasser *et al.* (2012) sugerem duas recomendações para essa situação, uma com enfoque na Educação Básica, e outra para o momento de ingresso na universidade. Afinal, como docentes precisamos atuar tanto na prevenção quanto na resolução do problema que se apresenta. A primeira se refere no desenvolvimento de "uma proposta alternativa para as aulas de Matemática no Ensino Médio, que antecipe situações e problemas do Cálculo, gerando o que chamamos de prontidão para o estudo de Cálculo" (NASSER *et al.*, 2012, p.17). A ênfase, nesse caso, deve ser dada no estudo de Funções e atividades que explorem o tratamento de transações gráficas associadas a recursos tecnológicos, assim como na abordagem da Geometria contemplando representações gráficas para figuras de duas e três dimensões em virtude de problemas envolvendo taxas relacionadas, e atividades que demandam a análise de máximos e mínimos.

No entanto, Nasser *et al.* (2012) explicitam que não se trata de uma mudança curricular, e sim de ajustes didático-metodológicos. Rezende (2003, p.47) afirma que “explicitar nos Ensinos Médio e Fundamental de Matemática as ideias fundamentais e imprescindíveis do Cálculo é uma forma de contribuir para diluir as dificuldades supracitadas [...]”. Essa abordagem pedagógica tenderia a colaborar para “diminuir a sobrecarga e a responsabilidade de um curso de Cálculo Inicial no Ensino Superior” (REZENDE, 2003, p.47).

A segunda recomendação de Nasser *et al.* (2012) consiste em “incentivar atividades de Matemática básica com os calouros das Universidades, visando preencher lacunas de aprendizagem e auxiliando na abstração necessária para o domínio do pensamento matemático avançado” (NASSER *et al.*, 2012, p.17).

Desse modo, encontramos iniciativas de universidades brasileiras que buscam oferecer uma preparação prévia para se cursar a disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, aos novos estudantes de licenciaturas nas áreas de Matemática, de Física, cursos de Engenharia (s) e aqueles com base tecnológica. Há casos, por exemplo, de implantação de ações contínuas com esse enfoque que abordam fundamentos básicos de Matemática, denominado muitas vezes de Pré-cálculo, na USP[13] (2000), na UFRGS[14] (2002), na UDESC[15], (2008), na UFMG[16] (2012), na UEL[17] (2013).

O objetivo geral dessas iniciativas consiste em prevenir o que Ausubel (2003) denomina de “ansiedade matemática”, evitando assim que os (as) estudantes principiantes não cheguem no seu limite antes de compreender o significado do Limite!

A Universidade de São Paulo (USP) é considerada pioneira no desenvolvimento e consolidação de uma ação institucional que produziu um curso de Cálculo Diferencial e Integral, intitulado E-Cálculo (2000), como apoio ao curso presencial regular ministrado aos estudantes ingressantes tanto do Curso de Licenciatura em Matemática quanto de Estatística. O conteúdo elaborado relaciona conhecimentos matemáticos do Ensino Médio priorizando uma abordagem teórico-conceitual para enfatizar a articulação de conceitos presentes na Educação Básica à disciplina universitária inicial de Cálculo. O curso é oferecido por meio de uma

[13] Universidade de São Paulo/SP
[14] Universidade Federal do Rio Grande do Sul/RS.
[15] Universidade Estadual de Santa Catariana/SC.
[16] Universidade Federal de Minas Gerais/MG.
[17] Universidade Estadual de Londrina/PR.

plataforma digital[18] com acesso livre. Um destaque a ser realizado se configura na apresentação de aspectos históricos relacionados a origem de alguns conceitos matemáticos, no intuito de evidenciar a construção coletiva do conhecimento. A idealizadora do projeto, professora e pesquisadora Maria Cristina Bonomi[19], apresentou o projeto E-Cálculo na *International Conference on Information and Communication Technologies in Education* (ICTE 2002), fato que gerou reconhecimento internacional do trabalho proposto. Em 2006, o E-Cálculo foi premiado pelo Ministério da Educação (MEC) na categoria Material Didático-pedagógico.

Em 2002, a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) criou o programa Pró-Cálculo, um curso presencial semestral, direcionado aos estudantes que têm Cálculo em seu primeiro semestre de curso. O curso alcançou a 27ª edição em 2017 e tem como principal objetivo “propiciar uma experiência que facilite a transição do Ensino Médio para a Matemática de nível superior, em especial para o Cálculo, incentivando a autonomia e a autocrítica no estudo e na superação das dificuldades” (UFRGS, Portal Pré-Cálculo, 2017). Os estudantes com prioridade para frequentar o curso são aqueles que “obtiveram menos de 12 acertos na Prova de Matemática do Concurso Vestibular da UFRGS. Nessa faixa de acertos, estudos estatísticos comprovaram que o desempenho na disciplina de Cálculo é fortemente dependente da participação efetiva no Curso de Pré-Cálculo (UFRGS, Portal Pré-Cálculo, 2017). Para este curso foram desenvolvidos materiais e textos específicos, culminando na publicação do livro denominado de “Pré-Cálculo”, organizado pelos professores Doering, Nácul e Doering (2012), fruto do trabalho coletivo docente do Departamento de Matemática da UFRGS, considerado texto base para o desenvolvimento do curso. O desenvolvimento desse programa complementar formativo é parte dos esforços da UFRGS tanto para ocupar de forma plena as vagas disponíveis, quanto manter a qualidade educacional ofertada. A abordagem pedagógica adotada pelos professores para o tratamento dos tópicos matemáticos é realizada por meio da resolução de problemas priorizando o trabalho coletivo discente em pequenos grupos (DOERING; NÁCUL; DOERING, 2004).

---

[18] O E-Cálculo está disponível no endereço < http://ecalculo.if.usp.br/>. Acesso em 10 de junho de 2017.

[19] A menção ao nome completo da pesquisadora é uma escolha metodológica desta pesquisa para visibilizar a produção científica feminina.

A Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) em 2008 ao implantar o curso de Licenciatura em Matemática incorporou a disciplina de Matemática Básica no primeiro semestre do curso, considerando que “a preocupação de ter a disciplina de Matemática básica como componente curricular do curso de Licenciatura não é inédita, pois vários estudos têm evidenciado as consequências da deficiência desta formação [...] em particular, na disciplina de CDI-I” (MORO; SIPLE, 2010, p.4). No curso de Licenciatura em Matemática da UDESC,

> [...] a disciplina de Matemática Básica é disciplina regular do currículo do curso já na primeira fase, antecedendo a disciplina de CDI-I que é vista apenas na segunda fase do curso, diferente de qualquer outro curso da UDESC, que tem CDI-I já na primeira fase. Esta disciplina foi criada com o intuito de atender às necessidades dos alunos que iniciam um curso no campo das Ciências Exatas, muitas vezes com deficiência na formação básica, elementos estes que são fundamentais para o progresso nas disciplinas de Cálculo e Álgebra (MORO; SIPLE, 2010, p.4).

Os primeiros indícios de resultados dessa organização curricular já foram investigados nas três primeiras turmas que cursaram essa disciplina, evidenciando que

> [...] os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, aos quais é oferecida a disciplina de Matemática Básica antecedendo o CDI-I, têm um aproveitamento superior em relação aos alunos do Curso de Licenciatura em Física, que não cursam a disciplina de Matemática Básica e já se deparam com o Cálculo no primeiro semestre de graduação (MORO; SIPLE, 2010, p.1).

Com base no princípio de Novak e Gowin (1984, p.23) de que “para aprender significativamente, o indivíduo deve optar por relacionar os novos conhecimentos com as proposições e conceitos relevantes que já conhece”, consideramos a compreensão de conceitos matemáticos oriundos da Educação Básica condição fundamental para se cursar a disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, no contexto da Licenciatura em Matemática. Além disso, nos levantamentos que realizamos encontramos trabalhos que discutiam a relevância da Matemática Básica no processo de ensino envolvendo o Cálculo. A partir disso, fomos investigar se conteúdos relativos à Matemática Básica eram considerados em ementas de cursos de Licenciatura em Matemática, ou mesmo se eram exigidos como pré-requisito para se cursar a disciplina inicial de Cálculo. Para isso, realizamos uma busca por instituições públicas que ofertam cursos presenciais de Licenciatura em

Matemática que obtiveram conceito[20] máximo no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE)[21],isto é, nota 5, referente à Edição de 2014. Nessa situação, identificamos quinze instituições: UFV (Universidade Federal de Viçosa – MG); UEG (Universidade de Goiás – GO); UNESP (Universidade Estadual de São Paulo – SP); UFAC (Universidade Federal do Acre – AC); UFPR (Universidade Federal do Paraná - PR); UFES (Universidade Federal do Espírito Santo – ES); UFPE (Universidade Federal de Pernambuco – PE), UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul – RS), UFSM (Universidade Federal de Santa Maria – RS); UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro – RJ); UTFPR (Universidade Tecnológica Federal do Paraná – PR); UNIFAL-MG (Universidade Federal de Alfenas – MG); UFPEL (Universidade Federal de Pelotas – RG); IFSP (Instituto Federal de São Paulo – SP); UFABC (Universidade Federal do ABC – SP). Destacamos que entre essas instituições, a UEG – GO e UFRJ-RJ não possuem disciplinas que envolvem o estudo de conteúdos referentes ao que denominamos por Matemática básica. Por outro lado, a UFPE-PE, a UFPEL-RS e a UNIFAL-MG exigem como pré-requisito para a disciplina inicial de Cálculo a ser cursada a partir do 2º semestre de curso, a aprovação de disciplinas que diz respeito aos fundamentos de Matemática elementar, ofertadas durante o 1º semestre do curso de Licenciatura em Matemática. Para mais detalhes, ver Apêndice D, o qual sintetiza a organização curricular ocupada pela Matemática básica em cursos de Licenciatura em Matemática com base no critério de seleção explicitado anteriormente.

A partir das situações e problematizações apresentadas anteriormente, entendemos que é necessário investir tanto na preparação para *aprender* quanto para *ensinar* Cálculo (CURY; CASSOL, 2004).

---

[20] O Conceito Enade é um indicador de qualidade que avalia o desempenho dos estudantes a partir dos resultados obtidos no Enade. Disponível em: < http://portal.inep.gov.br/educacao-superior/indicadores/conceito-enade>. Acesso em: 27 de maio de 2015.

[21] De acordo com a Portaria Normativa nº 40 de 12 de dezembro de 2007, Art. 33-D, o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade), que integra o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes), tem como objetivo aferir o desempenho dos estudantes em relação aos conteúdos programáticos previstos nas diretrizes curriculares do respectivo curso de graduação, e as habilidades e competências em sua formação. Texto disponível em: <http://portal.inep.gov.br/enade>. Acesso em: 27 de maio de 2015.

2.2 A PERSPECTIVA DE INVESTIGAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA DESTA PESQUISA

O enfoque na Formação Docente em Matemática constitui uma das saídas para enfrentar o cenário de dificuldades identificadas no estudo de temas do Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, é evidenciado que todos os níveis de escolaridade podem se beneficiar de ideias oriundas do Cálculo, uma vez que encontramos investigações com enfoques no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e Ensino Superior.

Batista (2016) explicita o potencial pedagógico de construções de situações de aprendizagem baseada em abordagens contextualizadas de ensino, a partir de enfoques interdisciplinares relacionando História e Filosofia da Ciência (HFC). Igualmente, entendemos que propostas para novas práticas pedagógicas devem procurar enriquecer e incorporar a seus conteúdos resultados de pesquisas atuais que considerem especificamente as áreas da Psicologia, Pedagogia e Didática (GAUTHIER; TARDIF, 2014).

A seguir, no Quadro 1, a coluna esquerda, sintetiza os elementos elencados por Batista (2016) que possibilitam tal construção, e a coluna direita, como esses elementos se relacionam com esta pesquisa.

Quadro 1 – Abordagem de ensino contextualizadora: elementos e articulações

Elementos envolvidos na construção de abordagens de ensino contextualizadoras	**Articulações didático-pedagógicas com esta pesquisa**
Detecção e identificação de conhecimentos prévios dos aprendizes.	Elaboração de atividades com o objetivo de ativar e identificar conhecimentos prévios.
Paralelo com a estrutura cognitiva/epistêmica coletiva com a individual.	Estabelecer relações entre conhecimentos científicos e saberes idiossincráticos.
Conteúdo empírico e/ou teórico a ensinar.	Noções de conceitos básicos de Cálculo Diferencial e Integral associados à Formação inicial Docente em Matemática.
Realidade escolar (tempo didático, idade estudantil, recursos comunitários, outros).	O público-alvo são estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática que já cursaram a disciplina de Cálculo I.
Contexto histórico e/ou filosófico.	Aspectos epistemológicos envolvendo conceitos matemáticos básicos de CDI no contexto da Educação Básica.
Linguagens.	Língua Materna e Matemática.
Referenciais das Didáticas específicas.	Sequência Didática e Princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa.
Avaliação Processual.	Adoção do Vê Epistemológico (Gowin, 1984).

Fonte: Elaborado pela autora com base em Batista (2016)

Na perspectiva de uma Educação Científica e Matemática que busca traçar relações interdisciplinares para a promoção de uma aprendizagem significativa com enfoque na autonomia discente, Batista e Salvi (2006, p.157) explicitam que "as análises interdisciplinares se encaminhariam para esse movimento de ir-e-vir de uma análise interfacetada, relacional e integradora, na qual o entrelaçamento das partes produz novo significado ao todo, construído segundo o princípio de reconciliação integrativa". Para essas pesquisadoras,

> [...] a proposição de pensar na reintegração conceitual para a interpretação do Mundo Contemporâneo, construída por meio de um interfaceamento das delimitações das disciplinas e [...] por uma mescla de saberes que evidencie os aspectos relacionais e diferenciais dessa interpretação, que se suplementam, se complementam e se reconstroem continuamente. Esse movimento na construção do "saber o Mundo" se dá em um ir-e-vir entre a complexidade contemporânea, explicitada nos estudos interdisciplinares, e o conhecimento específico presente nas disciplinas, para nós visualizável e consistente com os princípios de reconciliação integrativa e diferenciação progressiva de Ausubel (BATISTA; SALVI, 2006, p.156).

Com base nos elementos pedagógicos destacados no Quadro 1, as ideias de Batista e Salvi (2006) e a pergunta de investigação deste trabalho a saber, *"Como o Cálculo Diferencial e Integral pode contribuir para a formação de professores (as) de Matemática em diferentes níveis de escolaridade? ",* elaboramos a Abordagem Didática "*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*".

Antes de prosseguirmos, é necessário explicitar o que entendemos nesta pesquisa por *Abordagem Didática no contexto matemático*. A palavra "*abordagem*" é compreendida como uma estratégia de aproximação, *"contexto"*, denotando situação com entrelaçamento de relações de natureza educativa, o que contempla, por exemplo, fatores cognitivos, sociais, científicos, culturais e pedagógicos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Além disso, por "*Didática da Matemática*" adotamos a definição de D' Amore (2007), a qual esse autor declara embasar-se em Godino e Batanero (1998). Desse modo, realizadas as devidas explicações, segue a definição:

> Didática da Matemática: é a disciplina científica e o campo de pesquisa cujo objetivo é o de identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e os processos que condicionam o ensino e a aprendizagem matemática (D' AMORE, 2007, p.97).

Neste caso, a intencionalidade pedagógica é de aproximar os(as) participantes oriundos de contextos socioculturais diferentes para compartilhar conhecimentos e experiências em um ambiente educativo. Desse modo, o processo de ensino logrará êxito, se ao final desta investigação, conseguirmos demonstrar indícios cognitivos de aprendizagem significativa. Nesse sentido, esperamos que esse resultado seja coerente e consistente com as atividades desenvolvidas. Caso essa situação não ocorra, a pesquisa continua válida para evidenciar inconsistências teórico-metodológicas, e assim colaborar para o aprimoramento da AD.

Com base nessas ideias e acuidade docente, a Abordagem Didática possui o propósito de construir situações favoráveis à aprendizagem articuladas ao objetivo geral desta pesquisa, constituídos pelos processos de identificar e analisar contribuições do Cálculo Diferencial e Integral, no processo de Formação Docente em Matemática. Para isso, adotamos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa com base nos trabalhos de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), Novak e Gowin (1984), Novak (1981 e 2000), Alvarez e Gowin (2005). Não obstante, buscamos dinâmicas e estratégias pedagógicas que pudessem favorecer a participação ativa discente em BORDENAVE; PEREIRA (2012). Dessa forma, priorizamos diálogos horizontais, rodas de conversas, e incentivamos a realização de atividades em grupos, uma vez que o intuito consiste em discutir processos de compreensão, construção e apropriação do conhecimento envolvendo noções básicas de conceitos de Cálculo Integral e Diferencial.

Onuchic e Huanca (2013) evidenciam que muitos tópicos tratados no âmbito da Educação Básica têm potencialidade para desenvolver noções prévias da ideia conceitual de limite, abordado no contexto do Cálculo Diferencial Integral, a exemplo de funções exponenciais e logarítmicas. Nesse sentido, Keene, Hall e Duca (2014) sugerem e orientam a estruturação de tarefas que possam auxiliar os (as) estudantes a começarem com a exploração de ideias intuitivas, e gradativamente transformar essas noções prévias em alinhamentos na busca pela compreensão e construção rumo às definições formais.

Esclarecemos que nesta investigação adotamos as ideias de D'Ambrósio (2003) para explicitar a compreensão do significado pedagógico e social do ato de "educar pela Matemática". D'Ambrósio (2003, p.3) caracteriza a *Educação* como "a estratégia desenvolvida pelas sociedades para: (i) possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial criativo, e (ii) estimular e facilitar a ação comum, com vistas a viver em sociedade, exercitando a cidadania plena". Portanto, podemos considerar que a *Educação Matemática* é uma atividade social que contribui para o aprimoramento educativo na busca de tornar acessível o conhecimento matemático aos povos (D'AMBROSIO, 1986). Mas, o que é aprender? Como aprendemos? Como podemos compreender a construção de conhecimento por meio dos processos de aprendizagem? De que forma é possível detectar e reconhecer indícios de aprendizagem? Esses questionamentos fomentam muitas discussões no âmbito educacional, e o próximo capítulo contempla ideias que colaboram para o entendimento, embora parcial, referente a essas questões. A seguir, no Capítulo III, tratamos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS).

CAPÍTULO III

3 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: FUNDAMENTOS PARA A PRÁTICA EDUCATIVA

> *A finalidade central da educação deve ser valorizar as pessoas no sentido de se encarregarem elas próprias da construção do significado das experiências que vivem.*
>
> *Novak e Gowin, 1984.*

O presente capítulo tem por objetivo apresentar princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) que possam subsidiar a prática docente, bem como fundamentar as atividades elaboradas para o desenvolvimento teórico-metodológico desta pesquisa.

O ato de aprender pode ser entendido como processo de aquisição e retenção de conhecimentos. Aprender consiste em realizar atividades mentais complexas envolvendo organização e sistematização de ideias, decotificação e compreensão de linguagens, além de negociar significados e estabelecer relações entre esses. As ciências cognitivas nos possibilitam compreender aspectos do funcionamento da estrutura do pensamento humano. Esse entendimento pode contribuir para desenvolvermos e aplicarmos estratégias que sejam eficientes e eficazes para a ocorrência da aprendizagem tanto em contextos de Educação Básica quanto Ensino Superior.

A Teoria da Aprendizagem Significativa em oposição a aprendizagem verbal por memorização baseia–se na proposição de que a aquisição e a retenção de conhecimentos (particularmente de conhecimentos verbais, tal como, por exemplo, na escola ou na aprendizagem de matérias) são o produto de um processo ativo, integrador e interativo entre o material de instrução (matérias) e as ideias relevantes [22] da estrutura cognitiva do aprendiz, com as quais as novas ideias estão relacionadas de formas particulares, gerando significados lógicos (natureza do material) e psicológicos, fenômeno cognitivo completamente idiossincrático (AUSUBEL, 2003).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) estabelecem as condições mínimas para a ocorrência da aprendizagem significativa, sintetizadas em três fatores

---

[22] Ausubel denomina essas ideias relevantes da estrutura cognitiva do (a) aprendiz de subsunçores.

fundamentais: (1) *conhecimentos prévios relevantes*, isto é, o aprendiz deve saber algumas informações que se relacionem com as novas a serem aprendidas de forma não trivial; (2) *o aprendiz deve escolher aprender significativamente* optando de forma consciente e intencional relacionar os novos conhecimentos com outros que já conhece de forma não trivial; (3) *material potencialmente significativo*, explicitando relações hierárquicas do conhecimento, do geral para o particular. Nesse sentido, Ausubel (2003) destaca que se deve considerar:

> [...] (1) o tipo de análise cognitiva necessária para se averiguarem quais são os aspectos da estrutura cognitiva existente mais relevantes para o novo material potencialmente significativo; (2) algum grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva – ou seja, apreensão de semelhanças e de diferenças e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados; e (3) reformulação do material de aprendizagem em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular (AUSUBEL, 2003, p.6).

O Quadro 2 apresenta relações entre aprendizagem significativa, potencial significativo, significado lógico e significado psicológico.

Quadro 2 – Relações entre Aprendizagem Significativa, Potencial Significativo, Significado lógico e Significado Psicológico

A	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA OU AQUISIÇÃO DE SIGNIFICADOS	requer	**(1)** Material potencialmente significativo	e	**(2)** Disposição para a Aprendizagem Significativa
B	POTENCIAL SIGNIFICATIVO	depende do (a)	**(1)** *Significado lógico* a relação não arbitrária e substantiva do material de aprendizagem com as ideias correspondentemente relevantes que se encontram dentro do domínio da capacidade intelectual humana	e	**(2)** A disponibilidade de tais ideias relevantes na estrutura cognitiva de um aluno *particular*
C	SIGNIFICADO PSICOLÓGICO Significado idiossincrático fenomenológico	é o produto da	Aprendizagem Significativa	ou do	Potencial significativo e a Disposição para a Aprendizagem Significativa

Fonte: Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p.35

O aprendiz demonstra responsabilidade adequada pela própria aprendizagem quando aceita a tarefa de aprender ativamente, procurando compreender o material de instrução que lhes é proposto para ensinar, se empenhando para integrar os conhecimentos novos aos que já possui. Além disso, o (a) estudante não evita o esforço ou a batalha por novas aprendizagens que o desafie, e não espera ou exige que o professor *"lhe faça a papa toda*" (AUSUBEL, 2003). Por isso, a autonomia discente no contexto da aprendizagem significativa é conquistada quando o (a) aprendiz toma a decisão de elaborar as perguntas necessárias do que não compreende, ou seja, busca orientação docente para organizar suas ideias e esclarecer suas dúvidas. Esse cenário pedagógico, requer uma prática docente dialógica centrada na promoção e reflexão do (a) estudante. Assim, se deixa de oferecer respostas prontas, e se opta por encorajar o pensamento crítico reflexivo, o entendimento de redes de significados, e a compreensão de valores socioculturais e científicos integrados aos conhecimentos abordados, na situação de aprendizagem vivenciada.

Um dos fatores mais prováveis, de acordo com Ausubel (2003), que influencia a clareza e a estabilidade das ideias exploradas na aprendizagem significativa é a recursividade. Essa estratégia consiste em ofertar atividades que evidenciam a aplicação de conceitos estudados e a repetição multicontextual. A estimulação cognitiva mediantes diferentes atividades pode potencializar a construção de novos significados. Desse modo,

> [...] a aprendizagem significativa, por definição, envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa. Ou seja, o surgimento de novos significados no aprendiz reflete a ação e a finalização anteriores do processo de aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003, p.72).

A recursividade multicontextual de uma ideia consolida-a mais na memória do que as repetições dentro do mesmo contexto. Isso sugere que a redundância em práticas pedagógicas consiste em um meio estratégico de promover aprendizagem. A recursividade permite que "*a substância de uma determinada ideia fica fortalecida ao máximo na memória, caso seja discutida nos contextos em que for relevante*, em vez de receber uma consideração apenas na primeira vez em que surge no texto" (AUSUBEL, 2003, XVI, destaque nosso).

O uso da linguagem de forma adequada viabiliza e potencializa o processo de construção de significados em sala de aula, aproximando a comunicação entre docente e estudante (BARUFI, 1999). Ausubel (2003) explicita:

> A natureza e as condições da aprendizagem por recepção significativa ativa também exigem um tipo de ensino expositivo que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora nos materiais de instrução e que também caracterize a aprendizagem, a retenção e a organização do conteúdo das matérias na estrutura cognitiva do aprendiz (AUSUBEL, 2003, p.6).

A diferenciação progressiva reconhece que “a aprendizagem e toda a retenção e a organização das matérias é hierárquica por natureza” (Ausubel, 2003, p.6), considerando os aspectos de abstração, generalidade e inclusão nesse processo. Dessa forma, a maioria dos materiais didáticos que tratam de um conjunto de conceitos específicos empacotados em capítulos não apresentam potencial significado, uma vez que quase sempre esse tipo de organização não explicita relações hierárquicas. Isto é, parte-se de uma perspectiva local desses conceitos, e não se estabelecem relações do todo com as partes.

Por isso, para a Abordagem Didática sempre recorreremos as adequações e adaptações necessárias para contemplar a prática desse princípio. Além disso, a reconciliação integradora requer um exercício docente que busque constantemente construir condições para se evidenciar “semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes” (AUSUBEL, 2003, p.6). Nesse sentido, a promoção de diálogos horizontais, discussões e reflexões em grupo contribuem para atender essa condição. Nunes, Almouloud e Guerra (2010, p.6) argumentam que “se o aluno aprende significativamente o conceito de área do quadrado, ele poderá expressar sua compreensão de diversas formas, calculando, por exemplo, as áreas de qualquer retângulo, paralelogramo, triângulo e losango”.

A linguagem, as competências cognitivas e sociais, as motivações e aspectos psicoemocionais relacionadas ao contexto sociocultural que o indivíduo se encontra são fatores relevantes no processo de aprendizagem. Por exemplo, que conhecimentos prévios são necessários para que se aprenda conceitos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral em um curso inicial? De que forma o (a) docente poderá investigar a presença de tais conhecimentos prévios na estrutura cognitiva do (a) aprendiz, isto é, que estratégia (s) didática (s) pode (m) utilizar? E que referências teóricas podem subsidiar esse processo de reconhecimento de saberes prévios? Essas indagações fazem parte das discussões e reflexões propostas na próxima seção. Consideramos a compreensão conceitual e as representações linguísticas e simbólicas fundamentais para a atribuição de significados, e sentidos mediante os conhecimentos partilhados.

3.1 A Relevância de Conhecimentos Prévios para o Ensino e a Aprendizagem em Matemática

O conhecimento prévio é considerado um fator determinante no processo de aprendizagem, e tal conhecimento serve de base para se acessar e compreender informações e conceitos novos, por meio de interações entre o que já se sabe com o que se pretende aprender (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

As aulas de Matemática, muitas das vezes, são desenvolvidas com base em um vocabulário repleto de terminologias específicas. Entre os termos mais comuns podemos citar axioma, teorema, demonstração, teoria, lei, postulado, princípio, fórmula, isso sem mencionar o repertório de caracteres simbólicos. Dessa forma, “os significantes serão muitos, mas os significados modestos” (OLIMPIO JUNIOR, 2007, p.41). Essa prática ainda vigente baseia-se em uma perspectiva tradicional de ensino, conforme investigações de Moreno e Azcárate (2003), e de Lima (2012). Sendo assim, destacamos a necessidade epistemológica de se compreender o significado desses “termos novos” e suas respectivas simbologias, e não os utilizar como se fossem parte do texto de um recital. Sabemos que esses termos não possuem a simples função de nomear algo, e sim evidenciam a natureza da construção do conhecimento científico.

As orientações educacionais brasileiras complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) recomendam abordagens pedagógicas que discutam diferentes formas de linguagens compartilhas no âmbito das investigações científicas. O objetivo educacional esperado é o de aproximar o trabalho da Ciência aos estudantes, demonstrando a tal relevância para o desenvolvimento da sociedade. A capacidade de “elaborar comunicações orais ou escritas para relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos”, e “analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia” são destacados pelo documento (PCN+, 2002, p.24).

Nesse sentido, compreender um teorema é um exemplo da relação estreita entre os significados lógico (relacionados ao material de instrução) e psicológico (associado ao repertório de conhecimentos prévios do (a) aprendiz) na perspectiva da TAS, e que contribui para a familiarização e entendimento da produção do conhecimento científico. “No aprendizado de um novo teorema geométrico, cada uma das partes componentes já é significativa, mas a tarefa como um todo (compreender o teorema) ainda está por ser realizada” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 42). Isso corrobora para a compreensão de que o sucesso do Ensino Superior do “Cálculo” está condicionado a uma preparação de ideias prévias do mesmo no ensino básico de Matemática (REZENDE, 2003).

Em relação à pertinência de conhecimentos matemáticos prévios no âmbito do Ensino Superior, Souza, Fatori e Buriasco (2005) desenvolveram uma pesquisa abordando como alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática trabalham com alguns conceitos básicos de Cálculo I. O enfoque desse trabalho consistia em fomentar subsídios e fundamentos para o curso da disciplina de “Análise Real”. As autoras explicitam recomendações de conteúdos prévios relativos à Matemática básica para a organização do planejamento do estudo de derivadas. Conforme essas autoras,

> Quando um professor de Cálculo for trabalhar o conceito de derivada, por exemplo, deve estar ciente do fato de que os alunos já tiveram alguma experiência com tangentes e circunferências no Ensino Médio e que o Conceito Imagem que possuem, neste caso, é o de que a reta tangente deve tocar a curva em um único ponto, sem nunca a atravessar, de tal modo que a reta toda esteja em apenas um lado da curva. Esse conceito **deve ser trocado** pelo novo conceito de tangente ligado à noção de um limite de secantes. (SOUZA; FATORI; BURIASCO, 2005, p.76, grifo das próprias autoras).

Para a ciência docente do repertório de conhecimentos prévios de um grupo de alunos, uma das formas de investigação é estabelecimento do diálogo em sala de aula. Além disso, essa estratégia pode ser combinada com resultados de pesquisa da área de interesse. A partir disso, é possível elaborar estratégias de ensino em conformidade com o contexto conhecido. Caso a prática pedagógica de ensino ocorra sem esse discernimento didático, segundo Ausubel (2003), é natural que a rejeição cognitiva ao tema tende a acontecer por parte do (da) aprendiz. Pois,

> [...] quando um aluno é exposto, prematuramente, a uma tarefa de aprendizagem, antes de estar preparado de forma adequada para a mesma, não só não aprende a tarefa em questão (ou aprende-a com muitas dificuldades), como também aprende com esta experiência a temer, desgostar e evitar a tarefa (AUSUBEL, 2003. p.13).

Com base na citação anterior, entendemos, por exemplo, que para compreender noções iniciais de Cálculo associadas à Formação Docente em Matemática é relevante explicitar relações dessa área do conhecimento com conceitos e conteúdos oriundos da Educação Básica, uma vez que a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral inaugura o primeiro contato com a caracterização e sistematização lógico-formal do conhecimento matemático (OLIMPIO JUNIOR, 2007).

Nesse sentido, para se construir um diálogo pedagógico significativo e produtivo é necessário sermos ouvintes eficientes. Baldino (1998), em entrevista transcrita em Reis (2001), enfatiza a relevância de o (a) docente ser ouvinte ativo procurando compreender explicações e pensamentos do (a) aprendiz durante o processo de ensino, e explica:

> [...] o professor que dá aula, quando ele vai pro quadro negro, faz as demonstrações e sai feliz da vida porque fez o ensino, quer dizer, o que ele espera que o aluno entenda do que ele está fazendo, ele dá pro aluno uma chance de falar e ele ficar escutando...ficar escutando? Se eu pudesse terminar com alguma frase, eu diria isso: <u>*ensina-se ouvindo, aprende-se falando!*</u> Se quiser ensinar, comece a ouvir, comece a ouvir o que seu aluno tem a dizer, comece a ouvir o que o aluno pensa, tente entrar no pensamento do aluno e explicar pro aluno o que ele está dizendo, por mais doido que seja, por mais errado que seja, tente entender o que o aluno está pensando e o que ele está dizendo, faça o aluno falar porque se é o aluno que tem que aprender é o aluno que tem que falar e <u>*se é o professor que vai ensinar, ele tem que aprender a ouvir; se ele não ouvir, ele não vai ensinar, ele vai aprender;*</u> se ele quiser usar o aluno pra ele aprender, tudo bem: ele faz uma aula expositiva; só que depois que você dá dez cursos de Cálculo, você já deve ter aprendido, então porque não começa a ensinar ??!! (BALDINO, 1998, entrevista registrada em REIS, 2001, p.248, grifo nosso).

Bonomi (2016) explicita ser fundamental o “acolhimento” no ingresso ao *curso de Cálculo*[23] para que os novos estudantes consigam lidar com tantas novidades do contexto universitário. Ouvir e valorizar as ideias prévias dos(as) estudantes consiste em um meio de acolhê-los. Uma das maneiras de se fazer isso é promover questionamentos instigando reflexões entre conceitos anteriores e os novos, porque se busca familiarizar e incluir o (a) aprendiz em outros contextos

---

[23] A expressão “curso de Cálculo” é tomada aqui como a disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral ministrada em cursos superiores.

formativos a partir de algo conhecido, por exemplo, a temática de “Funções”. Afinal, não se pode desconsiderar a vivência educacional anterior “durante aproximadamente 16 anos (ou seja, em torno de 15.000 horas)” que já tiveram presentes em sala de aula (TARDIF, 2002, p.20). Desse modo, é relevante enfatizar que o Cálculo I “materializa o primeiro contato formal do aluno com conceitos ‘escorregadios’, como os de limite ou de derivada”, e tais conceitos “demandam uma compreensão mais sólida, ampla e refinada sobre um outro conceito fundamental: o conceito de função” (OLIMPIO JUNIOR, 2007, p.40).

Para favorecer a aprendizagem significativa, as ideias precisam ser articuladas e relacionadas de forma lógica priorizando representação, exemplificação e compreensão do conceito. Entretanto, há que se considerar a possibilidade de que o aprendiz não disponha de conhecimentos prévios para aprender determinado conteúdo ou possuir estruturas cognitivas pouco elaboradas relativas ao novo conhecimento. Nesse caso, é necessária a utilização de organizadores prévios que consistem em “materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si [...] simplesmente destacando certos aspectos do assunto, [...] em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade” (Moreira, 2010, p.120). No entanto, não é tarefa simples a escolha de um material introdutório, pois cada aprendiz carrega um repertório cognitivo exclusivo, sendo único e particular. Os “Organizadores Prévios (OP)” é o tema abordado na próxima seção.

3.1.2 Organizadores Prévios (OP)

Moreira (2010) destaca que “para Ausubel, a principal função do organizador prévio é a de servir de ponte entre o que aprendiz já sabe e o que ele deveria saber a fim de que o novo material pudesse ser aprendido de forma significativa” (p.120), quer dizer, “organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como ‘pontes cognitivas’” (p.120). Mas, o que pode ser considerado um organizador prévio?

Moreira (2010) explica que os organizadores prévios podem ser textos, frases, filmes, fotos, dramatização, ou seja, algo que faça sentido ao estudante para que esse consiga realizar as conexões entre o que já sabe e o que está por vir. Porém, para Moreira (2008, p.5), “a grande maioria dos artigos de pesquisa sobre o assunto não são encontrados exemplos dos organizadores utilizados, e sim de pequenas descrições sobre como eles foram construídos". Para Ausubel (2003),

> A vantagem de se construir, intencionalmente, um organizador especial para cada nova unidade de material é que só desta forma é que o aprendiz pode usufruir das vantagens dos subsunçores, que lhe dão quer uma previsão geral do material de instrução mais detalhado, antes do verdadeiro confronto com este, quer elementos de organização que incluem e explicam, de forma mais eficaz, as ideias relevantes da estrutura cognitiva do mesmo (AUSUBEL, 2003, p. 152).

Outro aspecto destacado consiste no fato de que não é simples qualificar um material introdutório como um organizador prévio, pois depende da situação que se encontra o aprendiz. Para Moreira (2008, p.3) "é muito difícil dizer se um determinado material é ou não um organizador prévio, pois isso depende sempre da natureza do material de aprendizagem, do nível de desenvolvimento cognitivo do aprendiz e do seu grau de familiaridade prévia com a tarefa de aprendizagem". Embora mesmo com algumas dificuldades inerentes, esse autor procura conscientizar a respeito da relevância da utilização dos organizadores prévios para a elaboração de aulas e textos didáticos, pois:

> Na medida em que o uso de organizadores prévios facilita a aprendizagem significativa, a qual, por sua vez, modifica a estrutura cognitiva do aprendiz, tornando-a mais capaz de assimilar e reter informações subsequentes, professores e especialistas deveriam procurar utilizar esta estratégia ao prepararem aulas e texto didáticos. Numa aula, por exemplo, a aprendizagem seria facilitada se o professor começasse com uma visão geral, em nível de abstração mais alto, do conteúdo a ser estudado, procurando fazer a "ponte" entre aquilo que o aluno já sabe e o que ele precisa saber para aprender significativamente conteúdo de aula (MOREIRA, 2008, p.9).

Moreira (2008) descreve algumas características referentes aos organizadores prévios, e servem para:

> (1) identificar o conteúdo relevante na estrutura cognitiva e explicar a relevância desse conteúdo para a aprendizagem do novo material; (2) dar uma visão geral do material em um nível mais alto de abstração, salientando as relações importantes; (3) prover elementos organizacionais inclusivos que levem em consideração, mais eficientemente, e ponham em melhor destaque o conteúdo específico do novo material, ou seja, prover um contexto ideacional que possa ser usado para assimilar significativamente novos conhecimentos (MOREIRA, 2008, p.121).

Considerando as características de abstração, generalização e inclusividade que os organizadores prévios devem apresentar, esses consistem em materiais potencialmente significativos que podem oportunizar “a relacionabilidade entre os novos conhecimentos e aqueles que o aprendiz já tem, mas não percebe que são relacionáveis aos novos” (Moreira, 2008, p.2) colaborando para a atribuição de significados. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980) é inerente ao conteúdo curricular o significado lógico, isto é, o significado intrínseco ao próprio conteúdo. Do ponto de vista educativo, segundo Nunes, Almouloud e Guerra (2010, p.543), se atribuiu ao professor a responsabilidade de construir e promover “um ambiente necessário para que haja transformação do significado lógico em psicológico levando em consideração os conhecimentos prévios dos discentes, o material que será utilizado para o ensino e a disposição do aluno em aprender significativamente”.

Considerando um ambiente construtivista de aprendizagem voltado para o humanismo e o interacionismo social, conforme Novak e Gowin (1984), uma maneira efetiva de colaborar com os estudantes para aprender significativamente é auxiliá-los de maneira explícita a entender a natureza e o papel dos conceitos e as relações entre os conceitos, tal como existem nas suas mentes e como existem fora, isto é, na realidade ou na educação formal (oral ou escrita). Esta é uma ideia simples, porém, profunda. Os estudantes podem levar meses ou até anos para perceber que o ver, o ouvir, o tocar, o sentir, o cheirar dependem em parte dos conceitos que existem em suas mentes (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Desse modo, há necessidade de respeitar a condição humana no sentido de que “somos à medida que nos tornamos, fazendo, acontecendo” (Bicudo, 2009, p.233), assumindo uma postura ética e reflexiva diante do processo de ensino e de aprendizagem.

3.2 O VÊ EPISTEMOLÓGICO DE GOWIN E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

As ideias de Ausubel foram refletidas e ampliadas especialmente pelo trabalho coletivo de Novak e Gowin (1984). As investigações de Novak permitiram a ampliação de reflexões teóricas a respeito da TAS, trazendo uma compreensão humanística para se pensar em uma teoria no âmbito da Educação. Em 1977, Novak lança a obra “*A Theory of Education*” expondo logo no prefácio suas preocupações e questionamentos relacionados à educação. Por exemplo, *por que tantos alunos aprendem tão pouco*? Adiante, Novak afirma que os conceitos são bases para acessar conhecimentos e compreender práticas de uma determinada cultura, no entanto esses podem sofrer mudanças, e o processo educacional deve considerar esse fator. Sendo assim, Novak (1981, p.3) defende que "a educação deve não apenas incluir uma criteriosa seleção daqueles de valor mais duradouro, mas também deve auxiliar as crianças a adquirir a capacidade de gerar e usar novos conceitos e práticas".

D. Bob Gowin, filósofo e docente na Cornell University, mesma universidade de Novak sempre demonstrou interesse na compreensão da estrutura e do modo de construção e apropriação do conhecimento. Gowin considerava que os relatórios científicos de seus estudantes deveriam ser escritos de forma mais completa, e que as experiências realizadas nos laboratórios poderiam contribuir para que compreendessem processos de construção do conhecimento.

Em 1977 apresentou o Vê Epistemológico pela primeira vez a estudantes universitários e professores. Em seguida, em 1978 a estudantes secundarista com a intenção de auxiliá-los a "aprender a aprender" Ciência. O objetivo didático do Vê de Gowin consiste em clarificar a natureza da estrutura e construção do conhecimento científico, por meio da interação simultânea de processos teóricos e metodológicos. A nova reorganização cognitiva derivada do entendimento da construção do conhecimento aprimora e expande a percepção de questões circunscritas a temática tratada. As questões originais que possibilitaram a sistematização do Vê Epistemológico foram as seguintes:

1. Qual (is) a (s) questão (ões) - foco?
2. Quais os conceitos-chave? (Qual a estrutura conceitual?)
3. Qual (is) o (s) método (s) usado (s) para responder a (s) questão (ões) - foco? Qual a sequência de passos[24]?
4. Quais as asserções de conhecimento? Qual o conhecimento produzido?
5. Quais as asserções de valor? Qual o valor do conhecimento produzido? Por que é relevante?

No ano de 1984 Novak e Gowin lançam o livro "*Learning How to Learn*", obra fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968) que apresenta os "Mapas Conceituais" e o "Vê Epistemológico" ambos como

---

[24] Esclarecemos que isso não implica relações de linearidade.

instrumentos heurísticos fundamentais destinados à investigação e compreensão de indícios de aprendizagem significativa.

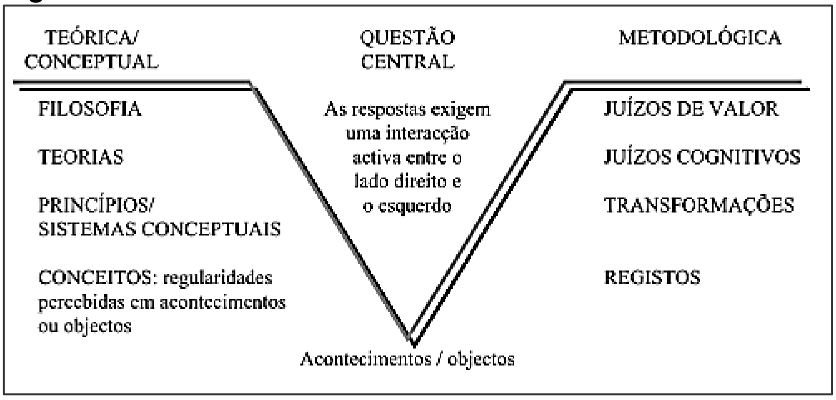
Gowin (1981) compreende o processo de pesquisa como uma estrutura de significados que devem ser relacionados. Os elementos norteadores de uma investigação são **eventos** que podem associar-se com **acontecimentos** ou no estudo de algum **objeto**, que por sua vez relacionam-se a fatos e **conceitos**.

A pesquisa científica estabelece conexões específicas entre um dado evento, os registros feitos deste evento, os julgamentos factuais derivados desses registros, os conceitos que focalizam regularidades nesses eventos, e os sistemas conceituais utilizados para interpretar asserções de valor e conhecimento, a fim de se chegar à explanação do evento. Desse modo, construir essa estrutura de significados em uma certa investigação é ter feito uma pesquisa coerente (MOREIRA, 2006).

Novak e Gowin (1984) definem **conceito** como uma regularidade percebida em acontecimentos ou objetos, ou registros de acontecimentos ou objetos, designados por símbolos, signos, rótulos. Servem para pensar, pesquisar, aprender, refletir, responder e reconhecer estabilidade em fluxos de eventos. O **conceito** consiste em uma representação mental de um objeto abstrato ou concreto, que se mostra como um instrumento fundamental do pensamento em sua tarefa de identificar, descrever e classificar os diferentes elementos e aspectos da realidade (Houaiss, 2009, acepção filosófica da palavra conceito).

Conceitos podem ser relacionados a objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos essenciais, e são designados numa determinada cultura por algum signo ou símbolo aceito (AUSUBEL, 1968). **Conteúdo** configura como um tópico ou conjunto de tópicos presentes em um determinado livro, documento, ementa curricular, compreendido também como assunto (HOUAISS, 2009). A seguir, a Figura 4 retrata os elementos gerais do Diagrama Vê de Gowin.

Figura 4 – Vê Heurístico de Gowin



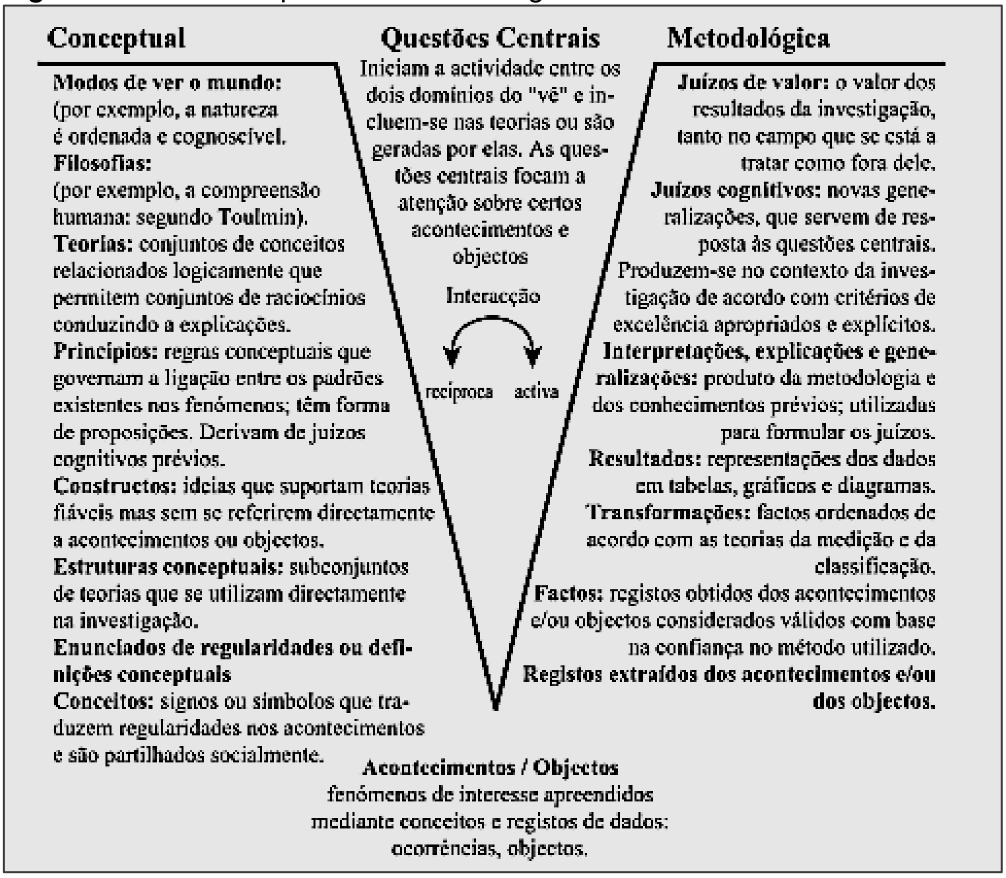
Fonte: Novak e Gowin, 1984, p.19

Novak e Gowin (1984) afirmam que é crescente o interesse de pesquisadores para investigar meios que favoreçam a aprendizagem. No entanto, para isso se faz,

> [...] necessário aprender o metaconhecimento, isto é, o conhecimento sobre o modo como se produz o próprio conhecimento; o "Vê" heurístico é um instrumento que serve para adquirir conhecimentos sobre o próprio conhecimento e sobre o modo como este se constrói e utiliza (NOVAK; GOWIN, 1984, p.73).

De modo complementar, na Figura 5 são descritas relações entre a natureza do conhecimento e a natureza da aprendizagem. Conforme Novak e Gowin (1984, p.72) "todos os elementos funcionam de um modo interativo para dar sentido aos acontecimentos e objetos observados no processo de produção ou de interpretação do conhecimento".

Figura 5 – Versão expandida do “Vê” cognitivo de Gowin



Fonte: Novak e Gowin, 1984, p.72

O **“formato em Vê”** foi escolhido intencionalmente por Gowin para evidenciar determinados aspetos epistemológicos relevantes para o processo de construção do conhecimento. O vértice do Vê indica os acontecimentos/objetos em torno dos quais se centra a construção do conhecimento. São esses que se pretendem investigar e sem esses não haveria dados para processar. No início do Vê e numa posição central em relação aos lados surge a questão foco, o problema a investigar, que determina a escolha dos objetos/acontecimentos. A questão foco interage com o lado esquerdo do Vê e com o lado direito, sendo que o lado esquerdo se refere à parte conceitual (ao pensamento relacionado aos conhecimentos prévios) subjacente à pesquisa e o lado direito à parte metodológica, ações práticas do desenvolvimento da pesquisa. As duas partes, direita e esquerda, do Vê interagem entre si, interação essa que se reveste relevante para a construção do novo conhecimento (NOVAK, 2000).

> Acontecimentos são coisas que sucedem, tais como crescer, comer, correr, guerras e assim por diante. Objectos são uma unidade de substância da matéria, tal como plantas, sujidade ou ervas daninhas. Tudo o que existe no universo, ou é um acontecimento, ou um objeto e todos os acontecimentos

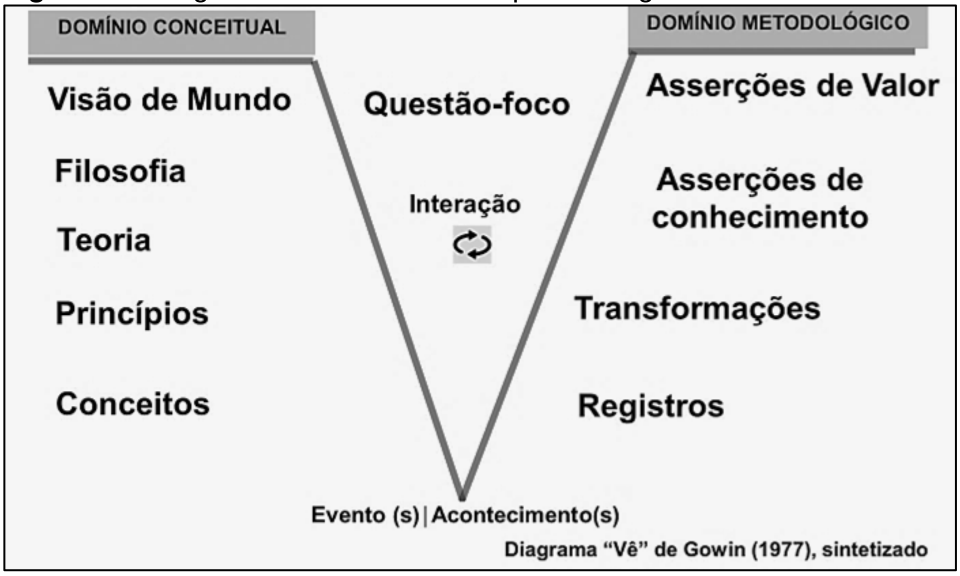
> envolvem objetos, até mesmo as alterações de energia os utilizam de alguma forma (NOVAK, 2000, p.87).

O objetivo primordial “das teorias é compreender e explicar os fenômenos de uma forma mais ampla, por meio da reconstrução conceitual”, por isso “a teoria não é uma mera descrição da realidade, mas uma abstração” (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 109). A relação entre teoria e prática é abordada por Becker (2012), e conforme o mesmo,

> A prática não tem, por si mesma, alcance para produzir mudanças. Ela simplesmente repete aquilo que deu certo. Ela não consegue apontar para caminhos novos. Ao contrário, a teoria é capaz de mudanças na medida em que se apropria da prática, indicando-lhe novos rumos e dizendo o porquê da necessidade de mudança. A [...] teoria é capaz de tirar a prática de sua circularidade [...], jogá-la em um universo de possibilidades inatingíveis [...]. A boa teoria redimensiona a prática. A mesma prática que alimenta e viabiliza a teoria é incapaz de transformar em si mesma (BECKER, 2012, p.85).

Na Figura 6 é apresentada a configuração gráfica e os elementos heurísticos que adotamos nesta pesquisa para o Diagrama Vê.

Figura 6 – Diagrama Vê e elementos epistemológicos



Fonte: Novak; Gowin,1984, p.72, com adaptações

As fases do ato de aprender podem ser organizadas, de modo geral, em três momentos formativos, isto é, a aquisição, a retenção e a transferência de conhecimentos. Porém, isso não significa que essas três fases ocorrem de forma linear. Para cada uma dessas fases há procedimentos pedagógicos específicos que colaboram no processo da prática docente.

O ato da aquisição do conhecimento demanda a presença de subsunçores[25] na estrutura cognitiva do aprendiz para ancorar as novas aprendizagens, e caso esses não existam deve-se ofertar meios para conduzir o aprendiz para se apropriar desses subsunçores. Nesse caso, organizadores prévios são indicados para suprir ou dirimir possíveis ausências formativas. A continuidade da aprendizagem permeia a retenção do conhecimento, e esse processo exige a articulação entre a compreensão de diferentes conceitos acrescidos de seus modos de representação. Por fim, a consolidação do ato de aprender requer a transferência desses conhecimentos, ou seja, a compreensão de aplicabilidades do conceito que foi estudado. Para coordenar todos esses processos cognitivos o Vê Epistemológico de Gowin (1984) se constitui como um instrumento avaliativo adequado, pois contribui para compreender a presença de indícios de aprendizagem, mediante a análise de elementos heurísticos inerentes a construção do conhecimento.

3.2.1 A Escolha do Vê Epistemológico como instrumento de Avaliação

Novak e Gowin (1984, p.125) afirmam que "para avaliar, devemos ter uma noção clara de valor". O "Vê Epistemológico" consiste em um instrumento avaliativo adequado à proposta desta Abordagem Didática à medida que os elementos do "Vê" "quando considerados em conjunto, funcionam de forma normativa para estabelecer os critérios de valor".

O trabalho de construir relações e significados por meio dos elementos heurísticos presentes no "Vê Epistemológico", de acordo com Novak e Gowin (1984, p.127), "exige que os alunos reconheçam a nova informação utilizando aquilo que eles já sabem, um processo que é criativo e idiossincrásico e que requer que a compreensão se expresse através de uma variedade de formas de pensar e agir". Por outro lado,

[25] Representações mentais prévias a respeito do conceito a ser estudado, isto é, ideias relevantes contidas na estrutura cognitiva do aprendiz que podem interagir e se relacionar para gerar novas aprendizagens.

> Se os elementos do ‘Vê’ estão omissos ou confusos os conceitos chave ou princípios omitidos; os registros que não estão claramente ligados aos acontecimentos ou objetos que descrevem; os princípios, teorias, ou filosofias que não se estabelecem nem estão implícitos; os juízos ligados ambiguamente aos registos, princípios, etc. — então podemos julgar que a lição ou a resposta têm falhas. A questão ‘Será que a lição (ou a resposta do aluno) abarca o fundamental?’ pode ser mais facilmente respondida se perguntarmos antes ‘Será que a lição (ou a resposta do aluno) cobre os elementos do ‘Vê?’. Este torna-se, então, o critério de valor, o fundamento acerca do valor educativo (NOVAK; GOWIN, 1984, p. 125).

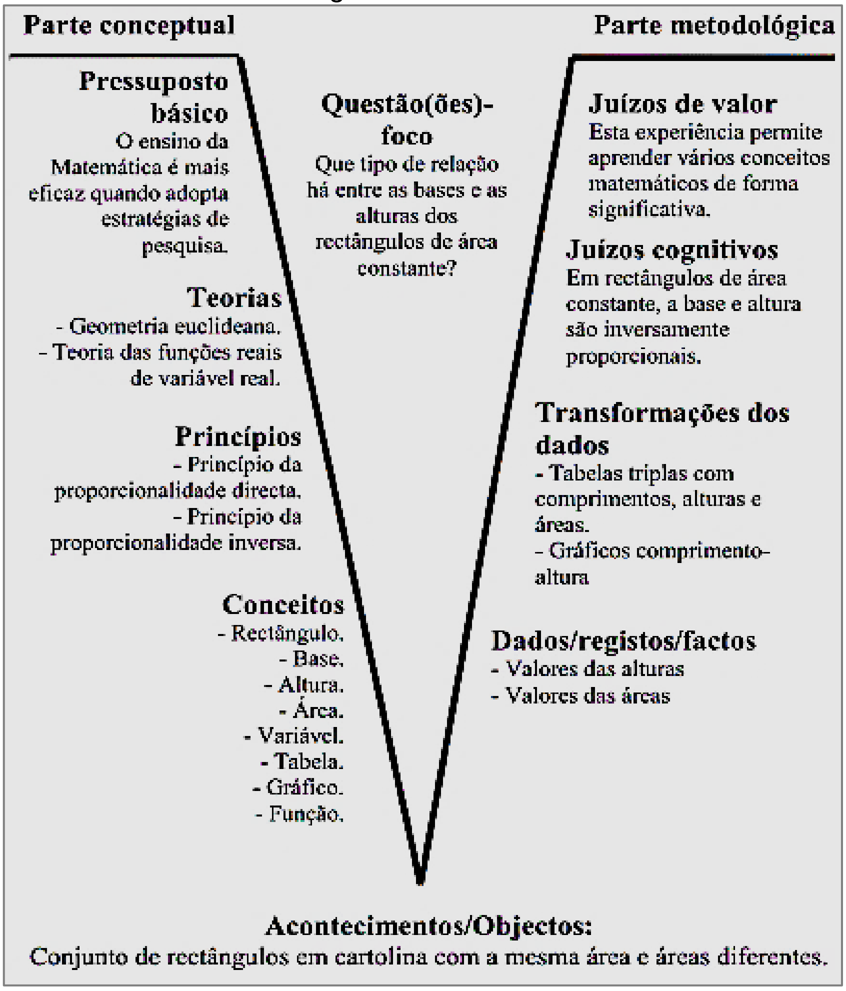
A dificuldade inerente à elaboração do “Vê” é reconhecida por Novak e Gowin (1984, p.127), uma vez que exigem a “análise, síntese e avaliação do conhecimento — que são os níveis mais elevados da taxonomia dos objetivos educacionais de Bloom (1956)”. Entretanto, essa intensa atividade cognitiva possibilita que os (as) estudantes reconheçam que a elaboração dos “Vês” “ajuda-os a aumentar a sua compreensão da matéria de estudo. [...] proporciona aos estudantes os sentimentos positivos que se produzem quando se detecta um aumento na compreensão dos significados” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.129).

A adoção do Vê Epistemológico possui diversas finalidades nesta pesquisa, pois se configura em instrumento heurístico para: I) colaborar no processo de compreensão da estrutura e natureza do conhecimento; II) refletir a respeito da própria aprendizagem; III) servir como recurso teórico-metodológico auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem em contextos matemáticos; IV) avaliar o processo de aprendizagem; V) coletar e analisar dados para a pesquisa. Desse modo, compreendemos que o Diagrama Vê pode ser uma “forma de desafiar os estudantes, propondo atividades motivadoras, que lhes despertem o interesse pelo estudo, pela realização das tarefas propostas, pelo monitoramento de sua própria cognição” (CURY; CASSOL, 2004, p.34).

Nos levantamentos realizados para esta pesquisa foram encontrados dois trabalhos que abordam a utilização do Diagrama Vê como estratégia didático-pedagógica para o ensino de Matemática, sendo um na Espanha de Soto e Vallori (2011) e outro de Urbina (2011), pesquisadora venezuelana. Um exemplo do Vê de Gowin com tema matemático é trazido em Valadares (2014). Esse trabalho foi realizado em Portugal em 1997 por um grupo de professores portugueses de Matemática num Curso de Formação Docente, oportunidade em que construíram um Diagrama Vê para estabelecer relações entre base, altura e área de um retângulo, Figura 7.

No Brasil, o Prof. Marco Antonio Moreira[26] (UFRGS) é considerado pesquisador pioneiro que fez uso de Diagramas Vês na perspectiva da TAS, mas neste caso, no contexto do ensino de Física. Moreira foi orientado em seu doutorado por Joseph Novak. Pesquisas brasileiras contemporâneas, na área de Ensino e Educação Científica, que adotam o Vê de Gowin como instrumento teórico-metodológico têm sido realizadas e orientadas na última década pela Profa. Irinéa de Lourdes Batista (UEL-PR), por exemplo (NASCIMENTO, 2008; BATISTA; NASCIMENTO, 2011, BATISTA; LEBOEUF, 2010, LEBOEUF, 2011; BATISTA; LEBOEUF, 2013, CORREA, 2016).

Figura 7 – Vê de Gowin aplicado em contexto matemático: Estudo e análise heurística referente à Área de retângulo



Fonte: Valadares e Graça, 1997 *apud* Valadares, 2014, p.87

[26] Atualmente o Prof. Marco Antonio Moreira (UFRGS) e a Profa. Evelyse dos Santos Lemos (IOC-FIOCRUZ) são responsáveis e idealizadores tanto da “Revista de Aprendizagem Significativa - Meaningful Learning Review”, publicação específica para trabalhos com enfoque na TAS de Ausubel, quanto do Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa, realizado a cada dois anos.

O trabalho de construção do Vê Epistemológico promove a *prática da escrita*, vista como estratégia para reconhecer o desenvolvimento do próprio processo cognitivo. Tal prática possibilita a tomada de consciência do progresso da própria aprendizagem (FREITAS; FIORENTINI, 2008). O raciocínio metacognitivo exigido nesse processo contribui tanto para a manifestação de dúvidas e dificuldades quanto para diferenciar, reconciliar e relacionar os novos conhecimentos com outros, presentes previamente na estrutura cognitiva do(a) aprendiz.

Freitas e Fiorentini (2008) destacam que cursos de Formação Docente em Matemática continuam priorizando a oralidade como forma de comunicação. Porém, enfatizam que essa tradição de pouca leitura e escrita nesses cursos "pouco contribui para a exploração problematização dos conceitos que estão sendo ensinados e aprendidos" (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p.139). Para esses pesquisadores a utilização da escrita como recurso pedagógico no contexto inicial da formação docente possibilita a percepção lógica das ideias que se escreve, e ainda colabora para explorar múltiplos significados relacionados com as ideias matemáticas (FREITAS; FIORENTINI, 2008).

No contexto educacional, Novak e Gowin (1984) afirmam que:

> A possibilidade de existir o valor educativo, tal como a possibilidade da própria educação, baseia-se no fato de que se podem compartilhar significados. Os significados são construções sociais que nos permitem por um lado exercer a nossa capacidade de inferência, auto compreensão e atuação racional, e, por outro lado, unir as ideias e relacionar as partes com o todo (p.126).

Novak e Gowin (1984, p.128) explicitam a necessidade da "interação entre 'o pensar' e 'o fazer' em qualquer campo da atividade humana no qual se pretenda criar novo conhecimento". As distinções dessas atividades cognitivas colaboram no âmbito das discussões relacionadas à Formação Docente. O "*pensar*", por exemplo, relaciona-se com o domínio profissional esperado de conhecimentos científicos produzidos referentes à área de atuação; e o "*fazer*" com estratégias didático-metodológicas para disseminar e fomentar o conhecimento em ambientes educacionais. Nesse sentido,

> Os dois lados do "Vê" são claramente interdependentes; o que não é tão óbvio é a necessidade inextricável de reconhecer que os conceitos, princípios e teorias influenciam o que vemos e fazemos com as nossas observações, e que, por sua vez, tais observações influenciam gradualmente os conceitos, princípios e teorias que construímos (NOVAK; GOWIN, 1984, p.128).

Para a produção do “Vê Epistemológico” se espera, conforme Gowin e Novak (1984, p.125), que “uma boa porção de conhecimento deverá incluir todos os elementos do ‘Vê’, ilustrar como é que esses elementos se ligam entre si, e ser coerente, compreensiva e significativa”.

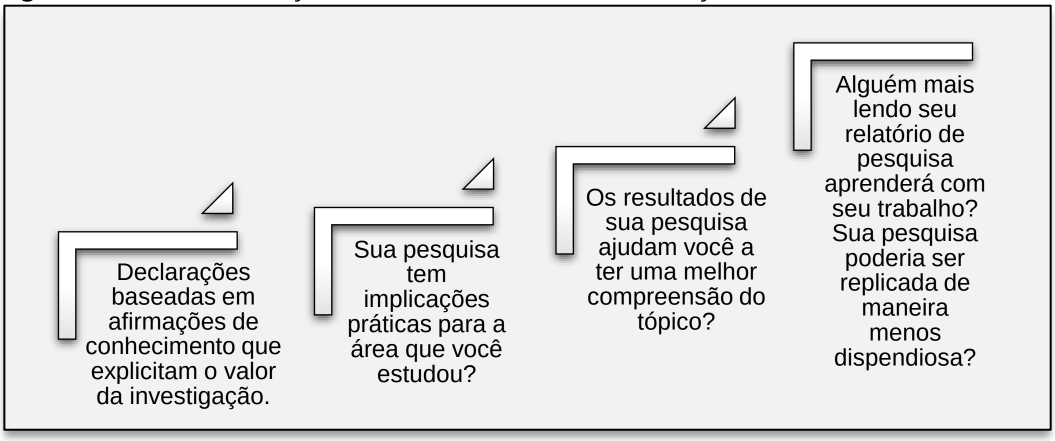
Com o intuito de explicitar a presença tanto de elementos heurísticos quanto de suas relações que podem ser expressas em diagramas “Vê(s)”, construímos uma relação de critérios heurísticos para a análise da produção do “Vê Epistemológico” baseado em (NOVAK; GOWIN, 1984, GOWIN; ALVAREZ, 2005). Esses critérios são de natureza interpretativa e qualitativa, aspectos prioritários a serem considerados no processo de análise dos dados obtidos nesta pesquisa. Em relação aos elementos que compõem o “Vê”, Novak e Gowin (1984) sugerem uma organização com base em cinco tópicos principais para estudantes de Ciências do Ensino Médio acompanhados por respectivos descritores[27]: (I) Questão foco; (II) Objetos ou Eventos; (III) Teorias, princípios e conceitos; (IV) Registros e transformações, e (V) Asserções de conhecimento. Nesse caso, esses autores não relataram o que consideramos relevante como um sexto tópico, “Asserções de valor”. Tal aspecto foi mencionado em Gowin e Alvarez (2005), trabalho mais recente, em que apresentam uma tabela (p.122-123) com sugestões para se organizar um sistema de pontuação para gerar um “*score*” de desempenho. A tabela apresentada em Gowin e Alvarez (2005) difere dos aspectos em relação à proposta de 1984 por estratificar com mais detalhes os elementos constituintes do “Vê”. Os tópicos destacados são os seguintes: (I) Questão de pesquisa ou Questão foco; (II) Eventos ou objetos; (III) Conceitos; (IV) Registros; (V) Visão de Mundo; (VI) Filosofia; (VII) Teoria; (VIII) Princípios; (IX) Transformações; (X) Asserções de Conhecimento, e por fim, (XI) Asserções de Valor. Os descritores desses elementos estão em consonância com as ideias explicitadas em (NOVAK; GOWIN, 1984).

Dessa forma, para os propósitos desta pesquisa consideramos adequada a sugestão da década de 80, porém acrescentando o tópico “Asserções de Valor”. Para construirmos os descritores deste tópico recorremos ao estilo da escrita das “Asserções de Conhecimento”. As “Asserções de Valor” são afirmações de conhecimento que evidenciam a relevância do tema investigado, diferente das “Asserções de conhecimento” que priorizam respostas diretas e objetivas em relação

[27] Os descritores serão apresentados diretamente no quadro da chave de pontuação.

à questão foco elaborada. Na Figura 8 elenca-se alguns questionamentos para a realização de uma análise com a finalidade de elaborar asserções de valor.

Figura 8 – Caracterização reflexiva envolvendo Asserções de Valor



Fonte: Esquema elaborado pela autora com base em Gowin e Alvarez (2005)

Com base em Gowin e Alvarez (2005) recorremos aos cinco questionamentos que orientam a reflexão e a compreensão tipológica em relação ao valor do conhecimento em análise. Nesse contexto, essas asserções podem ser classificadas em: valor instrumental, valor intrínseco, valor comparativo, valor de decisão, e valor ideal, tipificações consideradas para a elaboração dos critérios heurísticos que compõem o tópico (VI) “Asserções de Valor”.

A seguir, apresentamos o Quadro 3 contendo características relativas às asserções de conhecimento e às asserções de valor.

Quadro 3 – Síntese heurística: asserções de conhecimento e asserções de valor

ASSERÇÕES DE CONHECIMENTO *Informações orientadoras*	ASSERÇÕES DE VALOR *Questionamentos norteadores*
❍ Asserções de Conhecimento são respostas para a (s) pergunta (s) que você elaborou, a qual se registra na região central do Vê. ❍ A reflexão e a interpretação dos resultados obtidos levam a fazer afirmações com base nas perguntas que foram feitas. É necessário que haja uma resposta direta a cada pergunta que foi feita no início do estudo. ❍ Cada asserção de conhecimento precisa ser explicada claramente com razões para fundamentar as interpretações que você está fazendo. ❍ Durante este processo, as questões-foco de pesquisa, eventos, conceitos, registros e transformações precisam ser revisadas. ❍ Os fatos e ideias precisam ser reconciliados com base nos instrumentos utilizados e nas interpretações dos resultados.	❍ **Pergunta de valor instrumental** *X é bom para Y? Exemplo (s):* Os diagramas Vê(s) são bons para o pensamento teórico? Estudar Cálculo Diferencial e Integral é bom para lecionar na Educação Básica? ❍**Pergunta sobre o valor intrínseco** *O X é bom em si mesmo? Exemplo (s):* “A ciência é boa o suficiente em si mesma”? A compreensão de conceitos básicos de Matemática de natureza algébrica é suficiente para um curso inicial de Cálculo? ❍ **Pergunta de valor comparativo** *X é melhor do que Y? Exemplo (s):* "A Ciência é melhor do que a Filosofia?" A aprendizagem matemática baseada na compreensão de conceitos é melhor do que uma abordagem inspirada em Resolução de Problemas (lista de exercícios)? ❍ **Questão do valor de decisão** *X é certo? Deveríamos escolher X? Exemplo (s):* "Deveria escolher Diagramas Vê?" "A análise do Vê de todos os produtos de pesquisa está correta? “ As análises dessa pesquisa correlacionando a produção dos “Vês” com os registros dos questionários prévio e posterior são coerentes? Fazem sentido? ❍ **Pergunta ideal do valor**. *X é tão bom quanto pode ser, ou pode ser feito muito melhor idealmente? Exemplo (s):* "O Vê de Gowin é tão bom quanto poderia ser? Podemos melhorar?” A sequência didática organizada para essa pesquisa poderia ser melhor? Que aspectos poderiam ser revistos ou reconstruídos?

Fonte: Organizado pela autora com base em Novak e Gowin (1984) e Alvarez e Gowin (2005)

No Quadro 4 é apresentado a relação de critérios heurísticos orientadores para a realização de análise avaliativa do Vê de Gowin[28].

Quadro 4 – Relação de Critérios heurísticos para Análise avaliativa do Vê Epistemológico

Descrição de Critérios heurísticos para a Análise avaliativa do Vê Epistemológico	
● (I) QUESTÃO FOCO	Não está identificada nenhuma questão central. Está identificada uma questão, mas não se refere aos objetos e ao acontecimento principal ou ao lado conceitual do "Vê". Está identificada uma questão central; inclui conceitos, mas não sugere objetos ou o acontecimento principal ou estão identificados acontecimentos ou objetos errados em relação ao restante da atividade proposta. Está claramente identificada uma questão central; inclui conceitos a serem utilizados e sugere o acontecimento principal e os objetos correspondentes.
● (II) OBJETOS OU EVENTOS	Não se identificam eventos nem objetos. Estão identificados o principal evento ou os objetos e são consistentes com a questão foco, ou estão identificados um evento e objetos, mas são inconsistentes com a questão central. Estão identificado o evento principal e os objetos correspondentes, e há consistência com a questão central. Sucede o mesmo que anteriormente, mas também são sugeridos os dados que se vão registrar.
● (III) TEORIAS PRINCÍPIOS CONCEITOS	Não se identifica o lado conceitual. Identificam-se alguns conceitos, mas sem quaisquer princípios ou teorias, ou um dos princípios que se apresenta inicialmente é a asserção de valor que se pretende estabelecer com a atividade proposta. Identificam-se conceitos e, pelo menos, algum tipo de princípios (conceitual ou metodológico), ou identificam-se conceitos e a teoria relevante. Identificam-se conceitos e dois tipos de princípios, ou identificam-se conceitos, um tipo de princípio e uma teoria relevante. Identificam-se conceitos, dois tipos de princípios e uma teoria relevante.
● (IV) REGISTROS TRANSFORMAÇÕES	Não se identificam quaisquer registros ou transformações. Identificam-se registros, mas são inconsistentes com a questão foco ou com o evento principal. Identificam registros ou transformações. Identificam registros para o evento principal; as transformações são inconsistentes com o propósito da questão foco. Identificam registros para o evento principal; as transformações são consistentes com a questão foco e com o nível formativo do (a) estudante.
● (V) ASSERÇÃO DE CONHECIMENTO	Não se identifica nenhuma asserção de conhecimento. A asserção de conhecimento não está relacionada com a questão foco de pesquisa. A asserção de conhecimento inclui um conceito utilizado num contexto impróprio ou inclui uma generalização que é inconsistente com os registros e as transformações. A asserção de conhecimento inclui os conceitos da questão foco e deriva dos registros e transformações realizados. Sucede o mesmo que anteriormente, e a asserção de conhecimento conduz a uma nova questão foco.
● (VI) ASSERÇÃO DE VALOR	Não se identifica nenhuma asserção de valor. A asserção de valor não está relacionada com a questão foco de pesquisa. A asserção de valor está relacionada com a questão foco de pesquisa. Identifica-se asserção de valor instrumental. (X é bom para Y.) Identifica-se asserção de valor intrínseco. (X é bom em si mesmo.) Identifica-se asserção de valor comparativo. (X é melhor do que Y.) Identifica-se asserção de valor de decisão. (A opção da escolha é por X). Identifica-se asserção de valor ideal. (X é tão bom quanto pode ser, ou pode ser ainda melhor.) Não se identifica a tipologia da asserção de valor.

Fonte: Elaborado pela autora com base em Novak e Gowin (1984), e Gowin e Alvarez (2005).

---

[28] Destacamos que neste trabalho os itens heurísticos "Visão de mundo" e "Filosofia", vide Figura 6, não serão considerados aspectos prioritários nesta pesquisa.

Para a elaboração da Abordagem Didática são previstas a construção de cinco Diagramas Vê (s). Desse modo, esses critérios heurísticos fundamentarão a construção de unidades epistemológicas a serem utilizadas para avaliar as atividades realizadas pelos (as), e assim integrar os processos de análise da pesquisa.

A seguir, o Capítulo 4 versa a respeito da elaboração teórico-metodológica da Abordagem Didática. Consideramos que aprender é um ato contínuo pela busca de construir conhecimentos. A preparação cognitiva para a aprendizagem demanda conhecimentos prévios subjacentes ao tema a ser estudado, para que os (as) aprendizes tenham condições de elaborar e atribuir significados a fim de sustentar as novas aprendizagens. A preparação para ensinar envolve múltiplos saberes sendo fundamental a disposição para a *dialogicidade* (FREIRE, 2004).

CAPÍTULO IV

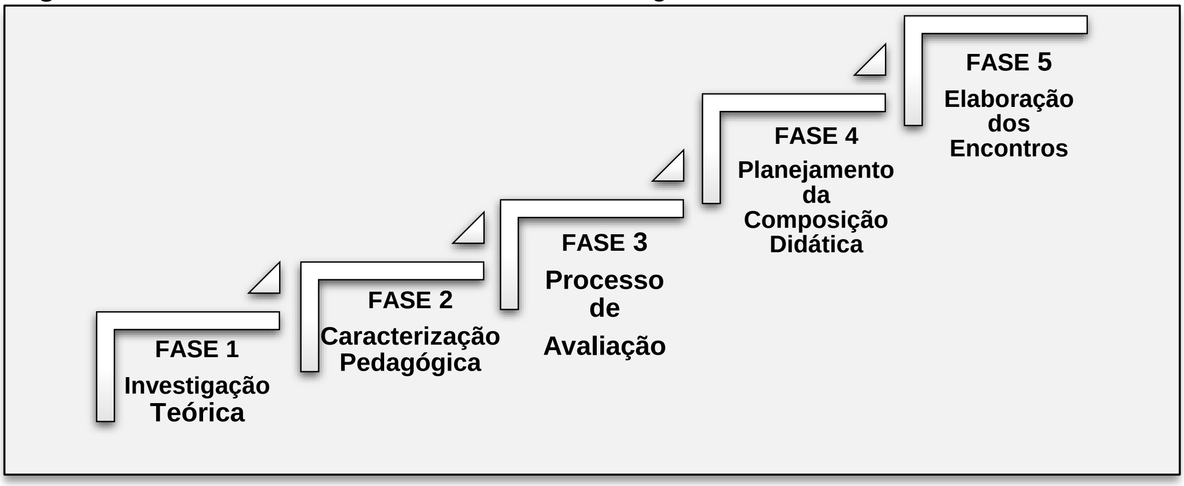
4 A ELABORAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA DA ABORDAGEM DIDÁTICA

> *Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. [...]. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. [...]. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (PAULO FREIRE, 2004, p.29).*

Os seres humanos possuem uma inclinação natural "a trabalhar mais e sentem-se muito mais motivados quando as atividades de aprendizagem que iniciam fazem sentido, em vez de não o fazerem, e se podem lembrar e depois articular pelas próprias palavras" (AUSUBEL, 2003, p.15). Com base nesse princípio, a formação de novos professores deve ser considerada como prioridade para atender as necessidades educativas demandadas por constantes transformações científicas, culturais e tecnológicas vivenciadas pela sociedade.

O objetivo deste capítulo, baseado na perspectiva ausubeliana, é apresentar as fases do desenvolvimento teórico-metodológico que permeou a elaboração da Abordagem Didática. Partimos de uma investigação teórica, detalhada na seção 4.1, envolvendo diferentes formatos de publicações científicas, em seguida com base nessas informações selecionamos os trabalhos relevantes para o contexto desta pesquisa. Em sequência, construímos a caracterização pedagógica para situar o que consideramos como "Abordagem Didática" neste trabalho. Após essa etapa, prosseguimos com os elementos didáticos fundamentais para realizar o planejamento das atividades e ações a serem desempenhadas, a saber: processo avaliativo relacionado aos princípios da TAS com a adoção do Vê de Gowin; elaboração do questionário de pesquisa para a tomada de dados na investigação empírica; planejamento da composição didática, em que selecionamos materiais e atividades a serem desenvolvidas; e por fim, a elaboração dos encontros, constituída pela gestão e articulação de objetivos, conteúdos e questões para a tomada de dados. A Figura 9 sintetiza o percurso realizado.

Figura 9 – Fases do desenvolvimento da Abordagem Didática



Fonte: Esquema elaborado pela autora (2017)

A presente pesquisa enfoca o tema da formação de professores em Matemática discutindo a possibilidade de articulação de diferentes domínios do conhecimento, para a atuação docente. Essa ideia baseia-se em um dos objetivos desta tese, o qual consiste em identificar e analisar contribuições do estudo de ideias matemáticas fundamentais associadas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática.

Com base nos referenciais teóricos adotados, o planejamento de qualquer atividade de ensino deve considerar o público ao qual se destina, bem como as noções prévias desejáveis para o estudo do tema a ser proposto. Em consonância com o objetivo deste trabalho, o público a ser convidado são estudantes universitários que cursam Matemática de forma presencial em instituição pública, independentemente da modalidade. Licenciatura e/ou Bacharelado. Pois, quando nos referimos à Formação Docente, essa pode ser tanto para a atuação na Educação Básica quanto para o Ensino Superior. Além dos (as) estudantes, também são bem-vindos (as) professores de Matemática. O fator condicionante para participar da pesquisa é já ter cursado alguma vez a disciplina de “Cálculo I”.

A necessidade de conciliar o desenvolvimento da pesquisa em concomitância com as atividades profissionais, oportunizou a colaboração de coordenações de grupos de pesquisa e departamentos institucionais universitários para a realização da pesquisa empírica. A definição e o local de campo para a aplicação da pesquisa foram planejados antes da elaboração da AD. Sendo assim, foi possível articular os levantamentos bibliográficos, objetivos de pesquisa e necessidades formativas em consonância de interesses do público em potencial. A definição do público evidenciou possibilidades gerais de repertórios formativos dos (as) estudantes. Dessa maneira, sabíamos que:

a) Os (as) estudantes cursavam Licenciatura e/ou Bacharelado em Matemática.
b) Se o curso fosse Licenciatura, a oferta da instituição é noturna; por outro lado se for bacharelado, as aulas acontecem no turno matutino.
c) Para contemplar potenciais interessados (as) de turnos diferentes, optamos por desenvolver a pesquisa no turno vespertino.
d) O acesso ao calendário acadêmico permitiu a negociação de datas logo no início do semestre letivo, e por isso conseguimos elaborar uma AD com 30h.
e) Realizamos estudos teóricos a partir de pesquisas da área de Ensino que abordavam relações entre Cálculo Diferencial e Integral e Formação Docente, dificuldades de aprendizagem e ensino em/de Cálculo.
f) Adotamos como critério metodológico construir atividades com o intuito de estimular discussões, para conhecer parcialmente características relevantes relacionadas ao repertório de conhecimentos prévios dos (as) estudantes potenciais e aptos (as) a participar da pesquisa.
g) Optamos pela estratégia didática de selecionar temas orientadores conforme os objetivos de pesquisa, pois assim tínhamos a possibilidade de contemplar a estrutura hierárquica do conhecimento, na perspectiva da TAS. Isto é, iniciamos de ideias gerais e inclusivas e gradativamente atingimos questões específicas que circundam a temática. No entanto, o tratamento dos temas não se configura de modo aberto, uma vez que delimitamos a discussão no contexto de situações matemáticas oriundas do Cálculo viáveis e relacionáveis ao âmbito da Educação Básica. Esse alcance investigativo foi norteado pelas escolhas teóricas realizadas.
h) O fato de “conhecer o público” por meio de características descritas e relatadas em muitas investigações científicas, nos aproximou mentalmente da compreensão da dificuldade e anseios enfrentados por esses estudantes potenciais ainda desconhecidos. Isso poderia ser considerado um obstáculo para a pesquisa à medida que nos permitia construir asserções de valores. Porém, entendemos isso como uma oportunidade para relacionar estratégias didáticas com vistas a propiciar um ambiente de

aprendizagem acolhedor e humanista para os (as) potenciais participantes. Baseamo-nos nos princípios da TAS, pois cada sujeito aprende de uma maneira e possui um repertório cognitivo único e exclusivo. As dificuldades ou resultados que identificamos ao longo dos estudos teóricos utilizamos para construir as hipóteses da pesquisa, no formato de Unidades de Contextos e Registros.

i) Os referenciais teóricos adotados para esta pesquisa corroboram com ideias e sugestões para estimular a valorização do conhecimento pessoal e a compreensão da experiência educativa como recurso de transformação pessoal, profissional e social.

Isto posto, seguimos com os propósitos científicos estabelecidos para a pesquisa. Na busca por construir novos significados e alternativas para práticas docentes em contexto matemático, elaboramos a Abordagem Didática (AD) intitulada *"Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática".* Para isso, estabelecemos como objetivo geral discutir processos de construção do conhecimento para a Formação Docente em Matemática associado a noções conceituais de Cálculo Integral e Diferencial. Ademais, delimitamos quatro objetivos específicos: (1) promover discussões a respeito da compreensão de significados de ideias de conceitos matemáticos básicos vinculados ao Cálculo Diferencial e Integral; (2) estabelecer relações entre conteúdos matemáticos aprendidos na Educação Básica e revisitados no Ensino Superior em estudos relativos ao Cálculo Diferencial e Integral; (3) explicitar a relevância de conhecimentos prévios para a promoção da aprendizagem e do ensino de conteúdos matemáticos, independentemente do nível formativo; e (4) fomentar reflexões assertivas de conhecimento e valor relacionados à estrutura e natureza da produção do conhecimento científico, mediante a compreensão ou atribuição de significados.

A carga horária da Abordagem Didática totaliza 30h, distribuídas em 5 encontros presenciais com a duração de 4h cada um, perfazendo 20h; e as outras 10h são destinadas para o desenvolvimento de atividades a distância (A_T.AD), como por exemplo, a realização de leituras, o estudo de videoaulas solicitadas, a produção de relatos de experiência, entre outras tarefas que se fizerem pertinentes e necessárias.

O Quadro 5 apresenta a estrutura organizacional da AD referente à distribuição da carga horária prevista para cada momento, presencial ou a distância.

Quadro 5 – Distribuição da carga horária da Abordagem Didática por Encontro

Carga Horária (em horas)	**IDENTIFICAÇÃO DO ENCONTRO**				
	E1	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**
Presencial	4h00min	4h00min	4h00min	4h00min	4h00min
A_T.AD	2h30min	3h00min	2h00min	2h30min	———
Total (h/E)	6h30min	7h00min	6h00min	6h30min	4h00min
Total (h/AD)	30h				

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A organização textual deste capítulo está distribuída em três seções que representam os desdobramentos das atividades realizadas. A **seção 4.1** é constituída pelos levantamentos das produções científicas, os quais sustentam o recorte temático e a relevância dos conhecimentos matemáticos retratados no âmbito da Formação Docente.

A **seção 4.2** é composta pelos referenciais didático-metodológicos específicos com base em Zabala (1998), Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011), Fiorentini (2005), Batista (2016) que caracterizam a AD, reunindo: (a) a descrição do instrumento de avaliação adotado na perspectiva da TAS considerando os trabalhos de Novak e Gowin (1984), Ausubel (2003) e Gowin e Alvarez (2005) para acompanhamento do processo de aplicação da AD; (b) apresentação das questões que compõem a base do repertório para a formulação das Unidades de Contexto (UC) e de Registro (UR) inspirados metodologicamente na Análise de Conteúdo de Bardin (2011). Essas questões possuem duas finalidades, sendo de realizar a tomada e análise dos dados obtidos, e, por conseguinte embasar a estruturação da AD com destaques para as pesquisas de Tall (1993), Artigue (1995), Barufi (1999) e Rezende (2003).

A **seção 4.3**, por fim, descreve o planejamento e a produção dos encontros da Abordagem Didática com destaques para os trabalhos de Fiorentini (2005), Ávila (2010) e Machado (2011). Para a seção 4.1, a seguir, o intuito é de apresentar a realização do levantamento bibliográfico de produções científicas a respeito de temas, conceitos e conteúdos explorados no âmbito do Cálculo na perspectiva da Educação Matemática. A prioridade da busca foi identificar trabalhos e elementos relacionados à aprendizagem, ao ensino e à Formação Docente em Matemática.

4.1 INVESTIGAÇÃO TEÓRICA

O Cálculo Diferencial e Integral possui uma longa trajetória considerando o seu desenvolvimento histórico-científico e didático-pedagógico. É tema bastante conhecido que circula frequentemente em rodas de conversas universitárias, como também fonte para a produção de pesquisas. Conscientes de que era necessário encontrar um desdobramento inédito para esta investigação, fizemos um itinerário por diferentes formatos de publicações.

Nessa etapa consultamos periódicos de abrangência nacional e internacional, classificados conforme o quadro de referência *Web Qualis*[29] *2014* relativos aos estratos A1, A2, B1 e B2 listados na categoria de Ensino. Além disso, fizemos buscas em anais e atas de eventos na área de Ensino de Ciências e Educação Matemática; e em bancos de teses e dissertações de programas de pós-graduação nas áreas de Educação, Ensino de Ciências e Educação Matemática. O período estabelecido para essas buscas iniciais foi entre 2004 e 2014. Destacamos que o processo desses levantamentos foi enriquecedor, pois encontramos nas referências dos trabalhos fontes que nortearam as tomadas de decisões teórico-metodológicas para o desenvolvimento desta pesquisa. Por exemplo, percebemos a quase ausência de pesquisas na área que tratam temáticas do Cálculo articuladas a uma teoria de aprendizagem, e identificamos que no Brasil ainda não há produções científicas a respeito de Séries no contexto do Cálculo Diferencial e Integral.

A consulta nessa fase totalizou 28 periódicos distribuídos da seguinte forma: 9 (nove) periódicos do estrato A1, 3 (três) periódicos do estrato A2, 12 (doze) periódicos do estrato B1, e 4 (quatro) periódicos do estrato B2. A lista completa dos periódicos consultados estão apresentadas no Quadro 6.

---

[29] Qualis é o conjunto de procedimentos utilizados pela Capes para estratificação da qualidade da produção intelectual dos programas de pós-graduação. Tal processo foi concebido para atender as necessidades específicas do sistema de avaliação e é baseado nas informações fornecidas por meio do aplicativo Coleta de Dados. Como resultado, disponibiliza uma lista com a classificação dos veículos utilizados pelos programas de pós-graduação para a divulgação da sua produção. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/avaliacao/qualis>. Acesso em 20 de maio de 2013.

Quadro 6 – Lista de Periódicos consultados no período de 2004 a 2014

Web Qualis	TÍTULO DO PERIÓDICO
A1	1. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática
	2. Educational Studies in Mathematics
	3. Enseñanza de las Ciencias
	4. For the Learning of Mathematics
	5. Pythagoras
	6. Revista Lusófona de Educação
	7. Science Education
	8. International Journal of Science and Mathematics Education
	9. ZDM
A2	1. IENCI: Investigações em Ensino de Ciências
	2. Research in Mathematics Education
	3. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias
B1	1. Acta Scientiae
	2. Alexandria
	3. Boletim GEPEM
	4. Experiências em Ensino de Ciências
	5. Educação Matemática Pesquisa
	6. International Electronic Journal of Mathematics Education
	7. Jornal Internacional de Educação Matemática eletrônico
	8. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática
	9. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática
	10. RBECT: Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia
	11. Revista Brasileira de História da Matemática
	12. Zetetiké
B2	1. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática
	2. Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista
	3. International Journal for the History of Mathematics Education
	4. Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto

Fonte: Elaborada pela autora (2015)

Além desses periódicos já listados anteriormente, incluímos nas buscas a publicação *Aprendizagem Significativa em Revista (Meaningful Learning Review)*, associada a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), pois o interesse dessa pesquisa é construir uma Abordagem Didática com enfoque na Formação Docente Inicial na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Tal publicação aceita somente trabalhos produzidos nessa linha de investigação. No entanto, essa revista por não ser vinculada diretamente a um programa de pós-graduação não participa do ranking *Qualis* organizado pela CAPES.

A consulta aos periódicos foi realizada por meio de seus repositórios digitais com o uso das palavras-chave: Cálculo, Cálculo Diferencial e Integral, Ensino de Cálculo, Aprendizagem em Cálculo, Limite (s), Derivada (s), Integral (is), Série (es), Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), Cálculo e Formação Docente, Cálculo e

História da Matemática, Cálculo e Epistemologia. Para selecionar previamente os artigos, fizemos a leitura do título e do resumo.

Em decorrência da utilização e multiplicidade das palavras-chaves selecionamos inicialmente 114[30] publicações. Para isso agrupamos cada artigo por palavras-chave definidas previamente que representam o tema geral do trabalho. Desse modo, identificamos **Limites**, 31 artigos, **Formação Docente e/ou Ensino de Cálculo**, 35 artigos, **Derivadas**, 20 artigos, **Integrais**, 16 artigos, **EDO**, 7 artigos, e **Séries**, com 5 artigos. Em seguida, após essa organização prévia, selecionamos 58 artigos.

Para iniciarmos o agrupamento desses 58 trabalhos consideramos três critérios: (1º) analisar contribuições de conceitos matemáticos associados ao Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no contexto da Educação Básica; (2º) intenção didática de discutir compreensões e significados que se relacionam a esses conceitos, com enfoque em noções básicas da ideia de derivada e integral no âmbito do Cálculo; e finalmente o (3º) se refere ao público-alvo que desejamos alcançar, estudantes que cursam Licenciatura em Matemática. Dessa forma, os 58 artigos foram divididos em seis temas gerais: (1) **Formação Docente,**16 artigos, Quadro 9; (2) **Ensino**; 19 artigos, Quadro 10; (3) **História da Matemática**; 4 artigos, Quadro 11; (4) **Dificuldades de Aprendizagem**; 6 artigos, Quadro 12; (5) **Derivadas**, 7 artigos, Quadro 13; e por fim (6) **Integrais**, 6 artigos, Quadro 14. A apresentação dos artigos nos quadros foi organizada em ordem cronológica crescente. Esses quadros mencionados informam para cada trabalho o periódico em que foi publicado, título completo, autoria e ano. Esses detalhes podem ser conferidos no Apêndice F deste trabalho.

É relevante destacar que o grupo de artigos classificados na perspectiva da **Formação Docente** são caracterizados por trabalhos que buscaram realizar pesquisas com docentes ou futuros (as) professores. De outro modo, o tema **Ensino** contempla investigações com enfoques teóricos ou relatos de práticas pedagógicas. Os artigos que tratam de **Dificuldades de Aprendizagem** abordam

[30] Destacamos que mediante esse levantamento tanto as **Equações Diferenciais Ordinárias** quanto as **Séries** têm sido pouco investigadas no contexto do Cálculo Diferencial e Integral. Além dos cursos de Matemática, essas temáticas são relevantes para os cursos de Física e Engenharia de modo geral. Ávila (2010) em seu trabalho intitulado *“Várias faces da Matemática”* voltado para Formação Docente apresenta dois textos a respeito de Séries com enfoque em aspectos didáticos e pedagógicos. Esperamos que essa informação seja útil para o desenvolvimento de futuras pesquisas.

questões relativas ao repertório incipiente de conhecimentos prévios envolvendo conteúdos de Matemática Básica, análise de erros, e os altos índices de reprovação associados à disciplina de Cálculo. Quanto ao tema **História da Matemática** encontramos poucos trabalhos, dois nacionais com enfoque teórico, e dois internacionais, sendo que um desses retrata uma experiência de ensino realizada em Cuba. Os temas **Derivadas** e **Integrais** listam artigos que são oriundos de investigações com ênfase em análises que priorizaram compreensões conceituais. O Quadro 7 a seguir sintetiza informações gerais envolvendo as 114 publicações levantadas.

Quadro 7 – Síntese informativa do levantamento bibliográfico de períodos consultados

TOTAL	**114**	**TEMAS Consultados**	**CLASSIFICAÇÃO DOS PERÍODICOS**				**TOTAL**	**58**	**TEMAS Selecionados**
			Estrato	**Quantidade**	**CIRCULAÇÃO**				
					NAC.	**INTER.**			
DISTRIBUIÇÃO DOS TRABALHOS	**31**	Limites	**A1**	**09**	01	08	**DISTRIBUIÇÃO DOS TRABALHOS**	**16**	Formação Docente
			A2	**03**	01	02			
	20	Derivadas						**19**	Ensino
			B1	**12**	11	01			
	16	Integrais						**07**	Derivadas
			B2	**04**	02	02			
	07	EDO						**06**	Integrais
			Total	**28**	15	13			
	05	Séries						**06**	Dificuldades de Aprendizagem
	35	Formação Docente ou Ensino de Cálculo						**04**	História da Matemática

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Além da busca pelos artigos em periódicos, realizamos em paralelo consultas em eventos de Educação Matemática e Educação em Engenharia, especificamente por meio dos anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), com o intuito de encontrar trabalhos que discutissem aspectos de ensino e de aprendizagem relacionado ao Cálculo Diferencial e Integral. No Quadro 111 informamos o evento, o título completo do trabalho, a autoria e ano de publicação, e pode ser consultado na seção do Apêndice G. Ademais, o Apêndice H relaciona três trabalhos que realizaram atividades associando Cálculo Diferencial e Integral e a Teoria da Aprendizagem Significativa, sendo investigações de Zarpelon, Resende e Pinheiro (2014), Silva, Morais e Rufino (2014), e Ferrão, Santos e Curi (2015). Quanto as publicações de teses, utilizamos os trabalhos de Barufi (1999), Reis (2001), Rezende (2003), Lima (2012), Campos (2012), e dissertações de Barbosa (2004) e Miranda (2004). A relação desses trabalhos pode ser consultada na seção do Apêndice I.

A seguir, na seção 4.2, retratamos aspectos e características inerentes à prática didático-pedagógica no contexto da vivência docente. Para iniciar, destacamos que o processo de planejar o ensino exige múltiplas habilidades profissionais, a começar pelas intenções e objetivos didáticos da atividade a ser elaborada, aplicada e avaliada. O cotidiano docente constitui-se de ações envolvendo frequentemente tomadas de decisões. Essa particularidade demanda relevante esforço cognitivo, psicológico e físico, pois além da decisão tomada é necessário conviver com as consequências da ação realizada. As investigações metodológicas realizadas, por exemplo, no âmbito do Ensino de Ciências e Educação Matemática buscam desenvolver recursos, instrumentos e abordagens de ensino para subsidiar/assessorar o trabalho docente.

4.2 PRÁTICA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA E ATIVIDADE DOCENTE

A realização de atividades de investigação no contexto da Educação Matemática deve ser coerente com princípios de Educação, de Matemática e do (a) pesquisador (a), configurando em “fundamentos que influenciam diretamente os resultados da pesquisa (ARAÚJO; BORBA, 2006, p. 45). Nesse sentido, adotamos a definição de Educação de D’Ambrósio (2003), pois é um meio de construir estratégias para potencializar o desenvolvimento de competências individuais com objetivo de contribuir coletivamente para o fortalecimento e progresso sociocultural da humanidade.

O exercício da atividade docente requer a coordenação de escolhas entre procedimentos teóricos, didáticos e metodológicos. Desse modo, é desejável que se tenha acesso ao conhecimento tanto de condições cognitivas quanto socioculturais do grupo de estudantes a ser atendido. Isso contribui para viabilizar a preparação de atividades e materiais pedagógicos potencialmente favoráveis à aprendizagem significativa. No entanto, na ausência do acesso ao ambiente educativo podemos recorrer aos resultados de pesquisas científicas da área. A responsabilidade de orientar o desenvolvimento de novas mentes exige uma formação profissional que seja capaz de colaborar para a autonomia docente, em domínios científicos, pedagógicos, tecnológicos e socioculturais. Ser docente implica em lidar com questões de julgamentos cognitivos e de valor associadas aos registros de aprendizagem e diferentes formatos de avaliação.

4.2.1 Caracterizações pedagógicas de uma Abordagem Didática

Para a elaboração de uma abordagem didática é fundamental a clareza quanto aos objetivos de aprendizagem para encaminhar os procedimentos de ensino, planejar o fluxo das atividades avaliativas ao longo do processo, adequar a disponibilidade de tempo, selecionar conceitos e conteúdos que se pretendem desenvolver, assim como elencar questões que apresentem potencialidade para promover discussões e fomentar reflexões pessoais, profissionais e sociais.

Zabala (1998, p.18) define *sequência didática* como "[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Uma propriedade intrínseca às sequências didáticas é seu caráter flexível, desvinculando-se da busca de soluções prescritivas e deterministas. Desse modo, a construção de uma sequência didática situa-se em aberto para as adaptações necessárias que sejam oriundas de novos contextos formativos. Dessa forma,

> [...] a identificação das fases de uma sequência didática, as atividades que a conformam e as relações que se estabelecem devem nos servir para compreender o valor educacional que têm, as razões que as justificam e a necessidade de introduzir mudanças ou atividades novas que a melhorem (ZABALA, p.1998, p.54).

A sequência didática, no sentido explicitado por Zabala (1998), consiste em um instrumento pedagógico compatível com a perspectiva construtivista do conhecimento, motivo pelo qual a consideramos para fundamentar este trabalho.

No contexto dos pressupostos estabelecidos para esta tese, nos inspiramos parcialmente no Exemplar 4 apresentado por Zabala (1998), uma vez que tal sequência possibilita a participação ativa discente por meio do desenvolvimento de diálogos, debate e trabalhos em pequenos grupos.

A natureza pedagógica dessa sequência, Exemplar 4, abrange dimensões conceituais, procedimentais e atitudinais, as quais estão relacionadas com pensamentos, ações e sentimentos enriquecendo o significado da experiência educativa, conforme as ideias de Novak e Gowin (1984). Isso é evidenciado pelo fato de que os (as) estudantes “encontram-se diante de uma série de conflitos pessoais e grupais de sociabilidade que é preciso resolver, o que implica que devem ir aprendendo a ‘ser’ de uma determinada maneira: tolerantes, cooperativos, respeitos e rigorosos [...]” (ZABALA, 1998, p.61).

A sequência didática apresentada como *Exemplar 4* em Zabala (1998) é constituída pelas seguintes fases: (1) Apresentação de uma situação problemática relacionada com o tema; (2) Proposição de problemas ou questões; (3) Explicitação de respostas intuitivas ou suposições; (4) Proposta das fontes de informação; (5) Busca da Informação; (6) Elaboração das conclusões; (7) Generalização das conclusões e síntese; (8) Exercícios de memorização; (9) Prova ou exame; (10) Avaliação. Entretanto, implementamos adaptações de ordem e alterações pedagógicas para contemplar finalidades didáticas e metodológicas desta pesquisa em relação aos itens 8, 9 e 10.

Dessa forma, os itens 8 e 9 não foram adotados no formato proposto, pois concordamos com Ausubel (2003) que a recursividade multicontextual de uma ideia consolida-a mais na memória do que as repetições dentro do mesmo contexto. Sendo assim, nesta pesquisa abdicamos da prática de “exercícios de memorização” relativo ao item 8 para oportunizar interações discursivas e reflexivas entre os (as) participantes. Quanto ao item 9, a realização de uma prova no final do processo da sequência didática não atende aos objetivos da proposta desta investigação, pois “o valor educacional é determinado por aquilo que os estudantes fazem nas aulas, não pela repetição exata do conteúdo de uma lição no teste” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.127). Nesse sentido, todas as atividades planejadas para a AD apresentam a potencialidade de serem analisadas para se observar e identificar progressos cognitivos, pontos de incompreensão ou reconhecimento de dúvidas.

O item 10 que trata da Avaliação é descrito por ZABALA (1998) como um momento que o (a) professor (a) “comunica aos alunos a avaliação das aprendizagens realizadas” (p.58), a partir das observações realizadas ao longo do processo e do resultado da “Prova”. Essa prática pedagógica se mostra incompatível com os referencias teóricos da TAS. Isso porque, o foco avaliativo relaciona-se às produções de asserções cognitivas e valorativas, fundamentadas em construções de significados tanto conceituais quanto metodológicos de modo dinâmico, isto é, priorizando recorrentemente os diálogos horizontais. Assim, docente e estudante podem embasar o entendimento do momento educativo com vistas a contemplar necessidades formativas. O (a) docente pode perceber, por exemplo, o que não ficou compreendido no processo, e instigar o (a) estudante a retomar pontos inconsistentes que foram identificados. A partir desse entendimento, invertermos esse polo didático, ou seja, a AD parte de atividades que permitem ao (a) docente se situar a respeito do repertório cognitivo e expressivo do público discente.

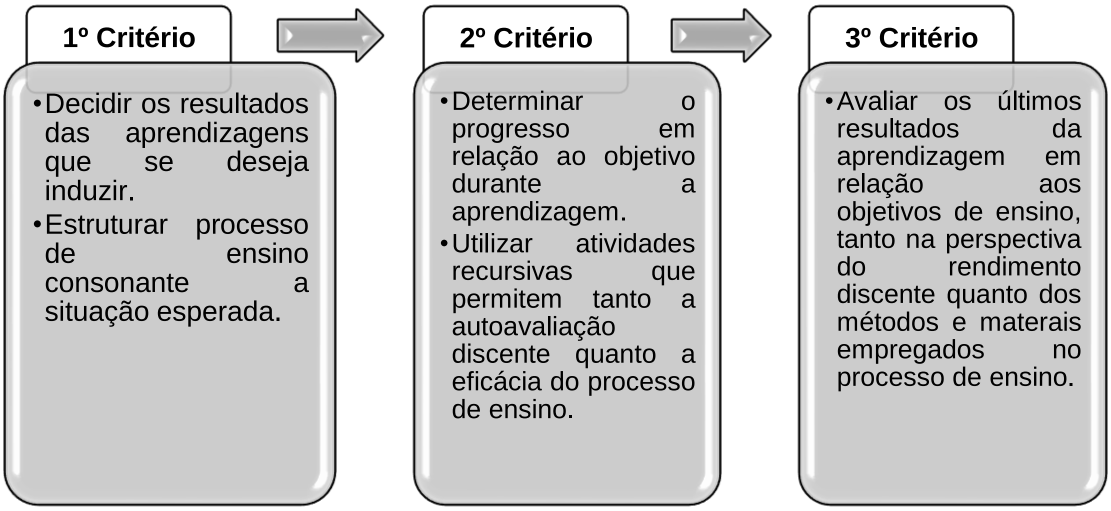
A seguir, passaremos a apresentação do instrumento de avaliação processual adotado, na perspectiva de princípios da TAS (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003).

4.2.2 Avaliação no contexto da Abordagem Didática desta Pesquisa

As práticas pedagógicas constituídas sob a orientação de uma dimensão construtivista requerem a abertura de novas possibilidades para interpretar formas e funções da avaliação. O(a) docente deve considerar-se corresponsável pelos resultados obtidos junto aos estudantes. Carvalho e Gil-Pérez (2011, p.59) afirmam que o (a) professor (a) “não pode situar-se frente a eles, mas com eles; sua pergunta não pode ser ‘quem merece uma valorização positiva, e quem não’, mas ‘que ajuda precisa cada um para continuar avançando e alcançar os resultados desejados”. Esse entendimento colabora tanto para a análise do desempenho individual discente, quanto para aprimorar instrumentos e estratégias de ensino.

Nesse sentido, a avaliação é considerada um elemento integrante e indispensável no processo de ensino e de aprendizagem, e possui a função de determinar e compreender se os objetivos educacionais definidos estão sendo atingidos. Por isso, para qualquer sequência de ensino devem ser ofertadas atividades avaliativas no início, no intermédio e na finalização dos trabalhos realizados. Para alcançar essa meta, utilizamos três critérios gerais baseados em Ausubel, Novak e Hanesian (1980) a fim de delinear esse momento, sintetizadas na Figura 10. Para esses autores, a própria atividade avaliativa constitui uma experiência significativa de aprendizagem, pois instiga o (a) estudante a revisar, consolidar, esclarecer, relacionar e integrar o tema em estudo.

Figura 10 – Critérios gerais de Avaliação na perspectiva da TAS

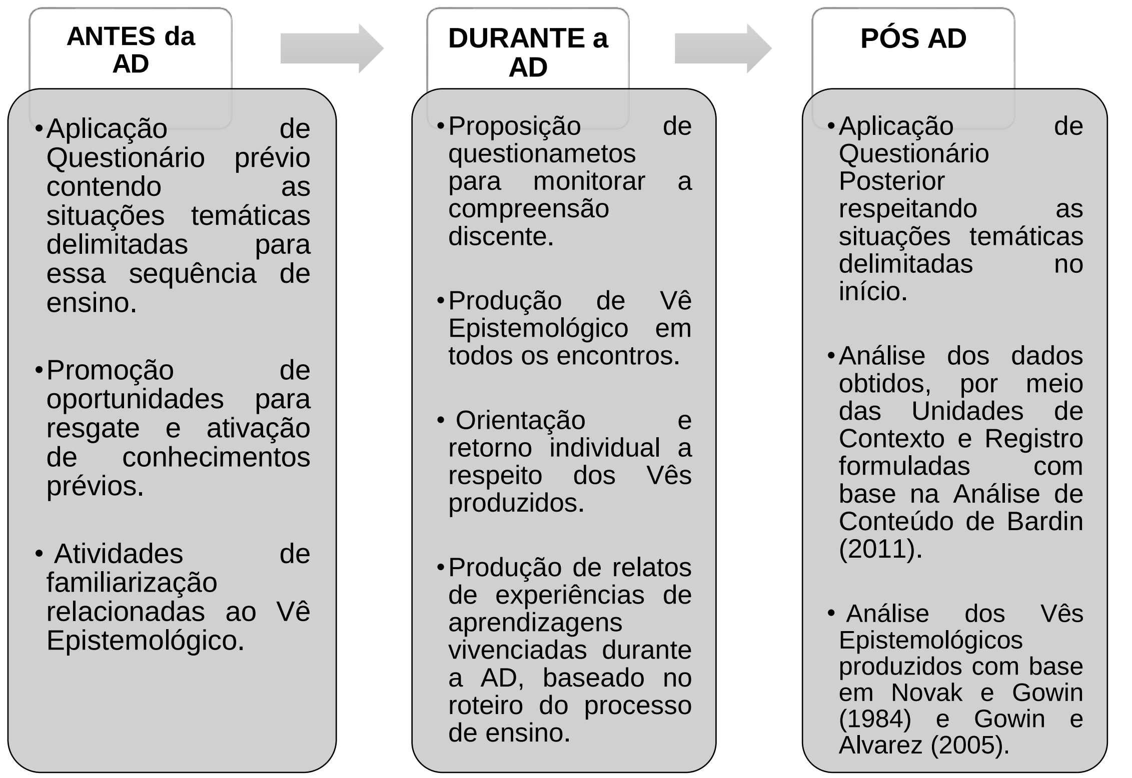


Fonte: Elaborado pela autora (2017) com base em Ausubel, Novak e Hanesian (1980)

Avaliar pressupõe emitir asserções de valor a respeito do produto da aprendizagem, com base em critérios definidos e partilhados antecipadamente com os (as) estudantes. Para esta Abordagem Didática adotamos o Vê Epistemológico de Gowin (1984). Esse instrumento heurístico nos permite analisar a presença e a articulação de elementos epistemológicos que fundamentam a construção do conhecimento, já descritos Capítulo 3. Além disso, possibilita compreender a relevância de tal conhecimento no âmbito do contexto científico, educativo e social. Para Novak (2000, p.82), “a beleza do Vê heurístico reside na sua polivalência, e também na simplicidade”.

O percurso avaliativo processual estruturado para a Abordagem Didática é ilustrado na Figura 11, e explicita as atividades principais que usaremos antes, durante e após essa sequência de ensino.

Figura 11 – Percurso Avaliativo Processual da Abordagem Didática



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A seguir, a próxima seção apresenta a articulação dos referenciais teóricos que embasaram as decisões para a elaboração do questionário de pesquisa, um dos instrumentos a ser utilizado para a tomada de dados na investigação empírica.

4.2.3 Construção Teórica do Questionário desta Pesquisa

O questionário de pesquisa elaborado é composto por 9 (nove) questões, identificadas de 1 a 9. Esse questionário norteia a construção da Abordagem Didática intitulada *“Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”.*

As aplicações dessas questões são previstas para dois momentos, denominados de prévio ou inicial, e posterior ou final. No entanto, as questões 1 e 7 serão aplicadas somente no momento prévio, uma vez que a primeira questão possui enfoque exclusivamente diagnóstico, e a sétima, natureza acadêmica de cunho pessoal. Portanto, o questionário prévio (ver Apêndice C) é composto por nove questões, e o posterior (ver Apêndice D) por sete. A seguir apresentamos e fundamentamos as temáticas que foram contempladas na formulação de cada uma das questões.

O enfoque da **Questão 1** aborda *noções de História e/ou Filosofia da Matemática associados ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral*, *na formação inicial docente*, em uma dimensão diagnóstica. A História e a Filosofia Ciência, conforme Matthews (1995), contribuem para “humanizar as ciências e aproximá-las dos interesses pessoais, éticos, culturais e políticos da comunidade”, colaboraram para “tornar as aulas desafiadoras e reflexivas”, e assim permitem “o desenvolvimento do pensamento crítico [...] para um entendimento mais integral de matéria científica” (p.165). Os trabalhos de D’Ambrósio (1986, 2003, 2016), Artigue (1995), Rezende (2003), Fiorentini (2005), Ávila (2010) discorrem a respeito da relevância de integrar elementos históricos e epistemológicos em práticas docentes no contexto matemático. Batista e Luccas (2004) afirmam que “a abordagem histórico-filosófica é relativamente recente no meio da pesquisa em Educação Científica e, até onde pudemos pesquisar, ainda inexplorada no campo da Educação Matemática” (p. 102). De acordo com os levantamentos bibliográficos que fizemos, mesmo após uma década, essa ausência ainda persiste. Nada foi encontrado relacionando abordagens em perspectiva histórico-filosófica e Cálculo Diferencial e Integral. Por isso, a relevância de trazer esse tema para essa investigação. Nesse momento, enfatizamos a questão: “*Como se pode elaborar perguntas sem conhecer a natureza da Ciência que leciona”?* Nos levantamentos que realizamos, materiais específicos que tratam do assunto são raros. Por exemplo, a obra *“Curso de História da Matemática: Origens e Desenvolvimento do Cálculo”* de Margaret E. Baron (1985) composto por cinco volumes, considerada referência na área pelo valor histórico, pedagógico e educativo, não é mais editada, e só pode ser encontrada em poucas bibliotecas universitárias brasileiras.

O tema selecionado para a **Questão 2** discute no âmbito da Formação Docente o *significado de um conceito matemático*, para além de conhecer a definição desse conceito. Nesta questão buscamos compreender a manifestação do entendimento de um determinado conceito matemático com base em indícios de aprendizagem significativa referentes aos aspectos representacional, conceitual e proposicional sistematizados por Ausubel, Novak e Hanesian (1980). Segundo Ausubel (2003),

> É verdade que determinados elementos componentes de uma tarefa de aprendizagem a decorrer, tal como por exemplo as palavras individuais de um novo teorema geométrico, podem já ser significativos para o aprendiz; porém, é o significado da proposição como um todo que é o objetivo da aprendizagem nesta situação – e não os significados individuais dos seus elementos componentes (AUSUBEL, 2003, p.57).

Barufi (1999) explicita que a negociação de significados constitui na plenitude da organização e realização completa da aula. Para essa pesquisadora vários fatores influenciam no processo de compartilhar e compreender significados, por exemplo, " o grau de adequação entre as tarefas propostas e os interesses dos alunos" (p.38), assim como, a organização das "mensagens didáticas do professor e os esquemas de conhecimentos dos alunos; as características físicas do contexto: material didático, espaço, tempo [...]" (p.38).

Uma pesquisa realizada por Souza, Fatori e Buriasco (2005, p.77) discute como discentes de um curso de Licenciatura em Matemática lidam com alguns conceitos básicos de *Cálculo I* fundamentando-se na *definição de conceito e imagem conceitual* de Vinner (1991); em que o foco predominante das análises consistiu em compreender o modo e as estratégias utilizadas pelo grupo de estudantes para pensar determinado conceito. Para essas autoras, torna-se fundamental para os estudantes uma "abordagem ao conhecimento matemático que cresça com eles, que leve em consideração o desenvolvimento da estrutura do seu conhecimento e seu processo de pensamento". Nesse trabalho, encontramos um exemplo clássico da ausência da compreensão conceitual no contexto do Cálculo Diferencial e Integral. As pesquisadoras relatam:

> Em geral, as imagens gráficas de funções contínuas apresentadas pelos estudantes eram de funções diferenciáveis. Funções não diferenciáveis eram identificadas como funções descontínuas e o **teorema** que diz que diferenciabilidade implica continuidade era muitas vezes confundido com continuidade implica diferenciabilidade. Existia uma grande dificuldade, às vezes até uma impossibilidade de os estudantes apresentarem um exemplo de função contínua, mas não diferenciavel (SOUZA; FATORI; BURIASCO, 2005, p. 73, grifo nosso).

Dessa forma, o trabalho teórico-metodológica dessas pesquisadoras corroboram com princípios da Teoria de Aprendizagem Significativa, pois retomando a ideia de Ausubel (2003, p.57), "o significado da proposição como um todo que é o objetivo da aprendizagem". Isto é, a compreensão da totalidade de um teorema ultrapassa as delimitações vocabulares, exigindo a correlação entre ideias, conectivos linguísticos e conhecimentos científicos. Souza, Fatori e Buriasco (2005) concluíram que nesse grupo de estudantes participantes da pesquisa a dificuldade de manejar a língua escrita impede a expressão fidedigna das ideias, e conceitos matemáticos que os permitiriam desenvolver pensamento avançado. Nesse sentido, Machado (2011[31]) enfatiza que o desenvolvimento do raciocínio matemático pressupõe uma articulação consistente, clara e objetiva entre a Língua Materna e a Matemática.

O objetivo da **Questão 3** é o de evidenciar *contribuições do estudo de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica*, uma vez que disciplinas específicas da graduação são vistas muitas vezes como desligadas de temas matemáticos trabalhados por professores que atuam na Educação Básica (ONUCHIC; HUANCA, 2013).

Ávila (2010, p.167-168) enfatiza a relevância de se apresentar noções conceituais de derivada e integral ainda no Ensino Médio, os quais, para esse autor "têm sido a alavanca mestra de toda ciência moderna". Todavia, orienta que tal abordagem deve ser feita de maneira "bem simples e modesta, o suficiente para mostrar seu largo alcance de aplicações" e "não como se faz nas disciplinas dos cursos universitários de Cálculo", e ao longo de dois capítulos de seu trabalho denominado "Várias faces da Matemática" apresenta sugestões para uma abordagem do assunto voltado para a Educação Básica no contexto da discussão do estudo de funções para o 1º ano do Ensino Médio. Esse autor se mostra contrário ao uso de termos técnicos nessa fase de aprendizagem, e sugere "nada de despejar sobre o aluno toda aquela terminologia de função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, contradomínio etc", e orienta o (a) docente a iniciar com a retomada da ideia de "proporcionalidade e regra de três, mostrando que grandezas proporcionais são como duas variáveis, uma dependente da outra (a variável independente), as quais dão origem ao gráfico de uma reta pela origem".

Para Machado (2011, p.165) é perfeitamente factível o trabalho com os conceitos básicos do Cálculo na escola básica recorrendo-se ao recurso da Língua Materna, e isso pode ser considerado como um "caminho natural para retorno às ideias originais de Newton e de Leibniz, com a consequente reativação dos vínculos de tais ideias com os mais diferentes discursos".

---

[31] Aqui usamos a 6ª edição da obra de Nílson José Machado. Os trabalhos desse pesquisador a respeito da relação entre Matemática e Língua Materna datam do início da década de 90.

A **Questão 4** dialoga com a **Questão 3** à medida que reflete a respeito das possíveis relações que podem ser construídas entre conhecimentos matemáticos básicos, aprendidos na etapa da Educação Básica, e conceitos abordados em disciplinas universitárias de Cálculo Diferencial e Integral. Nessa questão, evidencia-se aspectos interdisciplinares, pois as conexões a serem estabelecidas exigem conhecimentos específicos da área em contextos formativos diferentes, ação cognitiva que movimenta saberes didáticos e pedagógicos, e o que por sua vez implica na explicitação de sentidos socioculturais e valor educacional do tema que está sendo estudado. Isso requer conhecimentos de aplicações de tais conceitos em outras áreas científicas. Essas redes de relações construídas podem colaborar para transformar o tão propagado desinteresse discente pela Matemática em participação ativa no processo de aprendizagem (ÁVILA, 2010). Dessa forma, usando uma expressão de Barufi (1999) o (a) professor (a) é agente de "coordenação de pensamentos", fato corroborado por Batista (2013) enfatizando que "todo professor é um profissional interdisciplinar". Para que haja a manifestação dessas inter-relações é recomendável que se conheça noções referentes à natureza epistemológica do conceito a ser discutido. Por exemplo, no caso do Cálculo Diferencial e Integral, questões circundando relações "discreto/contínuo", "variabilidade/permanência", "finito/infinito", "local/global", "sistematização/construção" caracterizam itinerários científicos, conforme Rezende (2003) que permearam o seu desenvolvimento histórico.

Com base em aspectos epistemológicos vinculados ao Cálculo, abordados na **Questão 3,** propomos reflexões a respeito do significado de noções conceituais de integração de função, **Questão 5**, e derivação de função, **Questão 6**. Essas questões têm por objetivo proporcionarem discussões coerentes com fundamentos da Teoria da Aprendizagem Significativa. Isso, porque ao partir da dimensão histórica do conhecimento naturalmente se inicia com a origem das ideias fundamentais, o que Ausubel (2003) denomina por conhecimentos prévios. Essas noções iniciais de conhecimentos formam a base para a *construção de conceitos*, e esses por sua vez permitem ao aprendiz *observar fenômenos ou eventos* de seu interesse, instrumentalizando-o para *realizar registros* e *elaborar questionamentos*. A partir dessas ações, o aprendiz por meio de orientação docente pode buscar o refinamento dos registros passando-os para a *etapa de transformação*. Essa fase requer o domínio de diferentes linguagens e representações simbólicas, exigindo o *conhecimento de teorias e princípios científicos* que possam sustentar a sua prática, e consequentemente validar a resposta para a questão formulada, na forma de *asserção de conhecimento*. Nesse contexto, é relevante destacar a função epistemológica das teorias científicas para subsidiar a organização das relações conceituais na estrutura cognitiva do(a) aprendiz. Segundo Bruyne *et.al* (1991, p.104):

> A verdadeira função da teoria, concebida como parte integrante do processo metodológico, é a de ser o instrumento mais poderoso da ruptura epistemológica face às pré-noções do senso comum, devido ao estabelecimento de um corpo de enunciados sistemático e autônomo, de uma linguagem com suas regras e sua dinâmica próprias que lhes asseguram um caráter de fecundidade. A teoria assim concebida impregna todo o processo concreto da pesquisa, é imanente a toda observação empírica; toda experimentação, no sentido mais amplo de confronto com o real, é uma questão colocada ao objeto real, sobre o qual se baseia a investigação, em função da teoria construída para apreendê-lo (BRUYNE; HERMAN; SCHOUTHEETE, 1991, p.104).

Quando se chega ao final dessa etapa, o aprendiz provavelmente poderá questionar a relevância desse percurso de aprendizagem, considerando reflexões que envolvem *asserções de valor* desse conhecimento, conectadas por *princípios filosóficos* e *manifestações socioculturais* que se relacionam com práticas pedagógicas e experiências pessoais. Essa breve explanação contempla elementos heurísticos presentes no Vê Epistemológico idealizado por Gowin (1984), para compreender ou analisar o processo de construção do conhecimento.

As diferentes atribuições de significados envolvendo os conceitos de integração e derivação elaboradas no formato de unidades de contexto e registro foram organizadas com base nos trabalhos de D'AMBROSIO, 1975; TALL, 1992; ARTIGUE, 1995; BARUFI, 1999; REZENDE, 2003; STEWART, 2006; FROTA, 2007; AVILA, 2010; MACHADO, 2011; BISOGNIN; BISOGNIN, 2011.

Destacamos que a promoção de discussões que buscam compreender o significado de qualquer conceito contribui para evidenciar *dificuldades de aprendizagem* inerentes ao tema. Esse levantamento entre os (as) participantes da pesquisa é realizado na **Questão 7**, com base em investigações nacionais e internacionais que tratam de dificuldades enfrentadas por estudantes no início de cursos de Cálculo, envolvendo conceitos básicos de Matemática (TALL, 1992; ARTIGUE, 1995; REZENDE, 2003; CURY, 2004; NASSER, 2004; FRESCKI; PIGATTO, 2009,;CORICA, 2009; MORO; SIPLE, 2010; T.J. MÜLLER; AZAMBUJA; M.J. MÜLLER, 2010; CAVASOTTO; VIALI, 2011; NASSER; SOUSA; TORRACA, 2012; FERNANDES; CONCEIÇÃO, 2013; KEENE; HALL; DUCA, 2014).

Para encaminhar o encerramento desse questionário inserimos a **Questão 8**, na qual apresentamos a definição formal de integração de uma função contínua com base em Leithold (1994), com o intuito de identificar como os (as) participantes compreendem essa linguagem representacional simbólica, e se há indícios de conexões cognitivas com registros da **Questão 2** e da **Questão 5**. E, finalmente para a **Questão 9** é proposta uma atividade matemática que solicita uma explicação por meio de representação geométrica do cálculo de uma integral definida composta por uma função linear. Essa atividade foi retirada de (IEZZI; MURAKAMI; MACHADO, 2013, p.214). A intenção didática dessa questão é de discutir a tradição da primazia do tratamento algébrico em detrimento de outros formatos de representações em materiais didáticos de Cálculo, o que segundo Silva (2002, p.46) provoca um esvaziamento do significado do conceito. Para esse autor "o 'estudo' de integrais se reduz ao treino de uma extensa lista de técnicas de integração, sem que se trabalhe efetivamente o significado do objeto de estudo, nem mesmo se questionando a integrabilidade de funções". Tal prática não colabora para o processo de construção do conhecimento de integral, além disso pode reforçar a tendência do (a) estudante inferir que todas as funções são integráveis (SILVA, 2002).

A ausência de representações geométricas em livros didáticos de Cálculo foi investigada por Barufi (1999), no âmbito de 24 livros didáticos de Cálculo utilizados como obras de referência nas principais universidades brasileiras. A pesquisadora concluiu que "a utilização de figuras, importantes para a construção de significado, é muitas vezes, em 33% dos casos, feita apenas para que o estudante verifique aquilo que foi estabelecido" (p.131), e além disso, em 17% das obras analisadas "praticamente não há figuras ou mesmo não há figura alguma" (BARUFI, 1999, p.131). No contexto da Educação Básica, Balomenos, Ferrini-Mundy e Dick (1994, p. 240), pesquisadores norte-americanos, sugerem que se "amplie o papel da geometria na *high school*, pois seu estudo propiciará a prontidão para o cálculo e desenvolverá a visualização espacial".

Salientamos que a ênfase na temática de Integral no Cálculo respeita o desenvolvimento histórico do conceito, pois "primeiro surgiu o Cálculo Integral, e só muito tempo depois o Cálculo Diferencial" (EVES, 2004, p.417). Por exemplo, o cálculo de áreas de polígonos irregulares por processos de aproximações foi trabalhado por Arquimedes (287-212 a.C), "a quem grande parte dos historiadores atribui a antecipação dos métodos de integração" (MACHADO, 2011, p.158).

A partir das questões temáticas desta seção apresentamos a Abordagem Didática (AD), “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”, com base em dez Elementos Organizadores (EO) e sua respectiva descrição. A seguir, no Quadro 8 apresentamos essas informações que orientaram a composição de cada encontro da AD.

Quadro 8 – Descrição dos Elementos Organizadores dos Encontros da AD

ELEMENTOS ORGANIZADORES DO ENCONTRO DA ABORDAGEM DIDÁTICA		
Elemento Organizador (EO)		**Descrição para implementação na prática**
EO 1	• Carga Horária (CH)	• CH – Presencial: 4h • CH – A_TAD: variável
EO 2	• Tema orientador	•Apresentação do enfoque temático do Encontro.
EO 3	• Tópico matemático	•Seleção de conceitos ou conteúdos matemáticos a serem explorados no encontro em questão.
EO 4	• Tópico pedagógico	•Seleção de questões temáticas associadas à Formação Docente.
EO 5	• Conhecimentos prévios	•Noções de conhecimentos matemáticos prévios relevantes para a realização das atividades propostas no referido encontro.
EO 6	• Justificativa teórico-metodológica	•Explicação da relevância de se discutir o tema do encontro fundamentado em pesquisas da área.
EO 7	• Objetivo (s) de aprendizagem	•Estabelecimento de objetivos pedagógicos coerentes com a temática discutida, sendo considerado o (a) aprendiz como protagonista do processo educativo.
EO 8	• Objetivo (s) do Encontro	•Definição de intenções pedagógicas em consonância com os objetivos estabelecidos para a AD, favoráveis à promoção da atuação docente.
EO 9	• Recursos utilizados para a promoção da aprendizagem e acompanhamento de Avaliação Processual	•Adoção do Vê Epistemológico de Gowin (1984) como instrumento heurístico avaliativo para todos os encontros presenciais. •Elaboração de relatos de experiência presencial ou à distância. •Resolução de atividades relacionadas aos organizadores prévios. •Utilização de questionários prévio e posterior a aplicação da AD.
EO 10	• Referências Bibliográficas	•Indicação de referências bibliográficas específicas que compõem o repertório das atividades solicitadas ou fazem parte do planejamento teórico-metodológico para o encontro proposto.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Além dos elementos organizadores que estruturam os encontros da AD, Batista (2016) orienta ações que devem ser tomadas em função da realidade social e ambiente institucional que se destina o trabalho, e isso também se aplica à natureza dos recursos e materiais necessários para a realização da atividade pedagógica planejada. Por exemplo, a falta de um adaptador elétrico pode inviabilizar a execução metodológica de um trabalho. Nesse sentido, e a fim de evitar repetições ao longo do texto, informamos que para todos os encontros foram necessários e previstos a utilização dos recursos e materiais descritos a seguir nos Quadros 9 e 10.

Quadro 9 – Natureza e descrição de recursos necessários

Natureza do Recurso	**Descrição do Recurso**
Recursos institucionais	Sala de aula mobiliada Ambiente virtual para receber inscrições Certificação acadêmica
Recursos tecnológicos	Conexão com acesso à internet Projetor multimídia • Aplicativo para scanner
Recursos xerográficos	Fotocópias de materiais diversos
Meios de comunicação	Redes sociais • Endereços eletrônicos (e-mails) Telefone celular • Divulgação em Centro Acadêmico

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Quadro 10 – Natureza e descrição de materiais necessários

Natureza do Material	**Descrição do material**
Papelaria e escritório	Papel sulfite tamanho A4 • Caderno • Giz • Apagador Caneta • Lápis • Borracha •Régua •Clips • Tesoura Grampeador e grampos •Pastas organizadoras
Equipamentos eletrônicos	Notebook • Smartphone • Câmera filmadora e tripé Câmera fotográfica • Impressora multifuncional
Dispositivos eletrônicos	Calculadora • Pendrive • Ponteira a laser
Dispositivos elétricos	Adaptadores para tomadas elétricas Extensão elétrica • Pilha palito
Materiais impressos	Textos, atividades, questionários, Diagramas Vê(s), fichas de identificação, listas de presença e outros documentos de pesquisa.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A prática docente pressupõe que as atividades de ensino sejam elaboradas com base três pontos fundamentais: *planejamento*, *aplicação* e *avaliação*. O *planejamento* requer a construção de uma situação de aprendizagem orientada por objetivos formativos. Esses, por sua vez contribuem para construir uma sequência didática para a realização da dinâmica pedagógica. A *aplicação* implica na escolha de estratégias didáticas que estejam em consonância com os objetivos educacionais estabelecidos, e a *avaliação* deve ser pautada por critérios que permitam a análise tanto do processo de desempenho discente, quanto da eficiência e eficácia do trabalho docente desenvolvido.

Enfatizamos que no caso específico dessa AD, iniciamos o planejamento pelos instrumentos avaliativos para conhecer e analisar a situação inicial de aprendizagem. Em seguida, partimos para a proposição de questões amparadas nos referenciais adotados, essa ação promove discussões. Desse modo, podemos estabelecer um ambiente favorável para o posicionamento e socialização de ideias. Essa estratégia didática oportuniza negociar significados, diferenciar e reconciliar ideias novas e prévias, atribuir e construir novos entendimentos. Para sistematizar o processo, propomos a construção do Vê Epistemológico, recurso heurístico que nos permite analisar aspectos relacionados à construção do conhecimento conectadas com asserções cognitivas e de valor, possibilitando a identificação de indícios de aprendizagem significativa.

4.3 PLANEJAMENTO TEÓRICO-METODOLÓGICO DA ABORDAGEM DIDÁTICA

A Educação Científica em Matemática é um fenômeno interdisciplinar, e desse modo a AD reflete essa pluralidade teórico-metodológica. Para isso, empregamos fundamentos teóricos oriundos da Epistemologia da Ciência e da Matemática, bases pedagógicas para subsidiar a Formação Docente referentes à TAS e Ensino de Matemática. Além disso, incluímos investigações didático-metodológicas relativas à construção de abordagens de ensino. O Quadro 11 apresenta os principais referenciais dessas áreas científicas adotadas nesta investigação.

Quadro 11 – Panorama das bases teórico-metodológicas da Abordagem Didática

FUNDAMENTOS TEÓRICOS ESPECÍFICOS	
1. Epistemologia e Matemática	ARTIGUE,1995; D' AMBROSIO, 2004; BONOMI, 2016; MACHADO, 1988, 2011 e 2016; REZENDE, 2003; TALL, 1993.
2. Didática da Ciência	DELIZOICOV, ANGOTTI e PERNAMBUCO, 2011 BATISTA e SALVI, 2008; BATISTA, 2016.
3. Bases cognitivas e pedagógicas	ALVAREZ e GOWIN, 2005; AUSUBEL ,2003 AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980 NOVAK, 1981 e 2000; NOVAK e GOWIN, 1984 MOREIRA, 2007, 2008 e 2010; FREIRE, 2004 BORDENAVE e PEREIRA, 2012; ZABALA, 1998.
4. Ensino de Matemática	ÁVILA, 2010; BARUFI, 1999; BARUFI e LAURO, 2000; CAVASOTTO e VILANI, 2011; CORICA, 2009; FIORENTINI, 2005; LORENZATO; 2010 D' AMBRÓSIO, 1986 e 2003.
5. Abordagens de Ensino e Investigações didático-metodológicas	LAVAQUI e BATISTA, 2007; NASCIMENTO e BATISTA 2011; LUCCAS e BATISTA, 2011; LEBOEUF e BATISTA, 2013; HEERDT e BATISTA, 2014; KEENE, HALL e DUCA; 2014.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A aprendizagem pode ser entendida como uma atividade de natureza particular, e por isso de responsabilidade individual. Entretanto, as construções dos significados dos conceitos envolvidos nesse processo podem ser compartilhadas, discutidas, negociadas, refletidas e sujeitas a consenso.

Nesse sentido, os conceitos são coordenados e combinados para organizar e formar as proposições, estruturas lógicas que embasam o pensamento. Essa base teórico-conceitual relaciona-se com as experiências socioculturais vivenciadas pelo indivíduo motivadas ações envolvendo sentimentos e emoções. Esse denso e complexo processo de aprendizagem é compreendido e interpretado, por meio das estruturas cognitivas cerebrais, as quais produzem como resultados redes plurais e interconectadas de sentidos e significados. A apropriação desses novos significados permite a construção de outras correlações, e retroalimentam a aquisição de novos conceitos. Todavia, é relevante esclarecer que "a aprendizagem deve sempre ser seguida de uma retenção e/ou esquecimento, que constituem os próprios resultados e sequelas naturais (AUSUBEL, 2003, p. 8).

Para a elaboração da AD consideramos os seguintes princípios da TAS: observação quanto as *condições mínimas para a ocorrência de aprendizagem significativa*, elementos conceituais que se relacionam de forma substantiva aos *conhecimentos prévios* esperados para essa situação de aprendizagem, *diferenciação progressiva* e *reconciliação integrativa* sustentados pela *recursividade* promovidas por meio de diferentes atividades, e organizadores prévios. Novak e Gowin (1984) argumentam que "tanto os estudantes como os professores devem estar conscientes do valor que têm os conhecimentos prévios na aquisição dos novos conhecimentos" (p.38), uma vez que o conhecimento prévio é o fator determinante para desenvolver novos processos de aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A Figura 12 resume as três condições mínimas exigidas para a ocorrência da aprendizagem significativa na perspectiva ausubeliana.

Figura 12 – Condições para a ocorrência da aprendizagem significativa

Conhecimentos prévios	Material significativo	Disposição em aprender
Conhecimentos anteriores relevantes	**Grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva**	**O aprendiz deve escolher de forma consciente e intencional aprender significativamente.**
O aprendiz deve saber algumas informações que se relacionem com as novas, a serem apreendidas de forma não trivial. Isto é, procurar reconhecer semelhanças e diferenças associadas ao objeto de estudo.	Apreensão de semelhanças e de diferenças e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados.	Relacionar os novos conhecimentos com antecedentes intelectuais idiossincráticos e o vocabulário em particular.

Fonte: Elaborado pela autora (2017) com base em Ausubel (2003)

A estruturação didático-metodológica para a organização de cada encontro da Abordagem Didática é constituída por cinco momentos pedagógicos principais. O “Momento 1 (M1) ” denominamos de **Abertura do Encontro**, o “Momento 2 (M2) ” de **Problematização Inicial**, o “Momento 3 (M3) ” de **Organização do Conhecimento**, o “Momento 4 (M4) ” de **Aplicação do Conhecimento**, sendo que M2, M3 e M4 são baseados no trabalho de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011), e por fim, o “Momento 5” é o que chamamos de **Encerramento do Encontro**.

A **“Abertura do Encontro”** foi construída com o intuito de organizar a prática educativa para que os (as) participantes sintam-se acolhidos (as), informados (as) e esclarecidos (as) da programação das atividades a serem realizadas. Esse encaminhamento metodológico contribui para compartilhar e explicitar as responsabilidades socioeducativas que devem ser assumidas por parte de cada sujeito que integra o processo.

Para o **M1** “Abertura do Encontro” foram definidas quatro etapas, denominados por: *acolhida do dia*; *tema do encontro*; *apresentação do roteiro de atividades* e *memórias formativas pessoais*.

Com base na TAS e ideias de Freire (2004) selecionamos uma mensagem para inspirar o desenvolvimento do trabalho de cada encontro. O verbo “Construir” orientou essa reflexão. O Quadro 12 a seguir sintetiza as ideias (s) - chave para essa atividade.

Quadro 12 – Ideia (s) – chave para a Acolhida do Dia

		Ideia (s) – chave para Boas vindas	**Autoria**
IDENTIFICAÇÃO DO ENCONTRO	**1**	A educação deve ser um meio de oportunizar ao sujeito que o mesmo **construa** e atribua significados para suas próprias vivências.	Gowin e Novak (1984)
	2	A prática docente em Matemática exige o conhecimento de **fundamentos epistemológicos**, históricos, cognitivos e socioculturais associados a um determinado conceito matemático.	Fiorentini (2005)
	3	Ensinar é o ato de desenvolver possibilidades para a **construção** e produção de conhecimentos.	Freire (2004)
	4	A educação carrega a potencialidade de transformar pessoas, e pessoas transformadas podem colaborar para **construir** novos mundos.	Lema freiriano
	5	A experiência humana envolve pensamento, ação e sentimentos. As interseções desses três fatores **constroem** as bases para enriquecer e ampliar processos cognitivos.	Gowin e Novak (1984)

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Os trechos textuais selecionados para a *acolhida do dia* serão inseridos na descrição específica de cada encontro. Para cada encontro foi escolhido um *enfoque temático* a fim de proporcionar discussões e fomentar reflexões a respeito da relevância do Cálculo no âmbito da Educação Científica e Formação Docente em Matemática, conforme o Quadro 13.

Quadro 13 – Enfoque Temático de cada Encontro da Abordagem Didática

		Enfoque Temático
IDENTIFICAÇÃO DO ENCONTRO	**1**	Formação Docente Inicial em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral
	2	Formação Docente: relações entre conceitos matemáticos de Cálculo Diferencial e Integral e conteúdos da Educação Básica
	3	Noções de Integral e significado (s) para a atuação docente em Matemática
	4	Noções de Derivada e significado (s) para a atuação docente em Matemática
	5	Formação Docente em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades e/ou etapas de trabalho a serem desenvolvidas serão enunciadas no início de cada encontro, para que cada participante tenha uma noção geral do que se é pretendido. Para cada encontro foi organizado um quadro síntese das atividades a serem realizadas, o qual será apresentado na descrição específica de cada encontro. Além disso, à medida em que ocorre a transformação do pensamento do senso comum para um pensamento que busca justificativas epistêmico-científica para compreender, por exemplo, fenômenos naturais ou sociais progredimos rumo ao desenvolvimento do conhecimento científico (BATISTA, 2016).

Nesse sentido, um ambiente educativo propício para escutar *memórias formativas pessoais* contribui para que os (as) aprendizes se reconheçam em possíveis situações ou detectam crenças populares que buscam explicar acontecimentos complexos. Tal reconhecimento pode fomentar o interesse por parte discente para compreender de forma racional e analítica a origem de dificuldades associadas ao processo de aprendizagem, e consequentemente buscar soluções viáveis para resolvê-las ou atenuá-las.

Considerando a perspectiva da Formação Docente em Matemática ainda nos deparamos com uma situação bastante trivial e corrente no âmbito do exercício profissional, isto é, a crença que se o professor domina os conteúdos técnicos esperados basta para desempenhar a sua função. Ora, isso se configura como um pensamento ingênuo, o qual desconsidera, por exemplo, a relevância de utilizar uma teoria da aprendizagem ou a Didática e a História da Ciência para fundamentar e orientar a prática docente.

Fourez (2003, p.110) argumenta que os jovens estão em busca de compreender seus próprios interesses, e dessa forma, é necessário que o ensino de Ciências acompanhe essa tendência, pois “os jovens de hoje parecem que não aceitam mais se engajar em um processo que se lhes quer impor sem que tenham sido antes convencidos de que esta via é interessante para eles ou para a sociedade”.

A *escuta docente* de relatos de experiências consiste em uma forma de valorizar e se familiarizar com interesses que são trazidos pelos aprendizes, produzindo novos significados a essas memórias formativas. Ademais, tem o propósito de *identificar repertório de conhecimentos prévios*.

A **“Problematização Inicial”** consiste na apresentação de situações reais que as/os participantes conhecem ou presenciam e que estão envolvidas diretamente na temática abordada, embora também exijam, para interpretá-las, a introdução de conhecimentos e conceitos contidos em teorias científicas. Esse momento ainda busca conhecer noções de conhecimentos prévios dos (as) participantes associadas a aspectos de familiarização e compreensão da temática a ser tratada. Com base no processo de escuta, discussão e socialização de ideias, a pesquisadora pode mediar, questionar e conduzir o processo de compreensão e sistematização de conhecimentos tratados. Desse modo,

> O ponto culminante dessa problematização é fazer que o aluno sinta a necessidade da aquisição de outros conhecimentos que ainda não detém, ou seja, procura-se configurar a situação em discussão como um *problema* que precisa ser enfrentado (DELIZOICOV; ANGOTTI; PERNAMBUCO, 2011, p.201).

Para o **M2** “Problematização Inicial” foram definidas quatro etapas de trabalho, denominadas por: *apresentação de questão (ões) para reflexão*; *resgate de conhecimentos prévios*; *atividades propostas* e a *organização dos participantes*.

As *questões propostas para reflexão* buscam sondar “a estrutura cognitiva de cada estudante com o objetivo de averiguar se existem ou não [...] concepções incorretas e, no caso de existirem, saber como se relacionam com outras ideias que existam na mente do aluno” (GOWIN; NOVAK, 1984, p. 141). É relevante destacar que:

> Os vários significados individuais que os diferentes membros de uma determinada cultura atribuem aos mesmos conceitos e proposições são, no geral, suficientemente semelhantes para permitirem uma comunicação e uma compreensão interpessoal (AUSUBEL, 2003, p. 78).

Nessa perspectiva, *o resgate de conhecimentos prévios* contribui para a assimilação e compreensão docente da posição e situação cognitiva dos (as) participantes ante as questões em pauta. Permite então, como diz Barufi (1999) que o (a) docente coordene o fluxo das ideias compartilhadas pelo grupo. Sendo assim, a *proposição de atividades* oportuniza à pesquisadora se concentrar mais em questionar posicionamentos, fomentando discussões a partir das respostas dos participantes, e lançar dúvidas a respeito do tema em detrimento de responder ou fornecer explicações “prontas”. Nessa etapa esperamos uma busca por respostas, confirmações ou soluções que estão sendo almejadas pelos estudantes. No entanto, isso não satisfaz “o professor em sua busca de propiciar a construção de um conhecimento mais profundo e global” (BARUFI, 1999, p.39). É preciso aguçar explicações contraditórias, localizar as possíveis limitações e lacunas do conhecimento expressas, e permear implicitamente o conhecimento científico que já foi selecionado para ser abordado. Para que essa estratégia funcione necessita-se *organizar os (as) participantes* no espaço educativo para a manutenção dessa situação de aprendizagem.

Por isso, quando a intenção didática busca promover discussões e negociação de significados conceituais torna-se fundamental o trabalho em pequenos grupos; e depois se ampliam essas “considerações locais” para um debate ou roda de conversa que insere todos na busca por um diálogo horizontal.

O *trabalho realizado em grupo*, conforme Bordenave e Pereira (2012), constrói o “espírito de equipe e a fidelidade ao projeto comum, fazendo as pessoas trabalharem por prazer e não por obrigação” (p.156). O objetivo final almejado é de que cada estudante elabore sua apropriação de significado, e “é nesta base que a potencial significação do material de aprendizagem varia com fatores tais como a idade, a inteligência, a ocupação, a vivência cultural” (AUSUBEL, 2003, p.58). A articulação desses fatores enriquece o significado a experiência educativa (NOVAK, 1981).

A **“Organização do Conhecimento”** é o momento pedagógico vinculado aos conceitos e conhecimentos considerados como necessários para a compreensão da temática, e as ideias apresentadas durante a “Problematização Inicial” são sistematicamente estudados, sob orientação docente. Para tanto, utiliza-se o emprego de diferentes atividades didáticas com o objetivo de desenvolver a conceituação identificada como fundamental para uma compreensão científica das situações problematizadoras.

O material de instrução utilizado nessa etapa foi escolhido com a intencionalidade de evidenciar a estrutura hierárquica do conhecimento abordado, e relações de generalidade abstração e inclusão. Entretanto, em algumas ocasiões o (a) docente pode lançar questionamentos para conduzir esse percurso do (da) aprendiz. Nesse sentido,

> A possibilidade de se relacionar, de forma não-arbitrária e não-literal, as proposições logicamente significativas à estrutura cognitiva de um aprendiz em particular (que contém ideias ancoradas relevantes de forma adequada) que as torna potencialmente significativas para o mesmo e torna, assim, possível a transformação de significado lógico em psicológico, durante o percurso da aprendizagem significativa. Assim, o surgimento de significado psicológico não só depende da apresentação de material logicamente significativo ao aprendiz, como também da posse real por parte deste do conjunto de ideias passadas necessário para o subsumir e ancorar (AUSUBEL, 2003, p. 78).

Para o **M3** “Organização do Conhecimento” foram estabelecidos quatro tópicos a serem percorridos, denominadas por: *momento de estudo*; *texto base de trabalho*; *organização e disposição dos participantes*, acrescentado de *discussões e socializações de ideias.*

O impulso cognitivo natural, entendido como o desejo de um conhecimento como fim em si mesmo, é considerado uma condição essencial para a ocorrência da aprendizagem significativa. Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.335) caracterizam o processo de significação como fenômeno pessoal. Dessa forma, é necessário que o (a) aprendiz despenda "esforço ativo requerido para integrar novo material conceitual no seu quadro de referência particular". Nesse sentido, o *momento de estudo* contemplado durante a AD torna-se elemento chave para oportunizar a situação de aprendizagem. Então, o ato de estudar "significa traduzir e estruturar novas ideias nos próprios termos do indivíduo e relacioná-las com sua própria experiência, história pessoal e sistemas de ideias" (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.335). Entretanto, esses autores ressaltam o desafio e dificuldades a serem enfrentadas para estimular esse "impulso cognitivo" em estudantes que se mostram pouco interessados em seu próprio processo de aprendizagem.

Uma das sugestões propostas para lidar com essa situação, no sentido de Freire (2004), consiste na disponibilidade de dialogar e escutar o(a) discente, uma vez que *ensinar* é uma especificidade humana impulsionada pela ideia de que a mudança é possível. Além disso, outra estratégia é explicar a relevância do que está sendo ensinado, pois "a incapacidade de se verificar para que serve uma disciplina é a razão que os estudantes mencionam mais frequentemente para perderem o interesse pelos estudos e para desistirem" (AUSUBEL, 2003, p.199).

Cada encontro é orientado por um ou mais *texto (s) base de trabalho* que tenha a potencialidade de contribuir para a geração de uma situação de aprendizagem significativa. O Quadro 14 elenca os textos selecionados para as atividades presenciais da Abordagem Didática.

Quadro 14 – Textos selecionados para as atividades presenciais da Abordagem Didática

Encontro	Texto Base	Autoria	Ano
E1	•Diagramas V e Aprendizagem Significativa	Marco Antonio Moreira	2007
E2	•A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática	Dario Fiorentini	2005
	•O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica	Wanderley M. Rezende	2003
E3	•Noções de Cálculo Integral	Nilson José Machado	2013
E4	•Limites e Derivadas no Ensino Médio	Geraldo Ávila	2010
E5	•Para aprender Matemática	Sergio Lorenzato	2010

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Ausubel (2003) destaca como um dos critérios para considerar a nova aprendizagem como significativa o uso de material de instrução que apresenta potencialidade para colaborar na promoção dessa. O adjetivo “potencial” significa que não é suficiente que o novo material seja simplesmente relacional com as ideias relevantes e lógicas do assunto a ser tratado. “A estrutura cognitiva de um aprendiz em particular deve incluir as capacidades intelectuais exigidas, o conteúdo ideário ou experiências anteriores, caso se pretenda considerar relevante e relacional com a tarefa de aprendizagem” (AUSUBEL, 2003, p. 58).

O significado psicológico sistematizado de um conceito é de natureza idiossincrática. Por isso, a significação, em termos fenomenológicos, se configura em uma questão individual. Todavia, “a sua natureza idiossincrática não exclui a possibilidade de significados sociais ou partilhados” (AUSUBEL, 2003, p. 78).

O estudo desses textos nos encontros presenciais levará em consideração a *organização e disposição dos participantes,* e isso dependerá da quantidade de estudantes presentes. Dessa forma o tempo dedicado ao estudo pode ser realizado em duplas, ou em pequenos grupos (até quatro pessoas). Destacamos que o trabalho em grupo tem potencialidade de “derrubar as barreiras interindividuais [...], promovendo um relacionamento profundo e autêntico, donde surge intensa solidariedade e amorização” (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 156). Desse modo, enriqueceremos esse momento com estratégias e dinâmicas para estimular a participação ativa discente. Para Bordenave e Pereira (2012, p.156), “o trabalho em grupo produz uma ‘vigilância’ mútua que obriga o pensamento a funcionar com o máximo de suas potencialidades, tanto do ponto de vista da criatividade (originalidade), como do ponto de vista da logicidade (coerência)”.

A meta pedagógica envolvendo *discussões e socialização de ideias* consiste em problematizar o conhecimento que os (as) participantes vão expondo, com base em questões propostas e delimitadas anteriormente, relativas aos temas e às situações de aprendizagem. Essas questões serão primeiramente discutidas num pequeno grupo, para em seguida, serem exploradas e refletidas no grande grupo com base nos posicionamentos dos grupos formados inicialmente pela turma.

A **“Aplicação do Conhecimento”**, conforme Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011, p.202), consiste no “uso articulado da estrutura do conhecimento científico com as situações significativas, envolvidas nos temas, para melhor entendê-las, uma vez que essa é uma das metas a serem atingidas com o processo de ensino/aprendizagem das Ciências". O valor científico dessa etapa demonstra-se por meio do "potencial explicativo e a reflexão consciente da análise de conceitos científicos que precisa ser explorado" (DELIZOICOV; ANGOTTI; PERNAMBUCO, 2011, p.202).

Para o **M4** "Aplicação do Conhecimento" organizamos quatro fases: *momento avaliativo diagnóstico*; *observação, escuta e registros de bordo*; *roda de discussão*, e a *construção do Vê Epistemológico*.

O *momento avaliativo diagnóstico* serve para analisar e checar se os objetivos estabelecidos para a aprendizagem estão sendo alcançados, e se a proposta de trabalho elaborada se mostra profícua e viável para a prática didático-pedagógica da temática explorada. Desse modo, a investigação qualitativa possui como características marcantes a descrição e observação de situações, fatos e acontecimentos que permeiam a trajetória da pesquisa. O interesse pelos desdobramentos das atividades constitui uma fonte primária de informações para a tomada de dados (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Por exemplo, como ocorre a negociação de significados do tema em discussão? Como os (as) participantes vão se apropriando de conceitos e novas terminologias científicas? Que relações são estabelecidas nos diálogos desenvolvidos? De que forma são evidenciados conhecimentos prévios esperados para a situação posta? Esses questionamentos orientam focos de interesse da investigação a serem considerados tanto na descrição quanto análise e interpretação dos resultados obtidos. Portanto, a *observação atenta* aliada ao referencial teórico-metodológico fundamenta a tomada de notas a serem registradas no *diário de bordo*, enriquecendo o produto da investigação.

Para além disso, *a escuta*, no sentido de Freire (2004) se constitui como instrumento que humaniza e democratiza a prática educativa. Entretanto, escutar o outro não significa se submeter ou concordar com o discurso proferido, pois isso seria auto anulação. "Escutar, [...] significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gesto do outro, às diferenças do outro" (FREIRE, 2004, p.119).

A ação de escuta consciente e respeitosa permite conhecer noções de como o (a) participante pensa, se posiciona, relaciona e compreende questões, conteúdos e conceitos que estão sendo discutidos. A partilha de diálogos com escuta consciente possibilita a negociação de significados, o levantamento de questões, a troca de experiências e o enriquecimento da compreensão referente ao tema proposto. Desse modo, escutar, conforme Freire (2004), implica em aprender a falar com o outro, fazendo do silêncio estratégia de comunicação fundamental.

> "[...] o espaço do educador democrático, que aprende a falar escutando, é *cortado* pelo silêncio intermitente de quem, falando, cala para escutar a quem, *silencioso*, e não *silenciado*, fala" (FREIRE, 2004, p. 117, destaques do próprio autor).

A *roda de discussão* tem por objetivo propiciar um distanciamento reflexivo e crítico do(a) participante ao se defrontar com diferentes interpretações e perspectivas das situações propostas em debate. Nessa Abordagem Didática, a *roda de discussão* é sempre posterior ao *momento de estudo*, porque isso pode contribuir para potencializar o processo de argumentação e organização das ideias. A dinâmica dessa atividade se inicia a partir das considerações gerais de cada participante ou grupo de trabalho, dependendo da organização social previamente estabelecida. Os diálogos são orientados por meio da questão norteadora feita no momento da "Problematização Inicial". Nessa etapa, além de mediar a condução das discussões, a pesquisadora ainda se concentra em *observar, escutar e registrar por escrito* informações relevantes para a compreensão do processo didático-pedagógico.

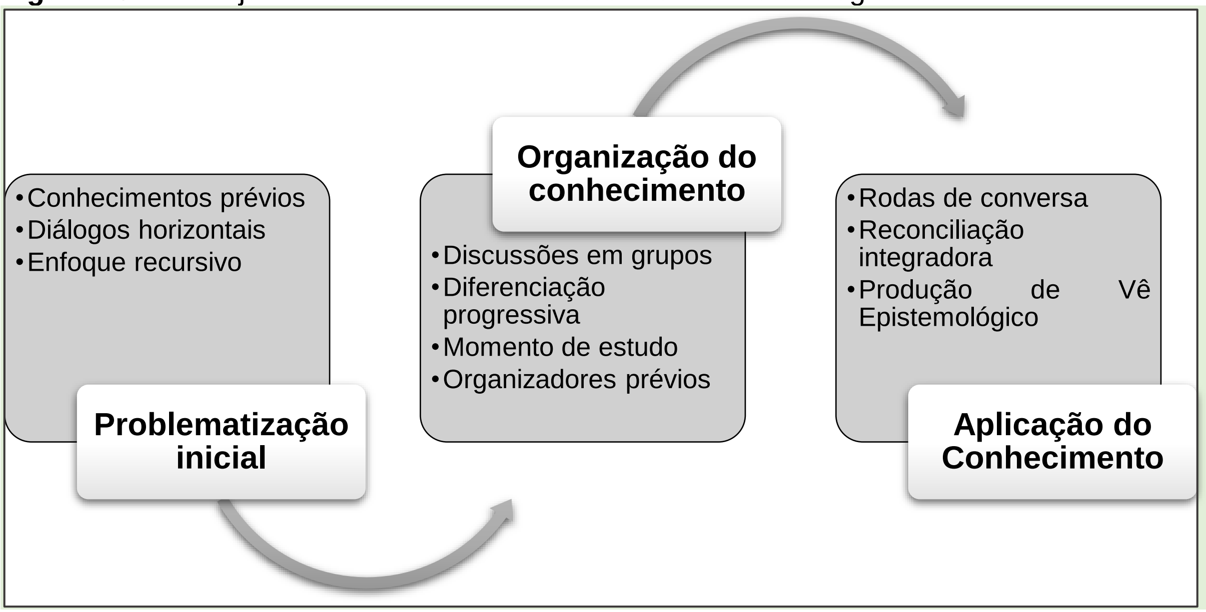
Para esse momento são esperados a ocorrência de fatores vinculados ao reconhecimento e a coordenação de conhecimentos prévios, manifestações de relações de diferenciação progressiva evidenciadas por generalização, abstração e inclusão, reconciliação integrativa distinguida por meio de relatos que apresentem semelhanças e diferenças em relação a temática abordada. Esses aspectos intrínsecos, se detectados, durante a prática educativa ou expressos/registrados em atividades desenvolvidas configuram-se em indícios de ocorrência de aprendizagem significativa. Com base nesse ponto de vista, a *construção do Vê Epistemológico* pode evidenciar se houve aquisição e retenção de conhecimentos, porém não é possível prever ou determinar a estabilidade dessa aprendizagem.

Novak e Gowin (1984, p.33) explicam que para desenvolvermos aprendizagens de "ideias que são novas, poderosas e profundas, necessitamos de tempo e de alguma atividade mediadora que nos ajude". Dessa forma, a promoção do "pensamento reflexivo é o fazer algo de forma controlada, que implica levar e trazer conceitos, bem como juntá-los e separá-los de novo" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.33). A perspectiva construtivista que evidencia os elementos epistemológicos do Vê de

Gowin demonstra que “a maneira como cada um vê acontecimentos ou objetos no mundo, depende da forma como constrói, pessoalmente, a sua visão sobre os mesmos” (NOVAK, 2000, p.82).

A Figura 13 sintetiza as relações entre o planejamento didático-cognitivo e a estruturação didático-metodológica destacando os princípios da TAS enfatizados em cada momento pedagógico, porém isso não significa que tais processos não ocorreram em outros momentos. Trata-se aqui de explicitar as intenções pedagógicas no contexto do direcionamento teórico-metodológico, para as etapas de construção da AD.

Figura 13 – Planejamento Didático da estrutura teórico-metodológica da AD



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

O “**Encerramento do Encontro”** foi proposto com a finalidade de sintetizar e retomar ideias gerais abordadas no encontro realizado, assim como preparar a organização do próximo. Esse movimento de encerrar o ciclo de atividades do dia e conectá-lo ao início de outro colabora para demonstrar inter-relações de conceitos e ideias, fomentando reflexões do processo de se construir conhecimentos. Relacionar o que já se sabe com o que se pretende aprender constitui um dos princípios fundamentais da TAS.

Para o **M5** “Encerramento do Encontro” elaboramos quatro tópicos: *feedback do encontro*; *proposição de tarefa*; *anúncio da próxima temática*, e *agradecimentos do dia*.

Desse modo, o *feedback do encontro* visa fomentar a expressão oral de forma espontânea para instigar a partilha de aprendizagens, e busca valorizar a escuta das vivências, propondo diálogos que fortaleçam a confiança e a autoestima. Esses sentimentos colaboraram para o desenvolvimento da autonomia do sujeito, fazendo-o se reconhecer como protagonista de sua formação pessoal e profissional.

Nessa etapa, inserimos a *proposição de tarefa* com o intuito de funcionar como *organizador prévio* servindo como atividade introdutória que apresente um grau mais elevado de generalidade, inclusividade e abstração do que a própria tarefa de aprendizagem, a ser proposta posteriormente.

Além disso, busca relacionar ideias relevantes já existentes na estrutura cognitiva do (da) aprendiz quanto da própria tarefa a ser proposta. Sendo assim, para o final de cada encontro foi planejado atividades que pudessem favorecer a *construção de "pontes cognitivas" entre o que já se sabe*, conhecimentos prévios, *o que foi discutido ou refletido durante o encontro*, temática enfocada, e *o que será trabalhado sucessivamente*, ou seja, noções conceituais articuladas no encontro posterior.

No Quadro 15 apresentamos ideias e textos selecionados para a construção dessas atividades da Abordagem Didática, previstas para serem realizadas a distância. A entrega pelos (as) estudantes das três primeiras atividades foi de forma voluntária, e a última solicitada como acervo documental da pesquisa.

Quadro 15 – Atividades associadas aos Organizadores Prévios da Abordagem Didática

Proposta de Fluxo e Atividades Cognitivas	Base teórico-didática	Atividade Proposta Síntese descritiva
E1 para E2	➢Diagramas V e Aprendizagem Significativa de Moreira (2007) ➢A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática de Fiorentini (2005)	☑Elaboração de um Vê Epistemológico com base em conhecimentos temáticos de Funções. ☑ Leitura e estudo do texto de Fiorentini (2005) associada a um roteiro de questões, a fim de promover reflexões pessoais e profissionais.
E2 para E3	➢A Integral Definida de Lovaglia (1992) ➢ Ideias Fundamentais do Cálculo: Videoaulas de Machado (2014)	☑ Leitura e estudo do texto de Lovaglia (2005) associada a proposição de questionamentos de natureza matemática. ☑ Assistir duas videoaulas envolvendo noções fundamentais do Cálculo associadas a conteúdos da Educação Básica, em associação com um roteiro de questões para organizar ideias e instigar reflexões formativas, articuladas à prática docente.
E3 para E4	➢ Perspectiva humanista da aprendizagem “A finalidade central da educação deve ser valorizar as pessoas no sentido de se encarregarem elas próprias da construção do significado das experiências que vivem”. Novak e Gowin (1984)	☑ Resgatar a memória de lembranças acadêmicas associadas à Formação Docente e ao Cálculo Diferencial e Integral. Refletir a respeito da relevância da experiência escolhida, e relacionar com algum objeto, atividade, imagem ou quaisquer outros instrumentos/situações pertinentes à recordação realizada.
E4 para E5	➢ Princípio pedagógico freiriano *Educar é impregnar de sentido o que fazemos a cada instante*. *Paulo Freire* ➢ Perspectiva humanista da aprendizagem “A experiência humana envolve não só o pensamento e a ação, mas também os sentimentos” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.13).	☑ Produção de um relato de experiências com base na participação e nas atividades desenvolvidas durante a aplicação da Abordagem Didática, na forma do Curso de Extensão, “*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*”.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Para relacionar o organizador prévio com o próximo encontro, planejamos o anúncio da temática a ser discutida por meio de *Flyers digitais*, uma forma de divulgação de eventos que traz uma imagem divertida, colorida e com informações de rápida leitura. Essa estratégia foi um dos modos que encontramos para “elevar ao máximo o impulso cognitivo por meio da ativação da curiosidade intelectual” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN,1980, p.359), e consequentemente atrair a atenção do (a) estudante participante. E, por fim para encerrar os trabalhos de cada encontro, preparamos o *agradecimento do dia*, com objetivo de externar a relevância social gerada pela participação voluntária de cada pessoa no processo de construção de novos conhecimentos.

Acreditamos que o ato de expressar gratidão consiste em um sentimento de reconhecer que o trabalho ou ação de uma pessoa favorece ou colabora com o desenvolvimento de outra. Por isso, o que se busca é “celebrar o sentimento de realização que se produz quando estudantes e professores compartilham os significados e se apoiam emocionalmente uns aos outros” (NOVAK; GOWIN, 1984, p. 14). Aprender envolve múltiplos desafios, e pode gerar medos e ansiedades. A construção de um ambiente que gera sentimentos agradáveis, de pertencimento e de positividade figura como condição favorável ao desenvolvimento da cognição humana.

No Quadro 16 sintetizamos a organização e a nomenclatura dos momentos pedagógicos que estruturaram as práticas didáticas realizadas em cada encontro. No entanto, ressaltamos que tal sequenciamento é parte dos procedimentos metodológicos adotados por essa pesquisa, não possuindo quaisquer intenções de tratar o conhecimento científico de forma linearizada, prescritiva ou cronológica. Tal organização almeja sistematizar e evidenciar as ações didático-pedagógicas produzidas para a presente Abordagem Didática.

Quadro 16 – Gestão organizacional dos Momentos Pedagógicos para cada Encontro da AD

MOMENTOS PEDAGÓGICOS		FINALIDADE PEDAGÓGICA
M1	**ABERTURA DO ENCONTRO**	1.1 Acolhida do dia 1.2 Tema do Encontro 1.3 Roteiro de Atividades 1.4 Memórias formativas pessoais
M2	**PROBLEMATIZAÇÃO INICIAL**	2.1 Apresentação de questão (ões) para reflexão 2.2 Resgate de conhecimentos prévios 2.3 Atividades Propostas 2.4 Organização coletiva dos participantes
M3	**ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO**	3.1 Momento de estudo 3.2 Texto Base de trabalho 3.3 Organização e disposição dos participantes 3.4 Discussões e socialização de ideias
M4	**APLICAÇÃO DO CONHECIMENTO**	4.1 Momento Avaliativo 4.2 Observação, escuta e registros de bordo 4.3 Roda de Discussão 4.4 Construção do Vê Epistemológico
M5	**ENCERRAMENTO DO ENCONTRO**	5.1 Feedback do Encontro 5.2 Proposição de Tarefa 5.3 Anúncio da próxima Temática 5.4 Agradecimentos do dia

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Esclarecemos que a descrição completa de cada Encontro da AD está apresentada na Capítulo 5, em que detalharemos procedimentos da investigação empírica. Essa escolha visa dinamizar o texto e dar fluidez à leitura, além de evitar repetições similares de informações. Desse modo, alterações ou incrementos inseridos posteriormente ao planejamento da AD sempre serão explicitados e justificados. A seguir, iniciamos o Capítulo 5 fundamentando a caracterização qualitativa desta pesquisa, e em seguida relatamos o perfil dos participantes.

CAPÍTULO V

5 PROCEDIMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS PARA A INVESTIGAÇÃO EMPÍRICA

A busca permanente por novos conhecimentos aprimora e subsidia a construção, e a realização do trabalho docente. As reflexões e transformações educacionais oriundas desse processo investigativo legitima a profissionalização da docência (GAUTHIER; TARDIF, 2014).

O objetivo deste capítulo é o de apresentar os procedimentos metodológicos da pesquisa que orientaram a organização, a construção, o desenvolvimento e a realização deste trabalho. Para isso sistematizamos a investigação em duas fases, a primeira relativa à fundamentação teórico-metodológica, já anteriormente apresentada no Capítulo 4, e a segunda composta pela investigação empírica, a ser tratada neste capítulo. A apresentação textual está organizada em três seções. A seção 5.1 trata do perfil dos (as) participantes da pesquisa, a seção 5.2 aborda as caracterizações metodológicas da Análise de Conteúdo e são apresentadas as questões de pesquisa com suas respectivas unidades de contexto e registro, assim como as unidades epistemológicas para fundamentar a análise heurística referente aos diagramas Vê (s). Ademais, elencamos os instrumentos e materiais que compõem o *corpus* de dados da pesquisa. Por fim, a seção 5.3 é dedicada aos relatos de aplicação da Abordagem Didática em concomitância com a descrição das atividades elaboradas.

Esta investigação caracteriza-se na perspectiva da pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, conforme delimitações teórico-metodológicas enunciadas por Bogdan e Bicklen (1994), sintetizadas em cinco tópicos fundamentais que descrevem condições específicas para sua ocorrência. Entre os objetivos de pesquisas em Educação Matemática destacamos o de ser “focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural” (D’Ambrósio, 2003, p.103). Desse modo, os processos de descrição e a atribuição de significados são considerados uma identidade científica no contexto da pesquisa qualitativa, corroborando para a compreensão e a interpretação de dados coletados. Para se descrever é necessário a manifestação da percepção cognitiva, a qual depende do estado de consciência e reflexão de quem exerce a pesquisa. Os questionamentos que conduzem e movimentam as ações investigativas enfatizam a relevância da:

> Descrição dos estados de consciência, o que significa dos atos vivenciais aos quais se está atento, percebendo-os em ação. Sempre é uma descrição daquele que *percebe* e para quem o mundo faz sentido. Trata-se, portanto, de uma investigação que ao mesmo tempo pesquisa a realidade mediante suas manifestações e torna o sujeito preceptor lúcido a respeito do sentido que o mundo faz para si, incluindo nessa lucidez a atentividade para com o sentido que o mundo faz para os outros com quem está (BICUDO, 2006, p.111).

O Quadro 17 apresenta características que são evidenciadas no processo de descrição da pesquisa podendo ser permeadas por múltiplos contextos, e não seguir necessariamente a ordem linear proposta, uma vez que a dinamicidade e a reflexão são inerentes à atividade de pesquisa no âmbito educacional.

Bogdan e Bicklen (1994, p.51) sintetizam que "o processo de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dados estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra".

Quadro 17 – Características da pesquisa qualitativa e suas relações com essa investigação

Características Gerais	Relações com essa investigação
1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.	A presente pesquisa foi desenvolvida no ambiente acadêmico frequentado pelos (as) participantes, e a pesquisadora foi a interlocutora principal no processo de construir, mediar e aplicar o curso de extensão denominado "*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*", elaborada por meio da AD.
2. A investigação qualitativa é descritiva.	Desde a sessão de *Introdução* desta pesquisa utilizamos o recurso descritivo. Esse caráter é enfatizado nas sessões que abordam os procedimentos metodológicos adotados neste trabalho, tanto no processo prévio quanto posterior da coleta de dados, uma vez que entendemos a necessidade didático-pedagógica de realizar tais registros de forma detalhada.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.	Durante as etapas dos estudos teóricos e no momento da pesquisa empírica o intuito sempre esteve centrado nos desdobramentos dos processos que originaram a realização de cada ação. Essa característica pode ser evidenciada na construção das questões e Unidades de Contexto (UC) e Unidades de Registro (UR), no relato da aplicação da AD, assim como na pormenorização das análises realizadas.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.	Adotamos a Análise de Conteúdo de Bardin (2011) para estabelecer critérios teórico-metodológicos que orientaram a elaboração das UC e UR, e dessa forma construímos hipóteses prévias para as análises dos dados coletados. Entretanto, entendemos que apesar dessas construções prévias não podemos garantir a funcionalidade plena de todo esse trabalho, dada a natureza dinâmica e não-linear de uma pesquisa científica com enfoque educativo.
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.	Desde a origem dessa investigação inspirada em estudos que tratam da Natureza da Ciência (NdC) e seus aspectos epistemológicos, passando pela Teoria da Aprendizagem Significativa reconhecemos e assumimos a construção e negociação de significados como processo fundamental na busca pela autonomia da aprendizagem e atuação profissional.

Fonte: Elaborada pela autora (2017) com base em caracterizações de Bogdan e Biklen (1994)

5.1 Participantes Da Pesquisa

A investigação empírica desta pesquisa foi desenvolvida no primeiro semestre de 2017, no turno vespertino, no formato de uma ação universitária de extensão promovida pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM), e pelo Departamento de Matemática (DM) do Centro de Ciências Exatas (CCE) da Universidade Estadual de Londrina do estado do Paraná (UEL-PR). Além disso, tivemos o apoio do grupo de pesquisa Investigações em Filosofia e História da Ciência, e Educação em Ciências e Matemática (IFHIECEM-UEL), e a colaboração da coordenação e de participantes do Programa de Educação Tutorial em Matemática (PET_{MAT}- UEL).

A Abordagem Didática elaborada intitulada *"Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática"* foi ofertada no formato de um curso de extensão para estudantes de Graduação em Matemática, nas modalidades de Licenciatura e Bacharelado, além de docentes que atuam em Matemática na Educação Básica. O curso teve duração de 30h, 20h foram presenciais, sendo distribuídas em cinco encontros de 4h cada um; e 10h foram à distância. Todas as atividades presenciais foram realizadas na Sala 08 – Bloco novo do CCE, no período de 13h30min às 17h30min.

A divulgação do curso foi realizada por meio de contatos pessoais entre pares, redes sociais, lista de e-mails de turmas e professores. A forma de inscrição se deu via plataforma institucional SIGEC, Sistema Integrado para Gestão de Eventos e Cursos. O requisito para participar do referido curso de extensão era ter cursado o componente curricular de Cálculo I.

Recebemos 19 inscrições pela plataforma institucional, e uma inscrição foi realizada presencialmente no primeiro dia do curso, pois a pessoa não conseguiu se inscrever pela plataforma digital e contava com alguma desistência para conseguir uma vaga. Dessas 20 inscrições, tivemos o comparecimento de 14 participantes, sendo 11 no primeiro dia do curso, **Encontro 1**, e mais 3 novos estudantes no **Encontro 2**. Destacamos que a partir do **Encontro 3** não houve novos (as) participantes. Para proceder com a tomada de dados obtivemos, de forma voluntária, a autorização por escrito de todas as 14 pessoas que compareceram mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE[32]), com o compromisso ético de manter em anonimato a identidade dos (as) participantes.

A identificação dos (as) 14 participantes foi realizada utilizando os seguintes códigos: P_1LB_4, P_2B_3, P_3L_3, P_4LB_3, P_5L_4, $\mathbf{P_6L_2}$, P_7L_4, P_8LB_3, $\mathbf{P_9LB_2}$, $P_{10}L_3$, $P_{11}B_3$, $\mathbf{P_{12}L_3}$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$. Os códigos destacados em negrito, na frase anterior, se referem aos três participantes que compareceram inicialmente no segundo dia. As letras e numerações que compõem o código de identificação dos (as) participantes da pesquisa expressam as seguintes informações: "**P"** se refere a participante, e o índice numérico associado os diferencia entre si; na sequência, **"L"** se refere a participantes que estão cursando *Licenciatura em Matemática,* **"LB"** que cursam simultaneamente *Licenciatura e Bacharelado em Matemática*, e **"L_C"** significa que já possui *Licenciatura*

[32] O TCLE utilizado nesta pesquisa pode ser consultado no Apêndice A deste trabalho.

completa em Matemática. Além disso, o índice de numeração que acompanham **"L"** ou **"LB"** indicam o ano universitário em curso. Por exemplo, "P_1LB_4" é a designação para "Participante 1 que está cursando o 4º ano de Licenciatura e Bacharelado em Matemática".

Entretanto, em decorrência de compromissos pessoais, acadêmicos e/ou trabalho permaneceram ao longo do curso 9 participantes, grupo que compõem os sujeitos desta pesquisa, sendo os seguintes: P_1LB_4, P_3L_3, P_5L_4, P_7L_4, P_9LB_2, $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$. Entre esses nove participantes, temos seis cursando Licenciatura em Matemática, dois que cursam Licenciatura em concomitância com o Bacharelado em Matemática, e um recém-formado no curso de Licenciatura em Matemática. Além do mais, oito desses participantes estão envolvidos em algum programa de formação profissional completar (vide Quadro 19). A seguir, apresentamos no Quadro 18 o perfil acadêmico universitário geral do grupo de participantes da pesquisa.

Quadro 18 – Perfil Acadêmico universitário dos (as) participantes do Curso de Extensão

NATUREZA DO VÍNCULO AO CURSO SUPERIOR DE MATEMÁTICA								
GRADUAÇÃO INCOMPLETA	**MODALIDADE**		**Participação em Programas de Formação Complementar**					**GRADUAÇÃO COMPLETA**
Etapa em Andamento	**Licenciatura**	**Licenciatura e Bacharelado**	**PIBID**	**PET**	**PIBID e PET**	**PICME**	**Não participa**	**Licenciatura Plena**
2º ano	00	01						
3º ano	03	00	04	01	01	01	01	01
4º ano	03	01						
Quantidade	**06**	**02**	**07**				**01**	
SUBTOTAL	**08**							**01**
TOTAL	**09**							

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Quanto a assiduidade e participação no Curso de Extensão, destacamos que os participantes P_5L_4, P_7L_4, $P_{10}L_3$, $P_{14}L_C$ estiveram presentes em todos os encontros. Os participantes identificados pelos códigos P_9LB_2 e $P_{12}L_3$ estiveram ausentes somente no Encontro 1, e responderam o questionário prévio no segundo encontro antes do início das atividades específicas do curso. Tais participantes foram informados, orientados e familiarizados antecipadamente em relação aos propósitos e objetivos do curso. As atividades realizadas no Encontro 1 foram explicadas e aplicadas a esses participantes, situação essa que não comprometeu a tomada de dados. No **Encontro 2**, tivemos a ausência justificada de

P_3L_3, por motivo de participação em evento científico. Informamos que o participante $\mathbf{P_6L_2}$ teve presença parcial somente no segundo encontro. No **Encontro 3** tivemos a ausência justificada de três participantes, sendo P_1LB_4, P_3L_3 e $P_{13}L_4$ em razão de compromissos acadêmicos. As leituras e atividades propostas desse encontro foram enviadas por *e-mail* a pedido desses participantes. Tivemos a presença dos nove membros que compõem o grupo final de participantes desta pesquisa tanto no **Encontro 4** quanto no **Encontro 5**, sendo os mesmos identificados nesta investigação por: P_1LB_4, P_3L_3, P_5L_4, P_7L_4, P_9LB_2, $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$.

Apresentamos a seguir, no Quadro 19, a frequência geral desses 9 participantes que compõem o grupo final de estudantes voluntários da pesquisa.

Quadro 19 – Registro Geral de Frequência dos (as) Participantes da Pesquisa

FREQUÊNCIA NO CURSO DE EXTENSÃO DO GRUPO DE PARTICIPANTES						
ENCONTRO		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
DATA		**18/04/17**	**20/04/17**	**24/04/17**	**25/04/17**	**27/04/17**
CURSO SUPERIOR	Licenciatura em curso (L)	P_3L_3; P_5L_4 P_7L_4; $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$	P_5L_4; P_7L_4 $P_{10}L_3$; $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$	P_5L_4; P_7L_4 $P_{10}L_3$; $P_{12}L_3$	P_3L_3; P_5L_4 P_7L_4; $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$; $P_{13}L_4$	P_3L_3; P_5L_4 P_7L_4; $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$; $P_{13}L_4$
	Licenciatura/ Bacharelado (LB)	P_1LB_4	P_1LB_4 P_9LB_2	P_9LB_2	P_1LB_4 P_9LB_2	P_1LB_4 P_9LB_2
	Licenciatura Completa (L_C)	$P_{14}L_C$	$P_{14}L_C$	$P_{14}L_C$	$P_{14}L_C$	$P_{14}L_C$
	TOTAL	**07**	**08**	**06**	**09**	**09**
	Ausência no Encontro	P_9LB_2 $P_{12}L_3$	P_3L_3	P_1LB_4 P_3L_3 $P_{13}L_4$	------	------

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Entre os noves participantes, exceto $P_{12}L_3$, todos (as) estão envolvidos em algum tipo de programa complementar associado à Formação Docente vinculado a seu curso acadêmico de origem. Os programas identificados nesse contexto foram o PIBID, Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, com cinco participantes integrados, o PET_{MAT}, Programa de Educação Tutorial em Matemática, PICME, Programa de Iniciação Científica e Mestrado coordenado pelo IMPA e associado às Olimpíadas de Matemática, e o PECEM-UEL, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. No Quadro 20 detalhamos o perfil formativo complementar do grupo final de participantes da pesquisa.

Quadro 20 – Perfil Formativo Complementar dos (as) participantes do Curso de Extensão

CURSO SUPERIOR DE MATEMÁTICA			
Classificação dos (as) Participantes da pesquisa quanto a integração acadêmica em Programas de Formação Docente Complementar			
Formação Complementar	**MODALIDADE PROFISSIONAL**		
	Licenciatura em curso	**Licenciatura/ Bacharelado**	**Licenciatura Completa**
PIBID	P_5L_4; P_7L_4; $P_{13}L_4$	$P_9\,LB_2$	
PET $_{\text{MAT.}}$	P_3L_3		
PIBID – PET$_{\text{MAT.}}$		P_1LB_4	
PICME[33]	$P_{10}L_3$		
PECEM[34] **- UEL**			$P_{14}L_C$
Não participa	$P_{12}L_3$		
TOTAL	06	02	01

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Quanto aos procedimentos metodológicos para a tomada de dados da parte da pesquisa empírica, apresentamos no **Encontro 1** o contexto da investigação aos participantes explicitando os propósitos e objetivos. O grupo presente foi esclarecido que a aplicação da Abordagem Didática, por meio do curso de extensão, buscava também fazer tomada de dados para avaliar a funcionalidade, e essa atividade é vinculada ao desenvolvimento de pesquisa de nível de doutorado da proponente do curso. No entanto, a participação do curso não implica na obrigatoriedade de oferta de dados para a investigação. Sendo assim, a autorização para o uso das informações coletadas se deu mediante a formalização do documento denominado "Termo de Consentimento Livre e Esclarecido", em duas vias de igual teor (Apêndice A). Para os (as) estudantes que se dispuseram a participar

[33] O **PICME -** Programa de Iniciação Científica e Mestrado - **é** coordenado em nível nacional pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA e ofertado por Programas de Pós-Graduação em Matemática de diversas universidades espalhadas pelo país. É direcionado aos para os medalhistas da OBMEP e ou OBM, independente da edição de participação. O principal objetivo do programa consiste em propiciar aos estudantes universitários, que se destacaram nas Olimpíadas de Matemática, o acesso a uma sólida formação matemática que enriqueça o seu desenvolvimento profissional. Para se candidatar ao programa é necessário estar regularmente matriculado e cursando nível superior em qualquer área em instituições públicas ou privadas, ter recebido medalha (ouro, prata ou bronze) na OBMEP e/ou OBM, em pelo menos uma de suas edições, e ter condições de acompanhar as atividades (que são presenciais) (PORTAL OBMEP, PICME, 2017). Disponível em: <http://picme.obmep.org.br/index/sobre>. Acesso em 14 de julho de 2017.

[34] Docente com Licenciatura completa em Matemática, e estudante especial de Mestrado.

voluntariamente da pesquisa foi solicitado o preenchimento de um "Quadro de Identificação" (Apêndice B). Em seguida, se aplicou o "Questionário Prévio". Após a realização dessas atividades, se procedeu com o início efetivo dos trabalhos pedagógicos planejados por meio da AD. Para isso, foi promovido um momento de sensibilização para evidenciar a relevância do processo de aprender e ensinar de forma crítico-reflexiva, considerando o contexto da Formação Docente em Matemática.

5.2 ANÁLISE DE CONTEÚDO

O referencial teórico-metodológico para a realização das análises segue as características da Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (2011). "A técnica de análise de conteúdo adequada a cada domínio e ao objetivo pretendidos tem de ser reinventada a cada momento" [...] (BARDIN, 2011, p.36). Por isso, a fase da elaboração das questões compostas das respectivas unidades de contexto e registro devem ser precedidas de consistente e coerente fundamentação teórica. O processo de decotificação intersubjetiva das questões, unidades de contextos e registros, e validação dos dados foram realizadas por membros do grupo de pesquisa IFHIECEM.

A Análise de conteúdo consiste em uma técnica metodológica com destaque para as mensagens, as quais fundamentadas em referenciais teóricos adotados podem ser interpretadas com base no reconhecimento de núcleos de sentido. Dessa forma, o objetivo principal é a identificação de fragmentos textuais que possibilitam ao pesquisador (a) compreender a recorrência de registros de núcleos de sentido, e assim enunciar inferências dedutivas. Para Bardin (2011, p.135) "fazer uma análise temática consiste em descobrir os 'núcleos de sentido' que compõem a comunicação e cuja presença, ou frequência de aparição, podem significar alguma coisa para o objetivo analítico escolhido". Os critérios organizadores para a AC apresentados por Bardin (2011) são compostos por três etapas gerais: Pré-análise, Exploração do Material e Tratamento dos dados.

A pré – análise constituiu-se pela organização geral das atividades a serem desenvolvidas durante a pesquisa. Nessa etapa são selecionados os objetivos de pesquisa, construção de hipóteses e o planejamento do modo em que os dados tomados serão organizados. Isso se torna relevante à medida em que contribui para a estruturação da pesquisa empírica. Dessa maneira, o trabalho de campo é norteado com ações prévias situando pesquisador (a) e pesquisados (as) quanto ao refinamento de hipóteses, e a clareza de funções a serem desempenhadas por cada protagonista da pesquisa. A seguir, sintetizamos a pluralidade de instrumentos metodológicos que utilizados para a tomada de dados, e como foram considerados para os procedimentos de análise.

- **Questionário Prévio**: constituído por noves questões, sendo apresentado na seção 5.2.1, aplicado no Encontro 1 com o intuito de conhecer noções iniciais dos (as) participantes a respeito do Cálculo Diferencial e Integral, associados à Formação Docente em Matemática.
- **Questionário Posterior:** composto por sete questões, sendo as mesmas contempladas anteriormente no questionário inicial. Porém, as questões 1 e 7 não fizeram parte deste segundo momento, uma vez que as respostas já obtidas previamente configuram os propósitos da investigação. Esse questionário foi aplicado no término do Encontro 5. De modo geral, realizamos o confronto dos registros escritos iniciais e posteriores para compreender se houve indícios de aprendizagem, e se sim, como essas evidências foram repercutidas.
- **Produções heurísticas:** se referem às elaborações do Vê de Gowin a serem realizadas em todos os encontros. No entanto, as práticas desenvolvidas no Encontro 1 têm a finalidade de familiarizar os (as) participantes com esse instrumento heurístico, e por isso não serão considerados para a composição dos dados da pesquisa. Dessa forma, foram produzidos cinco diagramas epistemológicos, sendo que os três primeiros se referem aos encontros 2, 3 e 4; e os dois últimos foram desenvolvidos no Encontro 5, sendo que os mesmos se referem aos aprimoramentos dos Vês heurísticos dos encontros 3 e 4, com foco temático em Integral e Derivada respectivamente. Todos os detalhes envolvendo essas produções estão descritas no Capítulo 6.
- **Relatos de experiência:** referem-se às memórias pessoais e formativas com base nas vivências de aprendizagem relacionadas ao Curso de Extensão. Essa atividade é caracterizada como um organizador prévio da AD, e foi entregue no Encontro 4 para ser recolhida no Encontro 5.

- **Reflexões heurísticas de aprendizagem:** consiste em relatos escritos a respeito de experiências de aprendizagem relacionadas ao trabalho desenvolvido com o Vê Epistemológico. Essa atividade foi realizada no Encontro 5.
- **Diário de Bordo:** instrumento para registrar as memórias da pesquisa, sendo constituídos por variados tipos de materiais. Inclui registros escritos e fotográficos da pesquisadora principal, trocas de mensagens eletrônicas, anotações e registros fotográficos de integrantes do grupo de pesquisa IFHIECEM que colaboraram de forma solidária e de modo voluntário, para a organização funcional do ambiente educativo. Além disso, foram incorporados relatos, materiais e lembranças de participantes envolvendo a temática da pesquisa. Os dados obtidos por meio desse recurso serão utilizados à medida que se fizerem necessários para complementar informações ou que sejam pertinentes no esclarecimento de possíveis dúvidas.
- **Registros de Filmagem:** os encontros foram filmados parcialmente, com ênfase nos momentos que envolviam discussões e socialização de ideias. No entanto, esses registros fílmicos não foram integrados aos materiais de análise. A intenção de realizar tal registro consiste em um procedimento de acuidade metodológica para salvaguardar propósitos da pesquisa. Em caso da ocorrência de uma situação que justifique a excepcionalidade do uso, o que não foi o caso desta.

A seguir, apresentaremos as questões elaboradas acompanhadas das respectivas Unidades de Contexto (UC) e Unidades de Registro (UR) prévias que fundamentaram a análise dos questionários prévio e posterior. Essas questões norteiam as bases para a exploração e análise após a tomada de dados. Destacamos que após a investigação empírica, demos sequência na etapa das análises, e nesse momento identificamos o que se denomina por Unidade de Registro Emergente (URE). Tal situação é prevista metodologicamente na Análise de Conteúdo de Bardin (2011). Nos casos em que houver necessidade, essas novas unidades de registros foram explicadas, justificadas, e incorporadas tanto na seção 5.2.1 quanto em 5.2.2.

5.2.1 Questionário da Pesquisa e Unidades de Contexto e Registro

A presente seção tem por objetivo apresentar as questões acompanhadas das respectivas Unidades de Contexto e Registro que foram construídas e organizadas previamente para a coleta e análise de dados.

Destacamos que o processo de decotificação intersubjetiva das questões e unidades de contexto e registro elaboradas foi realizado por membros atuais e egressos do Grupo de Pesquisa IFHIECEM (UEL-PR).

QUESTÃO 1

Durante o processo de formação inicial em Matemática, indique (e especifique) atividades/disciplinas que tenham abordado noções de História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral:

- ( ) Disciplinas específicas: ____
- ( ) Disciplinas correlatas: ____
- ( ) Cursos complementares: ____
- ( ) Outros:____
- ( ) Não.

Essa questão foi proposta com o objetivo de conhecer se os participantes receberam informações durante sua formação inicial que possam ter contribuído para a compreensão de aspectos relacionados à História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento específico do Cálculo Diferencial e Integral.

A Unidade de Contexto 1 (UC1) "**Presença de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial contemplando o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral"** foi elaborada para reunir fragmentos textuais que identificam em que componentes curriculares da formação inicial os (as) participantes receberam informações que possam ter contribuído para a compreensão de aspectos relacionados à História e/ou Filosofia da Matemática considerando a área específica do Cálculo Diferencial e Integral.

Os dados analisados nesta Unidade foram organizados em oito Unidades de Registro (UR) prévias possíveis, e houve necessidade de elaborar a URE 1.9 durante a realização das unitarizações.

UR 1.1 **“Noções de Filosofia da Matemática em disciplina específica na formação inicial”**, para agrupar os registros que apresentam tais noções na formação dos participantes.

UR 1.2 **“Noções de História da Matemática em disciplina específica na formação inicial”**, para agrupar os registros que apresentam noções de História da Matemática em disciplina específica.

UR 1.3 “**Noções de História e Filosofia da Matemática em disciplina específica na formação inicial**”, para agrupar os registros dos participantes que apresentaram tais noções em sua formação inicial.

UR 1.4 **“Noções de Filosofia e/ou História da Matemática em disciplina correlata, cursos ou em outras atividades na formação inicial**”, para agrupar os registros dos participantes que tiveram essas noções em momentos educativos que não se tratava de disciplinas específicas referentes ao Cálculo Diferencial e Integral.

UR 1.5 **“Ausência de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial**”, para agrupar os registros dos participantes que não receberam noções de Histórica e/ou Filosofia da Matemática durante sua formação inicial.

UR 1.6 **“Noções de História e Filosofia da Matemática em disciplina específica e/ou correlata na formação inicial, sem especificação”**, para agrupar os registros dos participantes que tiveram as noções em questão, e não registraram em que disciplina foi realizada.

UR 1.7 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar os registros dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 1.8 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas de participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

URE 1.9 **“Não sabe ou não se recorda”**, para agrupar as respostas de participantes que explicitam não saberem ou não se recordarem de informações a respeito dessa questão proposta.

QUESTÃO 2

Para você, o que significa um conceito matemático? Exemplifique o seu raciocínio adotando um conceito matemático de sua preferência para sua resposta.

Essa questão foi proposta com o intuito de conhecer se os participantes compreendem significados relacionados ao processo de identificar um conceito matemático. Recordamos em Ausubel (1968) que os conceitos são os alicerces da experiência cognitiva, porque libertam o pensamento, a aprendizagem e a comunicação do mundo físico. Podem existir desdobramentos de conceitos sob a forma de subconceitos. Por exemplo, podemos conceituar número, e dentro desse âmbito específico, há número "natural", número "racional", número "real", isto é, ramificações do conceito geral "número". Para a finalidade científica dessa questão vamos relacionar conceito como "objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos essenciais e são designados numa determinada cultura por algum signo ou símbolo aceito" (AUSUBEL, 1968, p.74). As terminologias "equação", "carro", "escola", "paz", "quadrado", "pesquisa" são exemplos de conceitos culturalmente aceitos que utilizamos. Consideramos necessário explicitar que deve existir prudência para "não se confundir o mecanismo pelo qual uma palavra adquire um significado com fatores responsáveis pelo grau relativo de significação manifestado por ela" (AUSUBEL, 1968, p.43).

A Unidade de Contexto 2 (UC2) **"Aprendizagem Significativa e natureza do significado de conceito"** foi elaborada para reunir fragmentos textuais que identificam se os participantes compreendem significados relacionados ao processo de se identificar um conceito matemático.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas dez Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 2.1 "Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem representacional com ou sem exemplificação", para agrupar os registros dos participantes que se referem ao significado de palavras ou símbolos expressando sua representação, seja nomeando, classificando ou definindo funções. Por exemplo, quando uma pessoa lê a palavra "triângulo", e associa uma imagem mental adequada dessa figura, ou associa-se o objeto caneta com a finalidade de produzir uma escrita de forma manual.

UR 2.2 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual com exemplificação”, para agrupar os registros dos participantes que se referem ao significado de uma ideia genérica unitária com um conjunto de atributos essenciais específicos, o qual pode envolver uma ou mais relações entre conceitos elementares, com exemplificação. A formação de um conceito depende de uma equivalência representacional entre o símbolo genérico (o nome do conceito) e o conteúdo cognitivo evocado por ele. Por exemplo, para se compreender o conceito de “Velocidade” pode se estabelecer uma relação entre “distância” e “tempo”, ou imaginar um carro em movimento associando tais grandezas.

UR 2.3 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual sem exemplificação”, para reunir os registros dos participantes que se referem ao significado de uma ideia genérica unitária com um conjunto de atributos essenciais específicos, o qual pode envolver uma ou mais relações entre conceitos elementares, sem exemplificação. Por exemplo, compreende-se “triângulo” como sendo um polígono constituído de três lados, e não se apresenta uma figura ou outra representação simbólica.

UR 2.4 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional com exemplificação”, para agrupar os registros dos participantes que diz respeito ao significado de ideias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças com exemplificação. Por exemplo, compreender o “Teorema de Pitágoras” implica conhecer o significado de “hipotenusa”, “cateto”, “triângulo retângulo”, e as relações que são possíveis de estabelecer com esses. Para exemplificar poderia ser aceito o modelo matemático algébrico de tal teorema, isto é, $a^2 = b^2 + c^2$, ou uma figura que representa coerentemente essa relação geométrica.

UR 2.5 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional sem exemplificação”, para agrupar os registros dos participantes que diz respeito ao significado de ideias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças, sem exemplificação. Por exemplo, conceitua-se “Função”, mas não é apresentado uma expressão matemática simbólica ou representação gráfica de tal conceito.

UR 2.6 “Divergência e/ou polissemias semânticas entre o conceito citado e o exemplo apresentado”, para agrupar os registros que explicam o significado de algum conceito matemático, mas o exemplificam de maneira incoerente à explanação registrada.

UR 2.7 "Discrepâncias entre o consenso científico atual de uma terminologia e significados reais idiossincráticos[35]", para agrupar os registros dos participantes que explicitam a compreensão do significado de um determinado conceito matemático divergente do consenso científico atual.

UR 2.8 "A resposta não contempla a pergunta", para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 2.9 "**Não sabem ou não se recordam**", para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 2.10 "A questão ficou em branco", para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

QUESTÃO 3

Para você, durante o processo de formação inicial em Matemática, há contribuições do estudo de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica? Se sim, justifique sua resposta citando exemplos de contribuições.

Essa questão foi proposta com o intuito de conhecer se os participantes identificam ou não contribuições do estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica, em conformidade com o disposto nas diretrizes gerais curriculares nacionais, Brasil (2001), para cursos de Licenciatura em Matemática.

A Unidade de Contexto 3 (UC3) **"Contribuições de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica"** foi elaborada com o objetivo de identificar fragmentos textuais dos participantes que explicitem contribuições potenciais do estudo de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica, podendo contemplar aspectos históricos, filosóficos, epistemológicos, de aplicações e/ou pedagógicos envolvendo tal questão.

[35] Terminologia específica relacionada a Teoria da Aprendizagem Significativa. Configura-se em quadros de referências construídas pelo próprio sujeito, independente se tais referências são coerentes a consensos científicos atuais para a questão em análise. "Os significados lógicos e verídicos inerentes aos materiais de instrução são, muitas vezes, distorcidos de forma subjetiva na memória, pois todos os indivíduos possuem, como é evidente, na própria estrutura cognitiva, ***quadros de referência idiossincráticos*** e culturais para avaliarem pessoas e casos" (AUSUBEL, 2003, p.124, grifo meu).

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas quinze Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 3.1 **"Contribuições associadas às representações, propriedades, operações e/ou aplicações aritméticas"**, para reunir registros de fragmentos textuais que explicitam contribuições formativas destacando aspectos aritméticos presentes no estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.2 **"Contribuições relacionadas às representações, compreensões e/ou tratamentos algébricos"**, para agrupar registros dos participantes que apresentam contribuições oriundas de contextos algébricos elementares amplamente enfatizados durante o estudo de Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.3 **"Contribuições relativas ao aprimoramento de noções, representações, visualizações e/ou aplicações geométricas"**, para agrupar registros dos participantes que descrevam contribuições associadas a domínios geométricos envolvendo o estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.4 **"Contribuições referentes aos processos de compreensão e/ou interpretação de taxas de variação de grandezas associadas ao estudo de fenômenos"**, para agrupar registros dos participantes que explicitem contribuições do Cálculo Diferencial e Integral relacionando compreensões e interpretações a respeito de taxas de variação, para o aprimoramento de estudo de fenômenos de quaisquer naturezas de conhecimento.

UR 3.5 **"Contribuições associadas às representações, conceitos, aplicações, análises de crescimento/decrescimento, interpretação de máximos/mínimos e/ou construção gráficas envolvendo o tratamento de funções não-periódicas"**, para reunir registros dos participantes que explicitam contribuições para o aprimoramento de tratamentos matemáticos envolvendo funções, enfatizadas durante o desenvolvimento do estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.6 **"Contribuições relacionadas às representações, conceitos, funções periódicas, tratamentos, e/ou aplicações em contextos trigonométricos"**, para agrupar registros dos participantes que explicitam contribuições formativas destacando aspectos trigonométricos presentes no estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.7 **"Contribuições associadas aos aspectos históricos e/ou filosóficos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos"**, para agrupar registros dos participantes que apresentam contribuições oriundas de aspectos históricos e/ou filosóficos presentes no estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.8 **“Contribuições associadas aos aspectos didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos”**, para reunir registros dos participantes que destacam contribuições didático-pedagógicas provenientes do estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

UR 3.9 **“Contribuições associadas aos aspectos históricos, filosóficos e didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam contribuições desses aspectos elencados em questão.

UR 3.10 **“Ausência de explicitação do tipo de contribuição”,** para agrupar registros dos participantes que afirmam haver contribuições do estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente inicial, mas não explicitam o tipo da contribuição que tal formação exerce para a atuação profissional no âmbito da Educação Básica.

UR 3.11 **“Divergência e/ou polissemias semânticas entre a contribuição citada e/ou o nível formativo solicitado na questão”**, para agrupar registros incoerentes de contribuições do estudo do Cálculo Diferencial e Integral aplicados no âmbito da Educação Básica.

UR 3.12 **“Não identifica contribuições de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial”** para reunir registros que não identificam contribuições do estudo do Cálculo Diferencial e Integral na etapa da formação inicial docente.

UR 3.13 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar registros dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 3.14 “**Não sabem ou não se recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 3.15 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

QUESTÃO 4

Que relações associadas ao processo de construção de conhecimentos podem ser estabelecidas entre conteúdos matemáticos aprendidos na etapa da Educação Básica, e conceitos de Cálculo Diferencial e Integral na etapa de formação docente inicial em Matemática?

Essa questão foi proposta com o objetivo de conhecer se os participantes identificam relações de natureza epistemológica entre conteúdos estudados no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral e os associam a processos pedagógicos de aprendizagem matemática em contextos da Educação Básica.

A Unidade de Contexto 4 (UC4) **“Relações entre conceitos matemáticos prévios e natureza epistemológica do conhecimento associados ao estudo inicial do Cálculo Diferencial e Integral”** foi elaborada para identificar fragmentos textuais dos participantes que estabelecem relações entre a natureza epistemológica de conhecimentos matemáticos associados ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, e reconhecem a presença desses conhecimentos em contextos associados a aprendizagem matemática em etapas da Educação Básica.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas oito Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 4.1 **“Relações discreto/contínuo”**, para reunir registros dos participantes que estabelecem ideias que podem ser caracterizadas como possível dicotomia entre a Aritmética e a Geometria, enfatizado pela omissão de ideias de continuidade presentes, por exemplo, no estudo de conjuntos numéricos. A “interface entre a representação decimal de um número irracional (discreto) e a sua representação geométrica (contínua) não é realizada no momento de ensino de Matemática[36]”.

UR 4.2 **“Relações variabilidade/permanência”**, para agrupar registros dos participantes que associam a ideia de função como uma correspondência estática entre os valores das variáveis “x” e “y”, ou que explicitem a ideia dinâmica de função como uma “medida” da taxa de variação de uma das variáveis em relação a outra no estudo de um determinado fenômeno.

[36] Com base na tese de Rezende (2003).

UR 4.3 **“Relações finito/infinito”**, para agrupar registros dos participantes que associam a noção de infinito como característica potencialista, ou a compreensão da noção de limite como um processo de aproximação de valores, ou menções a situações matemáticas que originam indeterminações matemáticas.

UR 4.4 **“Relações de máximo/mínimo”**, para agrupar registros dos participantes que mencionam o trabalho com funções polinomiais e/ou exponenciais como oportunidade que podem ser explorados significados de crescimento/decrescimento, ou determinação pontos de máximo ou mínimos em escala local ou global, ou ainda determinação de pontos em que uma determinada função não é definida.

UR 4.5 **“Relações sistematização/construção”**, para reunir registros dos participantes que evidenciam a relevância do conhecimento do significado do desenvolvimento histórico de um conceito científico, e diferentes explicações para se formalizar e definir tal conceito ao longo do desenvolvimento da Ciência. Por exemplo, o conceito de função está associado historicamente ao processo de variabilidade entre duas grandezas, e não como uma relação especial entre conjuntos conforme a ideia contemporânea contemplada na Teoria dos Conjuntos.

UR 4.6 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 4.7 **“Não sabem ou não se recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 4.8 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

URE 4.9 **“Ausência de experiência profissional”** para agrupar as respostas dos participantes que explicitaram não possuir experiência profissional em relação à prática docente.

URE 4.10 **“Noção formativa reelaborada do conhecimento matemático”** para reunir respostas dos participantes que reconhecem relações entre conteúdos matemáticos básicos e ideias fundamentais do Cálculo como novidade e/ou aprofundamento no âmbito da Formação Docente inicial em Matemática.

QUESTÃO 5

Considere f uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa integrar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Descreva seu entendimento desse processo matemático e cite exemplos.

Essa questão foi proposta com o intuito de conhecer como os participantes compreendem o significado do processo matemático associado a integração de uma função de uma variável real, definida em um intervalo numérico. Não é raro nos depararmos com a situação em que a pessoa sabe “calcular” a integral de uma função, mas não compreende a interpretação do significado científico, ou possível aplicação envolvendo tal procedimento. Muitas vezes usa-se o artifício do cálculo exacerbado e “fórmulas prontas”, de forma puramente procedimental, para ocultar fragilidades e inconsistências relativas a compreensões conceituais.

A Unidade de Contexto 5 (UC5) **“Significados atribuídos ao processo de Integração de função de uma variável real definida em um dado intervalo numérico”** foi elaborada para identificar fragmentos textuais dos participantes a respeito de como compreendem e interpretam significados potenciais relativos ao processo matemático de integração, de função de uma variável real definida em um intervalo numérico explicitado.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas quatorze Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 5.1 “**Significado conceitual de integral associado à ideia da soma de Riemann com exemplificação**”, para agrupar registros dos participantes que apresentam o significado e exemplos de integração de uma função definida interpretada como a soma de áreas de retângulos que se aproximam da área de uma região delimitada pelo gráfico de uma função “f” e o eixo das abscissas do plano cartesiano, com exemplo.

UR 5.2 “**Significado conceitual de integral associado à ideia da soma de Riemann sem exemplificação**”, para agrupar registros que apresentam o significado de integração de uma função definida interpretada como a soma de áreas de retângulos que se aproximam da área de uma região delimitada pelo gráfico de uma função “f” e o eixo das abscissas do plano cartesiano, mas não apresentam exemplificação.

UR 5.3 “**Significado conceitual de integral associado à ideia de formalização do conceito de limite de uma função contínua”**, para agrupar registros dos participantes que compreendem o significado do processo de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão por meio da formalização do conceito de limite, com ou sem exemplificação.

UR 5.4 “**Significado conceitual interpretando a integral como a antiderivada de uma função contínua definida”**, para reunir registros dos participantes que compreendem o significado de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão referindo-se como processo de estabelecer a antiderivada, com ou sem exemplificação.

UR 5.5 “**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao Teorema Fundamental do Cálculo”**, para reunir registros dos participantes que compreendem o significado do processo de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão referindo-se ao Teorema Fundamental do Cálculo, com ou sem exemplificação/representação.

UR 5.6 “**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de áreas entre curvas delimitadas por funções”**, para englobar registros dos participantes que compreendem o significado de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão como o processo de determinação de áreas entre curvas, com ou sem exemplificação/representação.

UR 5.7 “**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de volume de sólidos geométricos”**, para reunir registros dos participantes que compreendem o significado do processo de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão como procedimento para determinar volume de sólidos geométricos, com ou sem exemplificação/representação.

UR 5.8 “**Significado conceitual relacionando a integral de uma função definida ao cálculo de distância percorrida por um objeto, por meio da variação instantânea da velocidade no período considerado”**, para agrupar registros dos participantes que compreendem o significado de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão associando com a origem histórica do problema do cálculo da distância percorrida por um objeto, em razão dos registros de velocidades instantâneas no período considerado, com ou sem exemplificação/representação.

UR 5.9 **“Divergência e/ou polissemias semânticas entre o significado conceitual atribuído e o exemplo apresentado”**, para reunir registros dos participantes que apresentam divergência e/ou polissemias semânticas entre o significado do processo de integração de uma função nas condições estabelecidas pela questão, e o exemplo apresentado.

UR 5.10 “**Ausência de conceituação com exemplificação**”, para agrupar registros que não explicitam significados matemáticos associados ao processo de integração de uma função, mas citam exemplos ou aplicações.

UR 5.11 **“Discrepâncias entre atribuições de significados associados ao consenso científico atual e significações reais idiossincráticas”**, para agrupar os registros dos participantes que explicitam a compreensão do significado de integral de uma função definida divergente de significados associados ao consenso científico atual.

UR 5.12 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 5.13 “**Não sabem ou não se recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 5.14 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

URE 5.15 **“Ausência de compreensão de integração em contexto diverso ao geométrico”** para agrupar as respostas em que os participantes não reconhecem o processo de integração em outros problemas distintos do geométrico.

URE 5.16 **“Atribuição de significados de integração conforme grandezas envolvidas”** para reunir registros dos participantes que identificam o contexto da questão com base em grandezas envolvidas, por exemplo, velocidade, aceleração.

QUESTÃO 6

Considere f uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa derivar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Relate suas compreensões a respeito desse processo matemático e cite exemplos.

Essa questão foi proposta com o objetivo de analisar como os participantes compreendem o significado do processo matemático associado a derivação de uma função de uma variável real, uma vez que não é raro encontrarmos na literatura descrições enfatizando cálculos, em detrimento da compreensão do significado conceitual, conforme pesquisas de TALL (1992) e ARTIGUE (1995).

A Unidade de Contexto 6 (UC6) **“Atribuição de significados ao processo de Derivação de função de uma variável real”** foi elaborada para identificar fragmentos textuais dos participantes a respeito de como compreendem e interpretam significados potenciais associados ao processo matemático de derivação, de função de uma variável real.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas nove Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 6.1 “**Atribuição de significado associado à intepretação geométrica da derivada como a inclinação da reta tangente ao gráfico em um ponto considerado”**, para agrupar registros dos participantes que compreendem o significado de derivação de função de uma variável real associada a intepretação geométrica relativa ao coeficiente angular da reta tangente em um ponto referenciado.

UR 6.2 “**Atribuição de significado associado à intepretação da derivada como uma taxa de variação**, para reunir registros dos participantes que compreendem o significado de derivação de função de uma variável real como medida da taxa de variação de uma grandeza relacionada a variabilidade de outra.

UR 6.3 “**Atribuição de significado associado à intepretação física da derivada como a velocidade instantânea de um determinado objeto”**, para agrupar registros dos participantes que compreendem o significado de derivação de função de uma variável real conforme origem histórica do problema do cálculo da velocidade instantânea de um determinado objeto, em um intervalo de tempo considerado.

UR 6.4 “**Atribuição de significado associado à intepretação da derivada de uma função como limite da taxa de variação média em um ponto considerado tendendo a zero, se tal limite existe”**, para reunir registros dos participantes que compreendem o significado de derivação de função de uma variável real como sendo o limite que tende a zero, se existir, da taxa de variação média em um ponto considerado.

UR 6.5 “**Ausência de conceituação com exemplificação**”, para agrupar registros que não explicitam significados matemáticos associados ao processo de derivação de uma função, mas citam exemplos ou aplicações.

UR 6.6 **“Discrepâncias entre atribuições de significados associados a intepretações do consenso científico atual e significações reais idiossincráticas”**, para agrupar os registros dos participantes que explicitam a compreensão do significado de derivada de função de uma variável real divergente dos significados do consenso científico atual.

UR 6.7 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 6.8 **“Não sabem ou não recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 6.9 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

QUESTÃO 7

Que dificuldades de aprendizagem de conteúdos matemáticos você enfrentou ou percebeu durante a etapa inicial de seu processo formativo, no que diz respeito ao estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral? Por favor, comente-as.

Essa questão foi proposta com o objetivo de identificar dificuldades de aprendizagem matemática enfrentadas ou percebidas pelos participantes durante o processo de formação inicial relativa ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral. A palavra dificuldade nessa questão se refere ao impedimento parcial de natureza cognitiva, emocional, didático-pedagógica, e/ou social para se alcançar êxitos em processos de aprendizagem matemática. Isto é, visibilizar fatores que contribuem de forma direta ou indireta dissonante ou inconveniente, para se construir e efetivar momentos profícuos de aprendizagem matemática.

A Unidade de Contexto 7 (UC7) **“Dificuldades de aprendizagem matemática evidenciadas durante o processo de formação inicial do estudo de Cálculo Diferencial e Integral”** foi construída para identificar fragmentos textuais dos participantes a respeito de dificuldades enfrentadas ou percebidas durante o processo de formação inicial de Cálculo Diferencial e Integral, as quais foram baseadas em trabalhos de (TALL, 1993; ARTIGUE, 1995, e REZENDE, 2003).

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas vinte Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 7.1 “**Dificuldades associadas à complexidade de objetos básicos do Cálculo, tais como números reais, sequências, funções e a necessidade de formalização conceitual dos mesmos no início do processo de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam dificuldades relacionadas ao entendimento de formalização conceitual de objetos matemáticos considerados básicos no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral, conforme já denominados nessa unidade de registro.

UR 7.2 **“Dificuldades associadas à conceituação e formalização da noção de limite, foco central para construir e sistematizar definições de objetos matemáticos no processo do estudo do Cálculo Diferencial e Integral”**, para reunir registros dos participantes que afirmam que suas dificuldades de aprendizagem circularam em torno da conceituação formal de limite, suas extensões e correlações com outros conceitos.

UR 7.3 **“Dificuldades de interpretar e compreender significados de um conceito matemático por meio do processo formal de demonstração”**, para reunir registros dos participantes que explicitam que suas dificuldades de aprendizagem estavam relacionadas a processos de demonstração matemática[37].

UR 7.4 **“Dificuldades relacionadas ao desenvolvimento de articulação entre registros simbólicos associados a formalização de processos algébricos como representação abstrata do pensamento”**, para englobar registros dos participantes que explicitam dificuldades a respeito do processo de articular a dualidade simbólica e algébrica no processo de formalização de conceitos matemáticos.

UR 7.5 **“Dificuldades associadas à produção de imagens mentais específicas de funções”**, para reunir registros dos participantes que relatam dificuldades referentes ao processo de construção e produção de imagens mentais, para corroborar o entendimento de características específicas de certos tipos de funções.

UR 7.6 **“Dificuldades associadas à variadas tipologias de notações, linguagens, vocábulos específicos e representações simbólicas”**, para reunir registros dos participantes que explicitam que suas dificuldades de aprendizagem se relacionavam com múltiplas formas de notação, linguagem, vocábulos e símbolos, comprometendo a fluidez e a dinamicidade do entendimento.

---

[37] Poincaré (1904) afirma ser necessário primeiramente familiarizar o estudante com o objeto matemático, e depois gradualmente apresentar e discutir a formalização da definição.

UR 7.7 **“Dificuldades em interpretar e traduzir problemas envolvendo fenômenos reais para a formulação e sistematização do cálculo”**, para agrupar registros dos participantes que elencam dificuldades de natureza interpretativa associadas a tradução de problemas ou enunciados, envolvendo a representação de fenômenos reais para o desenvolvimento de cálculos.

UR 7.8 **“Dificuldades na seleção e utilização de representações matemáticas adequadas para uma dada situação”**, para reunir registros dos participantes que explicitam dificuldades de compreensão para selecionar e representar de forma adequada uma organização lógico-formal para a solução de uma determinada situação.

UR 7.9 **“Dificuldades associadas ao manejo procedimental de diferentes manipulações algébricas”**, para englobar registros dos participantes que relatam dificuldades em desenvolver procedimentos extensos de natureza algébrica, tendo em vista a sequência de muitas etapas a serem seguidas e cumpridas em uma determinada ordem estabelecida.

UR 7.10 **“Dificuldades em reconhecer e associar conhecimentos prévios para a promoção e estruturação da aprendizagem de novos conhecimentos”**, para agrupar registros dos participantes que afirmam apresentarem dificuldades para associar conhecimentos prévios a estruturação e organização de novos conhecimentos, isto é, ausência ou insipiência de fundamentos básicos que sustentariam novas aprendizagens.

UR 7.11 “**Dificuldades associadas à ausência de conhecimentos prévios para a aprendizagem de novos conhecimentos”**, para reunir registros dos participantes que explicitam que enfrentaram dificuldades em seu processo de aprendizagem em decorrência de não possuírem, em seu repertório cognitivo, conceitos matemáticos que embasam a compreensão de novos conhecimentos.

UR 7.12 **“Dificuldades em assimilar ideias complexas novas em decorrência da limitação de tempo no âmbito de uma disciplina universitária”**, para reunir registros dos participantes que afirmam que a causa de suas dificuldades se refere a limitação de tempo para o estudo de muitos conteúdos novos, e isso compromete o processo de assimilação e entendimento de diferentes ideias trabalhadas simultaneamente.

UR 7.13 **“Dificuldades associadas à compreensão conceitual em decorrência da ênfase dada em métodos processuais de cálculos”**, para reunir registros dos participantes que relatam dificuldades no processo de compreensão conceitual em detrimento de métodos processuais de cálculo.

UR 7.14 **“Dificuldades envolvendo a compreensão de representações geométricas para a assimilação e sistematização de novos conceitos matemáticos”**, para agrupar registros dos participantes que afirmam que suas dificuldades originam de fatores de ordem de interpretação geométrica, associados a processos de representação para a assimilação e sistematização de novos conceitos a serem entendidos.

UR 7.15 **“Dificuldades envolvendo fatores psicocognitivos, de caráter psicoemocionais e/ou de natureza social”**, para agrupar registros dos participantes que relatam que suas dificuldades são oriundas de aspectos psicocognitivos, psicoemocionais e/ou relacionadas a questões sociais.

UR 7.16 **“Dificuldades de natureza didático-pedagógica no processo de ensino e de aprendizagem no contexto em questão”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam que as dificuldades enfrentadas ou percebidas decorreram de fatores associados a natureza do processo didático-pedagógico envolvido em questão.

UR 7.17 **“Ausência de dificuldades no processo de aprendizagem matemática”**, para reunir registros dos participantes que relataram que não enfrentaram ou não perceberam dificuldades de aprendizagem durante seu processo formativo inicial associado ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

UR 7.18 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 7.19 **“Não se recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não se recordarem a respeito da temática proposta pela questão.

UR 7.20 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

QUESTÃO 8

Relate sua compreensão matemática a partir da seguinte afirmação[38]:
Seja *f* uma função contínua definida no intervalo [a,b], então a integral definida de *f* de *a* a *b*, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{|\Delta|\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x$, se o limite existir. Fique à vontade para usar exemplos que fundamentem suas considerações.

Essa questão foi elaborada com o objetivo de conhecer como os participantes compreendem a representação simbólica que representa de forma geral o conceito de integral definida de função de uma variável real. Courant e Robbins (2000) explicitam o significado geométrico associado ao algébrico, e a necessidade da formalização conceitual em termos simbólicos. Ressaltamos que uma das competências exigidas à compreensão matemática consiste em reconhecer, ler, articular, compreender e interpretar símbolos e códigos referentes a constituição da linguagem científica (BRASIL, PCN+, 2002).

A Unidade de Contexto 8 (UC8) **"Compreensão do significado da representação simbólica do conceito de integral definida de função de uma variável real"** foi elaborada para identificar fragmentos textuais dos participantes a respeito de como compreendem a representação do conceito de integral definida por meio de linguagem expressa por notação simbólica.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas oito Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 8.1 "**Compreensão do significado segundo o consenso científico atual com exemplificação**", para agrupar registros dos participantes que apresentam compreensões de acordo com significados atribuídos pelo consenso científico atual, e explicitam exemplos.

UR 8.2 "**Compreensão do significado segundo o consenso científico atual sem exemplificação**", para agrupar registros dos participantes que apresentam compreensões de acordo com significados atribuídos pelo consenso científico atual, e não citam exemplos.

[38] Com base em Leithold (1994). A partição Δ contém *n* subintervalos. Um deles é o maior; pode existir mais de um desses subintervalos. O comprimento do maior subintervalo da partição Δ, chamado norma de partição, é denotado por $|\Delta|$ (LEITHOLD, 1994, p. 324).

UR 8.3 “**Exemplificação segundo o consenso científico atual**”, para agrupar registros dos participantes que contemplam exemplos, mas não explicitam compreensões a respeito da questão proposta.

UR 8.4 “**Divergências e /ou polissemias semânticas de compreensão”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam suas compreensões de forma incoerente de significados atribuídos pelo consenso científico atual.

UR 8.5 “**Exemplificação polissêmica a respeito da compreensão relatada**”, para agrupar registros que apresentam exemplificação incoerente com a compreensão explicitada.

UR 8.6 **“A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 8.7 “**Não sabem ou não recordam**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não ter conhecimento ou não se recordarem da temática proposta pela questão.

UR 8.8 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

QUESTÃO 9

Calcule[39] a integral $\int_1^5 (5x+7)dx$, e explique por meio de representação geométrica o significado desse procedimento matemático.

Essa questão foi proposta com o intuito de conhecer se os participantes identificam o cálculo da integral de uma função linear definida como a área de uma figura, a qual pode ser representada geometricamente por meio do plano cartesiano. Tal representação poderia ser utilizada em contextos de aprendizagem matemática no âmbito da Educação Básica. A presente questão poderia ser adaptada para o uso no Ensino Médio com o seguinte enunciado*: “considere a função f (x) = 5x +7 definida no conjunto dos Números Reais. Represente-a no plano cartesiano, e calcule a área da figura delimitada pela mesma com o eixo das abscissas para o intervalo numérico [1,5]”.*

[39] A integral que compõem essa questão foi retirada de (IEZZI; MURAKAMI; MACHADO, 2013, p.214).

A Unidade de Contexto 9 (UC 9) **“Resolução de integral de função linear definida e natureza do significado geométrico”** foi elaborada para identificar fragmentos textuais dos participantes no processo de resolução de uma integral de função linear definida, relacionando procedimentos algébricos e interpretações geométricas.

Para essa Unidade de Contexto foram organizadas oito Unidades de Registros (UR) prévias possíveis.

UR 9.1 **“Resolução correta da integral e representação coerente à natureza do significado geométrico”**, para reunir registros dos participantes que explicitam resolução e significado geométrico adequados à questão.

UR 9.2 **“Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente à natureza do significado geométrico”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam resolução adequada da integral, mas representação divergente do significado geométrico referente a questão.

UR 9.3 **“Resolução correta da integral sem representação da natureza do significado geométrico do cálculo”**, para reunir registros dos participantes que explicitam a resolução adequada da integral, e não realizam registros quanto ao significado geométrico em questão.

UR 9.4 **“Resolução incoerente da integral sem representação da natureza do significado geométrico do cálculo”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam a resolução incorreta da integral, e não realizam registros quanto ao significado geométrico em questão.

UR 9.5 **“Resolução incoerente da integral com representação correta da natureza do significado geométrico do cálculo”**, para agrupar registros dos participantes que explicitam resolução incorreta da integral, mas apresentam o significado geométrico referente a questão.

UR 9.6 “**A resposta não contempla a pergunta”**, para agrupar respostas dos participantes que não corresponderam com a pergunta realizada.

UR 9.7 **“Não sabe ou não se recorda**”, para agrupar as respostas em que os participantes explicitam não saberem ou não se recordarem de como resolve a questão proposta.

UR 9.8 **“A questão ficou em branco”**, para agrupar as respostas dos participantes que não realizaram registros escritos para essa questão.

URE 9.9 **“Resolução correta da integral e representação gráfica coerente ao significado geométrico com explicações verbais”** para agrupar registros que contém resolução e a representação gráfica adequadas à integral, e realizam explicações verbais quanto a natureza do significado geométrico da questão.

URE 9.10 **“Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente ao significado geométrico com explicações verbais”** para agrupar registros que contém resolução correta da integral, mas a representação gráfica não é adequada com realização de explicações verbais envolvendo a natureza do significado geométrico da questão.

A seguir, apresentaremos as Unidades Epistemológicas de Contexto e Registro fundamentadas em critérios heurísticos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005), a fim de avaliar a produção de Diagramas “Vê(s)”.

5.2.2 Vê de Gowin e Unidades Epistemológicas de Contexto e Registro

A presente seção tem por objetivo apresentar as seis Unidades de Epistemológicas (UEp) acompanhadas das respectivas Unidades de Contexto (UCEp) e Registro (UREp) que foram construídas, organizadas e sistematizadas previamente para a tomada e análise de dados. No entanto, durante o processo de exploração do material e análise das produções heurísticas houve necessidade de elaborarmos Unidades de Registro Epistemológicas Emergentes (UREpE) para cinco das UCEp, uma vez que os trabalhos originais de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) não previam critérios heurísticos para o contexto de Formação Docente. Esclarecemos que a numeração das UREpE segue o princípio de associação de ideias compatíveis com as unidades prévias. À medida que serão apresentadas, essas estarão identificadas pelo código “UREpE”, e a identificação para efeitos de diferenciação será sinalizada por um asterisco (*).

As seis unidades de contextos epistemológicas, a saber são: **UCEp 1** trata da *Questão-foco*, **UCEp 2** aborda os registros de *Acontecimentos, eventos ou objetos* associados a questão foco, **UCEp 3** envolve *Teorias, princípios e conceitos* relacionados a questão e ao evento principal, **UCEp 4** retrata *Registros e transformações* realizadas em busca de se responder à questão investigada, **UCEp 5** traz as *Asserções de conhecimento* na forma de declarações objetivas que procuram responder à questão foco, e a **UCEp 6** refere-se às *Asserções de valor* ou dito também *juízos de valor* que qualificam a relevância do estudo desenvolvido.

A Unidade de Contexto Epistemológica 1 (**UCEp1**) "**Questão-Foco"** foi elaborada para reunir as produções heurísticas obtidas na forma de Diagrama "Vê" com o objetivo de identificar registros escritos relacionados à identificação da questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp1 foram organizados em seis Unidades de Registro Epistemológica (UREp) prévias possíveis, e houve necessidade de elaborar a UREpE 1.4 durante a realização das unitarizações das produções heurísticas. O Quadro 21 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp1.

Quadro 21 – UCEp 1 – Questões - Foco e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 1 – Questão Foco
Unidades de Registro Epistemológica (URE$_P$)
UREp 1.1 Não está identificada nenhuma questão central.
UREp 1.2 Identifica-se uma questão central, mas não se refere aos objetos e ao acontecimento principal.
UREp 1.3 Identifica-se uma questão central, mas não se refere ao lado conceitual do "Vê".
UREpE *1.4 (UREpE) Identifica-se uma questão central e não inclui conceitos pertinentes, e sugere (m) objeto (s) ou o acontecimento principal.
UREp 1.5 Identifica-se uma questão central e inclui conceitos pertinentes, mas estão relacionados acontecimentos ou objetos divergentes em relação ao restante da atividade proposta.
UREp 1.6 Identifica-se uma questão central e inclui conceitos pertinentes, mas não sugere (m) objeto (s) ou o acontecimento principal.
UREp 1.7 Identifica-se uma questão central incluindo conceitos a serem utilizados, e ainda sugerem o acontecimento principal e/ou os objetos correspondentes.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A Unidade de Contexto Epistemológica 2 (**UCEp2**) “**Acontecimentos, eventos ou objetos”** foi construída para agrupar as produções heurísticas obtidas na forma de Diagrama “Vê” com o intuito de identificar registros escritos correlacionando acontecimentos, eventos ou objetos articulados à questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp2 foram organizados em cinco Unidades de Registro Epistemológica (UR) prévias possíveis, e houve necessidade de elaborar a UREpE 2.6 durante a realização das unitarizações das produções heurísticas. O Quadro 22 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp2.

Quadro 22 – UCEp 2 – Acontecimentos, eventos ou objetos e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 2 – Acontecimentos, eventos ou objetos
Unidades de Registro Epistemológica (UREP)
UREp 2.1 Não se identificam eventos nem objetos.
UREp 2.2 Identifica-se o evento principal ou os objetos, mas são inconsistentes com a questão central.
UREp 2.3 Estão identificados o evento principal ou os objetos e são consistentes com a questão foco.
UREp 2.4 Identifica-se o evento principal *e* os objetos correspondentes, e são consistentes com a questão central.
UREp 2.5 Identifica-se o evento principal, os objetos correspondentes, há consistência com a questão central, e são sugeridos dados que se vão registrar.
(UREpE) * 2.6 Identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e a descrição desses elementos demonstram práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas realizadas durante a Abordagem Didática.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A Unidade de Contexto Epistemológica 3 (**UCEp3**) “**Teorias, princípios e conceitos”** foi elaborada para organizar as produções heurísticas obtidas pelos Diagramas “Vê(s)” buscando identificar registros escritos associados teorias, princípios e conceitos coerentes com a questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp3 foram reunidos em oito Unidades de Registro Epistemológica (UREp) prévias possíveis, e houve necessidade de elaborar cinco UREpE 3.2; 3.3; 3.4; 3.5 e 3.6 durante a realização das unitarizações das produções heurísticas. O Quadro 23 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp3.

Quadro 23 – UCEp 3 – Teorias, princípios e conceitos e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 3 – Teorias, princípios e conceitos
Unidades de Registro Epistemológica (UREP) **UREp 3.1** Não se identifica o domínio teórico-conceitual. **(UREpE)** * **3.2** Divergência e/ou polissemias semânticas entre a terminologia científica citada e o registro realizado. Por exemplo, cita uma lei como se fosse uma teoria ou cita uma teoria como se fosse um conceito. **(UREpE) * 3.3** Divergência e/ou polissemias semânticas entre termos relativos à natureza de Ciências Naturais e termos científicos aplicados ao contexto didático-pedagógico. Por exemplo, o registro de Etnomatemática como uma teoria. **(UREpE)** * **3.4** Ausência de diferenciação entre teoria e conteúdo e/ou área específica de conhecimento. **(UREpE)** * **3.5** Ausência de diferenciação entre princípio e conteúdo e/ou área específica de conhecimento. **(UREpE) * 3.6** Identifica-se teoria relacionada à formação docente no contexto didático-pedagógico. **UREp 3.7** Identificam-se alguns conceitos relevantes, mas sem quaisquer princípios ou teorias. **UREp 3.8** Identificam-se alguns conceitos relevantes sem quaisquer teorias, e um dos princípios que se apresenta inicialmente é a asserção de valor que se pretende estabelecer com a atividade proposta. **UREp 3.9** Identificam-se conceitos coerentes e pelo menos algum tipo de princípio de ordem conceitual ou metodológica em conformidade com a questão. **UREp 3.10** Identificam-se conceitos e teoria relevantes, sem quaisquer princípios. **UREp 3.11** Identificam-se conceitos e princípios relevantes, sem quaisquer teorias. **UREp 3.12** Identificam-se conceitos, um princípio e teoria relevantes. **UREp 3.13** Identificam-se conceitos, dois ou mais princípios e teoria relevante.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A Unidade de Contexto Epistemológica 4 (**UCEp4**) "**Registros e Transformações"** foi construída para organizar as produções heurísticas obtidas pelos Diagramas "Vê (s)" com o objetivo de identificar registros escritos coerentes com expressões de registros e transformações vinculadas a questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp4 foram reunidos em sete Unidades de Registro Epistemológica (UREp) prévias possíveis, e houve necessidade de elaborar três UREpE 4.6; 4.8 e 4.10 durante o processo de realização das unitarizações das produções heurísticas. O Quadro 24 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp4.

Quadro 24 – UCEp 4 – Registros e Transformações e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 4 – Registros e transformações
Unidades de Registro Epistemológica (UREP)
UREp 4.1 Não se identificam quaisquer registros ou transformações.
UREp 4.2 Identificam-se registros, mas são inconsistentes com a questão foco ou com o evento principal.
UREp 4.3 Identificam-se transformações, mas são inconsistentes com a questão foco ou com o evento principal.
UREp 4.4 Identificam transformações coerentes com a questão foco ou com o evento principal, porém sem a utilização de registros.
UREp 4.5 Identificam transformações incoerentes com a questão foco ou com o evento principal, e não há utilização de registros.
(UREpE) * 4.6 Identificam registros e/ou transformações coerentes com a temática da questão foco e/ou evento principal, com uso de linguagem científica imprecisa.
UREp 4.7 Identificam registros relevantes para o evento principal, as transformações são inconsistentes com o propósito da questão foco.
(UREpE) * 4.8 Identificam registros relevantes para o evento principal com ausência de transformações.
UREp 4.9 Identificam registros e transformações relevantes e coerentes com a questão foco e o evento principal.
(UREpE) * 4.10 Identificam registros e/ou transformações referentes ao contexto didático-epistemológico discutidos ao longo da aplicação da Abordagem Didática, coerentes com a questão foco e/ou evento principal.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A Unidade de Contexto Epistemológica 5 (**UCEp5**) “**Asserções de Conhecimento”** foi elaborada para reunir as produções heurísticas obtidas pelos Diagramas “Vê (s)” com o propósito de identificar registros escritos versando asserções de conhecimento referentes à questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp5 foram reunidos em seis Unidades de Registro Epistemológica (UREp) prévias possíveis. O Quadro 25 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp5.

Quadro 25 – UCEp 5 – Asserções de Conhecimento e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 4 – Asserções de Conhecimento
Unidades de Registro Epistemológica (UREP)
UREp 5.1 Não se identifica nenhuma asserção de conhecimento.
UREp 5.2 A asserção de conhecimento não está relacionada com a questão foco de pesquisa.
UREp 5.3 A asserção de conhecimento inclui um conceito utilizado num contexto impróprio.
UREp 5.4 A asserção de conhecimento inclui uma generalização inconsistente com os registros e as transformações apresentadas.
UREp 5.5 A asserção de conhecimento inclui os conceitos da questão foco e deriva de registros e/ou transformações realizados.
UREp 5.6 A asserção de conhecimento inclui os conceitos da questão foco, deriva dos registros e transformações realizados, e ainda conduz a uma nova questão foco.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A Unidade de Contexto Epistemológica 6 (**UCEp6**) "**Asserções de Valor"** foi construída para organizar as produções heurísticas obtidas pelos Diagramas "Vê (s)" com o intuito de identificar registros escritos com indícios de manifestações de asserções de valor articuladas à questão principal de investigação. Os dados analisados na UCEp6 foram reunidos em nove Unidades de Registro Epistemológica (UREp) prévias possíveis. No entanto a UREp 6.4 teve seu texto reformulado no final, o qual o destacamos em itálico "*envolvendo ideias matemáticas específicas",* passando a ser considerada no contexto das análises como UREp 6.4. Durante a realização das unitarizações para essa unidade de contexto encontramos asserções de valor relacionadas a perspectiva didático-pedagógica, e esse fato resultou UREpE 6.5, dessa forma totalizando dez unidades de registro epistemológica.

O Quadro 26 apresenta as UREp(s) referentes a UCEp6.

Quadro 26 – UCEp 6 – Asserções de Valor e suas respectivas UREp(s)

Unidade de Contexto Epistemológica 4 – Asserções de Conhecimento
Unidades de Registro Epistemológicas (URE$_P$)
UREp 6.1 Não se identifica nenhuma asserção de valor.
UREp 6.2 Não é possível identificar a tipologia da asserção de valor, conforme critérios heurísticos considerados.
UREp 6.3 A asserção de valor não está relacionada com a questão foco de pesquisa.
(UREpE) * 6.4 A asserção de valor está relacionada com a questão foco *envolvendo ideias matemáticas específicas.*
(UREpE) * 6.5 A asserção de valor está relacionada com a questão foco numa perspectiva didático-pedagógica.
UREp 6.6 Identifica-se asserção de valor instrumental. Ex.: X é bom para Y.
UREp 6.7 Identifica-se asserção de valor intrínseco. Ex.: X é bom em si mesmo.
UREp 6.8 Identifica-se asserção de valor comparativo. Ex.: X é melhor do que Y.
UREp 6.9 Identifica-se asserção de valor de decisão. Ex.: A opção da escolha é por X.
UREp 6.10 Identifica-se asserção de valor ideal. Ex.: X é tão bom quanto pode ser, ou pode ser ainda melhor.

Fonte: Sistematização organizada e elaborada pela autora baseado nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

A continuidade dos procedimentos metodológicos segue na próxima seção com os relatos de aplicação da Abordagem Didática intitulada "*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*" por meio do Curso de Extensão.

5.3 RELATO DE APLICAÇÃO DA ABORDAGEM DIDÁTICA

O enfoque desta seção concentra-se em descrever a estrutura específica de cada encontro em concomitância com a realização da investigação empírica. Para efeitos de organização textual, para todos os encontros foram construídos roteiros que remetem aos cinco momentos pedagógicos detalhados no Capítulo 4, e suas respectivas subdivisões. Para cada um dos encontros foi elaborado um *flyer* de divulgação para envio em correios eletrônicos e redes sociais, os quais serão apresentados em momento oportuno ao longo do relato de aplicação da abordagem didática.

5.3.1 Encontro 1

O **Encontro 1** ocorreu em 18 de abril de 2017 no período de 13h30min às 17h30 min. Nesse primeiro dia tivemos a presença de 11 (onze) estudantes[40]: **P_1LB_4**, P_2B_3, **P_3L_3**, P_4LB_3, **P_5L_4**, **P_7L_4**, P_8LB_3, **$P_{10}L_3$**, **$P_{11}B_3$**, **$P_{13}L_4$**, **$P_{14}L_C$**. O objetivo principal desse encontro configurou-se em discutir processos de construção do conhecimento para a Formação Docente inicial em Matemática envolvendo noções conceituais de Cálculo Integral e Diferencial. Inicialmente foi realizada a etapa de credenciamento dos participantes no Curso de Extensão, e registro de frequência. Nesse momento receberam uma pasta de materiais contento: Quadro de Identificação do (da) participante; Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (duas vias – participante e pesquisadora); Questionário Prévio de pesquisa; materiais relacionados ao Vê Epistemológico, e textos para o desenvolvimento de atividades presenciais e a distância, os quais estarão descritos adiante nesta seção. As boas vindas e os agradecimentos foram feitos para cada um dos (as) participantes.

Nesse momento foi anunciado as afiliações institucionais que colaboraram para a viabilização do curso de extensão: Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM – UEL); Grupo de pesquisa *Investigações em Filosofia e História da Ciência e Educação em Ciências e Matemática* (IFHIECEM – UEL) coordenado pela Profa. Dra. Irinéa de Lourdes Batista; *Grupo de Estudo e Pesquisa do Pensamento Matemático* (GEPPMat – UEL); e *Programa de Educação Tutorial de Matemática* (PET-MAT/UEL) ambos coordenado pela Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli.

A Figura 14 apresenta o flyer de divulgação do Curso de Extensão utilizado para envio de mensagens em correios eletrônicos, e redes sociais com a finalidade de convidar o público-alvo desta pesquisa.

[40] Os códigos de identificação em negrito têm o intuito de destacar os (as) participantes que compõem o grupo de sujeitos da presente pesquisa.

Figura 14 – Flyer de divulgação do Curso de Extensão e do Encontro 1

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A mensagem escolhida para iniciar as atividades de abertura do **Encontro 1** foi retirada do prefácio do livro *Aprender a Aprender*, obra que simboliza a continuidade e a expansão das ideias da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968). O trecho selecionado visa demonstrar a responsabilidade de cada indivíduo construir significados para seu próprio processo de aprendizagem, e essas construções são permeadas pelas experiências sociais, culturais e pessoais.

> A finalidade central da educação deve ser valorizar as pessoas no sentido de se encarregarem elas próprias da construção do significado das experiências que vivem (GOWIN; NOVAK, 1984, Prefácio da obra Aprender a Aprender).

As atividades presenciais do Curso de Extensão “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática” iniciaram com a leitura pública do “Termo de Consentimento Livre e Esclarecido” (Apêndice A) para informar aos participantes do desenvolvimento do curso, e do intuito de coletar dados para finalidades de pesquisa. Os (as) participantes ficaram à vontade para assinar ou não o documento, entregue em duas vias de igual teor com os dados de contato da pesquisadora principal. A realização do curso por parte dos (as) participantes não os submetiam a fornecer dados para a realização da pesquisa. Após as devidas explicações e esclarecimentos de dúvidas, todos os presentes assinaram de forma voluntária e solidária o termo manifestando a concordância em autorizar a coleta de dados para a presente pesquisa, com o compromisso ético e profissional de terem sua identidade preservada. Em seguida, os (as) participantes preencheram o “Quadro de Identificação da/do participante”

(Apêndice B). Todos os documentos desta pesquisa estão sob a guarda sigilosa da pesquisadora principal.

Conforme os procedimentos teórico-metodológicos adotados nesta investigação, aplicamos o “Questionário Prévio” (Apêndice C) contendo nove questões, o qual foi respondido individualmente por cada um dos (as) participantes sem interferências externas, e sem consultas a quaisquer materiais impressos ou meio digital. Os (as) participantes levaram, em média, de 45 min a 50 min para respondê-lo. Nesse momento, observamos um silêncio profundo, respeito mútuo e demonstração de alta concentração por parte dos (as) participantes. Ao final desse trabalho, muitos comentaram que as questões os fizeram refletir bastante, e repensar em suas aprendizagens. Esse foi o ponto crucial para iniciarmos as atividades planejadas, uma vez que o “Questionário Prévio” contribuiu para familiarizar os (as) participantes do teor de discussões didático-pedagógicas a serem desenvolvidas ao longo do Curso de Extensão.

O tema do **Encontro 1** “Formação Docente Inicial em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral” buscou evidenciar a necessidade de conhecer e relacionar conceitos básicos de Cálculo Diferencial e Integral associados a conteúdos matemáticos desenvolvidos na Educação Básica. Os objetivos de aprendizagem elencados para este encontro foram: conhecer problemáticas relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem envolvendo Cálculo Diferencial e Integral; identificar relações entre conteúdos matemáticos aprendidos na Educação Básica e conteúdos estudados em Cálculo Diferencial e Integral; conhecer o Vê Epistemológico e familiarizar-se com os elementos heurísticos que o compõe; e relacionar a relevância da compreensão conceitual para a formação científica e atuação profissional. Ressaltamos que para o exercício da docência em Matemática é necessário que se conheça “seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático” (FIORENTINI, 2005, p.110).

Entre os tópicos matemáticos relacionados às *memórias formativas pessoais* foram discutidos função polinomial do 1º grau e do 2º grau, classificações de funções, comportamento de funções, se crescente, decrescente, constante. Quanto aos conhecimentos prévios específicos e pertinentes foram relacionados plano cartesiano, taxa de variação e coeficiente angular da reta.

O Quadro 27 detalha referências bibliográficas específicas, apêndices e anexos utilizados para as atividades deste encontro.

Quadro 27 – Referências teóricas do Encontro 1

• 1• Referências Específicas FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação: PUC-Campinas,** Campinas, v. 18, p.107-115, jun. 2005. Quadrimestral. Disponível em: <https://goo.gl/rWla0l>. Acesso em: 18 dez. 2016. MOREIRA, Marco Antonio. Diagramas V e Aprendizagem Significativa. **Revista Chilena de Educación Científica,** Santiago, v. 5, n. 6, p.3-12, 2007. Semestral. Revisado pelo autor em 2012. Disponível em: <https://goo.gl/0njlYG>. Acesso em: 20 jan. 2017.
• 2• Apêndice (s) Quadro de Identificação da/do participante Termo de Consentimento Livre e Esclarecido Questionário Prévio
•3• Anexo (s) Vê do Conhecimento em uma forma genérica (Valadares, 2014, p.23) Vê Heurístico de Gowin versão sintetizada (Novak; Gowin, 1984, p. 19) Vê Heurístico de Gowin versão expandida (Novak; Gowin, 1984, p. 72) Vê Epistemológico com tema matemático (Valadares, 2014, p.87) Vê Epistemológico para utilização nas atividades propostas (Gowin; Alvarez, 2005); Diagrama Vê, versão sintetizada, (Gowin, 1977)

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades ou etapas de trabalho desenvolvidas no **Encontro 1** estão sistematizadas no Quadro 28.

Quadro 28 – Roteiro de Atividades do Encontro 1

• Atividades Propostas• E1• 4h		**Duração (min)**
1	Boas-vindas e apresentação de membros participantes	25'
2	Acolhida do dia e Apresentação do Curso de Extensão	
3	Entrega de materiais impressos.	
4	Quadro de Identificação da/do participante	75'
5	Leitura e assinatura voluntária do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	
6	Aplicação do Questionário Prévio para coleta de dados	
7	Problematização Inicial: Cálculo e vivências universitárias	30'
8	Intervalo	15'
9	Organização do Conhecimento: Vê de Gowin e seus elementos heurísticos	30'
10	Aplicação do Conhecimento - Construção do 1º Vê Epistemológico	50'
11	Encerramento do Encontro 1	15'

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Para desenvolver no **Encontro 1** o momento da **“Problematização Inicial”** envolvendo o Cálculo e vivências universitárias, questionamos: **Por que é preciso aprender Cálculo Diferencial e Integral para lecionar na Educação Básica?**

A intenção didática dessa questão consiste em fomentar discussões a respeito da Formação Docente Inicial em Matemática, e a relevância da disciplina de “Cálculo Diferencial e Integral” para a formação científica e profissional. Para promover discussões e interações entre os (as) participantes, apresentamos seis questões para debates e reflexões em torno dessa questão inicial, as quais estão organizadas no Quadro 29.

Quadro 29 – Questões para reflexão – Encontro 1 da Abordagem Didática

	QUESTÕES PROPOSTAS
1.	Como se inicia o curso de Cálculo, ou seja, como é feita a “ponte” entre o conhecimento anterior dos alunos e aquilo com que se pretende trabalhar? [...]. Ao introduzir um novo conceito, há problematização, exploração das ideias envolvidas? Há referências aos matemáticos que desenvolveram o Cálculo? Em que medida o conhecimento é apresentado como algo pronto, terminado, ou algo que está sendo buscado, construído? Como é feita a negociação de significados dos conceitos envolvidos? (Maria Cristina Bonomi Barufi, 1999, p.51)
2.	Quais são os problemas e ideias que motivaram a construção das ideias e dos conceitos básicos do Cálculo? (Wanderley Moura Rezende, 2003).
3.	As disciplinas da graduação são vistas como desligadas pelos professores que vão trabalhar em suas salas de aula na Educação Básica. O “distanciamento existente entre Matemáticos e Educadores Matemáticos, e muitas vezes quem perde com isso são os/as estudantes da Licenciatura em Matemática, futuros docentes, que assistem as aulas dadas por Matemáticos não preocupados em lhes abrir uma nova visão para o processo de ensino e de aprendizagem” (Lourdes De La Rosa Onuchic; Roger Huanca, 2013, p.328). Qual sua opinião a respeito da afirmação desses autores?
4.	Os jovens de hoje parecem que não aceitam mais se engajar em um processo que se lhes quer impor sem que tenham sido antes convencidos de que esta via é interessante para eles ou para a sociedade. Há expectativa que seja mostrado de início a importância – cultural, social, econômica ou outra – do tema a ser tratado. **Mas nós, seus professores, estamos prontos e somos capazes de lhes mostrar esta importância?** (Gérard Fourez, 2003, p.109, com adaptações textuais, grifo nosso)
5.	A literatura científica registra cenários e situações críticas em relação ao Cálculo Diferencial e Integral em contextos universitários. Reprovações, retenções, desistências, abandono de curso, oferta de “Cursos” de Matemática Básica para estudantes ingressantes, redução de carga horária da disciplina, formação profissional incoerente com futuros objetivos profissionais. Na sua opinião, por que vivenciamos essa crise no processo de ensino e de aprendizagem em Cálculo? Que possíveis fatores podem estar associados a essas situações?
6.	Um dos problemas-chave da Matemática é que a maioria dos materiais de instrução é conceitualmente opaca, ou seja, não apresenta os conceitos, nem as suas relações, necessárias para compreender o significado das ideias matemáticas envolvidas. Isto é um problema quase universal, que começa nos primeiros anos da escolaridade e continua em muitos cursos superiores de Matemática. Normalmente, o que se representa são procedimentos para se obterem respostas para os problemas”. (Novak, 2000, p.162). Qual é o seu entendimento a respeito da afirmação desse autor? Você concorda ou discorda, e de modo total ou parcial? Posicione-se!

Fonte: Elaborado e organizado pela autora (2017)

A proposição e discussão dessas questões complementares teve como intuito familiarizar os (as) participantes com a temática proposta no Curso de Extensão. A organização de trabalho ocorreu por meio da formação de grupos simples com questões diversificadas, conforme Bordenave e Pereira (2012), envolvendo 3 a 4 pessoas. Para cada grupo foi dado o tempo de 20 minutos para discussões. Após essa etapa, cada grupo de trabalho realizou a síntese de suas considerações e socializou as ideias discutidas com os demais participantes mediados pela pesquisadora principal.

De modo geral, as questões 1 e 2 buscavam suscitar reflexões referentes à Natureza da Ciência (NdC) no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. A síntese da Questão 1 evidenciou por parte dos (as) participantes o reconhecimento da relevância da História e Filosofia da Ciência para a compreensão epistemológica de ideias fundamentais do Cálculo. No entanto, demonstraram que tiveram raras oportunidades de se aprofundar nessa área do conhecimento. A experiência universitária relatada é de que tópicos da História e Filosofia da Ciência envolvendo de forma específica o Cálculo quando tratada é em finais de bimestres, e muitas vezes com uma abordagem que enfatiza curiosidades, sem apresentar relações que explorem “os porquês conceituais”. O grupo de participantes do Curso de Extensão demonstra entender que o pré-cálculo figura como “ponte” entre o Ensino Médio e o Ensino Superior. Porém, muitas vezes essa compreensão é realizada de forma implícita pelo (a) estudante no decorrer das aulas.

A Questão 2 permitiu lembranças de memórias relacionadas aos problemas construtores do Cálculo. Nesse aspecto, as ideias de Newton oriundas do contexto da Física como taxas de variação para medir velocidade e aceleração foram comentadas, destacando-se a necessidade de construir relações interdisciplinares entre a Matemática e a Física para possibilitar o desenvolvimento do conhecimento científico. Ainda nesse momento, foram apresentadas ideias e explicações que deram origem às noções conceituais de derivada e integral.

A Questão 3 possibilitou discussões em relação à Formação Docente em Matemática e a atuação profissional na Educação Básica. O destaque dessa questão refletiu na ideia de que saber matemática para ser um matemático não é a mesma coisa que saber Matemática para ser professor de Matemática. Shulman, (1986) explica que a Matemática do curso de licenciatura não deve ser inferior ou mais simples que o bacharel. Fiorentini (2005) sintetiza a ideia de Shulman (1986) nesse contexto explicando que “se, para o bacharel, é suficiente ter uma formação técnico-formal da Matemática – também chamada de formação sólida da Matemática -, para o futuro professor isso não basta” (p.109).

A Questão 4, conforme Fourez (2003), explora a crise no Ensino de Ciências e a Formação Docente. Para esse grupo de participantes, evidenciar a importância social, cultural ou de outra natureza de conteúdos matemáticos ainda é “muito difícil”, pois essa abordagem culmina em se aproximar da “realidade concreta do aluno”. A visão geral desses participantes do Curso de Extensão é de que cursos de licenciatura não preparam para mostrar essa importância, porque estão “mais preocupados” em cumprir a extensa lista de conteúdos. Dessa forma, o tratamento dos significados conceituais e aplicações têm ficado em segundo plano. Ainda reconhecem que a Matemática potencializa o desenvolvimento de muitas áreas científicas, e isso poderia ser enfatizado com frequência como forma de estimular o gosto pelo conhecimento matemático. Além disso, salientam que a ausência de discussão e debates a respeito da valorização do conhecimento torna o momento da aula “confortável” para o (a) professor (a), pois se tem a sensação de controle sobre a turma”.

A Questão 5 expõe situações que desencadearam crises no processo de ensino e de aprendizagem em Cálculo, solicitando a opinião dos (as) participantes. De forma geral, destacaram que sentem a necessidade de momentos formativos que oportunizam a discussão de conteúdos prévios necessários para a aprendizagem de conteúdos de Cálculo que exigem elevada complexidade cognitiva. Os (as) participantes relataram perceber uma preocupação “em passar” os conteúdos em detrimento da valorização da qualidade da aprendizagem. Outro destaque diz respeito à identificação pessoal com a dinâmica docente, pois em alguns momentos não se sentem à vontade com a metodologia e didática adotadas pelo (a) professor (a). A carga horária elevada e a reprovação, para esse grupo de estudantes, são fatores que contribuem para a desistência temporária ou até mesmo abandono da disciplina de Cálculo.

A Questão 6 explorou a relevância da compreensão conceitual como estratégia didático-metodológica para a promoção da aprendizagem. Os (as) participantes desse Curso de Extensão concordam com Novak (2000), e sentiram sua voz representada nas palavras desse autor. Os relatos realizados no momento de socialização demonstraram que esse grupo de participantes considera livros didáticos como materiais que trazem o conteúdo pronto, preparado sem oportunidade para compreender como se deu o processo de construção daquele conhecimento. Isso pode passar a falsa impressão de não existir tensões, e conflitos de interesse no desenvolvimento da Ciência.

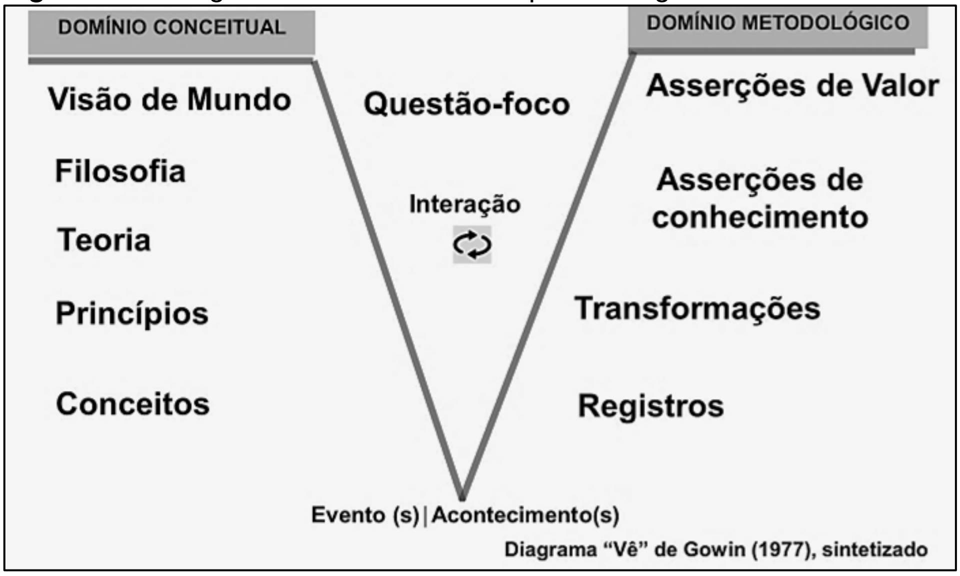
A exposição e relato das ideias dos (as) participantes a partir desse conjunto de questões colaboraram para que o grupo demonstrasse mais confiança, pois reconheceram que muitos dos problemas que enfrentam ou enfrentaram são descritos em investigações científicas, fato que chamou bastante a atenção desse grupo. Após esse momento intenso de reflexões, escutas e partilhas de experiências foi realizado um pequeno intervalo.

Em seguida, a etapa da **“Organização do Conhecimento”** foi realizada por meio de uma apresentação de características e elementos relacionados ao Vê Epistemológico. Esse estudo teórico é relevante, pois o Vê Epistemológico configura-se como um dos principais instrumentos teórico-metodológico para o desenvolvimento das atividades e coleta de dados, mediante o presente Curso de Extensão. De modo geral, na ocasião foram tratados e discutidos os seguintes pontos:

- Breve histórico de elaboração, definição e contextos de utilização do Vê Epistemológico, com base nas investigações de Gowin e Novak (1984);
- Relações entre Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e necessidade de um instrumento heurístico para a realização de procedimentos de avaliação;
- Apresentação do modelo e dos elementos heurísticos do Vê Epistemológico de Gowin, conforme Figura 15;
- Sequência do processo investigativo de construção do Vê Epistemológico;
- Explicações de porquês da adoção do formato “Vê” para a elaboração desse instrumento heurístico;
- Reflexões envolvendo a relevância de adotar o Vê de Gowin, e a abrangência de seus elementos no contexto da Natureza da Ciência (NdC);

- Discussões teórico-metodológicas envolvendo atribuições de significados para "Asserções de Valor" e "Asserções de conhecimento".

Figura 15 – Diagrama Vê e elementos epistemológicos



Fonte: Novak; Gowin,1984, p.72, com adaptações

A fim de incentivar a participação ativa, a socialização de ideias e o esclarecimento de dúvidas, os (as) participantes foram orientados a se organizarem em uma roda de discussão. O propósito desse momento consistiu em debater os elementos do Vê de Gowin, bem como socializar exemplos de aplicabilidades desse instrumento heurístico.

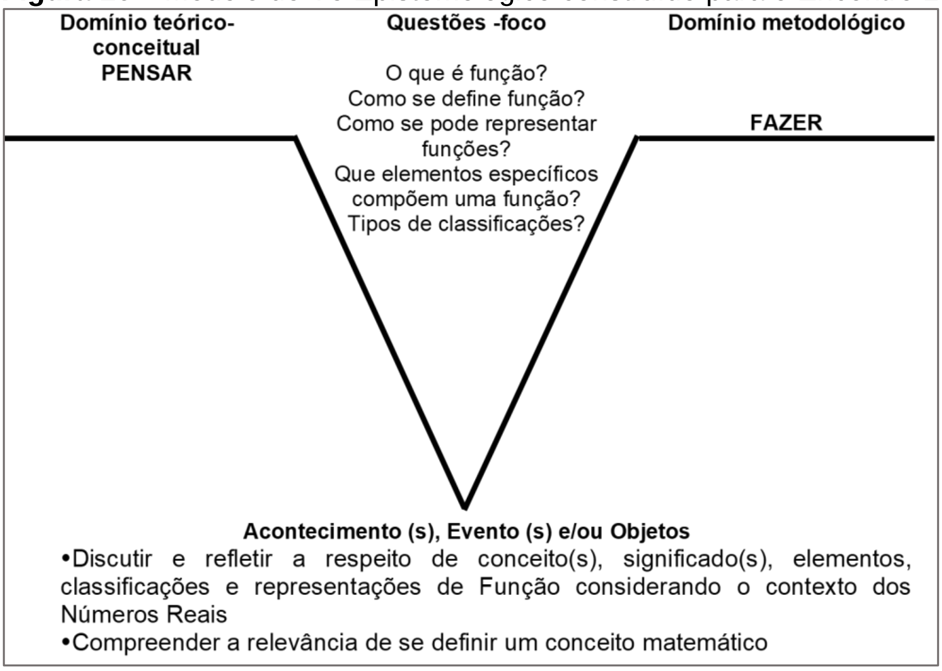
É relevante destacar que todos (as) participantes desta pesquisa relataram que não conheciam previamente o Vê Epistemológico. Os relatos pessoais durante as discussões os surpreenderam com a potencialidade das perspectivas pedagógicas de tal instrumento, para a compreensão do processo de ensino e de aprendizagem de temas científicos.

Diante do término das discussões teóricas do Vê Epistemológico, foram dados os encaminhamentos para a "**Aplicação do Conhecimento"**. Nesse momento, os (as) participantes apreciaram exemplares do Vê de Gowin, com especial atenção para o "Vê" construído por um grupo de professores de Matemática num Curso de Formação em Portugal, conforme VALADARES, 2014.

Em seguida, foram lançados questionamentos tais como “O que significa conceituar um termo matemático?” e “Por que é relevante compreender a definição de um conceito matemático?”. Essas questões buscaram fomentar discussões relativas à construção do conhecimento científico, servindo como estímulo para a elaboração de reflexões envolvendo a prática heurística para a primeira construção de um Vê Epistemológico.

Os (as) participantes foram organizados em grupos simples de três a quatro pessoas com a tarefa única de realizar a construção coletiva de um Vê Epistemológico a partir da seguinte questão-foco: “O que é função”? Para isso, foram orientados a dialogar, relacionar e levantar conhecimentos matemáticos, a fim de construir o diagrama “Vê”. Nesse momento distribuímos aos participantes o modelo de Vê Epistemológico construído para essa atividade de familiarização do instrumento, para o Encontro 1, Figura 16, contento perguntas variadas no elemento “Questão-foco” para estimular a elaboração de questionamentos. Além disso, foram disponibilizadas informações em “Acontecimento (s), Evento (s) e/ou objetos” para delimitar o contexto científico da proposta da atividade.

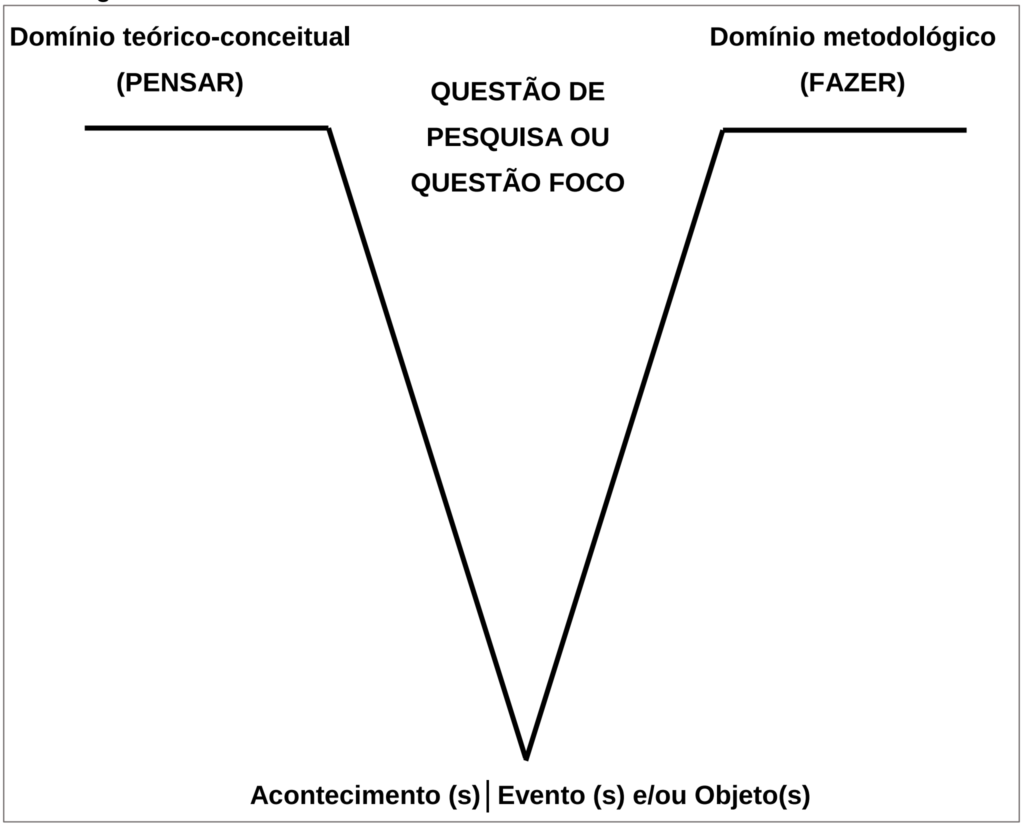
Figura 16 – Modelo de Vê Epistemológico construído para o Encontro 1



Fonte: Esquema elaborado pela autora (2017)

A Figura 17 apresenta o modelo semiestruturado do Vê Epistemológico construído e adotado para o desenvolvimento das atividades da Abordagem Didática, durante a aplicação do Curso de Extensão.

Figura 17 – Modelo de Vê Epistemológico semiestruturado adotado para as atividades da Abordagem Didática



Fonte: Esquema elaborado pela autora (2017)

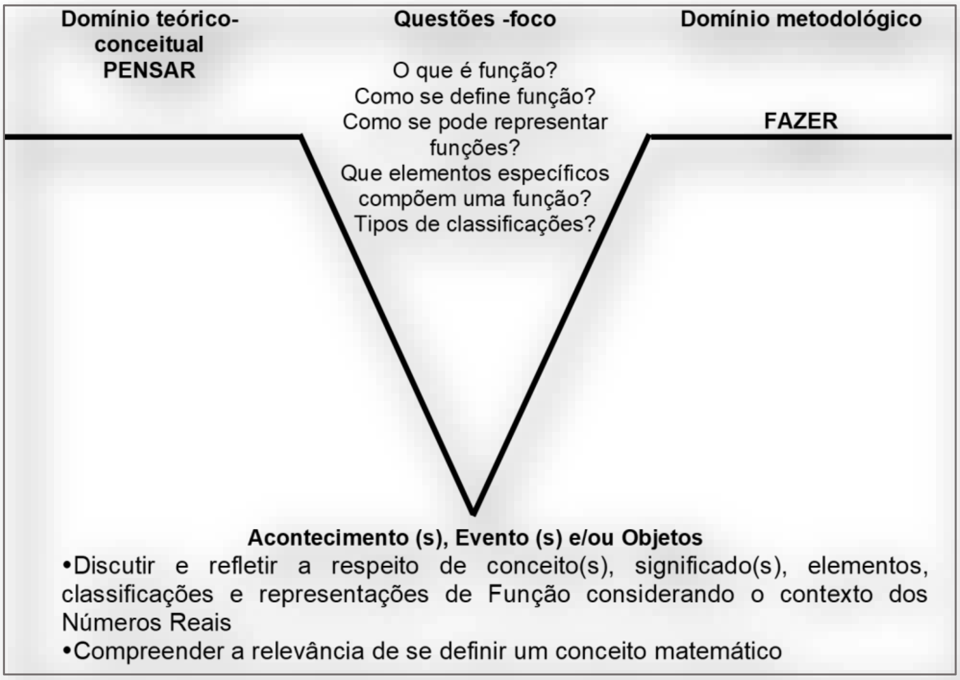
As tarefas propostas a distância para o próximo encontro consideradas como organizadores prévios consistiram na construção individual do Vê Epistemológico baseado nas discussões coletivas desenvolvidas no Encontro 1, na leitura de um texto de Fiorentini (2005) que fundamentarão discussões e reflexões para as atividades posteriores, e o estudo do texto de Moreira (2010) para ampliar e corroborar com a compreensão de elementos epistemológicos relacionados ao Diagrama Vê, ou chamado por Vê de Gowin.

A seguir, organizamos em dois quadros as atividades formuladas, os objetivos estabelecidos e as orientações gerais para sua realização. O Quadro 30 apresenta a proposta da construção individual do Vê Epistemológico com enfoque temático em noções gerais envolvendo compreensão e significados matemáticos atribuídos à Função. Essa atividade é considerada um organizador prévio para o

Encontro 2, uma vez que busca aproximar e familiarizar os (as) participantes com esse instrumento heurístico.

Quadro 30 – Organizador Prévio para o Encontro 2 – Tarefa 1

TEMA: Noções gerais envolvendo compreensão e significados atribuídos à Função	
Descrição da Tarefa	**Objetivo (s)**
Construção do Vê Epistemológico envolvendo definição/significados de Função	Familiarizar-se com dinâmica textual e metodológica do Diagrama Vê. Compreender a relevância de se definir um conceito matemático.
Orientações Gerais Realizar uma análise a respeito do conceito e elementos gerais associados ao estudo de Funções, no contexto da Educação Básica. Após suas reflexões, organize e registre as ideias por meio do Diagrama Vê.	
Modelo de Vê Epistemológico semiestruturado para a elaboração da Tarefa	



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

O Quadro 31 sintetiza as orientações gerais para a leitura do texto “A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática” de Fiorentini (2005), considerado como organizador prévio para subsidiar o desenvolvimento de discussões didático-pedagógicas a serem realizadas no Encontro 2.

Quadro 31 – Organizador Prévio para o Encontro 2 – Tarefa 2

Descrição da Tarefa	Objetivos
• Leitura do texto “A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática” de Fiorentini (2005)	•Discutir e problematizar a formação matemática e didático-pedagógica do futuro professor (a) em diferentes disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática, e de outro lado, o trabalho docente dos formadores de professores junto aos Cursos de Licenciatura.

Orientações Gerais

Realize a leitura do texto proposto destacando pontos que lhe desperte interesse, ou que provoque dúvidas/questionamentos. Aproveite o momento para fazer as anotações de suas considerações a respeito das seguintes questões:

Questões Propostas

1. De acordo com esse texto, o que é saber bem a Matemática para ser professor (a) de Matemática?
2. Que fatores críticos Fiorentini (2005) destaca em relação a formação pedagógica docente tanto em disciplinas específicas quanto pedagógicas de Matemática? Que sugestões de práticas pedagógicas o autor apresenta para esses contextos?
3. Que Matemática a/o professor (a) deve saber para “ensiná-la” de maneira significativa aos jovens e crianças da escola básica? Como as disciplinas específicas, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, podem colaborar para essa formação profissional?

Desejo a você uma ótima leitura!

Referência Bibliográfica Específica

FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação: PUC-Campinas,** Campinas, v. 18, p.107-115, jun. 2005. Quadrimestral. Disponível em: <https://goo.gl/rWla0l>. Acesso em: 18 dez. 2016.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Mediante a finalização do **Encontro 1,** convidamos a todos (as) para participar do **Encontro 2** para refletirmos a temática “Formação Docente, relações entre conceitos matemáticos de Cálculo Diferencial e Integral e conteúdos da Educação Básica”. O flyer apresentado na Figura 18 divulga informações gerais do próximo encontro.

Figura 18 – Flyer de divulgação do Encontro 2

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Para encerrar os trabalhos do dia agradecemos a participação e contribuição voluntária em prol da atividade científica. Além disso, a oportunidade de construir laços pessoais e profissionais nos fortalecem e colaboram com o desenvolvimento de futuras pesquisas. Ademais, as relações interpessoais construídas com base na gentileza e cordialidade, em contextos educativos, guardam a potencialidade da disseminação das ideias e práticas pedagógicas. Novak (1981) ressalta que a experiência humana envolve pensamento, ação e sentimentos, e esses três fatores são os responsáveis por enriquecer o significado das vivências. Muito obrigada!

Nesse momento, os (as) participantes aplaudiram de modo espontâneo o trabalho desenvolvido. Essa manifestação de reconhecimento aconteceu de forma recíproca, uma vez que pesquisadora e participantes estavam comprometidos e em sintonia profissional.

A seguir, passamos a relatar a aplicação da Abordagem Didática referente ao Encontro 2.

5.3.2 Encontro 2

O **Encontro 2** ocorreu em 20 de abril de 2017 no período de 13h30min às 17h30 min. Nesse dia tivemos a presença de 9 (nove) participantes, seis do Encontro 1, sendo P_1LB_4, P_5L_4, P_7L_4, $P_{10}L_3$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$, e outros três novos[41] participantes P_6L_2, P_9 LB_2 e $P_{12}L_3$. A participação de P_6L_2 foi somente neste encontro, e de forma parcial.

O tema do **Encontro 2** "Formação Docente, relações entre conceitos matemáticos de Cálculo Diferencial e Integral e conteúdos da Educação Básica" teve como objetivo explicitar relações conceituais envolvendo conteúdos matemáticos estudados na Educação Básica, associados a ideias fundamentais desenvolvidas no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ao longo do processo de formação inicial. O sucesso do Ensino Superior do "Cálculo" está condicionado a uma preparação de ideias prévias do mesmo no Ensino Básico de Matemática (REZENDE, 2003).

A mensagem escolhida para iniciar a abertura das atividades do **Encontro 2** foi selecionada a partir do organizador prévio referente à leitura do texto de Fiorentini (2005) intitulado por "A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática". A estratégia pedagógica dessa seleção textual visa discutir a Formação Docente em Matemática buscando integrar conhecimentos históricos aos conceituais, e procedimentais.

> [...] para ser professor de Matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente. Sobretudo, necessita **conhecer seus instrumentos epistemológicos**, sua **evolução histórica**, a **relação da Matemática com a realidade**, seus **usos sociais** e as **diferentes linguagens** com as quais se pode **representar** ou **expressar** um **conceito matemático** (FIORENTINI, 2005, p.110, grifo nosso).

O início do **Encontro 2** trouxe um retrospecto das atividades realizadas no **Encontro 1** com destaques para a aplicação do Questionário Prévio, as memórias formativas evidenciadas nas rodas de discussões envolvendo a

[41] Os (as) novos participantes foram informados da finalidade de pesquisa envolvendo o Curso de Extensão. Todos (as) concordaram em participar e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Antes do início do Encontro 2 foi aplicado para esses novos participantes o Questionário Prévio nas mesmas condições do Encontro 1. Os materiais e as orientações para a realização das atividades do Encontro 1 foram compartilhadas e explicadas, e sendo assim realizou-se a acolhida pessoal e acadêmica desses participantes.

familiarização da temática do Curso de Extensão, e a apresentação do Vê Epistemológico. Nessa etapa os (as) participantes relataram suas percepções pessoais em relação ao desenvolvimento das atividades propostas. De modo geral, o grupo de participantes considerou como novidade a proposta didático-metodológica do Curso de Extensão. Alguns participantes estranharam o fato de serem convidados em cada atividade para relatarem suas compreensões, pois não estão habituados com abordagens ativas de aprendizagem.

A elaboração do Diagrama Vê com a questão-foco “O que é função” estimulou o surgimento de muitas dúvidas. A pesquisadora principal realizou a escuta dessas questões, e procedeu com esclarecimentos como, por exemplo, que a construção do Vê Epistemológico não se trata de um simples preenchimento de tópicos. A elaboração do diagrama “Vê” reflete relações específicas do conhecimento científico oriundos da busca de se responder à questão-foco proposta, com base no diálogo entre os domínios conceitual e procedimental. Nesse momento, os (as) participantes manifestaram memórias formativas tanto encontro anterior quanto da leitura do texto de Moreira (2010) demonstrando indícios de conhecimentos prévios, em relação aos elementos do Vê de Gowin. A compreensão de termos como “Teoria”, “Princípios” e “Conceitos” foram retratados de forma polissêmica. Houve necessidade de retomada de discussões teóricas para orientar o entendimento de atribuição de significados referentes aos elementos heurísticos “asserções de valor” e “asserções de conhecimento”, referentes ao diagrama “Vê”.

A seguir, o Quadro 32 apresenta as referências bibliográficas específicas e anexos selecionados para as atividades deste encontro. As referências relacionadas à mídia digital foram utilizadas para a elaboração do organizador prévio.

Quadro 32 – Referências teóricas do Encontro 2

• 1• Referências Específicas
FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação: PUC-Campinas,** Campinas, v. 18, p.107-115, jun. 2005. Quadrimestral. Disponível em: <https://goo.gl/rWla0l>. Acesso em: 18 dez. 2016.
REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** 2003. Disponível em: <http://nilsonjosemachado.net/lca19.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2017.
•2• Anexo (s) • Mídia Digital : Vídeo-aulas utilizadas
MATEMÁTICA - Aula 21 - Ideias Fundamentais do Cálculo / Funções do 2º grau - Parte 1. Direção de Mônica Teixeira. Produção de Arony Lolo, Gustavo Lojodice. Realização de Nilson José Machado. Coordenação de Angelo M. Grossi. Intérpretes: Nilson José Machado. Roteiro: Marta Madalon, Nicole Mileib, Joanna Meyer. São Paulo: Univesp Tv, 2014. (21 min.), son., **color. Aula da disciplina** Matemática do Curso de Licenciatura - Turma 2014 da Universidade Virtual do Estado de São Paulo. Disponível em: <https://goo.gl/fwNqgF>. Acesso em: 10 jan. 2017.
MATEMÁTICA - Aula 22 - Ideias Fundamentais do Cálculo / Funções do 2º grau - Parte 2. Direção de Mônica Teixeira. Produção de Arony Lolo, Gustavo Lojodice. Realização de Nilson José Machado. Coordenação de Angelo M. Grossi. Intérpretes: Nilson José Machado. Roteiro: Marta Madalon, Nicole Mileib, Joanna Meyer. São Paulo: Univesp Tv, 2014. (18 min.), son., color. Aula da disciplina Matemática do Curso de Licenciatura - Turma 2014 da Universidade Virtual do Estado de São Paulo. Disponível em: <https://goo.gl/5fYxoe>. Acesso em: 10 jan. 2017.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades e/ou etapas de trabalho desenvolvidas no **Encontro 2** estão sistematizadas no quadro a seguir:

Quadro 33 – Roteiro de Atividades do Encontro 2

• Atividades Propostas• E2• 4h		**Duração (min)**
1	Acolhida do dia e Memórias do Encontro 1	20'
2	Apresentação da questão orientadora do dia	
3	Entrega de materiais impressos	
4	Problematização Inicial: Formação Matemática e Didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática: elementos, características e práticas formativas com base em Fiorentini (2005)	30'
5	Organização do Conhecimento: O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica com base em Rezende (2003)	80'
6	Intervalo	15'
7	Aplicação do Conhecimento: Roda de discussão e Construção do 2º Vê Epistemológico	80'
8	Encerramento do Encontro 2	15'

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

O **Encontro 2** contempla a discussão de dois textos, sendo o primeiro de Fiorentini (2005) considerado na organização metodológica da AD como organizador prévio o qual discute questões de Formação Docente em cursos de Licenciatura em Matemática; e o segundo de Rezende (2003) que trata de dificuldades de natureza epistemológica associadas ao ensino de Cálculo. Para abarcar o enfoque temático desse encontro propomos a seguinte questão orientadora: Que relações podem ser estabelecidas entre conceitos matemáticos abordados na etapa da formação inicial do Cálculo Diferencial e Integral, e conceitos matemáticos aprendidos na Educação Básica?

A fim de desenvolver as atividades deste encontro apresentamos o momento da "**Problematização Inicial"** baseada na exploração das três questões propostas, Quadro 34, a partir da leitura do organizador prévio do texto de Fiorentini (2005) intitulado "Formação Matemática e Didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática".

Quadro 34 – Questões para reflexão **–** Encontro 2 da Abordagem Didática

QUESTÕES PROPOSTAS
1. De acordo com esse texto, o que é saber bem a Matemática para ser professor (a) de Matemática?
2. Que fatores críticos Fiorentini (2005) destaca em relação a formação pedagógica docente tanto em disciplinas específicas quanto pedagógicas de Matemática? Que sugestões de práticas pedagógicas o autor apresenta para esses contextos?
3. Que Matemática a/o professor (a) deve saber para "ensiná-la" de maneira significativa aos jovens e crianças da escola básica? Como as disciplinas específicas, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, podem colaborar para essa formação profissional?

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A organização desse trabalho contemplou uma roda de discussão, pois a maioria dos (as) participantes já tinham realizado previamente a leitura do texto. O objetivo geral dessa atividade foi o de discutir e problematizar a formação matemática e didático-pedagógica do futuro professor (a) em diferentes disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática, e de outro lado, o trabalho docente dos formadores de professores junto aos Cursos de Licenciatura.

O enfoque referente ao desequilíbrio entre formação matemática e a formação didático-pedagógica permeou as primeiras discussões do **Encontro 2** com base no texto de Fiorentini (2005).

De modo geral, a síntese das discussões da Questão 1 foram iniciadas expondo e reconhecendo a fragmentação do conhecimento entre a “Formação matemática”, a “Formação didático-pedagógica” e as “disciplinas específicas”. Para esse grupo de participantes o estudo do texto de Fiorentini (2005) contribuiu para compreender as dificuldades de dominar o conhecimento matemático e o exercício profissional da docência. O desafio dos cursos de Licenciatura em Matemática constitui-se em integrar os diferentes saberes em prol de uma Formação Docente.

Em relação à Questão 2, os (as) participantes consideraram como fatores críticos a ideia da “concepção platônica ou modelo euclidiano de organização” do conhecimento em relação à formação matemática. Tal fato pode ser exemplificado com abordagens e materiais didáticos que apresentam o conhecimento matemático pronto, desconsiderando aspectos históricos. Conforme o entendimento desses participantes, isso se reflete profissionalmente quando professores são questionados a respeito da importância ou da aplicabilidade de um conteúdo matemático. Além disso, outro fator se refere à formação didático-pedagógica, pois na maioria das vezes tais conhecimentos são tratados de forma prescritiva permeados por discussões teóricas e práticas sem vivências do cotidiano escolar. O exercício do trabalho docente requer autonomia, e criatividade para enfrentar diferentes situações socioeconômicas no ambiente escolar.

Entre as sugestões para contribuir com a Formação Docente em Matemática foram mencionadas a adoção de práticas pedagógicas que colaboraram para a compreensão da construção do conhecimento científico. Nesse sentido, encarar a resolução de um problema, preparar um seminário com base em fundamentos históricos ou elaborar um plano de aula considerando práticas informais do conhecimento podem ser experiências enriquecedoras de aprendizagem. De acordo com os (as) participantes essas atividades movimentam a busca de alternativas para solucionar uma situação, podendo estimular a criatividade e trabalhos em equipes.

A Questão 3 contemplou discussões dos (as) participantes considerando o Cálculo Diferencial e Integral como uma disciplina específica com potencial para dinamizar aspectos da Formação Docente. Para isso, precisa ser estudado sob novas perspectivas. O Cálculo reúne vários elementos que permitem compreensões do processo de construção do conhecimento matemático. Os parâmetros para acessar o desenvolvimento histórico dos conceitos relacionados ao Cálculo podem ser explorados mediante o estudo de seus fundamentos epistemológicos. Essa busca pode permitir a compreensão de processos metacognitivos com desdobramentos envolvendo a negociação de significados, e estimular a percepção de noções histórico-crítica da Matemática. Ao se pautar pelos fundamentos epistemológicos do Cálculo é possível entender a configuração do arranjo de conceitos básicos de Matemática que produziram novas análises teórico-metodológicas, impulsionando o seu desenvolvimento científico. Os relatos desse grupo de participantes destacam que a iniciativa de estudar Matemática com base em fundamentos históricos desmitifica a ideia de neutralidade da Ciência, pois nesse processo se reconhecerá os valores e interesses pessoais que permearam a construção do conhecimento.

Após a sequência dessas discussões, prosseguimos com o momento da **“Organização do Conhecimento”** realizado com base na leitura do estudo do texto “O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica” de Rezende (2003). Para isso, os (as) participantes foram distribuídos em quatro grupos simples com funções diversificadas, conforme Bordenave e Pereira (2012). Após a conclusão desse momento de estudo foi realizado um intervalo.

Em seguida, os (as) participantes foram organizados em uma roda de discussão para socializarem suas ideias, e apresentar a síntese do trabalho de leitura de acordo com as funções desempenhadas por cada grupo. Os destaques principais dos relatos desse momento, e a descrição das funções específicas de cada grupo foram sistematizados no Quadro 35.

Quadro 35 – Destaques e organização coletiva dos (as) participantes no Encontro 2

GRUPOS SIMPLES – FUNÇÕES DIVERSIFICADAS		
	Função desempenhada	Destaques da apresentação do Grupo
GRUPO A	**Reconhecimento do Texto** O grupo destaca os pontos-chave, ou ideias principais, os argumentos de base; verificam a estrutura ou organização do texto e apresentam conclusões de análise.	O problema do Cálculo não começa no curso de Matemática, mas também em outras etapas da formação escolar. As dificuldades para lidar com o Ensino de Cálculo não é uma questão exclusivamente brasileira. Outros países da América e da Europa, por exemplo, vivenciam dificuldades semelhantes. Entre essas, destacamos problemas envolvendo a didática e a maneira de ensinar. Um ponto do texto que nos chama a atenção se refere ao tratamento da dualidade finito-infinito.
GRUPO B	**Relacionamento** O grupo estuda também o trabalho, mas se preocupa especialmente em estabelecer relações entre o que é apresentado pelo autor e pelas experiências prévias de cada componente do grupo. Há um retorno ao já aprendido, já assimilado, na valorização de experiências e vivências anteriores e na valorização das experiências novas interpretadas.	A disciplina de pré-Cálculo não teve efeito na diminuição da taxa de reprovação na disciplina de Cálculo. Os (as) integrantes desse grupo relatam a alta taxa de reprovação na disciplina de Cálculo, e não somente a dificuldade da disciplina em si, mas o modo como o professor abordava o conteúdo em sala de aula.
GRUPO C	**Enriquecimento** O trabalho em pauta constitui para o grupo um ponto de partida para novas buscas enraizadas sempre no texto; impõe uma responsabilidade inovadora. O texto vai tornar-se ponte que conduz a novos caminhos; será uma encruzilhada a desafiar as opções de cada componente do grupo.	Os (as) integrantes desse grupo sugerem a utilização do contexto histórico nas aulas de Cálculo para situar os (as) estudantes a respeito das origens dos problemas que são estudados no Cálculo. Consideram importante dar a oportunidade para o (a) estudante pensar e procurar compreender o desenvolvimento das ideias abordadas nas aulas. Além disso, propõem o ponto de partida com exemplos concretos para que aos poucos se faça a organização do pensamento abstrato.
GRUPO D	**Julgamento e Síntese** As tarefas do grupo de julgamento e síntese exigem maior amadurecimento e ponderação do grupo, pelo que o professor os assiste bem de perto. Os outros grupos se preparam e se armam previamente, esse último vem apenas semipreparado, conhece bem o tema inicial, relaciona-o, enriquece-o para o confronto final com as interpretações, relacionamento e enriquecimento dos grupos que o antecedem.	Os (as) integrantes desse grupo consideram uma novidade a abordagem histórica para o Ensino de Cálculo, pois relataram que nunca tinham tido a oportunidade de refletir sob essa perspectiva. No entanto, questionaram os (as) demais colegas: “Como fazer isso na Educação Básica”? Houve demonstração de um sentimento de angústia por parte dos (as) participantes. Esse fato evidencia a compreensão da complexidade em explorar temas do Cálculo, e como ainda as aulas estão distantes de abordagens que contemplam aspectos históricos e filosóficos da Ciência. Para este grupo, a iniciativa deve partir dos cursos universitários de Licenciatura em Matemática, pois o (a) futuro (a) professor (a) terá a oportunidade da vivência com novas metodologias de ensino, e consequentemente isso amplia seu repertório profissional. O grupo encerrou o relato com o pedido de continuar as reflexões em torno da questão: “Quais as ideias geradoras e construtoras para o Ensino de Cálculo”?

Fonte: Elaborado pela autora (2017) com base em Bordenave e Pereira (2012) p.171 -172.

Após o encerramento desse trabalho com o texto de Rezende (2003), seguimos para a última etapa desse momento da “Aplicação do Conhecimento”. Dessa forma, a atividade proposta foi a construção de um Vê Epistemológico que dialogue com as discussões realizadas durante o encontro. Para isso, conduzimos uma reflexão em torno de duas questões centrais: (a) Que relações podemos estabelecer entre a leitura do texto de Rezende (2003) e as questões discutidas no texto de Fiorentini (2005)?; e (b) De que forma (s) o Vê Epistemológico pode colaborar no processo de compreensão da produção e organização do conhecimento científico? Após o lançamento desses questionamentos os (as) participantes foram fazendo seus relatos de forma espontânea. Durante o processo dessa escuta, a pesquisadora principal destacou pontos comuns a partir das falas do grupo, buscando uma reconciliação integradora do conhecimento.

A intenção desse momento era de instigar os (as) participantes a perceberem a necessidade de uma questão-foco para a construção do Vê de Gowin. Toda a mediação objetivou que tal questão emergisse do próprio grupo de participantes. Ao final desse processo, os (as) participantes manifestaram a ideia de desenvolverem o diagrama “Vê” a partir da questão do texto de Rezende (2003), “Quais as ideias geradoras e construtoras para o Ensino de Cálculo”?”, pois foi o questionamento destacado no final da apresentação do Grupo 4, ver Quadro 35. Para esse grupo de participantes tal questão dialogava com a temática proposta no Encontro 2. Dessa forma, os (as) participantes receberam o modelo impresso do diagrama “Vê” para realizarem a atividade. A construção do Vê Epistemológico se deu de forma individual, e sem discussões entre os (as) participantes. Nesse momento os (as) participantes demonstraram preocupação em construir “um Vê correto”. A pesquisadora principal recebe muitos questionamentos e dúvidas individuais. No entanto, responde com novas perguntas fazendo-os pensar e refletir na estrutura científica do “Vê”. Os (as) participantes expressaram desconforto nessa etapa, pois não receberam respostas prontas.

As tarefas propostas a distância para o próximo encontro consideradas como organizadores prévios estão apresentadas no Quadro 36 e no Quadro 37. A primeira consiste na leitura do texto “A integral definida” de Lovaglia (1992) com o objetivo de conhecer noções elementares de aspectos históricos associados ao conceito de Integral Definida. Os (as) participantes receberam todas as orientações necessárias para desenvolver essas atividades, e sempre ficou aberta a oportunidade para esclarecer possíveis dúvidas.

Quadro 36 – Organizador Prévio para o Encontro 3 – Tarefa 1

TEMA: A INTEGRAL DEFINIDA

Objetivo: Conhecer noções elementares de aspectos históricos associados ao conceito de Integral Definida.

Orientações Gerais

•Realize a leitura do texto a seguir identificando e listando conceitos matemáticos que se fazem presentes. Para você, que conhecimentos prévios são necessários para compreender esses conceitos matemáticos? Descreva-os. Aproveite também para destacar e elencar notações e simbologias matemáticas.

A integral definida

A. R. LOVAGLIA

Historicamente, a integral definida desenvolveu-se a partir da tentativa de definir e calcular a área da região plana delimitada pelo gráfico da função $y = f(x)$, o eixo x e as retas $x = a$ e $x = b$, $a < b$ (Fig. [23]-1).

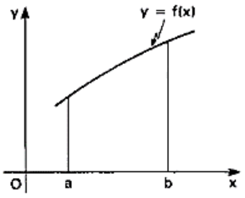


FIGURA [23]-1

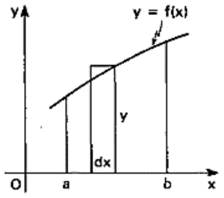


FIGURA [23]-2

Imaginava-se a região dividida numa "quantidade infinita de retângulos infinitesimais" de largura dx e altura y (Fig. [23]-2). Obtinha-se então a área da região "somando-se" as áreas desses retângulos. Essa soma é denotada pelo sinal de integral $\int$, que é um S alongado, inspirado na inicial da palavra latina *summa*. Assim, a área em questão pode ser escrita

$$\int_a^b f(x)\,dx, \quad \int_a^b y\,dx,$$

ou simplesmente $\int y\,dx$. Essa notação tem uso geral hoje em dia e é lida como "integral de a a b de $y\,dx$". O símbolo de integral foi introduzido em 1675 por Gottfried Wilhelm von Leibniz num manuscrito em que escreveu $\int \ell$ para expressar *omn.* ℓ, isto é, a soma de todos os ℓ [8]. Quem primeiro usou a palavra "integral" foi Jacob Bernoulli, em 1690.

O símbolo comum de somatório, Σ, é a letra maiúscula grega sigma. Assim, conforme o espírito de Leibniz, dever-se-ia escrever

$$\sum y\,dx = \int_a^b y\,dx = \text{área}.$$

A teoria da integração "moderna" começou com Augustin Louis Cauchy, que ao início do século XIX desenvolveu a integral como um "limite". Para uma função $y = f(x)$, contínua no intervalo $[a, b]$, Cauchy formava a soma de produtos

$$S_n = (x_1 - x_0) \cdot f(x_0) + (x_2 - x_1) \cdot f(x_1) + \ldots + (x_n - x_{n-1}) \cdot f(x_{n-1}),$$

onde $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ (Fig. [23]-3).

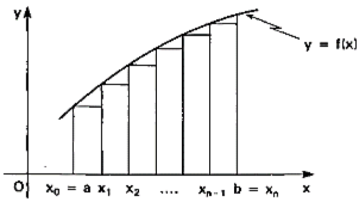


FIGURA [23]-3

Se as diferenças $x_i - x_{i-1}$, onde $i = 1, 2, \ldots, n$, decrescem tendendo para 0, o valor de S_n "acabará atingindo um certo limite" S, que dependerá unicamente da função $f(x)$ e dos valores a e b. Esse limite chama-se "integral definida".

Embora o símbolo "$f(x)$" seja ainda usado para denotar uma função, o x em $f(x)$ é inteiramente supérfluo, se não enganoso. Com o advento da teoria dos conjuntos na segunda metade do século XIX, passou-se a considerar uma função como uma correspondência entre dois conjuntos A e B. Indica-se essa correspondência por uma letra apenas, digamos f. A função f associa a cada x em A um único elemento, $f(x)$, em B, sendo que $f(x)$ depende de x. Lê-se $f(x)$ como "o valor de f em x". Como a integral fica completamente determinada pela função f e os extremos a e b, é inteiramente correto, e suficiente, denotar a integral por $\int_a^b f$. Essa notação tem sido amplamente utilizada nos últimos vinte anos.

Leituras suplementares

BOYER (a): 206, 229	NEWMAN: I, 53-58
—— (b): 441	ROSENTHAL
CAJORI (a): II, 242-52	

Referência Bibliográfica Específica

LOVAGLIA, A. R.. A integral definida. In: BOYER, Carl B. (Org.). **Cálculo:** Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992. p. 86-88. Tradução de Hygino H. Domingues.

Fonte: Organizado e elaborado pela autora (2017)

A segunda tarefa solicita assistir duas videoaulas ministradas em 2014 pelo Prof. Nilson José Machado as quais estão disponíveis gratuitamente por meio do canal do "Youtube" da Universidade Virtual do Estado de São Paulo. O objetivo para essa segunda atividade é o de reconhecer ideias matemáticas básicas do Cálculo Diferencial e Integral no contexto da Educação Básica. Para isso, foram formuladas uma sequência de questões com o intuito de suscitar percepções relativas à construção do conhecimento, com base em elementos heurísticos que compõem o Vê Epistemológico. Essas tarefas buscam ampliar o repertório de conhecimento dos (as) participantes para potencializar as discussões da temática a ser desenvolvida no Encontro 3.

Quadro 37 – Organizador Prévio para o Encontro 3 – Tarefa 2

Organizador Prévio – Encontro 3 – Tarefa 3

Bibliografia – Mídia Digital – Videoaula
Origem: Universidade Virtual do Estado de São Paulo
Curso: Licenciatura em Ciências
Disciplina: Matemática
Professor: Dr. Nilson José Machado
Ano/aulas: 2014 – Aulas 21 e 22
Tema Aula 21: Ideias Fundamentais do Cálculo / Funções do 2º grau - Parte 1. Duração: 20min42s
Tema Aula 22: Ideias Fundamentais do Cálculo / Funções do 2º grau - Parte 2. Duração: 18min29s

OBJETIVO: Reconhecer ideias matemáticas básicas do Cálculo Diferencial e Integral no contexto da Educação Básica.

Orientações Gerais:
Assista as duas videoaulas do Prof. Machado (2014), e responda as seguintes questões:

Questões Propostas

1. Que conceitos matemáticos (conteúdos) você se recordou ou relacionou ao assistir as videoaulas do Prof. Machado?
2. Que situações ou acontecimentos ocorreram que possibilitaram você ter acesso a essas vídeos-aulas?
3. Que perguntas/questões você se fez durante o processo de explicação do Prof. Machado?
4. Relate o que você compreendeu dessas duas videoaulas. Sinta-se à vontade para citar exemplos, relacionar com os estudos dos textos e discussões de nosso curso. Conecte ideias!
5. Cite representações matemáticas que você considera relevante que estão contidas nessas videoaulas do Prof. Machado. Por exemplo, gráficos, tabelas, símbolos. O que lhe chamou atenção? Por favor, descreva.
6. A partir das ideias fundamentais e construtoras do Cálculo, o Prof. Machado apresentou transformações gráficas. Qual foi conteúdo matemático que ele escolheu para isso? O que você compreendeu dessa sistematização de ideias?
7. O que você aprendeu/refletiu assistindo essas duas videoaulas do Prof. Machado? Que relações você estabelece com essas videoaulas e o Curso de Extensão “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”? Relate.
8. Que ideias gerais de Matemática estão presentes nessas videoaulas ministradas pelo Prof. Machado? Comente.
9. Considerando as leituras dos textos, discussões do curso de extensão e essas videoaulas do Prof. Machado, de que forma podemos evidenciar/abordar ideias básicas referentes ao Cálculo Diferencial e Integral na etapa da Educação Básica?
10. Para você, qual a relevância de aprender conceitos matemáticos básicos associados ao Cálculo Diferencial e Integral?
11. Para você, o que é Matemática?

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

O final do **Encontro 2** se deu por meio de agradecimentos pela presença dos (as) participantes. Porém, antes do término, a pesquisadora propôs uma dinâmica oral para realizar uma síntese dos dois primeiros dias de trabalho. Essa atividade do modo que ocorreu não estava prevista na AD. Os (as) participantes foram convidados a falar a respeito do significado das atividades desenvolvidas até esse momento, e se as considerava relevante para sua formação profissional.

De modo geral, todos (as) participantes descreveram o Curso de Extensão como uma oportunidade para refletirem o processo de suas aprendizagens, bem como repensar na forma de ensinar. Os relatos enfatizam o sentimento de acolhimento e pertencimento durante o desenvolvimento das atividades. Um ponto considerado como relevante consiste em discutir práticas pedagógicas com base em noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, pois estão habituados a resolverem listas de exercícios e realizar provas. As discussões das dificuldades epistemológicas do Cálculo os motivaram a compreender a importância de refletir em novas formas de compreender o próprio processo de aprendizagem.

A contribuição do Curso de Extensão para $P_{10}L_3$ é a oportunidade de "**relacionar**" aspectos históricos com o desenvolvimento do conhecimento matemático. Já P_9 LB_2 destacou que percebeu mudanças em sua forma de pensar o Cálculo, e isso promoveu alterações em sua "**concepção"** de aprendizagem. A "**realidade**" retratada nos textos estudados, segundo $P_{12}L_3$, trouxe explicações plausíveis para os problemas que vivencia no cotidiano da disciplina de Cálculo. A atribuição de "**novos significados"** no processo de ensino e de aprendizagem sintetiza a experiência de P_5L_4. As "**reflexões**" suscitadas pelas discussões e estudos de textos trouxeram para P_7L_4 um novo ânimo para enfrentar as dificuldades encontradas ao longo do curso da disciplina de Cálculo. Nesse sentido, P_6L_2 descreveu a sua participação como um processo de "**reaprender**". A percepção tanto de $P_{13}L_4$ quanto de $P_{14}L_C$ é de que esses dois dias de participação os fizeram acreditar em "**renovação"** para o tratamento de uma disciplina universitária clássica. Além disso, os (as) participantes ressaltaram a relevância de se discutir noções conceituais de Cálculo estabelecendo relações com temas da Educação Básica. Para esse grupo de participantes, a Formação Docente precisa contemplar esse espaço de reflexão para que disciplinas tidas como de natureza universitária contribua e faça sentido para promover aprendizagem no ambiente escolar.

Para nos despedirmos do **Encontro 2**, deixamos o convite para a participação no **Encontro 3,** em que refletiremos a respeito da temática “Noções de Integral e significado (s) para a atuação docente em Matemática”. O flyer apresentado na Figura 19 divulga informações gerais do próximo encontro.

Figura 19 – Flyer de divulgação do Encontro 3

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A seguir, passamos a relatar a aplicação da Abordagem Didática referente ao Encontro 3.

5.3.3 Encontro 3

O **Encontro 3** ocorreu em 24 de abril de 2017 no período de 13h30min às 17h30 min. Nesse dia tivemos a presença de 6 (seis) participantes: P_5L_4, P_7L_4, P_9 LB_2, $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{14}L_C$.

A ausência de alguns participantes nesse encontro foi em decorrência da necessidade de uma alteração da agenda do curso. Inicialmente, o último dia do curso estava previsto para 28 de abril de 2017, uma sexta-feira. Entretanto, há variáveis que não se pode controlar em uma pesquisa! Em razão dos desdobramentos de crises políticas e econômicas no Brasil, o dia 28 de abril foi escolhido por diferentes entidades sindicais e institucionais tanto públicas quanto privadas para realizar o movimento de paralisação nacional; manifestação que protestou contra as reformas da Previdência Social propostas pela base governista atual. Desse modo, por meio de assembleia, a maioria dos servidores da Universidade Estadual de Londrina decidiram aderir à manifestação.

Diante dessa situação, negociamos a reorganização com os (as) participantes da pesquisa, e antecipamos a finalização do Curso de Extensão “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática” para o dia 27 de abril de 2017.

Para o **Encontro 3**, a mensagem de acolhida é de Freire (2004) que nos inspira afirmando que “ensinar é o ato de desenvolver possibilidades para a construção e produção de conhecimentos”. O tema do **Encontro 3** é “Noções de Integral e significado (s) para a atuação docente em Matemática”. Dessa forma, buscamos como objetivo nesse encontro suscitar discussões a respeito de elementos construtores do conhecimento referentes às noções conceituais do Cálculo.

A seguir, o Quadro 38 apresenta as referências bibliográficas específicas e anexos selecionados para as atividades deste encontro.

Quadro 38 – Referências teóricas do Encontro 3

• 1• Referências Específicas LOVAGLIA, A. R. A integral definida. In: BOYER, Carl B. **Cálculo.** São Paulo: Atual, 1992. Cap. 23. p. 86-88. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula). Tradução de: Hygino H. Domingues. MACHADO, Nilson José. Noções de Cálculo Integral. In: IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; MACHADO, Nilson José. **Limites, Derivadas, Noções de Integral:** Fundamentos de Matemática Elementar - Volume 8. 7. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013. Cap. 9. p. 208-220.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades ou etapas de trabalho desenvolvidas no **Encontro 3** estão sistematizadas no quadro a seguir:

Quadro 39 – Roteiro de Atividades do Encontro 3

• Atividades Propostas• E3• 4h		Duração (min)
1	Acolhida do dia e Memórias do Encontro 2	20'
2	Apresentação da questão orientadora do dia	
3	Entrega de materiais impressos	
4	Problematização Inicial: Significado (s) de Integral com base nas atividades envolvendo os organizadores prévios solicitados no Encontro 2	30'
5	Organização do Conhecimento: Noções de Cálculo Integral com base em Machado (2013)	80'
6	Intervalo	15'
7	Aplicação do Conhecimento: Roda de discussão e Construção do 3º Vê Epistemológico	80'
8	Encerramento do Encontro 3	15'

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

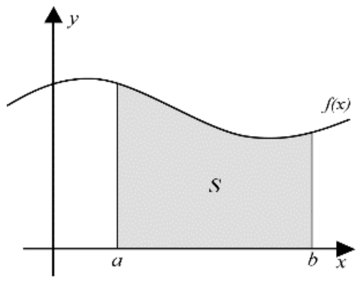
Para iniciarmos o desenvolvimento das atividades deste encontro fizemos uma retomada dos principais pontos discutidos nos encontros anteriores, com foco principal na temática da Formação Docente com base tanto em memórias formativas quanto em Fiorentini (2005), e ideias geradoras e construtoras do Cálculo relativas ao estudo do texto de Rezende (2003). Além disso, realizamos uma discussão para recordar significados atribuídos aos elementos do Vê Epistemológico.

A questão norteadora deste encontro deu enfoque ao questionamento: “O que significa integrar”? A seguir, o momento da “Problematização Inicial” no **Encontro 3** foi desenvolvido com base nas atividades à distância referentes aos organizadores prévios solicitados no final do Encontro 2. Dessa forma, o objetivo da leitura do texto “A integral definida” de Lovaglia (1992) era conhecer noções elementares de aspectos históricos associados ao conceito de Integral definida. Para isso, os (as) participantes identificaram e listaram conceitos matemáticos que estruturavam as ideias apresentadas no texto. Os termos conceituais “Integral”, “somatórios”, “Limites”, “Função”, “Teoria dos Conjuntos” foram os mais citados, além disso foi destacada a necessidade de ter a ideia intuitiva da possibilidade de calcular a área sob uma curva mediante as delimitações gráficas.

Em relação aos conhecimentos matemáticos prévios para compreender tais conceitos gerais do texto estudado, foram mencionados “relação”, “área de retângulos”, “intervalos”, “plano cartesiano”, “relações de desigualdade”, “noções de infinito”.

As notações e simbologias específicas de integral ganharam destaques nos relatos dos (as) participantes, conforme ilustrado no Quadro 40, assim como a simbologia do somatório “∑”, tido como um operador matemático que geralmente soma uma sequência de termos.

Quadro 40 – Representações simbólicas relativas à ideia de Integral

	$\int$	$\int_a^b f(x)dx$
A	**B**	**C**

Fonte: Organizado pela autora (2017).

Para prosseguirmos com esse momento, ouvimos alguns comentários em relação às videoaulas do Prof. Machado (2014). Os (as) participantes apreciaram bastante as explicações, e explicitaram que tiveram lembranças de assuntos que já tinham estudado. No entanto, para a maioria, as videoaulas foram uma oportunidade de aprender mais a respeito de noções conceituais de Cálculo, pois conseguiram atribuir novos significados ao seu repertório de conhecimento. Para esse grupo de participantes, uma das formas de abordar noções básicas referentes ao Cálculo Diferencial e Integral na etapa da Educação Básica é utilizar o conteúdo de funções, e relacioná-las com sua taxa de variação. Outra sugestão é estimular o trabalho com o cálculo de áreas de figuras irregulares usando técnicas de estimativas. Os (as) participantes discutiram que é relevante a desmistificação da ideia de aproximação, pois no Ensino Básico se trabalha com “a compreensão” de que tudo é exato, ou seja, quando se calcula uma área geralmente a resposta é um número natural, no máximo um racional positivo. Dessa maneira, compreendem que raramente é apresentada uma situação em que é necessário calcular a área de figuras irregulares, figuras essas que não há “uma fórmula” para se obter a área.

Com o término dessas discussões iniciais, o momento da “Organização do Conhecimento” foi desenvolvido com base na leitura do estudo do texto “Noções de Cálculo Integral” de Machado *et al*. (2013). Os (as) participantes fizeram a leitura silenciosa de forma individual, e após realizamos uma roda de discussão para dialogar a respeito dos principais pontos do texto. Alguns participantes sentiram a falta da definição de limite. Esse fato pode estar associado à sequência do estudo inicial do Cálculo em cursos universitários, uma vez que normalmente se trabalha com Limite, seguindo com Derivada, e concluindo com o estudo da Integral. No entanto, a proposta do Curso de Extensão é oportunizar um novo olhar para essa sequência clássica, trazendo aspectos históricos relacionados à construção do conhecimento. Em virtude da vivência das discussões e reflexões envolvendo o Vê Epistemológico, notamos por parte dos (as) participantes “exigências” no processo de leitura. Por exemplo, questionamentos como: “Qual a definição de x_i”? Ou “o que significa x_n”? “O que significa dx”? “Gostaria de ter visto nesse texto a definição de partição”. Essas questões evidenciam que a parte das notações geraram várias dúvidas, e muitos relataram que não conheciam com propriedade tais notações incluindo letras gregas. Quando o texto avança para os processos formais das definições matemáticas há demonstrações de um desconforto cognitivo, e a expressão do sentimento de dificuldades. Um ponto apreciado no texto pelos (as) participantes foi a ideia de noções conceituais de Integral serem exploradas com base em cálculos de áreas de retângulos, pois aproxima noções conceituais específicas de conhecimento prévios por meio de linguagem acessível.

A leitura desse texto contribui para que os (as) participantes percebessem a relevância do uso de notações, de conhecimentos prévios e de conceitos matemáticos para o processo de construção do conhecimento científico. Além disso, esse grupo de participantes demonstrou que a aprendizagem de procedimentos e técnicas matemáticas de Cálculo não bastam para que haja compreensão sistematizada de temas matemáticos. É preciso leitura atenta, e a consideração dos elementos do Vê Epistemológico durante o estudo corroboram para produzir reflexões coerentes, e consistentes relativas à aprendizagem.

Após as discussões do texto de Machado *et al.* (2013), passamos a desenvolver a "Aplicação do Cohecimento". Esse momento é destinado para a construção individual do Vê Epistemógico para contemplar o foco temático do encontro. No entanto, o Diagrama Vê depende de uma questão-foco para sua elaboração. Dessa forma, os (as) participantes se recordaram que no "Questionário Prévio" responderam uma questão referente à Integral. Sendo assim, foi definida a "Questão 5" para dar prosseguimento aos trabalhos: "Considere f uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa integrar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?".

Com o término da elaboração do Vê Epistemológico, fizemos a orientação da tarefa proposta à distância para o próximo encontro. Essa tarefa considerada como organizador prévio busca valorizar a experiência pessoal dos (as) participantes envolvendo a disciplina de Cálculo. Sendo assim, solicitamos aos participantes para escolherem e trazerem para o Encontro 4 alguma atividade, objeto, texto, imagem, anotações, caderno, livro, artigo que remeta lembranças associadas à Formação Docente e ao Cálculo Diferencial e Integral.

Para finalizar os trabalhos deste encontro, deixamos o convite para a participação no **Encontro 4**, com enfoque para refletirmos a respeito da temática "Noções de Derivada e significado (s) para a atuação docente em Matemática". A Figura 20 apresenta o flyer que foi utilizado para divulgar informações gerais desse encontro em correios eletrônicos e redes sociais.

Figura 20 – Flyer de divulgação do Encontro 4

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Despedimo-nos dos (as) participantes agradecendo a presença e o comprometimento com a realização das atividades propostas. O encerramento foi marcado por relatos pessoais que descreviam o entusiasmo pela escolha da Matemática como área de atuação profissional, uma vez que a tarefa pedida como organizador prévio remeteu espontaneamente várias memórias aos participantes.

A seguir, passamos a relatar a aplicação da Abordagem Didática referente ao Encontro 4.

5.3.4 Encontro 4

O **Encontro 4** ocorreu em 25 de abril de 2017 no período de 13h30min às 17h30 min. Nesse dia tivemos a presença de 9 (nove) participantes, sendo P_1LB_4, P_3L_3, P_5L_4, P_7L_4, P_9 LB_2 $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$.

O tema do **Encontro 4** “Noções de Derivada e significado (s) para a atuação docente em Matemática” teve como enfoque discutir elementos e aspectos construtores do conhecimento matemático referentes às noções conceituais do Cálculo. Partimos da ideia de que conhecer é compreender e atribuir significados, e cada estudo que se realiza deve fazer sentido, conforme Ausubel (2003), tanto lógico quanto psicológico. Neste penúltimo encontro, a mensagem de acolhida para receber os (as) participantes teve como objetivo refletir a relevância de se construir oportunidades para fortalecer a Formação Docente. Dessa forma, concordamos que

> [...] ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. [...]. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender (FREIRE, 2004, p.22-23, destaque do próprio autor).

A seguir, o Quadro 41 apresenta as referências bibliográficas específicas selecionadas para as atividades deste encontro.

Quadro 41 – Referências teóricas do Encontro 4

• **1• Referências Específicas**
ÁVILA, Geraldo. Limites e Derivadas no Ensino Médio. In: ÁVILA, Geraldo. **Várias Faces da Matemática:** Tópicos para Licenciatura e leitura geral. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. Cap. 19. p. 167-177. Edição revista e ampliada. HOUAISS, Antônio. **Dicionário Eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa:** com a nova ortografia da Língua Portuguesa. São Paulo: Objetiva, 2009. CD-ROM.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades e/ou etapas de trabalho realizadas no **Encontro 4** estão sistematizadas no quadro a seguir:

Quadro 42 – Roteiro de Atividades do Encontro 4

• Atividades Propostas• E4• 4h		**Duração (min)**
1	Acolhida do dia e Memórias do Encontro 3	20'
2	Apresentação da questão orientadora do dia	
3	Entrega de materiais impressos	
4	Problematização Inicial: O conceito de Derivada e atribuições de significado (s)	30'
5	Organização do Conhecimento: Limites e Derivadas no Ensino Médio com base em Ávila (2010)	80'
6	Intervalo	15'
7	Aplicação do Conhecimento: Roda de discussão e Construção do 4º Vê Epistemológico	80'
8	Encerramento do Encontro 4	15'

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Para iniciarmos as atividades do **Encontro 4** realizamos uma breve retrospectiva das discussões relativas ao Encontro 3. Os (as) participantes destacaram que os textos estudados suscitaram reflexões que colaboraram no processo de construção do Vê Epistemológico, e demonstraram indícios de aprendizagem significativa. Nesse momento, os (as) participantes relataram suas percepções e experiências com elementos do diagrama "Vê" relacionando conhecimentos prévios aos temas contemplados nas discussões, e expressaram asserções de valor e conhecimento. As análises específicas das produções dos Vês serão desenvolvidas no Capítulo 6.

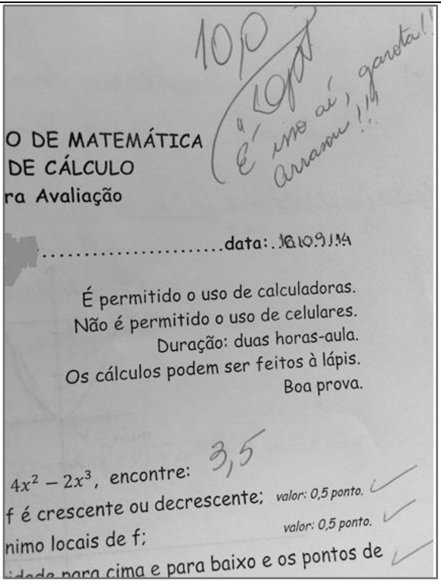
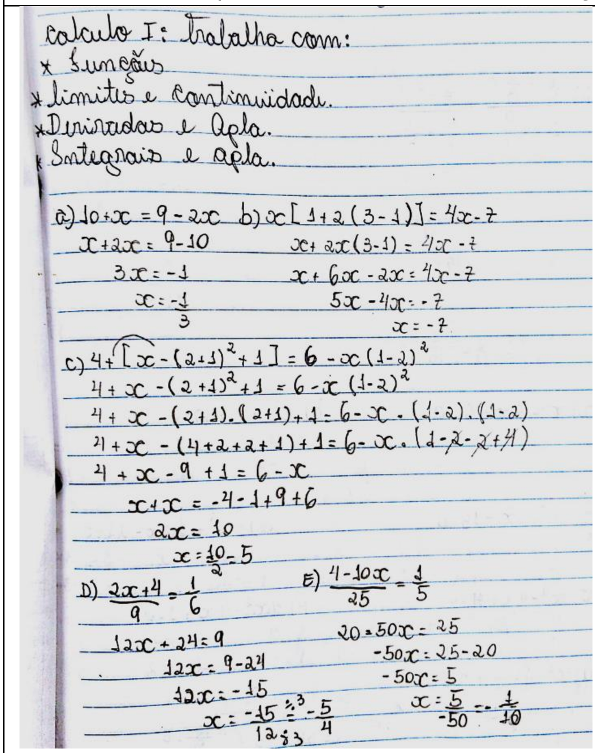
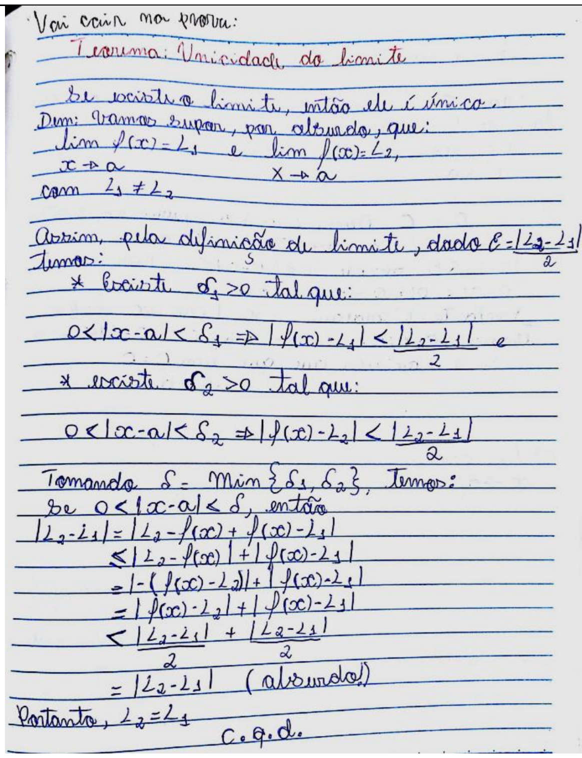
De forma geral, os (as) participantes destacaram momentos de discussões de ideias associadas ao conceito de Integral, explicitando o entendimento de noções conceituais e a compreensão de significados. A linguagem matemática com notações e simbologias foram tratadas como meio de comunicação específica, e como tal requer conhecimentos prévios e a incorporação de novas aprendizagens. Para isso, os (as) participantes destacaram o papel da atenção, da leitura específica de cada encontro e a importância das rodas de discussões para elaboraram compreensões, refinar ideias e atribuir novos significados tanto aos conhecimentos matemáticos quanto aos conhecimentos didático-pedagógicos.

O momento da “Problematização inicial” teve como enfoque as memórias formativas dos (as) participantes em relação ao Cálculo Diferencial e Integral. Essa atividade é baseada no desenvolvimento do organizador prévio solicitado no Encontro 3. Dessa forma, os (as) participantes organizaram-se em uma roda de conversa para partilhar suas experiências pessoais em relação ao Cálculo. Esse momento foi permeado por muitas emoções, e as pessoas expressaram suas dificuldades. Os (as) participantes demonstraram acolhimento e solidariedade uns com os outros.

As memórias formam uma coletânea diversa que englobam desde registros fotográficos de materiais acadêmicos pessoais como trazidos por P_1LB_4, P_5L_4, e P_9LB_2 a relatos que foram sintetizados pela pesquisadora principal, casos de P_3L_3, $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$ e $P_{14}L_c$.

No Quadros 43 e 44 apresentamos uma síntese de memórias pessoais desses participantes contemplando relatos de parte do percurso do processo de “tornar-se docente”. Para ser docente é necessário antes ser aprendiz! O (a) aprendiz alegra-se com seu desempenho acadêmico, mas frustra-se de igual modo quando os resultados não são alcançados.

Quadro 43 – Memórias Formativas Pessoais, Formação Docente e Cálculo – Parte I

<table>
<tr><th>Código</th><th colspan="2">Relato de Memória</th></tr>
<tr><td>P_1LB_4</td><td>
</td><td>Para P_1LB_4 o resultado dessa avaliação na disciplina de Cálculo reflete o esforço e a dedicação pela disciplina. O relato de P_1LB_4 destacou a identificação didático-pedagógica que experienciou por meio do desenvolvimento do trabalho docente realizado.</td></tr>
<tr><td>P_3L_3</td><td colspan="2">“Primeira prova de derivadas. Nota 5,0”. De acordo com P_3L_3 esse foi um dos resultados mais frustrantes que obteve. Isso o motivou a buscar meios para superar e intensificar sua aprendizagem na disciplina de Cálculo I.</td></tr>
<tr><td>P_5L_4</td><td colspan="2">“Reprova no 1º ano de Cálculo, abandonou no 1º semestre”. Quando tentou retomar a disciplina, e teve coragem para fazer suas perguntas, ouviu do professor regente “Eu já te ensinei”. Para P_5L_4 foi uma experiência que descreve como “fracasso”. No entanto, encontrou suas próprias razões para continuar seus estudos. Para P_5L_4 os registros de aula que realizou em seu caderno significam resistência em não desistir.</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>
</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado e organizado pela autora com base em acervo documental da pesquisa (2017)

Quadro 44 – Memórias formativas pessoais, Formação Docente e Cálculo – Parte II

P_9LB_2	Para P_9LB_2 a memória é de um “trabalho de Modelagem matemática” que transformou sua forma de pensar em Cálculo, e seguido a isso “muitas reuniões de estudos com meus amigos”. **MODELAGEM MATEMÁTICA** POPULAÇÃO BRASILEIRA E TV POR ASSINATURA: PESQUISA, DESENVOLVIMENTO E CONCLUSÃO. Pensamos em criar uma função $F(t)$ no qual relacionasse a quantidade pessoas por quantidade de assinaturas de TV. Desta forma chegamos ao modelo básico de nossa estrutura: $F(t) = \frac{Quantidade\ de\ pessoas\ no\ ano\ t}{Quantidade\ de\ Assinantes\ no\ ano\ t}$ Em que $F(t)$ nos fornece a quantidade de pessoas por assinatura de TV, ou seja, que a cada $F(t)$ pessoas, uma é assinante. O problema inicial seria calcular o número de pessoas que existem no ano t e o número de assinante, assim utilizamos as variações de pessoas e de serviços de assinatura de TV para estimar o valor de tais informações no ano t.
$P_{10}L_3$	“Cálculo é a disciplina que possui trabalhos de alto complexidade”.
$P_{12}L_3$	Trouxe um livro de introdução ao estudo de Cálculo Diferencial e Integral. Relatou que esse livro remetia as suas primeiras aprendizagens, e por isso exerce forte influência em suas memórias acadêmicas.
$P_{13}L_4$	A expressão “estudo constante” sintetiza o processo denominado por uma sequência de atividades universitárias que envolvia “aula + teste + avaliação + prova”.
$P_{14}L_c$	“Depois da primeira definição $lim_{\Delta\to 0}\frac{f\ (x+\Delta x)-f\ (x)}{\Delta x}$, as outras fórmulas foram apenas jogadas, atrapalhou-me um pouco no raciocínio. Tive dificuldades com mais de uma variável também. E Cálculo Integral a definição geométrica não teve ligação com a definição algébrica”.

Fonte: Elaborado e organizado pela autora com base em acervo documental da pesquisa (2017)

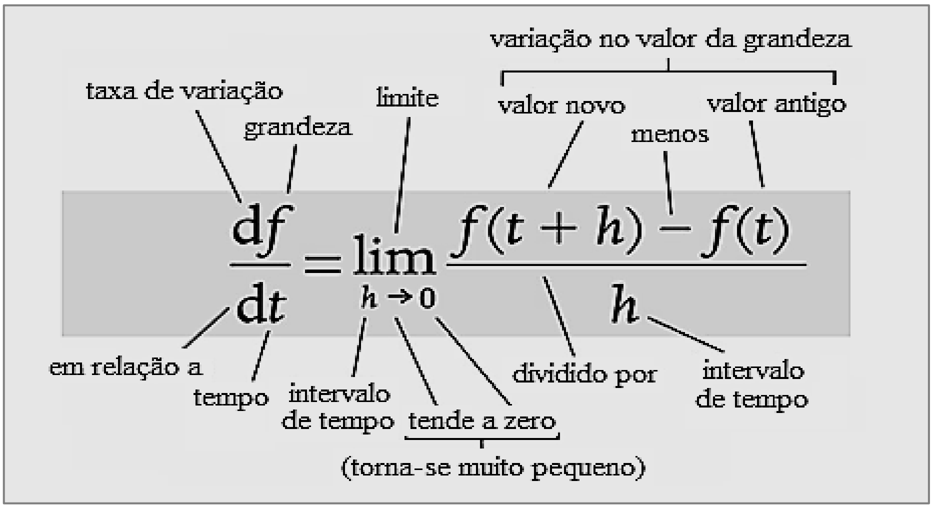
A questão norteadora deste encontro deu enfoque ao questionamento: “O que significa derivar”? O momento da “Organização do Conhecimento” no **Encontro 4** foi desenvolvido com base no estudo do texto de Ávila (2010) intitulado “Limites e derivadas no Ensino Médio”. Os (as) participantes procederam com a leitura organizados em pequenos grupos. Após o término da leitura, foi realizado um pequeno intervalo. Em seguida, fizemos uma roda de discussão para socializar as ideias gerais do texto.

Um dos relatos destacou as diferenças de enfoques linguísticos presentes na coletânea de textos selecionados ao longo dos encontros, e enfatizou que o texto do **Encontro 4** é direcionado para professores, e o do Encontro 3 apresentava a perspectiva específica centrada em conceitos matemáticos.

De modo geral, os (as) participantes reconheceram que o texto de Ávila (2010) começa com a noção conceitual de Derivada e sua apresentação de forma intuitiva no Ensino Médio, expressando não identificarem esses aspectos do Cálculo em livros de Matemática do Ensino Médio.

Para promover as discussões, sugerimos que os (as) participantes relatassem o que se recordavam a respeito de derivada. As primeiras lembranças foram associadas ao cálculo de derivada de função polinomial, e noção de limite. Em resumo, as memórias formativas relacionadas a conhecimentos prévios, e representações matemáticas podem ser ilustradas por meio da Figura 21.

Figura[42] 21 – Significados relacionados à formalização algébrica de Derivada



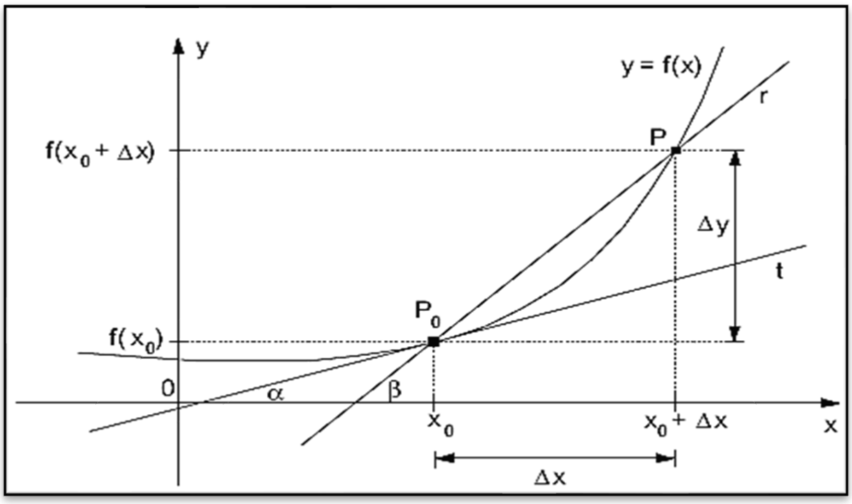
Fonte: Stewart (2013)

Em relação ao questionamento: "O que significa derivar"? foram dadas diferentes respostas. Para alguns, derivar significa encontrar "a inclinação da reta tangente em um determinado ponto", "calcular o limite da tangente da reta secante"; e para outros significa "calcular a taxa de variação", ou de forma mais específica "encontrar a taxa de variação para compreender o comportamento da função podendo ser classificada como crescente, decrescente ou constante".

[42] STEWART, Ian. **Dezessete equações que mudaram o mundo.** Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 408 p. Tradução de: George Schlesinger.

Além disso, alguns expressaram o significado de derivar como sendo "a variação de algo em relação a alguma coisa, por exemplo, o cálculo da velocidade, isto é, variação do espaço em relação ao tempo". A Figura 22 sintetiza algumas interpretações relatadas envolvendo a noção conceitual de significados atribuídos à derivação referentes ao Cálculo.

Figura 22 – A derivada como inclinação de uma reta tangente ao gráfico da função



Fonte: Adaptado pela autora com base em Stewart (2013)

Quanto ao significado da derivada de uma função constante ser zero, alguns se posicionaram relatando que "não existe uma taxa de variação", enquanto outros afirmaram que a taxa existe, no entanto é nula. Nesse momento, os (as) participantes desenvolveram uma intensa discussão. Dessa forma, $P_{10}L_3$ teve a iniciativa de se dirigir até a lousa e propor um exemplo de derivada de uma função constante. Para isso, $P_{10}L_3$ utilizou a função "f (x) = 2" e realizou o cálculo da derivada encontrando "zero" como resposta, e por meio do cálculo algébrico fez uma representação gráfica usando o plano cartesiano. Muitos participantes afirmaram que não tiveram anteriormente a oportunidade de ter refletido a respeito dessa ideia, e expressaram a atribuição de novos significados mediante o desenvolvimento desse momento.

Os (as) participantes opinaram a respeito de formas de integrar o tratamento de funções, Geometria e noções de derivada na Educação Básica. Para esse grupo de participantes, a sistematização dos conceitos poderia contribuir para que estudantes tivessem possibilidade de atribuir significados se os temas fossem abordados de forma conjunta, com o auxílio de diferentes representações de linguagem. Por exemplo, ao estudar o modelo algébrico de uma função imediatamente mostrar a sua representação no plano cartesiano, e consequentemente se for delimitado um intervalo numérico para a análise do comportamento de tal função, questionar os (as) estudantes a respeito da forma geométrica que tal contorno revela no plano cartesiano. Lançar perguntas instigando a respeito da taxa de variação da função. Como cresce? Ou, como decresce? Ou ainda, em que momento ela atinge um valor nulo, e, devagar construir novas perspectivas para o conhecimento matemático. Aplicações de outras áreas do conhecimento a exemplo de situações problemas da Física podem contribuir para explorar novos significados na aula de Matemática.

Para finalizar as discussões desse momento, os (as) participantes foram questionados a respeito de relações que poderiam ser estabelecidas entre o texto de Ávila (2010) e os demais estudados ao longo do Curso de Extensão, tais como de Rezende (2003), Fiorentini (2005), Machado *et al*. (2013). Em síntese, os (as) participantes destacaram a necessidade de conhecimentos prévios para gerar significados no processo de aprendizagem de Cálculo. Além disso, relataram que todos os textos apresentam conceitos do Cálculo considerando a relevância e a negociação de significados para que estimulem o sentido da aprendizagem. Alguns participantes enfatizaram que a coletânea de textos apresenta formas de tratar noções conceituais de Cálculo na Educação Básica fundamentados em aspectos históricos, fato que corrobora para compreender o problema, e mais adiante entender o processo de proposição da solução. Além disso, reconheceram que muitas dificuldades dos estudantes podem ser devido à linguagem científica, por vezes considerada "difícil", e a maneira didática de se abordar o assunto. Um destaque geral refere-se à característica comum a todos os textos estudados ao longo dos encontros, isto é, apresentam um problema, identificam dificuldades em relação ao processo de ensino e de aprendizagem em Cálculo, e discutem maneiras plausíveis de solucionar tais problemas, mesmo que essas não sejam simples de serem implementadas na prática. Para esse grupo de participantes a solução passa pelo processo de conscientização dos problemas que circundam o ensino e a aprendizagem do Cálculo. Cada partícipe do processo educativo precisa ter a disposição em aprender, em querer fazer diferente, em buscar novas soluções para dilemas "antigos".

Após a escuta dos relatos da roda de discussão, prosseguimos para a etapa da elaboração individual do diagrama “Vê”, denominado nos encontros por “Aplicação do Conhecimento”. Assim como nos outros encontros, promovemos um debate para que o grupo de participantes fizessem a proposição da questão-foco. Dessa forma, recordaram de como tinham chegado nesse consenso no Encontro 3, e como a temática do Encontro 4 trata de “Derivada”, a escolha foi pela Questão 6 do Questionário Prévio, a saber: “Considere f uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa derivar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?”.

Encerrada a produção dos diagramas “Vês” pelo grupo de participantes, prosseguimos para as orientações da tarefa proposta à distância para o Encontro 5, considerada como organizador prévio apresentada no Quadro 45. O objetivo da atividade “Relato de Experiências vivenciadas” no Curso de Extensão “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática” consiste em conhecer percepções e reflexões pessoais para complementar informações que corroborem com análises de processos individuais de aprendizagem.

Quadro 45 – Organizador Prévio para o Encontro 5 – Tarefa única

Curso de Extensão
“Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”

ENCONTRO 05 – ATIVIDADE PROPOSTA
Relato de Experiências vivenciadas

Síntese de suas experiências e vivências durante o Curso de Extensão: “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”

Elabore um relato de suas experiências ao longo dos encontros desse curso de extensão. Sinta-se à vontade para realizar comentários, reflexões e sugestões. Para isso considere os seguintes tópicos:

Questões Propostas

1. Comente a respeito de aspectos teóricos e metodológicos utilizados no curso.
2. Comente a respeito da utilização e de sua compreensão relacionada ao Vê Epistemológico.
3. O curso lhe trouxe novidades? Quais? Comente!
4. Como você se sentiu no curso?
5. Aspectos relacionados à organização, por exemplo: local, processo de inscrição, horário.
6. Sugestões e outros comentários.

Muito obrigada por fazer parte desse momento científico!

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

E mais uma vez nos despedimos dos trabalhos deste encontro, agradecemos a presença de todos (as) participantes, e fazemos o convite para a participação no **Encontro 5** para refletirmos a respeito da temática "Formação Docente e Cálculo Diferencial e Integral". O flyer apresentado na Figura 23 divulga informações gerais do último encontro do Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática".

Figura 23 – Flyer de divulgação do Encontro 5

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A seguir, passamos a relatar a aplicação da Abordagem Didática referente ao Encontro 5.

5.3.5 Encontro 5

O **Encontro 5** ocorreu em 27 de abril de 2017 no período de 13h30min às 17h30 min. Nesse dia tivemos a presença de 9 (nove) participantes, sendo P_1LB_4, P_3L_3, P_5L_4, P_7L_4, P_9 LB_2 $P_{10}L_3$, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$, $P_{14}L_C$.

O enfoque temático do **Encontro 5** foi a “Formação Docente em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral”. O objetivo geral deste encontro consiste em desenvolver práticas de recursividade para a promoção da aprendizagem, buscando instigar o que entendemos na Teoria da Aprendizagem Significativa como “diferenciação progressiva” e “reconciliação integrativa”. As noções conceituais de derivada e integral referentes ao Cálculo constituem-se como temas científicos que subsidiam a identificação de possíveis indícios de aprendizagem, mediante a elaboração e aplicação da Abordagem Didática.

A mensagem que inspira o **Encontro 5** fundamenta-se em princípios da Teoria Humanista da Educação de Novak (1981), nos trabalhos de Novak e Gowin (1984), e nas ideias de Ausubel (1968). Como dizia Paulo Freire o ato de “educar é impregnar de sentido o que fazemos em cada instante”. Por isso, “qualquer experiência humana que resulte em sentimentos fortemente negativos pode contribuir para um colapso da interação entre a maneira como se pensa, sente e age” (NOVAK, 1981, p.26). Dessa forma, entendemos que o ambiente educativo construtivista contribui para o bem-estar do desenvolvimento das capacidades cognitivas e sociais. Tal afirmação se refere ao fato de que nesses ambientes se priorizam a partilha de ideias e saberes, buscando valorizar a individualidade de cada pessoa, e transformando possíveis dificuldades em alavancas promotoras de soluções. Ainda, enfatizamos e concordamos que:

> A experiência humana envolve não só o pensamento e a ação, mas também os sentimentos. Só quando se consideram os três fatores conjuntamente é que os indivíduos são capazes de enriquecer o significado da sua experiência. Seguramente [...] já sentiu alguma vez na sua vida escolar o efeito debilitante de uma experiência que ameaçou a sua autoestima, o seu sentimento de “se sentir bem”. Nos nossos estudos de investigação temos verificado, repetidamente, que toda a prática educativa que não faça com que o aluno capte o significado da tarefa de aprendizagem, falha normalmente em lhe proporcionar confiança nas suas capacidades, e em nada contribui para incrementar a sua sensação de domínio sobre os acontecimentos (NOVAK; GOWIN, 1984, p.13).

A seguir, o Quadro 45 apresenta as referências bibliográficas específicas selecionadas para as atividades deste encontro.

Quadro 45 – Referências teóricas do Encontro 5

• 1• Referências Específicas
LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática.** 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.
• 2 • Apêndice
Questionário Posterior – Apêndice D

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A apresentação do roteiro, sequência e previsão de duração das atividades e/ou etapas de trabalho a serem desenvolvidas no **Encontro 5** estão sistematizadas no quadro a seguir:

Quadro 46 – Roteiro de Atividades do Encontro 5

• Atividades Propostas• E5• 4h		**Duração (min)**
1	Acolhida do dia e Memórias do Encontro 4	15'
2	Apresentação da questão orientadora do dia	
3	Entrega de materiais impressos	
4	Problematização Inicial: Retrospectiva dos encontros e relato de membros	20'
5	Organização do Conhecimento Contribuições e reflexões do uso do Vê Epistemológico para a Formação Docente inicial em Matemática Autoanálise do processo de construção dos Vês Epistemológicos	30'
6	Intervalo	15'
7	Aplicação do Conhecimento: Reconstrução de Vês Epistemológico	60'
	Aplicação do Questionário Posterior para coleta de dados	50'
	Aplicação do Conhecimento: Formação Docente: Ensinar com conhecimento com base em Lorenzato (2010)	20'
8	Plenária de Encerramento do Encontro 5	30'

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A experiência humana pode ser compreendida como a reunião de pensamentos, ações e sentimentos em prol de um objetivo pessoal ou comunitário. Nesse sentido, perguntamos aos participantes a respeito das atividades principais que os fizeram refletir pessoalmente ao longo do desenvolvimento dos encontros do Curso de Extensão. O momento da "Problematização inicial" foi desenvolvido com base em partilhas de conhecimentos mediante breve retrospectiva dos enfoques temáticos de cada encontro, conforme a seguir:

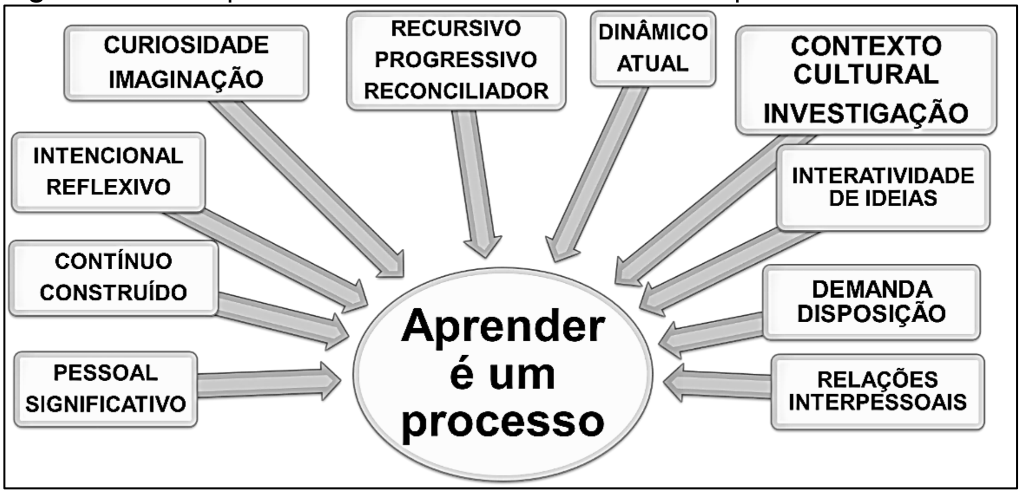
- ENCONTRO 1: Questionário Prévio. Termo de Consentimento. Questões problematizadoras. Apresentação do Vê Epistemológico.
- ENCONTRO 2: Formação Matemática e Didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática.
- ENCONTRO 3: Significado (s) atribuídos à Integral.
- ENCONTRO 4: Significado (s) atribuídos à Derivada.
- ENCONTRO 5: Análises epistemológicas – Processo de construção do e organização do conhecimento.

De modo geral, os (as) participantes relataram percepções de novas aprendizagens em todos os encontros, e demonstraram o reconhecimento de que aprender é um processo de construção contínuo. Os destaques realizados sintetizaram características da Teoria da Aprendizagem Significativa como, por exemplo, a noção da recursividade para promover reflexões de diferentes perspectivas, a diferenciação progressiva por meio do estudo e diálogos com vários textos, as etapas de socialização de ideias que repercutiram em indícios de reconciliação integrativa tanto nas rodas de discussões quanto nos momentos de elaboração do Vê Epistemológico.

As relações interpessoais fortaleceram-se ao longo das atividades, pois o ambiente de acolhimento favoreceu a interatividade de ideias, e dessa forma o sentimento de liberdade de expressão potencializou a disposição em aprender.

Os procedimentos didático-pedagógicos adotados contribuíram para enriquecimento de estratégias de ensino e de aprendizagem. Em particular, o trabalho com a adoção do Vê Epistemológico como instrumento avaliativo no final dos momentos de estudos e discussões em grupo oportunizaram novas formas de perceber a dinâmica da construção do conhecimento científico. A Figura 24 resume os elementos identificados pelos (as) participantes que colaboraram no percurso de ensino e de aprendizagem ao longo do Curso de Extensão.

Figura 24 – Componentes envolvidos no Processo de Aprender – Encontro 5



Fonte: Esquema elaborado pela autora (2017)

O momento da "Organização do Conhecimento" no **Encontro 5** foi realizado a partir de discussões envolvendo contribuições e reflexões relativas à aplicação do Vê Epistemológico para a Formação Docente inicial em Matemática. Para o desenvolvimento dessa etapa, foram organizadas rodas de discussão com o intuito de relacionar novas aprendizagens e atribuições de significados com base nos elementos gerais do diagrama "Vê". Os (as) participantes dialogaram a respeito da construção metodológica do Vê de Gowin e a sua relevância para a construção do conhecimento científico. Além disso, elaboraram reflexões analíticas do processo pessoal de construção dos Vês Epistemológicos. Após a organização desses trabalhos, fizemos um breve intervalo.

Em seguida, a "Aplicação do Conhecimento" foi realizada por meio de três atividades, sendo: (a) a reconstrução dos diagramas "Vês" relativos às questões-foco do Encontro 3 e do Encontro 4 produzidos de forma individual; (b) a aplicação do "Questionário Posterior[43]" contendo sete questões, o qual foi respondido individualmente[44] sem interferências externas, e sem consultas a quaisquer materiais impressos ou meio digital para compor o repertório de coleta de dados desta investigação; e por fim (c) o estudo do texto com base em Lorenzato (2010) intitulado "Formação Docente: Ensinar com conhecimento" desenvolvido em pequenos grupos. Após a leitura do texto de Lorenzato (2010), os (as) participantes relataram suas compreensões salientando a conexão de ideais que permearam todos os momentos

[43] Para maiores detalhes ver Apêndice D.
[44] Os (as) participantes levaram, em média, de 45 min a 50 min para respondê-lo.

de estudo ao longo do Curso de Extensão, em prol da Formação Docente inicial em Matemática. Em síntese, concordamos que o processo de ensinar consiste na possibilidade de construir condições para que o (a) estudante produza seu repertório exclusivo de conhecimentos. A atribuição de significados em prol dos conhecimentos adquiridos deve considerar os diferentes modos de vida, e cultura que perfazem o itinerário pessoal e humano de cada aprendiz.

As atividades referentes à reconstrução do Vê Epistemológico e ao Questionário Posterior visa investigar e avaliar se houve demonstração de indícios de aprendizagem significativa com base na aplicação da Abordagem Didática, mediante a realização do Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática".

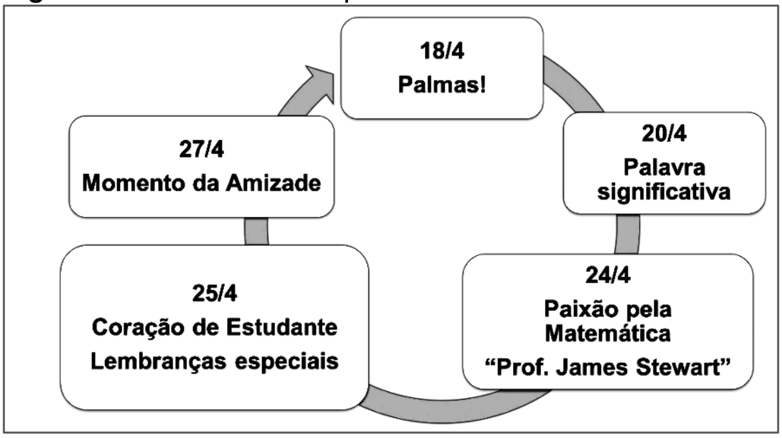
A sugestão de tarefa acadêmica deixada no Encontro 5 consistiu em dialogar com os (as) participantes para buscarem constantemente pela atualização profissional, e que procurem praticar a construção do Vê Epistemológico, como forma de compreender e aprimorar a aquisição e retenção de novos conhecimentos. Exercer a docência na busca de uma atuação de excelência exige reflexão crítica, e consciência de que a prática educativa precisa ser permeada por significados que enriquecem as experiências de aprendizagem (LORENZATO, 2010). E quando você – docente – se defrontar com a pergunta: *por que precisamos aprender Matemática?* sugerimos que se lembre das palavras de Ávila (2007):

> "A Matemática deve ser ensinada nas escolas porque é parte substancial de todo o patrimônio cognitivo da humanidade. Se o currículo escolar deve levar a uma boa formação humanística, então o ensino da Matemática é indispensável para que essa formação seja completa. O ensino da Matemática se justifica ainda pelos elementos enriquecedores do pensamento matemático na formação intelectual do aluno, seja pela exatidão do pensamento demonstrativo que ela exibe, seja pelo exercício criativo da intuição, da imaginação. É claro que uma pessoa pode prescindir de conhecimento matemático e mesmo assim ser um grande ator, escritor, estadista, enfim, um profissional realizado em muitos domínios do conhecimento. Mas, certamente seus horizontes culturais serão mais restritos. A situação é análoga à de uma pessoa que, mesmo possuindo competência matemática, tenha pouco ou nada de conhecimentos humanísticos; seus horizontes culturais também serão mais limitados. " (AVILA, 2007, p.8-9).

O anúncio realizado no final do Encontro 5 foi o de convidar os (as) participantes para conhecerem os trabalhos realizados pelo grupo de pesquisa *Ifhiecem* - Investigações em Filosofia e História da Ciência, e Educação em Ciências e Matemática por meio da página eletrônica < https://goo.gl/qJIC2M> associado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).

Em todos os encontros aconteceram situações inesperadas, e a coletânea desses registros deu origem ao que denominamos por “Momentos Especiais” do Curso de Extensão. A Figura 25 foi elaborada para registrar de forma simbólica a retrospectiva da convivência respeitosa e de amizade que permearam todos os dias de trabalho, sendo compartilhada e comentada no final do último encontro, dia 27 de abril de 2017.

Figura 25 – Momentos Especiais do Curso de Extensão



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

A descrição breve dos momentos apresentados na Figura 25 exemplifica percepções de pertencimento e engajamento acadêmico suscitados por um ambiente de aprendizagem que contemplou características construtivistas e humanistas. Destacamos que o final do Encontro 1 realizado no dia 18/04/2017 foi concluído com uma salva de palmas espontânea. Esse momento impulsionou e fortaleceu os primeiros laços interpessoais de confiança do grupo de participantes com a pesquisadora principal. No final do Encontro 2 desenvolvido em 20/04/2017 fizemos o estudo de textos que provocaram intensas reflexões profissionais, e os (as) participantes expressaram suas percepções cognitivas sintetizando em uma palavra ou expressão o sentido psicológico oportunizado pelo trabalho desenvolvido.

No Encontro 3 ocorrido em 24/04/2017 foi estudado um texto matemático com linguagem específica. Essa atividade desencadeou memórias pessoais relativas à escolha desses participantes pela área da Matemática, e como o tema explorava noções conceituais de Cálculo, relatos do momento da socialização de ideias recordaram vários livros de Cálculo, e um dos mais apreciados por esse grupo de participantes é do professor canadense James Stewart. Nesse sentido, tal momento potencializou a atividade do organizador prévio referente ao próximo encontro. No dia 25/04/2017, Encontro 4, realizamos um momento exclusivo para que cada participante relatasse suas memórias formativas a partir de alguma atividade ou objeto que tiveram contato por meio da vivência universitária em Cálculo nesse caminho de “tornar-se docente”. E por fim, no término do Encontro 5 realizado em 27/04/2017 celebramos o trabalho desenvolvido com mensagens, e agradecimentos pessoais pela contribuição de cada participante ao longo dessa jornada em busca de aprender, para aprimorar estratégicas teórico-metodológicas rumo às práticas docentes humanistas no âmbito dos conhecimentos matemáticos.

A seguir, no Capítulo VI apresentamos os dados, as análises, os resultados, as intepretações e as inferências produzidas. Destacamos que esse processo não é linear, exige muitas retomadas de leitura e entrelaçamento entre os dados e as escolhas teórico-metodológicas adotadas. Ademais, as unidades de contexto e registro dos questionários e as unidades epistemológicas de contexto e registro do Vê Epistemológico foram aprimoradas durante a realização dessas atividades de análise. É relevante enfatizar que tais análises não é a única perspectiva viável, uma vez que se fundamenta nos referenciais teóricos definidos nesta investigação.

CAPÍTULO VI

6 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS, INTERPRETAÇÕES E INFERÊNCIAS

A finalidade deste capítulo consiste em apresentar os dados coletados, os resultados obtidos, as interpretações e inferências elaboradas com base nos aportes teórico-metodológicos que orientaram esta investigação, uma vez que "os factos nunca falam por si próprios" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.298).

Nesse sentido, concordamos com Bardin (2011, p.145), posto que "o analista é como um arqueólogo. Trabalha com *vestígios*: os 'documentos' que pode descobrir ou suscitar. Mas os vestígios são a manifestação de estados, de dados e de fenômenos" (destaques da própria autora). Destacamos que essa etapa do trabalho é permeada por percepções e impressões teórico-metodológicas que subsidiam as leituras exploratórias, rumo à construção da análise reflexiva e crítica (BARDIN, 2011).

É relevante evidenciar que as análises desenvolvidas que fundamentaram os resultados obtidos, neste trabalho, não constituem a única possibilidade de interpretar, discutir e refletir a respeito desta investigação. Isso decorre do fato de que somos sujeitos imersos em uma cultura, impregnados com distintos repertórios teóricos norteados por conhecimentos prévios, passíveis de constantes reelaborações que reorganizam a estrutura orgânica dos subsunçores[45], favorecendo a reconciliações entre as ideias; e portanto contribuindo para alterar o *status* cognitivo-epistemológico desse sujeito que pensa, reflete e analisa a questão em estudo.

Salientamos que os resultados explicitados nesta investigação foram pautados de forma fidedigna aos referenciais adotados, e mesmo com os parâmetros estabelecidos existiam outras possibilidades para desenvolvermos as análises. Para além disso, entendemos que o percurso teórico-metodológico que elegemos trouxe perspectivas exitosas, corroborando para trilharmos a busca de respostas em prol dos objetivos estabelecidos para este trabalho.

Isto posto, enfatizamos que o acervo das atividades que compõem os instrumentos teórico-metodológicos, envolvendo a coleta de dados para esta pesquisa, foram respondidos de forma individual pelos(as) participantes, sem

[45] Estruturas cognitivas que servem como bases de ancoragem para a aquisição e retenção do conhecimento (AUSUBEL, 2003).

quaisquer interferências externas, sejam essas de natureza humana ou consultas via digital. Destacamos ainda que ao longo de todos os encontros da AD incentivamos a realização de atividades de forma coletiva, com intuito de promover discussões e favorecer o debate de ideias. Entretanto, para todos os encontros foram previstos momentos individuais de sistematização e reflexão a respeito dos temas estudados. (Para mais detalhes, ver seção 5.3). Essa estratégia colaborou para que cada participante construísse suas noções pessoais do percurso do seu desenvolvimento cognitivo ao longo da AD, e ao final manifestasse as condições esperadas para realizar reflexões metacognitivas. O ato de pensar a respeito da própria aprendizagem (meta-aprendizagem) desencadeia e enriquece a atribuição de novos significados lógicos e psicológicos (AUSUBEL, 2003). Por outro lado, em todos os encontros foram realizadas proposições de atividades com enfoque na construção do Vê Epistemológico, a partir da temática desenvolvida. Desse modo, compreendemos que o "[...] ensino baseado no Vê do conhecimento conduz a uma forma construtivista e humanista de aprender, em que pensamento, sentimentos e ações se conjugam para dar significado às experiências e aos conteúdos de aprendizagem" (VALADARES, 2014, p.34).

O presente capítulo está dividido em cinco seções, a saber: 1) Apresentação dos dados e resultados de pesquisa; 2) Unitarização das Unidades de Contextos (UC) e Registros (UR) dos questionários prévio (QPR) e posterior (QPO); 3) Análise da Produção dos Vê(s) Epistemológico(s); 4) Considerações didático-epistemológicas do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática; e por fim, 5) Síntese meta-teórica: elaboração de inferências e interpretação de resultados.

Salientamos que todos os dados foram intercodificados intersubjetivamente em seus significados e validados pelo grupo de pesquisa IFHIECEM - PECEM/UEL-PR.

6.1 APRESENTAÇÃO DOS DADOS E RESULTADOS DESTA PESQUISA

A partir desta seção organizamos e apresentarmos os dados obtidos por meio dos diferentes instrumentos de pesquisa para a coleta de dados, e realizamos discussões meta-teóricas a fim de correlacionar os resultados encontrados aos referenciais teóricos adotados nesta investigação. Esclarecemos que essa opção textual visa dinamizar a sistematização das ideias e a otimização do fluxo da leitura. Na seção 6.2, explicitamos as unitarizações e articulações meta-teóricas agrupando os questionários[46] prévio e posterior, respectivamente, compostos por nove e sete questões.

O enfoque analítico da seção 6.3 refere-se às produções heurísticas construídas por meio do Vê de Gowin, sendo descritas as unitarizações epistemológicas e as reflexões meta-teóricas. Adiante, na seção 6.4, apresentamos a sistematização de respostas que encontramos para a questão que permeou esta investigação: *“Como o Cálculo Diferencial e Integral pode contribuir para a formação de professores (as) de Matemática em diferentes níveis de escolaridade?”.*

As considerações didático-epistemológicas referentes ao CDI, para a Formação Docente em Matemática, foram organizadas em três eixos principais denominados por: “Memórias psicocientíficas”, “Docência e Consciência formativa”, e “Reflexões didático-pedagógicas”.

Para delinear a consistência dos resultados obtidos vinculamos as análises aos estudos meta-teóricos, aos registros escritos dos questionários e aos registros heurísticos dos diagramas Vê(s).

A fim de encerrar este capítulo, rumo as considerações finais, realizamos uma síntese meta-teórica, na seção 6.5, reunindo os resultados científicos produzidos por esta investigação.

[46] Os questionários prévio e posterior podem ser consultados, respectivamente, nos apêndices C e D deste trabalho.

6.2 Análises dos Questionários Prévio e Posterior: Processo de Unitarização dos Dados das Unidades de Contextos e Registros

O processo de Análise de Conteúdo configura-se como um recurso metodológico para descrever e interpretar formatos de registros independentemente da natureza comunicativa ou área do conhecimento. No caso desta seção, os registros escritos foram obtidos por meio de respostas fornecidas aos questionários prévio e posterior pelos(as) participantes do curso de extensão “Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”.

Destacamos que uma determinada resposta pode ser desmembrada em dois ou mais fragmentos textuais, desde que não haja comprometimento do significado semântico da informação obtida. Desse modo, é possível existir uma quantidade de fragmentos textuais superior à quantidade de produções em relação ao número de participantes da pesquisa. Esclarecemos que os cálculos das frequências relativas dos registros sempre serão realizados com base na quantidade total de fragmentos textuais unitarizados, e de acordo com as etapas prévia e posterior. Em decorrência da natureza teórico-metodológica da análise, a quantidade de registros prévios pode se diferenciar da quantidade de registros posteriores.

As interpretações, discussões, análises e resultados dos dados obtidos foram realizadas com base em estudos meta-teóricos que respeitam os referenciais adotados, priorizando no processo analítico reflexões heurísticas, e a elaboração de inferências dedutivas.

6.2.1 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 1

Na UC1 "**Presença de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial contemplando o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral"** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 01** com o intuito de reunir fragmentos textuais que identificam se os (as) participantes tiveram noções de História e/ou Filosofia da Matemática relativos ao Cálculo Diferencial e Integral, em momentos da formação inicial. Com base no processo de construção do conhecimento científico tais aportes teóricos são considerados intrínsecos aos conteúdos da disciplina de Cálculo (REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005).

O Quadro 47 apresenta a relação de fragmentos textuais obtidos previamente à realização do curso de extensão, em caráter de reconhecimento diagnóstico, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros escritos ocorridos para a UC1. Esclarecemos que para as UR (s) 1.1, 1.6 e 1.8 não houve registros, por isso não foram apresentadas no quadro a seguir. Além disso, foi necessário a elaboração da **URE 1.9 "Não sabe ou não se recorda"**.

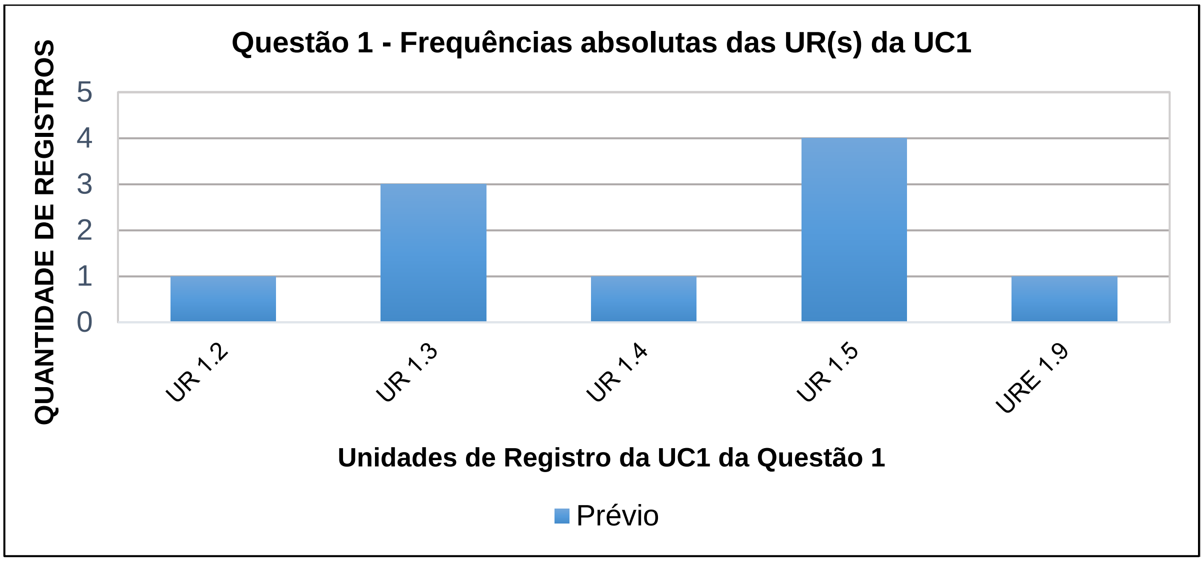
Quadro 47 – Questão 01 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC1

<table>
<tr><td colspan="2">Questão 01 ● Durante o processo de formação inicial em Matemática, indique (e especifique) as atividades/disciplinas que tenham abordado noções de História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral:
( ) Disciplinas específicas; ( ) Disciplinas correlatas; ( ) Cursos complementares; ( ) Outros; ( ) Não.</td></tr>
<tr><td colspan="2">UC 1 “Presença de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial contemplando o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral”</td></tr>
<tr><td>UNIDADES DE REGISTROS</td><td>QUESTIONÁRIO INICIAL</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.2 “Noções de História da Matemática em disciplina específica na formação inicial”</td><td>01 registro (10%)</td></tr>
<tr><td>“História da Matemática”. ($P_{14}L_C$)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.3 “Noções de História e Filosofia da Matemática em disciplina específica na formação inicial”</td><td>03 registros (30%)</td></tr>
<tr><td>“Cálculo I”. (P_3L_3)
“Cálculo 1 e Cálculo 2”. ($P_{10}L_3$) e ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 1.4)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.4 “Noções de Filosofia e/ou História da Matemática em disciplina correlata, cursos ou em outras atividades na formação inicial”</td><td>01 registro (10%)</td></tr>
<tr><td>“Matemática Elementar. Fundamentos. Estruturas algébricas [...]”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 1.3)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.5 “Ausência de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial”</td><td>04 registros (40%)</td></tr>
<tr><td>“Não”. (P_1LB_4) e mais (P_7L_4, P_9 LB_2, $P_{13}L_4$)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">URE 1.9 “Não sabe ou não se recorda”</td><td>01 registro (10%)</td></tr>
<tr><td>“Não me recordo”. (P_5L_4)</td></tr>
<tr><td>Total de registros</td><td>10 registros (100%)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Dentre as nove respostas analisadas foram obtidos dez registros escritos. Para a UR 1.2 **“Noções de História da Matemática em disciplina específica na formação inicial”** foi obtido um registro. Na UR 1.3 **“Noções de História e Filosofia da Matemática em disciplina específica na formação inicial”** agrupamos três registros afirmando terem recebidas essas noções em disciplinas de Cálculo. Para a UR 1.4 **“Noções de Filosofia e/ou História da Matemática em disciplina correlata, cursos ou em outras atividades na formação inicial”** encontramos um registro. Além disso, para a UR 1.5 **“Ausência de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial”** agrupamos quatro registros, os quais correspondem a quatro participantes que não tiveram noções histórias e/ou filosóficas abordadas no contexto de Cálculo Diferencial e Integral. Para finalizarmos a unitarização agrupamos um registro obtido na URE 1.9 **“Não sabe ou não se recorda”**. No Histograma 1 podemos observar as frequências absolutas registradas para cada uma das UR(s) referentes às unitarizações da UC1.

Histograma 1 – Questão 1 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC1



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir do Histograma 1, podemos perceber visualmente o destaque para as UR(s) 1.3 e 1.5, as quais agrupamos a maior quantidade de registros unitarizados para a Questão 01. Sendo assim, a organização dos dados da **Questão 01** permite compreender que os (as) estudantes participantes que cursam Bacharelado em Matemática afirmaram que não tiveram essas noções, caso de P_1LB_4 e P_1LB_2. Esclarecemos que esses participantes realizam a complementação formativa das disciplinas referentes ao curso de Licenciatura. Dessa forma, a disciplina de Cálculo 1 é cumprida inicialmente no âmbito do bacharelado, no primeiro semestre do curso. Isso corrobora com os resultados da investigação conduzida por Lima (2012), pois o Cálculo Diferencial e Integral tal como o conhecemos no Brasil, na perspectiva universitária, é derivado de um modelo europeu, implantado na USP em 1934, desvinculado de contextos históricos voltados para a formação pura de Matemática.

Um aspecto a ser enfatizado por meio desse resultado, relaciona-se com a futura questão profissional, ou seja, a tradição acadêmica no Brasil visa à formação de bacharéis, no que tange à academia, para a atuação no Ensino Superior. E, por conseguinte, muitas vezes, os(as) docentes formadores que ministrarão disciplinas específicas aos estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática, com enfoque profissional para a atuação na Educação Básica serão bacharéis em Matemática. Desse modo, temos a perspectiva de um cenário que se repete constantemente. Essa situação precisa ser refletida e debatida pela comunidade científica, pois algumas pesquisas têm evidenciado conforme Fiorentini (2005, p.111, grifo nosso) que “as disciplinas específicas influenciam mais na prática do futuro professor do que as didático-pedagógicas, sobretudo *porque as primeiras reforçam procedimentos internalizados durante o processo anterior de escolarização*” [...]. Em relação ao excerto destacado, ressaltamos a relevância dessa afirmação articulada aos princípios da TAS, principalmente pelo repertório de conhecimentos prévios oriundos da Educação Básica e a potencialidade de processos cognitivos, correlatos à diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Ademais, investigações com esse enfoque explicitado por Fiorentini (2005) corroboram para a compreensão de estabilidade de indícios de aprendizagem, pois estudantes que optam por uma graduação em Matemática, possivelmente já manifestavam a pré-disposição para essa aprendizagem, fator destacado por Ausubel na TAS como condição necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa. Embora, conscientes da impossibilidade da generalização desse resultado obtido, os referenciais teóricos adotados nos legitimam reforçar o argumento associado à necessidade de correlacionar conteúdos matemáticos do Ensino Básico, às noções conceituais e epistemológicas envolvendo o ensino do Cálculo Diferencial e Integral no contexto do Ensino Superior.

De fato, os quatro registros obtidos com a UR 1.5 relacionados à ausência de aportes históricos e/ou filosóficos da Matemática na formação inicial, e um registro na URE 1.9 (caso de P_5L_4 que não se recorda) corroboram os resultados da investigação de Barufi (1999), mesmo transcorridas quase duas décadas desse estudo; fato que reflete a cristalização ainda vigente da tradição acadêmica relativa ao ensino de Cálculo. Essa pesquisadora analisou, vinte e quatro[47] livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral, e concluiu quanto aos aspectos históricos que:

> No conjunto dos livros selecionados, observamos que 29% deles explicitam fortemente as ideias do Cálculo, importantes historicamente ou por sua atualidade (1). Em 46% dos livros, observamos algumas preocupações com as ideias, mas sem a explicação clara de que elas existiriam antes da formalização (2). Os restantes 25%, não mostram preocupação alguma com as ideias do cálculo, como existentes antes da estruturação do todo (BARUFI, 1999, p.128)[48].

---

[47] A relação das obras selecionadas e analisadas por Barufi (1999) pode ser consultada em sua tese nas páginas 59 e 60.
[48] A numeração que segue no final das afirmações refere-se a figura 30 (p.128) que Barufi (1999) utilizou para representar a organização desses resultados.

Em síntese, de nove participantes, três afirmaram que tiveram noções de História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento específico de disciplinas relativas ao Cálculo Diferencial e Integral, quatro participantes não tiveram essa formação, um participante do último ano da graduação não conseguiu se recordar se houve esse enfoque em momentos anteriores, e um participante declarou ter tido tal formação na disciplina de História da Matemática. Esses dados obtidos corroboram com pesquisas já realizadas que identificaram a ausência de noções históricas e/ou filosóficas em contextos universitários referentes ao Cálculo Diferencial e Integral (D´AMBRÓSIO, 1986; BARUFI, 1999; FIORENTINI, 2005; LIMA, 2012).

6.2.2 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 2

A UC2 "**Aprendizagem Significativa e natureza do significado de conceito**" reúne fragmentos textuais que identificam se os(as) participantes compreendem significados relacionados ao processo de identificar, com vistas a nomear, reconhecer representações, compreender noções fundamentais de um conceito matemático. A unitarização de UC2 foi realizada com base nos registros escritos da **Questão 2**. As análises textuais são baseadas em caracterizações de indícios de aprendizagem significativa de três tipos básicos: representacional, conceitual e proposicional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN,1980; AUSUBEL, 2003).

No Quadro 48 apresentamos a relação de fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do curso de extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhados da inserção quantitativa e do cálculo das frequências relativas de registros escritos ocorridos para cada uma das UR (s) da UC2. Todos os questionários foram respondidos, e por esse motivo a **UR 2.10** "A questão ficou em branco" foi excluída do Quadro 48.

Quadro 48 – Questão 02 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC2

Questão 02 ● Para você, o que significa um conceito matemático? Exemplifique o seu raciocínio adotando um conceito matemático de sua preferência para sua resposta.		
UC 2 “**Aprendizagem Significativa e natureza do significado de conceito”**		
UNIDADES DE REGISTROS	**QUESTIONÁRIO PRÉVIO**	**QUESTIONÁRIO POSTERIOR**
2.1 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem representacional com ou sem exemplificação”	**02 registros (13,33%)**	**04 registros (25%)**
	“Criptografia das coisas do dia a dia em modelos matemáticos”. (P_9LB_2 – fragmentado em 2.4) “É algo que é perceptível pela razão. Este “algo” se refere a alguma lógica de um objeto matemático”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 2.4, grifo nosso).	“Um conceito matemático são os conhecimentos adquiridos de um determinado assunto, e que quando colocado em prática por você te traz um significado”. (P_5L_4, grifo nosso). “São resultados matemáticos que podem ser trabalhados de forma intuitiva [...]”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 2.5) “ Por exemplo, em derivada onde um dos conceitos, ou melhor dizendo o conceito fundamental é a taxa de variação”. ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 2.6). “[...] pode ser transcrito pela linguagem matemática (gráficos, elementos geométricos, números, símbolos, ...). Não que os conceitos são transcritos, mas essas representações: ponto, reta, plano, área, volume, proporção, infinito, operações (+, -, x,)”. ($P_{14}L_C$, fragmentado em 2.4)
2.2 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual com exemplificação”	**01 registro (6,67%)**	**nenhum registro**
	“Conceito matemático é uma regra [...]”. Ex.: Toda função derivável é contínua e diferenciavel” ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 2.7).	
2.3 “Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual sem exemplificação”	**01 registro (6,67%)**	**01 registro (6,25%)**
	“Um conceito dá o significado de algo, ou a definição, parâmetro, regra de alguma coisa. Um conceito matemático define algum “objeto” ou “elemento” da Matemática. (P_7L_4 – fragmentado em 2.7).	“É uma compreensão e interpretação de um conteúdo vinculado à Matemática”. (P_9LB_2 – fragmentado em 2.4, grifo nosso).
2.4“Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional com exemplificação”	**02 registros (13,33%)**	**06 registros (37,5%)**
	“Significa um pensamento formalmente organizado de determinada coisa. Exemplo: Uma pessoa vê uma boia, já um matemático observa um toro; a mesma pessoa vê um farol de um carro, já um matemático um paraboloide”. (P_9LB_2 – fragmentado com 2.1, grifo nosso).	“[...]. Por exemplo, integral é a área abaixo de uma função f em [a, b], e isto é um conceito matemático. Integração por partes é uma ferramenta para se obter a área”. (P_1LB_4 – fragmentado em 2.9). “Algo que foi formulado e é verdade. Conceito de números

	"Tendo meu objeto matemático como os números reais, consigo demonstrar, utilizando da razão, o conceito de limite" ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 2.1, grifo nosso).	primos, no qual eles são naturais e só são divisíveis por 1 (um) e por ele mesmo". (P_3L_3, grifo nosso) "[...] Derivada é a taxa de variação de uma grandeza em relação a outra, sendo que a primeira depende da segunda". (P_7L_4 – fragmentado em 2.5, grifo nosso) "A ideia de derivada, podemos ver como uma taxa de variação ou como o coeficiente angular da reta tangente ou como uma função". (P_9LB_2 – fragmentado em 2.3, grifo nosso) "[...] na derivada, temos o conceito de função, que envolve gráficos e seus comportamentos, temos o conceito de taxa de variação para analisarmos sua variabilidade, dentre tantos outros conceitos que vimos e estudamos no curso". ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 2.5, grifo nosso). "São representações abstratas do pensamento humano [...]. Se há um crescimento proporcional, o homem pode manipular o conceito de proporção para representá-la ou estudá-la". ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 2.1).
2.5 "Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional sem exemplificação"	**nenhum registro**	**03 registros (18,75%)**
		"Um conceito é o significado ou a definição de algo no sentido de explicar o que é o objeto que está conceituado". (P_7L_4 – fragmentado em 2.4, grifo nosso) "[...] são base para o aprimoramento de teorias". ($P_{10}L_C$ – fragmentado em 2.1). "Conceito matemático são 'assuntos' matemáticos que nos possibilitam juntarmos alguns deles para resolvermos questões mais complexas" [...] ($P_{12}L_3$, – fragmentado em 2.4, grifo nosso).
2.6 "Divergência e/ou polissemias semânticas entre	**nenhum registro**	**01 registro (6,25%)**
		"Conceitos matemáticos são basicamente assuntos

o conceito citado e o exemplo apresentado”		matemáticos, ou seja, aquilo que estudamos num determinado conteúdo”. ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 2.1, grifo nosso).
2.7 “Discrepâncias entre o consenso científico atual de uma terminologia e significados reais idiossincráticos”	**06 registros (40%)**	**nenhum registro**
	“Acredito que é uma ferramenta matemática como o limite, derivadas e integrais que possuem diversas definições, teoremas, corolários a respeito deles”. (P_1LB_4 – fragmentado em 2.9, grifo nosso). “Para mim um conceito matemático é uma ideia que veio sendo construída ao longo do tempo e sendo passada adiante, sofrendo ou não alterações.” (P_5L_4, grifo nosso). “Conceito de número racional: um número racional é um número que ***pode ser escrito*** na forma de uma fração irredutível $\frac{a}{b}$, com a, b $\in \mathbb{Z}$ e b $\neq$ 0”. (P_7L_4 – fragmentado em 2.3, grifo nosso). “Seria algo entre uma ideia e um teorema matemático. Não é formal como um teorema, mas possui uma matemática formal que a ideia não”. ($P_{10}L_3$). “Conceito matemático acredito que sejam raciocínios, formas de estudo que a matemática nos leva a ter, já que tudo, ou quase tudo tem uma relação com a matemática”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 2.8, grifo nosso). “[...] lei gerada a partir de estudos sobre determinado conteúdo” ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 2.2, grifo nosso).	
2.8 “A resposta não contempla a pergunta”	**01 registro (6,67%)**	**nenhum registro**
	“O conceito matemático nos leva a ter percepções do dia a dia que normalmente pessoas sem esse conceito não costumam ter”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 2.7).	
2.9 “Não sabem ou não se recordam”	**02 registros (13,33%)**	**01 registro (6,25%)**
	“Não sei definir um conceito matemático”. (P_1LB_4 – fragmentado em 2.7).	“Não sei definir um conceito, mas não é mais a ferramenta matemática”. (P_1LB_4 – fragmentado em 2.1 e 2.2).

	"Não sei explicar de uma maneira clara. Não consigo formular uma resposta que deixa clara a minha opinião". (P_3L_3)	
Total de registros	**15 registros (100%)**	**16 registros (100%)**

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Com base nas informações do Quadro 48, para a UR 2.1 "**Aprendizagem Significativa e natureza do significado de conceito"** obtivemos dois registros no questionário prévio (13,33%) e no posterior, houve quatro registros (25%). Identificamos para a UR 2.2 **"Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual com exemplificação"** um registro no questionário prévio (6,67%) e nenhum no questionário posterior. Quanto a UR 2.3 **"Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem conceitual sem exemplificação"** foram unitarizados um registro no questionário prévio (6,67%), e um registro no posterior (6,25%). Já para a UR 2.4 **"Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional com exemplificação"** houve dois registros no questionário prévio (13,33%), e para o posterior seis registros (37,5%).

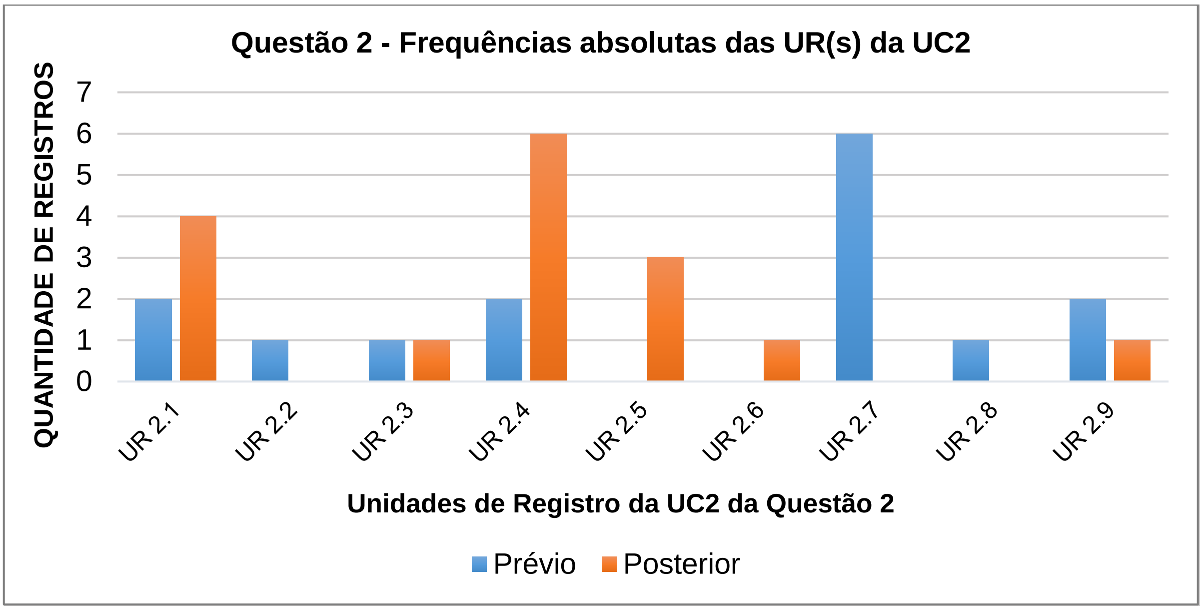
Em relação a UR 2.5 **"Compreensão de conceito baseado em indícios de aprendizagem proposicional sem exemplificação"** não houve registros no questionário prévio, entretanto tivemos três registros no questionário posterior (18,75%). Para a UR 2.6 **"Divergência e/ou polissemias semânticas entre o conceito citado e o exemplo apresentado"** não identificamos fragmentos textuais no questionário prévio, mas obtivemos um registro no questionário posterior (6,25%). Em relação a UR 2.7 **"Discrepâncias entre o consenso científico atual de uma terminologia e significados reais idiossincráticos"** unitarizamos 6 registros no questionário prévio (40%), e nenhum registro foi identificado no questionário posterior. Esse resultado evidencia a ausência de registros discrepantes envolvendo o consenso científico atual e significados idiossincráticos após a realização do Curso de Extensão.

Para a UR 2.8 **"A resposta não contempla a pergunta"** houve um registro no questionário prévio (6,67%), e nenhum no posterior. E concluindo o processo de unitarização da UC2, obtivemos dois registros no questionário prévio (13,33%) para a UR 2.9 "**Não sabem ou não se recordam**", enquanto no posterior houve a identificação de um único registro (6,25%).

Para prosseguirmos com as análises da Questão 2, é relevante esclarecer que as terminologias “equação”, “número”, “gráfico”, “conhecimento”, “quadrado”, “pesquisa” são consideradas como exemplos de nomenclaturas aceitas culturalmente, atribuídas aos conceitos que utilizamos. Essas denominações servem para nos referirmos às ideias que precisamos comunicar. Nesse sentido, é necessário explicitar que deve existir prudência para “*não se confundir o mecanismo pelo qual uma palavra adquire um significado com fatores responsáveis pelo grau relativo de significação manifestado por ela*” (AUSUBEL, 1968, p.43, destaque nosso).

No Histograma 2 visualizamos comparativamente as frequências absolutas obtidas para cada uma das UR(s) relativas à UC2, previamente e posteriormente à aplicação da Abordagem Didática no curso de extensão.

Histograma 2 – Questão 2 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC2



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Com base na observação das informações do Histograma 2, percebemos o aumento de registros posteriores nas UR(s) 2.1 e 2.4.

Na **UR 2.1** reunimos fragmentos textuais relativos à compreensão de conceito com base em indícios de **aprendizagem representacional com ou sem exemplificação**, isto é, registros em que se explicitam o significado de palavras ou símbolos expressando sua representação; por exemplo, nomeando, classificando ou definindo funções. Essa descrição pode ser exemplificada a partir da produção de

$P_{14}L_C$, uma vez que tal participante afirma que o *conceito* "[...] pode ser transcrito pela linguagem matemática (gráficos, elementos geométricos, números, símbolos, ...). Não que os conceitos são transcritos, mas essas representações: ponto, reta, plano, área, volume, proporção, infinito, operações (+, -, x,)". ($P_{14}L_C$, fragmentado em 2.4, Questão 2, QPO). Destacamos que os registros obtidos a partir dos questionários posteriores duplicaram em relação aos do questionário prévio. Nesse sentido, atribuímos esse desempenho à realização das produções heurísticas (elaboração dos Diagramas Vês) ao longo das várias atividades que foram propostas na Abordagem Didática mediante a realização do curso de extensão. O trabalho com o Vê Epistemológico possibilita a compreensão e reorganização do conhecimento científico (NOVAK; GOWIN, 1984). Esse fato é corroborado pelo registro de $P_{13}L_4$, referindo -se da seguinte forma: "Por exemplo, em **derivada** onde um dos conceitos, ou melhor dizendo o conceito fundamental é **a taxa de variação**". ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 2.6, Questão 2, QPO, grifo nosso). O reconhecimento desse conhecimento matemático está de acordo com o consenso científico atual (REZENDE, 2003, MACHADO, 2008, 2011; ÁVILA, 2010).

Para a **UR 2.4** agrupamos os registros unitarizados referentes à compreensão de conceito, a partir da identificação de indícios de **aprendizagem proposicional com exemplificação**, ou seja, aqueles registros que evidenciaram o significado de ideias expressas por *grupos de palavras combinadas em proposições* ou sentenças com exemplificação. Os resultados da UR 2.4 obtidos a partir dos questionários posteriores contribuíram para fortalecer o êxito desta investigação, uma vez que em relação ao questionário prévio triplicamos o número de registros, passando de dois para seis. Além disso, os registros posteriores corresponderam a 37,5 % do total de registros obtidos para a UC2. Salientamos que "a derivada" foi o tema que mais se destacou nos fragmentos textuais posteriores reunidos na UR 2.4, com três ocorrências, identificamos uma ocorrência tratando de proporção, uma de integral, e uma abordando conhecimentos relativos aos números naturais. Em relação ao contexto matemático envolvendo *derivada*, o registro de P_7L_4 explicita a noção conceitual de derivada, demonstrando o significado da proposicional como um todo. Dessa forma, P_7L_4 refere-se descrevendo que a "[...] Derivada é a taxa de variação de uma grandeza em relação a outra, sendo que a primeira depende da segunda". (P_7L_4 – fragmentado em 2.5, Questão 2, QPO, grifo nosso). Por outro lado, no registro textual de P_9LB_2 além da noção conceitual (manifestada por uma proposição), detectamos duas exemplificações, sendo uma mencionando o *coeficiente angular*, considerada como abordagem clássica para tratar de *derivada* em um curso inicial de Cálculo; e a segunda citação é o reconhecimento semântico da *aplicação de derivada* para o estudo de *Funções* (REZENDE, 2003; ÁVILA, 2010, MACHADO, 2011). Nessa perspectiva, o registro de P_9LB_2 expressa: “A <u>ideia de derivada</u>, podemos ver como uma <u>taxa de variação</u> ou como o <u>coeficiente angular da reta tangente</u> ou como uma <u>função</u>”. (P_9LB_2 – fragmentado em 2.3, Questão 2, QPO grifo nosso).

Aproveitamos as análises da UR 2.4 em que os(as) participantes evidenciaram confiança cognitiva e trilharam uma aproximação com as noções fundamentais de *Derivada* para enfatizar que esse fato se deu por livre e espontânea vontade, uma vez que a proposta da Questão 2 é aberta. Isso significa que não utilizamos descritores linguísticos para solicitar dos(as) participantes registros específicos de temas vinculados ao Cálculo ao explicitarmos no enunciado que se adotasse um “conceito matemático de sua preferência”. Dessa forma, entendemos que uma Abordagem Didática com síntese interdisciplinar tende a contribuir para romper tradições cristalizadas recorrentes ao ensino universitário de Cálculo. Não é novidade na comunidade acadêmica que “a reprovação em Cálculo é tratada como um fato inerente a esta disciplina, constituindo-se como um traço da cultura do seu ensino” (OLIVEIRA; RAAD, 2012, p.132).

Nessa perspectiva, esclarecemos que a cultura de reprovação se constitui como forma de exclusão, e essa situação deve ser refletida e discutida em futuras investigações. Isto posto, uma questão que se coloca proeminente, de acordo com as investigações e levantamentos de Oliveira e Raad (2012, p. 126) “[...] não há, ao que tudo indica, estudos que considerem os condicionantes das práticas pedagógicas dos professores que ensinam a disciplina”. Com base nessas considerações, Novak e Gowin (1984) explicam que quanto mais um conhecimento se especializa tanto mais necessitará de novas terminologias e representações que o passam a designar, e tal fato já consiste em uma forma de exclusão. Portanto, Novak e Gowin (1984) nos apresenta o cerne da questão, isto é, a exclusão em relação a uma área do conhecimento passa pelo processo de geração de uma identidade linguística, a qual por um certo período de tempo é “controlada” por um pequeno grupo social, fato que nos remete à outros referenciais teóricos por nós adotados (POINCARÉ, 1904; BARUFI, 1999; ARTIGUE, 1995; REIS, 2001; MACHADO, 2011; LIMA, 2012).

Com base nesse contexto, com vistas a favorecer o acesso ao conhecimento científico torna -se necessário refletir a respeito de que:

> Toda a actividade humana, quando levada a um estado de destreza suficiente, cria os seus próprios conceitos, termos, palavras, acções e formas de trabalhar e de indagar que pura e simplesmente nos exclui, já que não estamos inseridos no contexto de acontecimentos, objetos, conceitos e factos acerca dessa actividade (NOVAK; GOWIN, 1984, p.26).

Na sequência das análises da Questão 2, é notável a ocorrência de registros para as UR(s) 2.5 e 2.6 somente nos questionários posteriores. A UR 2.5 engloba os fragmentos textuais relativos à compreensão de conceito baseado em indícios de **aprendizagem proposicional sem exemplificação**, similar à proposta da **UR 2.4** com a obtenção de três registros. Esses resultados sinalizam que os(as) participantes desta pesquisa demonstram reconhecer a relevância teórica do *conceito* para a construção do conhecimento científico, uma vez que nos registros prévios identificamos somente dois extratos de fragmentos textuais em que foram considerados a explicitação de proposições com o intuito de explicar o significado do *conceito*. Para exemplificar a **UR 2.5**, evidenciamos o registro de $P_{10}L_{C}$, o qual demonstra reconhecer o entendimento de relações entre teorias e conceitos, uma vez *conceitos* “[...] são base para o aprimoramento de teorias”. ($P_{10}L_{C}$ – fragmentado em 2.1, Questão 2, QPO).

Para a **UR 2.6** agrupamos as unitarizações dos fragmentos textuais que explicitaram divergência e/ou polissemias semânticas entre o conceito citado e o exemplo apresentado”, fato caracterizado pela situação em se busca explicar o significado de algum conceito matemático, mas o exemplificam de forma inadequada à explicação relatada. O registro unitário de $P_{13}L_{4}$ ilustra esse contexto mencionado, o qual declara que: “Conceitos matemáticos são basicamente assuntos matemáticos, ou seja, aquilo que estudamos num determinado conteúdo” ($P_{13}L_{4}$ – fragmentado em 2.1, Questão 2, QPO). Nesse sentido, reforçamos a explicação de Ausubel em que orienta adotar cautela para “*não se confundir o mecanismo pelo qual uma palavra adquire um significado com fatores responsáveis pelo grau relativo de significação manifestado por ela*” (AUSUBEL, 1968, p.43, destaque nosso).

Em relação à **UR 2.7** houve a identificação no Histograma 2 de uma concentração de registros prévios, e após a realização do curso de extensão com a aplicação da Abordagem Didática, não foram detectados registros posteriores. Esse resultado corrobora os referenciais teórico-metodológicos da TAS adotados nesta pesquisa. Ausubel (2003) elenca as condições para possibilitar a ocorrência para a aprendizagem significativa, no entanto, adverte que se a atividade pedagógica foi desenvolvida com base nos conhecimentos prévios do(a) aprendiz, o esforço cognitivo a ser desempenhado se reduziria de forma acentuada. Nas palavras de Ausubel (2003),

> A dimensão da actividade cognitiva envolvida na **aprendizagem** por recepção **significativa depende**, obviamente, da **prontidão geral** e do **nível de sofisticação cognitiva** do aprendiz, bem como da **disponibilidade** da estrutura **cognitiva** do mesmo **para ancorar ideias relevantes**. Por isso, *o grau de actividade necessária seria substancialmente reduzido, caso se programasse de forma adequada o material apresentado de modo a encaixar-se no passado empírico e no nível de prontidão do aprendiz* (AUSUBEL, 2003, p. 55).

Para a **UR 2.7** reunimos os fragmentos textuais que demonstraram discrepâncias entre o consenso científico atual de uma terminologia e significados reais idiossincráticos[49]", isto é, registros que explicitaram a compreensão do significado de um dado conceito matemático em desacordo com o vigente aceito pela comunidade científica. Sendo assim, agrupamentos 40% dos registros unitarizados obtidos a partir do questionário prévio referente à Questão 2. Desse modo, exemplificamos a UR 2.7 com o seguinte a seguinte declaração de $P_{12}L_3$: "Conceito matemático acredito que sejam raciocínios, formas de estudo que a matemática nos leva a ter, já que tudo, ou quase tudo tem uma relação com a matemática". ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 2.8, Questão 2, QPR). Nessa perspectiva, é relevante salientar a noção proposicional de conceito conforme princípios da TAS, entendido como "signos ou símbolos que traduzem regularidades nos acontecimentos e são partilhados socialmente" (NOVAK; GOWIN, 1984).

Ausubel (2003) salienta que as estratégias para o desenvolvimento de aprendizagens ativas envolvendo reflexões críticas e questionamentos estão no escopo das condições pedagógicas que podem ser promovidas pela prática docente. Dessa forma, sugere aos professores que busquem ampliar ações voltadas ao "encorajamento dos estudantes a reconhecerem e a desafiarem os pressupostos

---

[49] Terminologia específica relacionada a Teoria da Aprendizagem Significativa. Configura-se em quadros de referências construídas pelo próprio sujeito, independente se tais referências são coerentes a consensos científicos atuais para a questão em análise. "Os significados lógicos e verídicos inerentes aos materiais de instrução são, muitas vezes, distorcidos de forma subjetiva na memória, pois todos os indivíduos possuem, como é evidente, na própria estrutura cognitiva, ***quadros de referência idiossincráticos*** e culturais para avaliarem pessoas e casos" (AUSUBEL, 2003, p.124, grifo nosso).

subjacentes às novas proposições e a distinguirem entre factos e hipóteses e entre inferências legítimas e ilegítimas” (AUSUBEL, 2003, p. 56).

6.2.3 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 3

Na UC3 **“Contribuições de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 03** com o objetivo de identificar fragmentos textuais que explicitem contribuições do estudo de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica.

No Quadro 49 apresentamos a relação de fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do curso de extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros e do cálculo das frequências ocorridas para cada uma das UR (s) da UC3. Esclarecemos que para as UR (s) 3.1, 3.6, 3.13, 3.14 e 3.15 não houve registros prévios, e nem posteriores. Por esse motivo foram suprimidas do quadro a seguir.

Quadro 49 – Questão 03 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC3

Questão 03 ● Para você, durante o processo de formação inicial em Matemática, há contribuições do estudo de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica? Se sim, justifique sua resposta citando exemplos de contribuições.		
UC 3 “Contribuições de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica”		
UNIDADES DE REGISTROS	**QUESTIONÁRIO PRÉVIO**	**QUESTIONÁRIO POSTERIOR**
3.2 “Contribuições relacionadas a representações, compreensões e/ou tratamentos algébricos”	**01 registro (6,25%)** “Sim, no meu ponto de vista no estudo de Cálculo Diferencial e Integral aprendemos muito sobre demonstração [...]”. ($P_{13}L_4$ - fragmentado em 3.9).	**01 registro (4,76%)** “[...] é possível manipular ideias fundamentais do Cálculo sem rigorosidade teórica e simbolismos complexos [...]”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.5, 3.7 e 3.8)
3.3 “Contribuições relativas ao aprimoramento de noções, representações, visualizações e/ou aplicações geométricas”	**nenhum registro**	**03 registros (14,3%)** “Sim, o Cálculo proporciona o aprofundamento do estudo de [...] área de figuras irregulares [...]” (P_1LB_4 – fragmentado em 3.4 e 3.5) “Sim, uma nova maneira de calcular área, maximização de áreas [...]” (P_3L_3 – fragmentado em 3.5)

		“[...] fazer significativo as fórmulas dos cálculos de área vistos na Educação Básica”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 3.5)
3.4 “Contribuições referentes a processos de compreensão e/ou interpretação de taxas de variação de grandezas associadas ao estudo de fenômenos”	**02 registros (12,5%)** “Sim, novas maneiras de resolver problemas matemáticos.” (P_3L_3) “[...] o professor passou um trabalho que envolvia modelagem matemática.” (P_9 LB_2 – fragmentado em 3.8 e 3.11).	**04 registros (19,04%)** “Sim, o Cálculo proporciona o aprofundamento do estudo de [...] <u>taxa de variação</u> de uma função [...]” (P_1LB_4 – fragmentado em 3.3 e 3.5, grifo nosso) “Sim, o estudo do Cálculo Diferencial e Integral proporciona para quem o estuda uma maior <u>interpretação da realidade</u> que se possa ser aplicado [...]” (P_5L_4 – fragmentado com 3.9, grifo nosso) “[...] entender e estudar funções como algo que <u>não é estático</u>, como algo que se move, que <u>varia</u> [...] (P_7L_4 – fragmentado em 3.5, 3.8 e 3.9, grifo nosso) “Há conteúdos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que nos ajudam a compreender melhor conteúdos da Educação Básica, como proporcionalidade e taxa de variação (derivada) [...] Então, minha resposta é sim”. (P_9 LB_2 – fragmentado em 3.5)
3.5 “Contribuições associadas a representações, conceitos, aplicações, análises de crescimento/decrescimento, interpretação de máximos/mínimos e/ou construção gráficas envolvendo o tratamento de funções não-periódicas”	**03 registros (18,75%)** “[...] me ajudou a compreender melhor os conteúdos que envolvem funções da Educação Básica [...]” (P_7L_4 – fragmentado com 3.9) “Sim, há um aprofundamento em relação ao estudo de funções que o conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral propicia.” ($P_{10}L_3$) “[...] uma vez eu utilizei um trabalho onde precisaríamos encontrar o ponto de máximo, porém eu utilizei um software”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.12).	**06 registros (28,6%)** “Sim, o Cálculo proporciona o aprofundamento do estudo de funções, gráfico de funções [...], otimização de funções quadráticas.” (P_1LB_4 – fragmentado em 3.3 e 3.4) “[...] um novo jeito de analisar e montar funções (através do estudo de máximos e mínimos). ” (P_3L_3 – fragmentado em 3.3) “[...] pode ajudar na maneira como vamos ensinar funções para os alunos do Ensino Médio [...]” (P_7L_4 – fragmentado em 3.4, 3.8 e 3.9) “[...] para funções/relações entre conjuntos [...]” (P_9 LB_2 – fragmentado em 3.4)

		"Sim, pois no estudo de Cálculo Diferencial e Integral revisamos vários aspectos das funções que serão trabalhados em sala de aula [...]". ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 3.3) "[...] acho que me ajudou a ter tranquilidade para explicar função [...]." ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.2, 3.7 e 3.8)
3.7 "Contribuições associadas a aspectos históricos e/ou filosóficos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos"	**nenhum registro**	**02 registros (9,5%)**
		"Sim, principalmente no curso que pude notar e perceber algumas contribuições do estudo de Cálculo para a atuação na Educação Básica, um exemplo é o <u>contexto histórico</u>" ($P_{13}L_4$, grifo nosso). "[...] eu acho que deve ter mais <u>importância</u> como esse conhecimento <u>quebrou barreiras historicamente</u> [...]". ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.2, 3.5 e 3.8, grifo nosso)
3.8 "Contribuições associadas a aspectos didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos"	**03 registros (18,75%)**	**03 registros (14,3%)**
	"Sim, acredito que o Cálculo nos proporciona novas ferramentas matemáticas que não serão expostas no ensino básico, mas auxiliarão no seu desenvolvimento e estudo." (P_1LB_4) "Sim. O estudo mais aprofundado de funções no Cálculo I, utilizando limites e derivadas [...] pode me ajudar a fazer relações na hora de ensiná-los." (P_7L_4 – fragmentado com 3.9) "[...] A única coisa que eu percebi que poderia me ajudar na docência foi um pouco de Modelagem matemática [...]" (P_9 LB_2 – fragmentado em 3.4 e 3.11).	"[...] contribui para melhores exemplificações para o docente na Educação Básica". (P_5L_4 – fragmentado com 3.4) "Sim. Começando pela forma como o professor ensina, isso influencia os futuros professores na <u>maneira como eles irão ensinar Matemática</u> na Educação Básica." (P_7L_4 – fragmentado com 3.4, 3.5 e 3.9, grifo nosso) "[...] ajudaria na autonomia do futuro docente e de seus alunos". ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.2, 3.5 e 3.7)
3.9 "Contribuições associadas a aspectos históricos, filosóficos e didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos"	**02 registros (12,5%)**	**02 registros (9,5%)**
	"[...] tendo o conhecimento sobre esse assunto, saberemos explicar o porquê de várias perguntas de nossos alunos". ($P_{12}L_3$ - fragmentado em 3.11 e 3.12) "[...] o porquê de aquilo ser utilizado e como está ou foi desenvolvido, e isso contribui	"[...] e ensinar a eles Matemática de uma forma que <u>faça sentido</u>, que seja <u>conectada com a realidade</u>". (P_7L_4 – fragmentado em 3.4, 3.5 e 3.8, grifo nosso) "Hoje posso ver que sim, através do Cálculo temos <u>noções do que trabalhar lá na Educação Básica</u>, e de alguma maneira até mesmo

	para a atuação na Educação Básica”. ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 3.2).	introduzir noções básicas do Cálculo” ($P_{12}L_3$, grifo nosso).
3.10 “Ausência de explicitação do tipo de contribuição”	**01 registro (6,25%)**	**nenhum registro**
	“Eu acredito que sim, mas nesse momento não estou me recordando uma das possíveis contribuições.” (P_5L_4)	
3.11 “Divergência e/ou polissemias semânticas entre a contribuição citada e/ou o nível formativo solicitado na questão”	**01 registro (6,25%)**	**nenhum registro**
	“Na Educação Básica acredito que não há grandes contribuições [...]”. ($P_{12}L_3$ - fragmentado em 3.9 e 3.12)	
3.12 “Não identifica contribuições de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial”	**03 registros (18,75%)**	**nenhum registro**
	“Não que eu tenha percebido.” (P_9 LB_2 – fragmentado em 3.4 e 3.8). “Justamente por ser o mais básico, não ensinaremos Cálculo Diferencial e Integral a nossos alunos”. ($P_{12}L_3$ - fragmentado em 3.9) “Acredito que não.” ($P_{14}L_C$ - fragmentado em 3.5).	
TOTAL DE REGISTROS	**16 registros (100%)**	**21 registros (100%)**

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Com base na observação das unitarizações apresentadas no Quadro 49, para a UR 3.2 **“Contribuições relacionadas a representações, compreensões e/ou tratamentos algébricos”** obtivemos um registro no questionário prévio (6,25%) e um registro no posterior (4,76%). Em relação a UR 3.3 **“Contribuições relativas ao aprimoramento de noções, representações, visualizações e/ou aplicações geométricas”** não tivemos registros no questionário prévio. No entanto houve três registros no questionário posterior (14,3%), isso demonstra indícios de aquisição de novos conhecimentos mediante a aplicação do Curso de Extensão. Quanto a UR 3.4 **“Contribuições referentes a processos de compreensão e/ou interpretação de taxas de variação de grandezas associadas ao estudo de fenômenos”** identificamos dois registros no questionário prévio (12,5%), e quatro registros no posterior (19,04%), fato que corrobora a coerência da organização da Abordagem Didática. Para a UR 3.5 **“Contribuições associadas a representações, conceitos, aplicações, análises de crescimento/decrescimento, interpretação de máximos/mínimos e/ou construção gráficas envolvendo o tratamento de funções não-periódicas”** houve três registros no questionário prévio (18,75%), e obtivemos 6 registros no posterior (28,6%). Já para a UR 3.7 **“Contribuições**

associadas a aspectos históricos e/ou filosóficos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos” não identificamos registros no questionário prévio, porém obtivemos dois registros no questionário posterior (9,5%). Em relação a UR 3.8 **“Contribuições associadas a aspectos didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos”** identificamos três registros tanto no questionário prévio (18,75%) quanto no posterior (14,3%). A desigualdade da frequência percentual se deve a diferença do número total de fragmentos textuais em cada um dos questionários aplicados. Nesse mesmo sentido, identificamos dois registros no questionário prévio (12,5%) e no posterior (9,5%) referentes a UR 3.9 **“Contribuições associadas a aspectos históricos, filosóficos e didático-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos”**. Tanto para a UR 3.10 **“Ausência de explicitação do tipo de contribuição”** quanto a UR 3.11 **“Divergência e/ou polissemias semânticas entre a contribuição citada e/ou o nível formativo solicitado na questão”** identificamos para cada uma um único registro no questionário prévio (6,25%). Para a UR 3.12 **“Não identifica contribuições de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial”** houve três registros somente no questionário prévio. (18,75%). A não ocorrência de registros posteriores das UR (s) 3.10, 3.11 e 3.12 na etapa do questionário posterior é considerada nesta investigação como um resultado assertivo com base nas atividades desenvolvidas no Curso de Extensão.

Para a UC3 **“Contribuições de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral, no processo de formação inicial, para a atuação docente no âmbito da Educação Básica”** identificamos o total de 16 fragmentos textuais prévios, e destes, 11 estavam relacionados de modo geral com algum tipo de contribuição. Já no questionário posterior, detectamos o total de 21 fragmentos, todos articulados a algum tipo de contribuição. Desse modo, comparativamente, após aplicação da AD realizada no curso de extensão houve um aumento de 90% de registros que reconhecem que o estudo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Curso de Licenciatura em Matemática contribui para a atuação docente na Educação Básica.

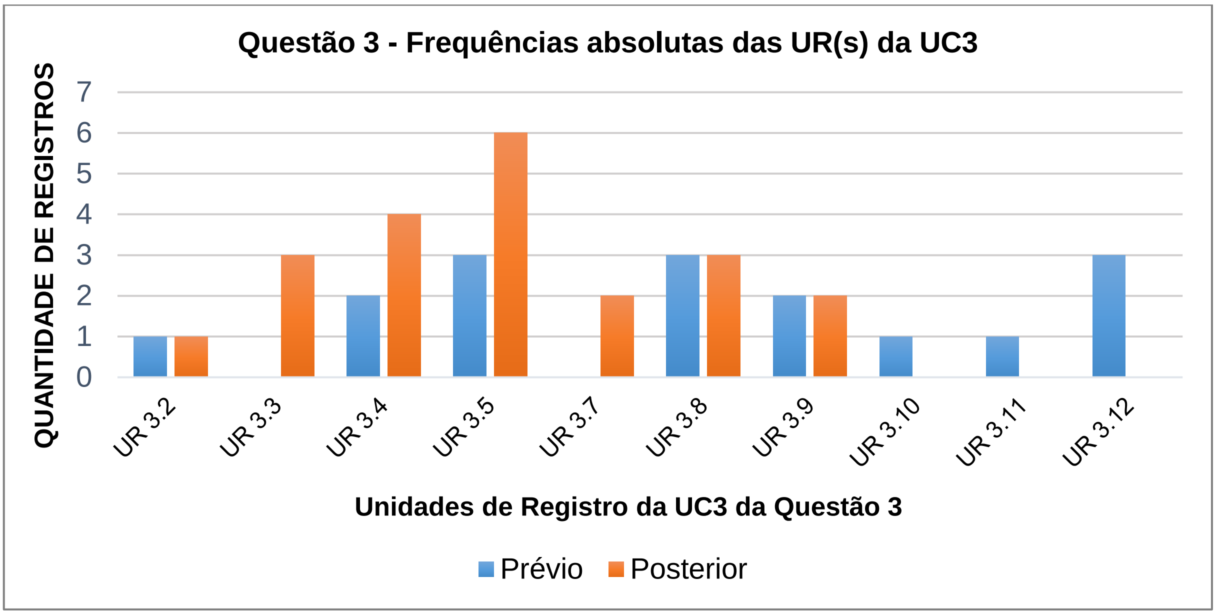
Um destaque da UC3 se refere aos participantes P_9LB_2, $P_{12}L_3$ e $P_{14}L_C$. Antes de iniciar o curso, estes declararam que não havia contribuições do Cálculo conforme o contexto da Questão 3. Após a realização do curso, os três participantes explicitaram contribuições, conforme apresentados no Quadro 49. Por meio da reposta do questionário posterior, identificamos quatro registros de $P_{14}L_C$ que expressam contribuições no contexto das seguintes unidades: UR 3.2, a qual se refere a tratamentos algébricos; UR 3.5, relacionada ao aprofundamento do estudo de funções não-periódicas; UR 3.7, associada a contribuições envolvendo aspectos históricos e/ou filosóficos; e finalmente, UR 3.8, que contempla contribuições associadas a aspectos didáticos e pedagógicos.

As **UR 3.4**, “Contribuições referentes a processos de compreensão e/ou interpretação de taxas de variação de grandezas associadas ao estudo de fenômenos”, e **UR 3.5**, “Contribuições associadas a representações, conceitos, aplicações, análises de crescimento/decrescimento, interpretação de máximos/mínimos e/ou construção gráficas envolvendo o tratamento de funções não-periódicas” tiveram o número de registros duplicados em relação à quantidade de fragmentos textuais unitarizados a partir dos questionários prévios. A UR 3.4 passou de 2 para 4, e a UR 3.5 de 3 para 6 registros. Esse aumento para **UR 3.4** pode estar associado às atividades realizadas no Encontro 4, em que discutimos de modo específico significados associados ao *conceito de derivada*, e da **UR 3.5** no que se refere às abordagens iniciadas no Encontro 1, culminando no Encontro 2 com reflexões e discussões baseadas em Rezende (2003), e posteriormente presente em todos os outros encontros numa perspectiva contextual diferente, o que Ausubel (2003) denomina de estratégia recursiva.

De acordo com a visualização do Quadro 49 observamos prontamente que no questionário posterior não tivemos registros nas UR (s) 3.10, 3.11 e 3.12. Isso é considerado um êxito para a pesquisa, pois tais unidades se referiam respectivamente a *ausência de explicitação do tipo de contribuição*, *ideias divergentes e/ou polissêmicas* envolvendo o *tipo de contribuição* do Cálculo e o *nível formativo* solicitado pela questão, e, a última unidade, a *não identificação de contribuições*.

Com o objetivo de favorecer a observação visual das frequências absolutas registradas na UC3, apresentamos no Histograma 3, a organização quantitativa das unitarizações identificadas para cada uma das UR(s).

Histograma 3 – Questão 3 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC3



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir do Histograma 3 visualizamos as UR(s) da UC3 contempladas nas respostas dos(as) participantes, nos questionários prévios e posteriores, relativas às contribuições relevantes do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente, visando atuação profissional na Educação Básica. Nessa perspectiva, observamos tendência de crescimento dos registros posteriores para as UR(s) 3.4 e 3.5, sendo agrupados para a **UR 3.4** os fragmentos textuais que explicitaram compreensões e interpretações de taxas de variação, para estudo de fenômenos de quaisquer naturezas do conhecimento. Por outro lado, na **UR 3.5** reunimos os registros escritos com enfoque em contribuições provenientes de aprimoramento de tratamentos matemáticos envolvendo funções, enfatizados durante o desenvolvimento do estudo do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente.

As UR(s) 3.2, 3.8 e 3.9 apresentaram as mesmas frequências de registros tanto prévios quanto posteriores. No entanto, o número de registros difere da quantidade de participantes que demonstrou reconhecer contribuições do CDI conforme a temática abordada na Questão 3. As análises da “trilogia heurística” dessas UR(s) enriqueceram os resultados desta investigação, pois os fragmentos textuais explicitaram pluralidade de contribuições do CDI para a atuação docente em diferentes contextos, nos permitindo estabelecer um diálogo amplo com os referenciais teórico-metodológicos adotados nesta pesquisa.

As linhas temáticas que permearam a construção dessas UR(s) para investigar a natureza das contribuições do CDI para a **UR 3.2** englobou o âmbito das “representações, compreensões e/ou tratamentos algébricos”, para a UR 3.8 acolheu o contexto dos “aspectos didáticos-pedagógicos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos”, e para a **UR 3.9** envolveu o campo epistemológico reunindo “aspectos históricos, filosóficos e didático-pedagógicos”.

Os fragmentos textuais reunidos na **UR 3.2** envolvendo “representações, compreensões e/ou tratamentos algébricos” evidenciaram a versatilidade da linguagem matemática para a compreensão e sistematização do conhecimento científico em consonância com as expectativas de aprendizagem. No **Ensino Superior**, a **linguagem lógico-formal** se faz presença nas atividades com enfoque em demonstrações matemáticas, conforme o registro de $P_{13}L_4$ “Sim, no meu ponto de vista no **estudo de Cálculo Diferencial e Integral** aprendemos muito sobre **demonstração** [...]”. ($P_{13}L_4$ - fragmentado em 3.9, Questão 3, QPR, destaques nosso). Essas análises demonstram que resultado corrobora com as pesquisas de Reis (2001), Rezende (2003) e Lima (2012), Oliveira e Raad (2012) ao se referirem à cultura tradicional cristalizada difundida nos cursos de Cálculo, a partir do modelo europeu que foi implementado no Brasil na década de 30, na Universidade de São Paulo.

É relevante destacar que os primeiros professores que ministraram cursos de Cálculo no Brasil eram europeus. Historicamente, essa situação singular fomentou a ausência da formação nacional de uma identidade linguística docente que refletisse o ensino de Cálculo nas universidades brasileiras; e por conseguinte o modelo do curso de CDI implantado na USP/SP foi disseminado pelo país. Esse cenário do ensino de Cálculo no Brasil começa uma transição a partir da década de 60, impulsionado pelos processos de aposentadorias desses primeiros professores. Desse modo, a renovação gradativa do corpo docente permitiu “[...] a adoção de livros americanos de Cálculo que propunham [...] na manipulação algébrica de limites, derivadas e integrais, uma abordagem diferente da escola europeia no ensino da Análise Matemática” (OLIVEIRA; RAAD, 2012, p. 130).

Por outro lado, na **Educação Básica** é necessário adequar a **abordagem linguística** com vistas a oportunizar acesso ao conhecimento. Os registros de $P_{14}L_C$ enfatizam essa ideia, pois “[...] é possível manipular ideias fundamentais do Cálculo **sem rigorosidade teórica e simbolismos complexos** [...]”.

($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.5, 3.7 e 3.8, Questão 3, QPO, destaques nosso). Essa compreensão quanto ao uso apropriado da abordagem linguística para discutir noções conceituais de CDI é defendida por Ávila (2010, p.167), argumentando que estudos de noções iniciais de Cálculo “[...] não costumam ser levados a sério no Ensino Médio [...] por causa do erro de se tentar fazer no ensino médio exatamente o que se faz no Cálculo Universitário [...]. O recomendado a fazer no Ensino Médio é uma apresentação simples, e conforme Ávila (2010, p.167) se deve destacar “[...] **o suficiente** para que o aluno possa perceber a importância desses conceitos, **o suficiente** para mostrar seu largo alcance nas aplicações” (grifo nosso). No entanto, o que seria “o suficiente”? Tal como Machado (2008) sugere o trabalho de noções fundamentais de derivada, na Educação Básica, a partir de explorações da ideia de proporcionalidade, Ávila (2010) orienta de modo similar, ao enfatizar que:

> Geometria analítica tem muito a ver com funções e sistemas lineares. E como já se torna hábito − aliás, muito salutar − discutir gráficos no ensino fundamental, ali é o lugar certo para introduzir a equação da reta. Mas **é preciso não exagerar: nada de toda aquela “parafernália” de equação geral**, equação na forma normal, equação segmentária, retas perpendiculares, nada disso. **Somente um comecinho bem simples e de fácil compreensão.** Apenas retas pela origem, por exemplo, em conexão com a ideia de proporcionalidade entre grandezas e regra de três. [...] Nada de despejar sobre o aluno toda aquela terminologia de função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, contradomínio etc. (AVILA, 2010, p.168).

Na sequência, apresentamos as considerações para a **UR 3.8** que trata das contribuições dos “aspectos didáticos-pedagógicos” a respeito de quaisquer conteúdos matemáticos, no âmbito do CDI, voltado para a atuação docente na Educação Básica. As análises heurísticas da UC3 nos permitiram atribuir significados para as contribuições de natureza didático-pedagógica do CDI, com base em no reconhecimento de seis ideias semânticas, a partir das unitarizações realizadas para os fragmentos textuais agrupados na UR 3.8 (NOVAK, GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003; BARDIN, 2011).

A partir dessas considerações anteriores, foram identificadas três ideias para cada um dos questionários, prévio e posterior, as quais apresentamos e exemplificamos por meio de registros escritos obtidos. Para o QPR as ideias relacionadas às contribuições dos aspectos didático-pedagógicos explicitadas foram:

(1) *Enriquecimento matemático do repertório teórico-metodológico*, pois "[...] acredito que o Cálculo nos proporciona **novas ferramentas matemáticas** que não serão expostas no ensino básico, mas auxiliarão no seu desenvolvimento e estudo." (P_1LB_4, Questão 3, QPR, grifo nosso). Nesse contexto, enfatizamos que para conhecer uma Ciência é necessário "[...] conhecer os caminhos metodológicos adotados nas pesquisas daquela área" (BATISTA, 2007, p.260).

(2) *Articulação e reconciliação de ideias existentes aos novos conhecimentos na estrutura cognitiva para o exercício da prática docente*, uma vez que "[...] o estudo mais aprofundado de funções no Cálculo I, utilizando limites e derivadas [...] **pode me ajudar a fazer relações na hora de ensiná-los**." (P_7L_4 – fragmentado com 3.9, Questão 3, QPR, grifo nosso). Esse registro de P_7L_4 evidencia a disposição em aprender, condição fundamental para a ocorrência da aprendizagem significativa, pois Novak e Gowin (1984, p.23) ressaltam o princípio ausubeliano de que "para aprender significativamente, o indivíduo deve optar por relacionar os novos conhecimentos com as proposições e conceitos relevantes que já conhece".

(3) *Reconhecimento de aplicações interdisciplinares, a partir do fragmento textual* P_9LB_2 em que afirma: "[...] A única coisa que eu percebi que **poderia me ajudar na docência** foi um pouco de **Modelagem matemática** [...]" (P_9LB_2 – fragmentado em 3.4 e 3.11, Questão 3, QPR, grifo nosso). Essa ideia nos remete às condições didáticas implícitas no exercício da docência. Para que o conhecimento matemático lógico-formal faça sentido no processo de aprendizagem se faz necessário o(a) professor(a) recontextualizar e repersonalizar esses saberes científicos, e essas práticas pedagógicas requerem situações problemas significativas que instiguem questionamentos e curiosidade por aprender (BARUFI, 1999). Desse modo, a Modelagem matemática apresenta-se como uma possibilidade para desenvolver o pensamento matemático pautado por ações investigativas, críticas e reflexivas. Tal processo pressupõe a negociação de significados para a construção da aprendizagem, visando à compreensão do conhecimento científico. Além disso, o desenvolvimento de abordagens de ensino envolvendo elementos da História e Filosofia da Ciência "permite uma visão

ampliada dos conceitos, dos problemas e de suas resoluções, inclusive relacionando-os interdisciplinarmente” (BATISTA, 2007, p.260).

Para encerrar os destaques da **UR 3.8**, elencamos as ideias referentes às contribuições dos aspectos didático-pedagógicos manifestadas no QPO, sendo:

(1) *Instrumentalização matemática para a prática docente*, pois “[...] contribui para **melhores exemplificações** para o docente na Educação Básica”. (P_5L_4 – fragmentado com 3.4, Questão 3, QPO, grifo nosso). Nessa perspectiva, “[...] as disciplinas matemáticas foram também pedagogicamente o professor” (FIORENTINI, 2005, p.111).

(2) *Construção e desenvolvimento do repertório didático-profissional*, porque esse aspecto se dá “[...] começando pela forma como o professor ensina, isso **influencia os futuros professores na maneira como eles irão ensinar Matemática** na Educação Básica.” (P_7L_4 – fragmentado com 3.4, 3.5 e 3.9, Questão 3, QPO, grifo nosso). Fiorentini (2005, p.111) explica que essa possibilidade é fidedigna, porque “[...] as disciplinas específicas influenciam mais a prática do futuro professor. [...] porque reforçam procedimentos internalizados durante o processo anterior de escolarização [...]”.

(3) *Sentimento de motivação intrínseca* “[...] **ajudaria na autonomia** do futuro docente e de seus alunos”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.2, 3.5 e 3.7, Questão 3, QPO, grifo nosso). É relevante destacar que a autonomia pode ser compreendida como a predisposição de governar a si mesmo, desencadeada pela autoconfiança em tomar decisões “por conta própria” de forma livre e independente. Novak e Gowin (1984, p.119) explicam que a motivação intrínseca se configura em uma “experiência emocional positiva que deriva da aprendizagem significativa”.

Para a **UR 3.9** exploramos o campo epistemológico buscando evidenciar a articulação entre os "aspectos históricos, filosóficos e didático-pedagógicos" para explicitar contribuições do CDI, independente do conteúdo matemático, com vistas à atuação docente na Educação Básica. De modo geral, identificamos dois aspectos principais, a saber:

I) *a consistência teórico-metodológica da Formação Docente em Matemática subsidiada por elementos da História e Filosofia da Ciência*, uma vez que demonstram o desenvolvimento da construção do conhecimento científico. Dessa forma, a contribuição do CDI para a Formação Docente reside no fato de explicitar "[...] o porquê de aquilo ser utilizado e como está ou foi desenvolvido, e isso contribui para a atuação na Educação Básica". ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 3.2, Questão 3, QPR, grifo nosso). Esse relato demonstra consonância com a necessidade de que "o professor precisa conhecer o processo de como se deu historicamente a produção e a negociação de significados em Matemática, bem como isso também acontece, guardadas as devidas proporções, em sala de aula" (FIORENTINI, 2005, p.109).

II) *o desenvolvimento e a aplicação de referenciais de natureza epistemológica para a organização da prática docente didático-pedagógica*. Sendo assim, é possível "[...] ensinar a eles [estudantes] Matemática de uma forma que <u>faça sentido</u>, que seja <u>conectada com a realidade</u>". (P_7L_4 – fragmentado em 3.4, 3.5 e 3.8, Questão 3, QPO, grifo nosso). Nesse sentido, concordamos com Fiorentini (2005, p.109-110) ao defender que se o(a) docente conhecer as potencialidades científicas do conhecimento matemático contribuirá para "[...] problematiza-lo e mobilizá-lo da forma que seja mais adequada, tendo em vista a realidade escolar [...] à formação dos estudantes no que respeita ao desenvolvimento intelectual e à possibilidade compreender e atuar melhor no mundo". A partir dessas reflexões, nos posicionamos acreditando que "[...] a Educação Científica e Matemática deve dar significado à evolução humana para fazer compreender e admirar o grande esforço coletivo de adaptação representado pela nossa ciência" (BATISTA, 2007, p.270).

O destaque singular da **UR 3.9** refere-se à produção escrita de **$P_{12}L_3$** tanto no questionário prévio quanto posterior. Em decorrência desse fato, optamos por apresentar nesse momento os registros escritos de **$P_{12}L_3$** na íntegra, ou seja, sem o processo de unitarização dos desmembramentos textuais. No entanto, as análises unitarizadas no que diz respeito à **$P_{12}L_3$** podem ser consultadas no Quadro 49 desta seção. Para favorecer a compreensão ímpar de evidências da ocorrência de indícios de reelaboração do *status* cognitivo-epistemológico de **$P_{12}L_3$,** ao longo da aplicação da Abordagem Didática no curso de extensão, expressamos no Quadro 50 a produção escrita de **$P_{12}L_3$** sequenciadas por três grifos diferentes acompanhados por uma demarcação numérica para enfatizar as ideias a serem discutidas na disposição do Quadro 51.

Quadro 50 – Produção escrita completa da Questão 3 de $P_{12}L_3$ unitarizada na UC3

Questão 3 desenvolvida por $P_{12}L_3$ durante a participação na AD Contribuições do CDI para a Formação Docente e atuação na Educação Básica	
Questionário Prévio	**Questionário Posterior**
"<u>Na Educação Básica acredito que não há grandes contribuições [1]</u>. Justamente por ser o mais básico, <u>*não ensinaremos Cálculo Diferencial e Integral a nossos alunos* [2]</u>. Porém, **tendo o conhecimento sobre esse assunto, saberemos explicar o porquê de várias perguntas de nossos alunos** [3]" ($P_{12}L_3$ – registro escrito completo, Questão 3, QPR, grifo e numeração nossa).	"<u>Hoje posso ver que sim [1]</u>, <u>*através do Cálculo temos noções* **do que** *trabalhar lá na Educação Básica* [2]</u>, e de alguma maneira até mesmo **introduzir noções básicas do Cálculo** [3]" ($P_{12}L_3$ – registro escrito completo, Questão 3, QPO, grifo e numeração nossa).

Fonte: Organizado pela autora com base na produção escrita de $P_{12}L_3$ obtida na Questão 3

A seguir, no Quadro 51, apresentamos as considerações[50] a respeito da produção escrita completa da Questão 3 de $P_{12}L_3$, unitarizada na UC3, relativas às contribuições do CDI para a formação e atuação docente na Educação Básica. Para isso, dividimos o texto de $P_{12}L_3$ em três parte, conforme a numeração adotada no Quadro 50.

---

[50] É relevante destacar que os(as) participantes não tiveram acesso ao questionário prévio após a realização deste, situação ocorrida no primeiro dia do encontro. Ao final de cada uma das atividades elaboradas, na AD, recolhíamos todas as produções desenvolvidas. Além disso, não autorizamos aos participantes realizarem quaisquer tipos de reprodução de suas próprias respostas, com vistas a tê-las arquivadas em acervo pessoal. Esses cuidados metodológicos foram adotados para resguardar o anonimato dos(as) participantes, e por tratar de uma investigação de natureza inédita com implicações de devido sigilo ético profissional.

Quadro 51 – Considerações meta-teóricas referentes à Questão 3 de $P_{12}L_3$ agrupada na UC3

<table>
<tr><th>DATA</th><th>Questionário Prévio – Antes da AD
18/04/2017 - Encontro 1 (1º dia)</th><th>Questionário Posterior – Pós AD
27/04/2017 - Encontro 2 (10º dia)</th></tr>
<tr><td>[1]</td><td>“Na Educação Básica acredito que não há grandes contribuições [...]”</td><td>“Hoje posso ver que sim” [...].</td></tr>
<tr><td colspan="3">A diferença relevante de posicionamento de $P_{12}L_3$ manifestada, por meio das ideias semânticas, logo nessas primeiras frases tanto no QPR quanto no QPO, nos permite compreender que a proposta pedagógica construída e aplicada ao longo das investigações teóricas, metodológicas e empíricas realizadas se mostrou potencialmente significativa, dado seu caráter interdisciplinar que oportunizou o diálogo e a elaboração de relações com múltiplas áreas do conhecimento. As expressões “acredito que não” para “hoje posso ver que sim” demonstra o êxito do resultado obtido em prol do objetivo geral que estabelecemos para esta pesquisa, a saber “investigar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática, com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática”. Nesse sentido, Batista (2007) enfatiza o consenso em torno de abordagens de ensino que consideram em sua composição a História e Filosofia da Ciência, pois ampliam e desenvolvem as potencialidades científicas de uma determinada área do conhecimento. Dessa forma, “torna as aulas mais desafiadoras e reflexivas, ajuda a superar o mar de falta de significação de fórmulas e equações, melhora a formação do professor, e tona o conhecimento científico mais interessante, acessível e compreensível” (BATISTA,2007, p.260).</td></tr>
<tr><td>[2]</td><td>“[...] não ensinaremos Cálculo Diferencial e Integral a nossos alunos[...]”</td><td>“[...] através do Cálculo temos noções do que trabalhar lá na Educação Básica [...]”</td></tr>
<tr><td colspan="3">No questionário prévio $P_{12}L_3$ manifesta noções idiossincráticas espontâneas, evidenciando indícios relativos à ausência de conhecimentos prévios de noções fundamentais de Cálculo, implícitas em conteúdos abordados na Educação Básica (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003). Em contrapartida, no questionário posterior, observamos a reelaboração de conhecimentos mediante indícios de apreensão de similaridades e de diferenças, resolução de contradições entre noções conceituais e proposições novas aos conhecimentos já internalizados na estrutura cognitiva (AUSUBEL, et al., 1980; AUSUBEL, 2003). Em relação ao Ensino de Cálculo na Educação Básica, os indícios de reorganização de novos significados explicitados por $P_{12}L_3$ podem ser correlacionados com as ideias de Ávila (2010, p.167). Ele propõe um roteiro inicial para apresentar aos estudantes a relevância desses conhecimentos no Ensino Médio, argumentando de modo particular que o Cálculo “[...] tem sido a alavanca mestra de toda ciência moderna”. Dessa forma, as investigações desse docente-pesquisador sugerem a articulação do estudo do bloco das Funções aos de Geometria Analítica, buscando uma abordagem integradora com noções conceituais de limites e derivadas. Nesse contexto matemático, Ávila enfatiza a necessidade de explorar o significado de declividade (coeficiente angular) com enfoque na visualização de explorações geométricas, a partir de configurações e representações gráficas aplicadas ao plano cartesiano. Destacamos que essas ideias de Ávila (2010) foram discutidas com detalhes no Encontro 4 da AD.</td></tr>
<tr><td>[3]</td><td>“[...] tendo o conhecimento sobre esse assunto, saberemos explicar o porquê de várias perguntas de nossos alunos”.</td><td>“[...] do que [...] introduzir noções básicas do Cálculo”.</td></tr>
<tr><td colspan="3">A inquietação de $P_{12}L_3$, manifestada no questionário prévio, em relação ao exercício da prática docente em Matemática é relevante para o contexto desta investigação. Sendo assim, identificamos nesse fragmento textual a predisposição para aprender, condição básica para que se inicie os processos cognitivos relacionados à Teoria da Aprendizagem Significativa. Dessa forma, pensamos em consonância com Lorenzato (2008), pois “dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. [...] Note que é possível dar aula sem conhecer, entretanto, não é possível ensinar sem conhecer (LORENZATO, 2008, p.3, destaque nosso). A partir da adoção de pressupostos epistemológicos da Ciência é possível reconhecer e compreender a estrutura do conhecimento científico matemático, a ser explorado no contexto da atuação docente. Por isso, enfatizamos que “a identificação de ‘fios condutores’ dos raciocínios como um elemento na estrutura didática que favorece a cognoscibilidade dos conteúdos e justifica racionalmente a coordenação didática: integração relacional e cognitiva” (BATISTA, 2007, p.270).</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Em relação as UR(s) 3.10, 3.11 e 3.12 identificamos registros de fragmentos textuais somente em questionários prévios. Dessa forma, a ausência de registros em questionários posteriores corrobora para evidenciar indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, uma vez que tais unidades agrupavam fragmentos textuais de natureza divergente, polissêmica, desconhecimento ou ausência de contribuições do Cálculo relativas à Formação Docente Inicial para atuação no âmbito da Educação Básica. Desse modo, enfatizamos que "a interdisciplinaridade se constrói como uma prática que gera diversos efeitos sobre a aplicabilidade dos conhecimentos científicos e sobre uma possível integração de saberes não científicos" (BATISTA; SALVI, 2006, p.158).

Para as UR(s) 3.3 e 3.7 foram obtidos somente registros nos questionários posteriores, totalizando cinco fragmentos textuais, três para a UR 3.3 e dois para a UR 3.7. As temáticas examinadas nessas UR(s) envolvem ideias que explicitam contribuições do CDI para a **UR 3.3** relativas "ao aprimoramento de noções, representações, visualizações e/ou aplicações geométricas", e para a **UR 3.7** "aspectos históricos e/ou filosóficos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos". O reconhecimento dessas contribuições pode subsidiar a Formação Docente em Matemática com enfoque para a atuação profissional na Educação Básica.

As análises referentes à **UR 3.3** nos possibilitaram identificar três aspectos quanto ao aprimoramento de noções referentes ao conhecimento geométrico, sendo destacados nos fragmentos textuais unitarizados *aprofundamento do estudo de áreas para figuras planas irregulares* (P_1LB_4), *estratégia para cálculo de otimização de áreas* (P_3L_3), e *atribuição de significados às fórmulas matemáticas utilizadas no contexto da Educação Básica*" ($P_{10}L_3$). Os resultados obtidos na UR 3.3 convergem e corroboram aos referenciais teóricos adotados nesta pesquisa (REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; LORENZATO, 2008; MACHADO, 2008; ÁVILA, 2010; MACHADO, 2011).

A **UR 3.7** agrupou as contribuições oriundas de aspectos históricos e/ou filosóficos envolvendo quaisquer conteúdos matemáticos, com ênfase nos conhecimentos históricos. Dessa forma, $P_{13}L_4$ respondeu afirmativamente à questão proposta no QPO relatando que foi "[...] principalmente no curso que pude notar e perceber algumas contribuições do estudo de Cálculo para a atuação na Educação Básica, um exemplo é o <u>contexto histórico</u>" ($P_{13}L_4$, Questão 3, QPO, grifo nosso). Além disso, $P_{14}L_C$ demonstrou compreender a relevância dos pressupostos histórico-filosóficos para a compreensão do rompimento de paradigmas científicos, uma vez que se posicionou com a seguinte ponto de vista: “[...] eu acho que deve ter mais importância como esse conhecimento quebrou barreiras historicamente [...]”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 3.2, 3.5 e 3.8, Questão 3, QPO, grifo nosso).

Os fragmentos textuais da **UR 3.7** supracitados provenientes das produções de $P_{13}L_4$ e $P_{14}L_C$ evidenciam a obtenção de resultados desta pesquisa em consonância com as investigações de Fiorentini (2005); uma vez que esse autor enfatiza ser indispensável a compreensão da construção do conhecimento matemático, para o desenvolvimento da prática e da atuação docente. Dessa forma, salienta que para ser professor(a) de Matemática é necessário “[...] conhecer fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático” (FIORENTINI, 2005, p.110).

6.2.4 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 4

Na UC4 **“Relações entre conceitos matemáticos prévios e natureza epistemológica do conhecimento associados ao estudo inicial do Cálculo Diferencial e Integral”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 04** com o objetivo de identificar fragmentos textuais que estabelecem relações entre a natureza epistemológica de conhecimentos matemáticos associados ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, e reconhecem a presença desses conhecimentos em contextos de aprendizagem matemática em etapas da Educação Básica.

O Quadro 52 apresenta os fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do curso de extensão, organizados em suas UR(s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros escritos e do cálculo das frequências ocorridas para cada uma das UR(s) da UC4. Não foram obtidos registros para UR(s) 4.6, 4.7 e 4.8.

Para o questionário prévio dessa questão foi necessário elaborarmos duas unidades de registros emergentes (URE): **4.9 “Ausência de experiência profissional”,** para agrupar registros que reconhecem a existência de relações entre as etapas formativas citadas na questão, porém não explicitam tais relações argumentando que não possuem experiência docente; e **4.10 “Noção formativa (re)**

novada do conhecimento matemático”, para reunir registros que reconhecem como novidade e/ou aprofundamento relações entre conteúdos matemáticos básicos e conceitos matemáticos abordados em Cálculo no âmbito da Formação Docente inicial em Matemática. Destacamos a identificação de registros no questionário posterior, conforme caracterização da URE 4.10.

Quadro 52 – Questão 04 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC4

Questão 04 ● Que relações associadas ao processo de construção de conhecimentos podem ser estabelecidas entre conteúdos matemáticos aprendidos na etapa da Educação Básica, e conceitos de Cálculo Diferencial e Integral na etapa de formação docente inicial em Matemática?		
UC 4 “Relações entre conceitos matemáticos prévios e natureza epistemológica do conhecimento associados ao estudo inicial do Cálculo Diferencial e Integral”		
UNIDADES DE REGISTROS	**QUESTIONÁRIO PRÉVIO**	**QUESTIONÁRIO POSTERIOR**
4.1 “Relações discreto / contínuo”	**03 registros (25%)** “Cálculo da área de um retângulo, por exemplo, pode ser feito utilizando integração”. (P_1LB_4 – fragmentado em 4.2 e 4.4). “O cálculo de áreas aprendido na Educação Básica pode ser utilizado para calcular integrais”. (P_5L_4) “As aulas foram apenas demonstrações e exercícios, mas eu acredito que poderia ser mais ampliado na definição de números reais, para fundamentar melhor o Cálculo Diferencial” [...]”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 4.5).	**03 registros (18,75%)** “Cálculo de áreas e volumes [...]”. (P_5L_4 – fragmentado em 4.2 e 4.4). “[...] E em Integral, podemos associar com os conceitos de cálculo de áreas”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 4.2). “[...] associar também a integral com cálculo de áreas”. ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 4.2)
4.2 “Relações variabilidade / permanência”	**02 registros (16,67%)** “Problemas envolvendo velocidade (espaço/tempo) são relacionados com derivada (taxa de variação)”. (P_1LB_4 – fragmentado em 4.1 e 4.4). “Cálculo de áreas de figuras planas, através de uma figura podemos fazê-la como uma função, e disso resolver o que foi proposto”. (P_3L_3).	**05 registros (31,25%)** “Para o Cálculo Diferencial seu uso seria estabelecer-se com a matéria de Física, usando as variações (velocidade, aceleração) para um contexto mais prático”. (P_3L_3 – fragmentado em 4.3, grifo nosso) “[...] taxa de variação, funções”. (P_5L_4 – fragmentado em 4.1 e 4.4). “A questão de variabilidade (derivada) pode ser abordada no Ensino Básico. No estudo de funções, com exemplos da Física, por exemplo” (P_7L_4 – fragmentado em 4.3).

		“Como discutimos em um dos encontros podemos associar a Matemática com a Física, estabelecer pontos entre ambas. Ao trabalharmos taxa de variação em Matemática, combinar e conversar com o professor de Física para que também trabalhe com assuntos relacionados com os alunos [...].” ($P_{12}L_3$– fragmentado em 4.1) “Podemos relacionar o conteúdo de derivada com a disciplina de Física relacionando a taxa de variação”. ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 4.1)
4.3 “Relações finito/infinito”	**nenhum registro**	**02 registros (12,5%)**
		“Para o uso do Cálculo Integral faria um paralelo com as aulas de Geometria mostrando uma maneira diferente para se calcular áreas”. (P_3L_3 – fragmentado em 4.2, grifo nosso). “A ideia de infinito e continuidade podem ser abordadas em Geometria num cálculo de área não regular”. (P_7L_4 – fragmentado em 4.2).
4.4 “Relações local/global”,	**01 registro (8,33%)**	**02 registros (12,5%)**
	“Vértice do gráfico de uma função quadrática está relacionado com os pontos de máximo e mínimo de uma função (derivada)”. (P_1LB_4 – fragmentado em 4.1 e 4.2).	“Otimização: vértice da função quadrática associada a um problema”. (P_1LB_4) “[...] análise de gráficos”. (P_5L_4 – fragmentado em 4.1 e 4.2).
4.5 “Relações sistematização / construção”	**02 registros (16,67%)**	**02 registros (12,5%)**
	“Relações associadas a teoremas, por exemplo, que na Educação Básicas apenas são colocados”. ($P_{13}L_4$). “[...] Outro ponto se refere aos impasses históricos, nossa concepção de conhecimento matemático é mais ampliada quando, por exemplo, nos perguntamos por que Newton e Leibniz criaram o mesmo conceito estando pesquisando individualmente, e outras questões.” ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 4.5)	“[...] além de ampliar seus significados, o conteúdo de Cálculo se constitui do conteúdo da Educação Básica”. (P_9 LB_2 – fragmentado em 4.10, grifo nosso). “Que tais conceitos aprendidos na educação básica muitas vezes são mostrados aos alunos de forma superficial e não cria significado para eles, sendo um grande problema quando os alunos entram para o Ensino Superior [...]”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 4.10, grifo nosso).

URE 4.9 "Ausência de experiência profissional"	**01 registro (8,33%)** "Acredito que muitas relações podem ser feitas com conteúdo do Ensino Médio, porém eu não tenho experiência de ensino nessa etapa". (P_7L_4)	**nenhum registro**
URE 4.10 "Noção formativa reelaborada do conhecimento matemático"	**03 registros (25%)** "O que aprendemos no curso de Cálculo é o aprofundamento da Matemática aprendida na Educação Básica". (P_9 LB_2, grifo nosso). "A relação que ambos são postos de maneira nova ao estudante, são seu primeiro encontro com temas matemáticos novos." ($P_{10}L_3$, grifo nosso). "Na Educação Básica aprendemos ou deveríamos aprender funções, logaritmo que no Cálculo Diferencial e Integral se soubermos e tivermos esses assuntos bem definidos em nossa mente, facilita e muito". ($P_{12}L_3$, grifo nosso).	**02 registros (12,5%)** "O conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral aprofunda e explica conteúdos que aprendemos na Educação Básica [...]". (P_9 LB_2 – fragmentado em 4.5, grifo nosso). "[...] primeiro contato com os conceitos de modo formal com o Cálculo." ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 4.5, grifo nosso).
Total de registros	**12 registros (100%)**	**16 registros (100%)**

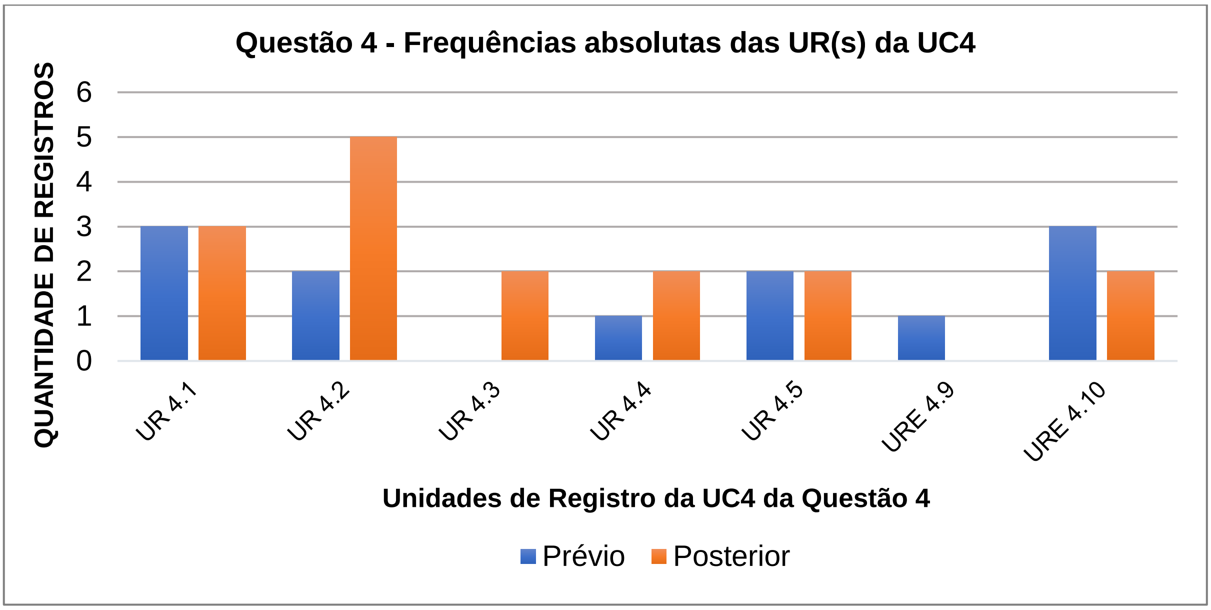
Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A partir das unitarizações apresentadas no Quadro 52 podemos observar que para a UR 4.1 **"Relações discreto/contínuo"** agrupamos três registros tanto no questionário prévio (25%) quanto no posterior (18,75%). Ressaltamos que a desigualdade da frequência percentual se deve a diferença do número total de fragmentos textuais em cada um dos questionários aplicados. A UR 4.2 **"Relações variabilidade/permanência"** obtivemos dois registros no questionário prévio (16,67%), e cinco registros no posterior (31,25%). Em relação a UR 4.3 **"Relações finito/infinito"** não foram identificados registros prévios, no entanto, houve dois registros (12,5%) no questionário posterior. Na sequência, para a UR 4.4 **"Relações de máximo/mínimo"** agrupamos um registro no questionário prévio (8,33%), e houve dois registros no posterior (12,5%). Para a UR 4.5 "**Relações sistematização/construção"** identificamos dois registros no questionário prévio (16,67%), e reunimos dois registros no posterior (12,5%). Além disso, organizamos a URE 4.9 **"Ausência de experiência profissional"** em que reunimos somente um registro no questionário prévio (8,33%). Para a URE 4.10 **"Noção reelaborada do**

conhecimento matemático" obtivemos três registros no questionário prévio (25%), e dois registros no questionário posterior (12,5%).

No Histograma 4 observamos comparativamente as frequências absolutas obtidas para cada uma das UR(s) relativas à UC4, previamente e posteriormente à aplicação da Abordagem Didática mediante o desenvolvimento do curso de extensão.

Histograma 4 – Questão 4 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC4



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir da visualização do Histograma 4 é possível perceber um destaque para o crescimento dos registros posteriores unitarizados para as UR(s) 4.2 e 4.4. O enfoque temático da **UR 4.2** se refere ao reconhecimento de relações contemplando a dinâmica da variabilidade/permanência, em que identificamos registros que explicitam a ideia de função como uma correspondência estática entre os valores das variáveis "x" e "y", ou que demonstrem a ideia dinâmica de função como uma "medida" da taxa de variação de uma das variáveis em relação a outra no estudo de um determinado fenômeno. Desse modo, destacamos o fragmento textual de $P_{12}L_3$, o qual faz o seguinte relato: "Como discutimos em um dos encontros podemos associar a Matemática com a Física, estabelecer pontos entre ambas. Ao trabalharmos taxa de variação em Matemática, combinar e conversar com o professor de Física para que também trabalhe com assuntos relacionados com os alunos [...]."

($P_{12}L_3$– fragmentado em 4.1, Questão 4, QPO). A discussão em que $P_{12}L_3$ se refere foi baseada em Ávila (2010) realizada no **E4**. Nesse sentido, é relevante destacar que "um dos principais objetivos na introdução da derivada logo no início da primeira série do ensino médio é a **interdisciplinaridade com a Cinemática**, por isso mesmo os **professores de Matemática e Física devem planejar juntos** o trabalho que vão desenvolver" (ÁVILA, 2010, p.173, destaque nosso). Salientamos que a promoção e o desenvolvimento dessas atividades com enfoque interdisciplinar na comunidade escolar "passa pela formação de professores, seja a inicial ou a de capacitação em serviço; sem isso, o movimento para a sua implantação é artificial e o discurso é vazio" (BATISTA; SALVI, 2006, p.155).

Na sequência, a **UR 4.4** trata das "relações de máximo/mínimo" vinculando funções polinomiais e/ou exponenciais como oportunidade para explorar significados de crescimento/decrescimento, determinar pontos de máximo ou mínimos pontos de máximo ou mínimos em escala local ou global ou ainda explicitar pontos em que uma determinada função não é definida. Os resultados obtidos nessa investigação corroboram com aspectos históricos relativos ao desenvolvimento científico do Cálculo Diferencial e Integral, uma vez que considerando a soma de todos os registros das unitarizações dos questionários prévio e posterior houve uma frequência geral de aproximadamente 10%. Segundo Rezende (2003, p.9) "tanto Newton quanto Leibniz não faziam distinção e sequer relacionavam os conceitos locais e as propriedades globais das "curvas" que diferenciavam e integravam". A dualidade local/global envolvendo interpretações de relações de máximo/mínimo só passou a figurar no campo semântico do Cálculo a partir da noção de limite e do conceito de função (PETITOT, 1985; REZENDE, 2003; AVILA, 2010; KATZ, 2010).

Por outro lado, as **UR(s) 4.1** e **4.5** tratando, respectivamente, de relações discreto/contínuo e relações de sistematização/construção permaneceram com os mesmos número de registros prévios, e posteriores. A manutenção dessas frequências no contexto das relações discreto/contínuo pode ser explicada pelo "[...] o hiato entre os campos da aritmética e da geometria no ensino básico de matemática e o círculo vicioso presente na significação de número real realizada pelos nossos alunos [...]." (REZENDE, 2003, p.5). Nesse sentido, os conhecimentos epistemológicos evidenciam a dificuldade de compreensão em relação ao conceito de continuidade para entender, por exemplo, o processo de construção dos números reais (BOYER, 1992; ARTIGUE, 1995; REZENDE, 2003; KATZ, 2010). Além disso, as relações de sistematização/construção são apresentadas aos estudantes em ordem lógico-formal, e não pelo aspecto da linha histórica que permeou o desenvolvimento do conhecimento científico (REIS, 2001; EVES, 2004; BARUFFI, 1999; KATZ, 2010). Como dito, tradicionalmente a “[...] didática do ensino de Cálculo e os seus livros texto seguem basicamente o princípio e o padrão de sistematização propostos por Cauchy e Weierstrass (limite – continuidade – derivada – diferencial – integral) [...]” (REZENDE, 2003, p. 11).

Em relação às ideias envolvendo “relações finito/infinito” contempladas na UR 4.3, identificamos registros somente a partir do questionário posterior. A UR 4.3 agrupa os registros que qualificam a noção de infinito como característica potencialista, ou a compreensão da noção de limite como um processo de aproximação de valores, ou menções a situações matemáticas que originam indeterminações matemáticas. Isto posto, nesta investigação obtivemos indícios relativos à compreensão de limite como um processo de aproximação de valores, a exemplo do fragmento textual identificado na produção escrita de P_3L_3, explicitando que: “Para o uso do <u>Cálculo Integral</u> faria um <u>paralelo</u> com as aulas de <u>Geometria</u> mostrando uma maneira diferente para se <u>calcular áreas</u>”. (P_3L_3 – fragmentado em 4.2, grifo nosso, Questão 4, QPO). Essa ideia pode ser correlacionada com os trabalhos de Machado (2008, 2011, 2013), e tal resultado corrobora com indícios de aprendizagem significativa, pois não tivemos nenhum registro na UR 4.3 no QPR.

Quanto as URE(s), para a URE 4.9 identificamos somente um registro para o QPR, em que P_7L_4 explicitou acreditar que existiam relações de conteúdos entre a Educação Básica e o CDI no contexto da Formação Docente inicial em Matemática, mas afirmou que não possuir experiência profissional em relação à prática docente para estabelecer. Entretanto, após a aplicação da AD, P_7L_4 demonstrou reconhecer e estabelecer relações entre conteúdos da Educação Básica e do âmbito do CDI. Tal situação foi evidenciada a partir da identificação de dois registros posteriores, um para cada uma das UR(s) 4.2 e 4.3. Esse resultado demonstra indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, articulando grau de reconciliação entre ideias semelhantes e diferentes mediante a reelaboração de conhecimentos prévios ancorados aos novos conceitos e proposições (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003).

Para a URE 4.10 unitarizamos fragmentos textuais relativos à “**Noção formativa reelaborada do conhecimento matemático”** para reunir as repostas que explicitaram o reconhecimento de relações entre conteúdos matemáticos básicos e ideias fundamentais do Cálculo como novidade e/ou aprofundamento no âmbito da Formação Docente Inicial em Matemática, ocorrência que consideramos expressiva no âmbito desta investigação. Desse modo, exemplificamos essa URE com o fragmento textual de P_9 LB_2, declarando que: “O conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral aprofunda e explica conteúdos que aprendemos na Educação Básica [...]”. (P_9 LB_2 – fragmentado em 4.5, grifo nosso, Questão 4, QPO). Nesse sentido, “o conhecimento matemático não se dá apenas pelo fazer, mas pela compreensão desse fazer” (BECKER, 2012, p.43).

Para sintetizar as reflexões finais da Questão 4, a respeito das relações que podem ser estabelecidas entre noções conceituais de CDI e a Formação Docente em Matemática, concordamos com Machado (2008). Para esse pesquisador é possível a ideia de explorar noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral na Educação Básica, uma vez que há condições didático-epistemológicas para o desenvolvimento desse trabalho. Nesse contexto, Machado (2008) apresenta dois exemplos tangíveis, um relativo à Integral e outro à Derivada. Em relação à Integral, o autor propõe atividades que investiguem relações geométricas envolvendo o cálculo de áreas, demonstrando essa tanto para função constante quanto para função variável. Nessa perspectiva, enfatiza que o cálculo da área de um círculo pela aproximação de áreas de polígonos inscritos, com número crescente de lados, conhecido por método da exaustão, pode ser considerado como uma forma intuitiva e fundamental de desenvolver integração, a qual Arquimedes já colocava em prática no século III a.C. Quanto ao desenvolvimento de noções conceituais de Derivada, Machado (2008, p.9) explicita que “a ideia básica é a de proporcionalidade (entre as variações das grandezas envolvidas)”. Para ilustrar a situação, evidencia que ao se trabalhar com proporção no Ensino Fundamental (7º ano), o enfoque matemático dado é no eixo vertical, isto é, a razão é na forma “y/x”. Dessa forma, para enriquecer as aulas de Matemática com a ideia fundamental de Derivada é necessário explorar a noção de proporcionalidade em uma tabela numérica disposta na horizontal, para instigar a compreensão da variação do “y” quando “x” varia, por exemplo, em uma unidade (MACHADO, 2008).

6.2.5 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 5

Na UC5 **“Significados atribuídos ao processo de Integração de função de uma variável real definida em um dado intervalo numérico”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 05** com o objetivo de identificar fragmentos textuais a respeito de como os (as) participantes compreendem e interpretam significados potenciais associados ao processo matemático de integração, de função de uma variável real definida em um intervalo numérico explicitado.

No Quadro 53 apresentamos os fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do Curso de extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros escritos e do cálculo das frequências relativas ocorridas para cada uma das UR (s) da UC5. Não foram obtidos registros prévios e nem posteriores para as UR (s) 5.1; 5.8; 5.9; 5.10; 5.11; 5.12; 5.13. Houve necessidade de elaborar a URE 5.15 **“Ausência de compreensão de integração em contexto diverso ao geométrico”** para unitarizar um registro obtido por meio do questionário prévio, e a URE 5.16 **“Atribuição de significados de integração conforme grandezas envolvidas”** para agrupar dois fragmentos textuais obtidos no questionário posterior.

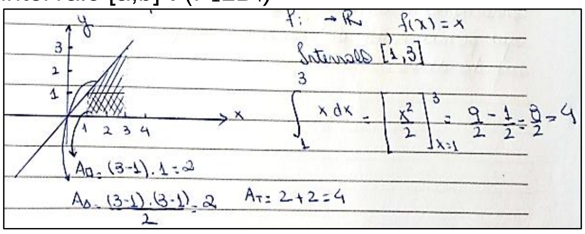
A organização da disposição das colunas do Quadro 53 foi alterada em relação à questão anterior, para evidenciar a visualização de esboços gráficos ou anotações de cálculo que foram realizadas por alguns participantes para responder à questão.

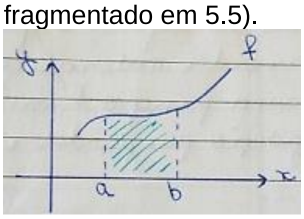
Quadro 53 – Questão 05 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC5

<table>
<tr><td colspan="2">Questão 05 ● Considere f uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa integrar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Descreva seu entendimento desse processo matemático e cite exemplos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">UC5 “Significados atribuídos ao processo de Integração de função de uma variável real definida em um dado intervalo numérico”</td></tr>
<tr><td>QUESTIONÁRIO PRÉVIO</td><td>QUESTIONÁRIO POSTERIOR</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 5.2 “Significado conceitual de integral associado à ideia da soma de Riemann sem exemplificação”</td></tr>
<tr><td>nenhum registro</td><td>04 registros (28,57%)</td></tr>
<tr><td></td><td>“Muitas vezes o gráfico da função é uma curva não regular. Integrar uma função no intervalo [a,b] significa particionar a região abaixo da curva em intervalos de mesmo tamanho <u>dx</u> e somar as áreas dessas partições f(x).dx para se obter a área total da região”. (P_7L_4)</td></tr>
</table>

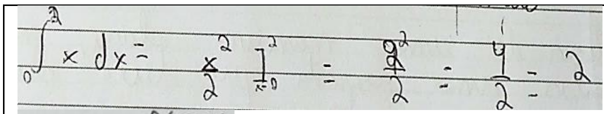
<table>
<tr><td></td><td>“Significa obter a área entre a função e o eixo de referência de maneira a somar infinitos retângulos (a área deles) de mínima dimensão e altura f (x) entre os intervalos determinados [a, b]. Note que a área encontrada pela integração pode ter diversos significados”. (P_9 LB_2)

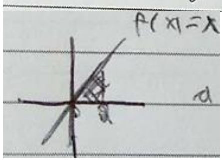
“Trata-se de calcular a região entre a e b, e f e o eixo x criando vários retângulos de comprimento cada vez menores para minimizar o erro quando o limite do tamanho tende a zero, temos somando a área de cada retângulo o tamanho da região”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 5.6)

“Calcular a aproximação da área desse intervalo através de retângulos [...]”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 5.6)</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 5.3 “Significado conceitual de integral associado à ideia de formalização do conceito de limite de uma função contínua”</td></tr>
<tr><td>nenhum registro</td><td>01 registro (7,14%)</td></tr>
<tr><td></td><td>“Significa somar todas as áreas dentro de um determinado intervalo para se descobrir a área da curva abaixo da função. Essas pequenas áreas são tão pequenas quanto se querem, pois é vinda através de um <u>limite</u>. $\int_0^2 2\,dx = 2x]_0^2 = 2.2 - 2.0 = 4$. Essa é a área de um quadrado de lado 2.” (P_3L_3, grifo nosso).</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 5.4 “Significado conceitual interpretando a integral como a antiderivada de uma função contínua definida”</td></tr>
<tr><td>01 registro (9,09%)</td><td>01 registro (7,14%)</td></tr>
<tr><td>“Significa achar uma <u>função primitiva</u>, a qual derivando-a chegamos à função que estamos integrando [...]”. (P_9 LB_2 – fragmentado em 5.6, grifo nosso).</td><td>“Integrar significa <u>encontrar valores</u> de determinadas grandezas <u>decorrentes da taxa de variação</u> de determinado fenômeno” [...]. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em URE 5.16, grifo nosso)</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 5.5 “Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao Teorema Fundamental do Cálculo”</td></tr>
<tr><td>nenhum registro</td><td>01 registro (7,14%)</td></tr>
<tr><td></td><td>“Utilizando o <u>Teorema Fundamental do Cálculo</u> vamos descobrir a primitiva da função f (F) e realizar o seguinte cálculo: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$”. ($P_1LB_4$ – fragmentado em 5.6, grifo nosso).</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 5.6 “Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de áreas entre curvas delimitadas por gráficos de funções”</td></tr>
<tr><td>08 registros (72,73%)</td><td>04 registros (28,57%)</td></tr>
<tr><td>“Uma das interpretações seria que calcular a função f é calcular a área abaixo da função f no intervalo [a,b]”. (P_1LB_4)

Fonte: QPR – Q5 – P_1LB_4 (2017).

“Calcular a área abaixo à função:</td><td>“Integrar a função f é calcular a área abaixo desta função em um intervalo [a,b]”. (P_1LB_4 – fragmentado em 5.5).

Fonte: QPO – Q5 – P_1LB_4 (2017).

“Significa calcular uma área sob uma função sob um espaço delimitado por intervalo (s).” (P_5L_4 – fragmentado em 5.7)</td></tr>
</table>



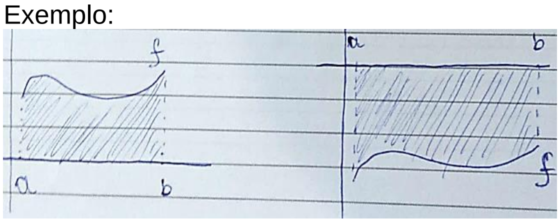


Fonte: QPR – Q5 – P_3L_3 (2017).

A área abaixo da curva possui 2 u (duas unidades de área). A parte sombreada se refere a área”. (P_3L_3)

“Quando integramos uma função em um intervalo [a,b], estamos calculando a área compreendida entre os intervalos [a,b] que está abaixo ou (acima) da função f e delimitada pelo eixo x.”

Exemplo:



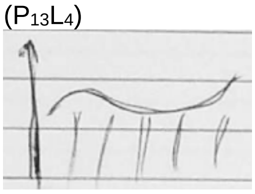
Fonte: QPR – Q5 – P_5L_4 (2017).

“Eu associo a integral de uma função em um intervalo com a área abaixo da curva”. (P_7L_4 – fragmentado em URE 5.15)

“[...]. Uma outra forma de interpretar isso é achar a área sob a curva (função)”. (P_9LB_2 – fragmentando em 5.4)

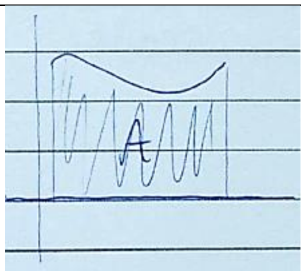
“Significa encontrar a área que existe entre a f, o eixo x, a e b”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 5.2)

“O que penso sobre integrar uma função é calcular a região abaixo da curva dessa função.” ($P_{13}L_4$)



Fonte: QPR – Q5 – $P_{13}L_4$ (2017)

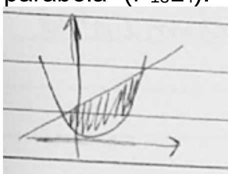
“Penso em integrar como calcular a área localizada entre a curva e o eixo das abscissas”. ($P_{14}L_C$)



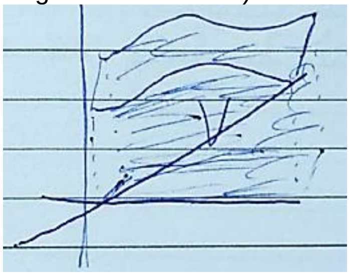
Fonte: QPO – Q5 – P_5L_4 (2017).

“Calcular a área que está nesse intervalo [a,b] ou entre curvas nesse mesmo intervalo.” ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 5.2)

“Significa calcular uma aproximação ou a área exata do fenômeno em questão. Por exemplo, calcular a área da região entre uma reta e uma parábola” ($P_{13}L_4$).



Fonte: QPO – Q5 – $P_{13}L_4$ (2017).

UR 5.7 “Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de volume de sólidos geométricos”	
nenhum registro	**01 registro (7,14%)**
	“Significa calcular o volume sob uma função sob um espaço delimitado por intervalo (s).” (P_5L_4 – fragmentado em 5.6).  Fonte: QPO – Q5 – P_5L_4 (2017).
UR 5.14 “A questão ficou em branco”	
01 registro (9,09%)	**nenhum registro**
($P_{12}L_3$).	
URE 5.15 “Ausência de compreensão de integração em contexto diverso ao geométrico”	
01 registro (9,09%)	**nenhum registro**
“Não entendo o que a integral significa quando não é cálculo de área ou volume”. (P_7L_4 – fragmentado em 5.6)	
URE 5.16 “Atribuição de significados de integração conforme grandezas envolvidas”	
nenhum registro	**02 registros (14,3%)**
	“Significa que ao integrar a função f estamos encontrando o valor da região sob a curva f (x), com x ∈ [a, b] de tal modo que podemos atribuir significados ao valor desta região a partir das grandezas envolvidas em f”. ($P_{10}L_3$) “Integrar significa que pode incluir respostas de acordo com determinados problemas, como volume, área, aceleração, velocidade etc.” ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 5.4)
11 registros (100%)	**14 registros (100%)**

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Os dados organizados no Quadro 53 mostram que para a UR 5.2 “**Significado conceitual de integral associado à ideia da soma de Riemann sem exemplificação**” não foram obtidos registros no questionário prévio, em contrapartida houve 4 registros no questionário posterior (28,57%). Já para a UR 5.3 “**Significado conceitual de integral associado à ideia de formalização do conceito de limite de uma função contínua”** não foram identificados registros prévios, contudo obtemos um registro no questionário posterior (7,14%). Em relação à UR 5.4 “**Significado conceitual interpretando a integral como a antiderivada de uma função contínua definida”** houve um registro no questionário prévio (9,09%), e um registro no posterior (7,14%). A desigualdade dos valores percentuais é oriunda da diferença do número de fragmentos textuais unitarizados nos questionários prévio e posterior. Para a UR 5.5 "**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao Teorema Fundamental do Cálculo"** não houve registro no questionário prévio, e no posterior obtivemos um registro (7,14%). Em relação a UR 5.6 "**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de áreas entre curvas delimitadas por gráficos de funções"** agrupamos oito registros no questionário prévio (72,73%), e quatro registros no posterior (28,57%). Para a UR 5.7 "**Significado conceitual associando a integral de uma função definida ao cálculo de volume de sólidos geométricos"** não houve registros no questionário prévio, e identificamos somente um registro no questionário posterior. Quanto a UR 5.14 **"A questão ficou em branco"** obtivemos um único registro no questionário prévio, e no posterior todos (as) participantes responderam a questão. Houve necessidade de elaborarmos a URE 5.15 **"Ausência de compreensão de integração em contexto diverso ao geométrico"** para agruparmos um registro (9,09%) no questionário prévio. Não obtivemos registros no questionário posterior para esta unidade emergente. Além disso, precisamos construir a URE 5.16 **"Atribuição de significados de integração conforme grandezas envolvidas"** para agrupar dois registros (14,3%) no questionário posterior.

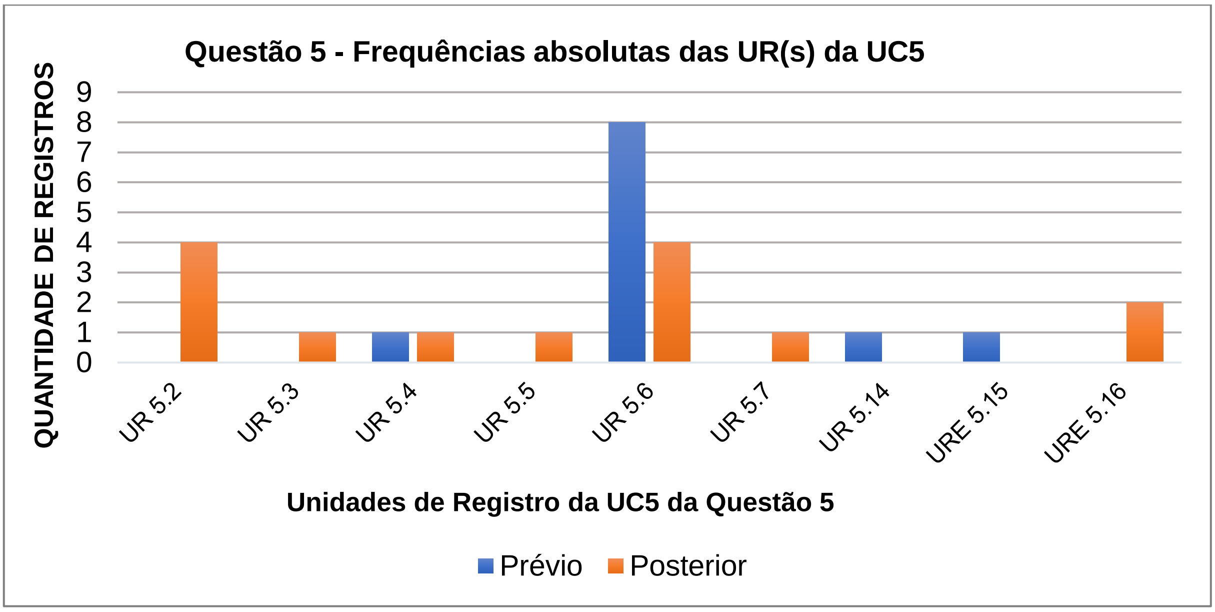
Antes de prosseguirmos com as análises da UC5 referente aos significados atribuídos ao processo de Integração, de função de uma variável real, definida em um dado intervalo numérico é relevante destacar algumas ideias fundamentais referentes às noções conceituais de Integral. Machado (2008) explica que:

> [...] o cerne de uma das ideias fundamentais do Cálculo: a **noção de Integral**. De fato, tal noção se constitui justamente a partir do **fecundo diálogo entre a constância e a variabilidade**. Tratar **uma grandeza que é variável como se fosse constante em pequenos trechos que se sucedem**, eis aí a própria ideia de integral (MACHADO, 2008, p.2, destaque nosso).

Enfatizamos que o objetivo da Questão 5 era oportunizar discussões de noções de Integral coerentes aos fundamentos da TAS. A construção de novos conhecimentos científicos se relaciona e depende de **noções conceituais** prévias, perspicácia para realizar observações, disponibilidade de algum mecanismo de linguagem para desenvolver **registros**, e algum **acontecimento** já vivenciado que remeta às ideias âncoras, já internalizadas na estrutura cognitiva do(a) aprendiz. Dessa forma, "estes três elementos – conceitos, acontecimentos/objetos e registros de acontecimentos/objetos (a que chamamos factos) – aparecem unidos e estão intimamente interligados quando tentamos produzir conhecimentos novos" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.22). Nessa perspectiva, de forma heurística, a citação de Machado (2008) ilustra o conjunto desses três elementos epistemológicos, os quais fazem parte da constituição do Vê de Gowin. Isso posto, a noção de Integral supracitada contempla os **conceitos,** evidenciando a ideia de regularidade expressa pela **"***constância*" e a "*variabilidade*", o **acontecimento** descrito como sendo o "*diálogo entre a constância e a variabilidade*", e para fechar esse trinca, a relevância da observação para desenvolver os **registros**, considerados neste caso por "*tratar uma grandeza que é variável como se fosse constante em pequenos trechos que se sucedem*".

Com base nessas ideias, fundamentamos as análises e reflexões heurísticas a partir dos dados da UC5. Desse modo, no Histograma 5 visualizamos comparativamente as frequências absolutas obtidas para cada uma das UR(s) relativas à UC5, previamente e posteriormente à aplicação da Abordagem Didática. Salientamos a elaboração das URE(s) 5.15 e 5.16; a primeira para subsidiar o processo de unitarização no QPR, e a segunda utilizada para QPO. Essas URE(s) demonstram a obtenção de um resultado expressivo a partir dos referenciais teóricos adotados nesta pesquisa, os quais detalhamos em seguida ao Histograma 5.

Histograma 5 – Questão 5 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC5



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A partir do Histograma 5 é perceptível o destaque para a **UR 5.6** por dois aspectos, a concentração do maior número de registros reunidos no questionário prévio, e a queda desses no questionário posterior, momento do término da aplicação da AD. O objetivo da **UR 5.6** consistia em investigar a compreensão em relação à atribuição de significados conceituais associando a integral de uma função definida ao cálculo de áreas entre curvas delimitadas por funções. É relevante salientar a diversidade de registros obtidos no questionário posterior, uma vez que nas unitarizações do QPR reunimos todos os fragmentos textuais em quatro UR(s) – 5.4, 5.6, 5.14 e a URE 5.15. Por outro lado, nos registros posteriores identificamos e agrupamos os fragmentos textuais em sete UR(s) a saber, 5.2. 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 e a URE 5.16. Essas informações contribuem para consolidar evidências de que a proposta didático-pedagógica organizada por meio da AD se mostrou potencialmente significativa (NOVAK, 2000; MOREIRA 2006; VALADARES, 2014).

Nessa perspectiva, as UR(s) 5.2. 5.3, 5.4, 5.5, 5.7 expressam a pluralidade de novos significados atribuídos às noções conceituais relativas à Integral, os quais sinalizam a reelaboração de conhecimentos do *status* epistemológico-cognitivo para esse grupo de participantes. A lista que compõem essas novas interpretações reflexivas, a respeito da produção do conhecimento científico, incorpora ideias fundamentais de Integral articulando-as com soma de Riemann sem exemplificação, formalização do conceito de limite de uma função contínua, antiderivada de uma função contínua definida, Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), e cálculo de volume de sólidos geométricos (GRANVILLE; LONGLEY, 1961; COURANT; ROBBINS, 2000; D'AMBROSIO, 1975, REZENDE, 2003, STEWART, 2006).

Em relação à **URE 5.15** trata da ausência de compreensão de integração em contextos que o(a) estudante não reconhece o processo de integração em outros problemas distintos do geométrico. O registro de P_7L explicita essa questão. "Não entendo o que a integral significa quando não é cálculo de área ou volume". (P_7L_4 – fragmentado em 5.6, Questão 5, QPR). Esse fato é convergente às investigações de Lima (2012) em que descreve a cristalização da tradição cultural pedagógica, no Brasil, que permeou a implantação do curso de Cálculo Diferencial e Integral, na USP em 1934.

Rezende (2003) defende uma prática didático-pedagógica que explicite a relevância da compreensão de significados conceituais de Integral e Derivada. As explicações de Rezende (2003) corroboram o cenário educacional descrito por Lima (2012). O desconhecimento de significados atribuídos à Integral é entendido como consequência direta do estímulo pedagógico recorrente, relativo à aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo, com a finalidade principal de resolver integrais de forma procedimental. O registro de P_1LB_4 demonstra a perspectiva dessa ideia, pois expressa que "Utilizando o Teorema Fundamental do Cálculo vamos descobrir a primitiva da função f (F) e realizar o seguinte cálculo: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$". ($P_1LB_4$ – fragmentado em 5.6, grifo nosso, Questão 5, QPO). De acordo com Rezende (2003),

> [...] o ato de integrar é identificado pelo aluno ao ato de encontrar a antiderivada da função do integrando. É salutar que o aluno saiba interpretar e usar o T.F.C. para realizar os seus cálculos de integrais. No entanto, não se pode dizer o mesmo do exaustivo treinamento em "técnicas de integração" que levam o aluno, entre outras coisas, a ignorar o significado do conceito de integral e a encará-la como um procedimento algébrico (REZENDE, 2003, pp.6-7).

Em contrapartida à URE 5.15, construímos a **URE 5.16** a partir de repostas obtidas no QPO, a qual reúne fragmentos textuais que atribuem significado ao processo de Integração conforme grandezas envolvidas. Agrupamos dois registros na URE 5.16, a exemplo do fragmento textual de $P_{10}L_3$, QPO – Questão 5, em que manifesta a sua compreensão da seguinte forma: "Significa que ao integrar a função f estamos encontrando o valor da região sob a curva f (x), com $x \in [a, b]$ de tal modo que podemos atribuir significados ao valor desta região **a partir das grandezas envolvidas em f**". ($P_{10}L_3$, Questão 5, QPO, destaque nosso).

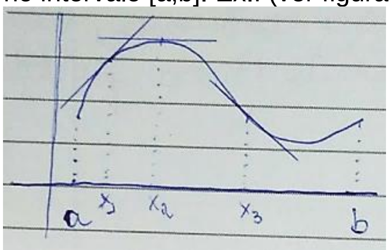
Do ponto de vista matemático, a terminologia "grandeza" pode ser compreendida como algo suscetível à medida, à quantificação. Para a Questão 5, podemos considerar como grandezas de natureza escalar, tempo, massa, comprimento, área, volume; ou grandezas de ordem vetorial, tais como velocidade, aceleração, força. Desse modo, unitarizamos entre as produções escritas provenientes dos questionários posteriores, registros em que alguns participantes atribuem significados ao processo de Integração com base na identificação de grandezas envolvidas no contexto da questão. Consideramos que esse fato pode ser relacionado com elementos epistemológicos adotados na elaboração da AD, uma vez que o conhecimento histórico-filosófico “permite uma visão ampliada dos conceitos, dos problemas e de suas resoluções, inclusive relacionando-os interdisciplinarmente” (BATISTA, 2007, p.260).

6.2.6 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 6

A Unidade de Contexto 6 (UC6) **“Atribuição de significados ao processo de Derivação de função de uma variável real”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 06** com o objetivo de identificar fragmentos textuais a respeito de como os (as) participantes compreendem e interpretam significados potenciais associados ao processo matemático de derivação, de função de uma variável real definida em um dado intervalo numérico.

No Quadro 54 apresentamos os fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do curso de extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros escritos ocorridas para cada uma das UR (s) da UC6. Não foram obtidos registros prévios e nem posteriores para as UR (s) 6.6, 6.7 e 6.8.

Quadro 54 – Questão 06 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC6

<table>
<tr><td colspan="2">Questão 06 ● Considere f uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa derivar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Relate suas compreensões a respeito desse processo matemático e cite exemplos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">UC6 “Atribuição de significados ao processo de Derivação de função de uma variável real”</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 6.1 “Atribuição de significado associado à intepretação geométrica da derivada como a inclinação da reta tangente ao gráfico em um ponto considerado”</td></tr>
<tr><td>QUESTIONÁRIO PRÉVIO</td><td>QUESTIONÁRIO POSTERIOR</td></tr>
<tr><td>04 registros (36,36%)</td><td>02 registros (18,18%)</td></tr>
<tr><td>“Quando derivamos uma função f de uma variável real em um intervalo [a, b], estamos procurando determinar (a reta) ou coeficiente angular da reta tangente em um determinado ponto compreendido no intervalo [a,b]. Ex.: (ver figura)” (P_5L_4)


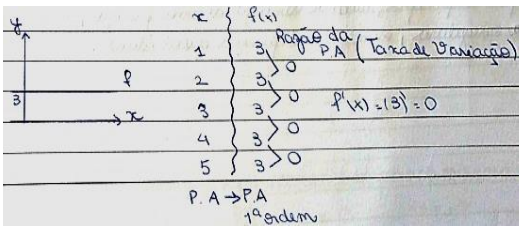
Fonte: QPR – Q6 – P_5L_4 (2017).

“O valor da derivada de uma função em um ponto é a inclinação da reta tangente àquele ponto. Através da derivada de uma função também podemos obter informações sobre ela, como por exemplo se ela é crescente ou decrescente no intervalo, pontos de inflexão, ponto de máximos ou de mínimos locais”. (P_7L_4)

“Significa achar a função que determina o valor da angulação da reta tangente para cada ponto do intervalo [a,b].” ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 6.4)

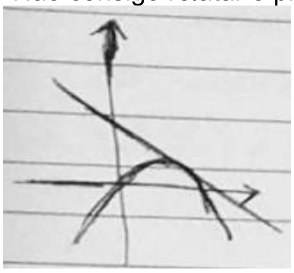
“Como aprendi na formação inicial através da definição geométrica, derivar uma função é encontrar uma função do coeficiente angular de retas que tangenciam a função a ser derivada [...]” ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 6.2).</td><td>“[...] A taxa de variação pode ter várias interpretações também dependendo do contexto trabalhado como o coeficiente angular da reta tangente”. (P_9LB_2 – fragmentado em 6.3).

“[...] calcular o coeficiente angular da reta tangente”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 6.2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">6.2 “Atribuição de significado associado à intepretação da derivada como uma taxa de variação”</td></tr>
<tr><td>02 registros (18,18%)</td><td>07 registros (63,63%)</td></tr>
<tr><td>“Uma das interpretações de derivada é calcular a taxa de variação da função no intervalo”. (P_1LB_4)

“[...] devido a uma última leitura em um livro de Cálculo, também penso em diferencial como encontrar uma razão entre pequenas variações da ordenada e abcissa”. ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 6.2).</td><td>“Derivar uma função é calcular a taxa de variação da função em um intervalo [a,b]”. (P_1LB_4 – ver figura).


Fonte: QPO – Q6 – P_1LB_4 (2017).</td></tr>
</table>

	"Que a função deve ser uma variação através de um determinado intervalo, em uma função y em relação a x. Seja f (x) = 2, $\frac{dy}{dx} = 0$. Disto segue que <u>não houve uma variação</u>, pois, a <u>função é constante</u> em toda a reta". (P_3L_3, grifo nosso). "Significa calcular a taxa de variação de uma função em um intervalo determinado". (P_5L_4) "Significa calcular a taxa de variação da função, ou seja, saber o quanto y = f(x) varia em relação a x". (P_7L_4) "Significa saber a taxa de variação de y em relação a x [...]." ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 6.1) "Significa calcular a taxa de variação entre essas duas grandezas, ou seja, neste intervalo [a, b]. A variabilidade de a com relação a b é a derivada". ($P_{13}L_4$) "Derivar significa encontrar taxas de variação de determinados fenômenos". ($P_{14}L_C$)
UR. 6.3 "Atribuição de significado associado à intepretação física da derivada como a velocidade instantânea de um determinado objeto"	
01 registro (9,09%)	**02 registros (18,18%)**
"Significa achar uma outra função que descreva a taxa de variação instantânea de sua função original". (P_9 LB_2)	"Significa obter a taxa de variação instantânea de uma variável em relação a outra". [...]. (P_9 LB_2 – fragmentado em 6.1) "Significa que ao derivar uma função f estamos encontrando outra função denotada por f' de tal modo que f' (x) fornece o valor da taxa de variação de f (x) para todo x ∈ [a, b], ou seja, a variação instantânea de f para qualquer x ∈ [a, b]". ($P_{10}L_3$)
UR. 6.4 "Atribuição de significado associado à intepretação da derivada de uma função como limite da taxa de variação média em um ponto considerado tendendo a zero, se tal limite existe"	
02 registros (18,18%)	**nenhum registro.**
"Derivada está relacionada com a taxa de variação através do tempo. $\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{f(x+\Delta) - f(x)}{\Delta}$" . ($P_3L_3$). "Para calcular a derivada de um ponto x tal que x ∈ [a,b] determina-se um $\varepsilon > 0$ e calcula-se a inclinação da reta formada pelos pontos f (x - ε) e f (x + ε), quando o valor de ε tende a zero, obtemos a inclinação da reta tangente do ponto x". ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 6.1)	

UR. 6.5 “Ausência de conceituação com exemplificação”	
01 registro (9,09%)	**nenhum registro**
“Não consigo relatar o processo”. ($P_{13}L_4$)  Fonte: QPR – Q6 – $P_{13}L_4$ (2017).	
6.9 “A questão ficou em branco”	
01 registro (9,09%)	**nenhum registro**
($P_{12}L_3$).	
11 registros (100%)	**11 registros (100%)**

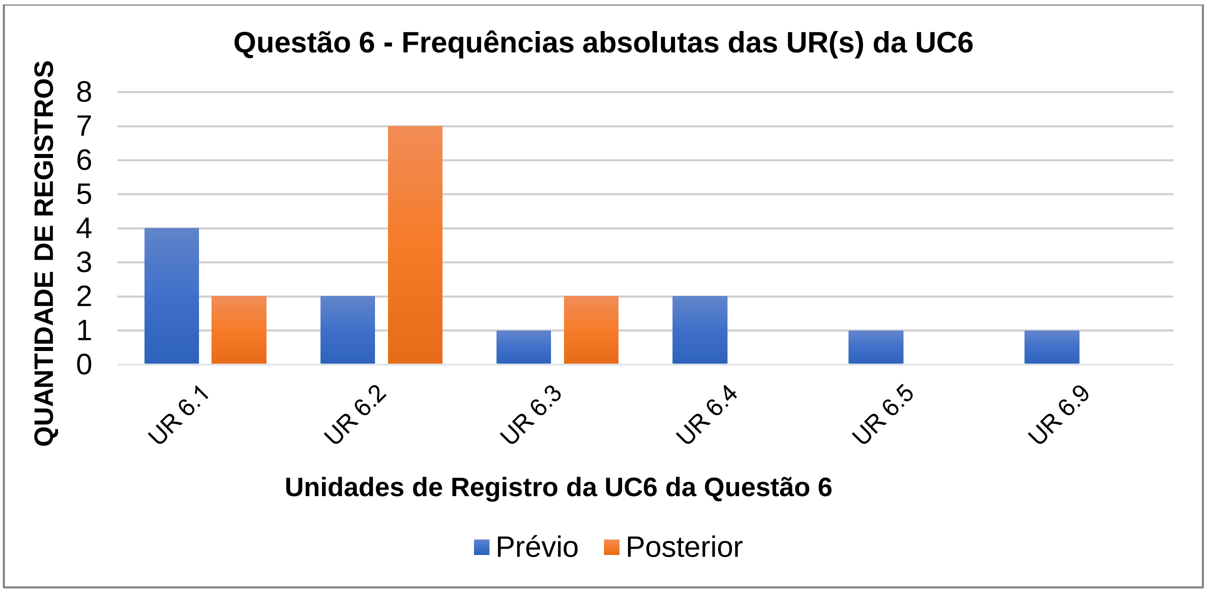
Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir das informações do Quadro 54 observamos que para a UR 6.1 “**Atribuição de significado associado à intepretação geométrica da derivada como a inclinação da reta tangente ao gráfico em um ponto considerado”** obtivemos quatro registros no questionário prévio (36,36%), e dois registros no posterior (18,18%). Em relação a UR 6.2 “**Atribuição de significado associado à intepretação da derivada como uma taxa de variação”** identificamos dois registros no questionário prévio (18,18%), e agrupamos sete registros no posterior (63,63%). Esse aumento de número de registros pode ser relacionado com as atividades de organizadores prévios referentes ao Encontro 3, e estudo de textos desenvolvido no Encontro 4. Quanto a UR 6.3 “**Atribuição de significado associado à intepretação física da derivada como a velocidade instantânea de um determinado objeto”** houve um registro no questionário prévio (9,09%), e identificamos dois registros no posterior (18,18%). Já para a UR 6.4 “**Atribuição de significado associado à intepretação da derivada de uma função como limite da taxa de variação média em um ponto considerado tendendo a zero, se tal limite existe”** houve dois registros no questionário prévio (18,18%), e sem registros no questionário posterior. Quanto a UR 6.5 “**Ausência de conceituação com exemplificação**” houve a identificação de um registro no questionário prévio (9,09%), e não foram obtidos registros posteriormente. E para encerrar as unitarizações da Questão 5 foi obtido um registro no questionário prévio (9,09%) na UR 6.9 **“A questão ficou em branco”.**

No Histograma 6 observamos comparativamente as frequências absolutas obtidas para cada uma das UR(s) relativas à UC6, previamente e posteriormente à aplicação da Abordagem Didática. Destacamos que esse grupo de participantes explicitou ideias coerentes às noções de atribuição de significados de derivada de função de uma variável real conforme consenso científico atual (D'AMBROSIO, 1975; ARTIGUE, 1995; REZENDE, 2003; STEWART, 2006).

A partir dessas informações, percebemos uma queda dos registros na UR 6.1 "Atribuição de significado associado a intepretação geométrica da derivada como a inclinação da reta tangente ao gráfico em um ponto considerado", fato que sinaliza alterações de *status* epistemológico-cognitivo, pois houve queda de interpretação de uma relação matemática particular. Em contrapartida ocorreu um aumento expressivo dos registros posteriores em relação aos prévios para a UR 6.2 "Atribuição de significado associado a intepretação da derivada como uma taxa de variação". Além disso, percebemos um aumento discreto para a UR 6.3 "Atribuição de significado associado a intepretação física da derivada como a velocidade instantânea de um determinado objeto". Os resultados obtidos nas UR(s) 6.2 e 6.3 estão associados com a expressão de relações hierárquicas baseadas em relações de inclusividade; ou seja, de uma ideia geral para uma ideia particular (AUSUBEL 2003). Tal fato demonstra indícios de aprendizagem significativa envolvendo processos de diferenciação progressiva para esses participantes.

Histograma 6 – Questão 6 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC6



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Ainda com base nas informações do Histograma 6, podemos visualizar que para as UR(s) 6.4, 6.5 e 6.9 não obtivemos registros posteriores. Esse fato é considerado uma evidência promissora no presente contexto discutido. Quanto a **UR 6.4** a qual consiste em "Atribuição de significado associado a intepretação da derivada de uma função como limite da taxa de variação média em um ponto considerado tendendo a zero, se tal limite existe" entendemos que os(as) participantes compreenderam por meio dos aspectos histórico-epistemológicos que essa ideia se refere a processos de matematização lógico-formal. Sendo assim, se distancia em certa medida das ideias iniciais do Cálculo. Por outro lado, a ausência de registros na **UR 6.5** "Ausência de conceituação com exemplificação" e na **UR 6.9** "A questão ficou em branco" são aspectos relevantes que contribuem para a percepção de indícios de aprendizagem significativa.

As análises das unitarizações da **Questão 6** envolvendo atribuições de significado às noções de Derivada dialogam de forma coerente com pressupostos da TAS e com os fundamentos didático-epistemológicos adotados na construção da Abordagem Didática. Enfatizamos que a maioria dos(as) participantes reelaborou significados atribuídos à derivada, evidenciando indícios de reconciliação integrativa ao reconhecer que a interpretação do conceito de derivada não é "tão somente como 'coeficiente angular da reta tangente'", e que essa noção fundamental configura-se no "[...] problema histórico essencial da 'medida' instantânea da variabilidade de uma grandeza". (REZENDE, 2003, p.5). Ao partir da dimensão histórica do conhecimento temos a possibilidade de compreender a origem das ideias fundamentais, ou seja, a base de conhecimentos prévios que subsidiaram a organização desses princípios gerais (AUSUBEL, *et al.*1980; AUSUBEL, 2003). Dessa forma, a sistematização dessa construção de conceitos oportuniza aos aprendizes a observação e análise de fenômenos ou eventos, abrindo possibilidade para a instrumentalização com a finalidade de gerar registros, transformações e asserções de conhecimento (NOVAK; GOWIN, 1984; NOVAK, 2000).

6.2.7 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 7

A Unidade de Contexto 7 (UC7) **"Dificuldades de aprendizagem matemática evidenciadas durante o processo de formação inicial do estudo de Cálculo Diferencial e Integral"** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 07** realizada somente no momento do Questionário Prévio.

O objetivo desta questão consiste em identificar dificuldades de aprendizagem matemática enfrentadas ou percebidas pelos participantes durante o processo de formação inicial relativa ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

Não foram obtidos registros no questionário prévio para as UR (s) 7.1, 7.5, 7.6, 7.10, 7.12 que agrupavam respectivamente: (a) dificuldades associadas a complexidade de objetos básicos envolvendo o Cálculo; (b) a produção de imagens mentais específicas de funções; (c) dificuldades motivadas pelo uso de variadas tipologias de notações, linguagens, vocábulos específicos e representações simbólicas; (d) dificuldades para associar conhecimentos prévios a estruturação e organização de novos conhecimentos; (e) dificuldades referentes à limitação de tempo para o estudo de muitos conteúdos novos.

Além disso, não identificamos fragmentos textuais para a UR 7.17 **"Ausência de dificuldades no processo de aprendizagem matemática"**, fato que demonstra que todos enfrentaram algum tipo de dificuldade nesse percurso de aprendizagem. De igual modo, para as UR (s) 7.18 **"A resposta não contempla a pergunta"**, 7.19 **"Não se recordam**", e 7.20 **"A questão ficou em branco"** não obtivemos registros escritos. Tal resultado corrobora para compreendermos que esse grupo de participantes se posicionou abertamente para relatar dificuldades no processo de construção do conhecimento científico. O ato de aprender está intimamente relacionado com o desenvolvimento de novas competências cognitivas, e a produção de novas aprendizagens implica em lidarmos com os próprios erros, e superarmos as dificuldades encontradas.

No Quadro 55 apresentamos os fragmentos textuais obtidos previamente à realização do Curso de extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa e frequência relativa de registros escritos ocorridas para cada uma das UR (s) da UC7.

Quadro 55 – Questão 07 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC7

UC 7 “Dificuldades de aprendizagem matemática evidenciadas durante o processo de formação inicial do estudo de Cálculo Diferencial e Integral”	
Questão 07 ● Que dificuldades de aprendizagem de conteúdos matemáticos você enfrentou ou percebeu durante a etapa inicial de seu processo formativo, no que diz respeito ao estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral? Por favor, comente-as.	
UNIDADES DE REGISTROS	**QUESTIONÁRIO PRÉVIO**
7.2 “Dificuldades associadas à conceituação e formalização da noção de limite, foco central para construir e sistematizar definições de objetos matemáticos no processo do estudo do Cálculo Diferencial e Integral”	**04 registros (19,04%)** “Tive dificuldades com o conceito de limite [...].” (P_1LB_4 – fragmentado em 7.4 e 7.14). “Problemas na definição formal de limite”. (P_3L_3) “Eu fui muito mal na primeira prova de Cálculo; não entendia o conceito de limite, depois, com a ajuda de amigos e fazendo exercícios, consegui entender melhor”. (P_7L_4– fragmentado em 7.13 e 7.15) “[...] Definição formal de limite [...]” ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 7.3 e 7.4)
7.3 “Dificuldades de interpretar e compreender significados de um conceito matemático por meio do processo formal de demonstração”	**02 registros (9,52%)** “Tive bastante dificuldade, não só eu, na parte demonstrativa de limites”. (P_9 LB_2) “[...] Definição formal de derivada, de integral”. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 7.2 e 7.4)
7.4 “Dificuldades relacionadas ao desenvolvimento de articulação entre registros simbólicos associados a formalização de processos algébricos como representação abstrata do pensamento”	**03 registros (14,3%)** “[...] com a definição de integral utilizando a somatória das partições.” (P_1LB_4 – fragmentado em 7.2 e 7.14) “Em aprender e aplicar métodos formais de calcular” [...]. ($P_{10}L_3$ – fragmentado em 7.2 e 7.3) “Desde o limite até a integral. Por exemplo, todas as regras de limite, derivação e integração” ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 7.8 e 7.11)
7.7 “Dificuldades em interpretar e traduzir problemas envolvendo fenômenos reais para a formulação e sistematização do cálculo”	**02 registros (9,52%)** “[...] Também não conseguia relacionar os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral com problemas do dia a dia”. (P_5L_4 – fragmentado em 7.9 e 7.13) “[...] e de que maneira usar desses conceitos para resolver problemas” ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 7.13)
7.8 “Dificuldades na seleção e utilização de representações matemáticas adequadas para uma dada situação”	**01 registro (4,76%)** “Muitas vezes sabia as definições e/ou o genérico, mas para usar de fato, sentia dificuldade”. ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 7.4 e 7.11)
7.9 “Dificuldades associadas ao manejo procedimental de diferentes manipulações algébricas”	**01 registro (4,76%)** “Percebi que tinha bastante dificuldade na manipulação das operações algébricas [...]”. (P_5L_4 – fragmentado em 7.7 e 7.13).
7.11 “Dificuldades associadas à ausência de conhecimentos prévios para a aprendizagem de novos conhecimentos”	**01 registro (4,76%)** “Por não ter uma base tão estruturada e boa, tive muitas dificuldades em Cálculo como um todo.” ($P_{12}L_3$ – fragmentado em 7.4 e 7.8)
7.13 “Dificuldades associadas à compreensão conceitual em decorrência da ênfase dada em métodos processuais de cálculos”	**03 registros (14,3%)** “[...] aplicações das propriedades do Cálculo Diferencial e Integral [...]”. (P_5L_4 – fragmentado em 7.7 e 7.9)

	"[...] Na verdade, acredito que apreendi como derivar, como integrar, mas não sei exatamente o que isso significa" [...]. (P_7L_4 – fragmentado em 7.2 e 7.15) "As dificuldades encontradas foram sempre na compreensão dos conceitos [...]" ($P_{13}L_4$ – fragmentado em 7.7)
7.14 "Dificuldades envolvendo a compreensão de representações geométricas para a assimilação e sistematização de novos conceitos matemáticos"	**02 registros (9,52%)**
	"[...] dificuldades em associar o cálculo de limite e sua interpretação geométrica [...]". (P_1LB_4 – fragmentado em 7.2 e 7.4) "E Cálculo Integral a definição geométrica não teve ligação com a definição algébrica". ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 7.16)
7.15 "Dificuldades envolvendo fatores psicocognitivos, de caráter psicoemocionais e/ou de natureza social"	**01 registro (4,76%)**
	"Eu acabei de concluir a disciplina de Cálculo 2 (porque havia reprovado na 1ª vez) e tive ótimas notas, com um professor muito cuidadoso e exigente. Mas não sei o que eu aprendi, na verdade, eu sempre me questiono a esse respeito". (P_7L_4 – fragmentado em 7.2 e 7.13).
7.16 "Dificuldades de natureza didático-pedagógica no processo de ensino e de aprendizagem no contexto em questão"	**01 registro (4,76%)**
	"Depois da primeira definição $lim_{\Delta \to 0} \frac{f\,(x+\Delta x)-f\,(x)}{\Delta x}$, as outras fórmulas foram apenas jogadas, atrapalhou-me um pouco no raciocínio". ($P_{14}L_C$ – fragmentado em 7.14)
Total de registros	**21 registros (100%)**

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir do Quadro 55 observamos que houve a identificação de 21 registros no questionário prévio para a Questão 7. Em relação à UR 7.2 **"Dificuldades associadas à conceituação e formalização da noção de limite, foco central para construir e sistematizar definições de objetos matemáticos no processo do estudo do Cálculo Diferencial e Integral"** houve quatro registros (19,04%). Quanto as UR (s) 7.4 **"Dificuldades relacionadas ao desenvolvimento de articulação entre registros simbólicos associados a formalização de processos algébricos como representação abstrata do pensamento"** e UR 7.13 **"Dificuldades associadas à compreensão conceitual em decorrência da ênfase dada em métodos processuais de cálculos"** identificamos três registros (14,3%) para cada uma.

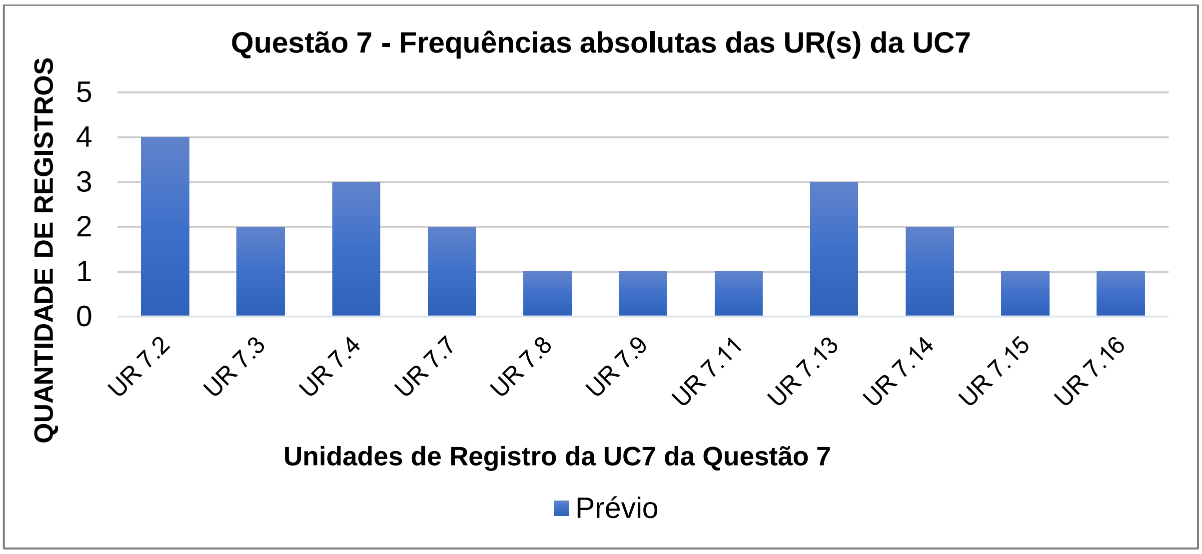
Para as UR (s) 7.3 **"Dificuldades de interpretar e compreender significados de um conceito matemático por meio do processo formal de demonstração"**, UR 7.7 **"Dificuldades em interpretar e traduzir problemas envolvendo fenômenos reais para a formulação e sistematização do cálculo"** , e UR 7.14 **"Dificuldades envolvendo a compreensão de representações geométricas para a assimilação e sistematização de novos conceitos matemáticos"** encontramos dois registros (9,52%) para cada unidade.

Já para as UR (s) 7.8 “Dificuldades na seleção e utilização de representações matemáticas adequadas para uma dada situação”, UR 7.9 “Dificuldades associadas ao manejo procedimental de diferentes manipulações algébricas” , UR 7.11 “Dificuldades associadas à ausência de conhecimentos prévios para a aprendizagem de novos conhecimentos”, UR 7.15 “Dificuldades envolvendo fatores psicocognitivos, de caráter psicoemocionais e/ou de natureza social”, e UR 7.16 “Dificuldades de natureza didático-pedagógica no processo de ensino e de aprendizagem no contexto em questão”, identificamos um único registro (4,76%).

Consideramos relevante que essas unidades enfocam temáticas discutidas de forma intensa ao longo do desenvolvimento das atividades do Curso de Extensão. Isso nos traz a hipótese que alguns participantes não conseguiram descrever os aspectos gerais de suas dificuldades quando questionados pessoalmente, sem antes terem vivenciado uma roda de discussão. Dessa forma, no contexto de novas investigações sugerimos que se proceda com tais questionamentos tanto no início quanto no final das intervenções pedagógicas. Conscientizar-se das próprias dificuldades é um dos primeiros passos para tomarmos a iniciativa de resolvê-las (NOVAK, 1981; FREIRE, 2004).

No Histograma 7 podemos observar as frequências absolutas registradas para cada uma das UR(s) referentes às unitarizações da UC7.

Histograma 7 – Questão 7 – Frequências absolutas das UR(s): Unitarizações dos dados da UC7



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

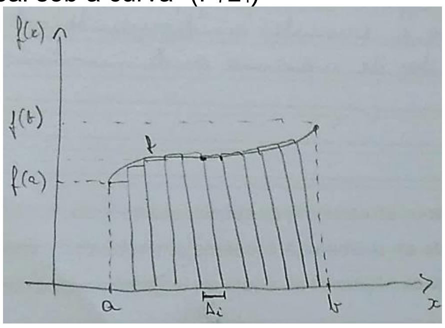
A partir do Histograma 7 reconhecemos três UR(s) que se destacam em relação às outras, sendo UR 7.2, 7.4 e 7.13. As temáticas das UR(s) 7.2 e 7.13 enfocam a dificuldade referente aos desdobramentos que circundam a formalização da conceituação de limite suas extensões e correlações com outros conceitos, assim como obstáculos de compreensão envolvendo noções conceituais em detrimento de métodos matemáticos procedimentais, por exemplo, operacionalizações numéricas ou algébricas. De fato, as pesquisas de Tall (1992) corroboram com esses resultados obtidos a partir da UC7, uma vez que a noção de limite é reconhecida como um dos conceitos mais complexos para um/uma estudante iniciante, por exemplo, quando cursa a disciplina de Cálculo I. Essa situação torna-se mais acentuada em decorrência da pouca familiaridade com a linguagem matemática lógico-formal, a qual incorpora uma série de ideias implícitas mediante a aplicação de pluralidade simbólica (TALL, 1992; CURY, 2004). Nesse sentido, ressaltamos que uma das maiores dificuldades enfrentadas por estudantes no contexto da aprendizagem do Cálculo consiste em alcançar uma compreensão satisfatória de noções conceituais, e procedimentos metodológicos lógico-formal para expressar o pensamento matemático (ARTIGUE, 1995). A UR 7.4 reúne dificuldades de articular a dualidade simbólica e algébrica no processo de formalização de conceitos matemáticos (CURY; CASSOL, 2004; CAVASOTTO; VIALI, 2011). As investigações de Cavasotto e Viali (2011, p.33) ressaltam a identificação de imprecisões em atividades matemáticas que “[...] se concentram na utilização de regras inadequadas para derivar e integrar funções, bem como aqueles de construção ou interpretação de gráficos. Dessa forma, sugerem que pesquisas futuras possam investigar com mais profundidade essas dificuldades.

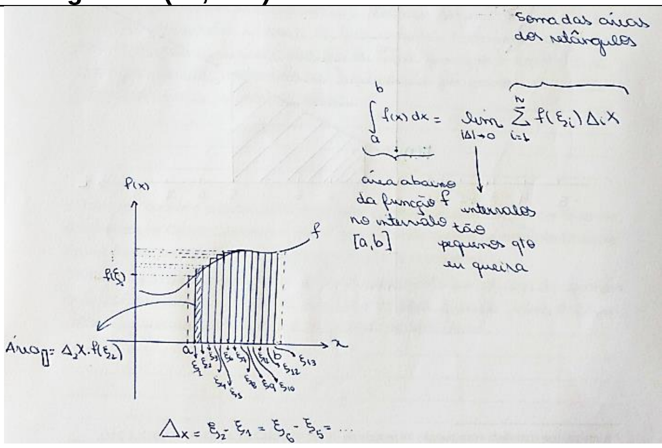
6.2.8 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 8

Na UC8 **“Compreensão do significado da representação simbólica do conceito de integral definida de função de uma variável real”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 08** com o objetivo de identificar fragmentos textuais referentes à compreensão da representação do conceito de integral definida por meio de linguagem expressa por notação simbólica.

O Quadro 56 apresenta os fragmentos textuais obtidos previamente e posteriormente à realização do Curso de Extensão, organizados em suas UR (s) correspondentes, acompanhadas da inserção quantitativa de registros escritos e do cálculo das frequências relativas ocorridas para cada uma das UR (s) da UC8. Não foram obtidos registros para UR (s) 8.3, 8.5 e 8.6.

Quadro 56 – Questão 08 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC8

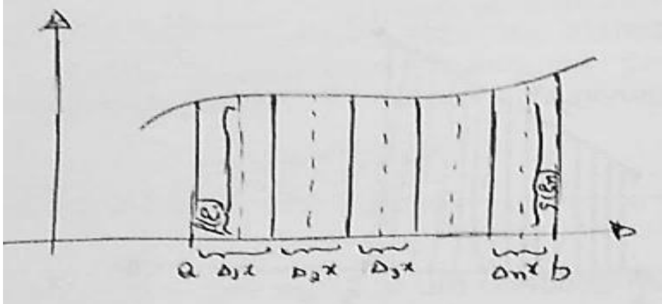
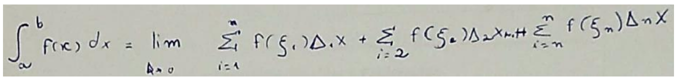
<table>
<tr><td colspan="2">Questão 08 ● Relate sua compreensão matemática a partir da seguinte afirmação[51]:
Seja f uma função contínua definida no intervalo [a, b], então a integral definida de f de a a b, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{|\Delta|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x$, se o limite existir. Fique à vontade para usar exemplos que fundamentem suas considerações.</td></tr>
<tr><td colspan="2">UC 8 “Compreensão do significado da representação simbólica do conceito de integral definida de função de uma variável real”</td></tr>
<tr><td>QUESTIONÁRIO PRÉVIO</td><td>QUESTIONÁRIO POSTERIOR</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 8.1 “Compreensão do significado segundo o consenso científico atual com exemplificação”</td></tr>
<tr><td>01 registro (11,11%)</td><td>04 registros (44,44%)</td></tr>
<tr><td>“A integral de uma função num intervalo [a, b] é a soma das áreas dos retângulos formados através da partição de [a, b] em intervalos menores, com o tamanho destes intervalos tendendo a zero. Ou seja, quanto mais próximo do zero o tamanho dos intervalos, mais a soma das áreas estará próxima da área total real sob a curva” (P_7L_4)


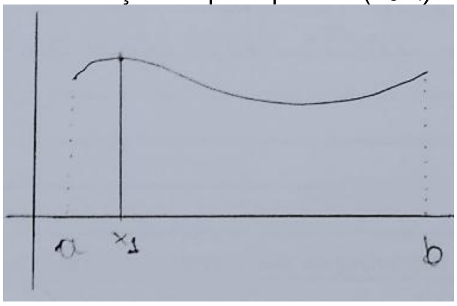
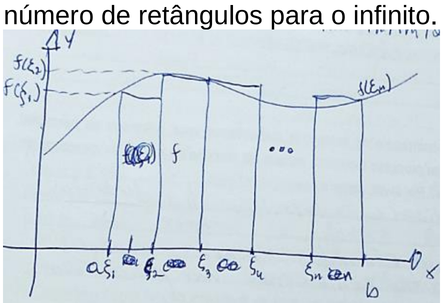
Fonte: QPR – Q8 – P_7L_4 (2017).</td><td>

Fonte: QPO – Q8 – P_1LB_4 (2017).

Ao usarmos a integral, estamos fragmentando a região sob a função escolhida e dentro do intervalo desejado, e assim estaremos somando esses finitos subintervalos, onde a sua soma será a área sob a função escolhida.
$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{|\Delta|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x = \sum_{i=1}^{m} f(\xi_1)\Delta_1 x + f(\xi_2)\Delta_2 x + \ldots + f(\xi_m)\Delta_m x$
, onde os f (ξ_i). Δ_{ix} são os finitos subintervalos formados” (P_5L_4)
“
$\lim_{|\Delta|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x = f(\xi_1)\Delta_1 x + f(\xi_2)\Delta_2 x + f(\xi_3)\Delta_3 x + \ldots + f(\xi_n)\Delta_n x$</td></tr>
</table>

[51] Com base em Leithold (1994).

	 Tentei representar acima graficamente o significado da afirmação, que é a soma da área de finitos retângulos de tal modo que os retângulos preencham a área delimitada pela função e o eixo de referência (neste caso x), quando a largura destes retângulos tende a zero.” (P_9 LB_2) “  Ou seja, a integral calcula a aproximação da área como a soma de pequenas áreas em intervalos definidos”. ($P_{13}L_4$)
UR 8.2 “Compreensão do significado segundo o consenso científico atual sem exemplificação”	
02 registros (22,22%)	**03 registros (33,33%)**
“A integral é definida da seguinte forma: Reparte-se o intervalo [a, b] em partes iguais de tamanho Δx, de forma que este intervalo seja tão pequeno quanto eu queira. Calculemos as áreas dos retângulos f (ξ_i). Δ_{ix} = A e somaremos todos esses retângulos”. (P_1LB_4) “Significa dizer que existindo o limite para determinada função, a soma de todos os pequenos espaços de área (após aplicar o limite o espaçamento entre eles será muito pequeno, assim pegando a área total) e aplicando o somatório, obterá a área total da figura no determinado espaço”. (P_3L_3)	“De maneira geral, integral é a soma de pequenas porções de área de uma maneira que o intervalo entre elas seja o menor possível ($\lim_{\lvert\Delta\rvert \to 0}$), somando assim todas essas pequenas áreas ($\sum_{i=1}^{n} f\ (\varepsilon_i).\Delta_{ix}$) para se ter a área total do intervalo definido”. (P_3L_3) “A função pode representar um gráfico no plano cartesiano. Através do cálculo de $\int_a^b f(x)dx$ podemos obter a área compreendida entre o gráfico da função, e eixo x, e as retas x = a e x = b. Isso é feito através da partição da região toda em intervalos cada vez menores ($\lvert\Delta\rvert\to 0$) para se aproximar a área total pela soma das pequenas áreas de retângulos formados a partir das partições. A área de cada retângulo é f (ξ_i). Δ_{ix}.”. (P_7L_4) “Significa que encontramos o valor da região sobre a curva f (x); x ∈ [a, b] a partir da integral $\int_a^b f\ (x)dx$. A integral citada acima pode ser calculada repartindo a área sobre a curva f (x); x ∈ [a, b] em vários retângulos de comprimento Δx e altura $f(\bar{x})$, onde $\bar{x}$ é o ponto médio de Δx, calculando a área de cada retângulo e somando com os outros. Quando consideramos Δx muito pequeno, ou seja, tendendo a zero temos infinitos retângulos de tal forma que quando calculamos sua área não temos perda ou ganho de área por aproximação. Portanto, quando somamos estes retângulos temos a área exata da região sobre a curva. Temos que tender o Δx a zero é $\lim_{\lvert\Delta\rvert \to 0}$. Calcular a área de retângulos f (ξ_i). Δ_ix. é somar a área dos retângulos $\sum_{i=1}^{n}$, portanto $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\lvert\Delta\rvert\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x$ ”. ($P_{10}L_3$)

UR 8.4 "Divergências e /ou polissemias semânticas de compreensão"	
04 registros (44,44%)	**02 registros (22,22%)**
"Quando calculamos o limite em um determinado ponto de uma função contínua, determinamos qual é o limite dessa função naquele ponto". (P_5L_4)  Fonte: QPR – Q8 – P_5L_4 (2017). "É a soma de infinitas partições da área de retângulos de mínimas dimensões de largura e da altura em função delimitadas pelo intervalo (a, b)." ($P_9 LB_2$) "Significa que o tamanho da região entre f (x) e o eixo x tal que a ≤ x ≤ b é obtido pela soma de n retângulos de tamanho muito pequeno (pois $\lim_{\lvert\Delta\rvert \to 0}$), retângulos estes de altura x e comprimento Δ_i". ($P_{10}L_3$) "Entendo que esta integral é a soma de infinitos retângulos de base Δx e altura f (ξ_i) e que Δ_i tende a zero, aumentando o número de retângulos para o infinito.  Sendo assim, para mim ξ_i é uma coordenada da abscissa, enquanto $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_{4\ldots}\ \Delta_n$, representa a base dos retângulos, porém não me lembro o que $\mathbf{x}^*$ faz lá no final". ($P_{14}L_C$) **"Obs.:** O $\mathbf{x}^*$ a que se refere P14 está indicado da seguinte forma: $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\lvert\Delta\rvert \to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x^*,$$ Tal representação simbólica é parte do enunciado da Questão 8. (Nota da pesquisadora).	"Vou escrever apenas o que enxergo quando leio a afirmação: A integral $\int_a^b f(x)\,dx$ terá resultado se esse limite existir: $\lim_{\lvert\Delta\rvert \to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x$, e esse limite é a soma de pequenas áreas (retângulos) que estão no intervalo [a, b], e o limite dessa soma tende a zero, ou seja, terá um valor muito pequeno, mas nunca será o zero". ($P_{12}L_3$) "O ato de integrar $\left(\int_a^b\right)$ → de a até b, a função F (x) em relação à variável x, significa somar diferentes retângulos de altura f (ξ_i) e base Δ_ix, com essa base tendendo a zero, porém eu acho que no segundo membro da igualdade, não fala nada sobre o intervalo [a, b], sendo assim, acho que faltou dizer que ξ_1 = a e ξ_n = b". ($P_{14}L_C$).

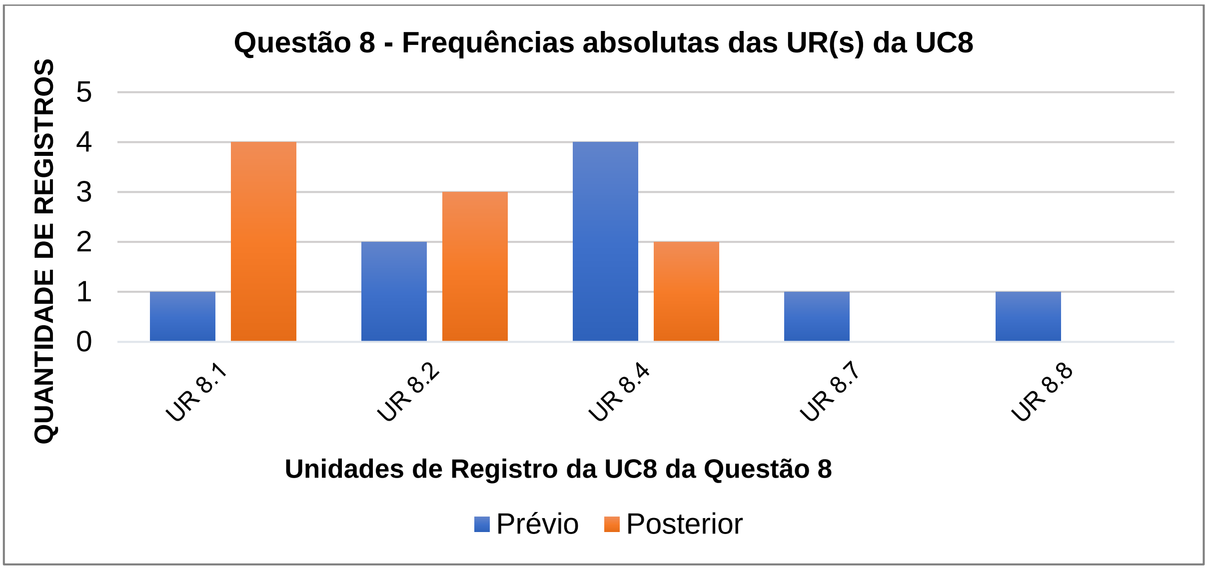
UR 8.7 **“Não sabem ou não recordam”**	
01 registro (11,11%)	**nenhum registro**
“Não consigo pensar em exemplo para a afirmação”. ($P_{13}L_4$)	
UR 8.8 “A questão ficou em branco”	
01 registro (11,11%)	**nenhum registro**
($P_{12}L_3$)	
09 registros (100%)	**09 registros (100%)**

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir das informações do Quadro 56 observamos que para a UR 8.1 “**Compreensão do significado segundo o consenso científico atual com exemplificação**” houve um registro no questionário prévio (11,11%), e quatro registros no posterior (44.44%). Em relação à UR 8.2 “**Exemplificação segundo o consenso científico atual**” identificamos dois registros no questionário prévio (22,22%), e houve três registros no questionário posterior (33,33%). Quanto a UR 8.4 “**Divergências e /ou polissemias semânticas de compreensão”** obtivemos quatro registros no questionário prévio (44,44%), e em contrapartida houve dois registros no posterior (22,22%), resultado considerado coerente mediante o desenvolvimento das atividades no Curso de Extensão. Tanto para a UR 8.7 **“Não sabem ou não recordam”** quanto a UR 8.8 **“A questão ficou em branco”** tivemos respectivamente um registro para o questionário prévio (11,11%), e para ambas não foram identificados registros no questionário posterior.

Com o intuito de promover a visualização das frequências absolutas registradas na UC8, apresentamos no Histograma 8, a organização quantitativa das unitarizações identificadas para cada uma das UR(s).

Histograma 8 – Questão 8 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC8



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Com base no Histograma 8, observamos comparativamente uma queda no QPO dos registros na UR 8.4 em relação ao QPR, resultado favorável que evidencia indícios de aprendizagem significativa. Salientamos que a UR 8.4 envolve relações idiossincráticas relativas às divergências e/ou polissemias semânticas de compreensão, em que alguns participantes explicitaram compreensões inconsistentes quanto aos significados atribuídos às noções de Integral baseadas no consenso científico atual, tal fato pode ser correlacionado com dificuldades manifestadas em registros escritos da Questão 7, com destaque para a UR 7.4 (CURY; CASSOL, 2004; CAVASOTTO; VIALI, 2011).

Por outro lado, para um grupo de participantes, notamos um aumento dos registros no QPO relativo à UR 8.1, a qual reúne os fragmentos textuais referentes à compreensão do significado de acordo com o consenso científico atual com exemplificação. Esses resultados corroboram que houve articulação para relacionar novos conhecimentos de forma intencional e consciente aos conhecimentos prévios (NOVAK; GOWIN, 1984, NOVAK, 2000, AUSUBEL, 2003). Além disso, após a aplicação da Abordagem Didática por meio do curso de extensão, constamos a ausência de registros nas UR(s) 8.7 e 8.8 que remetiam, respectivamente, ao desconhecimento ou ao esquecimento de tais conhecimentos, e à ausência de registros na referida questão. Desse modo, inferimos que esse grupo de participantes demonstrou pré-disposição para aprender, haja vista os indícios de assimilação cognitiva de que o processo da “[...] aprendizagem é uma responsabilidade que não pode ser compartilhada” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.22).

6.2.9 Unitarização dos Dados e Discussões meta-teóricas da Questão 9

Na UC9 **“Resolução de integral de função linear definida e natureza do significado geométrico”** unitarizamos os registros escritos obtidos por meio da aplicação da **Questão 09** com o objetivo de identificar fragmentos textuais no processo de resolução de uma integral de função linear definida, relacionando procedimentos algébricos e interpretações geométricas.

Um dos fatos relevantes no contexto da resolução da Q9 é a utilização de recursos específicos, por exemplo, o Teorema Fundamental do Cálculo. No entanto, esse teorema matemático não foi mencionado nos registros escritos dos participantes, salvo apresentado em contexto coerente por $P_{12}LB_4$ na Questão 5 do questionário posterior. A hipótese é de que embora se faça, na maioria das vezes, o uso correto de vários sistemas e procedimentos matemáticos, esses não são articulados à estrutura da produção do conhecimento científico, conforme investigações de Batista (2004), Batista; *et al.*, (2014) e Batista; *et al.*, (2015). No caso deste trabalho, em etapas da leitura flutuante do conjunto de dados, identificamos ausência de conhecimentos prévios no que diz respeito ao relacionamento de ideias ou proposições matemáticas com a terminologia científica adequada. Mais adiante na unitarização das produções heurísticas, em específico, na **UCEp3** “Teorias, princípios e conceitos” abordaremos essa situação.

A organização das unidades de registro dessa questão não será realizada na forma de quadro unitário como apresentada nas outras questões. Isso decorre de o fato das respostas obtidas possuírem processos de cálculos e esboços geométricos que devem ser apresentados na forma de figura, para preservar a fidedignidade dos fragmentos textuais. Houve necessidade de elaborarmos **URE 9.9** e a **URE 9.10**. Esclarecemos que não recebemos registros prévios, e nem posteriores para as UR (s) 9.5, 9.6, 9.7 e 9.8.

A seguir, no Quadro 57 apresentamos a síntese quantitativa-descritiva das UR(s) da UC 9 – Questão 9.

Quadro 57 – Questão 09 – Unitarizações e Frequências de registros textuais : UR (s) da UC9

<table>
<tr><td colspan="2">Questão 09● Calcule[52] a integral $\int_{1}^{5}(5x+7)dx$, e explique por meio de representação geométrica o significado desse procedimento matemático.</td></tr>
<tr><td colspan="2">UC9 “Resolução de integral de função linear definida e natureza do significado geométrico”</td></tr>
<tr><td>QUESTIONÁRIO PRÉVIO</td><td>QUESTIONÁRIO POSTERIOR</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 9.1 “Resolução correta da integral e representação gráfica coerente ao significado geométrico”</td></tr>
<tr><td>04 registros (44,44%)</td><td>02 registros (22,22%)</td></tr>
<tr><td>P_1LB_4; P_3L_3 P_5L_4; $P_{13}L_4$</td><td>P_1LB_4 P_5L_4</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 9.2 “Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente ao significado geométrico”</td></tr>
<tr><td>nenhum registro</td><td>01 registro (11,11%)</td></tr>
<tr><td></td><td>$P_{12}L_3$</td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 9.3 “Resolução correta da integral sem representação do significado geométrico do cálculo”</td></tr>
<tr><td>02 registros (22,22%)</td><td>nenhum registro</td></tr>
<tr><td>P_9 LB_2 $P_{10}L_3$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">UR 9.4 “Resolução incoerente da integral sem representação do significado geométrico do cálculo”</td></tr>
<tr><td>01 registro (11,11%)</td><td>nenhum registro</td></tr>
<tr><td>$P_{12}L_3$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">URE 9.9 “Resolução correta da integral e representação gráfica coerente ao significado geométrico com explicações verbais”</td></tr>
<tr><td>02 registros (22,22%)</td><td>05 registros (55,55%)</td></tr>
<tr><td>P_7L_4 $P_{14}L_C$</td><td>P_3L_3; P_7L_4; P_9 LB_2 $P_{10}L_3$; $P_{14}L_C$</td></tr>
<tr><td colspan="2">URE 9.10 “Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente ao significado geométrico com explicações verbais”</td></tr>
<tr><td>nenhum registro</td><td>01 registro (11,11%)</td></tr>
<tr><td></td><td>$P_{13}L_4$</td></tr>
<tr><td>Total: 09 registros (100%)</td><td>Total: 09 registros (100%)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir da organização das informações do Quadro 57 observamos que para a UR 9.1**“Resolução correta da integral e representação coerente da natureza do significado geométrico”** obtivemos quatro registros no questionário prévio (44,44%), e houve dois registros no posterior (22,22%). Essa queda atribuímos ao aumento de registros identificados no questionário posterior para a URE 9.9 **“Resolução correta da integral e representação gráfica coerente ao significado geométrico com explicações verbais”**. Na URE 9.9 identificamos dois registros no questionário prévio, e no posterior foram obtidos cinco registros (55,55%), o maior índice da UC9. Em relação a UR 9.2 **“Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente da natureza ao significado geométrico”** não obtivemos registros no questionário prévio, mas houve um registro no posterior

[52] A integral que compõem essa questão foi retirada de (IEZZI; MURAKAMI; MACHADO, 2013, p.214).

(11,11%). Em relação à UR 9.3 **“Resolução correta da integral sem representação da natureza do significado geométrico do cálculo”** houve dois registros no questionário prévio, e nenhum no posterior. Consideramos esse resultado como um indício de aprendizagem promissor, uma vez que os (as) participantes após o Curso de Extensão incorporaram nas respostas elementos com representação geométrica. Isso corrobora com os dados de um registro no questionário prévio (11,11%) referente à UR 9.4 **“Resolução incoerente da integral sem representação da natureza do significado geométrico do cálculo”**, não sendo identificados registros posteriores para essa UR. E para concluir as unitarizações da UC9, obtivemos um registro no questionário posterior (11,11%) para a URE 9.10 **“Resolução correta da integral e representação gráfica incoerente ao significado geométrico com explicações verbais”**.

Com base nas análises das unitarizações realizadas da Questão 9 expressas no Quadro 57, detalhamos a seguir no Quadro 58 uma síntese plural de formatos e processos de resoluções apresentadas. Identificamos três características matemáticas manifestadas, a saber: “*resolução convencional da Integral* – correta/incorreta”, por meio do Teorema Fundamental do Cálculo; “*expressão de representação gráfica* – correta/incorreta/não há”, em que é associado o valor numérico resultante do cálculo da integral à área de uma região plana, neste caso, delimitada por uma superfície trapezoidal; e “*apresentação de explicação verbal* – sim/não”, em que identificamos registros escritos com atribuição de significado da noção de integral à área de uma figura plana.

Quadro 58 – Pluralidade de resoluções matemáticas identificadas para a Questão 9

Questão 9: Caracterização de formatos plurais de resoluções matemáticas identificadas no processo de unitarização das análises								
	Resultado	**1.Resolução convencional da Integral**		**2.Expressão de Representação Gráfica**			**3.Apresentação de Explicação verbal**	
		Correta	Incorreta	Correta	Incorreta	Não há	Sim	Não
QUESTIONÁRIOS	**Prévio**	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 $P_9\,LB_2$ $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	$P_{12}L_3$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$		$P_9\,LB_2$ $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$	P_7L_4 $P_{14}L_C$	$\mathbf{P_1LB_4}$ $\mathbf{P_3L_3}$ $\mathbf{P_5L_4}$ $\mathbf{P_9\,LB_2}$ $\mathbf{P_{10}L_3}$ $\mathbf{P_{12}L_3}$ $\mathbf{P_{13}L_4}$
	Total Prévio	08	01	06	00	03	02	07
	Posterior	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 $P_9\,LB_2$ $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$		P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 $P_9\,LB_2$ $P_{10}L_3$ $P_{14}L_C$	$P_{13}L_4$ $P_{12}L_3$		$\mathbf{P_3L_3}$ $\mathbf{P_7L_4}$ $\mathbf{P_9\,LB_2}$ $\mathbf{P_{10}L_3}$ $\mathbf{P_{12}L_3}$ $\mathbf{P_{13}L_4}$ $\mathbf{P_{14}L_C}$	P_1LB_4 P_5L_4
	Total Posterior	**09**↑	00	07	02	00↑	**07**↑	02

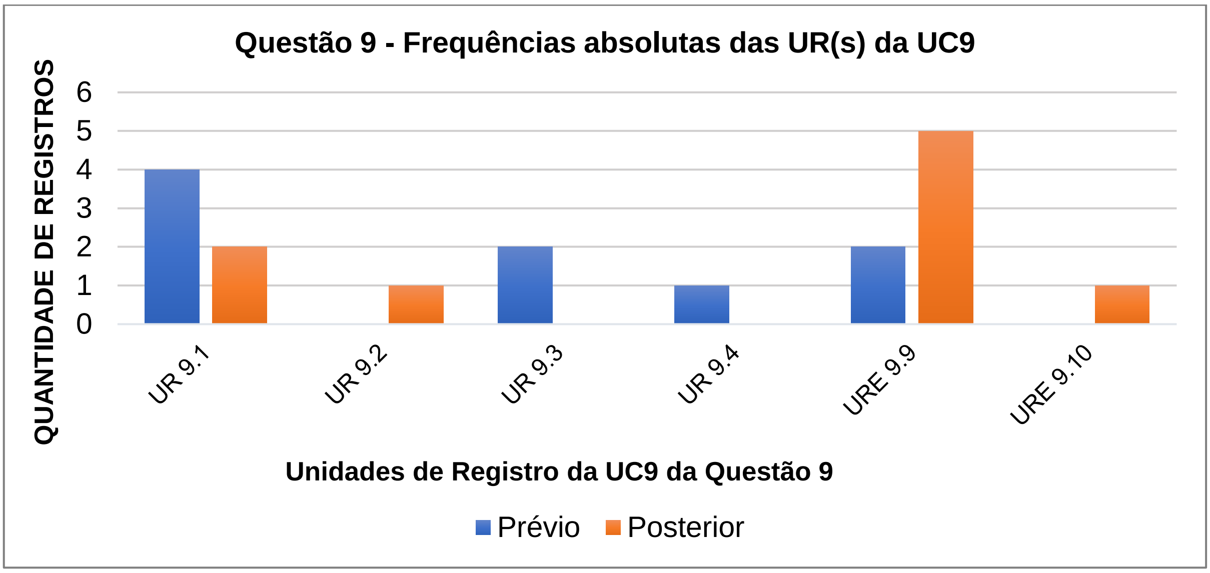
Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A visualização das informações do Quadro 58 evidencia o contraste aparente entre a aplicação do QPR no E1 e, posteriormente os resultados da mesma questão reaplicada no E5, após a realização da AD mediante o Curso de Extensão. Destacamos, em específico, a dinâmica oposta em relação às manifestações de "*apresentação de explicação verbal*", passando de dois registros no QPR para sete no QPO. Embora, as resoluções de P_1LB_4 e P_5L_4 no QPO terem sido apresentadas com uso exclusivo de representações matemáticas, os novos registros demonstraram aprimoramento do uso da linguagem matemática. Ademais, há indícios expressivos que articulam a origem histórica do significado de integral e conteúdos abordados na Educação Básica (REZENDE, 2003; MACHADO, 2008). A resolução de P_1LB_4 explora a interseção de reta e parábola no plano cartesiano, para delimitar a área a ser calculada. Isso remetendo-nos à ideia da associação entre a função polinomial do 1º grau e a função polinomial do 2º grau, temas retratados no início do Ensino Médio. Por outro lado, a proposta de solução trazida por P_5L_4 evidencia correlações de conteúdos matemáticos ministrados no Ensino Fundamental com um tema do Cálculo

Diferencial e Integral abordado no âmbito do Ensino Superior. A proposta de solução apresentada por P_5L_4 expressa que o mesmo resultado encontrado com a aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo, também é viável a partir do cálculo que considera a configuração da região formada no plano cartesiano, por meio da decomposição de figuras, sendo necessário para isso uma região triangular e uma região retangular.

No Histograma 9 apresentamos comparativamente as frequências absolutas obtidas para cada uma das UR(s) relativas à UC9, previamente e posteriormente à aplicação da Abordagem Didática no curso de extensão.

Histograma 9 – Questão 9 – Frequências absolutas das UR(s) : Unitarizações dos dados da UC9



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A partir da observação do Histograma 9, visualizamos a concentração de registros na **UR 9.1**, com destaque acentuado para a **URE 9.9** no questionário posterior. Inicialmente, no processo de construção das UR(s) prévias, para a **Questão 9**, considerávamos a **UR 9.1** "*Resolução correta da integral e representação gráfica coerente do significado geométrico*" como a unidade de registro mais completa para a **UC9**, com enfoque na análise da resolução de integral de uma função linear com explicitação da natureza do significado geométrico. Dessa forma, a expectativa da investigação tinha por objetivo identificar produções de resoluções matemáticas que demonstravam o processo algébrico da solução da integral proposta, e explicitasse a representação gráfica em conformidade com a atribuição do significado geométrico, isto é, evidenciar a compreensão de que a resolução da integral proposta expressava a área da figura delimitada pela função linear, no intervalo numérico definido, com o eixo das abscissas (eixo *x*). No entanto, no processo de unitarização dos questionários identificamos a manifestação de um resultado inédito! Dessa forma, houve a necessidade de elaborarmos a **URE 9.9** "*Resolução correta da integral e representação gráfica coerente do significado geométrico* **com explicações verbais**". Isso significa que além da resolução algébrica e representação gráfica esperadas para a questão, um grupo de participantes da pesquisa registrou explicações, em língua materna, para explicitar a natureza do significado geométrico intrínseco à integral proposta. Com base nas investigações teóricas e levantamentos bibliográficos realizados para esta pesquisa não encontramos situação similar a essa ocorrência. Consideramos que esse resultado é fruto das práticas heurísticas desenvolvidas com o Diagrama Vê, porque "a construção de diagramas em "Vê" ajuda os estudantes a organizar as exposições orais ou escritas [...]" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.131). Nesse contexto, a adoção do Vê Epistemológico na AD demonstrou contribuições para aumentar a frequência dos questionamentos, e desencadear discussões que promoveram reflexões a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral.

Antes de prosseguirmos com as apresentações das produções matemáticas desenvolvidas pelos(as) participantes, destacamos a ideia proposta por Machado (2008) para explorar noções fundamentais de Cálculo relativas à Integral no contexto da Educação Básica, sendo assim, explica que:

> Para calcular a área sob o gráfico[53] podemos raciocinar da seguinte maneira: vamos subdividir o intervalo considerado em muitos pequenos intervalos, suficientemente pequenos para que em cada um deles a grandeza possa ser tratada como se fosse praticamente constante. Assim, em cada um dos pequenos intervalos, uma fatia da área que buscamos pode ser calculada como se fosse um pequeno retângulo; depois, para se ter a área procurada, basta somar as áreas de todos os retangulinhos. [...]. Integrar é juntar esses pedaços. (MACHADO, 2008, p.3).

Na sequência, apresentamos os pares de resoluções de cada participante (Figuras 26 a 34). A primeira coluna ou linha dos quadros dessas figuras são referentes aos QPR (s) e a segunda, aos QPO (s). As produções escritas são apresentadas com base na ordem crescente de numeração da(s) UR(s) do QPO.

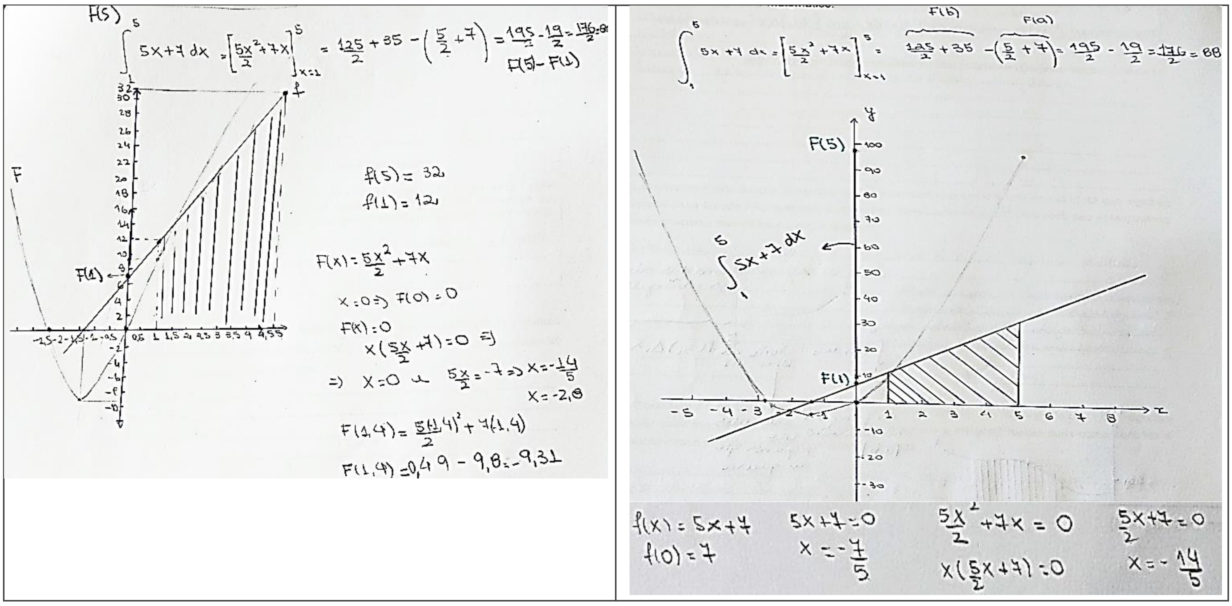
---

[53] Aqui Machado (2008) se refere a uma função continuamente variável.

As análises dos dados obtidos podem colaborar com discussões que permeiam núcleos de interesses de pesquisas na área da Didática da Matemática.

A Figura 26 e a Figura 27 apresentam, respectivamente, a produção escrita de P_1LB_4 e P_5L_4 para a "Questão 9", a qual foi unitarizada tanto no QPR quanto no QPO na UC 9.1. Os registros escritos demonstram "resolução convencional da Integral" de forma correta, manifestação de "expressão de representação gráfica" com ausência de "apresentação de explicação verbal". As resoluções realizadas por P_1LB_4 e P_5L_4 revelam indícios que relacionam o cálculo da integral proposta com a delimitação da área sob o gráfico, situação evidenciada por meio da representação gráfica sinalizadas com marcações hachuradas. No entanto, há características matemáticas que diferenciam essas resoluções, uma vez que P_5L_4 propõe uma solução alternativa. Os registros escritos de P_5L_4 explicitam o uso de noções conceituais relativas à Geometria plana, pois expressam o valor numérico da integral proposta adotando a decomposição da região hachurada por meio de uma região triangular e de uma região retangular[54], tanto no QPR quanto QPO.

Figura 26[55] – Produção escrita de P_1LB_4 : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



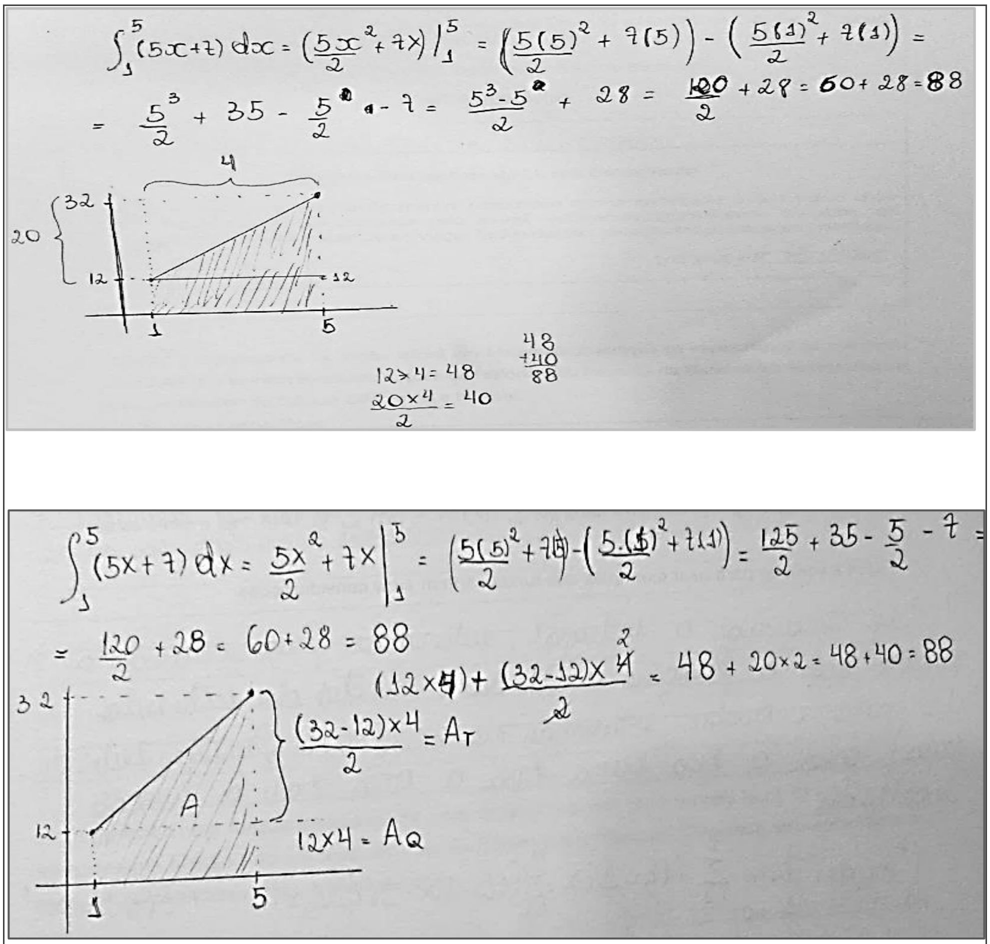
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

---

54 A notação de representação para a área da região retangular na resolução do QPO de P_5L_4 é apresentada de forma equivocada por "A_Q", quando o adequado seria "A_R" (área da região retangular).

55 Produção escrita de P_1LB_4 – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UC 9.1 ●QPO➢UC 9.1.

Figura 27[56] – Produção escrita de P_5L_4 : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral

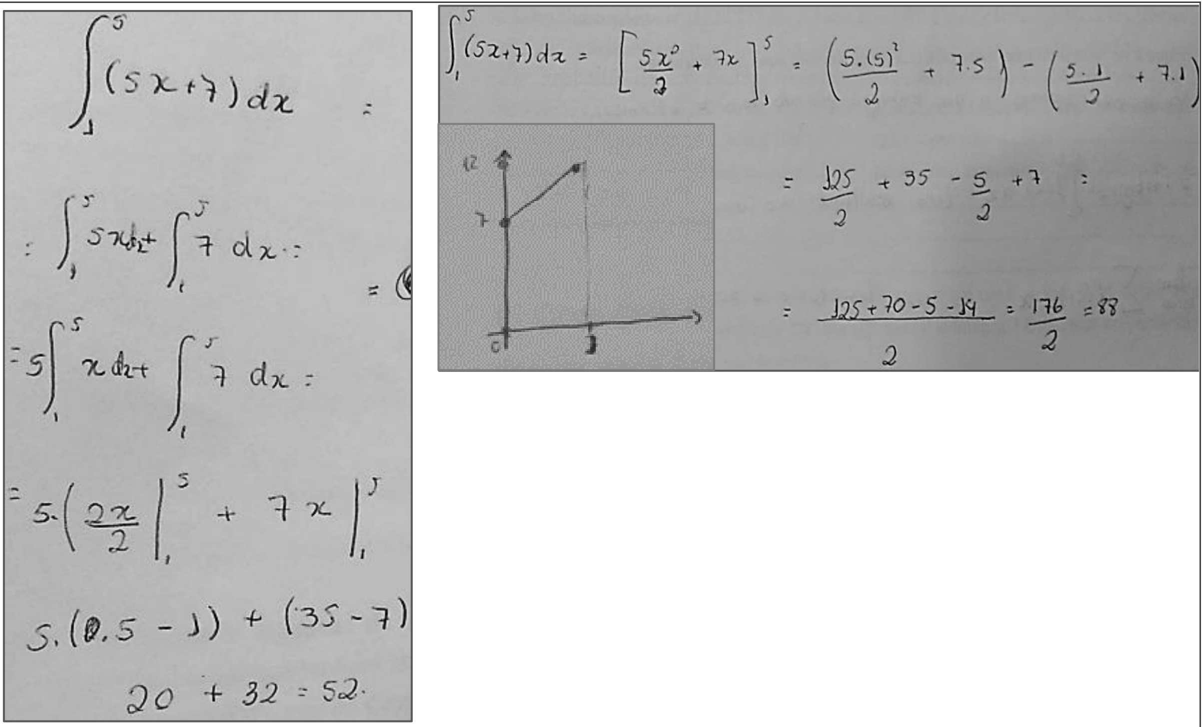


Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

A Figura 28 apresenta a produção escrita de $P_{12}L_3$ (Q9) unitarizada no QPR na UC 9.4 e no QPO na UC 9.2. Os registros escritos demonstram "resolução convencional da Integral" de forma incorreta com ausência de "expressão de representação gráfica" e de "apresentação de explicação verbal" no QPR. No entanto, no QPO a resolução realizada por $P_{12}L_3$ demonstra "resolução convencional da Integral" de forma correta, um esboço de "expressão de representação gráfica" sem "apresentação de explicação verbal". Tal situação evidencia indícios de aprendizagem significativa após a aplicação da AD no Curso de Extensão.

[56] Produção escrita de P_5L_4 – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UC 9.1 ●QPO➢UC 9.1.

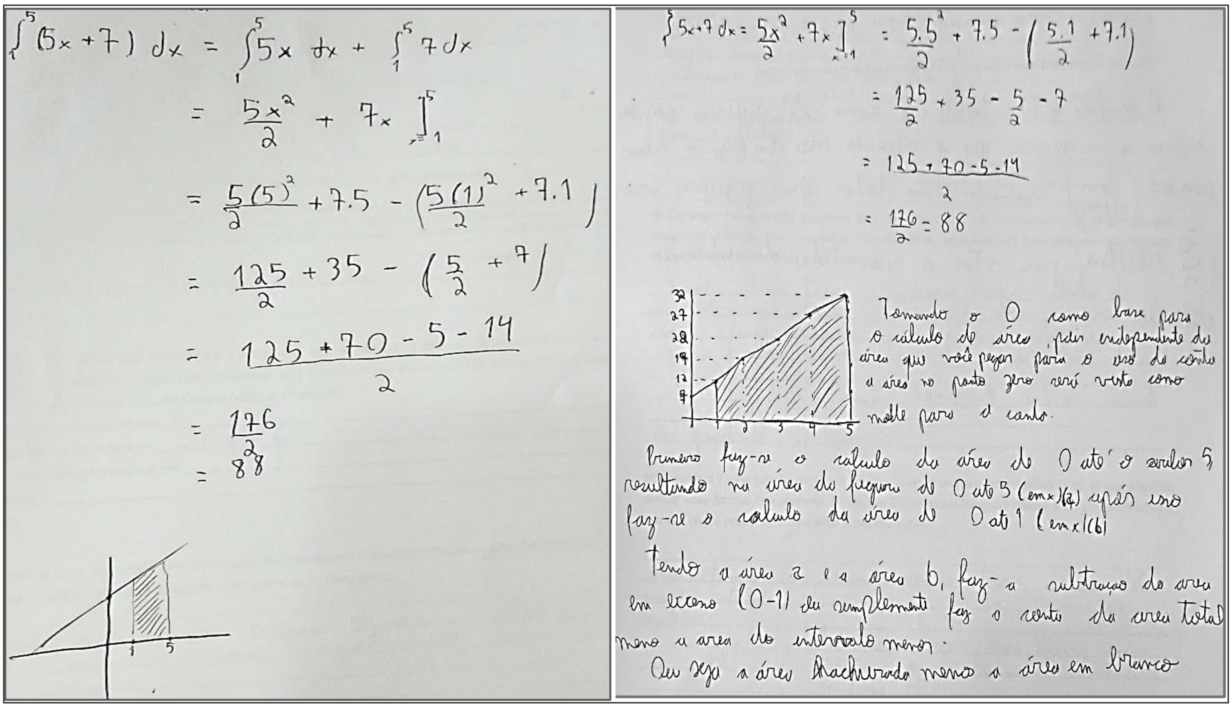
Figura 28[57] – Produção escrita de $P_{12}L_3$: Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



Na Figura 29 apresentamos a produção escrita de P_3L_3 (Q9) unitarizada no QPR na UC 9.1 e no QPO na UCE 9.9. Os registros escritos demonstram no QPR a “resolução convencional da Integral” de forma correta com esboço de “expressão de representação gráfica” e ausência de “apresentação de explicação verbal”. Já no QPO percebemos aprimoramento das representações matemáticas, pelo fato de existir um esboço gráfico mais completo em relação ao QPR, e a “apresentação de explicação verbal”.

[57] Produção escrita de $P_{12}L_3$ – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UC 9.4 ●QPO➢UC 9.2.

Figura 29[58] – Produção escrita de P_3L_3[59] : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



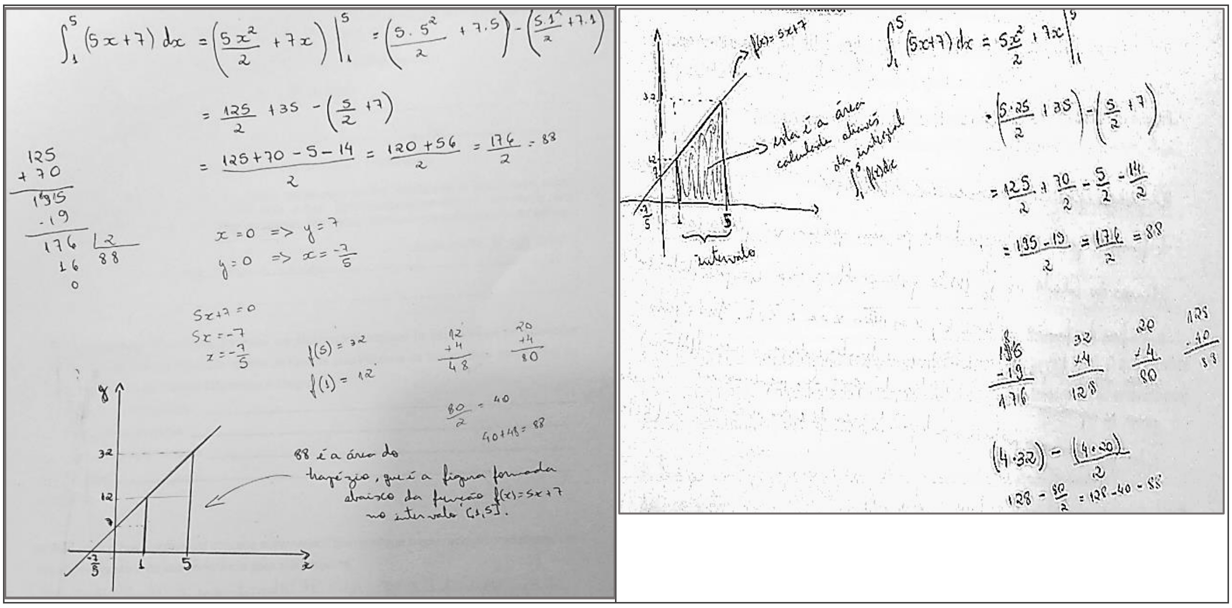
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

A seguir, a Figura 30 e a Figura 31 apresentam, respectivamente, a produção escrita de P_7L_4 e $P_{14}L_c$ para a “Questão 9”, a qual foi unitarizada tanto no QPR quanto no QPO na UC 9.9. Os registros escritos evidenciam “resolução convencional da Integral” de forma correta, manifestação de “expressão de representação gráfica” com demonstração de “apresentação de explicação verbal”. Ambas resoluções denotam a adoção de procedimentos matemáticos clássicos para o cálculo da integral proposta, e explicitam o significado do valor numérico obtido relacionando-o com a área de um trapézio.

[58] Produção escrita de P_3L_3 – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UC 9.1 ●QPO➢UCE 9.9.

[59] Segue a transcrição textual: “Tomando o **O** como base para o cálculo de área, pois independente da área que você pegar para o uso da conta, a área no ponto zero será vista como modelo para a conta. Primeiro faz-se o cálculo da área de O até o valor 5, resultando na área da figura de O até 5 (em x) (**a**) após isso faz-se o cálculo da área de 0 a 1 (em x) (**b**). Tendo a área “**a**” e a área “**b**”, faz a subtração da área em excesso (0-1) ou simplesmente faz a conta da área total menos a área do intervalo menor. Ou seja, a área hachurada menos a área em branco” P_3L_3 (2017) – Questionário Posterior.

Figura 30[60] – Produção escrita de P_7L_4[61] : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



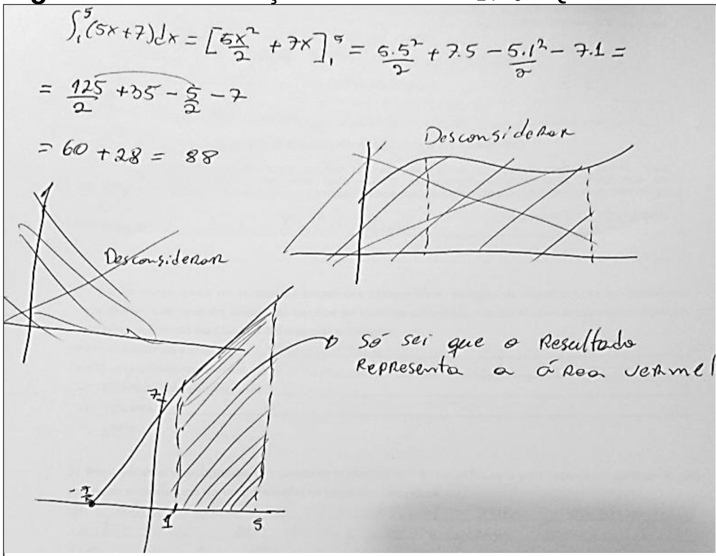
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

---

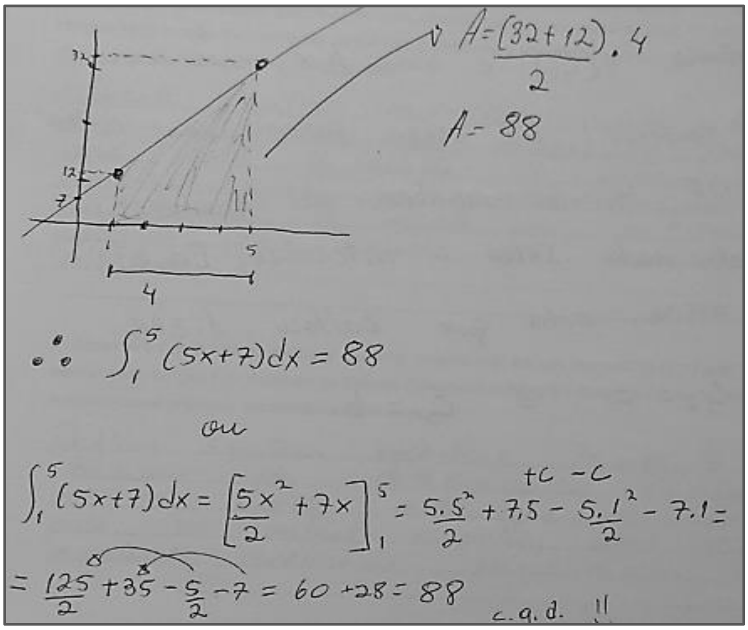
[60] Produção escrita de P_7L_4 – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UCE 9.9 ●QPO➢UCE 9.9.

[61] Segue a transcrição textual “88 é a área do trapézio, que é a figura formada abaixo da função f (x) = 5x + 7 no intervalo de [1,5]” P_7L_4 (2017) – Questionário Prévio.

Figura 31[62] – Produção escrita de $P_{14}L_c$: Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



Para $P_{14}L_c$ a resolução da Questão 9 *"por se tratar de uma abstração, neste caso o resultado será a área delimitada pelo gráfico, o eixo x e as retas x = 1 e x = 5. Sendo assim* [segue resolução à direita]*"* Questionário Posterior – $P_{14}L_c$ (2017).



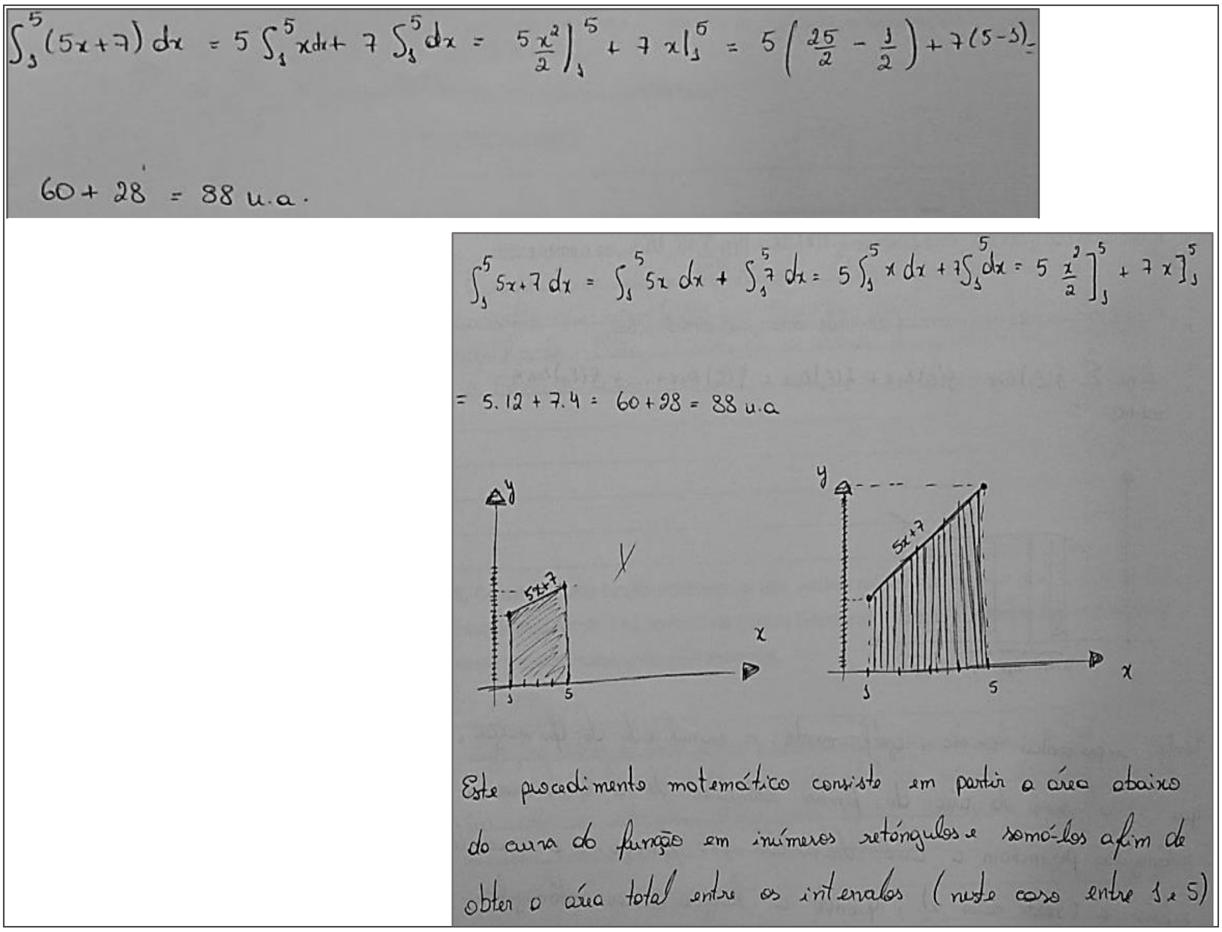
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

Na sequência, na Figura 32 e a Figura 33 apresentamos, respectivamente, a produção escrita de P_9LB_2 e $P_{10}L_3$ para a "Questão 9", as quais foram unitarizadas no QPR na UCE 9.3 em que foram apresentadas a "resolução convencional da integral" de forma correta com ausência tanto de "expressão de representação gráfica" quanto de "apresentação de explicação verbal".

62 Produção escrita de $P_{14}L_c$ – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UCE 9.9 ●QPO➢UCE 9.9.

No entanto, no QPO os registros escritos foram agrupados na UC 9.9, pois evidenciaram “resolução convencional da Integral” de forma correta, manifestação de “expressão de representação gráfica” acompanhados de “apresentação de explicação verbal”.

Figura 32[63] – Produção escrita de P_9LB_2[64] : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



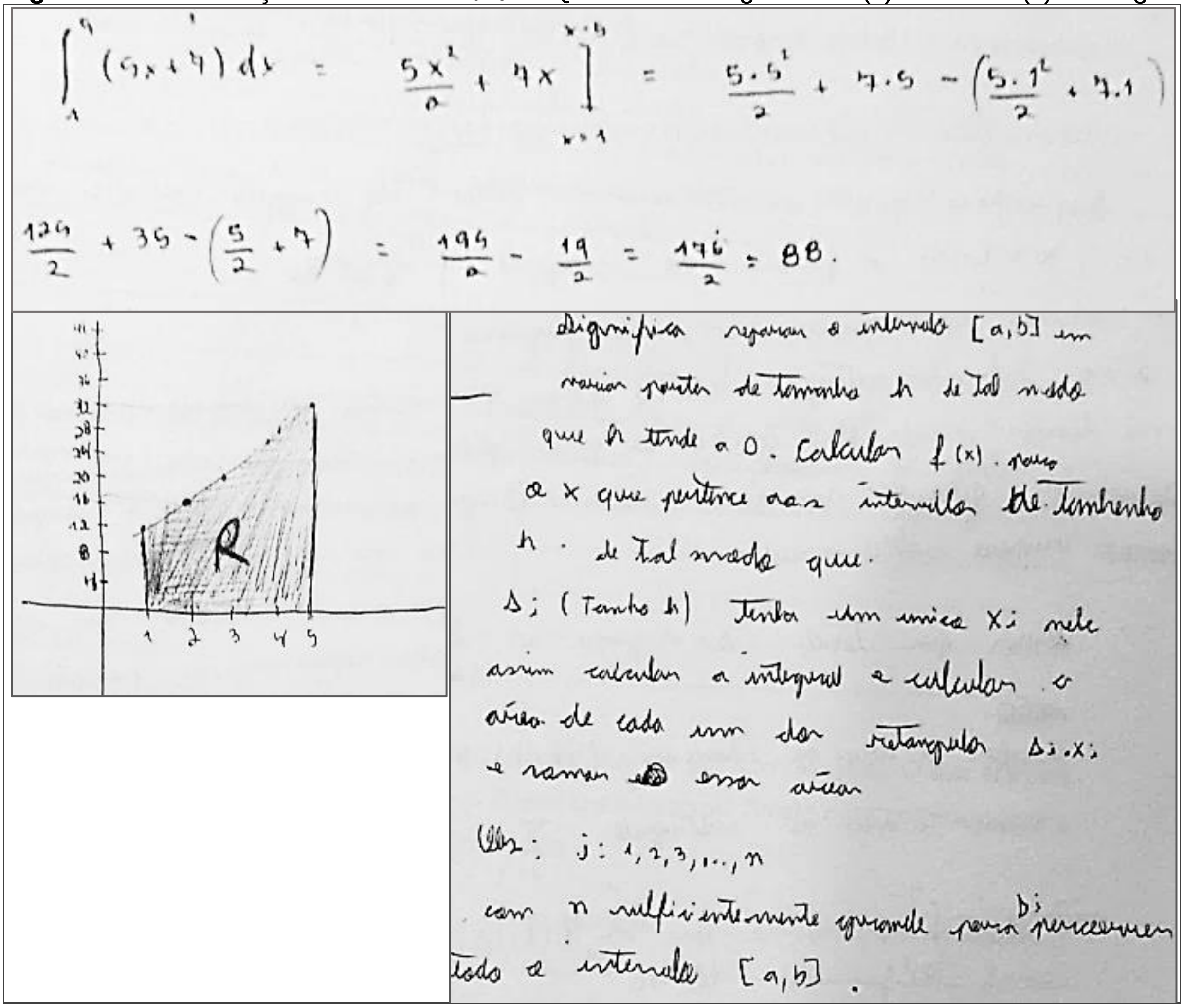
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

---

63 Produção escrita de P_9LB_2 – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UCE 9.3 ●QPO➢UCE 9.9.

64 Segue transcrição textual: “Este procedimento matemático consiste em partir a área abaixo da curva da função em inúmeros retângulos e somá-los a fim de obter a área total entre os intervalos (neste caso entre 1 e 5)” P_9LB_2 (2017) – Questionário Posterior.

Figura 33[65] – Produção escrita de $P_{10}L_3$[66] : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

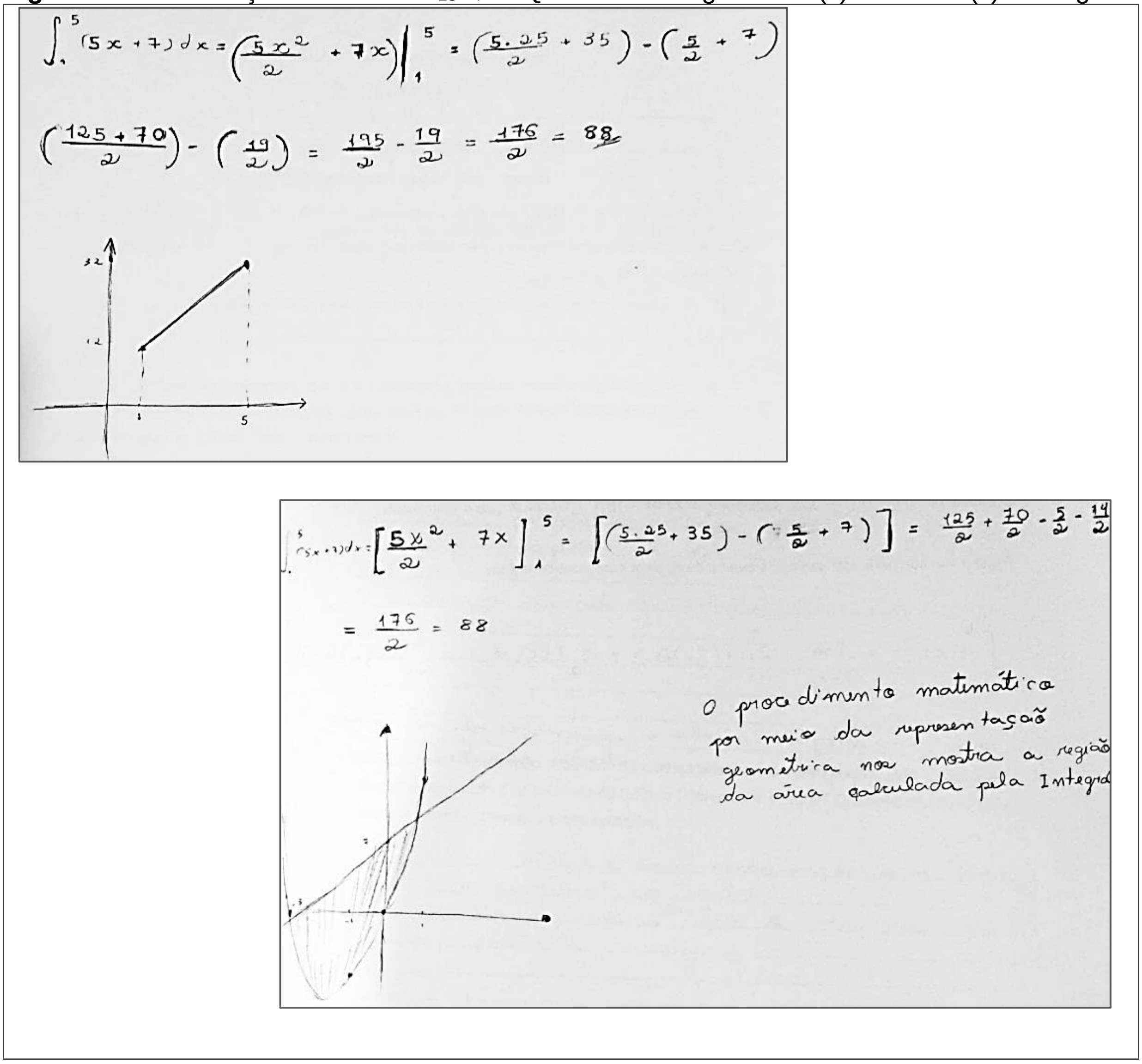
---

[65] Produção escrita de $P_{10}L_3$ – Q9 ●Tema: Integral ●QPR⮚UCE 9.3 ●QPO⮚UCE 9.9.

[66] Segue transcrição textual: "Significa separar o intervalo [a, b] em várias partes de tamanho h de tal modo que h tende a 0. Calcular f (x) para o x que pertence aos intervalos de tamanho h tenha um único x_i nele. Assim, calcular a integral e calcular a área de cada um dos retângulos $\Delta_i x_i$ é somar essa área. Obs.: i = 1,2,3, ..., n, com n suficientemente grande para Δ_i percorrer todo o intervalo [a, b]" Questionário Posterior - $P_{10}L_3$ (2017).

A Figura 34 apresenta a produção escrita de $P_{13}L_4$ para a “Questão 9”, a qual foi unitarizada no QPR na UC 9.1, em razão de demonstrar “resolução convencional da Integral” de forma correta, esboço de “expressão de representação gráfica” e ausência de “apresentação de explicação verbal”. Por outro lado, no QPO a solução apresentada foi agrupada na UCE 9.10, pois explicitou a “resolução convencional da Integral”, mas a “expressão de representação gráfica” mostrou-se incoerente com o consenso científico atual. Além disso, explicitou “apresentação de explicação verbal” relacionando o significado do cálculo da integral com a área de uma região sob um gráfico no plano cartesiano.

Figura 34[67] – Produção escrita de $P_{13}L_4$[68] : Questão 9 – Significado (s) atribuído (s) à Integral



Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

O estudo de aspectos históricos e epistemológicos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral com enfoque para a Formação Docente à medida que enriquece o repertório do conhecimento matemático, amplia as possibilidades para a atuação didático-pedagógico. Nesse sentido, consideramos a História e Filosofia da Ciência como parâmetro fundamental para evitar a propagação de polissemias e anacronismos no contexto da produção e disseminação do conhecimento científico. Ressaltamos que “conhecer a evolução das ideias, dos problemas e de suas soluções

---

[67] Produção escrita de $P_{13}L_4$ – Q9 ●Tema: Integral ●QPR➢UCE 9.1 ●QPO➢UCE 9.10.

[68] Segue transcrição textual: “O procedimento matemático por meio da representação geométrica nos mostra a região da área calculada pela Integral” Questionário Posterior - $P_{13}L_4$ (2017).

na ciência é conhecer um processo de construção interdisciplinar de explicações" (BATISTA, 2007, p.260). Sendo assim, destacamos a síntese de Machado (2008) a respeito da atribuição de significados envolvendo noções de Integral e Derivada, pois:

> Sempre que pensamos em grandezas que variam com o passar do tempo, as ideias fundamentais do Cálculo estão presentes tacitamente em nosso pensamento. É do diálogo entre a permanência e a variação, juntamente com a busca de uma forma de caracterização da rapidez com que uma grandeza varia com outra, que nascem as duas ideias fundamentais do Cálculo: a integral e a derivada (MACHADO, 2008, p.1).

A partir dessas considerações, a análise temática de conteúdo dos questionários prévio e posterior realizadas nesta investigação, com base em Bardin (2011), viabilizam o desenvolvimento de desmembramento textuais em unidades de análise, a fim de explicitar diferentes núcleos de significado que constituíram os registros de comunicação, tanto de natureza matemática quanto didático-pedagógica.

É relevante enfatizar que foram identificados indícios de ocorrência de aprendizagem significativa nas produções escritas dos questionários, tanto da natureza de diferenciação progressiva quanto de reconciliação integrativa. Para evidenciar a alteração de *status* cognitivo-epistemológico desse grupo de participantes, apresentamos alguns exemplares das produções escritas completas obtidas por meio da aplicação dos questionários prévio e posterior. Salientamos que a escolha por esses registros é norteada pelo caráter explícito-reflexivo que se fizeram presentes no desenvolvimento dessas respostas apresentadas. Os exemplares selecionados para esse momento são provenientes de três questões e envolvem quatro participantes. Além do mais, esses participantes representam as três tendências heurísticas[69] identificadas nesta investigação. Na sequência, elencamos os exemplares das produções selecionadas em conformidade com ordem dos tópicos a serem dissertados, e o grupo heurístico que tais participantes representam, a saber:

- Questão 3 (QPR e QPO) – Produção escrita de P_9LB_2 – Tendência heurística lógico-matemática.
- Questão 4 (QPR e QPO) – Produção escrita de P_3L_3 – Tendência heurística lógico-matemática; e Produção escrita de P_7L_4 – Tendência heurística didático-epistemológica.

---

[69] Para mais informações a respeito dessas análises envolvendo a identificação das tendências heurísticas, consultar a seção 6.3.2 deste trabalho.

- Questão 6 (QPR e QPO) – Produção escrita de $P_{13}L_4$ – Tendência heurística didático-pedagógica.

Com base nas informações supracitadas, passamos a discorrer a respeito desses exemplares que explicitam indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, oriundos do acervo de produções escritas obtidas mediante a aplicação dos questionários durante o desenvolvimento da Abordagem Didática, com base nos referenciais teóricos da TAS (AUSUBEL, *et al.,*1980; NOVAK, 2000; NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003; GOWIN; ALVAREZ, 2005).

I) Contribuições do CDI para a formação e atuação docente na Educação Básica (Referência de instrumento documental – Questão 3)

A produção escrita de P_9LB_2 – Questão 3 – (Quadro 59) no QPO demonstra o reconhecimento de relações matemáticas no contexto da Educação Básica, as quais podem ser exploradas nas aulas de matemática; situação que não foi distinguida anteriormente, a exemplo do que afirma no QPR : "*Não que eu tenha percebido*" e posteriormente concluiu, "*Então, minha resposta é sim*" – declarações em consonância com os temas discutidos na AD (REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; MACHADO, 2008; ÁVILA, 2010). Ademais, os registros de P_9LB_2 demonstram que foram relacionados os novos conhecimentos aos antecedentes prévios idiossincráticos com destaque, em particular, para a especificidade da abordagem semântica do vocabulário utilizado; por exemplo, do uso de "*Modelagem Matemática"* para as terminologias "*proporcionalidade e taxa de variação*" (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003).

Quadro 59 – Produção escrita completa da Questão 3 de P_9LB_2 unitarizada na UC3

Questão 3 desenvolvida por P_9LB_2 durante a participação na AD Contribuições do CDI para a Formação Docente e atuação profissional na Educação Básica	
Questionário Prévio – Antes da AD 18/04/2017 - Encontro 1 (1º dia)	**Questionário Posterior – Pós AD** 27/04/2017 - Encontro 2 (10º dia)
Não que eu tenha percebido. A única coisa que eu percebi que poderia me ajudar na docência foi um pouco de modelagem matemática, pois o professor passou um trabalho que envolvia modelagem. (P_9LB_2 – registro escrito completo, Questão 3, QPR, grifo nosso)	Há conteúdos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que nos ajudam a compreender melhor conteúdos da Educação Básica, como proporcionalidade e taxa de variação (derivada) e isso se desenvolve para funções/relações entre conjuntos. **Então**, **minha resposta é sim**. (P_9LB_2 – registro escrito completo, Questão 3, QPO, grifo nosso)

Fonte: Organizado pela autora com base na produção escrita de P_9LB_2 **–** Questão 3

II) Relações estabelecidas entre conteúdos matemáticos da Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática (Referência de instrumento documental – Questão 4)

A produção escrita de P_3L_3 – Questão 4 – (Quadro 60) evidencia registros de indícios de reconhecimento entre similaridades e diferenças com enfoque no tema discutido, a partir dos referenciais teóricos adotados na AD (REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; MACHADO, 2008; ÁVILA, 2010). É relevante ressaltar o aprimoramento linguístico de P_3L_3 no questionário posterior, uma vez que diferencia as noções fundamentais do Cálculo Diferencial (ideia de taxa de variação) do Cálculo Integral (noções intuitivas para cálculo de áreas). Além disso, explicita apreensão de semelhanças e de diferenças quanto ao processo didático-pedagógico relativo à atuação docente, pois demonstra indícios que identifica o enfoque temático ideal (asserção de valor) para o tratamento de cada uma das noções matemáticas a serem exploradas; realizando as seguintes associações: Derivada - taxa de variação *("velocidade/aceleração")* e Noções de Integral – busca por fundamentos na Geometria ("*mostrar maneira diferente para se calcular área*").

Quadro 60 – Produção escrita completa da Questão 4 de P_3L_3 unitarizada na UC4

Questão 4 desenvolvida por P_3L_3 durante a participação na AD Relações estabelecidas entre conteúdos matemáticos da Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática	
Questionário Prévio – Antes da AD 18/04/2017 - Encontro 1 (1º dia)	**Questionário Posterior – Pós AD** 27/04/2017 - Encontro 2 (10º dia)
Cálculo de áreas de figuras planas, através de uma figura podemos fazê-la como uma função, e disso resolver o que foi proposto. (P_3L_3 – registro escrito completo, Questão 4, QPR, grifo nosso).	Para o **Cálculo Diferencial** seu uso seria estabelecer-se com a matéria de Física, usando as **variações** (**velocidade, aceleração**) para um contexto mais prático. Para o uso do Cálculo Integral faria um paralelo com as aulas de Geometria mostrando uma maneira diferente para se calcular áreas. (P_3L_3 – registro escrito completo, Questão 4, QPO, grifo nosso).

Fonte: Organizado pela autora com base na produção escrita de P_3L_3 **–** Questão 4

A produção escrita de P_7L_4 – Questão 4 – (Quadro 61) manifesta no contexto desta investigação a relevância da construção de abordagens de ensino com síntese interdisciplinar, em prol da Formação Docente em Matemática, pois a falta de experiência profissional (por exemplo, atuação em sala de aula) pode ser equilibrada inicialmente com vivências formativas que discutam os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse contexto, no questionário prévio, P_7L_4 se expressou declarando que "*eu não tenho experiência nessa etapa*". No entanto, após a participação e realização das discussões e das atividades propostas na AD, por meio da oferta do curso de extensão, os registros posteriores de P_7L_4 explicitaram o enriquecimento cognitivo e pedagógico adquiridos, dado que identifica as relações fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral compatíveis com as expectativas das aulas de matemática na Educação Básica. Tal registro sinaliza indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, pois evidencia a articulação de novos conhecimentos de forma intencional e consciente aos conhecimentos prévios, demonstrando a reconciliação de semelhanças, inconsistências e diferenças entre ideias e noções conceituais do CDI com elaborações de asserções de conhecimento, no âmbito da atuação profissional na Educação Básica (NOVAK, 2000; NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003; GOWIN; ALVAREZ, 2005).

Quadro 61 – Produção escrita completa da Questão 4 de P_7L_4 unitarizada na UC4

<table>
<tr><th colspan="2">Questão 4 desenvolvida por P_7L_4 durante a participação na AD
Relações estabelecidas entre conteúdos matemáticos da Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática</th></tr>
<tr><th>Questionário Prévio – Antes da AD
18/04/2017 - Encontro 1 (1º dia)</th><th>Questionário Posterior – Pós AD
27/04/2017 - Encontro 2 (10º dia)</th></tr>
<tr><td>Acredito que muitas relações podem ser feitas com conteúdo do Ensino Médio, porém eu não tenho experiência de ensino nessa etapa. (P_7L_4 – registro escrito completo, Questão 4, QPR, grifo nosso).</td><td>A questão de variabilidade (derivada) pode ser abordada no Ensino Básico. No estudo de funções, com exemplos da Física, por exemplo. A <u>ideia de infinito e continuidade</u> podem ser abordadas em <u>Geometria num cálculo de área não regular</u>. (P_7L_4 – registro escrito completo, Questão 4, QPO, grifo nosso).</td></tr>
</table>

Fonte: Organizado pela autora com base na produção escrita de P_7L_4 **–** Questão 4

III) Compreensões e atribuições de significados para Derivada (Referência de instrumento documental – Questão 6)

A produção escrita de $P_{13}L_4$ – Questão 6 – (Quadro 62) demonstra a disposição em aprender, condição fundamental para desencadear o desenvolvimento da aprendizagem significativa. Isso pode ser compreendido pelo fato de $P_{13}L_4$ apresentar em seus registros o reconhecimento de algumas informações que se relacionam com as novas, a serem compreendidas de forma não trivial. Isto é, a procura por identificar semelhanças e diferenças associadas ao objeto de estudo. Essas noções idiossincráticas podem ser observadas pelo esquema gráfico que $P_{13}L_4$ apresenta no questionário prévio, pois a ideia de representar um plano cartesiano com esboço de objetos matemáticos (ideias relativas ao contexto do estudo das Funções) explicita as noções matemáticas que almeja comunicar. Com base na representação proposta, podemos perceber que $P_{13}L_4$ faz uma alusão ao coeficiente angular associado à reta que tende a ser tangente. No entanto, faz uma afirmação sagaz: "*Não consigo relatar o processo*". Nesse sentido, após participar do desenvolvimento das atividades e discussões propostas na AD, registra declarações que sinalizam a compreensão das noções fundamentais de derivada; e por conseguinte a ocorrência de aprendizagem significativa, relatando entender que derivar *"Significa calcular a taxa de variação entre essas duas grandezas[...]".* Além disso, usa termos e simbologias específicas do vocabulário matemático para articular os conhecimentos reelaborados (NOVAK, 2000; NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003; GOWIN; ALVAREZ, 2005).

Quadro 62 – Produção escrita completa da Questão 6 de $P_{13}L_4$ unitarizada na UC6

Questão 6 desenvolvida por $P_{13}L_4$ durante a participação na AD Compreensões e atribuições de significados relativos à Derivada	
Questionário Prévio – Antes da AD 18/04/2017 - Encontro 1 (1º dia)	**Questionário Posterior – Pós AD** 27/04/2017 - Encontro 2 (10º dia)
 **Não consigo relatar o processo**. ($P_{13}L_4$ – registro escrito completo, Questão 6, QPR, grifo e numeração nossa).	**Significa calcular a taxa de variação entre essas duas grandezas**, ou seja, neste intervalo [a, b]. A variabilidade de a com relação a b é a derivada. ($P_{13}L_4$ – registro escrito completo, Questão 6, QPO, grifo e numeração nossa).

Fonte: Organizado pela autora com base na produção escrita de $P_{13}L_4$ obtida na Questão 6

As considerações a partir dos exemplares das produções escritas apresentadas anteriormente, Quadros 59, 60, 61, 62, remetem às investigações desenvolvidas por Batista e Salvi (2006) e Batista (2004, 2007, 2016) com enfoque teórico-metodológico baseado na História e Filosofia da Ciência, no contexto do desenvolvimento de propostas pedagógicas com síntese interdisciplinar, para a Formação Docente em Educação Científica e Matemática. Para Batista (2016),

> A partir do entendimento da construção da Ciência e de suas implicações para a cultura humana, o professor com essa formação assume uma atitude de investigador no saber ensinar, no ser criativo e fazer de sua aula um ambiente contemporâneo e explorador de novas possibilidades, de novos olhares para a Ciência (BATISTA, 2016, p.158).

Com base nas considerações anteriores e nos exemplares das produções escritas apresentadas, inferimos que a adoção de práticas didáticas como a recursividade[70] e as análises heurísticas[71], nas atividades propostas da AD, favoreceram à reelaboração de conhecimentos na estrutura cognitiva dos(as) participantes, com evidências de alteração de *status* cognitivo-epistemológico. Por conseguinte, esses processos cognitivos corroboraram para a construção, atribuição e enriquecimento de novos significados, subsidiando esclarecimentos e

[70] A recursividade e as práticas heurísticas constituem-se em pressupostos fundamentais relativos à aplicação da Teoria da Aprendizagem Significativa (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003; GOWIN; ALVAREZ, 2005).

[71] As análises heurísticas contribuem para fomentar reflexões da meta-aprendizagem, isto é, refletir sobre o próprio processo de aprendizagem e a apropriação do conhecimento científico (NOVAK; GOWIN, 1984).

desmitificando dificuldades de natureza epistemológica e didática, concernentes ao Cálculo Diferencial e Integral, com enfoque para Formação Docente. Isto posto, nos posicionamos favoravelmente às ideias de Rezende (2003), uma vez que:

> Ao permitir o Cálculo participar efetivamente da tecedura do conhecimento matemático do ensino básico, acreditamos que as dificuldades de aprendizagem do ensino superior de Cálculo serão em grande parte superadas, tanto quanto as do próprio ensino de matemática [...] (REZENDE, 2003, p.15).

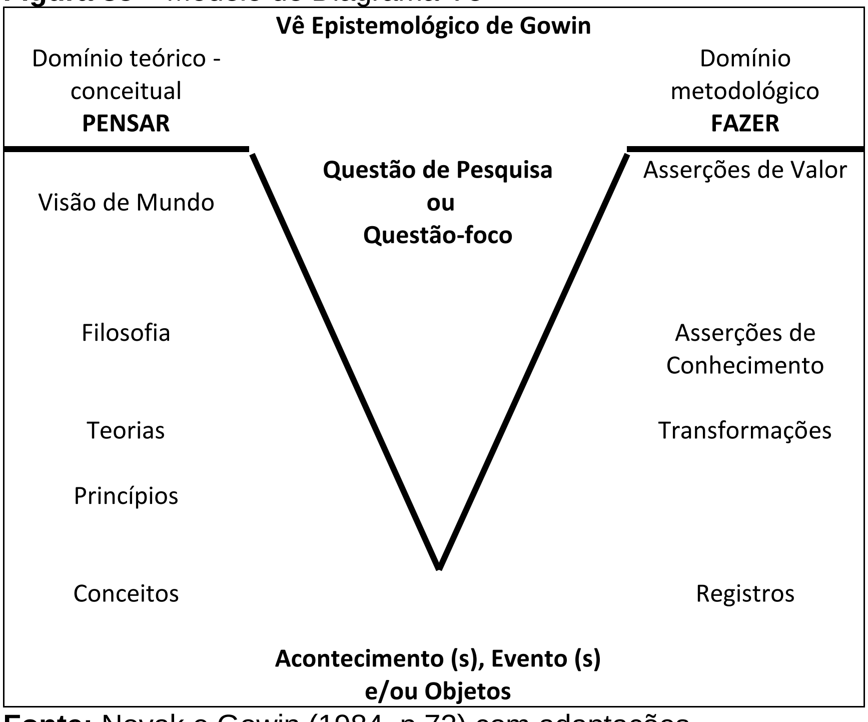
Dessa forma, concluímos que os resultados obtidos nas análises dos questionários, mediante a elaboração e aplicação da Abordagem Didática com síntese interdisciplinar, explicitaram as potencialidades matemática e didática que podem ser desencadeadas pelas discussões relativas aos processos de ensino e de aprendizagem, no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática.

No entanto, as análises não se encerraram! Na próxima seção, o enfoque analítico-reflexivo se concentra na apresentação dos dados e nas análises referentes às produções heurísticas do(s) Vê(s) Epistemológico(s), construídos pelos(as) participantes, do Curso de Extensão, ao longo dos cinco encontros presenciais realizados para a aplicação da Abordagem Didática.

6.3 ANÁLISE DA PRODUÇÃO HEURÍSTICA DO (S) VÊ (S) EPISTEMOLÓGICO (S)

Iniciamos esta seção com a apresentação da Figura 35, a qual explicita o modelo de Diagrama Vê com os elementos heurísticos utilizados nesta pesquisa. Alguns elementos localizados no lado esquerdo do Vê como “Visão de Mundo” e “Filosofia” foram apresentados aos participantes, mas não enfatizados durante a Abordagem Didática, em virtude da natureza específica para uma primeira experiência com esse instrumento metodológico. Todavia, a maioria dos(as) participantes realizaram registros escritos para esses elementos. No entanto, para os processos de análise, os mencionaremos para explicitar ou enriquecer interações e relações entre ideias e argumentos que se façam presentes em respostas dos(as) participantes, quando houver necessidade. Dessa forma, não foram construídas UCEp para os elementos heurísticos “Visão de Mundo” e “Filosofia”, situação essa que pode vir a ser explorada em novas investigações.

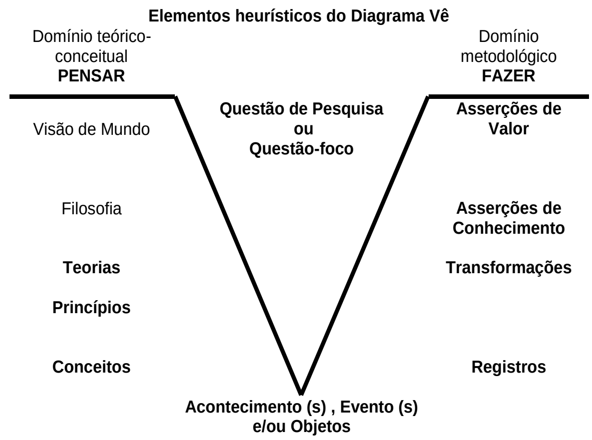
Figura 35 – Modelo de Diagrama Vê



Fonte: Novak e Gowin (1984, p.72) com adaptações

Para a exploração dos dados e interpretação dos resultados obtidos, nas construções e produções do Diagrama Vê, as análises foram realizadas com base nos instrumentos e critérios teórico-metodológicos organizados nesta pesquisa. Desse modo, princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa, momentos interdisciplinares propostos por Batista e Salvi (2006) e os três momentos pedagógicos, *problematização inicial*, *organização do conhecimento* e *aplicação do conhecimento* de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011) foram interconectados, por meio da elaboração das unidades de contexto epistemológicas (UCEp) e registro (UREp) fundamentadas em Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005).

Quadro 63 – Síntese teórico-metodológica para análise da produção heurística relativas à adoção do Vê de Gowin na Abordagem Didática como instrumento avaliativo de pesquisa e de aprendizagem

Problematização inicial	**Organização do Conhecimento**	**Aplicação do Conhecimento**
	Aplicações de interações recursivas entre o lado direito e esquerdo do Vê	
Diferenciação Progressiva		Reconciliação Integrativa
– Articular e relacionar os novos conhecimentos de forma intencional e consciente aos conhecimentos prévios. – Considerar relações hierárquicas baseadas em relações de inclusividade, isto é, do geral para o particular. – Apresentação de indícios que demostrem relações de abstração, generalidade e inclusão.	Análise de elementos heurísticos com base na elaboração das Unidades de Contexto e Registro Epistemológicas	– Exploração de relações entre ideias, conceitos, teorias. – Registros de indícios de reconhecimento entre similaridades e diferenças com enfoque no tema discutido. – Reconciliar inconsistências reais ou aparentes. – Apresentação de asserções de conhecimento e valor.

Fonte: Organizado e elaborado pela autora com base nos pressupostos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa (2017)

O material documental selecionado para a análise da produção epistemológica da AD é formado por quarenta e um (41) “Vês”, nove registros escritos vinculados às experiências de aprendizagem com esse recurso didático, e nove relatos de vivências que registram memórias formativas em razão da participação no Curso de Extensão. Recapitulamos que todos os instrumentos de coleta de dados, para esta pesquisa, foram respondidos individualmente pelos(as) participantes, sem quaisquer interferências externas. Além disso, registros de bordo da pesquisa foram utilizados para enriquecimento e esclarecimento de informações em relação aos resultados obtidos. Dessa forma, diante do volume de materiais produzidos foram necessários o estabelecimento de critérios para a apresentação dos registros escritos e dos resultados obtidos. Por isso, dividimos em quatro etapas a organização dessas análises, conforme os tópicos I, II, III e IV.

I) Unitarização dos Diagramas Vê(s) acompanhados de exemplares de fragmentos textuais, com base nas seis unidades epistemológicas de contexto e registro elaboradas, seção 6.3.1.

II) Tendências heurísticas com exemplificação de Vê(s) Epistemológico(s), conforme critérios teórico-metodológicos extraídos do processo analítico de unitarização epistemológica que evidenciaram regularidades e tendências recursivas nas produções realizadas pelos(as) participantes desta pesquisa, seção 6.3.2.

III) Vê de Gowin e a Formação Docente em Matemática para explicitar repercussões heurísticas oriundas de análises da investigação teórica e empírica da Abordagem Didática, com enfoque temático em noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral, seção 6.3.3

IV) Asserções educativas a respeito da construção teórico-metodológica e aplicação da Abordagem Didática na perspectiva dos(as) participantes, seção 6.3.4.

6.3.1 Processo de Unitarização dos Dados relativos ao Acervo do(s) Vê(s) Epistemológico(s) e Reflexões meta-teóricas

Antes de iniciarmos as apresentações das unitarizações heurísticas, destacamos que <u>nenhum dos (as) participantes tinham conhecimento do Vê Epistemológico</u>, conhecido também por Vê de Gowin ou Diagrama Vê. No primeiro momento a novidade instigou o grupo. Depois, desencadeou muitos questionamentos e algumas insatisfações, pois a maioria experimentou a dúvida e isso desencadeou a incerteza do conhecimento trazendo à tona conflitos cognitivos.

Para resolver essa situação, o estabelecimento de diálogo propício ao debate de ideias configurou-se como estratégia fundamental de enfrentamento das próprias inquietações. O grupo fortaleceu-se para buscar novas aprendizagens e construir novos significados para temas que ora pareciam tão familiares ora mostravam-se tão desconhecidos. Nesse momento, é oportuno enfatizar que um dos objetivos específicos desta investigação consiste em *identificar aspectos epistemológicos e pedagógicos do conhecimento científico relacionando ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática.* Dessa forma, enfatizamos a relevância da adoção do Vê de Gowin como um instrumento que demonstra congruência entre os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse sentido, Valadares (2014) afirma que o Vê de Gowin consiste em:

> [...] um instrumento epistemologicamente muito bem fundamentado, apoiado numa visão construtivista e humanista da produção do conhecimento, o diagrama em Vê é muito útil para um ensino sobre a natureza da ciência. Desmistifica as visões clássicas empiristas, positivistas e factualistas sobre o conhecimento científico e o pretenso método científico linear e estereotipado, ao explicitar as relações conceptuais e metodológicas envolvidas na produção do conhecimento (VALADARES, 2014, p.33).

Com base nesse contexto, no Quadro 64 sintetizamos referências informativas principais das construções relativas aos Diagramas Vê (s) produzidos durante a investigação empírica da Abordagem Didática, *Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*, aplicada no Curso de Extensão intitulado de forma homônima, em uma universidade pública. Dessa forma, especificamos informações a respeito de encontro e data, código de identificação para se reportar ao “Vê”, questão-foco utilizada e a origem didático-pedagógica da questão proposta para a atividade.

Quadro 64 – Síntese Informativa: Relação de Diagramas Vê (s) produzidos durante o Curso de Extensão por meio da aplicação da Abordagem Didática

Encontro Data	Código	Questão Foco associada à Produção do Vê Epistemológico	Origem da Proposição da Questão
E.2 20/04/17	V1E2	**(V1)** Quais ideias geradoras e construtoras relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral?	Elaborada coletivamente pelos (as) participantes no momento da Roda de Conversa a partir da leitura do texto de Rezende (2003).
E.3 24/04/17	V2E3	**(V2)** Considere *f* uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa integrar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?	Com base na Questão 5 do Questionário Prévio.
E.4 25/04/17	V3E4	**(V3)** Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?	Com base na Questão 6 do Questionário Prévio.
E.5 27/04/17	V4E5	**(V4)** Considere *f* uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa integrar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?	(Re) construção do V2 a partir de reflexões pessoais da própria aprendizagem durante a AD, e associadas a orientação docente.
E.5 27/04/17	V5E5	**(V5)** Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?	(Re) construção do V3 a partir de reflexões pessoais da própria aprendizagem durante a AD, e associadas a orientação docente.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

O Quadro 65 explicita a produção gerada por cada participante. O ícone **“☑”** representa que houve a produção heurística, enquanto o **“☒”** indica que a atividade não foi desenvolvida por motivo de ausência do (a) participante no encontro.

Quadro 65 – Relação quantitativa de Vês produzidos durante a aplicação da Abordagem Didática realizada no Curso de Extensão

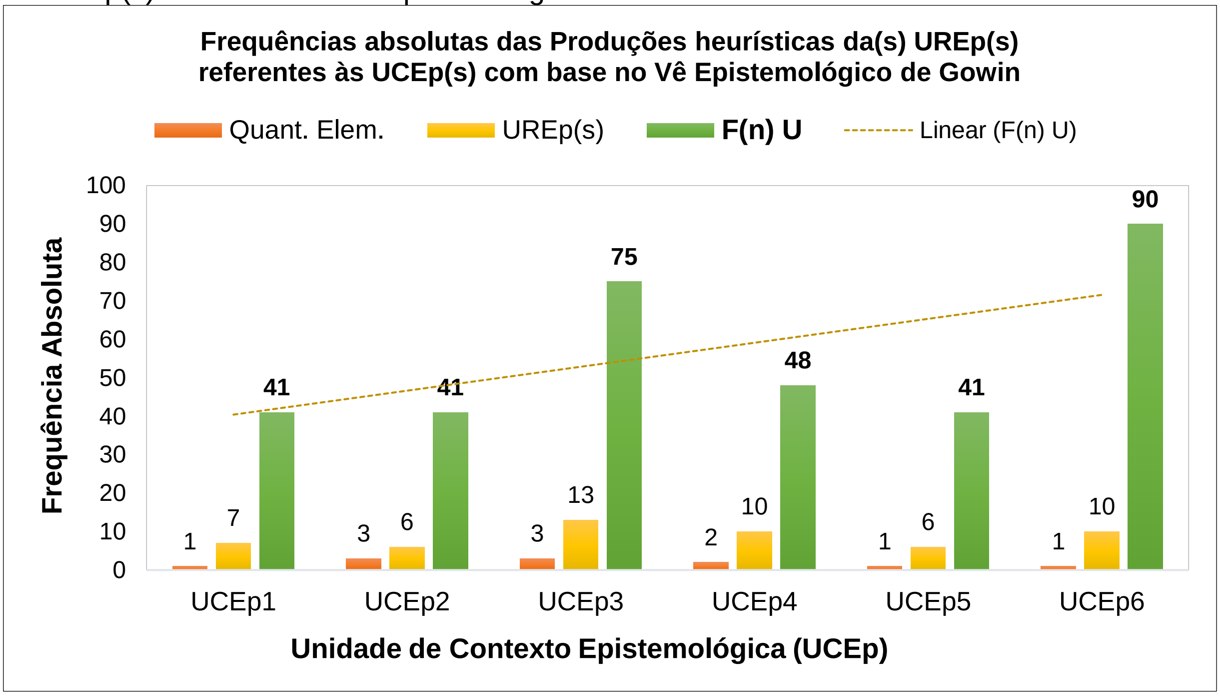
Código do Vê	**Grupo de Participantes**									**Total de Vês produzidos pelo grupo**
	P_1LB_4	P_3L_3	P_5L_4	P_7L_4	P_9LB_2	$P_{10}L_3$	$P_{12}L_3$	$P_{13}L_4$	$P_{14}L_C$	
V1E2	☑	☒	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	
V2E3	☒	☒	☑	☑	☑	☑	☑	☒	☑	
V3E4	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	
V4E5	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	
V4E5	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	☑	
Total	04	03	05	05	05	05	05	04	05	**41**

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A seguir, apresentamos as seis Unidades de Contextos Epistemológicas (UCEp), a saber: **UCEp1** trata da *questão-foco* (seção 6.3.1.1); **UCEp2** aborda os registros de *acontecimentos, eventos ou objetos* associados à questão-foco (seção 6.3.1.2); **UCEp3** envolve *teorias, princípios e conceitos* relacionados com a questão e com evento principal (seção 6.3.1.3); **UCEp4** retrata *registros (dados) e transformações* realizadas em busca de se responder à questão investigada (seção 6.3.1.4); **UCEp5** traz as *asserções de conhecimento* na forma de declarações objetivas que respondem à questão-foco (seção 6.3.1.5); e para encerrar a **UCEp6** refere-se às *asserções de valor* ou dito *juízos de valor (juízos cognitivo)* que qualificam a relevância do estudo desenvolvido (seção 6.3.1.6).

Com o objetivo de dar visibilidade ao volume de documentos heurísticos analisados ao longo da seção 6.3.1, construímos o Histograma 10 e o Quadro 66 nos quais agrupamos quantitativamente parte do processo de unitarização das Unidades de Contexto Epistemológicas (UCEp). Sendo assim, no Histograma 10 reunimos as frequências absolutas das produções heurísticas da(s) UREp(s) referentes às UCEp(s) com base no Vê Epistemológico de Gowin. Os elementos da legenda do Histograma 10 representam, respectivamente: a quantidade de elementos heurísticos analisados com cada Unidade de Contexto Epistemológica (Quant. Elem./cor laranja); a quantidade de Unidades de Registros Epistemológicas geradas em cada UCEp (UREp(s)/amarelo ouro); o total da frequência absoluta obtida no processo de unitarização de cada UCEp relativa ao conjunto das UREp(s), isto é, $\mathbf{F(n)_U}$; e a linha de tendência linear que permeia o conjunto de valores $\mathbf{F(n)_U}$.

Histograma 10 – Frequências absolutas das Produções heurísticas da(s) UREp(s) referentes às UCEp(s) com base no Vê Epistemológico de Gowin



Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2017)

A partir do Histograma 10, destacamos as frequências acentuadas de registros unitarizados obtidos com base nas análises epistemológicas desenvolvidas para a UCEp3 (75 registros, ≈ 22%) e para a UCEp6 (90 registros, ≈ 27%). No entanto, esclarecemos que essas UCEp(s) concentravam igualmente a maior quantidade de componentes a serem analisados, no caso da UCEp3, três elementos – *teorias, princípios e conceitos*. Em contrapartida, a UCEp6 é formada por elemento heurístico singular, o qual refere-se à elaboração de *asserção de valor*. Todavia, a *asserção de valor* apresenta desmembramentos para qualificar as atribuições valorativas referentes à produção do conhecimento científico, englobando natureza de ordem instrumental, intrínseca, comparativa, decisão, ideal, ideais matemáticas específica e perspectiva didático-pedagógica.

Desse modo, geralmente a produção escrita do componente heurístico da UCEp6, *asserção de valor*, explicita diversidade de significados valorativos atribuídos à natureza do conhecimento científico. Sendo assim, esse contexto valorativo evidencia tendências que permitem a unitarização de vários registros originados de um único fragmento textual, ou ainda provenientes de várias frases (conjuntos de ideias) dispostos linguisticamente em única declaração.

Na sequência apresentamos o Quadro 59 com a sistematização quantitativa das frequências das produções heurísticas da(s) UREp(s) referentes às UCEp(s) com base no Vê Epistemológico de Gowin, com os tópicos adicionais em relação ao Histograma 10, a saber: descrição dos elementos heurísticos que compõem da UCEp, e os valores das frequências relativas **(F_R (%) $_U$)** com relação à **F(n) $_U$**.

Quadro 66 – Sistematização das Frequências absolutas das Produções heurísticas da(s) UREp(s) referentes às UCEp(s) com base no Vê Epistemológico de Gowin

Identificação das UCEp(s) e a Composição de seus elementos heurísticos		**Quant. Elem.**	**UREp(s)**	**UREpE(s)**	**F(n) $_U$**	**F_R (%) $_U$**
UCEp 1	• Questão-Foco	1	6	1	41	12%
UCEp 2	• Acontecimentos Eventos • Objetos	3	5	1	41	12%
UCEp 3	• Teorias • Princípios • Conceitos	3	8	5	75	22%
UCEp 4	• Registros • Transformações	2	7	3	48	14%
UCEp 5	• Asserções de Conhecimento	1	6	0	41	12%
UCEp 6	• Asserções de Valor	1	8	2	90	27%
TOTAL DA FREQUÊNCIA OBTIDA		**11**	**40**	**12**	**336**	**100%**
TOTAL DAS UNIDADES DE REGISTROS OBTIDAS UREp(s) + UREpE(s) (Prévias e Emergentes)		**52**				

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A partir do acervo documental de **41 Diagramas Vês** elaborados pelos(as) participantes desta pesquisa em consonância com as informações reunidas no Quadro 66, identificamos **336 registros heurísticos** envolvendo as **6 UCEp(s)** compostas por **52 UREp(s)**, sendo 40 prévias e 12 emergentes, contemplando vistas analíticas para a unitarização dos **11 elementos** heurísticos de cada **Diagrama Vê**.

O propósito de organização e sistematização dessas análises epistemológicas consiste em fundamentar e orientar *o referencial avaliativo* desta pesquisa. Dessa forma, visamos explicitar aspectos científicos e formativos oriundos de investigações teórico-metodológicas com síntese interdisciplinar, relacionadas à Formação Docente em Matemática, Além disso, evidencia-se aos participantes os critérios didático-pedagógicos adotados para direcionar a prática docente, com intuito de respaldar as análises de processos cognitivos, relacionados às ocorrências de aprendizagem significativa manifestadas a partir das produções escritas realizadas.

Esclarecemos que para favorecer a leitura analítica, a recursividade das ideias e as reflexões meta-teóricas decidimos por manter todas as UREp(s), nos quadros em que apresentamos as unitarizações das UCEp(s), com base no acervo documental da produção dos diagramas Vê(s) pelos(as) participantes desta pesquisa. Essa escolha metodológica de organização, e apresentação dos resultados obtidos busca difundir articulações heurísticas, as quais se fazem presentes em uma análise dessa natureza teórica.

6.3.1.1 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp1 – Questão – foco

As análises heurísticas unitarizadas a partir das *questões-foco* na **UCEp1**, referentes ao conjunto de 41 Vê (s) produzidos ao longo dos encontros envolvendo 9 participantes, evidenciaram dois registros que apresentam aspectos heurísticos incompletos. O V1E2 de P_9LB_2 foi unitarizado na UREpE 1.4, pois identificamos uma questão e acontecimento principal com ausência de conceitos pertinentes ao propósito da questão. Em contrapartida, o V1E2 de P_5L_4 unitarizado na UREp 1.6 apresenta questão central e conceitos coerentes, no entanto não houve registro de objetos ou evento principal. Identificamos somente uma produção, V3E4 de P_3L_3, que não apresentou a questão-foco. Destacamos que P_3L_3 não pode comparecer tanto no segundo quanto terceiro encontro. Ademais, todas as outras produções, o que totalizam 38 Vê (s) estavam de acordo com a UREp 1.7, unidade epistemológica que contém todas as características requisitadas para o elemento heurístico analisado, conforme NOVAK e GOWIN (1984). Na **UCEp1** a frequência absoluta das unitarizações realizadas (41) coincide com o número de diagramas Vês produzidos (41). No Quadro 67 sintetizamos as unitarizações realizadas para as UREp(s) da **UCEp1.**

Quadro 67 – Questão - Foco – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp1

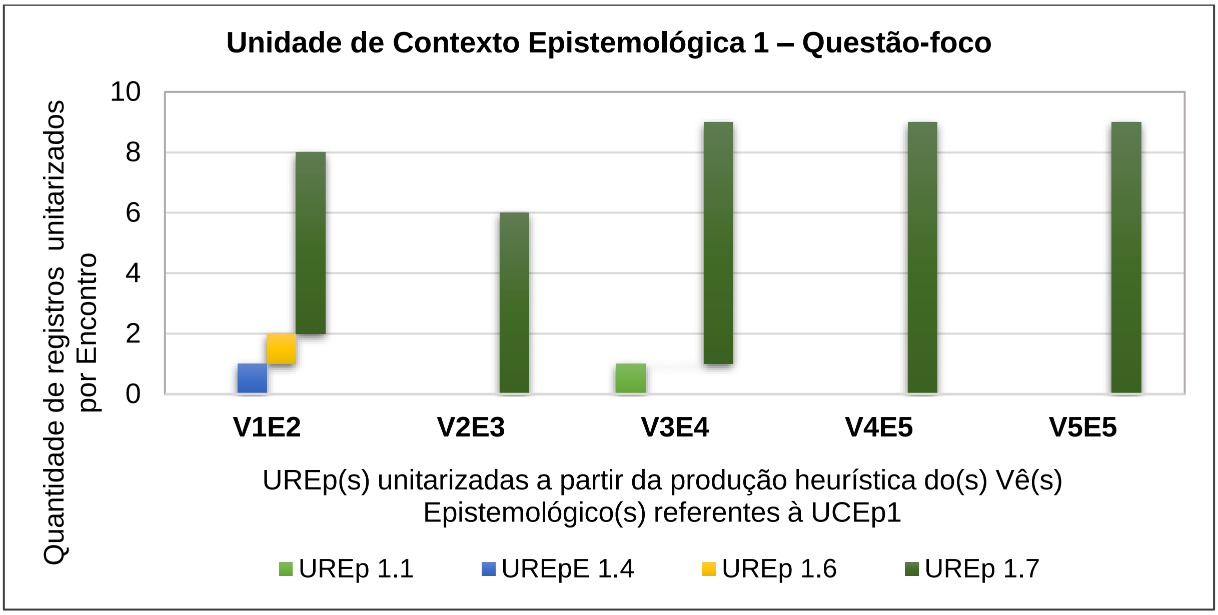
(UCEp 1) Unidade de Contexto Epistemológica 1 – Questão-Foco					
Unidade de Registro Epistemológica (URE_P)	**Análise Epistemológica**				
	$V1E_2$	**$V2E_3$**	**$V3E_4$**	**$V4E_5$**	**$V5E_5$**
1.1 Não está identificada nenhuma questão central.			P_3L_3		
1.2 Identifica-se uma questão central, mas não se refere aos objetos e ao acontecimento principal.					
1.3 Identifica-se uma questão central, mas não se refere ao lado conceitual do "Vê".					
1.4* (UREpE) Identifica-se uma questão central e não inclui conceitos pertinentes, e sugere (m) objeto (s) ou o acontecimento principal.	P_9LB_2				
1.5 Identifica-se uma questão central e inclui conceitos pertinentes, mas estão relacionados acontecimentos ou objetos divergentes em relação ao restante da atividade proposta.					
1.6 Identifica-se uma questão central e inclui conceitos pertinentes, mas não sugere (m) objeto (s) ou o acontecimento principal.	P_5L_4				
1.7 Identifica-se uma questão central incluindo conceitos a serem utilizados, e ainda sugerem-se o acontecimento principal e/ou os objetos correspondentes.	P_1LB_4 P_7L_4 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 P_7L_4 P_9B_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_5L_4 P_7L_4 P_9B_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9B_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9B_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	08	06	09	09	09
Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	≈19,51%	≈16,64%	≈21,95%	≈21,95%	≈21,95%
Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 1	41 (100%)				

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

A partir do Quadro 67 observamos que a maioria das produções, isto é, 92,6% contemplaram a UREp 1.7, considerada a mais completa para a **UCEp1**; uma vez que identificamos uma questão central incluindo conceitos a serem utilizados, e ainda se sugerem o acontecimento principal e/ou os objetos correspondentes.

A seguir, expressamos os registros das frequências absolutas obtidas no processo de unitarização da UREp(s) relativas à **UCEp1** no Histograma 11.

Histograma 11 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp1



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Com base no Histograma 11 observamos graficamente a prevalência da UREp 1.7 em que a maioria dos(as) participantes demonstrou estruturar a questão-foco com base em uma situação ou fenômeno específico, a qual foi gerada, neste caso, por meio das atividades desenvolvidas durante a AD, fato que constitui-se com acontecimento principal conforme princípios da TAS. Essa situação corrobora para que os(as) participantes tenham clareza da natureza e dos objetivos do trabalho proposto (NOVAK; GOWIN, 1984; NOVAK, 2000; AUSUBEL, 2003; ALVAREZ; GOWIN, 2005).

6.3.1.2 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp2 – Acontecimentos, Eventos ou Objetos

As questões-foco que orientavam a elaboração dos diagramas "Vê" se relacionavam com contextos matemáticos específicos. No entanto, na etapa das unitarizações da **UCEp2** referentes aos registros de *acontecimentos, eventos ou objetos* encontramos muitos elementos descritivos associando aspectos pedagógicos e/ou de aprendizagem. Desse modo, houve necessidade de elaborarmos a **UREpE 2.6** "Identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e a descrição desses elementos demonstram práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas realizadas durante a Abordagem Didática", a qual identificamos 25 registros, aproximadamente 70%. Outro destaque da UCEp2 foi a obtenção de 14 registros (≈34%) para a **UREp 2.5**. No Quadro 68 apresentamos as unitarizações completas realizadas para as UREp(s) da UCEp 2.

Quadro 68 – Acontecimentos, Eventos ou Objetos – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp2

<table>
<tr><th colspan="6">(UCEp 2) Unidade de Contexto Epistemológica 2 – Acontecimentos, eventos ou objetos</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Unidade de Registro Epistemológica (URE_P)</th><th colspan="5">Análise Epistemológica</th></tr>
<tr><th>$V1E_2$</th><th>$V2E_3$</th><th>$V3E_4$</th><th>$V4E_5$</th><th>$V5E_5$</th></tr>
<tr><td>2.1 Não se identificam eventos nem objetos.</td><td>P_5L_4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2 Identifica-se o evento principal ou os objetos, mas são inconsistentes com a questão central.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.3 Estão identificados o evento principal ou os objetos e são consistentes com a questão foco.</td><td></td><td>$P_{14}L_C$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.4 Identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e são consistentes com a questão central.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.5 Identifica-se o evento principal, os objetos correspondentes, há consistência com a questão central, e são sugeridos dados que se vão registrar.</td><td>$P_{10}L_3$
$P_{13}L_4$
$P_{14}L_C$</td><td>$P_{10}L_3$</td><td>P_3L_3
P_5L_4
$P_{12}L_3$
$P_{13}L_4$</td><td>P_3L_3
$P_{13}L_4$
$P_{14}L_C$</td><td>P_3L_3
$P_{13}L_4$
$P_{14}L_C$</td></tr>
<tr><td>2.6* (UREpE) Identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e a descrição desses elementos demonstram práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas realizadas durante a Abordagem Didática.</td><td>P_1LB_4
P_7L_4
P_9LB_2
$P_{12}L_3$</td><td>P_5L_4
P_7L_4
P_9LB_2
$P_{12}L_3$</td><td>P_1LB_4
P_7L_4
P_9LB_2
$P_{10}L_3$
$P_{14}L_C$</td><td>P_1LB_4
P_5L_4
P_7L_4
P_9LB_2
$P_{10}L_3$
$P_{12}L_3$</td><td>P_1LB_4
P_5L_4
P_7L_4
P_9LB_2
$P_{10}L_3$
$P_{12}L_3$</td></tr>
<tr><td>Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro</td><td>08</td><td>06</td><td>09</td><td>09</td><td>09</td></tr>
<tr><td>Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro</td><td>≈19,51%</td><td>≈16,64%</td><td>≈21,95%</td><td>≈21,95%</td><td>≈21,95%</td></tr>
<tr><td>Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 2</td><td colspan="5">41 (100%)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

A **UCEp 2** requer a diferenciação entre acontecimento, evento e objeto, e possibilita refletir aspectos do planejamento e organização de uma aula. Para Novak (2000) acontecimentos ou eventos estão relacionados a sequências de atividades sucessivas, enquanto objeto consiste em algo material percebido pelos órgãos do sentido ou abstrato, detectado pelo pensamento. Por exemplo, as relações conceituais que podem ser estabelecidas entre processos de integração e derivação de uma função de variável real são objetos de estudo em contextos matemáticos.

O acontecimento explicita a situação geral transcorrida ou tema desenvolvido, o evento pode especificar o enfoque a ser dado para a situação, e o objeto indica a materialidade das ações desempenhadas. Dessa forma, se registramos “acontecimento como leitura de texto” falta explicitar a característica do texto ou o assunto tratado; em seguida como evento associado “discussões do texto”, novamente temos a ausência da qualificação do teor dessas discussões, e finalmente reportando-se, por exemplo, a “objeto” como “ensino de Matemática” não se esclarece a natureza e o alcance pedagógico do objeto em questão. Neste caso, se estudamos o “ensino de Matemática” essa ação está vinculada a um segmento socioeducativo, o qual implica conhecermos: público a que se destina, Ensino Fundamental, Médio, Superior; fatores culturais e sociais relacionados a esse público; qual a finalidade do ensino, primeira abordagem, aprimoramento de ideias; o eixo temático a ser discutido, Álgebra, Geometria, Cálculo; os materiais a serem utilizados para o estudo, textos, videoaula, esquemas, diagramas, questões a serem refletidas; e a forma de conduzir a organização do momento de aprendizagem, leitura individual, leitura coletiva, discussões em pequenos grupos, debate, socialização de ideias.

Destacamos como exemplo de registro heurístico para a **UCEp2** a produção de P_1LB_4 no V1E2 descrevendo o evento ocorrido da seguinte forma: *“Ler texto, discutir em pequenos grupos algumas questões levantadas e levarmos para o grande grupo”*. A descrição de P_1LB_4 destaca como ações “ler, discutir e levar” tendo como objeto de trabalho um “texto” em que se levanta questões durante o processo de leitura em pequenos grupos para fomentar discussões no grande grupo. Esse fragmento textual evidencia a dinâmica de trabalho utilizada como estratégia para organizar e estruturar o estudo de um tema por grupo simples que desempenham funções diversificadas, a fim de estimular a participação de todos(as) (BORDENAVE; PEREIRA, 2012).

A adoção metodológica do Vê de Gowin possibilita a análise de um fato por diferentes perspectivas, pois cada sujeito envolvido no processo possui repertórios diferentes de saber. A produção de $P_{10}L_3$ para o V1E2 se refere ao mesmo acontecimento como *“Leitura do texto: O ensino de Cálculo e dificuldades de natureza epistemológica”*. Neste caso o evento principal está caracterizado como uma leitura, sem menção que ocorreu uma discussão. O objeto é especificado como sendo um “texto” a respeito do Ensino de Cálculo com definição da temática estudada, isto é, se reportando às dificuldades de natureza epistemológica. É relevante enfatizar diferenças de entendimento quanto ao tratamento dessas respostas, pois enquanto P_1LB_4 manifesta uma tendência pedagógica ressaltando o modo como foi conduzido o momento formativo, $P_{10}L_3$ opta por detalhar os aspectos matemáticos do evento. Um outro exemplar de fragmento textual produzido por $P_{13}L_4$ se assemelha a sequência de atividades detalhadas por P_1LB_4, descrevendo que o objeto de estudo é um texto que aborda "ensino de Cálculo", mas não especifica o tema como fez $P_{10}L_{3,}$ e traz como característica diferente "troca de informações" realizadas no grupo de estudo. A informação do evento foi descrita assim: "O conhecimento adquirido sobre o tema mediante a leitura de textos abordando o ensino de Cálculo, e troca de informações do grupo de estudo" ($P_{13}L_4$ – V1E2).

Por outro lado, o registro de $P_{14}L_c$ – V1E2 descreve o evento principal como sendo "Curso de Extensão; Roda de discussão sobre dificuldades de aprendizagem do Cálculo Integral e Diferencial". Vejamos, se tivéssemos acesso apenas a esse registro talvez não saberíamos que existia um texto para embasar as discussões realizadas. Esses poucos fragmentos textuais indicam a diversidade de aquisição do conhecimento por diferentes interfaces de entendimento ou valoração educativa, conforme as ideias de Novak e Gowin (1984), toda experiência humana se consolida por meio de pensamento, ação e sentimento.

Para a construção do V2E3 foi estudado e discutido alguns significados do processo de integrar atribuídos a uma função integrável de uma variável real em um intervalo definido. Novamente, obtivemos uma variedade de respostas. Iniciamos por um fragmento textual que detalha as práticas pedagógicas desenvolvidas ao longo da AD.

O relato de $P_{12}L_3$ associa sentimento de pertencimento e coletividade, uma vez que se expressa no plural: "Assistimos videoaulas em casa, lemos o texto em sala, debatemos e fizemos ligações dos textos já lidos no curso com as videoaulas assistidas" ($P_{12}L_3$ – V2E3). Esse registro identifica a prática da recursividade adotada para a AD e uma tendência de valoração aos aspectos pedagógicos desenvolvidos. Isso é perceptível pelos recursos e atividades realizadas, por meio de termos como "videoaulas" localizando o ambiente em que isso foi realizado "em casa" fato que remete para os organizadores prévios, "estudo de texto em sala", além disso explicita relações estabelecidas com "textos estudados anteriormente". Esse registro heurístico demonstra indícios de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, uma vez que reconhece diferenças e similaridades entre os diferentes momentos de estudo, possibilitando a construção de pontes cognitivas entre o estudo anterior e posterior.

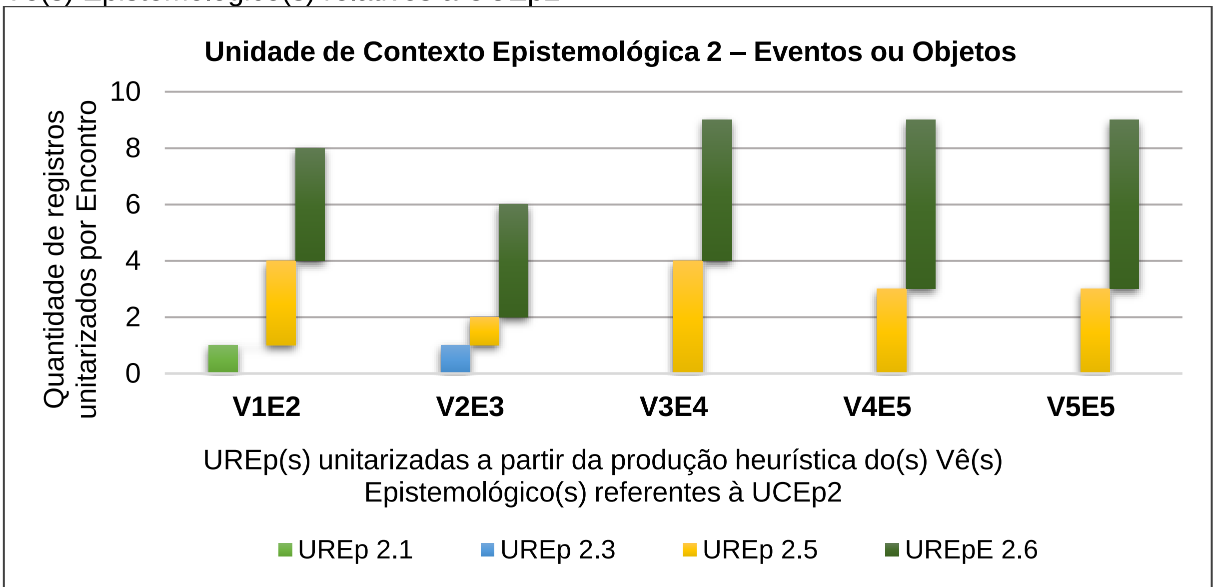
Já o registro de P_9LB_2 – V2E3 demostra indícios impessoais remetendo-se de modo objetivo e específico a respeito do acontecimento principal. O fragmento textual declara que foi feito "Estudo e debate de texto retirado do livro Fundamentos da Matemática Elementar – Vol.8; Vídeos propostos como tarefa" (P_9LB_2 – V2E3). O V3E4 de P_1LB_4 detalha os processos didáticos e pedagógicos realizados durante a AD para a discussão de significados atribuídos ao processo de derivar uma função de uma variável real. O registro do evento apresenta a sucessão de atividades desenvolvidas da seguinte forma:

> - Nós fizemos a leitura de um texto do Ávila e fizemos discussões em trios.
> - Respondemos quatros perguntas propostas no encontro.
> - Levamos as ideias dos trios para o grande grupo (P_1LB_4 – V3E4).

O relato da descrição do evento realizado por P_1LB_4 em V3E4 exemplifica a UREpE 2.6, uma vez que "identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e a descrição desses elementos demonstram práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas realizadas durante a Abordagem Didática".

Para encerrar as considerações gerais desta seção, apresentamos os registros das frequências absolutas obtidas no processo de unitarização da UREp(s) relativas à **UCEp2** no Histograma 12.

Histograma 12 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp2



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Baseado no Histograma 12, observamos visualmente uma regularidade de frequências absolutas na UREp 2.5 em a UREpE 2.6 (emergente), conforme os destaques anteriores. Esses resultados evidenciam desdobramentos do entendimento a respeito dos processos didático-pedagógicos da AD pela maioria dos(as) participantes. Dessa forma, esses resultados contribuem para percebermos a existência de indícios de aprendizagem significativa para nesse grupo de participantes, uma vez que expressaram em suas produções heurísticas o evento principal, os objetos correspondentes de modo consistente com a questão central; além disso, foram sugeridos dados com pretensão de registro no diagrama (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003).

6.3.1.3 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp3 – Teorias, Princípios e Conceitos

A **UCEp3** oportuniza o diálogo efetivo e direto com um dos objetivos coletivos de pesquisa do Grupo IFHIECEM/PECEM-UEL/PR, o qual busca promover contribuições da HFC para a Educação em Matemática com interface interdisciplinar. Sendo assim, as pesquisas conduzidas por esse grupo têm a intencionalidade didático-pedagógica de construir alternativas aplicáveis no cotidiano da realidade escolar, com vista colaborar com a Formação Docente e aprendizagem científica, tanto na Educação Básica quanto Superior. Esta tese faz parte dessa meta científica coletiva.

Com base nesse contexto epistemológico, os resultados de investigações de Batista (2007) discutem a necessidade no processo de Formação Docente de se explorar atividades que envolvam a História e Filosofia da Ciência (HFC). É relevante adotar na prática docente fundamentações, sejam essas de natureza conceitual, epistemológica, histórica, filosófica, didática entre outras para a elaboração de aulas; sequências didáticas, atividades interdisciplinares a fim de distingui-las entre as atividades de práxis de pesquisa das educativas. Dessa forma, “as Ciências muitas vezes são apresentadas para estudantes de forma equivocada e descontextualizada, desconsiderando o modo como foram construídas e produzidas” (...) (HEERDT, *et al.,* 2013, p.2).

As pesquisas em âmbito nacional desenvolvidas pelo Grupo IFHIECEM[72] evolvendo a dinâmica da teorização científica e seu papel para a Formação Docente[73] evidencia a pouca variedade nos exemplos de "*Teoria"* na área de Matemática entre os(as) participantes (BATISTA, *et al.,* 2015). Uma das hipóteses para explicar esse resultado é a ausência de discussão a respeito da NdC na Formação Docente inicial em cursos universitários de Matemática. Isto posto, as análises realizadas referente à Questão 1 desta investigação corroboram com a existência desse cenário[74]. Além disso, entendemos que se os(as) docentes tivessem tido a oportunidade de se discutir essas ideias em seu processo formativo, possivelmente se recordariam, pois de acordo com Lederman (2002), as teorias científicas são bem estabelecidas, altamente fundamentadas e são sistemas internamente consistentes de explicações (BATISTA, *et al.,* 2015).

A partir dessas circunstâncias, uma outra problemática se estabelece, posto que em discussões realizadas com docentes cursistas foi ressaltada a pouca frequência do termo "*Teoria*" nos livros didáticos de da Educação Básica. Ademais, quando tais termos são explicitados não são esclarecidos com a devida clareza o que são teorias científicas, que modelos as constituem, tampouco as suas bases epistemológicas e menção de exemplos adequados no contexto científico estudado (BATISTA, 2009; HEERDT, *et al*., 2013; KIKICHI, *et al*., 2013; BATISTA, *et al*., 2015).

A Unidade de Contexto Epistemológica 3 **(UCEp 3)** reúne os registros escritos referentes à aplicação de "**Teorias, princípios e conceitos"** para responder à questão-foco em consonância com o(s) acontecimento(s) definido(s). Considerando a relevância de se propor essas discussões da NdC no âmbito da Formação Docente em Matemática, e Com o intuito de dinamizar o fluxo da leitura e a abrangência epistemológica da UCEp3, retomamos aqui algumas ideias pertinentes aos referenciais teóricos adotamos nesta pesquisa a respeito de Teorias, Princípios e Conceitos.

---

[72] Essas pesquisas desenvolvidas constituem-se um conjunto de estudos de caso nas cidades de Londrina/PR, Natal/RN, Rio Janeiro/RJ, Belo Horizonte/MG.
[73] A coleta de dados para essas pesquisas foi realizada durante aplicações de um curso de extensão intitulado "*A contribuição dos modelos científicos para a compreensão da Ciência e seu ensino numa abordagem interdisciplinar*" nas áreas de Matemática, Física e Biociências.
[74] "Em síntese, de nove participantes, três afirmaram que tiveram noções de História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento específico de disciplinas relativas ao Cálculo Diferencial e Integral, quatro participantes não tiveram essa formação, um participante do último ano da graduação não consegue se recordar se houve esse enfoque em momentos anteriores, e um participante declarou ter tido tal formação na disciplina de História da Matemática". Para outras informações, por gentileza, consultar seção 6.2.1 do presente trabalho.

Na perspectiva da TAS, as teorias são elementos epistemológicos amplos e inclusivos. É relevante ressaltar que as teorias devem expressar fidedignidade linguística, simplicidade semântica, coerência com eventos externos com natureza exploração e preditiva (LAKATOS; MARCONI, 1992). Conforme Novak e Gowin (1984, p.72) as teorias constituem como sendo “conjuntos de conceitos relacionados logicamente que permitem conjuntos de raciocínios conduzindo a explicações”. Nesse contexto, entendemos que “os princípios nos dizem <u>como</u> se apresentam ou se comportam os acontecimentos e os objetos, enquanto as teorias nos dizem <u>porque</u> é que se apresentam ou se comportam assim” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.81, grifo nosso). Além disso, os princípios são apresentados no formato de proposições, isto é, um enunciado declarativo.

Em relação à definição de *Conceito,* no dicionário Michaelis (2011), versão *on-line*, encontramos três acepções, duas de natureza filosófica e uma geral, para *conceito* que interessa ao escopo desta pesquisa. A primeira acepção filosófica define *conceito* como “representação mental das características gerais de um objeto”, enquanto a segunda explica *conceito* “conforme o racionalismo ocidental, a manifestação da essência do mundo real”. Por conseguinte, de modo geral a terminologia *conceito* é descrita como a “compreensão que se tem de uma palavra; definição, noção”.

Por sua vez, de acordo com Novak e Gowin (1984, p.72) o *conceito* é compreendido como “signos ou símbolos que traduzem regularidades nos acontecimentos e são partilhados socialmente”, entendimento esse preconizado por Ausubel *et.al,* (1980). Em um trabalho mais recente, Ausubel (2003, p.2) explica “conceitos como objectos, acontecimentos, situações ou propriedades que possuem atributos específicos comuns e são designados pelo mesmo signo ou símbolo”. Em virtude da complexidade teórica que envolve essa temática epistemológica, consultamos o dicionário filosófico de Abbagnano (2007) para subsidiar heuristicamente as unitarizações realizadas na UCEp3. Sendo assim, encontramos a seguinte definição*:*

> **CONCEITO:** Em geral, todo processo que torne possível **a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis**. Assim entendido, esse termo tem significado generalíssimo e pode incluir qualquer espécie de sinal ou procedimento semântico, seja qual for o objeto a que se refere, abstrato ou concreto, próximo ou distante, universal ou individual etc. Enfim, o alegado caráter de universalidade subjetiva ou validade intersubjetiva do C. na realidade é simplesmente a sua **comunicabilidade de signo linguístico**: a **função primeira e fundamental** do C. é a mesma da linguagem, isto é, a **comunicação**. [...] (ABBAGNANO, 2007, p.164, destaques nosso).

Com base nessa citação de cunho filosófico, encontramos na TAS consonância a respeito da função comunicativa desempenha pelo *conceito.* Ausubel (2003, p.2) salienta que “[...] é possível manipular, compreender e transferir mais rapidamente os conceitos com nome dos que os que não o possuem”. Esse processo favorece a ancoragem dos pressupostos não arbitrários na estrutura cognitiva do aprendiz. Dessa maneira, podemos compreender que essa interlocução acelera a aprendizagem, uma vez que “os conceitos constituem um aspecto importante da teoria da assimilação, pois a compreensão e a resolução significativas de problemas dependem amplamente da [sua] disponibilidade” (AUSUBEL, 2003, p.2).

A partir dessas considerações supracitadas, apresentamos no Quadro 69 a síntese das unitarizações realizadas para as UREp(s) da **UCEp3.**

Quadro 69 – Teorias, Princípios e Conceitos – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp3

(UCEp 3) Unidade de Contexto Epistemológica 3 – Teorias, Princípios e Conceitos					
Unidade de Registro Epistemológica (URE_P)	**Análise Epistemológica**				
	$V1E_2$	**$V2E_3$**	**$V3E_4$**	**$V4E_5$**	**$V5E_5$**
3.1 Não se identifica o domínio teórico-conceitual.	P_9LB_2				
3.2* (UREpE) Divergência e/ou polissemias semânticas entre a terminologia científica citada e o registro realizado. Por exemplo, cita uma lei como se fosse uma teoria ou cita uma teoria como se fosse um conceito.		$P_{14}L_C$			P_9LB_2
3.3* (UREpE) Divergência e/ou polissemias semânticas entre termos relativos à natureza de Ciências Naturais e termos científicos aplicados ao contexto didático-pedagógico.	P_1LB_4 P_7L_4 $P_{14}L_C$		P_7L_4 $P_{12}L_3$	P_7L_4	P_7L_4 $P_{12}L_3$
3.4* (UREpE) Ausência de diferenciação entre teoria e conteúdo e/ou área específica de conhecimento.		P_5L_4 $P_{12}L_3$	P_1LB_4 P_5L_4 $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
3.5* (UREpE) Ausência de diferenciação entre princípio e conteúdo e/ou área específica de conhecimento.	$P_{10}L_3$		P_7L_4	P_7L_4	P_7L_4
3.6* (UREpE) Identifica-se teoria relacionada à formação docente no contexto didático-pedagógico.	P_7L_4		P_7L_4 $P_{12}L_3$	P_7L_4 $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$	P_7L_4 $P_{12}L_3$
3.7 Identificam-se alguns conceitos relevantes, mas sem quaisquer princípios ou teorias.	$P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$	P_7L_4			
3.8 Identificam-se alguns conceitos relevantes sem quaisquer teorias, e um dos princípios que se apresenta inicialmente é a asserção de valor que se pretende estabelecer com a atividade proposta.				P_9LB_2	
3.9 Identificam-se conceitos coerentes e pelo menos algum tipo de princípio de ordem conceitual ou metodológica em conformidade com a questão.	P_1LB_4				P_9LB_2
3.10 Identificam-se conceitos e teoria relevantes, sem quaisquer princípios.	P_7L_4		P_1LB_4 P_3L_3 P_7L_4	P_1LB_4	P_1LB_4
3.11 Identificam-se conceitos e princípios relevantes, sem quaisquer teorias.	P_5L_4 $P_{14}L_C$	P_5L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
3.12 Identificam-se conceitos, um princípio e teoria relevantes.			P_9LB_2 $P_{12}L_3$	$P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$	$P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$
3.13 Identificam-se conceitos, dois ou mais princípios e teoria relevante.					
Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	13	09	19	15	19
Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	≈17,4%	=12,0%	≈25,3%	=20,0%	≈25,3%
Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 3	75 (100%)				

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Um destaque a ser realizado entre as produções dessa **UCEp 3** é um dos registros de $P_{14}L_{c}$, sendo o único a mencionar *conceitos* relativos ao contexto pedagógico. Destacou "aprendizagem, embasamento matemático (pré-requisitos), metodologia de ensino, epistemologia didática do professor" ($P_{14}L_{c}$ em V1E2). Tal fato nos remete à **UREpE 3.6** em que identificamos oito registros de teorias referente à Formação Docente no contexto didático-pedagógico, a exemplo da "Teoria da Aprendizagem Significativa" e "Teoria dos Constructos pessoais de Kelly". Identificamos expressões como "Aprendizagem Realística" e "Educação Matemática Realística" tratadas como sendo teorias. No entanto, esclarecemos que o termo "Aprendizagem Realística" consiste em um dos conceitos da abordagem de ensino denominada "Educação Matemática Realística" (FERREIRA; BURIASCO, 2016). Embora essas expressões não sejam consideradas como uma teoria, consideramos promissor o fato de que os(as) participantes manifestaram reconhecer a relevância de aspectos didático-pedagógicos para o desenvolvimento de atividades matemáticas envolvendo noções de Cálculo Diferencial e Integral. Enfatizamos dificuldade similar de diferenciação entre terminologias envolvendo a estrutura do conhecimento científico também foi evidenciada no trabalho de Heerdt, *et al*., (2013. p.7), posto que "foi observada uma polissemia [...] do papel dos modelos científicos, [...] os professores fazem homologias entre modelos científicos e didáticos. Foi necessário (...) realizar uma diferenciação entre modelos didáticos, modelos mentais e modelos científicos".

Durante as análises desenvolvidas na **UCEp3** agrupamos 15 registros heurísticos, o que representa uma frequência relativa de 20% na **UREpE 3.4**, a qual refere-se à "Ausência de diferenciação entre teoria e conteúdo e/ou área específica de conhecimento". Exemplificamos essa situação com alguns fragmentos textuais extraídos das produções heurísticas relativas aos diagramas Vê(s), a saber: "Integral de uma função real de uma variável" (P_1LB_4 – V4E5); "Funções e Grandezas" (P_3L_3 – V4E5); "O estudo do Cálculo Diferencial e Integral" (P_5L_4 – V4E5); "Derivada de uma função real de uma variável" (P_1LB_4 – V5E5). Dessa forma, realçamos que "as teorias nos dão um quadro coerente dos fatos conhecidos, indicam como são organizados e estruturados, explicitam-nos, preveem-nos, fornecendo pontos de referência para a observação de novos fatos (BRUYNE, *el al.,* 1.991, p. 102).

Por outro lado, unitarizamos 17 registros heurísticos, número que representa uma frequência relativa aproximada de 23% na **UREp 3.11**, a qual identificamos que muitos participantes manifestaram conceitos e princípios relevantes, sem mencionar quaisquer teorias. Desse modo, entendemos que "compreender elementos relativos à NdC [...] torna possível ao professor refletir a respeito do que é Ciência, como se dá sua construção e qual seu papel na sociedade" (HEERDT, *el al.,* 2013, p.2).

Quanto ao termo heurístico "*princípios*" P_7L_4 registrou em quatro de seus cinco diagramas, exceto em V2E3, terminologias como "História da Matemática, Filosofia da Matemática, Teoria dos Conjuntos, Geometria" (P_7L_4 – V4E5). Uma hipótese a ser considerada é a intenção de P_7L_4 explicitar as áreas do conhecimento que se pode recorrer para buscar os princípios necessários, a fim de responder à questão-foco, sendo os mesmos reunidos em **URE$_P$ 3.5**. Por outro lado, tivemos um registro associado a "*princípios*" relacionando dificuldades de compreensão de Integral em decorrência de um tratamento pedagógico oposto aos desdobramentos históricos envolvendo a temática. Para P_9LB_2 a "*baixa aprovação na disciplina de Cálculo* ↳[75] *Construção da definição de integral a partir da ideia definida e não da ideia intuitiva*" (P_9LB_2 – V4E5). Tal participante ainda realizou essa reafirmação nesse mesmo Diagrama Vê, referindo-se que para a ideia de Integral deve ser considerada "a construção da definição a partir da intuição, do observável, para uma melhor sistematização do abstrato (teoria)".

Para exemplificar parte das unitarizações epistemológicas realizadas na UCEp3, reunimos no Quadro 70 alguns registros textuais polissêmicos em relação à diferenciação de terminologias relativas à Epistemologia da Ciência, tais como "Teoria" e "Princípio".

---

[75] Essa seta é similar ao registro manual realizado por P_9LB_2, com o intuito de expressar a causa da baixa aprovação no contexto referido.

Quadro 70 – Registros polissêmicos atribuídos aos termos “Teoria” e “Princípios”

TEORIA	PRINCÍPIOS
• Educação Matemática Realística (P_1LB_4 – V1E2) • Etnomatemática. (P_7L_4 – V1E2) • Limites; Derivadas e Integrais. (P_5L_4 – V2E3) • Gráfico de funções e cálculo de áreas. ($P_{12}L_3$ – V2E3) • Soma de Rieman ($P_{14}L_c$ – V2E3) • Derivada de uma função real de uma variável. (P_1LB_4 – V3E4) • Função, variáveis independente e dependente ($P_{10}L_3$ – V3E4) • Aprendizagem realística ($P_{12}L_3$ – V3E4) • O estudo do Cálculo Diferencial ($P_{13}L_4$ e $P_{14}L_c$ – V3E4) • Integral de uma função real de uma variável. • (P_1LB_4 – V4E5) • O estudo do Cálculo Diferencial e Integral (P_5L_4 – V4E5)	• Conjunto discreto (racionais); Conjunto contínuo (reais); Polinômios; Funções ($P_{10}L_3$ – V1E2) • Área de figuras planas; gráfico de função. (P_9LB_2 – V2E3) • História da Matemática, Filosofia da Matemática, Teoria de Conjuntos, Geometria. (P_7L_4 – V4E5)

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A polissemia dos termos “*teoria*” e “*princípio*” evidenciam a carência e/ou ausência de discussões a respeito da NdC no processo da Formação Docente em Matemática (BATISTA, 2007). A partir do Quadro 70 esclarecemos, por exemplo, que o termo “Educação Matemática Realística” diz respeito a uma abordagem de ensino que surgiu na Holanda tendo como seu precursor Hans Freudenthal (FERREIRA; BURIASCO, 2016). Por sua vez, “aprendizagem realística” pode ser considerada uma noção conceitual no contexto da “Educação Matemática Realística”. Em relação à “Etnomatemática” ainda não há um consenso entre os pesquisadores da área quanto a sua conceituação teórica. D’Ambrósio (2005) explica que a Etnomatemática pode ser entendida como um programa de pesquisa que busca compreender as diferentes formas que cada etnia, comunidade ou grupo cultural desenvolve a atividade de “fazer Matemática”, e tal proposta dialoga de forma intrínseca com História da Matemática. Em relação ao termo *princípio,* alguns fragmentos textuais exemplificaram citando “História da Matemática”, “Filosofia da Matemática”, “Geometria”, as quais se referem a grandes áreas do conhecimento.

A dificuldade de professores das áreas de Educação Científica e Matemática com aspectos relativos à construção científica do conhecimento relaciona-se ao fato de que na maioria dos cursos de licenciatura as discussões histórico-filosóficas da Ciência são ausente ou superficiais, ou de natureza descritiva e não crítico-reflexiva. Uma das áreas em que se percebe uma abordagem mais aproximada de temáticas da HFC é a Física, todavia ainda não reflete o desenvolvimento atual das pesquisas científicas na área (BATISTA, 2007). Nesse contexto, as investigações de Batista, Salvi e Lucas (2011) com enfoque na Formação Docente demonstram que:

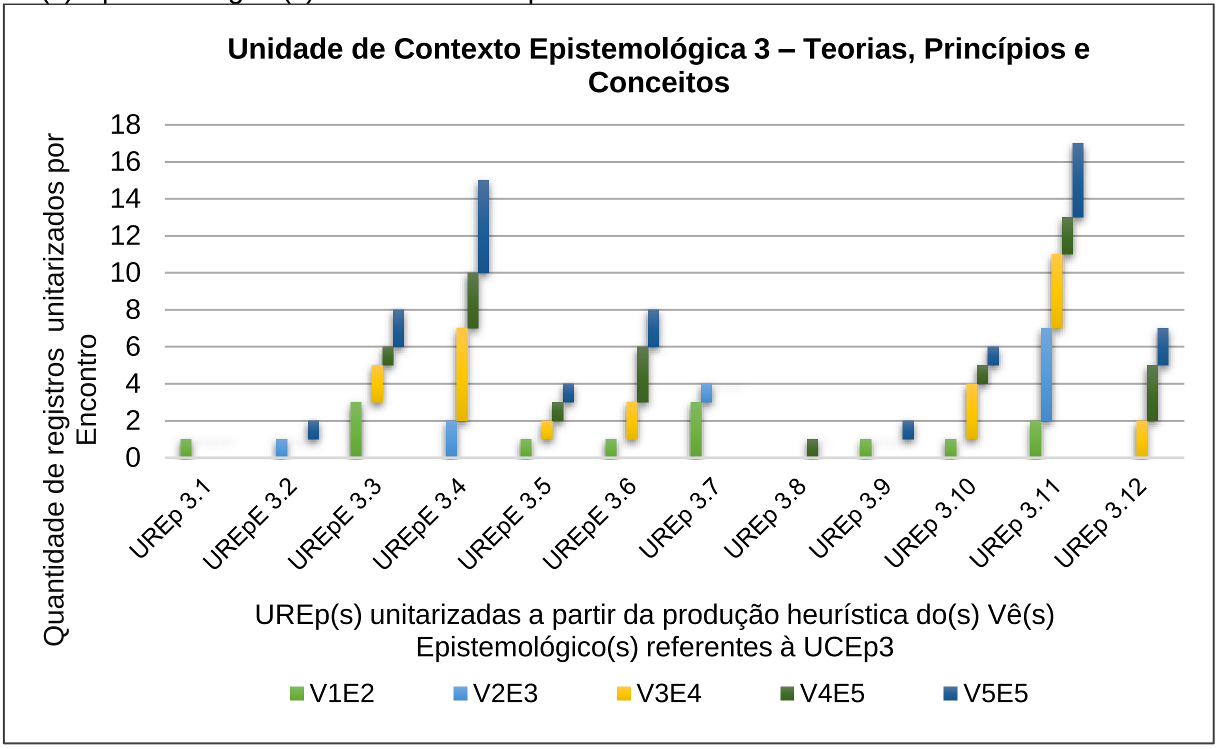
> [...] grande parte dos estudantes dos níveis de graduação e pós-graduação, atualmente, não consegue argumentar a respeito do que é uma teoria científica, a importância das teorias para os estudos científicos e poucos citam teorias fundamentais e seus respectivos desmembramentos nas suas áreas de conhecimento (BATISTA; SALVI; LUCAS, 2011, p.8-9).

Por outro lado, essa situação não é exclusiva no âmbito da Educação Científica e Matemática, uma vez que se mostra similar em áreas de Ciências Humanas. O trabalho de Rocha, *et.al.* (2013) envolvendo estudantes universitários das áreas de Geociências, História e Pedagogia corrobora com os resultados obtidos por BATISTA; SALVI; LUCAS, 2011. A pesquisa foi realizada com base na aplicação de uma abordagem de ensino Histórico-Filosófica da Ciência (HFC) com momentos interdisciplinares. Os resultados obtidos evidenciaram que a maioria "(...) de participantes demonstrou ter pouca familiaridade com os aportes da Epistemologia da Ciência no que se refere à construção do conhecimento científico, vinculados aos seus conteúdos de formação" (ROCHA *et.al,* 2013, p.7).

Nesta pesquisa, enfatizamos que esse grupo de participantes trabalhou pela primeira vez com o Diagrama Vê, e apesar dos esforços de ambas as partes (pesquisadora e participantes) tal processo de diferenciação dessas terminologias científicas requerem atividades e tempo para leituras específicas, a fim de oportunizar reflexões, discussões e sistematização do conhecimento. Além disso, de acordo com Batista (2007, p.265) esse cenário "implica em reformulações curriculares nos cursos de graduação e na atualização de professores em serviço. (...) tem que levar em conta que se trata de conhecimentos novos para os professores". Dessa forma, há necessidade de se construir abordagens didático-pedagógicas acompanhadas de instrumentos de avaliação que subsidiem a Formação Docente em Educação Científica e Matemática, com vistas a considerar a relevância das discussões da NdC para a atuação profissional. Consideramos esse fato como possibilidade emergente para realizar aprimoramentos futuros dessa AD, com o intuito de colaborar com esses aspectos educativos e formativos.

No Histograma 13, dispomos os registros das frequências absolutas obtidas no processo de unitarização da UREp(s) relativas à **UCEp3**.

Histograma 13 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp3



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Com base no Histograma 13, percebemos uma dispersão dos dados com uma discreta tendência de aglutinação das frequências absolutas para UREpE 3.4 (emergente) e UREp 3.11, fato que corrobora com as pesquisas desenvolvidas por (HEERDT, *et.al*., 2013; KIKICHI, *et al*., 2013; BATISTA, *et al*., 2015).

Com base nesses resultados, inferirmos que o Vê Epistemológico pode ser utilizado como estratégia didático-pedagógica para colaborar no processo de aprendizagem dos(as) estudantes, e clarificar os objetivos de práticas docentes. Sendo assim, pode ser adotado como recurso avaliativo ou para construir reflexões a respeito do metaconhecimento, pois engloba as perspectivas do modo de produção do conhecimento científico e consequentemente a natureza da aprendizagem. É relevante ressaltar que a construção de novas bases de conhecimento advém de processos de aprendizagem que exploram relações entre ideias, conceitos e teorias. Esse entrelaçamento heurístico permite a busca por similaridades, diferenças, contradições, inconsistências; condições essas que oportunizam a ocorrência da aprendizagem significativa. O diagrama Vê se mostra como um instrumento que possibilita “a interação existente entre o que já se conhecem e os novos conhecimentos que estão a produzir e que pretendem compreender” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.73). Esse processo de reconhecimento inicialmente idiossincrático do(a) aprendiz contribui para que se entenda os mecanismos teórico-metodológicos que sustentam a construção e a produção do conhecimento científico.

6.3.1.4 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp4 – Registros e Transformações

A **UCEp4** aborda as expressões escritas relacionadas aos **“Registros e transformações”**. Para Novak (2000) “as transformações de registros que o ser humano faz devem ser orientadas pelos seus conceitos, princípios e teorias” (p.90). Desse modo, a conexão entre esses elementos heurísticos nos possibilita identificar se houve ou não coerência cognitiva, por exemplo, entre o conceito apresentado e o registro ou transformação realizada. Os registros escritos dessas interações epistemológicas podem evidenciar indícios de compreensão da temática discutida, assim como explicitar considerações que foram utilizadas para a atribuição de significado ou asserção de conhecimento.

O diagrama Vê funciona como um “mapa pedagógico” que permite ao docente identificar “nós de incompreensão”, “desatar dúvidas” e propor novas atividades. Além disso, demonstra indícios que revelam focos de atenção discente durante o processo de ensino e de aprendizagem. Por exemplo, no Encontro 2 foi discutido ideias que fundamentaram bases matemáticas para o Cálculo Diferencial e Integral. Como uma possível transformação, poderíamos esperar fragmentos textuais abordando aspectos históricos ou marcos científicos que contribuíram para o reconhecimento do Cálculo como uma área específica da Matemática, tal qual temos na Geometria ou na Álgebra. No entanto, um dos registros obtidos explicitou como transformação o “diálogo utilizando uma dinâmica de apresentação com objetivos diferentes para cada grupo” ($P_{14}L_{C}$ – V1E2). Diante dessa declaração, nos colocamos a refletir o porquê o diálogo acrescido da dinâmica de apresentação foi considerado tão relevante para $P_{14}L_C$. Uma das hipóteses se refere ao fato de que normalmente as aulas que envolvem o Cálculo não exploram práticas pedagógicas diferentes para instigar o processo de aprendizagem (SILVA, 2002; REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; MEDEIROS, 2005). No Quadro 71 reunimos as unitarizações realizadas das UREp(s) para a **UCEp4**.

Quadro 71 – Registros e Transformações – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp4

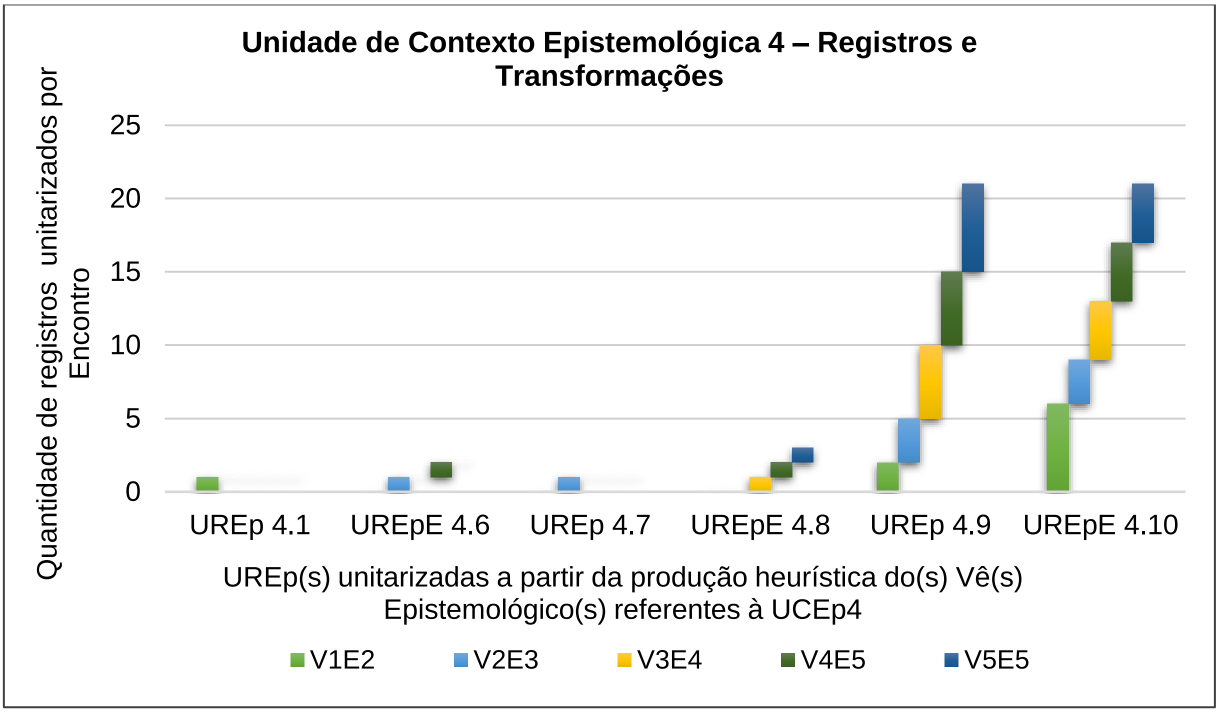
(UCEp 4) Unidade de Contexto Epistemológica 4 – Registros e transformações					
Unidade de Registro Epistemológica (URE_P)	**Análise Epistemológica**				
	$V1E_2$	**$V2E_3$**	**$V3E_4$**	**$V4E_5$**	**$V5E_5$**
4.1 Não se identificam quaisquer registros ou transformações.	P_1LB_4				
4.2 Identificam-se registros, mas são inconsistentes com a questão foco ou com o evento principal.					
4.3 Identificam-se transformações, mas são inconsistentes com a questão foco ou com o evento principal.					
4.4 Identificam transformações coerentes com a questão foco ou com o evento principal, porém sem a utilização de registros.					
4.5 Identificam transformações incoerentes com a questão foco ou com o evento principal, e não há utilização de registros.					
4.6* (UREpE) Identificam registros e/ou transformações coerentes com a temática da questão foco e/ou evento principal, com uso de linguagem científica imprecisa.		$P_{12}L_3$		$P_{12}L_3$	
4.7 Identificam registros relevantes para o evento principal, as transformações são inconsistentes com o propósito da questão foco.		P_9LB_2			
4.8* (UREpE) Identificam registros relevantes para o evento principal com ausência de transformações.			P_9LB_2	P_7L_4	P_7L_4
4.9 Identificam registros e transformações relevantes e coerentes com a questão foco e o evento principal.	$P_{10}L_3$	P_5L_4 P_7L_4 $P_{10}L_3$	P_1LB_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$	P_1LB_4 P_3L_3 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$	P_1LB_4 P_3L_3 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$
4.10* (UREpE) Identificam registros e/ou transformações referentes ao contexto didático-epistemológico discutidos ao longo da aplicação da Abordagem Didática, coerentes com a questão foco e/ou evento principal.	P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 P_9LB_2 $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 P_9LB_2 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	08	08	10	11	11
Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	≈16,6%	≈16,6%	≈20,8%	≈23,0%	≈23,0%
Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 4	48 (100%)				

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Destacamos que houve manifestação de coerência teórico-metodológica com indícios de reconciliação integrativa, porque obtivemos registros de reconhecimento entre similaridades e diferenças com enfoque no tema discutido, a exemplo da concentração de unitarizações agrupadas na **URE$_p$ 4.9** e **UREpE 4.10**. A **URE$_p$ 4.9** trata de reunir registros e transformações relevantes e coerentes com a questão foco e o evento principal; enquanto que a **UREpE 4.10** agrupa registros e/ou transformações referentes ao contexto didático-epistemológico discutidos ao longo da aplicação da Abordagem Didática, coerentes com a questão foco e/ou evento principal.

A seguir, expressamos a quantidade de unitarizações dos registros referentes às frequências absolutas identificadas durante as análises das UREp(s) relativas à **UCEp4** no Histograma 14.

Histograma 14 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp4



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

A partir do Histograma 14, destacamos a convergência de ideias das produções heurísticas em torno da **UREp 4.9** e da **UREpE 4.10**. Consideramos esse resultado como fruto das relações estabelecidas com o objetivo principal da **UCEp 4**. Dessa forma, os(as) participantes demonstraram a identificação de registros linguísticos com multiplicidade de representações escritas (verbal, numérica, algébrica, gráfica), em consonância com a questão-foco discutida em cada Diagrama Vê. Esse fato explicita indícios da existência de ocorrência de grau de diferenciação e reconciliação entre os conhecimentos prévios e os posteriores, na estrutura cognitiva desse grupo de participantes. Portanto, as análises das unitarizações das produções heurísticas para a **UCEp 4** sinalizaram que foram atingidas as expectativas pedagógicas, uma vez que "a finalidade da transformação dos registros é a organização das nossas observações de modo a que nos permita construir respostas à nossa questão central" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.77).

6.3.1.5 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp5 – Asserções de Conhecimento

A **UCEp 5** enfoca as análises referentes às **"Asserções de Conhecimento"**, caracterizadas como declarações afirmativas e objetivas que buscam responder à questão foco investigada, por meio do estabelecimento de um evento principal.

Um dos destaques dessa unidade epistemológica são as produções de P_1LB_4 e $P_{10}L_3$. As asserções de conhecimento registradas por P_1LB_4 conduzem a novas questões de investigação, fato ocorrido nos três últimos "Vê(s)". P_1LB_4 não pode comparecer no Encontro 3. Por outro lado, $P_{10}L_3$ expressou desde o V1 (primeiro diagrama) asserções de conhecimento.

Uma característica recorrente na elaboração heurística do V1 foi a ausência de asserção de conhecimento, situação identificada em quatro diagramas unitarizados e classificados na **URE_P 5.1**, sendo esses relativos às produções de P_5L_4, P_7L_4, P_9LB_2, $P_{13}L_4$. Esse resultado demonstra a não familiarização com o uso do Vê Epistemológico, situação que consideramos natural e esperada, uma vez que os(as) participantes não tinham conhecimentos prévios a respeito desse recurso heurístico.

Ainda, para o V1 tivemos três registros produzidos por $P1LB_4$, $P_{12}L_3$ e $P_{14}L_C$ agrupados na **URE_P 5.2**, porque a asserção de conhecimento não estava relacionada com a questão-foco de pesquisa. Com exceção das produções de P_7L_4 para o V2E3 unitarizado em **URE_P 5.1,** e de P_1LB_4 já mencionada, todas as demais produções a partir do segundo "Vê" (V2) foram unitarizadas e agrupadas em **URE_P 5.5**, o que totalizam 29 diagramas Vê(s). A frequência relativa ultrapassa o percentual de 80% das produções reunidas nas **UREP 5.5 e 5.6**. Tal resultado demonstra compromisso e responsabilidade que cada participante assumiu com a própria aprendizagem. Nessa perspectiva, salientamos um dos princípios norteadores da TAS, conforme Novak e Gowin (1984, p. 36, destaque nosso) "*a aprendizagem é uma actividade que não pode ser compartilhada*; é, sim, uma questão de responsabilidade individual". Em contrapartida, "os significados podem ser compartilhados, discutidos, negociados e sujeitos a consenso"; reflexões essas que propomos durante o curso de extensão, por meio da aplicação da Abordagem Didática "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática". No Quadro 72 apresentamos as unitarizações realizadas para as UREp(s) da **UCEp5**.

Quadro 72 – Asserções de Conhecimento – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp5

(UCEp) Unidade de Contexto Epistemológica 5 – Asserções de Conhecimento					
Unidade de Registro Epistemológica (UREP)	**Análise Epistemológica**				
	V1E$_2$	**V2E$_3$**	**V3E$_4$**	**V4E$_5$**	**V5E$_5$**
5.1 Não se identifica nenhuma asserção de conhecimento.	P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{13}L_4$	P_7L_4			
5.2 A asserção de conhecimento não está relacionada com a questão foco de pesquisa.	P_1LB_4 $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$				
5.3 A asserção de conhecimento inclui um conceito utilizado num contexto impróprio.					
5.4 A asserção de conhecimento inclui uma generalização inconsistente com os registros e as transformações apresentadas.					
5.5 A asserção de conhecimento inclui os conceitos da questão foco e deriva de registros e/ou transformações realizados.		P_5L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
5.6 A asserção de conhecimento inclui os conceitos da questão foco, deriva dos registros e transformações realizados, e ainda conduz a uma nova questão foco.	$P_{10}L_3$		P_1LB_4	P_1LB_4	P_1LB_4
Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	08	06	09	09	09
Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	≈19,51%	≈14,64%	≈21,95%	≈21,95%	≈21,95%
Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 5	41 (100%)				

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

As análises da produção heurística de 41 (quarente e um) Diagramas Vê(s) para **UCEp 5** demonstraram seis atribuições de significados para o processo de integração de uma função de uma variável real em um intervalo definido. Essas asserções de conhecimento corroboram com os fragmentos textuais unitarizados a partir dos questionários prévio e posterior. Esse resultado da pesquisa permite inferir que o Vê de Gowin funcionou de modo adequado como instrumento avaliativo processual, e trouxe informações relevantes que demonstram a coerência teórico-metodológica do processo de investigação empírica.

Os significados atribuídos foram os seguintes: 1) a ideia de taxa de variação para grandezas físicas dependendo do fenômeno observado; 2) a noção conceitual de integração utilizada em cálculo de área para diferentes figuras geométricas; 3) integração como instrumento matemático para a realização de cálculo de volume; 4) cálculo de área de uma região plana delimitada por uma curva, note que há uma diferença em relação ao segundo significado, 5) processo de integração associado como limite de uma função, e 6) a integral relacionada à Soma de Riemann.

"Integral é a área abaixo da função f, no intervalo [a, b]. Entretanto, a área <u>pode ter várias interpretações</u>. Pode ser simplesmente a área, pode ser a velocidade de algo, <u>se</u> nossas variáveis forem espaço e tempo, pode ser a aceleração, <u>se</u> as variáveis forem velocidade e tempo etc. (P_1LB_4 – V4E5, destaque nosso). A expressão "pode ter várias interpretações" vincula perspectiva reflexiva e instiga novos questionamentos. O uso recursivo da partícula "se" permite delimitar contextos de investigação exteriores à Matemática, e nesse caso específico houve associação com fenômenos físicos. Esse fato repercute o âmbito epistemológico das primeiras experiências de Sir Isaac Newton envolvendo ideias do Cálculo Diferencial e Integral citado em Rezende (2003). Essa asserção de conhecimento de P_1LB_4 apresenta indícios de aprendizagem significativa, pois é possível reconhecer processo de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, pois o cálculo da integral de uma função, conforme o domínio estabelecido, pode ser usado como recurso metodológico tanto para questões de caráter matemático quanto situações que envolvem a análise de fenômenos em Ciências Naturais.

Por outro lado, enquanto a ideia geral de P_1LB_4 remete a noção de variação de grandezas, para P_3L_3 integrar uma função pode significar "uma maneira diferente da usual para o cálculo de áreas para as mais diversas figuras" (V4E5). Podemos associar esse pensamento com as primeiras tentativas de matemáticos gregos para calcular áreas de figuras circulares baseadas no método da exaustão (BOYER, 1992). Hodiernamente, os conhecimentos de processos de integração possibilitam "calcular a área de uma região plana curva, não regular, de maneira a aproximar cada vez mais do real, [...], através da soma das áreas dos retângulos em que a região foi dividida" (P_7L_4 – V4E5).

A construção do V4E5 de P_7L_4 amplia o espectro de possibilidades geométricas envolvidas no fato de integrar uma função, e destaca que um dos princípios para a compreensão desse processo matemáticos consiste no "estudo de cálculo de áreas e volumes".

Uma das produções heurísticas faz referência ao recurso metodológico conhecido por "Soma de Riemann" em homenagem ao matemático que desenvolveu esse estudo. Para P_9LB_2 o processo de derivar uma função pode ser compreendido com "a soma de área de infinitos retângulos com mínima dimensão de largura e altura f (x) que preenchem a área entre a função e o eixo de referência no intervalo [a, b]" (P_9LB_2 – V4E5).

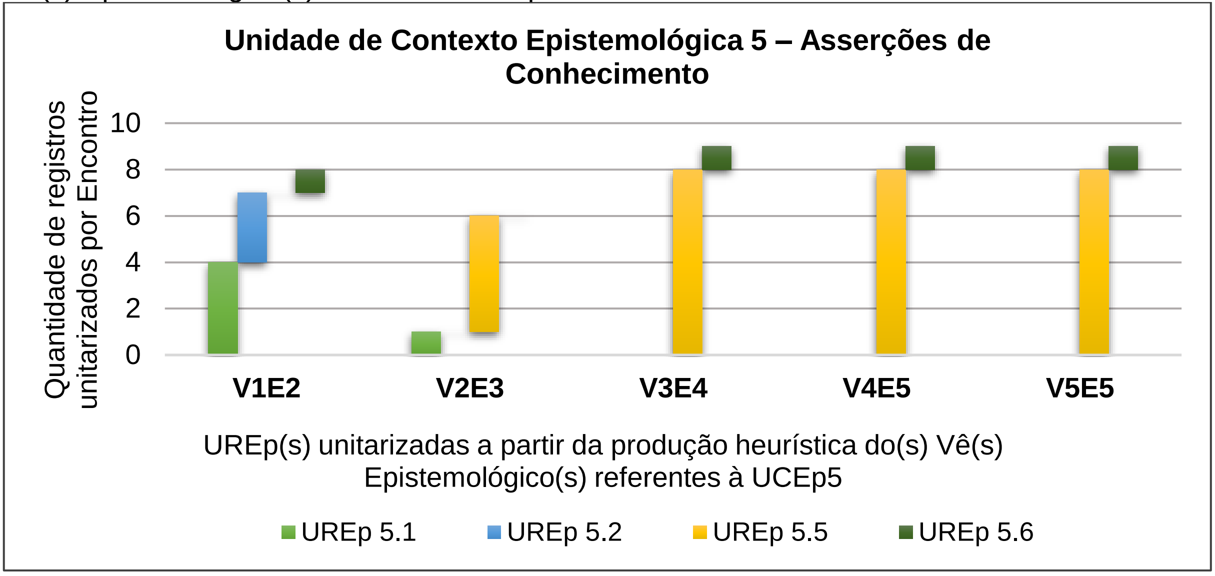
As asserções de conhecimento obtidas para a derivação de uma função de variável real expressam o significado desse processo como sendo o valor que representa a taxa de variação de um fenômeno associado a duas grandezas. Para alguns foi uma novidade a compreensão dessa ideia, constituindo como satisfação pessoal de aprendizagem.

Desse modo, derivar uma função, "significa encontrar a taxa de variação da função f no intervalo [a, b]. Também podemos entender como a inclinação da reta tangente a um ponto da função f, <u>mas esta não é a ideia central por trás do significado</u>. (P_1LB_4 – V5E5, destaque nosso). O modo de expressão de P_1LB_4 instiga-nos a questionar: "então, qual é a ideia principal que fundamenta o significado do processo de derivar uma função"? Vejamos, a escrita de P_1LB_4 oportuniza a continuidade de um diálogo de aprendizagem. A informação é apresentada de modo a possibilitar a elaboração de novos questionamentos.

Um dos fragmentos textuais menciona o aspecto histórico da Ciência como oportunidade para investigar situações que demandam esses conhecimentos, pois, segundo o entendimento de $P_{10}L_3$ "a partir do conhecimento histórico do Cálculo é possível identificar exercícios significativos de <u>como aplicar a derivada no mundo real</u> e não como apenas coeficiente angular, mas como taxa de variação" ($P_{10}L_3$ – V5E5, grifo nosso). Esse registro corrobora Fourez (2003), pelo motivo de os (as) jovens buscarem compreender o sentido associado ao significado de temáticas científicas apresentadas em contextos educacionais. Para isso, utilizam muitas de perguntas, fato que pode constranger profissionais que tiveram sua formação voltada para uma perspectiva tecnicista em detrimento de uma experiência acadêmica que fomenta reflexões e propõe discussões.

Com o intuito de promover a visualização de natureza quantitativa das análises das asserções de conhecimento realizadas nesta seção, apresentamos os registros das frequências absolutas obtidas no processo de unitarização das UREp(s) relativas à **UCEp5** no Histograma 15.

Histograma 15 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp5



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Com base no Histograma 15 podemos observar uma tendência de concentração das unitarizações agrupadas na **UREp 5.5,** a qual engloba fragmentos textuais relativos às asserções de conhecimento com a inclusão de conceitos científicos congruentes à questão-foco, provenientes de transformações e/ou registros realizados. Nesse sentido, visualmente percebemos o aumento dos registros na UREp **5.5** a partir da construção do segundo Diagrama Vê. Dessa forma, entendemos que a utilização de organizadores prévios colaborou para que os(as) participantes compreendessem a estrutura heurística do Vê de Gowin. No entanto, enfatizamos que essa estratégia gerou êxito, porque o grupo de participantes demonstrou disposição em aprender, fato evidenciado pela realização das leituras e os estudos recomendados para o Encontro 2[76].

Os resultados obtidos, nesta pesquisa, mediante as análises heurísticas da **UCEp5** evidenciam que as asserções de conhecimento foram construídas de forma consciente com o intuito de fornecer respostas para a questão-foco, baseadas no consenso científico atual.

As reflexões e interpretações construídas, a partir do conjunto de atividades desenvolvidas na AD, possibilitaram aos participantes a elaboração de afirmações compatíveis e em conformidade com os questionamentos propostos desta investigação. Portanto, concordamos que o valor educacional do Vê Epistemológico "[...] exige que os alunos reconheçam a nova informação utilizando aquilo que eles já sabem, um processo que é criativo e idiossincrásico e que requer que a compreensão se expresse através de uma variedade de formas de pensar e agir (NOVAK; GOWIN, p.127). A partir desses pressupostos da TAS, durante os momentos de elaboração das reflexões foi necessário que os(as) participantes revisitassem a questão-foco de estudo, pensassem e estabelecessem relações entre os eventos e os conceitos, para que assim fosse possível organizar de forma lógica os registros (dados) e, por conseguinte, planejar e implementar as transformações, visando à resolução da questão proposta para o estudo.

A complexidade envolvida nessa trama do processo cognitivo requer igualmente o uso de linguagem e manipulações simbólicas adequadas, uma vez que a comunicação desempenha um papel fundamental para a negociação e partilha de significados, relativos à construção e sistematização do conhecimento científico. Ao término da realização dessas atividades, inicia-se uma outra etapa da aprendizagem, isto é, articular as ideais aos fatos de forma consciente a fim de sistematizar o reconhecimento entre similaridades e diferenças, com enfoque no tema discutido.

A partir desse percurso cognitivo, trilhado pelos(as) participantes desta pesquisa, as análises epistemológicas desenvolvidas, com base na adoção do Vê de Gowin, revelaram indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, por meio da identificação de processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. De acordo com essa perspectiva recursiva, envolvendo a construção de processos de aprendizagem significativa, entendemos que a produção das asserções

[76] Para mais informações, consultar seção 5.3 deste trabalho.

de conhecimentos pelos(as) participantes corroboraram para explicitar aspectos epistemológicos e pedagógicos, relacionando ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática.

6.3.1.6 Unitarização Heurística dos Dados relativos à UCEp6 – Asserções de Valor

Para a **UCEp 6** reunimos e unitarizamos os registros heurísticos relacionados às **"Asserções de Valor"** elaborados ao longo da produção dos 41 Diagramas Vê (s). Destacamos que a maioria dos fenômenos de interesse humano carregam muitas asserções de valor relevantes, coerentes e com potencial de convencimento ao aspecto que se queira enfatizar.

Nesse contexto, enfatizamos que "os significados são construções sociais que nos permitem por um lado exercer a nossa capacidade de inferência, autocompreensão e actuação racional, e, por outro lado, unir as ideias e relacionar as partes com o todo" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.126). Refletir a respeito das múltiplas faces de uma mesma questão e ponderar consequências de uma decisão a ser tomada faz parte do processo de construção do conhecimento científico. Desse modo, a ausência dessa discussão no processo formação docente pode ser caracterizada como uma omissão pedagógica inadmissível.

As análises realizadas da **UCEp 6** demostraram que os(as) participantes superaram expectativas iniciais da investigação. No processo de elaboração prévia das unidades epistemológicas foram consideradas situações que remetessem ao conhecimento científico em questão, relacionando ideias fundamentais do Cálculo e noções de significados atribuídas aos processos de derivação e integração. No entanto, muitos registros heurísticos elaboraram asserções de valor quanto ao caráter pedagógico da questão. É relevante destacar que durante a construção desses diagramas não foi realizada orientações para contemplar tais aspectos.

A elaboração dos Diagramas Vê(s) se deu de modo individual, ao término do momento da roda de discussão, e os (as) participantes, de modo geral, demonstravam concentração nessa etapa, e os ruídos eram praticamente inexistentes. Isso emergiu, assim entendemos, da estrutura teórico-metodológica da AD que favoreceu o desenvolvimento dessas inter-relações entre os (as) participantes do Curso de Extensão. De igual modo, ressaltamos que nos registros escritos dos questionários essas conexões didático-pedagógicas não foram encontradas. Desse modo, compreendemos que o Vê Epistemológico contribuiu para a expansão de relações cognitivas e instigou reflexões com manifestação de indícios de aprendizagem significativa entre os membros participantes. Registramos expressões de muitas dúvidas, especialmente nos dois primeiros encontros.

No entanto, nada nos fora perguntado a respeito de se registrar asserções valorativas de caráter pedagógico articuladas ao Vê de Gowin. Sendo assim, consideramos esse resultado inédito, uma vez que nenhuma das questões norteadoras para a formulação do Vê Epistemológico explicitava perguntas objetivas com aspectos relativos à Formação Docente em Matemática. Não obstante, nem na elaboração da AD cogitamos a possibilidade de incluir uma situação similar à que ocorreu. Durante o planejamento e a aplicação da AD tínhamos como foco o Diagrama Vê como instrumento processual avaliativo para colaborar na compreensão da construção do conhecimento, e acompanhar o desenvolvimento dos indícios de aprendizagens associados às temáticas discutidas no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral.

Diante dos resultados que identificamos nas análises desmembramos as asserções de valor em duas perspectivas: na UREpE 6.4 agrupamos os registros heurísticos envolvendo ideias matemáticas específicas, e na UREpE 6.5, fragmentos heurísticos que evidenciam asserções didático-pedagógicas.

Dentre os 44 registros heurísticos agrupados nessas UREpE (s), obtivemos 19 fragmentos específicos de asserções de valor matemático, 15 registros específicos referentes a asserções didático-pedagógicas, e 10 registros que contemplaram tanto asserções de valor no âmbito matemático quanto didático–pedagógico. Após essa unitarização inicial, fizemos uma análise complementar para identificar o tipo de valor declarado, o qual poderia expressar caráter instrumental, intrínseco, comparativo, decisivo ou ideal.

A seguir, no Quadro 73 agrupamos as unitarizações desenvolvidas para as UREp(s) referentes à **UCEp 6**.

Quadro 73 – Asserções de Valor – Unitarizações heurísticas oriundas do acervo dos Diagramas Vês produzidos durante a investigação empírica da aplicação da AD: UREp(s) da UCEp6

(UCEp) Unidade de Contexto Epistemológica 6 – Asserções de Valor[77]					
Unidade de Registro Epistemológica (URE_P)	**Análise Epistemológica**				
	$V1E_2$	**$V2E_3$**	**$V3E_4$**	**$V4E_5$**	**$V5E_5$**
6.1 Não se identifica nenhuma asserção de valor.			P_3L_3		
6.2 Não é possível identificar a tipologia da asserção de valor, conforme critérios heurísticos considerados.					
6.3 A asserção de valor não está relacionada com a questão foco de pesquisa.			$P_{13}L_4$		
6.4* (UREpE) A asserção de valor está relacionada com a questão foco envolvendo ideias matemáticas específicas.	P_9LB_2 $P_{10}L_3$	P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$	P_1LB_4 P_3L_3 P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{12}L_3$
6.5* (UREpE) A asserção de valor está relacionada com a questão foco numa perspectiva didático-pedagógica.	P_1LB_4 P_5L_4 P_7L_4 $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 $P_{12}L_3$ P_7L_4	P_5L_4 P_7L_4 $P_{14}L_C$	$P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$
6.6 Identifica-se asserção de valor instrumental. * X é bom para Y.	P_5L_4 P_7L_4 $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$		P_1LB_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$	P_5L_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$ $P_{13}L_4$ $P_{14}L_C$	P_3L_3 P_7L_4 $P_{10}L_3$ $P_{14}L_C$
6.7 Identifica-se asserção de valor intrínseco. * X é bom em si mesmo.	P_1LB_4 P_9LB_2 $P_{12}L_3$ $P_{14}L_C$	P_7L_4 P_9LB_2 $P_{10}L_3$	P_7L_4 $P_{12}L_3$	P_1LB_4 P_3L_3 P_7L_4 $P_{10}L_3$	P_1LB_4 P_7L_4 P_9LB_2 $P_{12}L_3$
6.8 Identifica-se asserção de valor comparativo. * X é melhor do que Y.			P_7L_4 $P_{14}L_C$	$P_{14}L_C$	P_9LB_2 $P_{12}L_3$ $P_{13}L_4$
6.9 Identifica-se asserção de valor de decisão. *A opção da escolha é por X.	$P_{14}L_C$			$P_{12}L_3$	
6.10 Identifica-se asserção de valor ideal. *X é tão bom quanto pode ser, ou pode ser ainda melhor.				P_9LB_2	
Total de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	17	09	19	22	23
Frequência relativa de registros epistemológicos unitarizados por Encontro	≈19%	≈10%	≈21,1%	≈24,4%	≈25,5%
Total de registros epistemológicos unitarizados na UCEp 6	90				

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

[77] Declarações baseadas em afirmações de conhecimento que explicitam o valor da investigação.

A seguir apresentamos alguns exemplares de registros heurísticos obtidos para a **UCEp 6** dialogando com alguns dos referenciais teóricos adotados nesta pesquisa. Uma das evidências de aprendizagem perceptíveis, por meio da análise da produção de um Diagrama Vê consiste em identificar se há registros de novas questões, indício de continuidade da produção do conhecimento científico. Afinal, são as perguntas que movem as investigações. A produção de P_1LB_4 em V4E5 reconhece a relevância de compreender o significado do conceito de integral como meio para entender a potencialidade dos cálculos. Dessa forma, apresenta duas questões para serem refletidas durante os procedimentos operatórios: “Qual o significado do cálculo? Por que a integral resultou em um número negativo, sendo que não temos área negativa” (V4E5 – Asserção de valor)? Essas questões colaboraram para que estudantes iniciantes sejam instigados a associar técnicas e procedimentos matemáticos correlacionados a uma rede de significados, e assim construir a base de seu repertório cognitivo e formativo.

Nesse sentido, ideias expressas por P_5L_4 valorizam os recursos matemáticos oriundos do estudo do Cálculo Diferencial e Integral como instrumento de colaboração social, uma vez que permitiram o desenvolvimento de várias áreas de conhecimento. Um dos fragmentos textuais da produção de P_7L_4 em V4E5 manifesta dois tipos de asserção de valor a respeito do processo de integração no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral, sendo a primeira de caráter instrumental explicitando uma preocupação didática, reforçado pela palavra “para” denotando a finalidade, isto é, a que serve; e a segunda, uma perspectiva intrínseca se referindo a essência histórica, relativa ao próprio contexto matemático “ é inclusive [...] ideia geradora do Cálculo”. Tal fragmento textual expressa: “[...] saber o <u>significado de integrar</u> é de extrema importância <u>para</u> um estudante de Matemática, pois trata-se de uma das ideias fundamentais, e é inclusive historicamente a <u>ideia geradora do Cálculo</u>” (P_7L_4 – V4E5, grifo nosso).

Stewart e Tall (2015) orientam que ao estudar fundamentos da Matemática se deve considerar a preparação prévia para se familiarizar com as novas ideias de forma gradativa, em vez de começar a partir da definição formal. À medida que vamos construindo a articulando repertórios de conhecimento, o entendimento de uma ideia pode ir tornando-se sofisticado. Dessa forma, podemos atingir um estágio cognitivo em que a definição formal que nos parecia vaga seja formulada em uma linguagem precisa e rigorosa. A própria estrutura do conhecimento científico provoca reflexões para a articulação desse pensamento abstrato. As ideias desses pesquisadores alinham-se com as observações empíricas manifestadas em registros heurísticos de P_9LB_2, uma vez que “ao trabalharmos com este conteúdo *[refere-se à Derivada]* de forma intuitiva, evoluindo-o gradativamente criamos um maior significado do mesmo, ampliando o seu conceito de maneira dinâmica. Assim, o aluno além de ter melhor compreensão do mesmo, consegue usar essa ferramenta matemática de forma mais maleável” (P_9LB_2 – V5E5, grifo nosso).

Para $P_{14}L_c$ “ideias de derivada pode ser trabalhada sem a rigorosidade teórica do Ensino Superior” ($P_{14}L_C$ – V3E4). Neste fragmento consideramos implícita a ideia de comparação, “sem rigorosidade” implica que há tratamentos rigorosos. Não se trata de abolir o rigor, e sim de apresentar a ideia “do procedimento” nos primeiros momentos sem excesso de formalismo teórico. Nesse sentido, Poincaré (1904) já explicita o valor educativo da prática relacionada a reflexão rumo a ideia para o desenvolvimento de uma Didática específica voltada à Matemática. Para Poincaré (1904) o exercício docente demonstra quando nós, professores (as), somos instigados a retroceder em conteúdos matemáticos. Ensinar algo que não satisfaz por completo ao professor (a) sem dúvida é laborioso. No entanto, Poincaré adverte que a satisfação docente não é o único objetivo do ensino. A sugestão apresentada por esse matemático é de que primeiro se deve preocupar com o ‘espírito do estudante’. Em termos da TAS isso se refere aos indícios de conhecimentos prévios que já se manifestam na estrutura cognitiva do (a) aprendiz, e depois respeitando a hierarquia da produção do conhecimento científico, organizar situações favoráveis à aprendizagem almejada. Dessa forma, associamos o registro heurístico de P_9LB_2 que denota esse valor educativo comparativo, uma vez que “a percepção do aluno em relação aos conceitos mais básicos como retângulos, soma de área e relações entre variáveis dá-lhe uma maior gama de significados para o conceito de integral, além de ajudá-lo a sistematizar melhor estes conteúdos” (P_9LB_2 – V4E5, grifo nosso).

A decisão da prática pedagógica em Matemática deve contemplar uma abordagem que se inicia com aspectos gerais e relacionáveis e aos poucos progrida para a estrutura mais complexa do conhecimento (AUSUBEL 2003, STEWART; TALL, 2015). Com base nisso, alguns registros heurísticos elaboraram asserções de valor correlacionando dificuldades matemáticas enfrentadas em decorrência de situações desencadeadas pela ausência de conhecimentos prévios. O registro de $P_{12}L_3$ ilustra essa ideia, pois “percebemos a dificuldade dos alunos em calcular uma integral simples ou mais complexa, o principal motivo acredito que seja por faltar a estruturação da base, dos conteúdos básicos [...] construir do básico para o complexo" ($P_{12}L_3$ – V4E5, grifo nosso). Além disso, ressaltamos que nesse mesmo Vê Epistemológico $P_{12}L_3$ manifesta a hipótese que essa situação pode ter origem em práticas docente, porque "os professores do Ensino Superior assumem desde o início que todos os alunos já sabem a matéria básica" ($P_{12}L_3$ – V4E5). Nesse sentido, faremos *duas ressalvas*, *primeiro* para o (a) docente que exerce seu ofício na universidade é esperado que os (as) estudantes cheguem com essa lição já compreendida. No entanto, é de amplo conhecimento que a sociedade brasileira ainda enfrenta e convive com muitas desigualdades sociais, e nem todos (as) estudantes que obtém o acesso à universidade desfrutou de uma formação secundarista adequada ao desenvolvimento de competências cognitivas requeridas por disciplinas universitárias. Nesse caso, a sugestão deve permear a ponderação, porque em *segundo lugar* não são todos os professores que agem considerando que os conhecimentos prévios esperados já estejam consolidados pelos (as) estudantes, e de igual modo, não são todos (as) estudantes que possuem dificuldades em conteúdos básicos. Assim, uma possível saída para equilibrar esse jogo de interesses acadêmicos consiste na promoção de atividades de formação complementar aos estudantes que apresentam necessidade. A USP, com Programa E-Cálculo em 2000, e a UFRGS, com o Programa Pró-Cálculo em 2002, são instituições pioneiras no Brasil no que se refere à oferta de complementos curriculares para subsidiar a formação de estudantes que estão iniciando a trajetória universitária, e em específico para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Em prosseguimento com as análises, identificamos asserções de valor instrumental e intrínseco relacionadas à conhecimentos e noções iniciais de Cálculo. Por exemplo, $P_{10}L_3$ realiza um registro heurístico alinhado com o desenvolvimento histórico do Cálculo. Desse modo, afirma que "a partir do conhecimento do Cálculo Integral é possível achar a área de diversas regiões, além disso conhecer a origem do Cálculo que de forma equivocada é relacionada com o limite" ($P_{10}L_3$ – V4E5, grifo nosso). O fragmento "*conhecer a origem do Cálculo que de forma equivocada é relacionada com o limite*" para essa pesquisa é de elevado valor educativo, pois encontra fundamento em referenciais teóricos, por exemplo, Rezende (2003), utilizado durante as atividades presenciais da AD. Além disso, Artigue (1995) descreve o entendimento de Poincaré a respeito dessa questão, em que vincula a origem da integral em termos hodiernos a partir de estudos de Newton, e por conseguinte, na época de Newton a ideia de limite tal como apresentada de modo contemporâneo não existia.

Nesse contexto, $P_{13}L_4$ relaciona a contribuição de noções do Cálculo Diferencial e Integral para a formação docente, explicando que "[...] discussões sobre integral e buscando alternativas que visam melhorar a nossa compreensão para então elevar a nossa didática" ($P_{13}L_4$ – V4E5).

Em complemento ao aprimoramento da prática didática, o registro de $P_{12}L_3$ evidencia a forma clássica, adotada por livros didáticos de Matemática voltados ao Ensino Superior, para a apresentação inicial da ideia de derivada. O registro heurístico de $P_{12}L_3$ afirma que "muitas vezes atribuímos à derivada um único significado, o que a derivada é o coeficiente angular da reta tangente, sendo que a derivada é muito mais do que isso, por exemplo, taxa de variação ($P_{12}L_3$ – V5E5, grifo nosso). Esse fato remete a crítica de Novak (2000) a respeito da qualidade científica e didática de materiais pedagógicos que tratam de conteúdos de Matemática, enfatizando como um dos principais problemas a inconsistência conceitual.

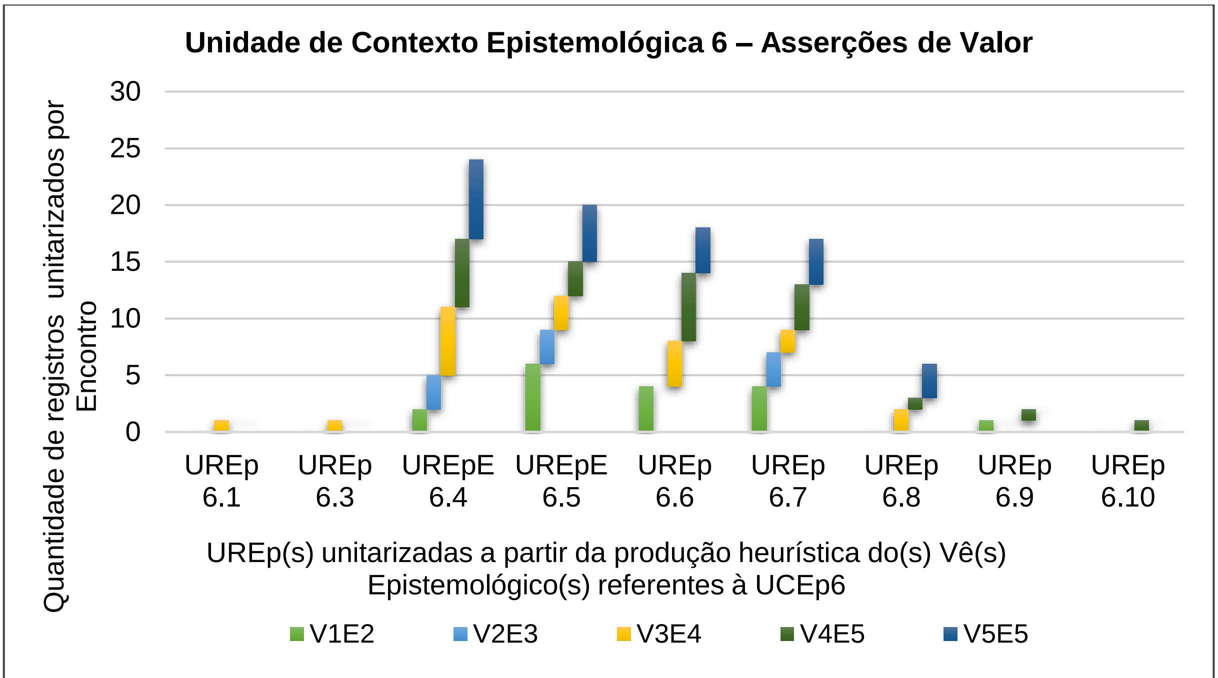
> Um dos problemas-chave da Matemática é que a maioria dos materiais de instrução é conceitualmente opaca, ou seja, não apresenta os conceitos, nem as suas relações, necessárias para compreender o significado das ideias matemáticas envolvidas. Isto é um problema quase universal, que começa nos primeiros anos da escolaridade e continua em muitos cursos superiores de Matemática. Normalmente, o que se representa são procedimentos para se obterem respostas para os problemas (NOVAK, 2000, p.162).

Para sintetizar essas reflexões suscitadas a partir das análises das produções heurísticas envolvendo a UCEp 6, concordamos com o entendimento de Fiorentini (2008, p.53-54), pois "ter domínio conceitual e procedimental do objeto de ensino é uma condição necessária, mas não suficiente" para exercer a docência em Matemática. Essa ideia permeou a elaboração da AD, e reverberou durante o curso de extensão, sendo identificada no registro heurístico de P_7L_4 na produção do Vê Epistemológico, V5E5. O relato de P_7L_4 diferencia saberes específicos com menção à asserção de valor intrínseca de saberes pedagógicos demostrando valor instrumental educativo, uma vez que "saber o significado de derivar, para um aluno de graduação em Matemática, é mais importante até do que saber derivar, pois se trata de uma das ideias fundamentais do Cálculo e da Matemática, e como professores, nos ajuda a ensinar Matemática de maneira mais significativa, para além das técnicas" (P_7L_4 – V5E5, grifo nosso).

O processo analítico de unitarização e descrição das unidades epistemológicas possibilitaram a compreensão de três tendências heurísticas que permearam a produção científica dos diagramas "Vê(s)", dos (as) participantes ao longo do curso de extensão. Com base nesse entendimento preliminar, buscamos e confrontamos outras fontes de informações que instrumentalizaram a tomada de dados para esta pesquisa. É relevante destacar que embora essas relações se efetivaram, não é possível identificar ou garantir a estabilidade dessas aprendizagens no repertório cognitivo dos (as) participantes. Os critérios para a identificação e diferenciação das regularidades heurísticas encontradas foram elaborados a partir dos resultados descritos anteriormente.

A seguir, apresentamos a quantidade de unitarizações dos registros referentes às frequências absolutas identificadas durante as análises das UREp(s) relativas à **UCEp6** no Histograma 16.

Histograma 16 – Frequências absolutas das UREp(s) referentes à produção heurística do(s) Vê(s) Epistemológico(s) relativos à UCEp6



Fonte: Elaborada pela autora (2017)

A partir da visualização do Histograma 16 podemos perceber uma regularidade acentuada de frequências para as UREpE(s) 6.4 e 6.5, assim como para as UREp(s) 6.6 e 6.7.

As Unidades Epistemológicas Emergentes [UREpE(s)] 6.4 e 6.5 foram provenientes das análises heurísticas realizadas nesta pesquisa. Ressaltamos que historicamente o Diagrama Vê, idealizado por Gowin, foi motivado por sua prática docente envolvendo a produção de relatórios científicos por estudantes, a partir de atividades experimentais desenvolvidas em laboratórios de Ciência (NOVAK; GOWIN, 1984). Dessa forma, à medida em que outras áreas do conhecimento explorarem a potencialidade científica do Vê de Gowin torna-se natural a manifestação de aspectos inéditos relacionados a esse instrumento heurístico.

Gowin e Alvarez (2005) enfatizam que não se deve simplificar abertamente as asserções de valor, uma vez que os interesses humanos se manifestam de forma plural. De fato, não são raras as vezes que divergências de interesses contribuem para desencadear conflitos de valor. Nesse sentido, é necessário elaborar novas nomenclaturas que diferenciem a produção de asserções de valor, dadas as especificidades heurísticas e interesses que permeiam as diferentes áreas científicas.

Conforme essas considerações anteriores, na **UREpE 6.4** agrupamos os fragmentos textuais relacionados à questão-foco envolvendo ideias matemáticas específicas, dada a natureza das discussões no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. Por outro lado, na **UREpE 6.5** reunimos os registros unitarizados relativos à questão-foco numa perspectiva didático-pedagógica. Sendo assim, esses resultados corroboram para evidenciar que os(as) participantes elaboraram declarações baseadas em afirmações que explicitaram o valor dos conhecimentos científico e pedagógico desta investigação (GOWIN; ALVAREZ, 2005).

Na sequência, as UREp(s) 6.6 e 6.7 envolvem asserções de valor relativas ao conhecimento científico, respectivamente, de natureza instrumental e intrínseca, nas quais reunimos aproximadamente 40% dos registros unitarizados, isto é, uma quantidade de 35 fragmentos textuais de um total de 90 ocorrências identificadas e analisadas para a **UCEp6**.

Para ilustrar heuristicamente a **UREp 6.6**, apresentamos as asserções de valor de P_7L_4 de natureza instrumental, obtidas por meio do Diagrama Vê desenvolvido no Encontro 2, em que afirma: Saber quais são as ideias geradoras *é essencial* ***para*** **[6.6]** um ***ensino mais significativo*** ***[6.5]*** ***do Cálculo*** (P_7L_4 – V1E2, grifo nosso). Além disso, o registro de P_7L_4 contempla a **UREpE 6.5,** pois se evidencia asserções de valor numa perspectiva didático-pedagógica. Sendo assim, P_7L_4 ao referir-se de forma semântica com intensidade, fazendo uso do advérbio "mais", demonstra indícios cognitivos de que conhecer as ideias fundamentais do Cálculo contribuem para tornar o ensino nesta área "mais significativo".

A seguir, com o intuito de exemplificar asserção de valor intrínseco, **UREp 6.7**, destacamos o fragmento textual heurístico de P_9LB_2, o qual foi produzido no Encontro 5 baseado na seguinte questão: "Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?" Isto posto, salientamos que a declaração de P_9LB_2 foi elaborada conforme a ocorrência do evento referente à (Re)construção do diagrama **V3**, a partir de reflexões oriundas da meta-aprendizagem durante a AD, em consonância com as orientações propostas. Nesse contexto, P_9LB_2 afirma: "***Ao trabalharmos***[78] ***[6.5]*** ***com este conteúdo de forma intuitiva***, evoluindo-os gradativamente criamos um maior significado **do mesmo** **[6.7]**, ampliando o seu conceito de maneira dinâmica. Assim, o ***aluno*** ***[6.5]*** além de ter **melhor** **[6.8]** ***compreensão do mesmo*** ***[6.5]***, consegue usar esta ferramenta matemática de forma mais maleável[79] **[6.4]**" (P_9LB_2 – V5E5, numeração e grifo nosso). Os destaques "em grifo" que realizamos têm por objetivo explicitar as noções de correspondências semânticas em consonância com as ideias entrelaçadas por P_9LB_2. Sendo assim, esse registro ilustra que uma declaração pode conter asserções com diferentes valorações a respeito do conhecimento científico. Essas evidências de enriquecimento cognitivo estão de acordo com os pressupostos da TAS e a pluralidade de funções didático-pedagógicas que podem ser desencadeadas com a adoção do Vê de Gowin. Com base em análises meta-teóricas, enfatizamos a ordenação das ideias que foram identificadas e demonstradas pela produção heurística de P_9LB_2, tendo em vista que se parte de relações hierárquicas; neste caso, processo de ensino e aprendizagem por uma perspectiva didático-pedagógica baseada em relações de inclusividade, isto é, do geral para o particular. A asserção completa de valor elaborada por P_9LB_2 começa enfatizando a essência do conhecimento científico, aquele que se inicia de forma intuitiva, e ao longo do tempo vai se construindo de modo gradativo suscitando

---

[78] Neste caso, P_9LB_2 indica a ocorrência de uma prática docente.
[79] Flexível, adaptável.

a elaboração de significados, processo esse que permite a ampliação desse conceito "de maneira dinâmica", quer dizer agrega contextos diversos à sua origem (de cunho abrangente) . Segue que posteriormente (esse conhecimento – noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral) pode ser sistematizado como um recurso matemático[80] flexível, de natureza adaptável para moldar-se em situações distintas – momento epistemológico em que destacamos o caráter interdisciplinar e a versatilidade do conhecimento matemático. Eis aí a natureza interdisciplinar do Cálculo Diferencial e Integral, apresentada e registrada pela História e Filosofia da Ciência.

É relevante destacar que durante o processo de aprendizagem significativa se faz necessário o desenvolvimento de fundamentos teóricos-metodológicos que subsidiem a articulação de conhecimentos novos aos prévios, promovendo uma reelaboração das informações armazenadas no sistema cognitivo do(a) aprendiz. Por conseguinte, isso tende a favorecer a compreensão de novos significados para a questão proposta em estudo. Isto posto, inferimos que os referenciais adotados na prática docente na AD, para o desenvolvimento das atividades presenciais, com perspectiva didático-epistemológica se mostraram potencialmente significativos no contexto desta investigação (NOVAK; GOWIN, 1984; LOVAGLIA, 1992; AUSUBEL, 2003; REZENDE, 2003; FIORENTINI, 2005; MOREIRA, 2007; ÁVILA, 2010; LORENZATO; 2010; MACHADO, 2013).

Novak e Gowin (1983, p.131) argumentam que "a construção de diagramas em "Vê" *ajuda os estudantes a organizar as exposições orais ou escritas* [1] e [...] pode utilizar-se como *instrumento para avaliar* [2] *a sua compreensão de um material expositivo*" (numeração e destaques nosso). Desse modo, baseados nos referenciais e análises meta-teóricas, subsidiadas pelas unitarizações das **UCEp(s)**, referentes às produções heurísticas obtidas inferimos que foram atingidas as duas expectativas pedagógicas supracitadas: [1] o caráter epistemológico intrínseco à disposição geométrica e linguística dos elementos do Diagrama Vê contribuiu para evidenciar indícios de aprendizagem significativa, processos cognitivos que possibilitaram a esse grupo de participantes compreender a estrutura, e a natureza da produção do conhecimento científico; [2] os relatos produzidos, pelos(as) participantes, com ênfase em aspectos da meta-aprendizagem explicitaram

[80] Alusão à expressão "ferramenta matemática".

reconhecer o enriquecimento cognitivo obtido com as práticas heurísticas desenvolvidas na AD.

Além disso, a fecundidade didático-pedagógica manifestada nesses relatos envolvendo reflexões referentes à meta-aprendizagem nos permitiram identificar três tendências heurísticas, as quais apresentamos em seguida. Dessa forma, na próxima seção, dissertamos a respeito da caracterização dessas tendências heurísticas ilustrando-as com exemplares de diagramas Vê(s) produzidos pelos(as) participantes desta pesquisa.

6.3.2 Tendências Heurísticas e Exemplares de Vê(s) Epistemológico(s)

A correlação de ideias articuladas aos dados obtidos com a aplicação dos questionários, e as produções dos diagramas Vê(s) permitiram a identificação de regularidades de indícios cognitivos dos(as) participantes, demonstrados em diferentes momentos durante a pesquisa. Conforme os referenciais teóricos adotados, foi possível identificar três tendências heurísticas, denominadas por: “Tendência lógico-matemática (TLM)”, “Tendência didático-pedagógica (TDP)”, e “Tendência didático-epistemológica (TDEp)”.

As três tendências heurísticas relacionam-se com noções de significados atribuídos ao processo de aprender. Os registros escritos vinculados à “Tendência lógico-matemática” demonstram o significado de aprender como a capacidade de “aplicar conhecimentos” enquanto para a “Tendência didático-pedagógica” tal significado consiste em “relacionar conhecimentos”. Em referência à “Tendência didático-epistemológica”, as produções escritas evidenciam o ato de aprender como a predisposição em “compreender e explicar conhecimentos”.

Ressaltamos que adotamos o termo “didático” em referência ao contexto matemático com base em D’Amore (2007), a expressão “didático-pedagógica” inspira-se em Freire (2004), Fiorentini (2005) e princípios da TAS, e quanto a terminologia “didático-epistemológica” é nos suscitada pelos trabalhos de Barufi (1999), Rezende (2003), Fourez (2003) e Machado (2011). Nesse contexto, evidenciamos a pluralidade metodológica e interdisciplinar explicitada em trabalhos de Batista (2016), Batista e Salvi (2008), Lavaqui e Batista (2007), Batista (2004).

A seguir, apresentamos o Quadro 74 que agrupa os(as) participantes de acordo com evidências demonstradas em suas produções escritas, e em etapas do desenvolvimento da investigação empírica, conforme registros de campo.

Quadro 74 – Tendências Heurísticas identificadas nas produções escritas dos(as) participantes desta pesquisa

Tendência lógico-matemática	**Tendência didático-pedagógica**	**Tendência didático-epistemológica**
P_3L_3 ● P_9LB_2 ●$P_{10}L_3$ 3 participantes	P_5L_4 ●$P_{12}L_3$ ●$P_{13}L_4$ ●$P_{14}L_C$ 4 participantes	P_1LB_4 ●P_7L_4 2 participantes
TOTAL: 9 Participantes		

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2017)

Com base no agrupamento do quadro anterior, um dos primeiros entrelaçamentos identificados foi a correlação da expressão linguística apresentada nas produções individuais do Vê Epistemológico, e os fragmentos textuais unitarizados na Questão 7 aplicada no Questionário Prévio, durante o Encontro 1. Recordamos que o objetivo dessa questão era conhecer noções de dificuldades matemáticas enfrentadas pelos(as) participantes.

Os resultados evidenciaram relações de correspondência entre a tendência heurística identificada nas análises e tipos de dificuldades relatadas. Além disso, memórias do diário de bordo contemplaram narrativas de novos entendimentos mediante reflexões oriundas dos estudos, discussões e rodas de conversa desenvolvidas por meio da AD. Por isso, esse é o critério escolhido para caracterizar as tendências heurísticas, fundamentando-se em contrastes analíticos de registros de indícios cognitivos. Desse modo, o que no passado da experiência acadêmica inicial se mostrava como fator inconveniente para a aprendizagem matemática, nas atividades desenvolvidas durante a aplicação da AD refletiu-se em elemento característico do repertório cognitivo desses (as) estudantes participantes.

Com base na TAS, inferimos que a predisposição e os sentidos idiossincráticos para construir significados atribuídos ao contexto de temáticas do Cálculo Diferencial e Integral, no período do ingresso universitário, pode ter contribuído para superar impasses cognitivos de conhecimentos matemáticos.

Uma hipótese viável para esse fato diz respeito ao autoconhecimento científico. O (a) aprendiz conhecendo suas dificuldades de aprendizagem inicia um processo de atenção consciente, e começa a realizar um rastreamento mental na busca para identificar e enriquecer significados de sua experiência. A partir disso, se desencadeia o processo de metaconhecimento, um mecanismo de gestão e governança dos próprios pensamentos. Essa coordenação de esforços cognitivos e psicológicos possibilita a construção de novas relações entre o conjunto de conhecimentos anteriores e os recentes. A consolidação dessa dinâmica mental resulta em aprendizagem significativa (NOVAK; GOWIN, 1984, AUSUBEL, 2003).

Os registros das produções dos(as) participantes, P_3L_3, P_9LB_2 e $P_{10}L_3$, reunidos na “Tendência lógico-matemática” explicitaram na “Questão 7” dificuldades para aplicar métodos formais para demonstrar limites, e esse relato é relevante para o contexto da TAS. De modo geral, esses aprendizes interessam-se em resolver suas dúvidas se existe uma situação favorável em que se sentem acolhidos pelo ambiente de aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Nesta pesquisa, as produções heurísticas de P_3L_3, P_9LB_2 e $P_{10}L_3$ destacaram-se pela qualidade de apresentação da linguagem lógico-formal. Uma das hipóteses cogitadas para esse resultado refere-se ao significado da experiência educativa, exemplificado por fragmentos textuais de $P_{10}L_3$. Para $P_{10}L_3$ “*A metodologia do curso foi diferente da tradicional. Nós como participantes tivemos liberdade para nos expressar sobre o nosso entendimento a respeito dos textos levados pela professora para a condução da aula. Neste momento de liberdade para a conversa houve grandes reflexões a respeito do Cálculo [...]*”. Quando o medo de errar cede lugar à confiança de aprender, podemos modificar o significado da experiência da construção do conhecimento (NOVAK, 2000).

A seguir, expressamos uma síntese de asserções de conhecimento relativas à **“Tendência lógico-matemática”** provenientes das análises realizadas, em que identificamos:

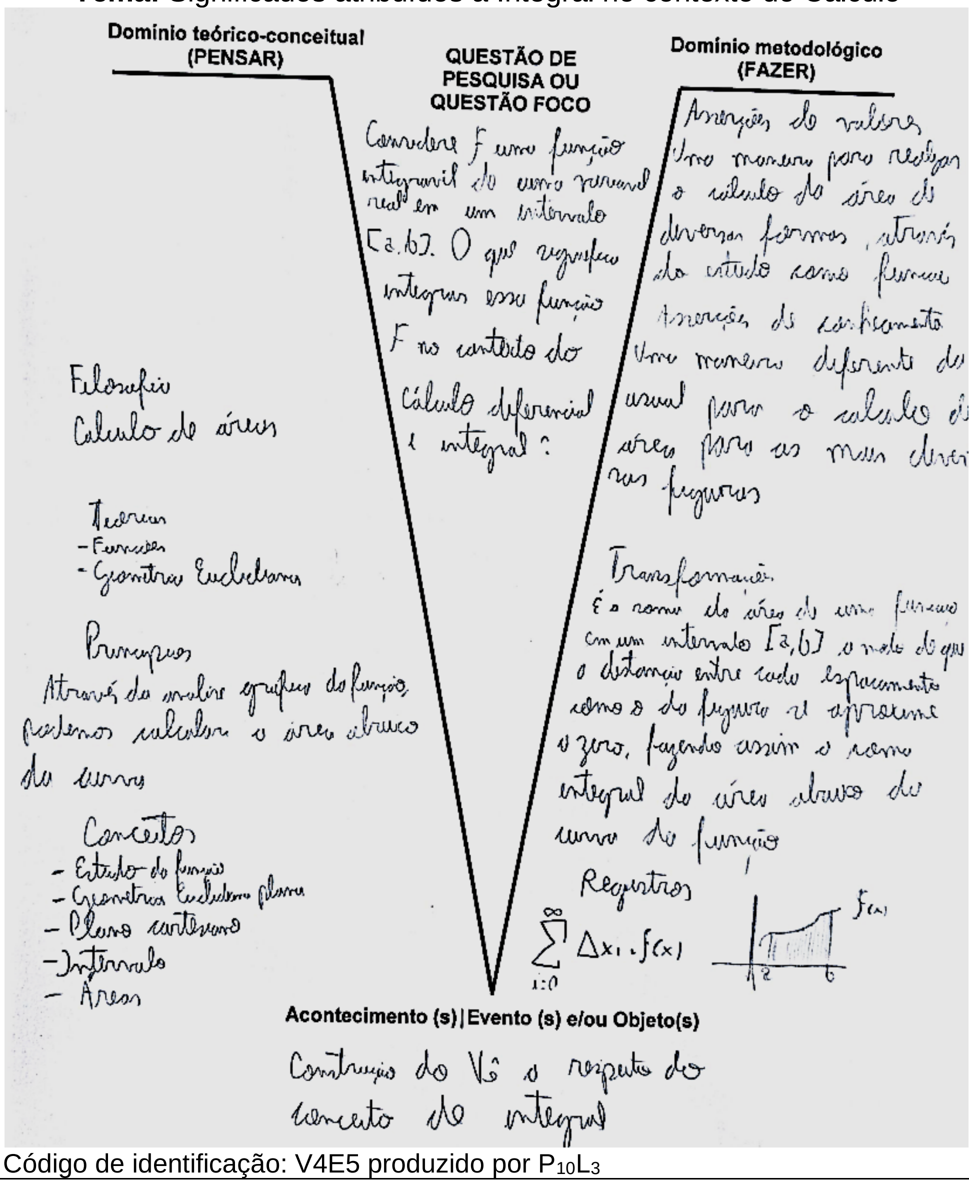
- Expressão de registros escritos que caracterizam aplicações matemáticas associadas a questão foco em discussão;
- Aprender implica em conhecer, dominar e aplicar teorias vinculadas à Matemática;
- A compreensão de um tema matemático está associada diretamente ao domínio do vocabulário específico e de notações simbólicas;
- O conhecimento matemático consiste em um repertório científico abrangente para colaborar no entendimento e resolução de diferentes problemas;

- Resolver um problema matemático significa conhecer e selecionar, sem delongas, os recursos necessários para a situação apresentada.

Para exemplificar o estilo da produção heurística da **“Tendência lógico-matemática”** apresentamos os diagramas V4E5 e V5E5 de $P_{10}L_3$ construídos no Encontro 5, a respeito de significados atribuídos, respectivamente, à Integral (Quadro 75) e à Derivada (Quadro 76).

Quadro 75 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência lógico-matemática:V4E5 produzido por $P_{10}L_3$

Tema: Significados atribuídos à Integral no contexto do Cálculo



Código de identificação: V4E5 produzido por $P_{10}L_3$

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

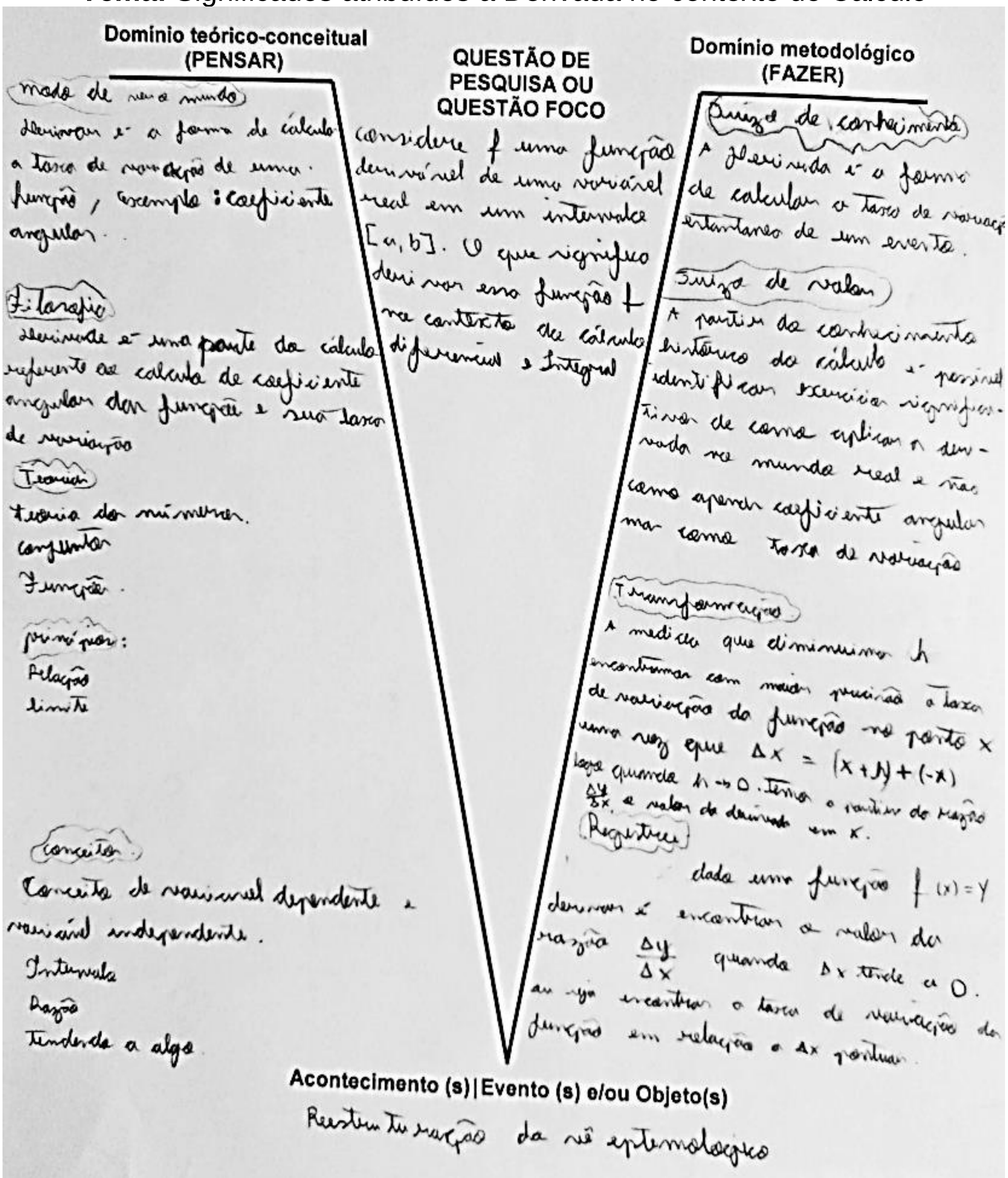
Para o V4E5 produzido por $P_{10}L_3$ identificamos como destaques gerais o uso de vocabulário específico de natureza matemática; a articulação entre "princípios" e "registros" demonstram coerência da aplicação de ideias matemáticas selecionadas; a lista de "conceitos" apresentada no lado esquerdo do diagrama foram integrados na expressão dos elementos heurísticos abordados no lado direito do Vê; e a asserção de valor evidencia natureza instrumental do conhecimento matemático indicando que uma das aplicações de Integral é "*para realizar o cálculo da área de diversas formas".*

Assim como na elaboração do V4E5, $P_{10}L_3$ preserva no V5E5 (Quadro 76) a ideia do valor instrumental do conhecimento matemático, uma vez que afirma como asserção de valor (juízo de valor) que "a partir do conhecimento histórico do Cálculo é possível identificar exercícios significativos de como aplicar a derivada no mundo real e não apenas como coeficiente angular, mas como taxa de variação". É perceptível que $P_{10}L_3$ demonstra distinguir a relação de inclusividade, isto é, do geral para o particular quando se refere à aplicação da derivada "no mundo real" como taxa de variação, expandindo a compreensão particular relativa à obtenção do coeficiente angular.

Destaca-se ainda que para esse participante o conhecimento histórico do Cálculo poderia ser adotado como estratégia para contextualizar a resolução de uma situação problema, e não no sentido de compreender questões epistemológicas do conhecimento científico. Tal asserção de valor é coerente com a compreensão do "modo de ver o mundo" e a "Filosofia", pois esses elementos são apresentados com base em ideias relacionadas ao cálculo de Derivada. Isso pode sugerir que para tal participante, o conhecimento matemático consiste em um repertório científico abrangente para colaborar no entendimento e resolução de diferentes problemas.

Quadro 76 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência lógico-matemática: V5E5 produzido por $P_{10}L_3$

Tema: Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo

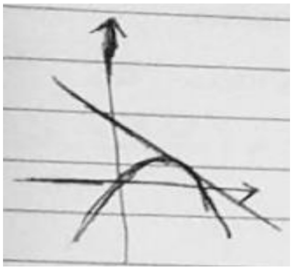


Código de identificação: V5E5 produzido por $P_{10}L_3$

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

As produções heurísticas dos participantes P_5L_4, $P_{12}L_3$, $P_{13}L_4$ e $P_{14}L_C$ foram reunidas na “Tendência didático-pedagógica”, na qual as respostas obtidas descrevem dificuldades para associar aspectos teóricos às atividades aplicadas ou para resolver problemas. Esses registros são congruentes com dados apurados em algumas questões dos questionários prévio, uma vez que encontramos respostas redundantes, questão em branco e justificativa para explicar o reconhecimento da dificuldade imposta pela atividade. Tivemos ainda registros manifestando incerteza e insegurança ao questionar a coerência científica da própria resolução. Entretanto, o cenário de adversidade foi gradativamente substituído pela disposição em aprender, discutir e refletir (AUSUBEL; HANESIAN; NOVAK, 1980). Dessa forma, esse grupo de participantes demonstram em suas produções indícios de aprendizagem significativa. Para exemplificar, apresentamos a “Questão 6” associada ao significado de derivar de $P_{13}L_4$.

Quadro 77 – Significado de derivada: Fragmentos textuais da Questão 6 de $P_{13}L_4$

Questão 06 ● Considere f uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a, b]. O que significa derivar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Relate suas compreensões a respeito desse processo matemático e cite exemplos.	
“Não consigo relatar o processo”.  Questionário Prévio – Q6 – P13 – $P_{13}L_4$	“Significa calcular a taxa de variação entre essas duas grandezas, ou seja, neste intervalo [a, b]. A variabilidade de **a** com relação a **b** é a derivada”. Questionário Posterior – Q6 – $P_{13}L_4$

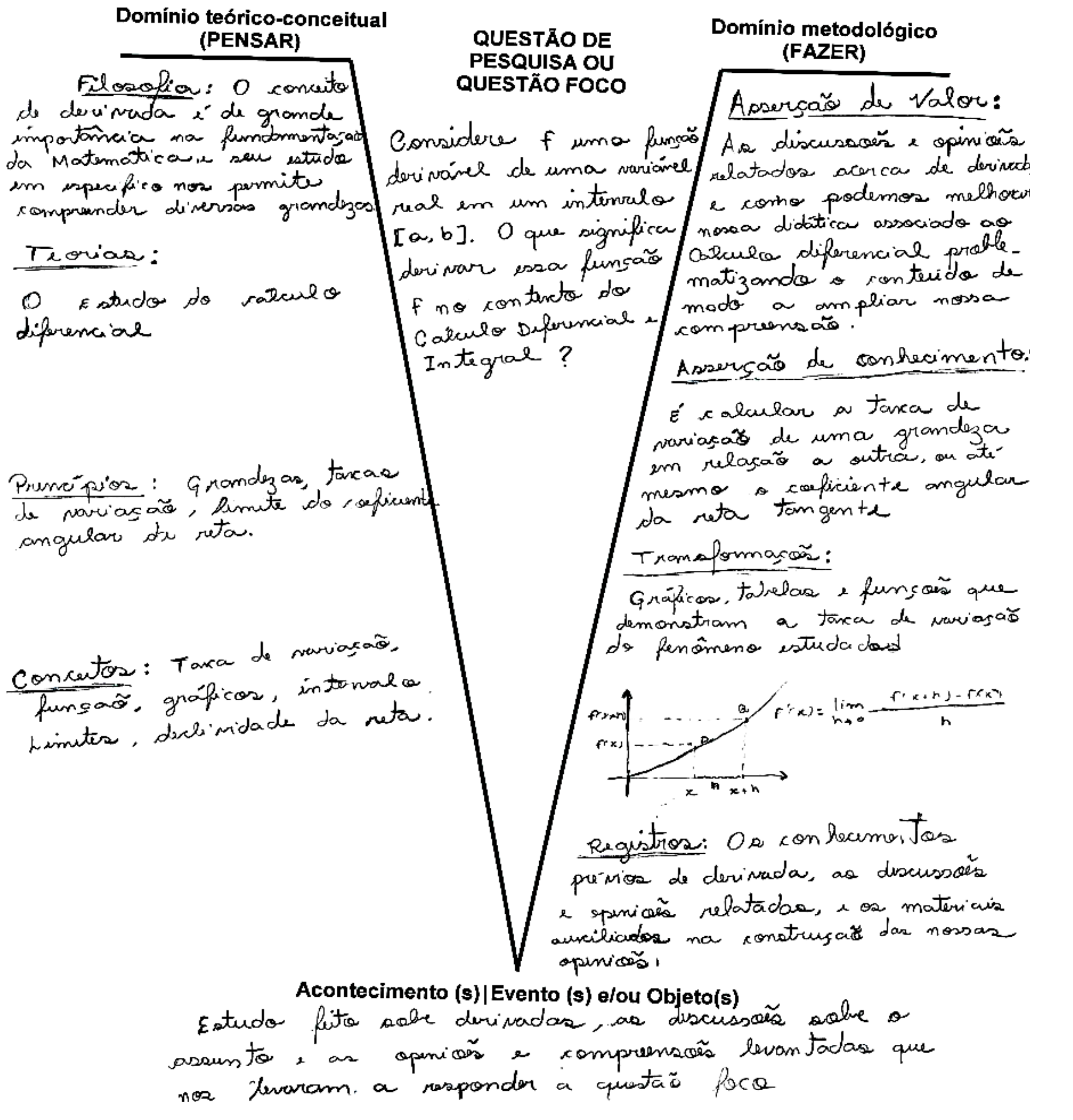
Fonte: Elaborado pela autora com base em documentos da pesquisa

Destacamos que a resposta de $P_{13}L_4$ referente ao questionário prévio evidencia um esboço gráfico que remete à ideia de derivada como a medida da inclinação do coeficiente angular da reta tangente. No entanto, até esse momento, $P_{13}L_4$ não apresentava indícios de reconhecer que existe uma taxa de variação da “*reta r*” representada de forma decrescente em relação a “*curva c*” no formato que suscita à lembrança de uma parábola com concavidade para baixo. À medida que a *“reta r”* se aproxima do ponto de máximo da “*curva c*, a variação “Δy” é decrescente e a variação “Δx” é crescente, o que implica em um valor numérico negativo para a taxa de variação. No entanto, a produção do V5E5 de $P_{13}L_4$ demonstra a superação dessa dificuldade de compreensão, com vistas de ampliação de atribuição de significados para a interpretação do fenômeno, com destaques para os elementos heurísticos “*registros*”, “*transformações*” e “*asserções de conhecimento*”.

Conforme Novak (2000) as diferentes formas de compreensão circulam por diferentes repertórios teórico-metodológicos pautado em conhecimentos prévios de cada sujeito que pensa, reflete e analisa a questão. Dessa forma, no V5E5 (Quadro 78) elaborado por $P_{13}L_4$ identificamos na asserção de valor indícios de aprendizagem significativa, uma vez que articulou e relacionou os novos conhecimentos de forma intencional e consciente aos conhecimentos prévios, enfatizando aspectos pedagógicos no contexto do CDI. De acordo com **$P_{13}L_4$** o valor do conhecimento produzido foi sistematizado por meio das "discussões *e opiniões relatados acerca de derivada e como podemos melhorar nosso didática associado ao Cálculo Diferencial problematizando o conteúdo de modo a ampliar nossa compreensão"* (destaques nosso). Tal afirmação identificada no V3E4 de $P_{13}L_4$ descreve para a asserção de valor o seguinte: "*as discussões e opiniões relatadas acerca de derivação*". Isso demonstra que o Vê Epistemológico é um recurso que possibilita uma atuação eficiente e produtiva por parte dos estudantes na gestão de sua aprendizagem (NOVAK; GOWIN, 2000).

Quadro 78 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência lógico-matemática: V5E5 produzido por $P_{13}L_4$

Tema: Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo



Código de identificação: V5E5 produzido por $P_{13}L_4$

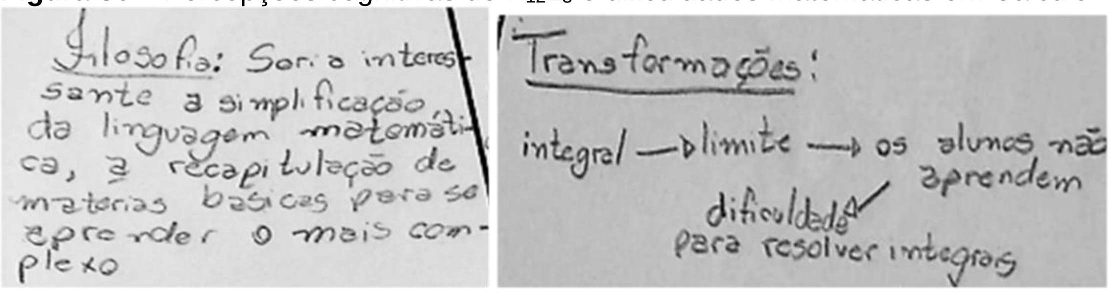
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

A seguir, apresentamos uma síntese de ideias gerais que foram identificadas durante as análises realizadas, relacionadas às asserções de conhecimento na perspectiva da **"Tendência didático-pedagógica"**.

Nesse contexto, reconhecemos que houve a descrição detalhada dos acontecimentos e objetos associados à questão - foco. Além disso, identificamos de forma recorrente a Teoria da Aprendizagem Significativa como base teórica para o desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, percebemos ênfase para práticas pedagógicas que considerem a hierarquização do conhecimento, no sentido da TAS.

Por outro lado, esse grupo de participantes demostra compreender que a aprendizagem de conteúdos matemáticos demanda conhecimentos prévios, sendo esses relevantes para sustentar novas aprendizagens. Com base nessas ideias, manifestarem reconhecimento de origens e noções históricas como meio de compreender e desenvolver ideias do Cálculo Diferencial e Integral; por conseguinte o entendimento da necessidade do uso de notações e sistemas simbólicos. Sendo assim, a desconsideração do fluxo natural das ideias, relacionadas à produção do conhecimento científico matemático, pode ser uma das causas de dificuldades de aprendizagem (BARUFI, 1999; REZENDE, 2003; e ROQUE, 2012). Nesse sentido, esse grupo de participantes evidenciou a relevância de iniciar a aprendizagem de um tema matemático pelas ideias mais gerais e inclusivas, e aos poucos realizar as diferenciações progressivas. Se isso acontecer, há possibilidade de se elaborar cognitivamente reconciliações integrativas. A figura a seguir, com base na produção de $P_{12}L_3$ em V2E3, exemplifica essa ideia.

Figura 36 – Percepções cognitivas de $P_{12}L_3$ e dificuldades matemáticas em Cálculo



Fonte: Organizado pela pesquisadora a partir de recorte de registros heurísticos de V2E3

Os registros de $P_{12}L_3$ sugerem explicações da origem de dificuldades que estudantes enfrentam para resolver integrais. Em rodas de discussão, $P_{12}L_3$ identificou e repercutiu o sentido oposto adotado por materiais didáticos e práticas pedagógicas para a abordagem da “Integral”. Dessa forma, o processo de ensino em Cálculo geralmente inicia-se pelo tema de “Limite” com uma abordagem lógico-formal. Isso não oportuniza a discussão de dificuldades epistemológicas que antecederam à construção de sistemas axiomáticos. Com a ausência de uma base teórica para fundamentar essas ideias na perspectiva de experiências empíricas, a continuação do programa de ensino segue para “Derivadas” e “Integrais”. Assim, a atribuição tanto de significados lógico quanto psicológico são obstruídas. Isso é causado, na maioria das vezes, pela ausência de estímulos cognitivos que articulem problemáticas de natureza empírica com necessidades metodológicas da construção de uma linguagem formal; como marcos científicos da produção do conhecimento em questão.

Com base nesse contexto, resolver um problema matemático está vinculado em compreender além do que se escuta em aula, é preciso resgatar cognitivamente se houve a aprendizagem de elementos fundamentais. Por exemplo, suponha[81] que o(a) aprendiz reconhece a fórmula que resolve uma determinada integral que contenha radicais em sua estrutura. No entanto, não progride porque não se recorda das propriedades dos radicais, e em razão dessa dificuldade não reconhece que o impasse da aprendizagem não se localiza na natureza do conhecimento da temática de Cálculo, e sim em conteúdos básicos de matemática. Essa ausência de autoconhecimento científico pode desencadear conflitos entre estudantes e professores(as). Nesse caso, o(a) estudante se frustra, porque considera a prática docente omissa, pois exatamente a integral que apresentou dificuldade não foi resolvida. Por outro lado, o(a) docente se defende com argumentos de que sua parte foi feita, porém se exime da sua responsabilidade de orientar! Para isso, bastava dizer o que se deve retomar, e neste caso, as propriedades específicas envolvendo a radiciação. Ademais, a maioria dos materiais didáticos colaboraram para a repetição da manutenção sistemática de uma ideia, e que quando essa é estudada por outra perspectiva pode causar surpresa!

A seguir, apresentamos exemplares heurísticos do Vê de Gowin para demonstração das produções escritas, agrupadas na perspectiva da **“Tendência didático-pedagógica”**. Esse acervo ilustrativo é composto pelos diagramas V4E5 e V5E5 de $P_{12}L_3$, e V4E5 de $P_{14}L_C$.

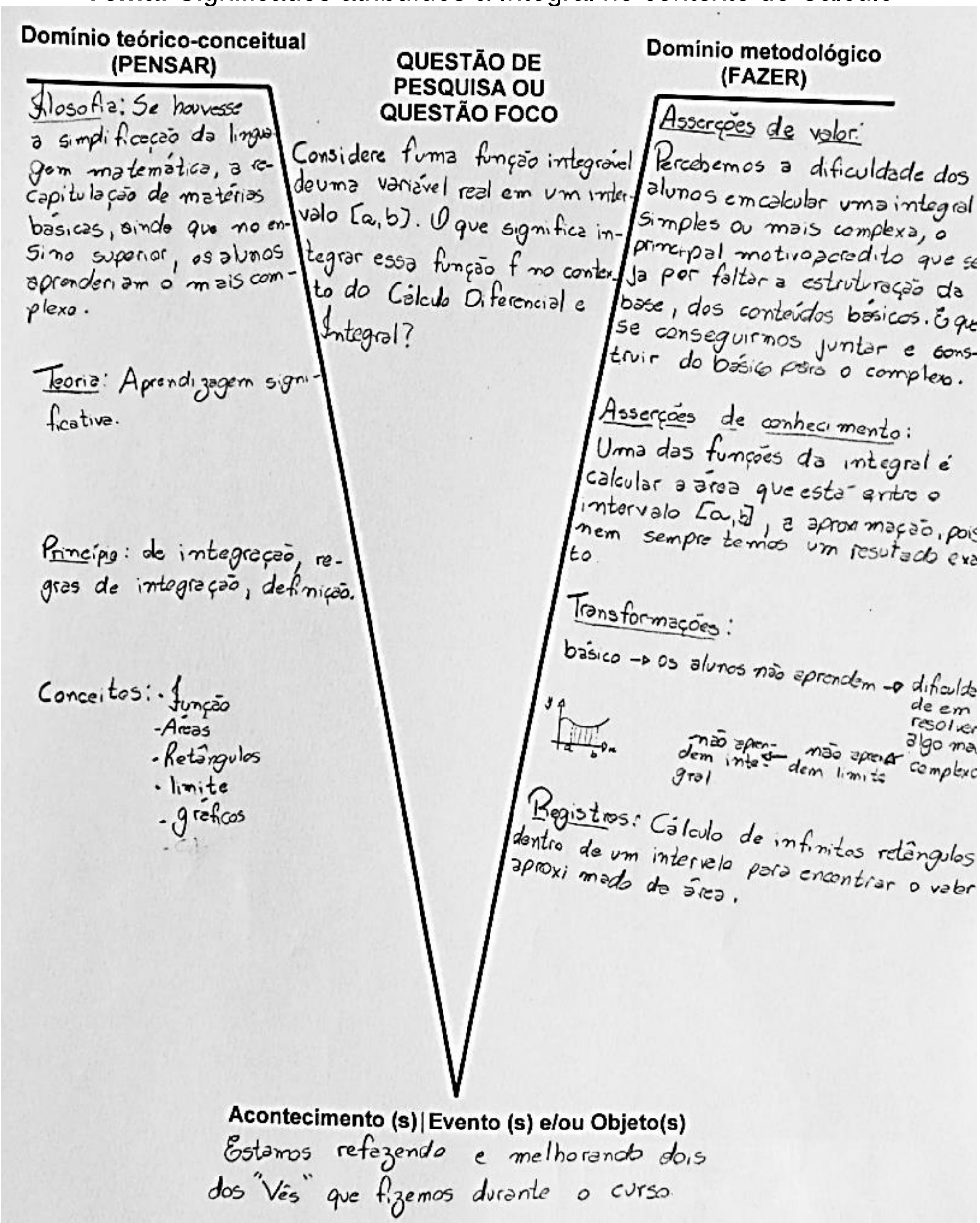
Os diagramas heurísticos V4E5 (Quadro 70) e V5E5 (Quadro 69) produzidos por $P_{12}L_3$ destacam uma visão humanista com aspectos construtivistas para promover a construção do conhecimento científico. Tal característica é enfatizada pelo reconhecimento da Teoria da Aprendizagem Significativa como

[81] Parágrafo escrito com base em memórias de bordo e indícios encontrados em registros heurísticos. O retrato dessa situação partiu em vários momentos com ênfase dos(as) participantes reunidos nessa tendência heurística. Ora esses relatos eram pessoais ora de situações vivenciadas em sala de aula por colegas de turma. O exemplo da integral que possui em sua estrutura um radical é hipótese ilustrativa da pesquisadora, uma vez que há necessidade de síntese das ideias. E para isso, basta a descrição de um caso geral.

fundamentação teórica que explica o processo de aprendizagem. Dessa forma, $P_{12}L_3$ reconhece a relevância dos conhecimentos prévios para ancorar as novas aprendizagens ao pontuar que “se houvesse a simplificação da linguagem matemática, a recapitulação de matérias básicas, ainda que no Ensino Superior, os alunos aprenderiam o mais complexo” ($P_{12}L_3$ - V4E5). A expressão “simplificação da linguagem matemática” nos chamou atenção, e por isso recorremos ao diário de bordo para buscar entendimento a respeito dessa afirmação. Durante o Encontro 3 foi abordado noções fundamentais de Integral, e nesse momento houve a discussão de significados de símbolos e notações matemáticas. Isso posto, a expressão “simplificação da linguagem matemática” para $P_{12}L_3$ indica entendimento e apropriação da linguagem simbólica adotada em diversas sistematizações do conhecimento matemático.

Quadro 79 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência didático-pedagógica:V4E5 produzido por $P_{12}L_3$

Tema: Significados atribuídos à Integral no contexto do Cálculo



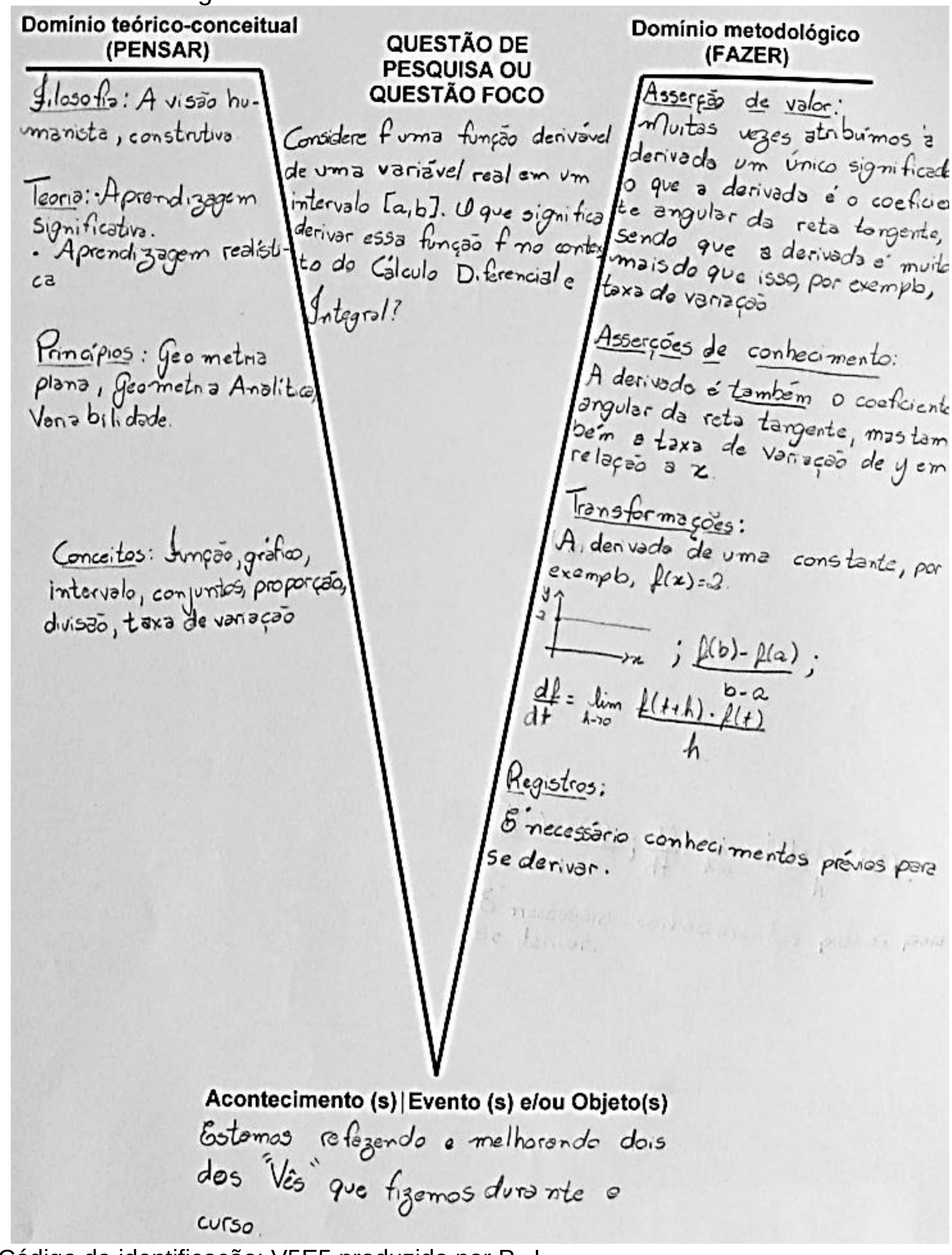
Código de identificação: V4E5 produzido por $P_{12}L_3$

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

Destacamos que a asserção de valor registrada no V4E5 de $P_{12}L_3$ manifesta o valor intrínseco do conhecimento científico e expressa coerência com aspectos descrito no elemento heurístico "Filosofia". Nesse sentido, $P_{12}L_3$ expressa essa ideia discorrendo assim: "*Percebemos a dificuldade dos alunos em calcular uma integral simples ou mais complexa, o principal motivo acredito que seja por faltar a estruturação da base, dos conteúdos básicos*". Por outro lado, em V5E5 demonstra um valor comparativo em relação à asserção de conhecimento atribuída ao significado da Derivada, porque segundo $P_{12}L_3$ “muitas vezes atribuímos à derivada um único significado que a derivada é o coeficiente angular da reta tangente, sendo que a derivada é muito mais do que isso, por exemplo, taxa de variação”.

Quadro 80 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência didático-pedagógica:V5E5 produzido por $P_{12}L_3$

Tema: Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo



Código de identificação: V5E5 produzido por $P_{12}L_3$

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

Para finalizar os destaques gerais da produção de $P_{12}L_3$ dos diagramas V4E5 (Quadro 70) e V5E5 (Quadro 69) é enfatizado no elemento relativo aos “acontecimentos(s), evento(s) e /ou objeto(s)” a estratégia teórico-metodológica adotada nesta pesquisa, em que buscamos proporcionar aos participantes momentos para refletirem a respeito do próprio processo de aprendizagem. Tal fato é explicitado como um processamento de informações, pois $P_{12}L_3$ registra: *“Estamos refazendo e melhorando dois dos ‘Vês’ que fizemos durante o curso”*. Dessa forma, evidenciamos indícios de diferenciação progressiva mediante a articulação e a construção de relações de novos conhecimentos de forma intencional e consciente, aos conhecimentos prévios que foram abordados.

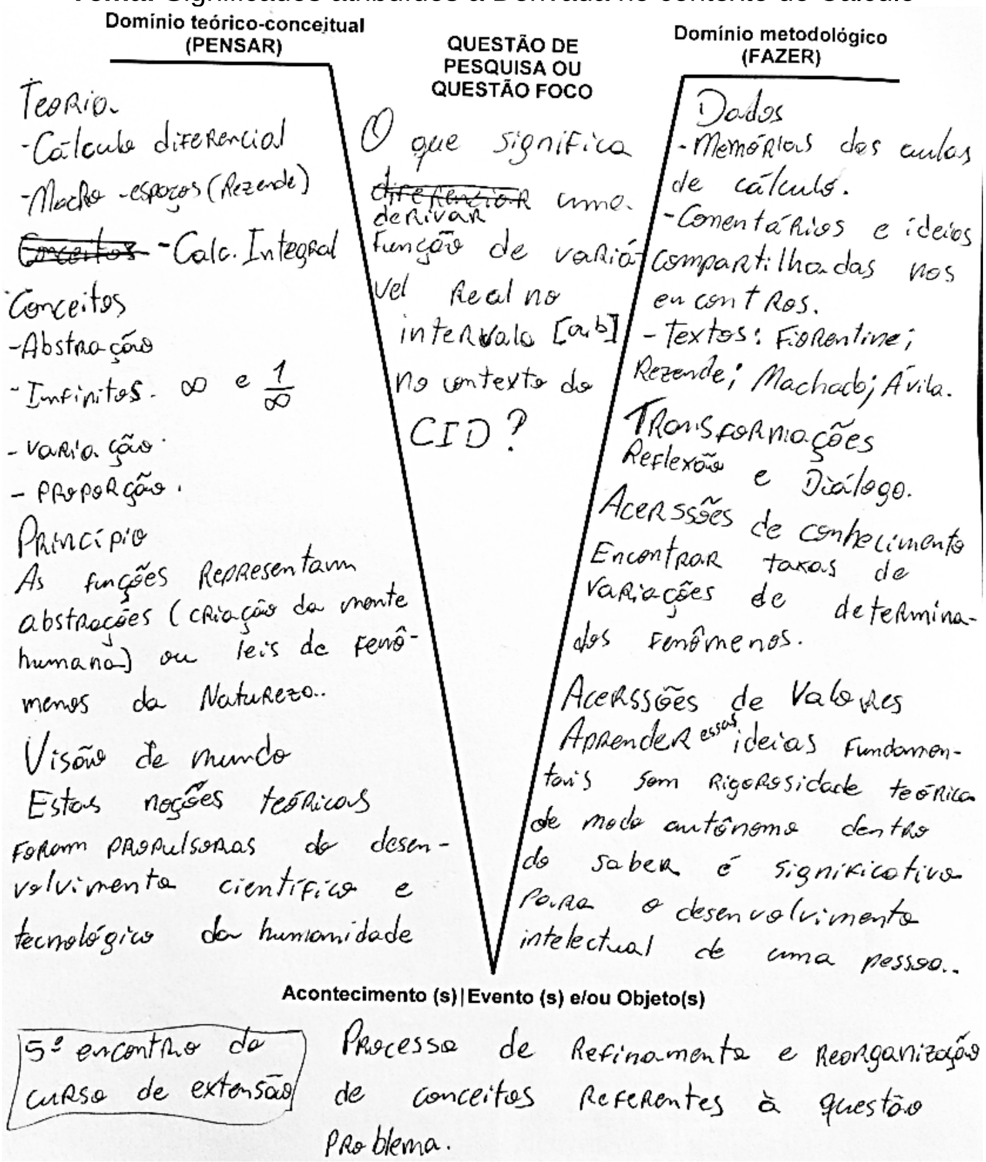
O diagrama V5E5 produzido por $P_{14}L_C$ destaca várias ideias que perpassam o contexto didático-pedagógico envolvendo significados atribuídos à Derivada. O Vê Epistemológico (Quadro 81) de $P_{14}L_C$ descreve como acontecimento principal *“o processo de refinamento e reorganização de conceitos referentes à questão problema”, e* para isso relaciona como fonte de dados *“memórias das aulas de Cálculo, comentários e ideias gerais compartilhadas nos encontros”.* Essa dinâmica de trabalho fundamenta-se no desenvolvimento das transformações, etapa em que se realiza *“reflexão e diálogo”.* Isso posto, destacamos o registro heurístico realizado no elemento “asserções de valor”, no qual $P_{14}L_C$ explicita que *“aprender essas ideias fundamentais <u>sem rigorosidade teórica</u> de modo autônomo (...) é significativo para o desenvolvimento intelectual de uma pessoa” (grifo nosso).*

A expressão “sem rigorosidade teórica” nos suscitou buscar no diário de bordo mais informações de tal participante. Desse modo, identificamos que a expressão foi aplicada no sentido de explorar as ideias fundamentais do Cálculo para compreender a relevância desse conhecimento, sem necessariamente aplicar linguagem matemática lógico-formal. Isso é enfatizado por $P_{14}L_C$ na “visão de mundo”, na qual afirma que *“estas noções teóricas foram propulsoras do desenvolvimento científico e tecnológico da humanidade”.*

Nesse contexto, consideramos um alinhamento com as discussões do texto de Fiorentini (2005, p.109), uma vez que “o professor precisa conhecer o processo de como se deu historicamente a produção e a negociação de significados em Matemática, bem como isso acontece, <u>guardadas as devidas proporções em sala de aula</u>” (grifo nosso).

Quadro 81 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência didático-pedagógica:V4E5 produzido por $P_{14}L_C$

Tema: Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo



Código de identificação: V5E5 produzido por $P_{14}L_C$

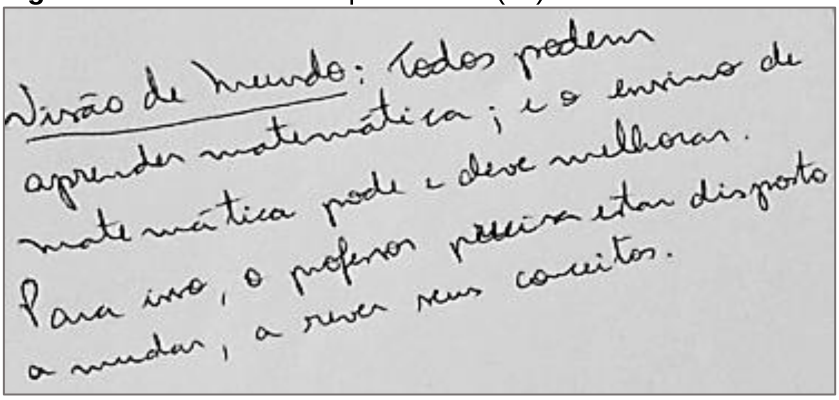
Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

Muitas das ideias identificadas nas produções heurísticas de P_1LB_4 e de P_7L_4, agrupada na “Tendência didático-epistemológica”, se correlacionam às respostas apresentadas por essa dupla na em “Questão 7”. Na ocasião, expressaram manifestações de dificuldades para compreender o conceito de limite associado ao processo de explicação formal de integração e derivação (ARTIGUE, 1995). No Encontro 4 enquanto discutíamos a respeito do processo de derivação, P_7L_4 identificou que compreendera o significado de derivar uma função, e de forma espontânea disse entre seus colegas dirigindo-se à pesquisadora “*Agora que você* *falou, compreendi*” (P_7L_4, Memórias de Registro de Bordo, E4, Roda de discussão). A manifestação de P_7L_4 evidencia alteração no *status* cognitivo-epistemológico, fato que demonstra indícios de ocorrência de aprendizagem significativa com grau de reconciliação integrativa. Novak e Gowin (1984) explicam que:

> A reconciliação integradora de conceitos resulta, simultaneamente, no mínimo numa diferenciação mais profunda de conceitos relacionados. Quando ocorre uma alteração substancial no significado de um conceito (como no nosso exemplo onde os significados sólido, líquido e gasoso foram radicalmente alterados), **o tomar consciência das novas relações produz aquele sentimento de “ah, ah!**” que temos quando subitamente nos apercebemos de um novo significado ou de uma nova relação num tema de estudo (NOVAK; GOWIN, 1984, p.120, grifo nosso).

Posteriormente, no processo de análise das produções dos diagramas Vê(s), encontramos a percepção idiossincrática atribuída por P_7L_4 a respeito do processo de aprender Matemática no V4E5, registrada heuristicamente em “*Visão de mundo*”, conforme Figura 37.

Figura 37 – Matemática é para todos (as) – Visão de Mundo de V4E5 de P_7L_4


Visão de mundo: Todos podem aprender matemática; e o ensino de matemática pode e deve melhorar. Para isso, o professor precisa estar disposto a mudar, a rever seus conceitos.

Fonte: Organizado pela pesquisadora a partir de recorte de fragmento textual heurístico

No Encontro 4, P_1LB_4 se posicionou questionando: *“Por que não se fala das caracterizações das funções, e por que não é feito todo esse trabalho gráfico no estudo da derivada quando estamos no curso de Cálculo”?* (P_1LB_4, Memórias de Registro de Bordo, E4, Roda de discussão em fala associando as videoaulas do Prof. Machado (2014) e o estudo do texto do Prof. Ávila (2010)).

Além disso, durante a exploração e análise do material da pesquisa encontramos um relato de aprendizagem de P_1LB_4 com a seguinte afirmação: *“O curso me acrescentou muito no encontro de Derivadas, pois eu tinha uma outra visão do significado da derivada e o curso me proporcionou ver isto de outra forma* (P_1LB_4, registros escritos obtidos no Encontro 5).

A seguir, apresentamos uma síntese de asserções de conhecimento relativas à **“Tendência didático-epistemológica”**. Sendo assim, em relação às asserções de conhecimento identificamos a inclusão de conceitos da questão-foco, decorrentes de registros e transformações realizadas, e demonstração de indícios de práticas didáticas para instigar a aprendizagem. De acordo com as análises realizadas, P_1LB_4 e P_7L_4 demonstram indícios de que a compreensão de um tema matemático depende do entendimento de vocabulário e notação simbólica utilizada. Sendo assim, o impasse é resolvido com as explicações do significado de novas notações em linguagem acessível ao repertório cognitivo do(a) aprendiz. Desse modo, manifestaram defender o acesso democrático ao conhecimento, pois não são favoráveis ao uso de uma linguagem que elitiza o conhecimento matemático. No entanto, isso não significa abandono da sistematização lógico-formal; e sim uma abordagem de ensino que prima por esclarecer aos estudantes o significado de terminologias e símbolos específicos recorrentes nas aulas de CDI (SAD, 2000; MORENO-ARMELLA, 2014). Considerando esse ponto de vista, as asserções de conhecimento elaboradas por P_1LB_4 e P_7L_4 sugerem que a resolução de um problema matemático pode ser apresentada em diferentes linguagens de registros, por exemplo, numérica, gráfica, algébrica. O ato de contemplar essa multiplicidade de registros e representações ampliam perspectivas de compreensão, e colaboram para possibilitar situações favoráveis à aprendizagem significativa.

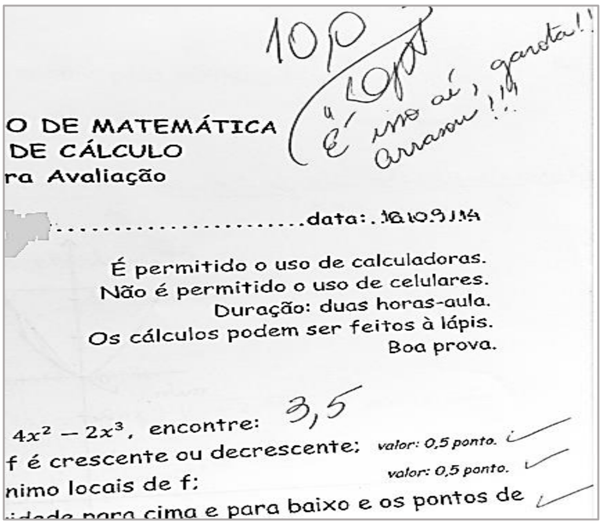
Em relação às asserções de valor, as produções de P_1LB_4 e P_7L_4 apresentam duas ou mais ideias que expressam formas distintas de valoração do conhecimento científico. Além disso, observamos demonstração de indícios de teorias do contexto matemático ou pedagógico adequadas ao propósito da questão-foco. Por exemplo, “Teoria das funções reais de uma varável real”, “Geometria Euclidiana” e “Teoria da Aprendizagem Significativa”.

Destacam-se ainda manifestações de envolvimento psicoemocional relevante com a temática do Cálculo Diferencial e Integral.

A superação de dificuldades de aprendizagem repercutiu em desempenho avaliativo superior às expectativas. Essa situação é ilustrada nas figuras 38 e 39 as quais, respectivamente, apresentam registros de memórias acadêmicas de P_1LB_4 e de P_7L_4, em momentos que cursaram a disciplina inicial de CDI – conhecida no âmbito universitário por Cálculo I.

O registro memorial cedido por P_1LB_4 mostra a obtenção de nota máxima em uma avaliação de Cálculo realizada na data de 18/09/2014 – seu primeiro ano de graduação. Além disso, a correção da avaliação veio acompanhada por uma mensagem docente muito gentil[82], manifestando apoio pelo desempenho alcançado.

Figura 38 – Memória Avaliativa da Aula de Cálculo – Acervo pessoal de P_1LB_4

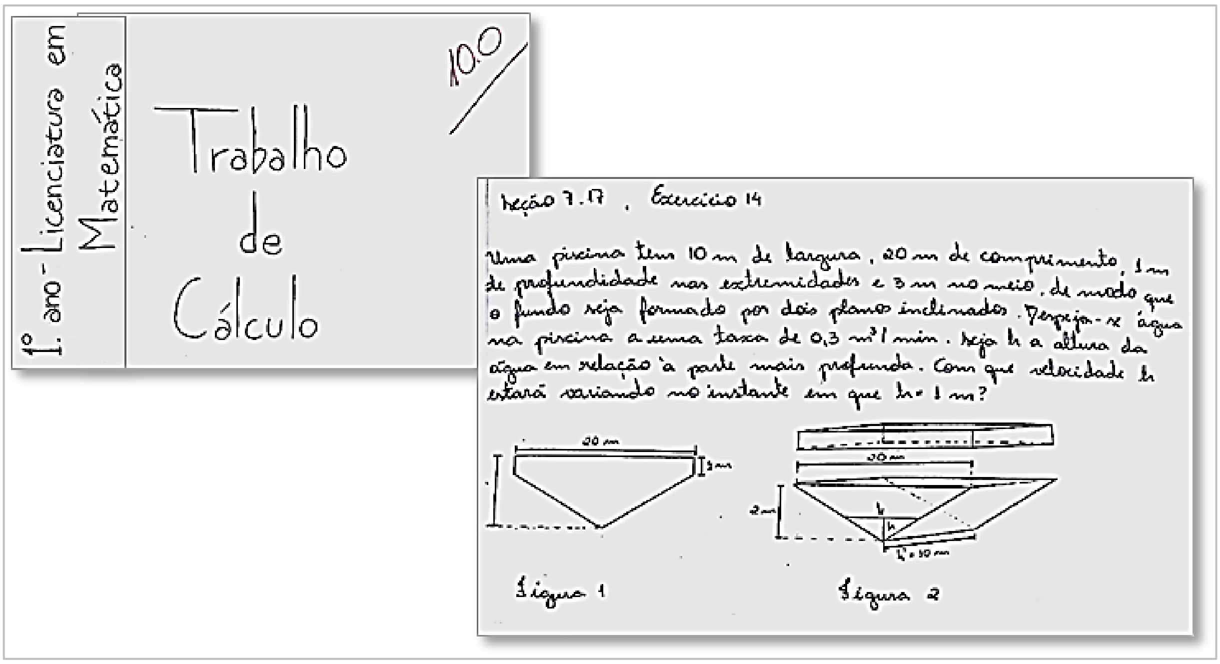


Fonte: Diário de Bordo da Pesquisa – Encontro 4

O registro memorial cedido por P_7L_4 para o *corpus* documental desta pesquisa, mostra a ocasião que alcançou nota máxima em um Trabalho de Cálculo, no qual precisou resolver individualmente vários problemas que exigiam a interpretação, a aplicação de conceitos e técnicas de derivação, e integração. Esse momento encorajou P_7L_4 a continuar sua graduação em uma situação na qual não se sentia satisfeita com seu processo de aprendizagem.

[82] De acordo com os registros do diário de bordo desta pesquisa, P_1LB_4 comentou que essa mensagem de incentivo de sua professora da época fez a diferença em sua vida acadêmica, para que pudesse sentir-se confiante em seguir seus estudos em Cálculo. Além disso, P_1LB_4 acrescentou que conclui neste ano (2017) a sua graduação, e já faz planos para ingressar como estudante de mestrado no PECEM/UEL-PR.

Figura 39 – Memória Avaliativa de aula de Cálculo – Acervo pessoal de P_7L_4



Fonte: Diário de Bordo da Pesquisa – Encontro 4

Para dar continuidade nesta seção, expomos uma análise descritiva completa de dois exemplares heurísticos do Vê de Gowin, a saber: o diagrama V4E5 do acervo de P_7L_4 relativo às noções conceituais de Integral; e o diagrama V3E4 de P_1LB_4 referente às ideias fundamentais de Derivada.

O diagrama heurístico V4E5 (Quadro 82) produzido por P_7L_4 no Encontro 5 pode ser compreendido analiticamente a partir da *Questão – foco* estabelecida, ou seja, “Considere f uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa integrar essa função f no contexto do Cálculo Diferencial e Integral?”. Com base nessa pergunta, P_7L_4 descreve os *Acontecimentos* ocorridos que subsidiaram a busca de respostas para a questão em estudo. Para isso, elenca as ações realizadas tais como *“leituras, discussões, atividades e reflexões que tivemos durante o curso de extensão”*, isto é, contempla a organização teórico-metodológica referente à dinâmica de trabalho adotada durante a aplicação da AD no Curso de Extensão.

Destacamos que essas ações podem ser correlacionadas com os momentos pedagógicos de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011); e assim de forma análoga é possível fazer as seguintes correspondências: o processo de leitura com a “problematização inicial”, as discussões com a etapa da “organização do conhecimento”, pois há necessidade de se reelaborar os conhecimentos prévios aos novos para que os diálogos façam sentido; e por fim, as atividade e reflexões sistematizam a “aplicação do conhecimento”.

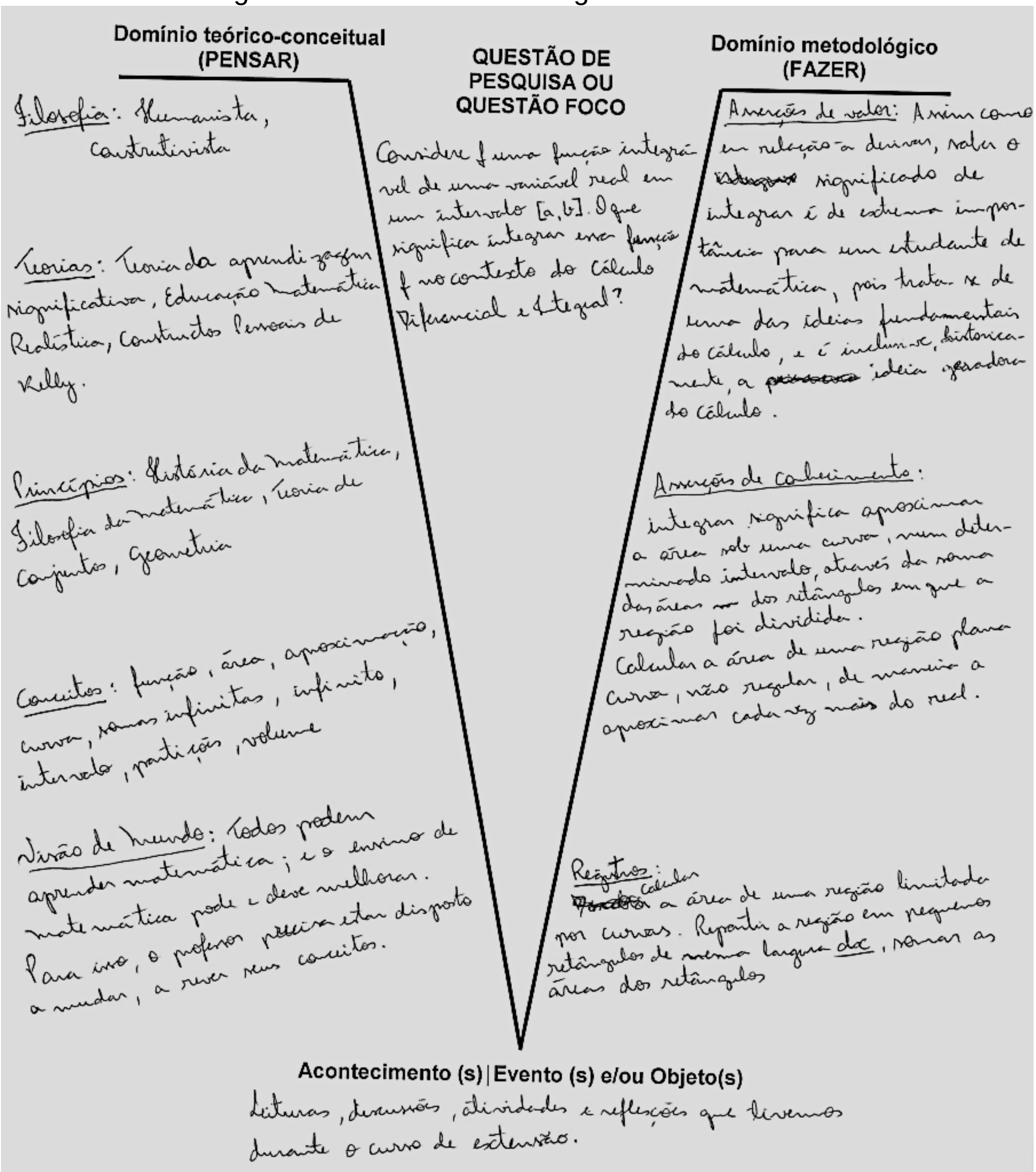
De outro lado, é possível construir relações similares com os princípios da TAS, uma vez que a atividade de leitura possui potencial para desencadear reflexões metacognitivas relacionadas aos conhecimentos prévios. Isto posto, de forma geral, no entanto não linear, as discussões favorecem a diferenciação progressiva ao oportunizar a construção de associações hierárquicas baseadas em relações de inclusividade, isto é, do geral para o particular. Essa construção exige a produção de argumentação para que se estabelece negociação de significados, e a articulação lógica com os novos conhecimentos. Por sua vez, a realização de atividades e os momentos dedicados às reflexões criam as condições adequadas para que haja a reconciliação integrativa. Esse processo cognitivo colabora para esclarecer inconsistências reais ou aparentes do tema em estudo, favorecendo clareza para a elaboração de asserções de conhecimento e valor. Com base nessas ideias e na questão-foco, observamos no V4E5 de P_7L_4 os *Conceitos* de *“função, área, aproximação, curva, somas infinitas, infinito, intervalo, partições, volume”*. Sendo assim, para o elemento *Registro* do diagrama, P_7L_4 expressa o seguinte: “*Calcular a área de uma região limitada por curvas. Repartir a região em pequenos retângulos de mesma largura dx, somar as áreas dos retângulos”.* Nesse fragmento textual podemos inferir a coerência entre os conceitos e os registros explicitados por P_7L_4. Nesse sentido, grifamos algumas ideias desse registro para enfatizar a correlação existente entre as noções conceituais apresentadas. Portanto, pontuamos o seguinte: “*Calcular a área de uma região limitada por curvas* [noções de conceituais de função, área e curva]*. Repartir a região em pequenos retângulos* [ideia de aproximação, somas infinitas] *de mesma largura dx* [noções conceituais de intervalo, partição]*, somar as áreas dos retângulos* [novamente envolve noções conceituais de área e aproximação]”. Esses aspectos da produção de P_7L_4 sugerem indícios de aprendizagem significativa, pois percebemos uma sequência de articulação e exploração de relações entre ideias, conceitos, teorias; embora nesse fragmento textual destacado não há menção explícita de teorias. Seguindo a explanação desse diagrama, em *Princípios* encontramos “*História da Matemática, Filosofia da Matemática, Teoria dos Conjuntos, Geometria”*. Nesse sentido, Novak e Gowin (1984, p.72) esclarecem que os princípios são “regras conceptuais que governam a ligação entre os padrões existentes nos fenômenos; têm forma de proposições". Portanto, nesse elemento temos uma inconsistência teórica. Todavia, recorrendo ao diário de bordo, salientamos que houve uma dificuldade de compreensão, pois P_7L_4 se refere a essas terminologias como fonte para se obter os princípios científicos necessários para resolver a questão-foco. Dessa maneira, lembramos em consonância com TAS que os princípios são entendidos como sendo capazes de explicar por que é que os acontecimentos ou objetos apresentam o que é observado (NOVAK; GOWIN, 1984). Nessa produção de P_7L_4 não é explicitado registros a respeito de *Transformações*. Por sua vez, as *Teorias* apresentadas em V4E5 são *"Teoria da Aprendizagem Significativa, Educação Matemática Realística, Constructos Pessoais de Kelly".* Esclarecemos que a "Educação Matemática Realística" é considerada uma abordagem de ensino, em que "(...) a matemática deve ser conectada com a realidade, estar próxima dos alunos, ser relevante para a sociedade e ser de valor humano" (FERREIRA; BURIASCO, 2016). Em relação aos "Constructos Pessoais de Kelly" é entendido como pertencente a um conjunto de teorias psicológicas de linha cognitivista associadas às teorias ativas de conhecimento (NEVES; CARNEIRO-LEÃO; FERREIRA, 2012). Nesse contexto, percebemos indícios de aprendizagem significativa, uma vez que P_7L_4 demonstrou relações entre a TAS e outros conhecimentos prévios similares associados a esse momento de aprendizagem. A partir das *Teorias* sinalizadas por P_7L_4, as *Asserções de conhecimento* a princípio não parecem dialogar com tais ideias, pois é afirma-se que *"Integrar significa aproximar a área sob uma curva, num determinado intervalo, através da soma das áreas dos retângulos em que a região foi dividida. Calcular a área de uma região plana curva, não regular, de maneira a aproximar cada vez mais do real".* Embora, tal declaração não apresenta a tônica clássica da linguagem lógico-formal, manifesta evidências de natureza didático-epistemológica, haja vista que no processo educacional, uma explicação adequada é aquela entendida pelos(as) estudantes em um contexto envolvendo as ideais iniciais de um tema proposto (POINCARÉ, 1904). Nessa perspectiva, Ausubel (2003) explicita que:

> "(...) a cognição envolve processos, tais como a relação do novo material a aspectos relevantes da estrutura cognitiva existente, verificando a forma como se pode reconciliar o novo significado resultante com os conhecimentos estabelecidos e recodificando o mesmo numa **linguagem mais familiar e idiossincrática**" (AUSUBEL, 2003, p. 86, destaque nosso)

Com base nessa análise descritiva da produção heurística de P_7L_4 referente ao diagrama V4E5, finalizamos essas considerações com as *Asserções de valor* declaradas nesse diagrama. Dessa maneira, P_7L_4 afirma que: *"Assim como em relação à derivar, saber o significado de integrar é de extrema importância para um estudante de matemática, pois trata-se de uma das ideias fundamentais do Cálculo, e é inclusive historicamente a ideia geradora do Cálculo"* [complementamos mediante os registros do diário de bordo que P_7L_4 faz uma clara referência ao texto de Rezende (2003) discutido durante a AD, destaques nosso]. Essa asserção de valor relaciona-se com a questão-foco envolvendo ideias matemáticas específicas, aspecto didático relevante nesse contexto. Em seguida, identificamos uma asserção de valor de natureza instrumental à medida que P7L4 reconhece o quanto é apropriado para um estudante de matemática esse saber, justificando com uma asserção de valor intrínseco, pois enfatiza com a expressão linguística "*e é inclusive*" o caráter histórico-epistemológico desse conhecimento matemático.

Quadro 82 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência didático-epistemológica: V4E5 produzido por P_7L_4

Tema: Significados atribuídos à Integral no contexto do Cálculo



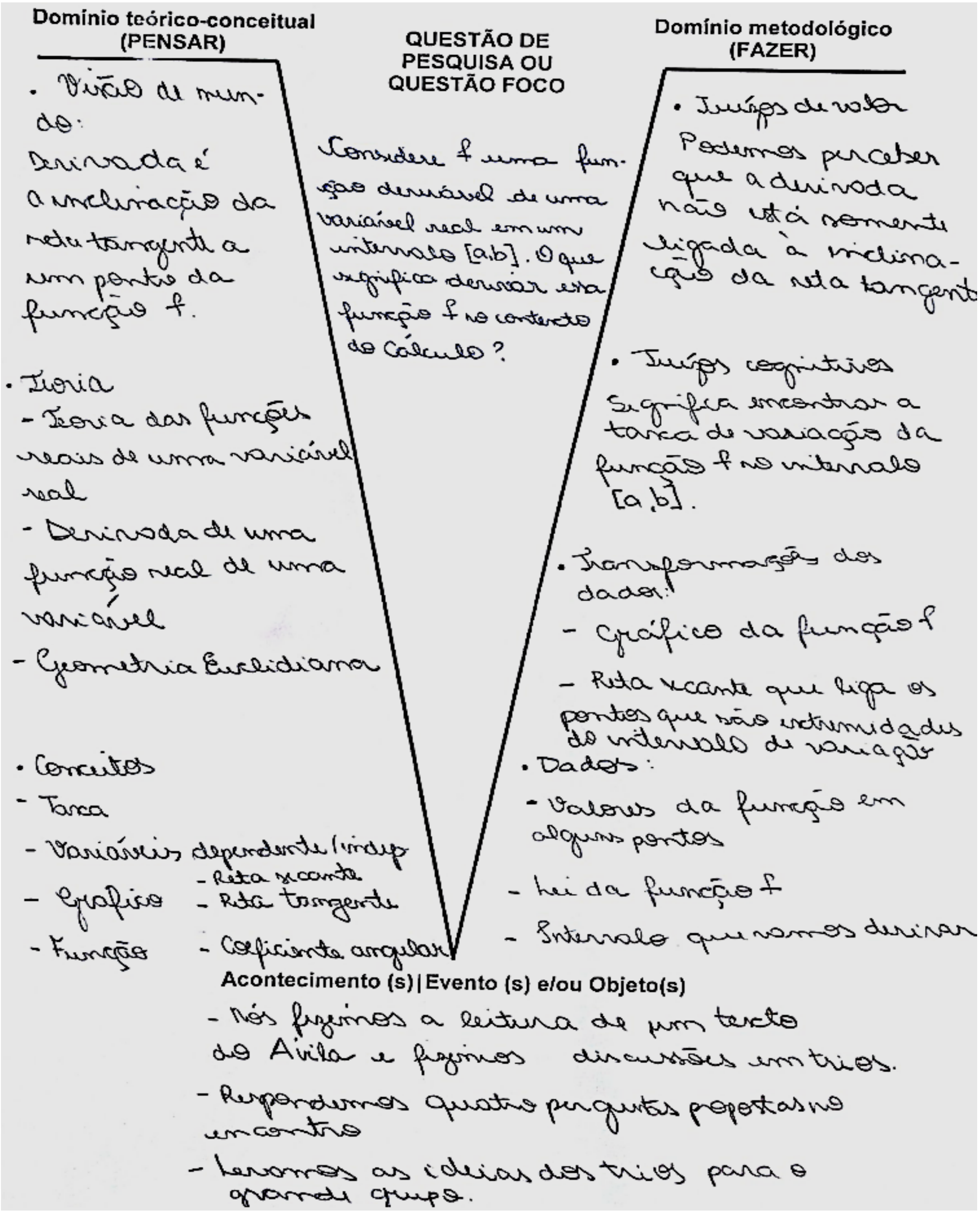
Código de identificação: V4E5 produzido por P_7L_4

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

Na sequência, apresentamos a análise descritiva referente ao diagrama heurístico V3E4 (Quadro 83) produzido por P_1LB_4 no Encontro 4, de forma análoga à estrutura textual realizada no V4E5 de P_7L_4.

Quadro 83 – Exemplar de Vê de Gowin agrupado na Tendência didático-epistemológica: V3E4 produzido por P_1LB_4

Tema: Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo



Código de identificação: V3E4 produzido por P_1LB_4

Fonte: Organizado pela pesquisadora (2017)

A *Questão – foco* estabelecida para a produção heurística do V3E4 de P_1LB_4 é a seguinte: “Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral”? Para nortear a busca de respostas para essa pergunta, P_1LB_4 explicita em seu diagrama três *Eventos,* a saber: I) *"Nós fizemos a leitura de um texto do Ávila*[83] *e fizemos discussões em trios";* II) *"Respondemos quatro perguntas propostas no encontro"* [aqui P_1LB_4 se refere ao Encontro 4]; III) "Levamos as ideias dos trios para o grande grupo". Tal como descrito na análise anterior do V4E5 de P_7L_4, observamos na sequência do relato dessas atividades de P_1LB_4 tanto a dinâmica dos momentos pedagógicos de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011) quanto os pressupostos teóricos dos princípios da TAS, para favorecer os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Os destaques que assinalamos nos eventos I, II e III de P_1LB_4 demonstram uma sequência gradativa de iniciativas que revelam uma predisposição para a aprendizagem. Tal fato é corroborado pelo estilo linguístico de P_1LB_4 ao escolher o pronome relativo à primeira pessoa do plural (nós). Isso evidencia a tomada de iniciativa favorecida pelo sentimento de autonomia e pertencimento ao grupo, fatores relevantes na perspectiva de aprendizagem que considera princípios humanistas e construtivistas. A partir dos eventos elencados, P_1LB_4 registra uma lista de *Conceitos*, tais como *"taxa, variáveis dependente/independente, gráfico, Função, reta secante, reta tangente, coeficiente angular"*. Para manipular essas noções conceituais, P_1LB_4 destaca como *Dados "valores da função em alguns pontos, Lei da função f, intervalo que vamos derivar".* Tais *Dados* são entendidos aqui como *Registros* coerentes com a seleção de conceitos estabelecida no diagrama V3E4 por P_1LB_4. Na parte do domínio teórico-conceitual desse diagrama não há menção de *Princípios ou Leis*. No entanto, P_1LB_4 demonstra articular essas noções na lista de dados apresentados, a exemplo da expressão *"Lei da função f".* Essas imprecisões ou omissões são entendidas como ocorrências naturais do processo de aprendizagem, na perspectiva de uma investigação empírica dessa natureza (NOVAK; GOWIN, 1984; AUSUBEL, 2003). Ademais, essa situação foi acentuada pelo fato de que os(as) participantes desta pesquisa afirmaram desconhecer o Vê de Gowin anteriormente à participação do curso de extensão ministrado. Na continuidade das considerações do presente diagrama, P_1LB_4 demonstra correlações lógicas consistentes entre conceitos, dados e *Transformações*, expressando-as como *"Gráfico da função f, Reta secante que liga os pontos que são extremidades do intervalo de variação"*. Para subsidiar essas transformações, as *Teorias* mencionadas

---

[83] ÁVILA, Geraldo. Limites e Derivadas no Ensino Médio. In: ÁVILA, Geraldo. **Várias Faces da Matemática:** Tópicos para Licenciatura e leitura geral. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. Cap. 19. p. 167-177. Edição revista e ampliada

consistem em *“Teoria das funções reais de uma variável; Derivada de uma função real de uma variável* [essa incongruência de natureza epistemológica do conhecimento é compreendida nessa pesquisa como reflexo da experiência idiossincrática]; *“Geometria Euclidiana”*. É relevante salienta que no domínio teórico-metodológico da abordagem semântica, teorias científicas são concebidas como coleções de modelos (BATISTA, 2004). Com base nessa fundamentação teórica, P_1LB_4 expressa *Juízos cognitivos*, expressão equivalente no contexto da TAS para referir-se às asserções de conhecimento, da seguinte maneira: “*Significa encontrar a taxa de variação da função f no intervalo [a,b]”*. Essa asserção de conhecimento de P_1LB_4 evidencia que houve indícios de aprendizagem significativa em relação à Derivada; pois inicialmente registrou como *Visão de Mundo* a ideia de que *“Derivada é a inclinação da reta tangente a um ponto da função f”*. De forma complementar, no diagrama V5E5, o qual consistiu em um segundo momento para refletir a respeito da questão-foco aqui tratada, P_1LB_4 demonstra aprimoramento dessa compreensão, pois afirma que derivar *“Significa encontrar a taxa de variação da função f no intervalo [a,b]. Também podemos entender como a inclinação da reta tangente a um ponto da função f, mas esta não é a ideia central por trás do significado*”.

Nesse sentido, ao observamos os *Juízos de valor*, ou asserções de valor, no diagrama inicial V3E4 (Quadro 83) de P_1LB_4 encontramos a seguinte declaração: *“Podemos perceber que a derivada não está somente ligada à inclinação da reta tangente”.* Isso posto, compreendemos que a asserção de valor elaborada por P_1LB_4 no diagrama V3E4 relaciona-se claramente com a questão-foco ressaltando a especificidade das ideias matemáticas, e demonstra com essa afirmação uma asserção de valor de natureza intrínseca. Por conseguinte, no diagrama V5E5, P_1LB_4 destaca nas asserções de valor que: “*A partir da pesquisa percebemos o quão importante é saber o significado do conceito de derivadas e não somente saber as técnicas para se obter a taxa de variação da função*”.

Considerando as análises de produções heurísticas apresentadas nesta seção, como anunciado no início desta investigação, reconhecemos que houve êxito em relação à intencionalidade pedagógica de aproximar os(as) participantes, a fim de compartilharem e refletirem a respeito de conhecimentos e experiências, em um ambiente educativo acolhedor (FREIRE, 2004). Além disso, o desdobramento dos eventos I, II e III mencionados por P_1LB_4 no V3E4 demonstram na investigação empírica os fundamentos selecionados na investigação teórica, uma vez que compreendemos indícios de aprendizagem significativa mediante a adoção da estratégia de trabalho em grupo simples com funções diversificadas (BORDENAVE; PEREIRA, 2012). Nessa perspectiva, o contexto didático-pedagógico possibilitou que os(as) participantes pudessem estabelecer relações lógicas entre o que é apresentado pelos materiais e atividades, e pelas experiências prévias de cada componente do grupo. Esse dinamismo foi apoiado constantemente pela prática do estudo e da leitura. Portanto, essas práticas, realizadas de forma sistemática durante as atividades da AD, mostraram-se como pressupostos básicos no âmbito da TAS para reconhecer e relacionar conceitos/teorias, identificar ideias principais, e construir bases de argumentação para serem compartilhadas durante as discussões promovidas.

As investigações com enfoque em Didática da Matemática configuram-se em compreender e refletir processos de ensino e de aprendizagem, buscando indícios cognitivos para embasar práticas pedagógicas. A próxima seção visa apresentar a repercussão do Vê de Gowin no contexto da Formação Docente, conforme a perspectiva teórico-metodológica desta pesquisa.

6.3.3 Vê de Gowin e Formação Docente em Matemática

No Encontro 5 solicitamos aos membros participantes um relato de experiência a partir das atividades desenvolvidas com o Diagrama Vê. Para viabilizar a organização das informações obtidas nessa atividade recorremos à análise documental. Esse procedimento metodológico consiste em transformar um documento primário para um documento secundário a partir de uma indexação regulada por termos ou ideias em conformidade com objetivos e propósitos do trabalho realizado (BARDIN, 2011).

No caso desta pesquisa, os referencias teórico-metodológicos nos possibilitaram adotar o termo “Repercussão Heurística (RH)” para dialogar com a literatura científica. A escolha dessa expressão linguística caracteriza o significado didático-pedagógico permeado ao longo deste trabalho. A palavra “heurística” tem origem grega e sua acepção consiste na “arte da pesquisa” (ABBAGNAMO, 2007). Em complemento, o verbo “repercutir” refere-se à influência e relevância que uma situação, acontecimento ou ideia pode provocar, gerando reflexões e ações de propagação, e disseminação de fatos e/ou acontecimentos. Desse modo, entendemos que a adoção do Vê de Gowin é um instrumento efetivo para o desenvolvimento de atividades de pesquisa relacionadas à área de Matemática e de Educação Matemática, propiciando reflexões que agregam valor formativo no contexto da prática docente. Mediante o processo de leitura analítica articulada aos fundamentos norteadores desta pesquisa, indexamos quatro regularidades a partir dos relatos obtidos, assim denominados:

- RH 1 – Gestão pessoal do conhecimento científico;
- RH 2 – Epistemologia didático-matemática;
- RH 3 – Epistemologia pedagógica;
- RH 4 – Epistemologia psicoemocional.

A seguir, apresentamos as atividades propostas, motivações teórico-metodológicas para a caracterização da nomenclatura adotada em cada RH, e a organização das respostas obtidas para cada RH. Destacamos que essa organização nem sempre contempla excertos textuais de todos(as) participantes do curso de extensão em cada RH, uma vez que cada sujeito se relacionada de modo único e exclusivo perante a construção de seus próprios conhecimentos. O Quadro 84 apresenta a proposta metacognitiva a respeito do processo de aprendizagem, envolvendo a construção do Vê Epistemológico.

Quadro 84 – Construção do Vê Epistemológico e reflexões de aprendizagem

Repercussões Heurísticas e o Vê de Gowin
Apresente suas asserções de valor e suas compreensões a respeito da utilização do Vê Epistemológico nesse Curso de Extensão. O Vê de Gowin contribuiu para você construir novos significados associados a conceitos matemáticos, pedagógicos e didáticos discutidos durante o curso? Comente.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A **RH1** “Gestão pessoal do conhecimento científico” agrupa as respostas contemplando a potencialidade do Vê de Gowin como instrumento epistemológico para contribuir com estudantes e professores no processo de adquirir conhecimento a respeito do próprio conhecimento, e modos pelos quais se constroem e se utilizam o conhecimento (NOVAK; GOWIN, 1984). A seguir, o Quadro 85 sintetiza as respostas obtidas para a RH1.

Quadro 85 – RH 1: Gestão pessoal do conhecimento científico

RH 1 – Gestão pessoal do conhecimento científico	
Código	**Relato(s) de Experiência(s)**
P_1LB_4	O Vê é significativo, pois explicita toda a parte conceitual por trás da pesquisa, além de nos fazer refletir sobre a importância da pesquisa e sobre as respostas para nossa questão foco.
P_5L_4	O Vê Epistemológico é uma importante ferramenta para a reflexão de vários objetos de estudo. O seu processo investigativo auxilia e facilita na reflexão do objeto em estudo.
P_7L_4	O Vê me ajudou a relacionar o que eu já tinha e o que aprendi de novo e gerar novos conhecimentos.
P_9LB_2	Pude não só aprender, mas de fato entender os conteúdos por trás do tão temido Cálculo Integral e Diferencial. Entender aspectos não somente conceituais, mas também pedagógicos (ensino), trabalhando com o Vê Epistemológico que possibilitou a visão sobre toda a "esfera" no qual o Cálculo está submerso.
$P_{14}L_C$	O Vê Contribui no sentido de permitir caracterizar como nos concebemos determinado objeto, além de apresentar certas referências de que utilizamos para tratar de tal objeto.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

De modo geral, encontramos indícios nessas respostas que remetem aos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa associados à ocorrência de aprendizagem significativa. A seguir, enfatizamos ideias gerais dos relatos de cada participante agrupado na RH1.

❍P_1LB_4: explicita a compreensão entre a interação do lado teórico-conceitual e metodológico do Vê de Gowin, com destaque para a expressão quanto ao entendimento envolvendo as asserções de valor.

❍P_5L_4 e $P_{14}L_C$: destacam o Diagrama Vê como um recurso efetivo para o estudo de um objeto, pensamento próximo ao objetivo de Gowin quando ministrava em laboratórios suas aulas de Ciências.

❍P_7L_4: retrata a dinâmica de princípios da TAS relacionando características cognitivas que tal recurso proporciona. A sequência do relato indica a relevância de conhecimentos prévios, "*relacionar o que eu já tinha*", a diferenciação progressiva, "*o que aprendi de novo*", indícios da ideia de recursividade pelo movimento cognitivo de articulação de conhecimentos, "*ajudou a relacionar*" e, reconciliação integrativa "*gerar novos conhecimentos*". Esse texto de P_7L_4 evidencia os pressupostos fundamentais da TAS.

❍P_9LB_2: especifica a potencialidade de ordem científica “*entender os conteúdos por trás do tão temido Cálculo Integral e Diferencial*” e didática “*entender aspectos não somente conceituais, mas também pedagógicos (ensino)*”; além do mais repercute o Vê de Gowin evidenciando a sua potencialidade para ser adotado como organizador prévio, “*trabalhando com o Vê Epistemológico que possibilitou a visão sobre toda a ‘esfera’ no qual o Cálculo está submerso*”, argumento que ressalta a coerência do Diagrama Vê e a hierarquização do conhecimento, no sentido ausubeliano, como fator favorável à aprendizagem significativa.

A **RH2** “Epistemologia didático-matemática” reúne as respostas que articulam a abrangência do Vê de Gowin para o entendimento da construção do conhecimento científico, evidenciando contribuições tanto para a prática docente quanto para a própria formação matemática. A seguir, o Quadro 86 organiza as respostas obtidas para RH2.

Quadro 86 – RH 2: Epistemologia didático-matemática

RH 2 – Epistemologia didático-matemática	
Código	**Relato de experiência**
P_1LB_4	[...] contribuiu na organização das minhas ideias tanto matemáticas quanto as ideias relacionadas ao próprio Vê.
P_3L_3	A utilização do Vê ampliou a minha visão a respeito do que é necessário para se ter o uso do Cálculo.
P_9LB_2	O Vê de Gowin permitiu uma melhor organização e sistematização de ideias, além de uma reflexão acerca dos conteúdos discutidos. Reflexão que analisa toda a esfera que o conteúdo está inserido, e não somente um determinado apêndice do mesmo.
$P_{10}L_3$	O Vê Epistemológico inicialmente foi visto como algo externo a Matemática. Entretanto, conhecendo o Vê a cada encontro foi possível identificar seu valor no que diz respeito a organização de ideias e significação de conceitos matemáticos. Isso é coisa fácil de se perder, mas torna-se mais significativa e clara com o Vê.
$P_{13}L_4$	O Vê contribuiu muito no quesito associar conceitos matemáticos. Vejo que o Vê é uma forma de estruturar e organizar nossos pensamentos e ideias, e estruturar os “Vês” ao longo dessas duas semanas possibilitou eu ir além do que pensava ser possível para um conceito matemático, e também as discussões em grupo elevaram minha didática pedagógica.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Em síntese, com base no Quadro 86, destacamos que para esses participantes o Vê de Gowin trouxe novas perspectivas para a compreensão de ideias e conceitos matemáticos, com ênfase na atribuição de significados instigadas por questionamentos e reflexões realizadas ao longo da aplicação da AD.

Para $P_{13}L_4$, por exemplo, a proposta de construção constante dos diagramas ampliou suas percepções profissionais "*as discussões em grupo elevaram minha didática pedagógica*", e cognitivas rumo a construção do conhecimento associada ao desenvolvimento pessoal. Pois, declara que "*estruturar os 'Vês' ao longo dessas duas semanas possibilitou eu ir além do que pensava ser possível para um conceito matemátic*o". Um aspecto relevante trazido no relato de $P_{10}L_3$ se refere ao caráter de reconciliação integrativa para sistematizar e clarificar as ideias, promovendo o exercício consciente da síntese de ideias, pois para $P_{10}L_3$ " *conhecendo o Vê a cada encontro foi possível identificar seu valor no que diz respeito a organização de ideias e significação de conceitos matemáticos. Isso é coisa fácil de se perder, mas torna-se mais significativa e clara com o Vê*".

A **RH3** "Epistemologia pedagógica" organiza as respostas contemplando indícios de dúvidas, incertezas e necessidade constante de atualização profissional inerentes à prática docente. No Quadro 87 sintetizamos as respostas de RH3.

Quadro 87 – RH 3: Epistemologia pedagógica

RH 3 – Epistemologia pedagógica	
Código	**Relato(s) de Experiência(s)**
P_5L_4	Não sei se já tenho o domínio de se trabalhar com o VÊ, mas é uma ferramenta a mais de estudo que posso utilizar.
P_7L_4	O Vê me ajudou a sistematizar os conceitos que já tinha e as reflexões que fiz durante o curso. Para mim é novidade saber que existem vários estudos e pesquisas neste sentido de aprendizagem significativa na área da Matemática de Ensino Superior e formação de professor de Matemática. O Vê Epistemológico, como comentei, achei interessante, nunca tinha ouvido falar.
P_9LB_2	Tive oportunidade de ponderar sobre as maneiras as quais os conteúdos de Cálculo estão inseridos e sobre a parte significativa do mesmo.
$P_{12}L_3$	Gostei bastante, acredito que de um modo geral nós matemáticos temos certa dificuldade de organizar ideias no papel, mas o Vê ajudou a começar a organizar meus pensamentos e o que eu sei, não somente sobre conteúdos de matemática, mas sobre todos os assuntos.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Com base no Quadro 87, percebemos a incerteza a respeito da assimilação de novas aprendizagens para o desenvolvimento de um futuro trabalho docente. Um exemplo é a declaração de P_5L_4, uma vez que reconhece o Vê de Gowin como um recurso para seus estudos pessoais, entretanto manifesta traços de preocupação quanto a aquisição ou não de competências pedagógicas para o uso profissional desse instrumento heurístico. Esse relato permite propor uma discussão acadêmica e social a respeito do desenvolvimento de políticas públicas que possam promover ações de assessoramento para professores (as) recém-formados (as). Tal perspectiva passa pelos meandros da valorização da profissão docente, e carrega a potencialidade de elevar a qualidade em processos de ensino e aprendizagem em instituições educacionais. Muitas vezes, os sentimentos de “solidão e desamparo profissional” invadem a atuação de recém-formados(as), culminando em desistências profissionais da área escolhida ou sofrimentos de ordem psicológica, e essas duas situações ainda causam prejuízos sociais e econômicos para o país.

Recém-formados(as) que desistem em decorrência de questões inerentes aos conflitos e desafios da prática docente, muitas vezes, tiveram sua formação custeada por instituições públicas e isso gera tanto custos de ordem econômica quanto social, a exemplo de muitas instituições educativas que sofrem com a falta de profissionais para atender demandas formativas específicas. Por outro lado, o (a) recém-formado (a) que persiste na atuação mesmo com os dissabores da prática a serem enfrentados, pode desenvolver algum problema de saúde, sendo mais comuns os de ordem psicoemocional. Tal situação contribui para elevar os gastos com saúde e despesas de natureza trabalhista. Em suma, para não nos alongarmos mais nessa questão, destacamos que a possibilidade de subsidiar a prática didático-pedagógica de professores recém-formados (as) pode contribuir para aprimorar o ensino, favorecer a aprendizagem, reduzir despesas associadas a tratamento de saúde e contratos trabalhistas. Somos conscientes da complexidade da questão aqui retratada, e não temos a menor pretensão de propor isso como solução ou “receita mágica” para dissipar o rol de problemas correlacionados aos múltiplos aspectos dessa situação. No entanto, a tarefa da investigação científica nos impele a manifestar e conjecturar ideias em prol do rompimento de algumas tradições formativas cristalizadas, com a finalidade de contribuir para o progresso científico e sociocultural (LAUDAN, 2008).

Em sequência, os relatos de P_7L_4 e P_9LB_2 remetem a ideia da pertinência de momentos de atualização para o exercício docente. De maneira específica, P_7L_4 reconhece a adoção do Vê de Gowin como recurso metodológico para o desenvolvimento de pesquisas e Formação Docente, manifestando a experiência dessa novidade vivenciada durante o curso de extensão. Além disso, $P_{12}L_3$ inclui um tópico que já se manifesta como interesse de pesquisa no âmbito da área da

Educação Matemática. Em seu relato, percebemos a naturalização de um argumento recorrente em espaços universitários tido quase como uma espécie de “crença cognitiva”, $P_{12}L_3$ suaviza a situação explicando assim: “acredito que de modo geral nós matemáticos temos certa dificuldade de organizar ideias no papel”, e segue relatando que o Vê de Gowin contribuiu para amenizar esse desconforto mental.

Nesse sentido, Freitas e Fiorentini (2008) desenvolveram uma pesquisa vinculada ao contexto da Formação Docente em Matemática contemplando a escrita por duas perspectivas antagônicas, de um lado vista como desafio e de outro como potencialidade educativa. Esses pesquisadores descrevem a tradição formativa praticada em muitos cursos de Licenciatura em Matemática, e externalizam algumas situações. Por exemplo, “tradição de pouca leitura e pouca escrita, priorizando um tipo de linguagem que, por ser técnica, inibe aquele que escreve, impedindo, assim, que exponha suas ideias [...]” (p.139). Fiorentini (2005) retrata a política pública que colabora para a conservação dessa prática formativa, isto é, em muitos concursos públicos direcionados a professores de Matemática, as provas são extensas com prioridade para questões de domínio conceitual ou procedimental, em detrimento de questões que possam trazer indícios de capacidade reflexiva e organização didático-pedagógica específica, desejável para construção de situações favoráveis à aprendizagem matemática. Com referência ao trabalho de 2008, Freitas e Fiorentini argumentam que:

> Para haver experiência autenticamente formativa, com base nessa concepção, o ensino da matemática teria que contemplar uma prática exploratória, comunicativa e intersubjetiva, privilegiando a produção de sentidos sobre o que se aprende e se ensina. O contexto experiencial de produção de ideias e sentidos pode tornar-se mais próximo daquele em que irá atuar posteriormente, seja na condição de professor escolar, seja na de professor de professores (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p.141).

Com essa intenção comunicativa e intersubjetiva no sentido de Freitas e Fiorentini (2008), apresentamos a **RH4** denominada por “Epistemologia psicoemocional”. A RH4 agrupa os relatos dos(as) participantes que abordam experiências durante o curso de extensão envolvendo a articulação do binômio cognição e emoção. As repercussões heurísticas reunidas, no Quadro 88, com esse enfoque refletem fundamentação teórica na perspectiva educacional humanista (NOVAK,1980; NOVAK; GOWIN, 1984; NOVAK, 2000; FREIRE; 2004).

Quadro 88 – RH 4: Epistemologia psicoemocional

RH 4 – Epistemologia psicoemocional	
Código	**Relato de experiência**
P_1LB_4	Acredito que o Vê é um excelente instrumento para pesquisa e estudo. No início do trabalho, eu tive muita dificuldade em trabalhar com ele, principalmente por ser o meu primeiro contato com o instrumento e por ter uma teoria por trás de sua construção que não é simples. Entretanto, acredito que eu evoluí durante essas duas semanas e consegui desenvolver um pouco mais dos meus Vês a cada encontro.
P_3L_3	Em particular eu tive pouco contato com o Vê, contudo, com a minha leitura eu consegui chegar à compreensão que o Vê é utilizado para facilitar uma aprendizagem significativa, junto com a sua estrutura ele é capaz de organizar as ideias de uma maneira limpa.
P_5L_4	No primeiro momento não consegui utilizar o VÊ Epistemológico. Não consegui compreender a ideia de organização. Meio que continuo com esse receio, mas sua utilização faz com que refletimos entorno da questão foco a ser trabalhada.
P_7L_4	Eu achei um pouco difícil de usar o Vê no início, não sabia nem por onde começar, nem onde colocar o quê, mas depois entendi que ele serve para organizar nossos pensamentos e ideias a respeito de algo, e não existe apenas uma forma de preenchê-lo. Acredito que teria que usá-lo mais vezes, e continuar tentando ler mais sobre ele, para poder aproveitá-lo melhor, mas nas tarefas que fizemos ele já me ajudou a responder às questões-foco, e a ter uma ideia do que eu penso/sei sobre o assunto.
P_9LB_2	O curso de extensão teve um grande significado para minha formação docente e formação como pessoa, dando-me uma outra visão não apenas do Cálculo Integral e Diferencial, mas de todo conteúdo ministrado nas aulas de Matemática.
$P_{10}L_3$	A condução do curso foi nova para mim, pois foi minha primeira participação em um curso de tal natureza. No início da aula foi desinteressante e maçante por se tratar de responder um questionário, e o primeiro contato com algo externo a Matemática, o Vê Epistemológico.
$P_{12}L_3$	Eu não conhecia o Vê. Confesso que senti dificuldade em responder e organizar o Vê justamente por ter dificuldade em organizar minhas ideias, de passar minhas ideias ‘pro’ papel. Mas, mesmo com essa dificuldade particular gostei muito do Vê e achei interessantíssimo.
$P_{13}L_4$	Aprendi muito sobre o Vê, confesso que achei muito difícil no começo, mas como tudo no começo é complicado, assim como o vê ao passar dos dias fui aprendendo mais e mais a trabalhar com ele, em minha compreensão o Vê é um método de organização e estruturação do pensamento, e que nos auxilia na disposição de nossas ideias.
$P_{14}L_c$	O “V” Epistemológico, diagrama esse que auxilia na organização e sintetização da visão que cada um de nós temos sobre determinados objetos de acordo com questões levantadas. Este é um diagrama que funciona com perguntas direcionas para assim responder questões chaves que nos leve à apresentação de nossa compreensão de determinados objetos.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Com base nas informações reunidas no Quadro 88, sintetizamos a experiência dos(as) participantes em quatro ideias e um destaque. Iniciemos pelas ideias.

I) Dificuldades de compreender e lidar com os elementos heurísticos do Diagrama Vê, situação já esperada com base nos estudos teóricos realizados. A dificuldade cognitiva referente à construção do Vê Epistemológico consiste em uma reorganização mental com prioridade para a análise do conhecimento construído ao invés de valorização do repertório de memória. De fato, pelo princípio biológico da economicidade de energia respondemos mais prontamente a questões de ordem objetiva sem nos atermos a detalhes do que a situações que exigem articulação de pensamentos e abstração analítica. Novak e Gowin (1984, p.129) afirmam que a elaboração do Diagrama Vê "requer não só interpretação, mas também análise, síntese e avaliação do conhecimento — que são os níveis mais elevados da taxonomia dos objectivos educacionais de Bloom (1956)".

II) A superação das dificuldades iniciais enfrentadas viabiliza a compreensão de significados e a percepção de amplitude da capacidade cognitiva.

III) A proposta didático-metodológica, por meio da aplicação da AD, desenvolvida durante o curso de extensão mostrou-se como novidade pedagógica para os(as) membros participantes, com ênfase para a adoção do Vê de Gowin e a prática de diálogos horizontais.

IV) O reconhecimento do Vê de Gowin como recurso efetivo e funcional para a organização e compreensão da construção do conhecimento científico. Esse instrumento heurístico contempla pensamentos permeando experiências teóricas, empíricas e metodológicas culminando com a produção de asserções de conhecimento e valor, as quais circundam o fenômeno estudado. Para além disso, a discussão da estrutura do conhecimento com base em conceitos, princípios, leis, teorias e percepções filosóficas proporcionaram debates e reflexões que fomentaram questionamentos com diferentes sentidos atribuídos aos processos de aprender e de ensinar.

O destaque a ser realizado refere-se ao relato de $P_{10}L_3$, considerando os registros escritos e informações do diário de bordo. Vamos desmembrar o relato em dois períodos: 1º) "*A condução do curso foi* *nova* ***para mim****, pois foi* ***minha*** *primeira participação em um curso de tal natureza*". A expressividade dupla "**para mim** e **minha**" evidencia indícios de sentimento de pertença, uma vez que em ambas frases há reforço linguístico da "presença do eu"; além disso, o registro "primeira participação" permite cogitar a hipótese de que tal vivência tornou-se significativa, pelo motivo de especificar o valor psicológico de novidade, e a diferenciação do curso, isto é, "de tal natureza", o que pode representar algo incomum no âmbito de sua rotina acadêmica. Novak e Gowin (1984) explicam que a aprendizagem humana possibilita a mudança no significado da experiência.

Passamos ao próximo período: 2º) "*No início da aula foi desinteressante e maçante por se tratar de responder um questionário, e o primeiro contato com algo externo a Matemática, o Vê Epistemológico*". Para $P_{10}L_3$ a referência ao início da aula diz respeito as primeiras atividades realizadas no Encontro 1. Em sua percepção, **(a)** "responder um questionário" e a apresentação do **(b)** Diagrama Vê descrito incialmente como "primeiro contato com algo externo a Matemática" despertou-lhe o sentimento de "desinteresse", e, por conseguinte, se não há interesse, logo nos deparamos com o tédio ou a frustação, aqui qualificado por $P_{10}L_3$ como uma situação "maçante".

Vamos refletir: no **item (a)** as questões solicitadas demandavam muitas correlações analíticas, pelo motivo de exigir elaborações cognitivas associadas ao significado de vários aspectos contemplando a temática do Cálculo Diferencial e Integral. Não obstante, os enunciados das questões foram escritos de modo a instigar a expressão pessoal, ou seja, para muitos (as) estudantes isso não é esperado. Uma situação é se deparar com a pergunta: "o que é derivar?", outra coisa diferente consiste em questionar: "para você, o que significa derivar"? Essa segunda questão sugere a responsabilidade pessoal pela aprendizagem, ou seja, cada um torna-se corresponsável para valorizar e assumir suas experiências educativas. De acordo com o que apresentamos até aqui, eram nove questões a serem resolvidas, a serem decididas. O contexto acadêmico universitário, na maioria das vezes, não possui uma perspectiva favorável para lidar com o erro, e mesmo esclarecendo que todas as formas de respostas seriam válidas para a investigação, isso não contribui efetivamente para diminuir a possibilidade da tensão emocional provocada pela situação arraigada por hábitos culturais. Por isso, é relevante ao se propor uma abordagem de ensino diferenciada considerar esses fatores externos, preparando-se para propiciar um ambiente acolhedor.

Já em relação ao **item (b)** com menção ao Vê Epistemológico como algo externo à Matemática parece-nos algo que mereça atenção de outras pesquisas. Tal participante já se encontra no 3º ano da graduação no Curso de Licenciatura em Matemática. Nesse momento da formação, existe a expectativa da possibilidade de exercer a docência, e para desempenhar essa função é necessário a construção de um repertório pedagógico. Concordamos com $P_{10}L_3$ que o Vê de Gowin não é um recurso heurístico específico da área da Matemática, e quanto a isso expressamos os agradecimentos científicos ao Prof. Gowin, por construir uma alternativa compatível e flexível a contextos de ensino, de aprendizagem e de pesquisa. Se o Vê de Gowin fosse uma entidade matemática, talvez, guardadas as devidas proporções, poderíamos compreendê-lo como uma teoria, visto o grau de abrangência de sua aplicação para o entendimento da produção de conhecimento em diferentes áreas. Mas, a insatisfação cognitiva de $P_{10}L_3$ manifesta-se em primeiro momento pela ausência de compreensão das possíveis relações que podem ser estabelecidas entre conhecimentos matemáticos e o Diagrama Vê. A percepção de algo desconhecido, pode gerar um pensamento de negação desse conhecimento. Mas, esse não foi o caso de $P_{10}L_3$. Essa situação também era prevista, e por isso no primeiro encontro desenvolvemos atividades de familiarização com esse instrumento heurístico fazendo o uso de um dos assuntos mais conhecidos por estudantes de Matemática, o tema de "Funções". No caso específico da AD, enfocamos funções elementares para relacionar com conteúdos aprendidos na Educação Básica, e aproveitar o momento para discutir alguns conhecimentos prévios relacionados ao tema.

A seguir, apresentamos relatos, memórias e reflexões dos(as) participantes quanto aos aspectos teórico-metodológicos da AD que originaram o Curso de Extensão: "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática".

6.3.4 Asserções Educativas da Abordagem Didática na perspectiva dos (as) Participantes desta Pesquisa

Iniciamos esta seção com a síntese do curso de extensão elaborada por $P_{14}L_{C}$. A opção por essa escolha textual consiste em destacar a articulação entre o que foi planejado, e como as ações foram desenvolvidas. Ressaltamos a coerência do relato de $P_{14}L_{C}$ entre propósitos da pesquisa, AD e aplicação do curso da extensão.

> Nas duas últimas semanas passei por uma experiência muito rica, o curso de extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática". O objetivo do curso era repensar o objetivo do Cálculo Integral e Diferencial nos cursos de formação docente, em outras palavras, que contribuições esta disciplina traria para futuros professores de Matemática que se encontram em formação inicial. Sendo assim, foi estudado diversos textos com discussões distintas, e eu estou mencionado sem referências rigorosas – por se tratar de um relato – os tópicos discutidos nestes textos e respectivos autores a quem são ligadas essas ideias : A relevância das disciplinas específicas e didáticas em cursos de Licenciatura em Matemática (FIORENTINI); Dificuldades discentes e alto índice de reprovação em disciplinas de Cálculo Integral e Diferencial (REZENDE); Conceito, construção e história do Cálculo Integral (MACHADO); Pensando ideias fundamentais de Cálculo Diferencial para ser levada ao ensino básico (ÁVILA). Por seguinte, aponto que todas essas discussões apresentadas durante o período de curso trouxeram-me muitas novidades, nos conceitos de Cálculo Integral e Diferencial e em noções formativas a respeito deste conteúdo. O que já era de se esperar, devido minha formação inicial não ter ocorrida na mesma região do curso ($P_{14}L_{C}$ – Relato de experiências vivenciadas no Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática" – Material documental de pesquisa, 2017).

A seguir, organizamos os relatos obtidos com base em asserções educativas envolvendo dois critérios gerais: **I)** organização teórico- metodológica da AD; e **II)** registros escritos associados aos fatores psicoemocionais, inerentes a perspectiva humanista e construtivista de aprendizagem. O Quadro 89 reúne as asserções educativas envolvendo o critério I.

Quadro 89 – Asserções educativas envolvendo a organização teórico-metodológica da Abordagem Didática

ORGANIZAÇÃO ESTRUTURAL DA ABORDAGEM DIDÁTICA	
Código	**Asserções educativas**
P_1LB_4	Durante o curso de extensão nós trabalhamos com a Teoria Significativa de Aprendizagem para falar sobre a disciplina de Cálculo Integral e Diferencial e discutir a respeito dos significados dos conceitos abordados nessa disciplina e como estes não são trabalhados de forma adequada, ou seja, há a falta da ligação entre as ideias dos conceitos, o significado geométrico e os algoritmos. Além disso, trabalhamos com o Vê Epistemológico para organizamos nossas ideias e pensamentos com relação a Funções, Integrais e Derivadas.
P_3L_3	O curso me trouxe a novidade do Vê epistemológico, da sua forma de utilização aos conceitos propostos. Em aspectos gerais foi muito bom, houve alguns contratempos graças a greve geral, porém não atrapalhou o andamento do curso. Em caso particular eu tive alguns problemas com evento e minha Iniciação Científica, caso não tivesse teria participado todos os dias do curso.
P_5L_4	Eu gostei da maneira como foi abordado o conteúdo a ser trabalhado, e também o conteúdo que foi trabalhado. Somente o VÊ que não me sinto muito seguro de utilizá-lo.
P_7L_4	O curso ficou bem estruturado, a apresentação do Vê, com exemplos, e com o material impresso para acompanharmos em casa, foi muito bom; os textos conversaram entre si, juntamente com os vídeos, e deram uma boa fundamentação para nossas discussões; o fato de fazer o Vê após todas as discussões ajudou a fixar e explorar mais os significados que foram discutidos; a pesquisadora abordou e conduziu bem o curso de maneira geral, a alternância entre atividades individuais (leitura), em dupla, grupo, e as falas (da pesquisadora), deixou o curso mais dinâmico.
P_9LB_2	Obrigado professora por nos /me trazer esta oportunidade. Acredito que se não tivesse participado deste curso eu seria mais um professor que contribuiria para o pensamento acrítico dos alunos em relação à disciplina de Matemática.
$P_{10}L_3$	O curso foi desgastante por se tratar de quatro horas por dia, mas foi bom para gerar reflexões sobre nosso ensino de Cálculo, além de mostrar uma ferramenta de estudo, o "Vê". Ele foi significativo para nossa formação como professores.
$P_{12}L_3$	A forma que o curso foi dado é bastante interessante, ter um tema por encontro, debatê-lo em grupos pequenos e depois levá-lo para o grande grupo, e depois ainda sintetizar tudo e responder à questão foco com o Vê Epistemológico. Ou seja, dessa maneira há tempo para tudo, estudo, debate e a fixação escrita da ideia.
$P_{13}L_4$	Gostei muitos dos aspectos teóricos e metodológicos usados no curso, me permitiu ver problematizações que não havia pensado sobre, elevou meus pensamentos sobre os problemas e ajudou muito no meu modo pensar.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Os relatos organizados a partir das asserções educativas, Quadro 89, envolvendo a organização estrutural da Abordagem Didática evidenciaram a construção de condições para a ocorrência da aprendizagem significativa.

De modo geral, os(as) participantes ressaltaram em um primeiro momento a estranheza em trabalhar com o Vê Epistemológico. No entanto, ao se familiarizam com os elementos heurísticos demonstram indícios de reconhecimento desse recurso para a Formação Docente, em particular por fomentar reflexões constantes a partir de problematizações promovidas pelas questões-foco. A disposição em aprender ficou evidenciada pela superação de dificuldades enfrentadas ao longo do Curso de Extensão, uma vez que houve necessidade de alterar a agenda oficial do curso em razão de movimentos de greve. No entanto, esse fator externo não comprometeu o desenvolvimento das atividades, pois o grupo de participantes colaborou de forma efetiva com a pesquisadora. Além disso, $P_{10}L_3$ relatou que *"o curso foi desgastante por se tratar de quatro horas por dia, mas foi bom para gerar reflexões sobre nosso ensino de Cálculo, além de mostrar uma ferramenta de estudo, o "Vê". Ele foi significativo para nossa formação como professores"*. Essa declaração de $P_{10}L_3$ reforça o indício da escolha consciente e intencional para aprender significativamente, pois manifestou compreensão do porquê mesmo cansado permaneceu durante todo o período de cada encontro.

Outra questão sensível entre os(as) participantes é o reconhecimento da ausência de conhecimentos prévios mediante o movimento de memórias formativas, posto que algumas informações que se relacionem com as novas necessitam serem apreendidas de forma não trivial. Isto é, procurar reconhecer semelhanças e diferenças associadas ao objeto de estudo. Nesse sentido, P_1LB_4 relata que o Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática" permitiu *"(...) discutir a respeito dos significados dos conceitos abordados nessa disciplina e como estes não são trabalhados de forma adequada, ou seja, há a falta da ligação entre as ideias dos conceitos, o significado geométrico e os algoritmos".*

O grau de reconciliação entre as ideias existentes e as novas foi potencializada pelo diálogo textual dos materiais selecionados para o curso, haja vista que P_7L_4 destaca que "(...) os textos conversaram entre si, juntamente com os vídeos, e deram uma boa fundamentação para nossas discussões (...)". A aplicação dos momentos pedagógicos de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011) foram percebidos pelos(as) participantes mediante a dinâmica de trabalho, a exemplo do registro de P_7L_4 que enfatiza "(...) a alternância entre atividades individuais (leitura), em dupla, grupo, e as falas (da pesquisadora)". As atividades citadas permeiam a problematização inicial, a organização do conhecimento e a aplicação do conhecimento mediados pela pesquisadora. Dessa forma, segundo $P_{12}L_3$ "(...) há tempo para tudo, estudo, debate e a fixação escrita da ideia".

Na sequência, agrupamos no Quadro 90 as asserções educativas envolvendo o critério II, isto é, registros escritos associados aos fatores psicoemocionais.

Quadro 90 – Asserções educativas e fatores psicoemocionais referentes à Abordagem Didática

FATORES PSICOEMOCIONAIS E AMBIENTE CONSTRUTIVISTA DE APRENDIZAGEM	
Código	**Asserções educativas**
P_1LB_4	Me senti bem à vontade no curso, pois sempre pude expressar minha opinião e todos os participantes tiveram respeito com as minhas ideias.
P_3L_3	Na primeira aula eu não me senti muito bem, pela demora em realizar o questionário, porém, na parte da discussão me senti atraído pelo tema, os questionamentos e as respostas foram muito produtivos. Na quarta aula[84] foi diferente, o tema tratado foi muito bom e a roda de discussão muito boa, a meu ver houve uma mudança significativa no andamento do curso.
P_5L_4	Antes de começar o curso, eu tinha uma ideia de que ele seria uma roda de discussão, mas não sabia que trabalhar-nos-ia com o "Vê Epistemológico". Por esse motivo, acho eu, que fiquei fora da minha região de conforto nesse primeiro momento. E com o passar do tempo fui me acostumando com a ideia do Vê e seus benefícios.
P_7L_4	Me senti muito bem no curso desde o começo, bem à vontade para me expressar, perguntar, foi um ambiente agradável, acredito que em grande parte pela postura da pesquisadora, sempre simpática, animada, mas também sempre focada no assunto. O entusiasmo e paixão dela são contagiantes. É muito bom fazer algo com alguém que ama o que está fazendo e mostra que acredita naquilo. Quero ser uma professora assim :).
P_9LB_2	O curso foi excelente e não poderia ter sido melhor.
$P_{10}L_3$	No decorrer das aulas foi se iniciando as conversas e foi criado um ambiente para gerar discussões construtivas e proporcionar entendimento do "Vê".
$P_{12}L_3$	Me senti muito bem no curso, pois não importa se eu sei de tudo e sim o que eu sei, ainda que o que eu saiba seja pouco. A troca de ideias foi muito interessante, com certeza meu conhecimento aumentou muito a cada encontro que passava. Me senti muito bem também, pois a Profa. Kátia nos deixou muito à vontade em todos os sentidos, se queríamos falar ou não, ouviu todas as nossas experiências. Amei o curso todo!
$P_{13}L_4$	[...] Acredito sim que obtive uma melhora de conhecimento tanto no Vê quanto nas discussões dos dias, e fico muito feliz por isso, acredito também que o objetivo do curso é ver como nos comportamos nesses dias e ver o nosso progresso tanto como professor quanto cidadão.
$P_{14}L_c$	[...] mesmo não sendo desta região, me senti muito bem acolhido pela professora e pelos demais colegas que participaram comigo.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

[84] P_3L_3 esteve ausente nos encontros 2 e 3.

Em síntese, os(as) participantes destacaram que se sentiram muito bem e acolhidos durante o Curso de Extensão, porque puderam expressar suas ideias de forma espontânea em decorrência de um ambiente agradável e propício para gerar discussões produtivas. Entretanto, dois participantes declararam que no primeiro momento não se sentiram muito bem, e as razões para isso foram distintas. Para P_3L_3 o tempo para realizar o questionário no início foi algo que o incomodou, mas passada essa fase o ritmo e o tema das discussões motivaram sua atenção. Em contrapartida, P_5L_4 declarou que ficou fora de sua região de conforto, no primeiro momento, em decorrência de não saber trabalhar com o Vê Epistemológico. Porém, essa sensação foi dissipada, pois P_5L_4 afirma que "*(...) com o passar do tempo fui me acostumando com a ideia do Vê e seus benefícios".* Para sintetizar essa seção envolvendo asserções educativas e fatores psicoemocionais referentes à AD, destacamos a declaração de $P_{12}L_3$ expressando que se sentiu muito bem no curso "(...) pois, não importa se eu sei de tudo e sim o que eu sei, ainda que o que eu saiba seja pouco".

A seguir, apresentamos algumas considerações na perspectiva didático-epistemológica voltada à Formação Docente em Matemática, com base em noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral.

6.4 Considerações Didático-epistemológicas do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática

Os aspectos históricos, epistemológicos, sociais, culturais e acadêmicos que permeiam a natureza científica do Cálculo Diferencial e Integral propiciam muitas situações a serem debatidas. No entanto, a tradição universitária estabelecida priorizando o ensino e a aprendizagem de modo quase exclusivamente formal reduziu seu "fascínio acadêmico", uma vez que os índices de reprovação, desistência e dificuldades de aprendizagem correlacionadas às disciplinas de Cálculo são retratados em várias pesquisas, e isso tanto na década de 80 quanto na contemporaneidade dos anos 2000 (REZENDE, 2003; LIMA 2012; OLIVEIRA; RAAD, 2012). Diante desse cenário, ao se pensar em trabalhar com essa proposta temática buscamos mediar a discussão por uma perspectiva didática com enfoque humanista, para abordar questões sensíveis tanto de ensino quanto de aprendizagem.

As discussões e a realização das atividades da AD ao longo do curso de extensão, permitiram a caraterização de três eixos temáticos que demonstraram potencialidades de contribuições epistemológicas do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática, tanto no contexto científico quanto didático-pedagógico. O Eixo 1 denominamos de “Memórias psicocientíficas”, o Eixo 2 intitulamos “Docência e Consciência formativa”, e por fim o Eixo 3 aborda o que entendemos por “Reflexões didático-pedagógicas”. A seguir, apresentamos esses eixos e a presença de alguns elementos cognoscíveis recorrentes que viabilizaram essas asserções de conhecimento.

6.4.1 Eixo 1 – Memórias psicocientíficas

As temáticas do Cálculo são articuladas com base nas experiências pessoais. Durante a realização da aplicação da AD foi notável a expressão de algumas emoções, tensões e sentimentos dos(as) participantes. A percepção que tivemos consiste no fato de que muitos reprimem e ignoram seus “sofrimentos acadêmicos”, por sentirem-se “culpados” ao que sugerem denominar por desempenho cognitivo insatisfatório. Por isso, denominamos esse primeiro eixo de “Memórias psicocientíficas”. Isso é tão marcante, que não raras vezes a superação das dificuldades na área é retratada como “evento inédito”, e o (a) estudante que consegue “tal feito” se transforma em referência para sua turma. De acordo com os referenciais teóricos desta pesquisa, essa situação embora seja positiva para alguns, tende a reforçar a ideia de que o alcance da aprendizagem matemática não é acessível à todos(as).

Embora, a oferta da aula possa ser a mesma, cada aprendiz possui uma maneira particular e singular de se relacionar com o conhecimento. Ambientes acadêmicos que instigam competição, ainda mais no contexto da Formação Docente, se mostra em contradição com a prática profissional almejada (FREIRE, 2004). Para aprender Cálculo de modo significativo, é necessário um ambiente favorável ao diálogo, à socialização de ideias, à expressão de dificuldades e à valorização de atividades concernentes à Didática da Matemática.

O tema é sensível, e reconhecemos ser necessário fomentar essas discussões em sala de aula. Muitos estudantes demostraram surpresa por conhecer pesquisas que tratam de dificuldades de ensino e de aprendizagem no contexto do Cálculo Diferencial e Integral. A seguir, para exemplificar a ideia desse eixo, apresentamos um relato de experiência de aprendizagem relativo à disciplina de Cálculo, obtido por meio dos instrumentos metodológicos desta pesquisa.

> O curso veio ao encontro de alguns questionamentos que estava me fazendo no ano passado, enquanto fazia a disciplina de Cálculo 2. Eu fiz vários exercícios e aprendi as técnicas de derivação e integração com mais de uma variável, aprendi a desenhar o gráfico no R^3, a partir das equações, mas eu não entendia o que, por que e para que era tudo aquilo, e isso me deixava frustrada, porque é uma disciplina muito importante no curso de Matemática. Fiquei com uma nota ótima, com um ótimo professor, mas sinto que não aprendi as coisas mais importantes. E neste sentido, o curso de extensão me deu um pouco de tranquilidade, pois vi que não é algo que aconteceu apenas comigo, e que a culpa não é só minha, porque não estudei o bastante. Além disso, que existem pesquisas nesta área e esforços para que essa realidade mude. Vi também que tudo está conectado, com a forma como a Matemática é ensinada na escola. É um ciclo que se repete há muito tempo, e que devemos quebrar. Eu espero ajudar a quebrá-lo, e acredito que este curso me deu mais condições para isso (Relatos de Memórias do Curso de Extensão - P_7L_4, 2017).

6.4.2 Eixo 2 – Docência e Consciência formativa

A valorização e reconhecimento da relevância de conhecimentos prévios para o estudo de temáticas específicas de Matemática trouxe o tópico do segundo eixo, “Docência e Consciência formativa”. O relato de P_9LB_2 exemplifica e explica conhecimentos prévios necessários para compreender noções conceituais vinculadas à Integral Definida.

> Para compreender estes conceitos matemáticos necessita-se de um entendimento sobre funções, gráficos de funções, plano cartesiano, coordenadas, retângulos, área de figuras planas, limites, soma, somatório (∑), conceito de infinito, desigualdade e igualdade. Função é um caso particular de uma relação entre dois ou mais conjuntos, é denotada com o conjunto domínio, conjunto imagem e sua lei associativa entre os conjuntos (f). Gráfico de função é o gráfico formado pelo comportamento da função no plano cartesiano. Coordenadas descrevem a localização de determinada parte da função ou ponto no plano cartesiano. Área é a quantidade de espaço que uma figura ocupa em um plano bidimensional (ou plano mesmo). Limite é uma ferramenta matemática que estuda o comportamento da função. Soma é o resultado da adição, somatório é um operador que que soma geralmente uma sequência de termos (P_9LB_2 – Material Documental – Diário da pesquisa)

A articulação entre as experiências formativas, as discussões e atividades promovidas ao longo da AD no curso de extensão trouxeram reflexões de caráter matemático, evidenciando ausência de problematizações envolvendo área e noções de Integral, conforme identificamos em registros escritos de $P_{14}L_C$.

> **“**Figuras planas são trabalhadas dentro dos gráficos, calculando suas áreas. O conceito de área é concebido de maneira que neste universo de argumentações, existe área negativa, não se vê uma colocação a respeito disso em aulas de Cálculo”. ($P_{14}L_C$ – Acervo documental da pesquisa).

Nesse contexto, o relato de P_1LB_4 amplia essa discussão à medida que propõe uma reflexão da relevância de se combater a ideia de “exatidão” propagada na Educação Básica, posicionando-se assim:

> Acho importante a desmistificação da ideia de aproximação, pois no ensino básico é tudo tão exato, ou seja, quando calculamos uma área geralmente a resposta é um número natural, no máximo um racional positivo. Raramente nos é apresentada uma situação em que é necessário calcular a área de figuras irregulares, figuras em que não há uma fórmula para se obter área. (P_1LB_4 – Material Documental – Diário da pesquisa)

Para além da ideia pré-concebida da exatidão, P_9LB_2 levanta o caráter rígido e prescritivo de como alguns elementos matemáticos são enfatizados em aulas de Matemática. Isso configura-se em uma situação favorável para gerar prejuízos pedagógicos no âmbito da aprendizagem. Nesse cenário, temos a oportunidade para esclarecer que “rigidez” e “prescrição” são ideias polissêmicas associadas, muitas vezes, ao sistema matemático axiomático, as quais sequer apresentam similaridades ao método lógico-formal. Esse último serve de referência para o processo de construção do conhecimento científico, e tal como entendemos, referência não é sinônimo de rigidez tampouco de prescrição. A reflexão de P_9LB_2 aborda contradições de práticas pedagógicas que tolhem a autonomia do pensamento matemático, pois uma das contribuições efetivas da Matemática se refere ao modo de propor novas perspectivas de interpretação, e por conseguinte solução para questões sociais oriundas de experiências empíricas. Desse modo, para P_9LB_2:

> A maneira pela qual aprendemos um conteúdo de Matemática contribui para um pensamento menos autônomo, à medida que olhamos para a Matemática como uma ferramenta exclusiva de “lápis e papel”. Na maioria das vezes compreendemos Matemática como algo absoluto e rígido, sem brechas para a compreensão do cotidiano. Porém, entramos em uma contradição, pois a Matemática surge justamente dos problemas do dia a dia. A Matemática é

> vida, é a interpretação e síntese das ideias que englobam a nossa realidade. (P_9LB_2).

Por outro lado, a atribuição de novos significados entre noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral e conteúdos matemáticos abordados na Educação Básica, pode ser exemplificada por meio do relato de $P_{13}L_4$.

> “O Vê, por exemplo, só ouvi falar sobre o método no curso, e também trouxe novidades sobre diferentes formas que posso trabalhar com os alunos na Educação Básica, como por exemplo, dar uma noção de Cálculo, o que antes também não havia pensado sobre”. ($P_{13}L_4$ – Acervo documental da pesquisa)

Nesse sentido, tivemos duas sugestões para apresentar ideias básicas referentes ao Cálculo Diferencial e Integral na etapa da Educação Básica, conforme podemos identificar em relatos de P_1LB_4, sugestões essas que encontram fundamentos epistemológicos e pedagógicos nos trabalhos de Machado (2008, 2011) e Ávila (2010).

> 1. Utilizar, por exemplo, as funções e relacioná-las com taxa de variação.
> 2. Propor e realizar cálculo de áreas de figuras irregulares por estimativa.
>
> (P_1LB_4 – Material Documental – Diário da pesquisa)

A seguir, no Quadro 91 organizamos as asserções educativas envolvendo Docência e Consciência formativa. Para iniciar a síntese desses relatos, apresentamos um fragmento textual de P_1LB_4, remetendo à memória pessoal de experiências formativas com atribuição de novos significados para relações matemáticas estudadas.

> Quando eu estava no Projeto PIBID, preparei uma aula sobre funções quadráticas e aprendi a caracterização da mesma. Uma função quadrática transforma uma PA em uma PA de segunda ordem, mas nunca tinha associado que a razão dessa PA de segunda ordem, nada mais é do que a taxa de variação da função f. (P_1LB_4 – Material Documental – Diário da pesquisa)

De modo geral, os(as) participantes explicitaram que a AD aplicada no Curso de Extensão os levou a resgatar a ideia das noções fundamentais do Cálculo relativas à Integral e Derivada, a exemplo dos registros de P_1LB_4, P_5L_4, P_7L_4 elencados no Quadro 91.

Quadro 91 – Asserções educativas envolvendo Docência e Consciência formativa referentes à Abordagem Didática

Código	Docência e Consciência formativa
P_1LB_4	O curso me acrescentou muito no encontro de Derivadas, pois eu tinha uma outra visão do significado da derivada e o curso me proporcionou ver isto de outra forma. Além disso, gostei muito do contato com o Vê, que foi uma novidade para mim.
P_5L_4	Eu já tinha me esquecido a ideia principal das derivadas e integrais, como taxa de variação e ideia de área. No curso pude ver várias maneiras alternativas de se interpretar a derivada e a integral sem a utilização de ferramentas integrativas ou derivativas. É muito importante essa ideia, pois quando um professor parte desse princípio ao se ensinar Cálculo, fica mais nítido a ideia por traz do que se quer ensinar.
P_7L_4	Durante o curso eu tive um entendimento de onde vem o nome "diferencial" e qual a sua relação com a derivada. Vem da diferença entre f (x+h) e f(x), e (x+h) e x, que eu também não entendia muito bem por que essa diferença estava na definição de derivada, e por isso sempre me esquecia dela. Junto a isso, também entendi que a derivada é uma razão/proporção, e isso foi muito esclarecedor, aliado ao significado de taxa de variação.
P_9LB_2	O curso de extensão teve um grande significado para minha formação docente e formação como pessoa, dando-me uma outra visão não apenas do Cálculo Integral e Diferencial, mas de todo conteúdo ministrado nas aulas de Matemática. Realizando as análises de textos pude perceber uma falta significativa dos conteúdos e na sistematização dos mesmos, não só no Ensino Médio e Fundamental, mas também no Superior.
$P_{10}L_3$	A metodologia do curso foi diferente da tradicional. Nós como participantes tivemos liberdade para nos expressar sobre o nosso entendimento a respeito dos textos levados pela professora para a condução da aula. Neste momento de liberdade para a conversa houve grandes reflexões a respeito do Cálculo e falhas no ensino, tanto nos textos estudados quanto nas falas realizadas.
$P_{13}L_4$	No começo me senti, digamos fraco de bagagem sobre os conteúdos de derivada e integral, não sabia realmente discutir sobre, e também senti um pouco no início sobre a compreensão do Vê e a estruturação do mesmo. Mas, acredito que foi melhorando meu entendimento ao passar das aulas.
$P_{14}L_c$	Para professores, algumas ideias fundamentais do cálculo os levam a uma compreensão maior do que é função e do seu desenvolvimento conceitual. Essas ideias estão muito presentes no currículo do Ensino Médio, a diferença para o contexto de cursos superiores é que são vistas com uma forma teórica mais rigorosa, tratando de noções infinitesimais.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Na próxima seção, damos prosseguimento às contribuições didático-epistemológicas do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática, por meio do terceiro eixo intitulado “Reflexões didático-pedagógicas”.

6.4.3 Eixo 3 – Reflexões didático-pedagógicas

Os registros escritos obtidos por meio da produção heurística do Vê Epistemológico possibilitaram compreender contribuições do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática.

O estudo de aspectos históricos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral subsidiam o entendimento de origens e equívocos anacrônicos propagados no contexto da produção do conhecimento científico. Além disso, a dinâmica teórico-metodológica da AD suscitou conscientização entre membros participantes a respeito da relevância de considerar os conhecimentos prévios no contexto do estudo do Cálculo. Essa ideia é identificada, por exemplo, no registro heurístico de P_5L_4, dado que *“a partir do estudo pode analisar a importância de se trabalhar conceitos matemáticos anteriores”* (P_5L_4 – V2E3). De modo complementar, $P_{12}L_3$ explicita a consequência prática para a aprendizagem quando isso não é contemplado, pois *“percebemos a dificuldade dos alunos em calcular uma integral simples ou mais complexa que é um assunto que envolve conceitos básicos e a junção de todos eles”* ($P_{12}L_3$ – V2E3).

Nesse sentido, a compreensão cognitiva construída com base em estudos envolvendo noções de integral e derivada ampliam possibilidades didáticas para o desenvolvimento de uma prática pedagógica vinculada à significados epistemológicos, colaborando para que os(as) aprendizes elaborem sentidos educativos psicológicos de tal aprendizagem. O registro de $P_{13}L_4$ no diagrama V5E5 enfatiza a essência do valor educativo dessas temáticas para a Formação Docente. Para isso, $P_{13}L_4$ mencionou as atividades promovidas no curso de extensão, porque essas possibilitaram desenvolver “discussões e opiniões relatadas acerca de derivada, e como podemos <u>melhorar nossa didática</u> associada ao *Cálculo Diferencial* <u>*problematizando o conteúdo*</u> de modo a <u>ampliar nossa compreensão</u>”. ($P_{13}L_4$ – V5E5, grifo e destaques nosso).

Ademais, o estudo gradativo de noções conceituais primárias relativas ao Cálculo constrói o repertório epistemológico-cognitivo que permite a compreensão e a necessidade de estabelecer a formalização de uma ideia, com o intuito de delimitar um referencial científico visando o desenvolvimento de futuras investigações, a partir de bases teóricas confiáveis. Por isso, a definição formal de um conceito matemático não emerge nas primeiras experiências científicas do estudo de tal objeto. Um exemplo a ser lembrado é a inspiração de Dedekind envolvendo a construção da Teoria dos Números Reais. De acordo com Ávila (2006), Dedekind relata que no início de sua carreira docente, em 1858, quando lecionava tópicos de Cálculo Diferencial percebeu uma falta de fundamentação adequada para os Números Reais. A partir desse fato ocorrido em sala de aula foi buscar subsídios teóricos na teoria das proporções de Eudoxo, ideias desenvolvidas por esse matemático grego há mais de dois milênios. É pertinente saber que Dedekind foi aluno de Gauss, considerado precursor da Teoria dos Números. Veja, aqui voltamos às orientações tanto de Poincaré (1904) quanto de Stewart e Tall (2015), o pensamento lógico-formal desenvolve-se de modo gradativo. Assim, Gauss orientou a formação científica de Dedekind, e quando este identificou um problema matemático pode compreender a necessidade da precisão conceitual para a formalização da Teoria dos Números.

O matemático brasileiro Newton da Costa, em sua obra "O Conhecimento Científico" de 1999, explica que o método axiomático, obtido por meio de processos de generalização e abstração, conduz à economicidade de pensamento à medida que estabelece bases formais relevantes, consistentes e coerentes para "liberar" cientistas da construção de um sistema de linguagem abstrata para embasar novas ideias. Isso permite a dedicação e o esforço profissional ao desenvolvimento das pesquisas, e consequentemente acelera o progresso científico. De um modo bem simples, a título de realizar uma comparação, é como se um a) estudante da Educação Básica precisasse "verificar" os resultados obtidos de uma equação de 2º grau resolvida com seus próprios métodos alternativos, e para isso necessitasse criar e sistematizar um método para tal feito. Entretanto, antes disso, pesquisa a respeito do tema e se depara com o recurso da fórmula resolutiva do 2º grau, conhecida popularmente entre muitos(as) estudantes como "Fórmula de Báskhara", a qual possibilita validar ou refutar os resultados anteriormente obtidos.

Nesse contexto, o Cálculo Diferencial e Integral possibilita o desenvolvimento de suas temáticas por meio de diferentes tipos de registros matemáticos. Por exemplo, numérico, algébrico, gráfico-formal[85], viso-espacial[86],

---

[85] O termo "gráfico-formal" refere-se aos registros contendo o plano cartesiano acompanhado de informações adicionais.

[86] O termo "viso-espacial" refere-se aos esboços gráficos mistos que expressam área ou volume. Não podem ser definidos exatamente como um plano cartesiano, embora tenha algumas características que o remete.

escrita verbal[87] , recursos simbólicos, ou combinações dessas representações. Dessa forma, as análises das produções evidenciaram regularidades da expressão cognitiva dos(as) participantes com manifestação da ocorrência de combinações de processos relacionados à aprendizagem significativa.

Além disso, na perspectiva da TAS esses fatores podem ser levados em consideração no processo avaliativo. Isto posto, se um (a) aprendiz demonstra habilidades para trabalhar com registros escritos algébricos, e é avaliado por atividades que envolvam gráficos ou requerem conhecimentos viso-espacial parece-nos natural que esse(a) aprendiz não alcançará resultados satisfatórios.

No entanto, esclarecemos que não concordamos com a ideia de estimular ou aceitar o somente o tipo de registro em que o(a) aprendiz tenha maior domínio. O que estamos a dizer é a relevância de saber dessa preferência para elaborar estratégias que possibilitem aos aprendizes potencializar seu desenvolvimento cognitivo. Conhecer essas representações mentais habilita o exercício de práticas pedagógicas alinhadas aos princípios da TAS. Ressaltamos que a adoção do Vê de Gowin permite a expressão da natureza cognitiva do(a) estudante.

O desenvolvimento teórico-metodológico da AD permitiu a elaboração e proposições de novas questões para refletir a respeito de contextos formativos no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. Dessa forma, a AD oportunizou situações para a promoção do diálogo, e assim, os(as) participantes puderam manifestar seus questionamentos. A seguir, apresentamos essas questões no Quadro 92.

[87] O termo “escrita verbal” refere-se aos registros que contemplam explicações que incluem tanto linguagem matemática quanto expressões com aparente tom pedagógico.

Quadro 92 – Reflexões formativas e manifestações de questionamentos pedagógicos oriundos da aplicação da Abordagem Didática

Elaborações interrogativas construídas a partir de reflexões heurísticas ao longo da AD	
Código	**Apresentação da Questão**
P_1LB_4	Qual o significado da derivada e da integral serem operações inversas, considerando que uma representa a taxa de variação de uma função, e a outra a área abaixo da função?
P_3L_3	Qual a visão de docentes quanto a utilização do Cálculo Diferencial e Integral para a formação de futuros docentes em Matemática?
P_5L_4	Relate quatro aplicações do Cálculo Diferencial e Integral na sociedade.
P_7L_4	Como quebrar o ciclo do ensino tradicional de Matemática na Educação Básica?
P_9LB_2	Como sistematizar conteúdos de Matemática de forma a ampliar a compreensão sobre os mesmos? E como podemos inserir o contexto histórico de forma a ajudar na busca de “significação” sem interferir no tempo em que o professor tem para ministrar a matéria?
$P_{10}L_3$	Os conceitos de função ensinados na Educação Básica são suficientes para a introdução ao Cálculo?
$P_{12}L_3$	De que forma podemos deixar a Matemática mais interessante para que nossos alunos tenham mais vontade de aprender o básico, e para que no futuro tenham mais sucesso?
$P_{13}L_4$	De que forma podemos relacionar os conteúdos matemáticos da Educação Básica com a História da Matemática, e com problemas do dia – a – dia?
$P_{14}L_c$	Como a História da Matemática, especificamente a História do Cálculo, colabora com o ensino de conceitos ligados a cálculo na Educação Básica? E no Ensino Superior? Uma pergunta para deixar aos alunos irem atrás da resposta: “Qual a diferença da variação da função de segundo grau para a de primeiro grau?” A resposta para esta pergunta, não deveria ser dada ao professor, mas deixando aos alunos essa tarefa, eles seriam levados diversas reflexões e experiências diferenciadas.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Os questionamentos pedagógicos retratados no Quadro 92 possibilitam desdobramentos para novas perspectivas de pesquisa. Inferimos que a adoção do Vê Epistemológico potencializou o desenvolvimento dessas questões. Consideramos que a elaboração dos Diagramas Vê(s) promoveu sentimento de entendimento, e autoconfiança, porque contribuiu para a compreensão do que estava sendo feito. Dessa forma, emerge a percepção de que por meio das perguntas reside a fonte da construção conhecimento humano (NOVAK; GOWIN, 1984).

Com a finalidade de construir essa análise meta-teórica foi necessário retomar em vários momentos os dados e os processos de unitarizações tanto dos questionários quanto dos Diagramas Vê(s). Essa construção não é linear e requer o entrelaçamento entre as escolhas teórico-metodológicas realizadas, e as relações que podem ser estabelecidas a partir dos dados coletados. Esse repertório científico e investigativo visa atender ao objetivo geral desta tese, isto é, investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática, com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática.

Na seção seguinte, apresentaremos as interpretações e as inferências desta pesquisa com base no referencial teórico adotado. Ressaltamos que a cultura, os princípios pessoais, científicos e sociais influenciam na forma de valoração do conhecimento, e isso reflete tanto em asserções cognitivas quanto em asserções de valor (NOVAK, 2000). Nesse contexto, esse processo analítico pode colaborar para reorganizar ideias no âmbito pessoal, social ou científico.

6.5 SÍNTESE META-TEÓRICA: INFERÊNCIAS E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

A luz da formação do espírito científico, no sentido de Bachelard (1996), pode ser encontrada em estudos teóricos envolvendo a História e Filosofia da Ciência e da Matemática, áreas que fundamentam os pilares dos pressupostos epistemológicos da construção do conhecimento científico. No entanto, para acessar esses conhecimentos e relacioná-los com as atividades didático-pedagógicas de uma investigação empírica, se faz necessário a adoção de procedimentos teórico-metodológicos que orientem esse percurso da pesquisa, opção essa que fizemos pela Análise de Conteúdo Temática Categorial. Nesse sentido, Bardin (2011, p.36) explicita que "*não existe coisa pronta em análise de conteúdo*", e esclarece que "*a técnica da análise de conteúdo adequada ao domínio e objetivo pretendidos tem de ser reinventada a cada momento* [...]".

É relevante salientar que no contexto desta investigação, a função heurística da análise de conteúdo consiste em enriquecer e evidenciar os destaques de uma atividade científica provenientes de explorações teórico-metodológicas oriundas de registros linguísticos, independentemente da situação que se queira analisar. Segundo Bardin (2011, p.232), as inferências são entendidas como proposições implícitas "*que se pode extrair de um enunciado e deduzir do conteúdo literal*", as quais requerem tomada de consciência de acentuada complexidade, permeadas por reflexões interpretativas que dialoguem, em simultâneo, com a literatura científica, com os dados obtidos e os resultados explicitados na investigação realizada. As construções das inferências são elaboradas com base em um processo de meta-análise profundo o qual "*trata-se de realizar uma análise de conteúdo sobre a análise de conteúdo*", e pode ser realizada a partir "*das significações que a mensagem fornece*" (BARDIN, 2011, p.167-169).

A partir dessas considerações envolvendo as práticas de análise de conteúdo, enfatizamos que durante o processo de unitarização tanto dos questionários prévios e posteriores quanto dos diagramas Vês desenvolvemos análises e reflexões meta-teóricas com referência aos resultados encontrados. Isto posto, nesta seção damos continuidade para ampliar e enriquecer essas análises, demarcando alguns destaques desta pesquisa.

Sem mais, compreendemos que a atividade de se fazer Matemática passa pela experiência do estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Por isso, o Cálculo

Diferencial e Integral é a presença marcante em vários cursos do Ensino Superior. A fecundidade epistemológica das ideias fundamentais do Cálculo permite, por exemplo, investigar e calcular taxas de variação de fenômenos de natureza diversa, com base em reconhecimento e manipulação lógico-formal de padrões (ARTIGUE, 1995; BARUFI, 1999; REZENDE 2003; MACHADO, 2011). Desse modo, é notável a abrangência das aplicações científicas do Cálculo Diferencial e Integral com suas potencialidades pedagógicas para a Formação Docente em Matemática.

Entretanto, durante a investigação teórica realizada, por meio da literatura científica da área de Educação Matemática, encontramos cenários e situações consideradas críticas em relação ao Cálculo Diferencial e Integral em contextos universitários, a exemplo de abordagens teórico-metodológica de ensino divergentes dos objetivos formativos em relação ao perfil profissional, almejados em diferentes cursos universitários.

O enfoque na Formação Docente em Matemática constitui parte da solução para enfrentar o cenário de dificuldades identificadas no processo de ensino e de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. É evidenciado em vários trabalhos científicos que todos os níveis de escolaridade podem se beneficiar de ideias oriundas do Cálculo, uma vez que encontramos investigações com enfoques no Ensino Fundamental, Médio e Superior. Dessa forma, a dificuldade latente enfrentada por muitos estudantes no contexto da aprendizagem do Cálculo, conforme Artigue (1995), consiste em alcançar a compreensão satisfatória de conceitos e métodos de pensamento que são o centro desse campo matemático.

A construção do conhecimento científico permeia a elaboração e aplicação de definições com formalização axiomática, fato que pode bloquear o acesso ao conhecimento de estudantes de “primeira viagem”. Nesse contexto, para o filósofo ou o cientista uma definição apropriada é aquela que se aplica a todos os objetos definidos e só se aplica a esses; é aquela que satisfaz as regras da lógica formal. Mas, na Educação, não é isso; uma definição adequada é aquela que é entendida pelos estudantes (POINCARÉ, 1904). Com o intuito de superar algumas dificuldades originadas pelo uso recorrente de uma linguagem desatualizada com excesso de formalizações algébricas, ausência de representações visuais, e materiais didáticos desprovidos de aspectos histórico-epistemológicos envolvendo noções conceituais de CDI, defendemos o desenvolvimento e a aplicação de novas abordagens didático-pedagógicas com momentos interdisciplinares, a fim de contribuir com o fortalecimento da Formação Docente em Matemática. Sendo assim, o objetivo estabelecido para orientar o desenvolvimento desta pesquisa foi o de investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática, com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática. Para isso, nos orientamos com base no seguinte questionamento: “Como o Cálculo Diferencial e Integral pode contribuir para a formação de professores (as) de Matemática em diferentes níveis de escolaridade?”

A partir desse contexto investigativo, o objetivo geral deste trabalho permitiu o desenvolvimento de uma proposta didático-pedagógica com enfoque na Formação Docente em Matemática fundamenta em investigações teóricas e empíricas, envolvendo noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral. Para isso, realizamos a construção de uma abordagem de ensino com síntese interdisciplinar baseada em fundamentos históricos, epistemológicos e matemáticos norteada pela perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa, e fundamentada em pressupostos didático-pedagógicos. Para entrelaçar essa teia investigativa adotamos o Vê Epistemológico de Gowin como instrumento heurístico analítico e avaliativo. A justificativa para essa escolha metodológica consiste no fato de que o Diagrama Vê permite compreender a estrutura e a natureza da produção de conhecimento científico, e por consequência viabiliza e explicita compreensões inerentes à trajetória e desenvolvimento de processos cognitivos relativos à aprendizagem; com destaque principal para a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

Destacamos com base nas análises de conteúdo em relação às UC(s) e UR(s) dos questionários prévio e posterior, no que diz respeito às questões com ausência de registros, ou seja, *questões deixadas em branco*, a identificação de somente três ocorrências para essa situação. Essa circunstância foi evidenciada no questionário prévio nas questões 5, 6 e 8, e todos esses episódios foi em decorrência das respostas referentes à produção escrita de $P_{12}L_3$. Essas questões contemplavam temas matemáticos específicos sendo, respectivamente, reflexões a respeito de significados atribuídos ao processo de integração, derivação, e compreensão de conhecimentos relativos à aplicação de linguagem simbólica, no contexto de Integral. Dessa forma, a expectativa era de que a Questão 9 de $P_{12}L_3$, a respeito do cálculo de integral de função linear, tendesse ao padrão da inexistência de resposta. Entretanto, isso não ocorreu! Identificamos registros escritos envolvendo tentativas de solução para a Questão 9 no QPR de $P_{12}L_3$, todavia a produção escrita apresentada foi unitarizada na UR 9.4; na qual agrupamos os registros de resolução da integral em desacordo com o consenso científico vigente, sem representação da atribuição do significado geométrico do cálculo. Esse fato nos intrigou, uma vez que as questões 5 e 8 tratavam de conhecimentos relativos à Integral e como relatamos, e foram deixadas em branco por $P_{12}L_3$. Sendo assim, revisitamos os referenciais teóricos da pesquisa para buscar respostas na literatura científica. De acordo com Silva (2002, p.46) "o 'estudo' de integrais se reduz ao treino de uma extensa lista de técnicas de integração, sem que trabalhe efetivamente o significado do objeto de estudo, nem mesmo se questionando a integrabilidade de funções". Portanto, esse resultado obtido, nesta investigação, converge aos estudos da área e corrobora com outros trabalhos encontrados (ARTIGUE, 1995; REZENDE, 2003; FIORENTINI, *et al.,* 2002; LIMA, 2012; D'AMBROSIO, 2016). Nesse caso, é relevante destacar a hipótese para a ocorrência de questões em branco, em atividades de investigação na área de Educação Matemática, levantada nos trabalhos de Cavasotto e Viali (2011) a partir do seguinte questionamento:

> O que teria desmotivado ao menos uma tentativa de solução ou mesmo um "chute"? Penso que o medo de errar, de "passar vergonha" por proceder de forma equivocada no desenvolvimento. Afinal, **durante toda vida estudantil "aprendemos" que é feio errar, que os erros devem ser apagados com a borracha** (CAVASOTTO; VIALI, 2011, p.32, destaques nosso).

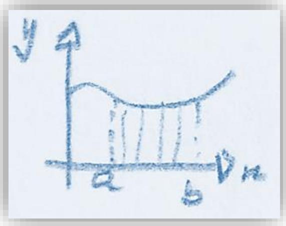
Por outro lado, observamos um aprimoramento acentuado na produção escrita de $P_{12}L_3$ no questionário posterior, o qual foi respondido na íntegra com manifestações de indícios de ocorrência de aprendizagem significativa. Por sua vez, identificamos registros escritos de $P_{12}L_3$ envolvendo tentativas de solução para a Questão 9, as quais lograram êxito, com evidências de cálculos desenvolvidos de forma correta; embora tenha sido demonstrado dificuldades para realizar a representação gráfica coerente ao significado geométrico associado à questão. Em contrapartida, observamos que foi explicitado na produção heurística de $P_{12}L_3$, no Diagrama Vê – V4E5 – atribuição do significado geométrico relativo ao cálculo da integral proposta na Questão 9.

No Quadro 93 apresentamos uma síntese de análise desses resultados.

Quadro 93 – Transcrição parcial de extrato textual oriundo da produção de $P_{12}L_3$ para V4E5

Evento: Relações meta-teóricas envolvendo a produção escrita de $P_{12}L_3$ referente às noções conceituais de Integral

Identificação do evento: Transcrição de extrato de fragmentos textuais parciais relativos à produção heurística de $P_{12}L_3$ referente ao Diagrama Vê V4E5, com enfoque temático na atribuição de significados para o processo de integrar uma função com base na Questão 5 do questionário.

Registros de produção escrita parcial de $P_{12}L_3$ em V4E5	**Observações de análise**
Asserções de conhecimento: Uma *das funções da Integral é calcular área* que está entre o intervalo [a,b] **[1]**. (destaque nosso)  **Asserções de valor:** Percebemos a dificuldade dos alunos em calcular uma integral simples ou mais complexa, **o principal motivo acredito que seja por faltar a estruturação da base** [2], dos conteúdos básicos. E que se conseguirmos juntar construímos do básico para o complexo (grifo nosso).	**[1]** $P_{12}L_3$ se refere ao esboço desta figura que acompanha esse extrato textual apresentada no elemento heurístico *Transformações* do Diagrama Vê. [2] É relevante considerar que nesse fragmento textual compreendemos indícios cognitivo-epistemológicos de que a ausência de respostas de $P_{12}L_3$, manifestadas no questionário prévio, não estava relacionada ao medo de errar, no sentido de Cavasotto e Viali (2011); e sim por sentir falta de repertório (conhecimentos prévios) para desenvolver suas atividades. Dessa forma, a partir do momento em que foram ofertadas bases teóricas relativas ao tema proposto (organizadores prévios, e posteriormente atividades recursivas), $P_{12}L_3$ obteve as condições para desenvolver seus processos de aprendizagem, e reelaborar seus conhecimentos a respeito de noções conceituais de integral relativas ao Cálculo Diferencial e Integral.

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos acervos da pesquisa (2017)

Uma das hipóteses que consideramos para a alteração das respostas e dos *status* cognitivo-epistemológico de $P_{12}L_3$ no QPO, assim como a demonstração de seu o envolvimento relativo à disposição de aprender, se refere ao fato da AD ter sido fundamentada em uma perspectiva humanista da aprendizagem com ênfase na partilha de saberes e comunicação dialógica (NOVAK, 1981; FREIRE, 2004; BORDENAVE; PEREIRA, 2012). Nesse cenário, destacamos as reflexões de Freire (2004) explicitando a ideia de que *para ensinar é necessário saber escutar*, pois:

> Se, na verdade, o sonho que nos anima é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a *escutar*, mas é *escutando* que aprendemos a *falar com eles*. Somente quem escuta paciente e criticamente o outro, *fala com ele*. Mesmo que, em certas condições, precise de falar a ele. O que jamais faz quem aprende a escutar para poder falar com é falar *impositivamente*. Até quando, necessariamente, fala contra posições ou concepções do outro, fala com ele como sujeito da escuta de sua fala crítica e não como objeto de seu discurso. O educador que escuta aprende a difícil lição de transformar o seu discurso, às vezes necessário, ao aluno, em uma fala *com* ele (FREIRE, 2004, p.113, destaques em *itálico* do próprio autor).

Com base nessas considerações, retomamos nesse momento o relato de aprendizagem de $P_{12}L_3$, o qual compõe análises da seção 6.3.4, das asserções educativas da AD envolvendo fatores psicoemocionais experienciados, em um ambiente de aprendizagem com enfoque construtivista. À vista disso, a partir do desenvolvimento da aplicação da Abordagem Didática no curso de extensão, ofertado nesta pesquisa em uma universidade pública, intitulado "*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*", $P_{12}L_3$ reflete a respeito de sua participação e se posiciona da seguinte forma:

> Me senti muito bem no curso, pois não importa se eu sei de tudo e sim o que eu sei, ainda que o que eu saiba seja pouco. A troca de ideias foi muito interessante, com certeza meu conhecimento aumentou muito a cada encontro que passava. Me senti muito bem também, pois a Profa. Kátia nos deixou muito à vontade em todos os sentidos, se queríamos falar ou não, ouviu todas as nossas experiências. Amei o curso todo! ($P_{12}L_3$ – Relato de experiências vivenciadas no Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática" – Material documental de pesquisa, 2017)

A partir desse cenário de aprendizagem explicitado relativo à Abordagem Didática, um dos momentos mais esperados pela pesquisa consiste em demonstrar a ocorrência de indícios de aprendizagem significativa, a partir da articulação entre o trabalho investigativo teórico-metodológico realizado e a investigação empírica desenvolvida, confrontados pelos critérios de análise estabelecidos previamente.

Destacamos que os(as) participantes não conheciam o Vê de Gowin, fato que inicialmente causou estranheza, mas que após os momentos de familiarização foi reconhecido o potencial científico, explicativo e pedagógico do Diagrama Vê. Esse instrumento colabora para organizar ideias, e contribui para que estudantes e professores compreendam a estrutura e a natureza da produção do conhecimento científico. A partir do momento que os(as) participantes expressaram indícios de segurança e sentiram-se confiantes para discutir os elementos epistemológicos do Vê no contexto de noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, entendemos que a Abordagem Didática atingiu os objetivos estabelecidos inicialmente.

Com o intuito de apresentar o processo de construção e sistematização das Unidades de Contexto Epistemológicas – UCEp(s) – e as Unidades de Registros Epistemológicas – UREp(s) – destacamos que foram elaboradas **6 UCEp(s)** compostas por **40 UREp(s)** (prévias) e **12 UREpE(s)** (emergentes, ou seja, originadas a partir desta investigação), totalizando 52 Unidades de Registros Heurísticas (URH). A seleção, a organização, e a sistematização das **40 UREp(s)** foram fundamentadas nas investigações de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005), pesquisas essas desenvolvidas e respaldadas na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, *et al.;*1980; AUSUBEL, 2003). Por outro lado, esses aportes teóricos articulados aos outros referenciais desta pesquisa embasaram a construção das **12 UREpE(s)**; um incremento de 30% de produção de novas relações epistemológicas englobando o cenário das pesquisas nas áreas de Educação Matemática e Formação Docente.

Dessa forma, em consonância com as elaboração e identificações oriundas do processo de unitarização heurística, estabelecemos alguns destaques no que concerne as UREpE(s). As UREpE(s) foram elaboradas para as seguintes UCEp(s): **UCEp 1** *Questão – Foco*; **UCEp 2** *Acontecimentos, eventos e objetos*; **UCEp 3** *Teorias, princípios e conceitos*; e **UCEp 4** *Registros e Transformações;* **UCEp 6** *Asserções de Valor*. É relevante enfatizar que não tivemos a necessidade de elaborar UREpE para a **UCEp5** *Asserções de conhecimento*, fato que é compreendido nesta pesquisa como a natureza da abrangência, racionalidade, legitimidade, validade e predição referentes à produção e sistematização do conhecimento científico.

Em contrapartida, para chegar a essa organização do conhecimento é necessário partir de alguma questão a ser investigada, baseada na observação de acontecimentos orientados por relações e operações interpretativas fundamentadas em princípios, conceitos e teorias. Por sua vez, essa sequência de ações permite o acesso às linguagens específicas que possibilitam a coleta de dados e a realização de registros e transformações, processo esse que norteia a produção desses novos conhecimentos a serem avaliados. Posteriormente, passam a receber as atribuições de valor que competem ao contexto de investigação desenvolvido. Dessa forma, esse percurso investigativo desencadeia amplo espectro de possibilidades e escolhas teórico-metodológicas, viabilizando diversidade de oportunidades para produção de reflexões e entendimento da situação analisada.

A partir desse cenário permeado por fatores sociais, culturais, científicos, e conhecimentos idiossincráticos dos sujeitos envolvidos no processo, se estabelece o desafio da negociação de significados no âmbito da Ciência. Tal processo potencializa as mais diversas manifestações de divergências, polissemias, contradições, inconsistências, incertezas e conflitos de valor; *e são essas ocorrências que nos permitiram elaborar as UREpE(s) para as UCEp(s) definidas*.

No entanto, somos conscientes de que é esse o percurso para o desenvolvimento das inovações na sociedade, qualificado para embasar mudanças que legitimam os progressos científicos. Nessa perspectiva de contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos didático-epistemológico para a Formação Docente em Matemática, apresentamos o Quadro 94 referentes à composição das UREpE(s) elaboradas heuristicamente a partir da sistematização da Abordagem Didática.

Quadro 94 – Composição das UREpE(s) elaboradas a partir da Abordagem Didática

Unidades de Registros Epistemológicas Emergentes

Elaboração heurística fundamentada nos pressupostos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa com base na construção da Abordagem Didática desta investigação mediante a realização do Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática"

❍ **UCEp1 – QUESTÃO-FOCO**

UREpE *1.4 (UREpE) Identifica-se uma questão central ***e não inclui conceitos pertinentes***, e sugere (m) objeto (s) ou o acontecimento principal.

❍ **UCEp2 – ACONTECIMENTOS, EVENTOS, OBJETOS**

(UREpE) * 2.6 Identifica-se o evento principal e os objetos correspondentes, e a *descrição desses elementos* demonstram *práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas* realizadas ***durante a Abordagem Didática***.

❍ **UCEp3 – TEORIAS, PRINCÍPIOS, CONCEITOS**

(UREpE) * 3.2 Divergência e/ou polissemias semânticas **entre** a *terminologia científica citada e o registro realizado*. Exemplo: cita uma lei como se fosse uma teoria ou cita uma teoria como se fosse um conceito.
(UREpE) * 3.3 Divergência e/ou polissemias semânticas **entre** *termos relativos à natureza de Ciências Naturais* e *termos científicos aplicados ao contexto didático-pedagógico*.
(UREpE) * 3.4 Ausência de diferenciação **entre** *teoria e conteúdo* **e/ou** *área específica de conhecimento*.
(UREpE) * 3.5 Ausência de diferenciação **entre** *princípio e conteúdo* **e/ou** *área específica de conhecimento*.
(UREpE) * 3.6 Identifica-se **teoria** relacionada à *Formação Docente no contexto didático-pedagógico*.

❍ **UCEp 4 – REGISTROS e TRANSFORMAÇÕES**

(UREpE) * 4.6 Identificam registros e/ou transformações coerentes com a temática da questão foco e/ou evento principal, ***com uso de linguagem científica imprecisa.***
(UREpE) * 4.8 Identificam registros relevantes para o evento principal ***com ausência de transformações.***
(UREpE) * 4.10 Identificam registros e/ou transformações referentes ao ***contexto didático-epistemológico*** discutidos ao longo da aplicação da ***Abordagem Didática, coerentes com a questão foco e/ou evento principal.***

❍ **UCEp 6 – ASSERÇÕES de VALOR**

(UREpE) * 6.4 A asserção de valor está relacionada com a questão foco ***envolvendo ideias matemáticas específicas.***
(UREpE) * 6.5 A asserção de valor está relacionada com a questão foco numa ***perspectiva didático-pedagógica.***

Fonte: Elaborada pela autora (2017)

Com base no Quadro 94 em que explicitamos as Unidades de Registros Epistemológicas Emergentes elaboradas heuristicamente nesta pesquisa, realizamos considerações gerais para cada uma das UCEp(s) que originaram UREpE(s), a partir dos tópicos a seguir:

⏩ **UCEp 1** – **Questão – Foco** : a ausência de conceitos pertinentes para abordar a questão estudada (investigada), refere-se a uma situação que pode estar correlacionada e ainda arraigada historicamente pelo fato da valorização da tradição de ensino em CDI basear-se "exaustivamente" em procedimentos de cálculos operacionais em detrimento da promoção de discussões de significados que podem ser atribuídos ao tema de estudo (ARTIGUE, 1995; BARUFI, 1999, SILVA, 2002; REZENDE, 2003; MACHADO, 2011; LIMA, 2012).

⏩ **UCEp 2** – **Acontecimentos, eventos e objetos**: a presença de registros heurísticos explicitados nos diagramas Vês relacionados às práticas de aprendizagem e/ou pedagógicas realizadas, durante a Abordagem Didática, sinalizam a demonstração da natureza interdisciplinar que permeia as discussões relativas ao conhecimento matemático; uma vez que as questões-foco evidenciavam indagações inerentes às noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral. Sendo assim, compreendemos que a AD proporcionou indícios manifestando que "a aprendizagem é o resultado de uma mudança do significado da experiência" (NOVAK; GOWIN, 1984, p.115).

⏩ **UCEp 3** – **Teorias, princípios e conceitos**: a UCEp 3 suscitou a maior quantidade de UREpE(s) em que englobamos cinco situações diferentes. No entanto, entre essas destacamos a **UREpE 3.2** "*Divergência e/ou polissemias semânticas entre a terminologia científica citada e o registro realizado"*. Nesse sentido, identificamos fragmentos textuais no processo de unitarização, por exemplo, para o elemento heurístico "*princípios"* que foi citado "Teoria de Conjuntos". Deduzimos que isso aconteça em decorrência de uma formação acrítica envolvendo aspectos históricos e epistemológicos inerentes à produção do conhecimento científico; neste caso, o conhecimento matemático que transita por todos os âmbitos da Educação Científica. Sendo assim, defendemos a adoção de propostas pedagógicas que dialoguem de forma interdisciplinar com aspectos histórico-filosóficos e didáticos da Ciência rumo à “uma construção de argumentação que favorece a racionalidade acadêmica crítica para o Ensino e para uma autonomia intelectual” (BATISTA, 2016, p.166).

⏩ **UCEp 4** – **Registros e Transformações**: o uso de linguagem científica imprecisa e ausência de transformações, a partir de dados e registros de uma questão em estudo devem ser refletidos e discutidos no contexto da Formação Docente em Matemática, pois esses elementos constituem as bases para esclarecer os fenômenos observados. Salientamos que “a maioria dos professores de Cálculo, [...] acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos.[...] além de Matemática, ensinam um jeito de ser pessoa e professor” (FIORENTINI, 2005, p.110). O uso da linguagem adequada viabiliza condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, pois é mediante ao uso que se faz da linguagem e de conjuntos simbólicos que se conectam e articulam as redes de funcionamento cognitivo. Isto posto, Ausubel (2003, p.100) explica a relevância do desempenho da linguagem para o desenvolvimento da aprendizagem significativa, pois atua “na verbalização ou na codificação em frases dos novos produtos (conceitos ou proposições) intuitivos ou subverbais que resultam das operações de transformação envolvidas no pensamento”.

⏩ **UCEp 6** – **Asserções de Valor**: as atividades desenvolvidas durante a AD refletiram no enriquecimento da atribuição de novos significados para o contexto da prática docente. O grupo de participantes evidenciou o reconhecimento da relevância do conhecimento matemático em consonância com uma perspectiva didático-pedagógica que o reflete e discute, a qual considera os conhecimentos prévios dos(as) aprendizes como ponto de partida para o estabelecimento de um diálogo pedagógico, horizontal e reflexivo. Esse sentimento de pertencimento se manifesta em razão da observação de aspectos idiossincráticos dos conhecimentos dos(as) aprendizes, envolvidos no processo, uma vez que “uma das fontes mais importantes da manutenção da motivação intrínseca é a experiência emocional positiva que deriva da aprendizagem significativa” (NOVAK; GOWIN, 1984, p.119). Desse modo, essas considerações corroboram para compreendermos que “as disciplinas matemáticas formam também pedagogicamente o professor” (FIORENTINI, 2005, p.111).

Na sequência, retomamos as análises de contextos e registros epistemológicas referentes ao acervo das produções heurísticas dos Diagramas Vês, construídos pelos(as) participantes desta pesquisa, evidenciando tendências e correlações cognitivas entre noções de significados atribuídos ao processo de aprendizagem e indícios de compreensões de como se "aprende a aprender". Dessa forma, a meta-aprendizagem refere-se à aprendizagem que lida com a natureza da aprendizagem, ou seja, é a aprendizagem acerca da aprendizagem (NOVAK; GOWIN, 1984, p.24).

O delineamento das tendências heurísticas identificadas e reflexões envolvendo o metaconhecimento possibilitam a organização de correlações cognitivas provenientes do processo analítico das unitarizações epistemológicas dos Diagramas Vês. Destacamos que "o metaconhecimento refere-se ao conhecimento que lida com a natureza do conhecimento e do acto de conhecer (NOVAK; GOWIN, 1984, p.24). Em razão da extensão das análises, dividimos a sistematização dos resultados em três quadros, os quais apresentamos a seguir.

Dessa forma, reunimos no Quadro 95 as correlações cognitivas elaboradas com base no agrupamento das seguintes UCEp(s): **UCEp 1** *Questão – Foco*; **UCEp 2** *Acontecimentos, eventos e objetos*; **UCEp 3** *Teorias, princípios e conceitos*; e **UCEp 4** *Registros e Transformações,* as quais denominamos por "Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas às UCEp(s) 1, 2, 3 e 4".

Quadro 95 – Síntese meta-teórica envolvendo correlações cognitivas às UCEp(s) 1, 2, 3 e 4

Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas às UCEp(s) 1, 2, 3 e 4				
Exemplares de Vê(s)	**TEMAS**	**Tendência didático-epistemológica**	**Tendência didático-pedagógica**	**Tendência lógico-matemática**
	INTEGRAL	• P_7L_4 – V4E5	• $P_{12}L_3$ – V4E5	• P_3L_3 – V4E5
	DERIVADA	• P_7L_4 – V5E5 • P_1LB_4 – V3E4	• $P_{12}L_3$ – V5E5 • $P_{14}L_C$ – V5E5	• $P_{10}L_3$ – V3E4 • $P_{10}L_3$ – V5E5
Unidades de Contexto Epistemológica e Correlações de Aprendizagem Significativa				
UCEp 1 Questão - Foco		Todas as produções heurísticas registraram a questão-foco adequadamente.		
UCEp 2 Acontecimentos		•Descrição detalhada das atividades e processos de aprendizagem realizados. Evidencia-se uma tendência retrospectiva para contemplar o todo.	• Os registros dos acontecimentos remetem-se a temporalidade presente. • Destaca-se um tom recursivo para a atividade. Isso manifesta-se com o uso de verbos como "refazer", "refinar" e "reorganizar". • O significado atribuído à aprendizagem é de um processo a ser retomado, melhorado, refletido.	• Descrição breve e objetiva com oscilação entre referência específica ao tema matemático, menção ao instrumento heurístico ou reportando-se ao contexto da "aula do curso de extensão".
UCEp 3 Teorias, princípios e conceitos		•Os registros contêm teorias e conceitos. Embora, possa existir polissemia no uso de alguns termos, identifica -se a intencionalidade didática, pois é perceptível uma diversidade de ideias e temas. Essa coleção de ideias alinha-se com os propósitos da questão. •Identifica-se uma lista conceitual contendo de 9 a 11 itens diferentes.	• O termo teoria é correlacionado com "Aprendizagem Significativa" e macro espaços epistemológicos de Rezende (2003), ideias fortemente associadas às dificuldades de aprendizagem. •Identifica-se uma lista conceitual contendo de 5 a 7 itens diferentes.	• Associa-se na maioria das vezes a compreensão semântica correta a respeito de terminologias científicas relativas a teorias. Por exemplo, identificamos "Teoria dos Números", "Teoria dos Conjuntos", "Geometria Euclidiana" •Identifica-se uma lista conceitual contendo em média 5 itens diferentes.
UCEp 4 Registros e Transformações		• As expressões das ideias matemáticas entre proposições/sentenças de registros feitos e transformações são correlacionadas de modo coerente consistente. • Identifica-se um tom explicativo e relacional entre registros e transformações, articulando coerência de dados e evidências de procedimentos matemáticos adotados.	• Há reconhecimento da relevância de conhecimentos prévios para novas aprendizagens. • Há indícios que expressam dificuldades de aprendizagem enfrentadas por estudantes no contexto em questão. • Reflexões, diálogos e atividades coletivas são consideradas no processo de construção do conhecimento científico.	• Os registros e transformações são coerentes entre si, e apresentam na maioria das vezes uso de vocabulário específico e expressão lógico-formal. Parte-se do princípio de que a linguagem matemática já é conhecida. • Há indícios pela busca do reconhecimento de padrões e sistematização axiomática das ideias.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A seguir, no Quadro 96 explicitamos as correlações cognitivas elaboradas com base na **UCEp 5** *Asserções de Conhecimento*, a qual denominamos "Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas à UCEp 5".

Quadro 96 – Síntese meta-teórica envolvendo a UCEp 5 – Asserções de Conhecimento

Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas à UCEp 5				
Exemplares de Vês	**TEMAS**	**Tendência didático-epistemológica**	**Tendência didático-pedagógica**	**Tendência lógico-matemática**
	INTEGRAL	• P_7L_4 – V4E5	• $P_{12}L_3$ – V4E5	• P_3L_3 – V4E5
	DERIVADA	• P_7L_4 – V5E5 • P_1LB_4 – V3E4	• $P_{12}L_3$ – V5E5 • $P_{14}L_C$ – V5E5	• $P_{10}L_3$ – V3E4 • $P_{10}L_3$ – V5E5
Unidades de Contexto Epistemológica e Correlações de Aprendizagem Significativa				
UCEp 5 Asserções de conhecimento		• As proposições registradas evidenciam clareza e objetividade entre a questão-foco e as asserções realizadas.	• Os registros das asserções de conhecimento demonstram delimitações e possibilidades envolvendo a temática. Por outro lado, manifestam a ideia de inclusividade e generalidade a ser pensada quanto o tema em questão. • As asserções de conhecimento expressam indícios da relevância de se oportunizar diálogos, discussões em grupo, questionamentos e reflexões para ampliar o repertório cognitivo. Por exemplo, em que outras situações podemos usar isso, se não essa?	• As proposições registradas demonstram clareza e objetividade entre a questão-foco e as asserções realizadas, e há indícios de articulação atribuindo o significado de uma resposta e procedimento matemático adequado. • Os registros escritos evidenciam correlações entre a resposta apresentada a uma situação aplicada. Por exemplo, além de expressar o significado atribuído à derivada vincula-o ao fenômeno da velocidade.

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

Em sequência, no Quadro 97 evidenciamos as correlações cognitivas construídas com base na **UCEp 6** *Asserções de Valor*, a qual denominamos "Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas à UCEp 6".

Quadro 97 – Síntese meta-teórica envolvendo a UCEp 6 – Asserções de Valor

<table>
<tr><th colspan="5">Relações heurísticas e reflexões meta-teóricas relativas à UCEp 6</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Exemplares de Vês</td><td>TEMAS</td><td>Tendência didático-epistemológica</td><td>Tendência didático-pedagógica</td><td>Tendência lógico-matemática</td></tr>
<tr><td>INTEGRAL</td><td>• P_7L_4 – V4E5</td><td>• $P_{12}L_3$ – V4E5</td><td>• P_3L_3 – V4E5</td></tr>
<tr><td>DERIVADA</td><td>• P_7L_4 – V5E5
• P_1LB_4 – V3E4</td><td>• $P_{12}L_3$ – V5E5
• $P_{14}L_C$ – V5E5</td><td>• $P_{10}L_3$ – V3E4
• $P_{10}L_3$ – V5E5</td></tr>
<tr><th colspan="5">Unidades de Contexto Epistemológica e Correlações de Aprendizagem Significativa</th></tr>
<tr><td colspan="2">UCEp 6
Asserções de Valor</td><td>• Há indícios demonstrando manifestação de epistemologia docente. Por exemplo, são identificadas asserções de valor educativo articulando o conteúdo específico e sua relevância pedagógica e profissional para a Formação Docente em Matemática.

• A referência ao contexto pedagógico se manifesta no elemento heurístico “visão de mundo”. Por exemplo: “Todos podem aprender Matemática. O ensino de Matemática pode e deve ser melhorar, mas para isso o professor precisa estar disposto a rever seus conceitos e mudar suas práticas”. (P_7L_4 – V5E5)</td><td>• A aprendizagem nova depende do valor educativo agregado aos conhecimentos prévios.
• Referência a repetição e reforço de uma mesma ideia, o que Ausubel denomina de aprendizagem mecânica. Ao mesmo tempo, reconhecemos a menção sutil aos livros didáticos utilizados na academia, e tais materiais na maioria das vezes apresentam uma linguagem opaca, inconsistente e fragmentada (NOVAK, 2000).
• Compreensão da estrutura hierárquica do conhecimento. Inicia-se pelas ideias mais gerais, inclusivas e intuitivas, remetendo-se às características de organizadores prévios, recurso pedagógico para favorecer a construção de “pontes cognitivas”.</td><td>• As asserções de valor demonstram natureza intrínseca ou instrumental enfatizando conteúdos matemáticos.
• Os procedimentos matemáticos são recursos para resolver problemas, e dissociados de processos de aprendizagem matemática.
• A produção do Vê de Gowin propicia a articulação entre “visão de mundo” e aspectos valorativos atribuídos ao fenômeno em análise. No caso deste grupo, o mundo é visto como “sendo matemático”. Por exemplo: “Modo de ver o mundo: A derivada ajuda a achar a taxa de dados de uma função”. ($P_{10}L_3$ – V3E4) ou “Visão de mundo: Grande dificuldade de compreensão conceitual de integral”. (P_9LB_2 – V4E5)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

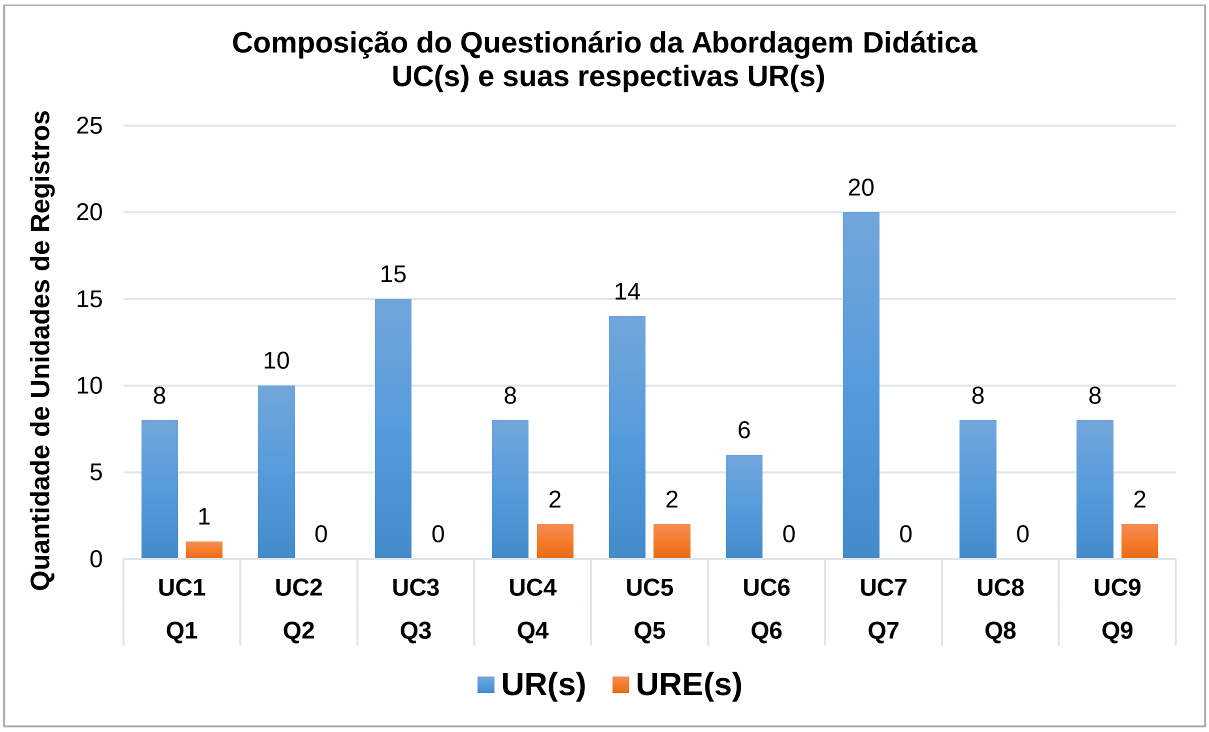
Na sequência dessas análises e com base na questão de investigação que permeou a proposta deste trabalho, a saber – *Como o Cálculo Diferencial e Integral pode contribuir para a formação de professores de Matemática em diferentes níveis de escolaridade?* – o enfoque da pesquisa se estabeleceu sob a natureza epistemológica e didático-pedagógica do conhecimento. Nessa perspectiva, a elaboração da Abordagem Didática viabilizou o diálogo de noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral e propôs discussões em concomitância com a Formação Docente em Matemática, em diferentes níveis de escolaridade, tanto na Educação Básica com ênfase na atuação profissional quanto no Ensino Superior.

A composição teórico-metodológica da AD suscitou indícios de conscientização formativa e profissional entre os membros participantes da pesquisa, a respeito da relevância de se considerar conhecimentos prévios no contexto do estudo de temas do Cálculo Diferencial e Integral. A perspectiva humanista e cognitivista relacionadas à Teoria da Aprendizagem Significativa foram contempladas na aplicação da AD, por meio de elaboração de situações de aprendizagens que oportunizaram a promoção do diálogo e partilhas de experiências pessoais, acadêmicas e profissionais no contexto do CDI. O acolhimento durante o processo de ensino e de aprendizagem que se estabeleceu fortaleceu a confiança e aspectos afetivos entre os(as) participantes para tecerem comentários, expressarem dúvidas, ideias, e proposição de novos questionamentos, no contexto da pesquisa desenvolvida.

Um dos instrumentos principais de coleta de dados para a pesquisa que desencadeou muitos questionamentos foi a aplicação do questionário prévio, atividade que foi realizada no início da AD, no Encontro 1, envolvendo nove questões. A presença de perguntas com teor crítico-reflexivo relativas às noções conceituais e atribuições de significados, no âmbito do CDI, explicitaram as intencionalidades pedagógicas do curso de extensão, e os(as) participantes se mostraram abertos e dispostos a compartilhar aprendizagens.

No Histograma 17 apresentamos a síntese da composição do Questionário Prévio e Posterior da Abordagem Didática com a Unidades de Contextos [UC(s)] e suas respectivas UR(s) e URE(s). Recapitulamos que as questões 1 e 7 foram aplicadas somente no questionário prévio.

Histograma 17 – Síntese da composição do Questionário Prévio e Posterior da Abordagem Didática: UC(s) e suas respectivas UR(s) e URE(s)



Fonte: Elaborado pela autora (2017)

No Quadro 98 explicitamos a sistematização das frequências absolutas ocorridas para os registros escritos obtidos, a partir do processo de unitarização das análises das UR(s) e URE(s) das UC(s) referentes aos questionários prévio e posterior.

Quadro 98 – Sistematização das Frequências absolutas dos registros escritos das UR(s) e das URE(s) relativas às UC(s) referentes aos questionários prévio e posterior da AD

Identificação da UC(s) e Enfoque temático		**UR (s)**	**URE(s)**	**F(abs)**		**$F_{(abs)}$ Total**
				QPR	**QPO**	
UC 1	• Noções de História e/ou Filosofia da Matemática relativas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral	08	01	10	00	10
UC 2	• Aprendizagem Significativa e natureza do significado de conceito	10	00	15	16	31
UC 3	• Contribuições do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática para atuação na Educação Básica	15	00	16	21	37
UC 4	• Relações entre conteúdos matemáticos relativos à Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática	08	02	12	16	28
UC 5	• Significados atribuídos à Integral no contexto do Cálculo Diferencial e Integral	14	02	11	14	25
UC 6	• Significados atribuídos à Derivada no contexto do Cálculo Diferencial e Integral	06	00	11	11	22
UC 7	• Dificuldades de aprendizagem matemática e o estudo de CDI	20	00	21	00	21
UC 8	• Compreensão de conhecimentos matemáticos relativos à aplicação de linguagem simbólica no contexto de Integral	08	00	09	09	18
UC 9	• Resolução de integral e atribuição do significado geométrico	08	00	09	09	18
TOTAL Frequência Absoluta obtida		**97**	**07**	**114**	**96**	Quant. Fragmentos textuais por UR(s) ou URE(s)
		104 UR(s) + URE(s)		**210** Fragmentos textuais		

Fonte: elaborado pela autora (2017)

Com base nos dados do Histograma 17 e Quadro 98 relativos aos questionários prévio e posterior foram analisadas 16 questões, volume de dados que se materializaram em 144 respostas a serem unitarizadas, contemplando o grupo de noves participantes desta pesquisa. O processo de elaboração das unidades de contexto [UC(s)] prévias originaram 97 unidades de registros [UR(s)], e durante as unitarizações foram necessárias a construção de 7 [URE(s)][88]. Dessa forma, o processo da análise de conteúdo dos questionários prévio e posterior envolveram a produção de 104 UR(s), entre prévias e emergentes. Esse processo de unitarização gerou 114 registros prévios, e 96 posteriores, totalizando 210 fragmentos textuais analisados.

É relevante destacar, excetuando as questões 1 e 7 que só foram respondidas no QPO, o aumento de registros entre o QPR e o QPO para o conjunto das outras 7 questões, o que corresponde a aproximadamente 16% de crescimento em relação aos dados obtidos no QPR. Esse aumento é compreendido como um resultado satisfatório para a pesquisa, pois houve diminuição de registros de UR(s) com núcleos semânticos relativos às divergências, polissemias, questões incompletas, ausência de exemplificação, não tivemos questões deixadas em branco, e somente um registro no QPO referente à UR "*Não sabe ou não se recorda*" foi unitarizado na UR 2.9. Para além disso, observamos que no QPO as respostas evidenciaram informações mais completas, e por conseguinte, esse fato contribui para elevar os núcleos semânticos de significado, condição que incrementa as unitarizações, e reflete no crescimento da frequência absoluta dos registros posteriores. Sendo assim, a partir da identificação de algumas situações nessa quantidade de informações, trazemos alguns destaques no que se refere as URE(s).

As URE(s) foram elaboradas para as questões 1, 4, 5 e 9. Nos tópicos a seguir apresentamos o núcleo temático da questão e a referida URE subsidiadas por reflexões meta-teóricas para as questões 1, 4 e 5. Em relação à Questão 9 essas análises já foram discutidas na seção 6.2.9 deste trabalho.

⏩ **Questão 1** – Noções de História e/ou Filosofia da Matemática associadas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral

- **URE 1.9** "Não sabe ou não se recorda", em que agrupamos as respostas que explicitaram não saberem ou não se recordarem de informações a respeito dessa questão proposta. Esse fato é pertinente, uma vez que a UR 1.9 sinaliza atribuições de significados tanto ao desconhecimento quanto à ausência de lembrança. As duas situações são de interesse da temática discutida nesta pesquisa,

[88] Unidade de Registro Emergente.

pois se há desconhecimento essas noções não foram oportunizadas durante as aulas de CDI. Por outro lado, se houve esquecimento é possível inferir que essas noções provavelmente foram abordadas de forma superficial, ou no sentido de Ausubel (2003) não foram significativas. Esse resultado no cenário da Formação Docente em Matemática corrobora às investigações desenvolvidas por Batista (2007, p.265), no âmbito da Educação Científica em História e Filosofia da Ciência, ao explicitar que "com a atual formação didática e prática de professores de ciências, poucos são habilitados com essas competências (tradicionalmente, são as licenciaturas de Física que possuem em seu currículo algo aproximado de formação inicial[...]".

⏩ **Questão 4** – Relações entre conteúdos matemáticos relativos à Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática

- **URE 4.9** "Ausência de experiência profissional" em que reunimos as as respostas que evidenciaram não possuir experiência profissional em relação à atuação docente, dessa forma apesar do reconhecimento de que poderiam existir tais relações, não tinha conhecimentos prévios para expressá-las. A URE 4.9 foi elaborada para agrupar fragmentos textuais no questionário prévio. Entretanto, após a realização da AD não detectamos registros para essa URE. Com base nesse cenário, percebemos que as atividades propostas na AD demonstraram êxito para contribuir com esses esclarecimentos. De fato, " a ciência é exemplar de conhecimento e fonte de informações (plausíveis) sobre o mundo" (BATISTA, 2007, p.261).

- **URE 4.10** "Noção formativa reelaborada do conhecimento matemático" em que organizamos as respostas que sinalizaram o reconhecimento dessas relações entre conteúdos matemáticos da Educação Básica, e noções conceituais do CDI no âmbito da Formação Docente como novidade e/ou aprofundamento relações. De acordo com essa situação, a proposta pedagógica desenvolvida por meio da AD colabora para legitimar uma identidade profissional para as práticas de ensino à medida que evidencia a valoração cognitiva e social do trabalho docente (BATISTA, 216).

⏩ **Questão 5** – Significados atribuídos à Integral no contexto do Cálculo Diferencial e Integral

- **URE 5.15** "Ausência de compreensão de integração em contexto diverso ao geométrico" em que agrupamos os fragmentos textuais das respostas em que explicitaram indícios de desconhecimento de aplicações do processo de integração em situações distintas do âmbito matemático, e ainda somente relacionadas às noções de cálculo de área. Essa URE é expressiva no contexto desta pesquisa, uma vez que foi construída para acolher registros oriundos do questionário prévio. Sendo assim, uma das alternativas a serem repensadas e discutidas é proposta por Rezende (2003), pois defende a necessidade de que se deve:

> [...] possibilitar ao Cálculo exercer no ensino básico de matemática o mesmo papel epistemológico que ele realizou no processo de construção do conhecimento matemático no âmbito científico [...] para a consolidação e construção das significações propostas no ensino básico tanto de matemática quanto de física (REZENDE, 2003, 404-405)

Desse modo, esse resultado corrobora a ausência de discussões relativas às atribuições de significados para o tema das noções de Integral no âmbito do Ensino Superior ARTIGUE, 1995; REZENDE, 2003; FIORENTINI, *et al.,* 2002;FIORENTINI, 2005; LIMA, 2012; D'AMBROSIO, 2016). Nesse sentido, os resultados encontrados corroboram para refletirmos que "o conhecimento matemático não se dá apenas pelo fazer, mas pela compreensão desse fazer" (BECKER, 2012, p.43).

- **URE 5.16** "Atribuição de significados de integração conforme grandezas envolvidas" em que reunimos os fragmentos textuais das respostas que demonstraram o reconhecimento de significados para o processo de integração dado o contexto científico da questão. A **URE 5.16** foi elaborada para agrupar registros provenientes de questionários posteriores, ou seja, a AD com síntese interdisciplinar evidenciou contribuir para que um grupo de participantes expressa um enriquecimento de significados atribuídos para o cálculo de integral, os quais situaram-se no contexto da Física, área da Mecânica relacionando o estudo de movimentos – tais como ideias de distância, velocidade, aceleração e força variando ao longo do tempo (REZENDE 2003; ÁVILA, 2010).

A partir do diálogo estabelecido entre a literatura científica desta pesquisa e o desenvolvimento de análises meta-reflexivas, sistematizamos subsídios teórico-metodológicos que demonstraram colaborar de forma acentuada com a Formação Docente em Matemática. Com base nos dados obtidos por diferentes instrumentos de coleta e análise de dados, explicitamos o reconhecimento de ideias que emergiram a partir da compreensão analítica da relevância do estudo do Cálculo Diferencial e Integral, em prol da atuação docente na Educação Básica. Dessa forma, organizamos e elencamos aqui essas contribuições identificadas com frequência:

- Enriquecimento matemático do repertório teórico-metodológico.
- Articulação e reconciliação de ideias matemáticas existentes aos novos conhecimentos na estrutura cognitiva (do sujeito que exerce à docência) para elaboração, desenvolvimento, organização e gestão da prática pedagógica, com base nos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa.
- Reconhecimento de aplicações interdisciplinares do CDI, para a proposição de resolução de problemas de fenômenos de natureza diversa.
- Instrumentalização matemática para a prática docente.
- Construção e desenvolvimento do repertório didático-profissional, a partir de vivências acadêmicas, relativas às condutas pedagógicas docentes observadas/internalizadas em cursos de Cálculo.
- Expressão de sentimento envolvendo motivação intrínseca.
- Ampliação da consistência teórico-metodológica do conhecimento matemático para a Formação Docente, subsidiada por elementos da História e Filosofia da Ciência.
- Desenvolvimento e aplicação de referenciais de natureza epistemológica para a organização da prática didático-pedagógica em Matemática.
- Aprofundamento de conhecimentos geométricos envolvendo o estudo de áreas de figuras planas irregulares.
- Elaboração de estratégias visando cálculos de otimização de áreas.
- Atribuição de significados às fórmulas matemáticas aplicadas no contexto da Educação Básica.

Rezende (2003) defende que “toda e qualquer reestruturação do ensino de Cálculo que não seja fruto de uma análise epistemológica profunda deste estará condenada ao fracasso”. De fato, para Batista (2007, p.260) “conhecer uma ciência é conhecer os caminhos metodológicos adotados nas pesquisas daquela área”. Essa possibilidade é plausível a partir do desenvolvimento de abordagens de ensino com enfoque interdisciplinar em fundamentos da História e Filosofa da Ciência (MATTHEWS, 1995; FIORENTINI; 2005; LORENZATO, 2008; MACHADO, 2008, 2011; ÁVILA 2010).

As articulações analíticas promovidas a partir dos questionários, prévio e posterior, e das produções heurísticas do Vê Epistemológico possibilitaram desdobramentos e estabelecimento de relações entre as UC(s) dos questionários e as UCEp(s) do Vê de Gowin. Observamos nas análises das atividades, realizadas pelos(as) participantes durante a AD, a manifestação da tendência recursiva do desenvolvimento e incorporação gradativa de ideias didático-pedagógicas nos Diagramas Vês, e o reconhecimento da relevância do contexto histórico-epistemológico, para a compreensão da natureza do conhecimento científico. Nesse sentido, “a aprendizagem sobre a natureza e a estrutura do conhecimento ajuda os estudantes a perceber como é que eles aprendem, e o conhecimento acerca da aprendizagem facilita a sua visão de como os seres humanos constroem o novo conhecimento (NOVAK; GOWIN, 1984, p.25).

De modo geral, ao longo dos encontros os(as) participantes demonstraram indícios da relevância de se conhecer novas estratégias de ensino, para promover discussões de noções fundamentais referentes aos temas oriundos do Cálculo Diferencial e Integral. Essa interface pedagógica não é explicitada de forma tão acentuada nas respostas dos registros escritos relativos aos questionários prévio e posterior. Uma possível explicação consiste no fato de que as perguntas elencadas no formato de um questionário assemelham-se aos aspectos avaliativos clássicos conhecidos, realizados de modo habitual no contexto universitário em disciplinas de Cálculo. Dessa forma, os(as) participantes dão enfoque a objetividade do conteúdo específico, e tendem a não vincularem ou diferenciarem aspectos intrínsecos da prática docente. Em contrapartida, os registros obtidos nos questionários posteriores evidenciaram enriquecimento da organização das respostas apresentadas, e expressaram, na maioria das vezes, linguagem acessível com ocorrência de indícios de relatos explicativos.

A seguir, apresentamos uma síntese descritiva a partir das inferências elaboradas, ao longo deste capítulo, com base nos resultados das análises meta-teóricas dos diferentes instrumentos teórico-metodológicos adotados, tais como os questionários prévio e posterior, o acervo da produção heurística dos Diagramas Vê(s), materiais documentais, e memórias da pesquisa registradas em diário de bordo.

No Quadro 99 sintetizamos o agrupamento temático e as correlações analíticas elaboradas.

Quadro 99 – Síntese temática e considerações reflexivas de análises meta-teóricas

Temática	Questões e Unidades de Contexto	Produção Heurística Diagramas Vê(s)
• **01** • Contribuições do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática e atuação profissional	• Q2 e UC2 • Q3 e UC3 • Q4 e UC4	•V1E2 • V2E3 • V3E4 • V4E5 • V5E5
• **02** • Noções conceituais e significados atribuídos ao Cálculo Integral	• Q5 e UC5 • Q8 e UC8 • Q9 e UC9	• V2E3 • V4E5
• **03** • Noções conceituais e significados atribuídos ao Cálculo Diferencial	• Q6 e UC6	•V4E4 • V5E5

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

A articulação das análises realizadas baseadas nas produções heurísticas e nas questões Q2, Q3 e Q4 dos questionários prévio e posterior, unitarizadas, respectivamente, nas Unidades de Contexto UC2, UC3 e UC4 fundamentaram as inferências dedutivas reunidas na Temática 1 **"Contribuições do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática e atuação profissional"**.

Desse modo, na Temática 1, agrupamos semelhanças e diferenças referentes às contribuições entre conhecimentos matemáticos prévios e o CDI, subsídios formativos adquiridos com estudo de conteúdo específico, e relações de noções básicas do Cálculo vinculadas às experiências discente; tanto em etapas da Educação Básica quanto do Ensino Superior. Isto posto, apresentamos o repertório de regularidades obtidas em consonância com as tendências heurísticas identificadas, a partir da produção heurística dos Diagramas Vê(s).

Na **Temática 1**, *Contribuições do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática e atuação profissional*, na perspectiva heurística da **Tendência lógico-matemática**, o Cálculo Diferencial e Integral contribui com conhecimentos relevantes para resolver problemas matemáticos específicos. Nesse sentido, as atribuições do significado de um conceito matemático são evidenciadas pela potencialidade implícita de suas aplicações particulares. Além disso, o Cálculo é caracterizado como área científica que oportuniza o primeiro contato lógico-formal com conceitos matemáticos no ingresso ao Ensino Superior. Há predominância da ideia de que é necessário dominar os conhecimentos prévios matemáticos estudados na Educação Básica para obter desempenho satisfatório em relação aos primeiros conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral, abordados e explorados no Ensino Superior.

Em relação às análises epistemológicas referentes à **Tendência didático-pedagógica,** o estudo do Cálculo Diferencial e Integral consiste em uma estratégia formativa relevante para aprimorar o repertório matemático específico docente. O grupo de participantes desse grupo demonstram compreender que o acesso ao significado de um conceito matemático requer períodos de estudo em profundidade, e pode ser vinculado aos conhecimentos já internalizados (assimilados, aprendidos). Para além disso, o Cálculo possibilita o conhecimento de muitas ideias, situação que favorece a compreensão de temas matemáticos abrangentes, e posteriormente habilita o(a) docente para explicar “os porquês” matemáticos. Os (as) participantes agrupados nessa tendência reconhecem os momentos interdisciplinaridades como estratégia pedagógica para a construção do conhecimento, e promoção de parcerias profissionais no contexto da Educação Básica. Em relação aos conhecimentos prévios, valorizam o conhecimento de fatores históricos, culturais e sociais referentes aos conteúdos matemático, para posteriormente iniciarem o estudo e a compreensão de características particulares que envolvem a temática em questão. Identificamos, nesse grupo, o interesse pedagógico e profissional pela busca de novas alternativas de abordagens de ensino para a promoção da aprendizagem. Na continuidade, para a Temática 1, as análises heurísticas concernentes à **Tendência didático-epistemológica** explicitaram o estudo e a compreensão de noções de Cálculo Diferencial e Integral como recurso didático-pedagógico para aprimorar a prática docente com a finalidade de ampliar núcleos de significados e possibilitar a atribuição de sentido lógico e psicológico às atividades realizadas. Os registros escritos desse grupo de participantes, reunidos na TDE, apresentaram exemplificações de temáticas do Ensino Médio relativos ao estudo de noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral, vinculados ao Ensino

Superior. Tanto os registros escritos de P_1LB_4 quanto os de P_7L_4 demonstram, de modo específico, o reconhecimento de taxa de variação de diferentes fenômenos como oportunidade para relacioná-la com o estudo de funções. Além disso, explicitam conhecimentos geométricos, de modo particular, área e volume como um dos aspectos fundamentais para o desenvolvimento do Cálculo Integral. Os fragmentos textuais dessa dupla ainda evidenciaram a relevância de relacionar conteúdos matemáticos da Educação Básica aos do Ensino Superior, para a promoção do processo de ensino e de aprendizagem, sejam esses para o CDI ou para a atuação profissional na Educação Básica. Além disso, P_1LB_4 e P_7L_4 consideram o significado de conceitos matemáticos como recursos explicativos que caracterizam um objeto, um fenômeno ou uma situação, necessitando de um recurso instrumental para acessá-lo.

Na sequência, as análises obtidas a partir das produções heurísticas do V2E3, do V4E5 e as questões Q 5, Q 8 e Q 9 dos questionários prévio e posterior, unitarizadas, respectivamente, nas Unidades de Contexto UC 5, UC 8 e UC 9 subsidiaram as inferências dedutivas reunidas na Temática 2 **"Noções conceituais e significados atribuídos ao Cálculo Integral"**. Sendo assim, agrupamos similaridades e diferenças atribuídas ao significado de Integrar uma função real de uma variável, relacionados aos indícios de compreensão envolvendo a representação matemática lógico-formal. Além disso, apresentamos as perspectivas matemáticas identificadas no processo de resolução da integral proposta na Questão 9. A seguir, apresentamos o conjunto de regularidades cognitivas em consonância com as tendências heurísticas sistematizadas, a partir das produções dos Diagramas Vê(s).

Para a **Temática 2**, *"Noções conceituais e significados atribuídos ao Cálculo Integral",* o grupo de participantes reunidos na **Tendência lógico-matemática** apresentam descrições de explicações matemáticas diretas priorizando linguagem lógico-formal, explicitando vocabulário e símbolos específicos. Exemplos: "2u" para se referir a medida de área sem caracterização de unidade específica; " $\int_0^2 dx$ ", para se referir algebricamente a área de uma função constante, neste caso, f (x) = 1 ou y = 1, limitada pelo intervalo numérico [0,2]; predomínio de terminologias científicas como "função primitiva", "curva f (x), com x ∊ [a, b]" ; uso de expressões específicas tais como "minimizar o erro quando o limite tende a zero". Por conseguinte, no processo de resolução matemática para a Questão 9, identificamos os seguintes aspectos:

- Ênfase, nos questionários prévios, de cálculos com predomínio de representações algébricas, sem a realização de representações geométricas.
- Os questionários posteriores apresentaram incremento de registros gráficos e descrições detalhadas do procedimento matemático realizado de forma objetiva, sendo expressos em linguagem lógico-formal.
- Tendência de se omitir etapas em cálculos básicos.
- A representação da função $f(x) = 5x + 7$ é realizada como um segmento de reta delimitado pelos pontos (1,12) e (5,32) no plano cartesiano, demonstrando a intenção de expressar a área referida.
- Todos os questionários posteriores representam a área a ser calculada no primeiro quadrante do plano cartesiano. Identificamos indícios matemáticos que evidenciam atenção para estabelecer a base, por meio dos limites de integração correspondentes ao intervalo numérico dado.

Para a **Temática 2** no que se refere às análises heurísticas relativas à **Tendência didático-pedagógica** destacam-se nos questionários prévios registros escritos com informações redundantes, ausência de registros – caso em que a questão foi deixada em branco, manifestação de justificativa que explicita dificuldade para a realização da atividade, e exposição de dúvida em relação aos registros referentes à produção matemática desenvolvida. Em contrapartida, houve manifestações de habilidades específicas no questionário posterior com apresentação de vocabulário adequado relacionado ao contexto matemático, expressão escrita acessível para exemplificação da ideia mencionada, com utilização de linguagem simbólica apropriada.

Para o processo de resolução matemática da Questão 9, identificamos no grupo de participantes reunidos na *Tendência didático-pedagógica* os seguintes aspectos: manifestação de registros matemáticos com referência ao cálculo da área do trapézio, utilizado na Educação Básica; tendência a desenvolver a decomposição da área trapezoidal em regiões triangulares e retangulares; expressão de registros numéricos precisos e organizados, com explicitação de todas as operações aritméticas básicas, e etapas de cálculo para a realização do procedimento matemático; e ainda a ausência de nomenclatura para os eixos do plano cartesiano referentes às representações dos esboços gráficos explicitados. No que diz respeito à **Tendência didático-epistemológica** foram apresentados registros escritos com aplicação de termos linguísticos acessíveis. De modo geral, as explicações evidenciaram domínio de fundamentação teórica. Por exemplo, referência ao "Teorema Fundamental do Cálculo" como recurso específico para encontrar a primitiva de uma função representada por uma integral, e assim se prosseguir com o cálculo da área. Para descrições de explicações matemáticas demonstrou-se com predominância hierarquização de ideias, isto é, partindo de noções gerais para se chegar às específicas (particulares). Relativamente aos registros vinculados à resolução matemática da Questão 9, identificamos para a *Tendência didático-epistemológica*, as seguintes características:

- As resoluções apresentam sinalizações que indicam explicações ou alguma informação específica.
- As representações matemáticas são enriquecidas pela diversidade de registros, explicitando formatos gráfico, algébrico, numérico e verbal.
- A representação do plano cartesiano é acompanhada da referida função, e com sinalização hachurada da área a ser calculada.
- Os registros escritos apresentam o cálculo do zero da função em estudo, bem como a demarcação de pontos do plano cartesiano relacionados à interseção com os eixos da abscissa e da ordenada.
- Os eixos que compõem o plano cartesiano sempre foram nomeados.
- A representação da função $f(x) = 5x + 7$ é realizada por meio de uma reta, e a área de interesse é delimitada por pontos de interseção com os eixos do plano cartesiano.

De modo geral, para a Temática 2 envolvendo a Tendência *didático-epistemológica* destacamos que os registros matemáticos realizados são detalhados e demonstram em suas representações riqueza linguística e simbólica. Neste caso específico, identificamos nos registros de P_1LB_4 o predomínio de representações gráficas com enfoque para a visualização; enquanto P_7L_4 procura de forma recorrente textualizar (explicar) as representações matemáticas. Essas características didáticas favorecem algumas situações relacionadas à Educação Inclusiva. Por exemplo, estudantes com ausência visual podem se identificar mais com as explicações de

P_7L_4, enquanto estudantes com ausência auditiva e percepção visual satisfatória seriam favorecidos pelo tratamento explicativo de P_1LB_4. No entanto, podemos pensar na hipótese de P_1LB_4 e P_7L_4 estarem em situações opostas. Por isso, é relevante que a Formação Docente em Matemática contemple práticas de escrita e atividades que promovam a elaboração de registros visuais (BARUFI, 1999; FIORENTINI, 2005; FREITAS; FIORENTINI, 2008).

As análises desenvolvidas com base nas produções heurísticas do V3E4, V5E5 e a Questão 6 dos questionários prévio e posterior, unitarizadas na Unidade de Contexto UC6, resultaram nas inferências dedutivas agrupadas na Temática 3 **"Noções conceituais e significados atribuídos ao Cálculo Diferencial"**. Desse modo, reunimos similaridades e diferenças atribuídas ao significado de derivação de uma função real de uma variável, relacionados aos indícios de representação matemática lógico-formal. Além disso, apresentamos tipos de registros matemáticos recorrentes identificados, no contexto, da produção heurística dos Diagramas Vê(s). Nesse sentido, descrevemos a coletânea de regularidades encontradas corroboradas pelas tendências heurísticas identificadas, a partir do acervo da produção dos Diagramas Vê(s).

Para a **Temática 3** referentes à **Tendência lógico-matemática** detectamos a utilização de vocabulário e simbologias específicas sem evidências de explicações acessíveis à estudantes de "primeira viagem". No que concerne a **Tendência didático-pedagógica** reconhecemos indícios de dificuldades em registros do questionário prévio para descrever o processo de derivação. De forma geral, a compreensão do significado de derivada foi vinculada à ideia clássica da "obtenção do coeficiente angular da reta tangente", sem menção a outros contextos matemáticos ou científicos. Por outro lado, no questionário posterior os registros tenderam a relacionar o significado de derivar como recurso matemático para calcular a taxa de variação de uma função real de uma variável. Em relação às análises heurísticas envolvendo a **Tendência didático-epistemológica**, os fragmentos textuais evidenciaram processos linguísticos, visando explicar ou descrever detalhadamente o significado atribuído ao procedimento matemático de derivar uma função real de uma variável. Em síntese, considerando as tendências heurísticas identificadas, destacamos a linguagem e o significado de derivar uma função real de uma variável com enfoques pedagógicos corroborados aos referenciais teóricos. Para a *Tendência lógico-matemática* a ênfase assemelha-se à linguagem formal encontrada em livros didáticos da área, na *Tendência didático-pedagógica* a perspectiva é similar ao esclarecimento de uma dúvida, sem expressar a intenção de se realizar um aprofundamento de estudo para a questão. E, para a *Tendência didático-epistemológica* há caracterização reflexiva à medida que se busca concomitantemente descrever e explicar o significado do princípio matemático relativo à derivação de uma função real de uma variável.

Com o intuito de articular ideias, sintetizar e sistematizar resultados obtidos, a partir das tendências heurísticas identificadas nas produções dos diagramas Vê(s); organizamos três linhas meta-reflexivas contemplando relações de atribuições de significados e valores, relativos ao desenvolvimento da Abordagem Didática. As linhas meta-reflexivas são: a) Noções de Temporalidade e Visão de Mundo; b) Significados atribuídos ao conhecimento e à aprendizagem; e c) Valores e significados atribuídos ao conhecimento científico.

No Quadro 100 contemplamos a sistematização de ideias e princípios referentes à produção do conhecimento científico articuladas com as atividades desenvolvidas na Abordagem Didática, evidenciando características heurísticas identificadas na Tendência lógico-matemática.

Quadro 100 – Tendência lógico-matemática: Meta-análise envolvendo significados gerais atribuídos ao conhecimento científico manifestados em atividades da Abordagem Didática

TENDÊNCIA LÓGICO-MATEMÁTICA	Tendência lógico-matemática : significados atribuídos ao conhecimento científico Linhas Meta-Reflexivas		
	Noções de Temporalidade e Visão de Mundo	**Significados atribuídos ao conhecimento e à aprendizagem**	**Valores e significados atribuídos ao conhecimento científico**
	• Oscila conforme o significado e sentido psicológico atribuído. A diferenciação e qualificação temporal é correlacionada a fatores específicos e interesses pessoais envolvidos. • A compreensão do mundo se realiza pela essência da perspectiva matemática. Os instrumentos específicos encontrados no âmbito do sistema axiomático agregado pelo alcance e abrangência da expressão simbólica, e linguística colaboram para a observação de variação de fenômenos, e a percepção da tridimensionalidade espacial.	• *Aprender significa* ***aplicar*** *conhecimentos.* • Aprender engloba a identificação de problemas e reconhecimento do procedimento científico que resolva a questão.	***Valor instrumental*** • Aplicar métodos formais. Por exemplo, demonstrar uma proposição matemática. • Usar um procedimento matemático. Por exemplo, uma fórmula para derivar uma função.

Fonte: Elaborado pela autora com base em resultados de pesquisa

No Quadro 101 explicitamos a organização de ideias e princípios referentes à produção do conhecimento científico articuladas com as atividades desenvolvidas na Abordagem Didática, evidenciando características heurísticas identificadas na Tendência didático-pedagógica.

Quadro 101 – Tendência didático-pedagógica: Meta-análise envolvendo significados gerais atribuídos ao conhecimento científico manifestados em atividades da Abordagem Didática

	Tendência didático-pedagógica : significados atribuídos ao conhecimento científico **Linhas Meta-Reflexivas**		
	Noções de Temporalidade e Visão de Mundo	**Significados atribuídos ao conhecimento e à aprendizagem**	**Valores e significados atribuídos ao conhecimento científico**
TENDÊNCIA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA	• A associação temporal mostra-se de forma objetiva, pois as ações realizadas são articuladas com vivências do passado ou do presente. • A compreensão do mundo realiza-se por perspectivas humanistas e construtivistas, envolve a produção do conhecimento científico e as práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula. Para que haja equilíbrio em relações profissionais entre docentes e estudantes há necessidade de estabelecer diálogos para resolver conflitos cognitivos e fortalecer laços interpessoais.	• *Aprender significa* ***relacionar*** *conhecimentos.* • Aprender consiste em realizar práticas recursivas com a finalidade de aprimorar o repertório cognitivo. Desse modo, a aquisição da aprendizagem constitui no desenvolvimento de ações que permitem refletir, refazer, refinar, retomar.	***Valor ideal e educativo*** • Busca pela situação perfeita. Por exemplo, compreender aspectos teóricos de um conteúdo e elaborar as articulações para resolver um problema. • A aquisição de novos conhecimentos científicos requer confiança para estabelecer relações dialógicas e de escuta no espaço formativo.

Fonte: Elaborado pela autora com base em resultados de pesquisa

Na sequência, no Quadro 102 expressamos as considerações no que diz respeito aos princípios, e pressupostos reflexivos relativos à produção do conhecimento científico vinculadas às atividades desenvolvidas na Abordagem Didática, sintetizando especificidades heurísticas manifestadas na Tendência didático-epistemológica.

Quadro 102 – Tendência didático-epistemológica: Meta-análise envolvendo significados gerais atribuídos ao conhecimento científico manifestados em atividades da Abordagem Didática

<table>
<tr><td rowspan="3">TENDÊNCIA DIDÁTICO-EPISTEMOLÓGICA</td><td colspan="3">Tendência didático-epistemológica : significados atribuídos ao conhecimento científico
Linhas Meta-Reflexivas</td></tr>
<tr><td>Noções de Temporalidade e Visão de Mundo</td><td>Significados atribuídos ao conhecimento e à aprendizagem</td><td>Valores e significados atribuídos ao conhecimento científico</td></tr>
<tr><td>• A memória histórica da aprendizagem evidencia a noção de temporalidade. A necessidade de compreender o que foi feito torna-se relevantes para explicar e refletir resultados de ações desenvolvidas no presente.

• A compreensão do mundo engloba a aquisição de múltiplos saberes. Desse modo conhecê-lo requer exploração e entendimento de diferentes significados e sentidos atribuídos aos conhecimentos. A temática do Cálculo Diferencial e Integral mostra-se como possibilidade específica para acessar, vivenciar e enriquecer significados de experiências de aprendizagem. Para isso, tanto estudantes quanto professores são convidados a refletir a respeito de suas percepções pessoais para ressignificar e transformar suas práticas e relações profissionais.</td><td>• Aprender significa compreender e explicar conhecimentos.

• Aprender constitui-se em um processo longo exigindo a coordenação de várias ações. Destaca-se a prática da leitura, o debate acadêmico, elaborar e responder questões, e a reflexão das atividades realizadas.</td><td>Valor intrínseco-comparativo

• É necessário tanto a compreensão da ideia conceitual quanto a conexão com o processo formal da ideia. É o encontro cognitivo ideal entre a perspectiva intuitiva e o pensamento lógico-dedutivo.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora com base em resultados de pesquisa

Nesse momento que finalizamos este trabalho, é relevante enfatizar o que poderia ser diferente nesta investigação. No entanto, para cada uma dessas considerações precisamos estar conscientes a respeito do prolongamento da duração. Isso é decorrente do fato de que quanto mais adicionarmos elementos para abordagens de ensino com síntese interdisciplinar, tanto mais haverá necessidade de disposição de tempo, considerando as fases de elaboração, de aplicação, e posteriormente das análises. Dessa forma, é salutar no contexto da formação para a pesquisa em História e Filosofia da Ciência, por exemplo, “reconhecer formas de estudo” e tomar a “decisão racional sobre o que fazer” (BATISTA, 2007, 264). Dessa forma, nesta investigação fizemos algumas escolhas metodológicas e de forma análoga encontramos outras possibilidades, a saber:

⏩**1**⏩ Em relação aos diagramas Vês não exploramos os elementos heurísticos “Filosofia” e “Visão de Mundo” como componentes essenciais a serem desenvolvidos na construção do Vê Epistemológico. Tanto é fato que não elaboramos UCEp para esses itens. No entanto, orientamos o grupo de participantes a respeito desses elementos, e quando esses se fizeram presentes nas produções heurísticas foram considerados como dados enriquecedores; e por conseguinte analisados dentro das possibilidades dos critérios epistemológicos já estabelecidos, de modo particular relacionados às asserções de conhecimento e/ou valor.

⏩**2**⏩ Outra situação que ficou evidente foram as dificuldades de reconhecimento e diferenciação com enfoque envolvendo teorias científicas, princípios e conceitos. Sendo assim, discussões histórico-filosóficas no que se refere à natureza da Ciência (NdC) consiste em um caminho promissor para futuras pesquisas. Os trabalhos de Batista (2004), Batista e Salvi (2006), Batista e Salvi (2008), Batista, Salvi e Lucas (2011), Batista (2007) e Batista (2016) são investigações que discorrem amplamente sobre a contribuição dos modelos científicos para a compreensão da Ciência, bem como formas de implementar essas contribuições em práticas docentes.

⏩**3**⏩ Em relação às aplicações dos questionários, optamos pela adoção das questões 1 e 7 somente no QPR. Após as análises realizadas, salientamos que as temáticas dessas questões poderiam fazer parte das discussões no questionário posterior. Todavia, seriam necessárias algumas reformulações textuais. Por exemplo, para a Questão 1 que abordava noções de História e/ou Filosofia da Matemática relativas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, seria relevante uma questão posterior para refletir, de forma específica, quanto ao reconhecimento de sua relevância para a Formação Docente em Matemática (BARUFI, 1999; REZENDE 2003; FIORENTINI, 2005; MACHADO, 2011; BATISTA, 2007, 2016). No que se refere a Questão 7, essa oportunizaria aos participantes analisarem suas próprias dificuldades matemáticas ao longo do desenvolvimento da Abordagem Didática (CURY; CASSOL, 2004; CAVASOTTO; VIALI, 2011). Para isso, seria preciso igualmente alterações textuais. Por hora, enfatizamos que todas as atividades realizadas nesta investigação foram planejadas e repensadas em vários momentos, e para a implementação de uma pesquisa científica se faz necessário escolhas teórico-metodológicas.

⏩**4**⏩ A temática central desta pesquisa configurou-se em discutir contribuições de noções conceituais relativas ao Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática, e por isso envolvemos princípios fundamentais de Integral e Derivada. Isto posto, para futuras investigações entendemos ser pertinentes o desenvolvimento de abordagens de ensino visando composições histórico-filosóficas com síntese interdisciplinar, no sentido de Batista (2007) e Batista (2016), para explorar significados relacionados à Integral (e/ou Derivada), conforme sugerido nas investigações de Rezende (2003); isto é:

> Para se apreender o significado de integração é preciso que se explore mais as tramas e urdiduras da sua malha de significações. Calcular uma integral através de processos numéricos aproximados, ou mesmo usando determinados tipos de séries – como fizeram Newton, Euler e outros – também são exercícios que contribuem para o processo de tecedura da noção de integral. A noção deve ser explorada então na sua totalidade, e não reduzida simplesmente ao ato algébrico de encontrar uma antiderivada da função através das ‘técnicas de integração’. O mesmo exagero da técnica ocorre em relação ao processo de significação do conceito de derivada (REZENDE, 2003, p.350).

⏩**5**⏩ Em relação às análises epistemológicas do Diagrama Vê realizamos com base no contexto geral da produção escrita do grupo de participantes, isto é, não destacamos uma única temática. Assim como ocorreu com os questionários prévio e posterior, seria possível desenvolver essas análises no âmbito desta investigação; uma vez que obtivemos diagramas Vês que poderiam ser considerados prévio e posterior. Essa situação se refere ao fato dos pares de diagramas V2E3 e V4E5 versarem a respeito de discussões de significados atribuídos às noções de Integral; e V3E4 e V5E5 retratarem discussões de significados atribuídos às noções de Derivada.

⏩6⏩ O percurso metodológico que trilhamos nas análises teve um enfoque heurístico, e desse modo construímos reflexões com especificidades voltadas para as análises de contexto dos questionários, e por outro lado análises epistemológicas para o Vê de Gowin. Nessa perspectiva, os resultados obtidos evidenciaram a congruência e a coerência entre os dois instrumentos adotados para a coleta de dados durante a investigação empírica. Posteriormente, construímos análises suplementares envolvendo o Diagrama Vê no contexto da Formação Docente e identificamos três tendências heurísticas, bem como evidenciamos considerações didático-epistemológicas do CDI visando à atuação profissional. Todavia, análises com uma perspectiva comparativa se apresenta como possibilidade nesse contexto. Para isso, entendemos que seria necessário construir unidades de análises a partir das UC(s) e UCEp(s) bem como realizar articulações entre as unidades de registro de conteúdo e as epistemológicas. Em conformidade com essa possibilidade entendemos ser coerente a escolha de temas para isso, por exemplo, a Questão 5 e a Questão 9 com os diagramas V2E3 e V4E5 – noções conceituais de Integral; a Questão 6 com os V3E4 e V5E5 – noções conceituais de Derivada. Para além do mais, o V1E2 poderia ser correlacionado com as questões 1, 3 e 4. Em relação às Questões 2 e 8, as análises poderiam ser direcionadas aos elementos heurísticos do diagrama Vê relativos aos *conceitos, registros e dados*, *transformações,* e *asserções de conhecimento* vinculados às *temáticas das questões*, *questão-foco* e o *evento*.

Como novidade e contribuição genuína desta investigação ressaltamos a configuração teórico-metodológica orientada por pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa, e aspectos didático-epistemológicos da Ciência e da Matemática. Sendo assim, em uma primeira vertente, destacamos a escolha pela elaboração de uma proposta pedagógica com síntese interdisciplinar envolvendo reflexões e discussões de noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática; evidenciando contribuições para a atuação docente com enfoque para a Educação Básica. Por outro lado, essa discussão formativa desvela problemas relativos ao Ensino Superior no que diz respeito ao Cálculo, tais como a cristalização de uma tradição pedagógica que envolve muitas vezes um cotidiano acadêmico permeado por reprovações, retenções, desistências, abandonos de curso, redução de carga horária da disciplina e ausência de conhecimentos prévios dos(as) estudantes para aprender Cálculo, em face à carência formativa anterior. Esse panorama educacional se constitui como um fator externo que pode interferir em aspectos mentais, com vistas a desencadear sofrimentos emocionais e suscitar sentimentos de desesperança. É relevante refletir sobre esse cenário formativo, pois como um *ser humano "formado" em um ambiente de desesperança terá razões (motivos) para enfrentar os desafios profissionais, em relação às condições atuais do exercício docente*? Desse modo, Freire (2004) evidencia a necessidade de *reduzir a desesperança* e priorizar de forma consciente a *permanência da esperança,* como um dos saberes inerentes à prática educativa, explicitando que:

> **A esperança faz parte da natureza humana**. É preciso ficar claro que a **desesperança não é maneira de estar sendo natural do ser humano**, mas distorção da esperança. Eu não sou primeiro um ser da desesperança a ser convertido ou não pela esperança. Eu sou, pelo contrário, um ser da esperança que, por "n" razões, se tornou desesperançado. Daí que uma das nossas brigas como seres humanos deva ser dada no sentido de *diminuir as razões objetivas para a* **desesperança que nos imobiliza** (FREIRE, 2004,72-73,destaques nosso).

Na sequência, em uma segunda vertente, enfatizamos a escolha teórico-metodológica para a realização da coleta e análise de dados. Com base nas investigações teóricas que desenvolvemos não encontramos pesquisas na área de Educação Matemática que aplicassem dois instrumentos simultâneos para a investigação empírica; no caso desta pesquisa, questionários prévio e posterior, e Diagramas Vês. Isto posto, enfatizamos como aspecto de originalidade a adoção do Vê Epistemológico como um recurso plural permeando as seguintes etapas da investigação: a) o planejamento e elaboração da proposta pedagógica; b) instrumento de coleta e análise de dados; c) recurso analítico de avaliação para o monitoramento do processo de aprendizagem dos(as) participantes da pesquisa; visando compreender manifestações de indícios de aprendizagem significativa com evidências para a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, mediadas pela recursividade multicontextual das atividades didático-pedagógicas desenvolvidas.

A adoção do Vê Epistemológico de Gowin demonstrou a potencialidade heurística para práticas pedagógicas no que tange à Formação Docente em Matemática, resultado singular desta pesquisa, uma vez que construção original do Diagrama Vê foi idealizada e planejada para a promoção da aprendizagem relativa ao Ensino de Ciências, em específico para articular ideias da produção e sistematização do conhecimento científico em atividades experimentais, realizadas em laboratórios de Ciências. A dinâmica de trabalho da AD permitiu ao grupo de participantes desenvolver reflexões a respeito da meta-aprendizagem subsidiadas pelos elementos heurísticos do Diagrama Vê. Essas atividades sinalizaram a ampliação da consciência formativa mediante a atribuição de novos significados, valorizando o reconhecimento de conhecimentos prévios e de noções de História e Filosofia da Ciência. Essas novas reelaborações de conhecimento suscitaram compreensões em relação às dificuldades epistemológicas, didáticas, de ensino e de aprendizagem referentes ao Cálculo Diferencial e Integral.

Para além disso, a construção do questionário envolvendo 9 questões possibilitou a elaboração de nove unidades de contextos [UC(s)] compostas por 104 unidades de registros [UR(s)], 97 prévias e 7 emergentes. Isso demonstra a fecundidade da investigação teórica no âmbito do levantamento de situações de aprendizagem e de ensino, envolvendo noções fundamentais de CDI, a saber, Derivada e Integral. De igual forma, com base nos pressupostos teóricos de Novak e Gowin (1984) e Gowin e Alvarez (2005) organizamos, elaboramos e sistematizamos seis unidades de contextos epistemológicas [UCEp(s)], as quais reunimos 52 unidades de registros heurísticos, sendo 40 UREp(s) e 12 UREpE(s).

Ademais, entendemos que a investigação com enfoque interdisciplinar possibilitou explicitar contribuições para implementar ideias fundamentais do Cálculo na Educação Básica, por meio da síntese de alguns trabalhos encontrados na literatura científica, com destaques para Rezende (2003), Machado (2011) e Ávila (2010). Essas investigações evidenciam percursos distintos em prol de um objetivo comum, "*possibilitar ao Cálculo exercer no ensino básico de matemática o mesmo papel epistemológico que ele realizou no processo de construção do conhecimento matemático no âmbito científico*" (REZENDE, 2003, p.404).

Rezende (2003, p.404-405, destaques nosso) defende um tratamento pedagógico com base nas ideias e problemas construtores do Cálculo aproximando os campos da Aritmética, da Geometria e da Álgebra articulados ao campo da Mecânica, Física, visando "uma preparação de natureza epistemológica para um futuro ensino superior de Cálculo, mas, sobretudo, *para a consolidação e* ***construção das significações*** *propostas no* ***ensino básico*** *tanto de matemática quanto de física*".

Explicitamos que assim como Batista e Salvi (2006, p.155) propõem momentos interdisciplinares para o ensino, esta pesquisa colaborou para evidenciar "*momentos de Cálculo*" visando o desenvolvimento de práticas de ensino e de aprendizagem com enfoque na Educação Básica, com vistas à Formação Docente em Matemática no Ensino Superior. Esses momentos destinam-se a realizar explorações didático-epistemológicas, a fim de enriquecer as discussões, as aprendizagens, os significados e as potencialidades do conhecimento matemático, de forma compatível ao currículo escolar vigente; a partir de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Nessa perspectiva, com o intuito de sistematizar esses resultados encontrados, enfatizamos as temáticas discutidas baseadas nas análises dos questionários e dos Diagramas Vês, as quais foram:

I ⏩ Exploração[89] de panorama de contribuições do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente e atuação profissional na Educação Básica.

II ⏩ Discussões [90] de relações estabelecidas entre conteúdos matemáticos da Educação Básica e noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática.

III ⏩ Apresentação[91] de indícios de compreensões e atribuições de significados relativos às noções de Integral.

IV ⏩ Apresentação[92] de indícios de compreensões e atribuições de significados relativos às noções de Derivada.

V ⏩ Sistematização[93] de dificuldades de aprendizagem matemática, com base em levantamentos teóricos oriundos da literatura científica da área, evidenciadas em processos de formação inicial relativas ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral, em cursos universitários (Matemática e áreas da Engenharia).

VI ⏩ Apresentação[94] de produção escrita relativas às escolhas teóricas (de natureza idiossincrática) de procedimentos matemáticos para resolução de integral, contemplando representações lógico-matemáticas enriquecidas por esboços gráficos e explicações verbais, externalizadas em *Língua Materna*[95]. Para além disso, a maioria dos(as) participantes evidenciaram atribuições de significados com elaboração de asserções cognitivas, envolvendo conhecimentos matemáticos relacionados às noções conceituais de Integral.

---

[89] Referência de análise – Questão 3.
[90] Referência de análise – Questão 4.
[91] Referência de análise – Questão 5.
[92] Referência de análise – Questão 6.
[93] Referência de análise – Questão 7.
[94] Referência de análise – Questões 8 e 9.
[95] Terminologia adotada no sentido explicitado por Machado (2011), em que o autor realiza a "análise de uma impregnação mútua" que se estabelece entre a Matemática e as relações com a linguagem.

VII⏩ Construção[96] de meta-análise da produção do(s) Vê(s) Epistemológico (s) explicitando tendências heurísticas, identificadas nas produções escritas dos(as) participantes, com base na ocorrência de manifestações de indícios de asserções de conhecimento e valor, sendo as seguintes: Tendência lógico-matemática (aprender é aplicar conhecimentos – valor instrumental) ; Tendência didático-pedagógica (aprender é relacionar conhecimentos – valor ideal e educativo); Tendência didático-epistemológica (aprender consiste em compreender e explicar conhecimentos – valor intrínseco-comparativo).

Por outro lado, os resultados desta investigação aprofundaram discussões ressaltando a necessidade de propor abordagens de ensino com síntese interdisciplinar para além de cursos de Licenciatura em Matemática, situação evidenciada com base em discussões desenvolvidas relativas à "Questão 1" e à "seção 6.4". Desse modo, é de igual natureza relevante expandi-las para cursos de Bacharelado em Matemática, uma vez que esses cursos formam futuros(as) profissionais com acentuada probabilidade de contribuir para a Formação Docente em Matemática, em cursos de Licenciatura. Exercer a docência em disciplinas de Cálculo possibilita ensinar *"um jeito de ser pessoa e professor"*, e isso pode interferir na construção de uma identidade pedagógica profissional (FIORENTINI, 2005,110). Em razão disso, é necessário conhecer os fundamentos epistemológicos e o desenvolvimento histórico da Matemática para embasar as práticas pedagógicas, com vistas a "[...] propiciar uma transformação do senso comum (doxa) para uma justificação científica (episteme)" (BATISTA, 2007, p.166).

Machado (2011) contextualiza possibilidades para explorar noções fundamentais de Cálculo na Educação Básica voltadas ao Ensino Fundamental e Médio, à medida que discute perspectivas para abordar essas noções articuladas com o currículo de Matemática, com destaques para o cálculo de noções de área, ideias de proporcionalidade e noções de velocidade, enfatizando o uso de recursos linguísticos para revisitar as "*ideias originais de Newton e Leibniz*". Nesse sentido, explica que:

> O recurso à Língua Materna como suporte de significados para apreensão dos conceitos básicos do Cálculo é o caminho natural para um retorno às ideias originais de Newton e Leibniz, com a consequente reativação dos vínculos de tais ideias com os mais diferentes discursos" (MACHADO, 2011, p.165).

---

[96] Referência de análise – Questão 2 e Acervo da produção dos Diagramas Vês.

Para finalizar essa síntese de propostas de trabalho de noções fundamentais de Cálculo no contexto da Educação Básica, Ávila (2010) apresenta um roteiro inicial para a exploração e inserção de ideias fundamentais da Derivada no Ensino Médio, e corrobora com o trabalho de Machado (2011). Sugere, por exemplo, o abandono de terminologias científicas que não contribuirão em um primeiro momento para a compreensão das noções fundamentais; ao contrário, tendem a ofuscar as ideias principais e os significados a serem enfatizados. Portanto, em conformidade com essa situação, Ávila (2010, p.173) recomenda um diálogo interdisciplinar entre a Matemática e a Física, tendo em vista que "um dos principais objetivos na introdução da derivada [...] é a interdisciplinaridade com a Cinemática, por isso mesmo os professores de Matemática e Física devem planejar juntos o trabalho que vão desenvolver". No mais, o principal objetivo com a realização dessa síntese de propostas, nesse momento, é o de contribuir com a reunião de ideias para as discussões na área da Educação Matemática, no que concerne à Didática da Matemática, com vistas à promoção do ensino e da aprendizagem do Cálculo seja na Educação Básica ou no Ensino Superior.

Para encerrar a seção dessas reflexões meta-teóricas, destacamos que somos seres pertencentes a uma determinada comunidade social, que vivencia suas próprias experiências circundados por redes que entrelaçam práticas culturais difundindo implícita e explicitamente valores pessoais, sociais, educacionais, psicológicos, científicos, econômicos, ecológicos e tecnológicos. Dessa forma, esses valores que nascem e emergem dos braços da cultura são impregnados e permeados por sistemas de linguagem e representações simbólicas que tendem a influenciar o modo como cada ser humano compreende, e se relaciona com o conhecimento. Tal fato reflete e se expressa na construção das asserções cognitivas, gerando novos conhecimentos. Em contrapartida, essa nova produção necessita ser submetida à critérios avaliativos tanto de forma interna quanto externa, situação que não isenta o caráter subjetivo inerente ao processo de avaliar – tampouco garante a plena neutralidade do evento. Esses critérios avaliativos, mesmo com essas especificidades, desempenham funções analíticas fundamentais que buscam sistematizar, validar, legitimar ou refutar esses novos conhecimentos, explicitando as asserções de valor que os envolvem. Esse mecanismo gerador do conhecimento evidencia a pluralidade de atribuição de significados de ordem lógica e psicológica. Esses significados se articulam motivados e baseados por sistemas de interesses com diferentes implicações individuais e coletivas, os quais desvelam tramas intrínsecas à natureza dos princípios adotados; sejam esses de cunho pessoal, social ou cultural. E assim, imersas nessas práticas culturais, a construção do conhecimento científico se retroalimenta na busca de parâmetros que orientarão o estabelecimento e aceite de novos padrões. E mais uma vez esse conhecimento segue o curso natural para a sua internalização e difusão na sociedade, visando à superação de paradigmas; registrados posteriormente na História e Filosofia da Ciência.

A seguir, passamos para as considerações finais, as quais não têm o intuito de encerrar as discussões envolvendo as relações entre a construção de uma Abordagem Didática fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa, e a Formação Docente em Matemática baseada em ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral; e sim destacar algumas reflexões e resultados obtidos ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Historicamente conhecimentos matemáticos associados ao Cálculo Diferencial e Integral colaboraram para a resolução de vários problemas, fossem esses de caráter matemático, físico, natural ou social. A História da Ciência demonstra a natureza interdisciplinar dessa área de conhecimento. Dessa forma, uma das finalidades científicas desta tese foi a de investigar a elaboração de uma Abordagem Didática (AD) envolvendo momentos interdisciplinares e noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, para Formação Docente em Matemática.

A organização teórico-metodológica da Abordagem Didática permitiu identificar e explicitar contribuições de aspectos epistemológicos e pedagógicos do conhecimento científico, relacionando ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática. O desenvolvimento de atividades articuladas aos elementos epistemológicos do Vê de Gowin demonstraram indícios da ocorrência de aprendizagem significativa entre os(as) participantes desta pesquisa. Identificamos alterações relativas às novas atribuições de significados para noções de Integral e Derivada, de função real de uma variável, bem como aprimoramentos cognitivos manifestados em registros escritos obtidos por diferentes instrumentos de tomada de dados.

A maioria dos registros dos(as) participantes, no questionário prévio, expressavam noções conceituais de derivada correlacionada ao significado matemático referente ao cálculo do coeficiente angular da reta tangente. Após a participação e desenvolvimento das atividades propostas nesta pesquisa, todos(as) participantes demonstraram indícios de compreensão de derivada atribuindo como significado geral a taxa de variação de um determinado fenômeno, isto é, a razão entre as variações de duas grandezas, em que a primeira é dependente da segunda. A obtenção desses resultados mediante as análises realizadas evidencia indícios de ocorrências de aprendizagem significativa. Essa inferência se baseia na articulação e relacionamento de novos conhecimentos, de forma intencional e consciente pelos(as) participantes, em relação aos conhecimentos prévios existentes. Além disso, observamos convergências hierárquicas pautadas em relações de inclusividade, isto é, do geral para o particular.

O processo de análise dos questionários prévio e posterior vinculados às produções heurísticas (Vê(s) Epistemológico(s)) demonstraram registros de indícios de reconhecimento entre similaridades e diferenças com enfoque nas temáticas discutidas ao longo do Curso de Extensão. Dessa forma, quanto às noções conceituais de integral, a maioria dos registros dos questionários prévios associavam essas noções exclusivamente ao processo do cálculo de áreas. Após a participação e desenvolvimento das atividades propostas, nesta pesquisa, todos(as) participantes demonstraram evidências de enriquecimento cognitivo atribuindo novos significados para noções de integral, correlacionando a fenômenos naturais físicos, tanto nos questionários posteriores quanto nos Diagramas Vês. Esses resultados evidenciam ocorrências de explorações de relações entre ideias, conceitos e teorias debatidas durante os encontros de aplicação da Abordagem Didática. No entanto, ressaltamos que esses resultados são específicos desta pesquisa, e não é possível estimar a estabilidade e a duração dessas evidências de aprendizagens para esse grupo de participantes.

A adoção do Vê de Gowin voltado para a Formação Docente em Matemática se mostrou um instrumento heurístico efetivo, válido e adequado para promover discussões, a respeito da compreensão e atribuição de significados de noções conceituais fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Sendo assim, potencializou o estabelecimento de relações entre conteúdos matemáticos aprendidos na Educação Básica e conteúdos estudados no âmbito Cálculo Diferencial e Integral.

Os resultados obtidos nesta pesquisa, oriundos da investigação empírica desenvolvida com a aplicação da AD, corroboram os estudos teóricos que realizamos para a estruturação pedagógica dessa abordagem de ensino, com síntese interdisciplinar. Observamos nas atividades práticas de natureza didático-pedagógica a relevância do Vê de Gowin para a Formação Docente em Matemática. Tal fato foi explicitado em vários momentos com finalidades distintas, a saber: para o processo da compreensão da estrutura e da natureza do conhecimento; para instigar a reflexão da própria aprendizagem; para servir como recurso teórico-metodológico suplementar de ensino e de aprendizagem em contextos matemáticos; para avaliar o processo de aprendizagem; e ainda para coletar e analisar dados de uma investigação empírica.

De acordo com os levantamentos bibliográficos que realizamos para fundamentar esta pesquisa, esta proposta de trabalho é inédita, uma vez que percebemos a ausência de investigações empíricas que relacionassem noções fundamentais de CDI tratando de Derivada e Integral, articuladas com a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) com a adoção do Vê Epistemológico de Gowin.

A construção da Abordagem Didática "*Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática*" foi pautada pela perspectiva humanista com a integração de princípios da TAS tais como o levantamento de conhecimentos prévios, a oferta de bases teóricas de estudo com o uso de organizadores prévios, ênfase em estratégias de recursividade didática para oportunizar momentos de aprendizagem significativa, com vistas à ocorrência de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Para além disso, incorporamos momentos interdisciplinares baseados em Batista e Salvi (2006) e Batista (2007, 2016), e os momentos pedagógicos (DELIZOICOV; ANGOTTI, PERNAMBUCO, 2011). Para fundamentar os pressupostos de organização didática empregamos os referenciais teóricos de sequência didática de Zabala (1998), e como instrumento de avaliação analítica e heurística adotamos o Vê Epistemológico (NOVAK; GOWIN, 1984). Ademais, baseamo-nos em Freire (2004) e Bordenave e Pereira (2012) visando promover estratégias de ensino e de aprendizagem com enfoque colaborativo, dialógico e humanizado.

Isso posto, ressaltamos que as investigações com destaques para a Didática da Matemática, como neste caso, configuram-se em compreender e refletir processos de ensino e/ou de aprendizagem, buscando subsídios teóricos para embasar práticas pedagógicas. Nesse sentido, a adoção do Vê de Gowin propiciou a identificação de quatro perspectivas crítico-reflexivas denominadas por "Repercussões Heurísticas (RH)", as quais demonstraram agregar valor formativo e profissional no contexto da prática docente dos(as) participantes. A RH1 "Gestão pessoal do conhecimento científico" evidenciou a potencialidade do Vê de Gowin como instrumento epistemológico para contribuir com estudantes e professores no desenvolvimento de reflexões referentes ao processo de metacognição. A RH2 "Epistemologia didático-matemática" demonstrou e explicitou relações congruentes entre prática docente e formação matemática. A RH3 "Epistemologia pedagógica" desvelou a dimensão linguística e comunicativa desencadeada pelo Diagrama Vê, trazendo à tona de forma natural questionamentos, reconhecimento de incertezas e a compreensão da necessidade de buscas de novas perspectivas para a prática docente, ou seja, conhecer em profundidade a estrutura do conhecimento científico referente à própria atuação profissional. A RH4 "Epistemologia psicoemocional" evidenciou relatos de experiências de aprendizagens envolvendo relações intrínsecas entre cognição e emoção, condição favorável para a prática do autoconhecimento – aspecto relevante no contexto do desenvolvimento da aprendizagem (NOVAK, 1981; NOVAK; GOWIN, 1984; FREIRE, 2004).

Em relação às contribuições didático-epistemológicas do Cálculo Diferencial e Integral para a Formação Docente em Matemática destacamos a relevância das discussões de reminiscências de pensamentos relativos às “Memórias psicocientíficas”, visto que fatores culturais, lembranças escolares, princípios pessoais, científicos e sociais podem interferir na forma de valoração do conhecimento; e isso se manifesta heuristicamente na elaboração tanto de asserções cognitivas quanto de valor. O Cálculo Diferencial e Integral contribui para estabelecer vínculos pertinentes entre “Docência e Consciência formativa”. Isso decorre da compreensão do reconhecimento de conhecimentos prévios para o estudo de temas matemáticos específicos, neste caso, impulsionados pelas discussões das noções fundamentais de Integral e Derivada. Considerando esses aspectos, a formação profissional para lecionar Matemática requer o que sistematizamos por “Reflexões didático-pedagógicas”, uma vez que a definição formal de um conceito matemático não emerge nas primeiras experiências científicas do estudo de tal objeto; a exemplo das dificuldades enfrentadas no CDI por vários(as) matemáticos(as) para elaborar a formalização lógico-conceitual da Integral ou da Derivada. No entanto, a História da Ciência demonstra ser imprescindível a continuidade dessa busca pela sistematização axiomática no itinerário da produção do conhecimento, pois esse processo tende a acelerar o progresso científico rumo às novas proposições para resolução de problemas.

Para o contexto da TAS produzir conhecimento significa partir de conhecimentos prévios articulados às novas ideias com vistas à diferenciação progressiva. Para isso, é necessário basear-se no estudo de uma questão-foco de um determinado fenômeno; e assim realizar a reconciliação integrativa desses conhecimentos reelaborados ao longo de um processo de aprendizagem.

Com base nos resultados obtidos nesta pesquisa, consideramos que a investigação realizada por meio da Abordagem Didática, *“Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática”,* aplicada em um curso de extensão demonstrou-se potencialmente significativa, para explicitar relações e contribuições de ideias fundamentais do

Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática. Como perspectiva para futuras pesquisas sugerimos a investigação de contribuições de modelos e teorias científicas para a compreensão do desenvolvimento histórico-filosófico do Cálculo Diferencial e Integral, no contexto formativo da Abordagem Didática elaborada nesta pesquisa. Além disso, observamos ausência de pesquisas com o intuito de investigar abordagens de ensino com enfoque histórico-epistemológico, para conteúdos matemáticos no contexto Educação Básica, em especial para o Ensino Médio.

Para concluirmos, acreditamos que durante os processos de ensino e de aprendizagem o pensamento e a ação precisam ser articulados com os sentimentos do(a) estudante (NOVAK, 1981; NOVAK; GOWIN, 1984). Tal fato é um dos pressupostos educacionais humanistas que envolve a função social desempenhada pelos(as) docentes.

É fundamental dizer que aprender significativamente não isenta o(a) aprendiz do esquecimento, aspecto natural e involuntário da experiência humana. Em contrapartida, esse tipo de aprendizagem colabora cognitivamente para ampliar e aperfeiçoar a compreensão dos significados atribuídos aos fenômenos estudados. O desenvolvimento gradativo dessa estrutura mental fortalece a ancoragem dos subsunçores, intensifica as conexões neurais e favorece a estabilidade da aquisição e retenção do conhecimento. Sendo assim, de acordo com a perspectiva ausubeliana, as vivências, as experiências e as aprendizagens relevantes estabelecidas com alguma área do conhecimento científico aprimoram, fortalecem e enriquecem os significados lógico e psicológico inerentes àquele conhecimento. Com base nesse contexto intelectual, algumas pessoas buscam de forma constante, consciente e intencional desenvolverem suas competências cognitivas, e essas iniciativas pessoais contribuem para o desenvolvimento da sociedade. Nesse sentido, pessoas imbuídas e movidas por esse espírito de busca do conhecimento são conhecidas há algum tempo como Cientistas!

Por fim, para além dos desdobramentos que essa investigação possa suscitar em novos contextos, sugerimos que as discussões teórico-metodológicas envolvendo a Didática específica da Ciência sejam contempladas em futuras pesquisas na área da Educação Matemática. Defendemos que a Didática da Ciência seja fomentada e discutida em momentos formativos dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática; tendo em vista a sua relevância heurística para o desenvolvimento e fortalecimento das relações interdisciplinares no contexto da Formação Docente e da Educação Científica. Isto posto, a Didática da Matemática consiste em uma área promissora de pesquisa, uma vez que as demandas educacionais para o século XXI se diferenciam em muitos aspectos das necessidades de outrora. Para exemplificar essas novas demandas destacamos três cenários atuais, sendo: i) a instituição de políticas públicas educacionais de inclusão; ii) a velocidade acelerada da implementação de novas tecnologias na sociedade; e iii) o crescimento de estudantes nas instituições educacionais em situação de sofrimento emocional e/ou mental. É relevante que os(as) professores de Matemática se atentem para essas questões sociais emergentes, e busquem olhar e refletir por novos ângulos a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem desenvolvidos em sala de aula.

****

Encerro aqui um ciclo formativo que me possibilitou conhecer e compreender algumas respostas. Todavia, outras perguntas foram encontradas nessa caminhada, as quais me permitirão trilhar novas trajetórias de aprendizagem. Por isso, sinto-me muito grata pelo percurso científico realizado neste trabalho!

****

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia**. 5ª. Edição Revisada e Ampliada, São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALMEIDA, Marcio Vieira de; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/ aprendizagem do Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 718-734, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/1wR714>. Acesso em: 29 out. 2017.

AMOROSO COSTA, Manoel. As idéias fundamentais da matemática. **Rio de Janeiro: Pimenta de Mello & C**, 1929.

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Contribuições da História da Matemática para a Construção dos Saberes do Professor de Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 45, 2013.

ARIZA, Ángel; SALVADOR, Llinares Ciscar. Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económicos en estudiantes de bachillerato y universidad. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 27, n. 1, p. 121-136, 2009. Disponível em: < https://goo.gl/eeAYzh>. Acesso em: 29 out. 2017.

ARTIGUE, Michèle et al. La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. **Ingeniería didáctica en educación matemática**, v. 1, p. 97-140, 1995.

ASTOLFI, Jean-Pierre; DEVELAY, Michel. **A didática das ciências**. 9ª. ed. Campinas: Papirus, 2002. 132 p.

ASTUDILLO, Maria Teresa González. Historia de la enseñanza del Cálculo a través de los libros. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 415-437, jan. 2011. Disponível em: < https://goo.gl/8TEKBp>. Acesso em: 29 out. 2017.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph, D.; HANESIAN, Helen. 2. ed. **Educational psychology: a cognitive view**. 2ª ed. New York: Holt, Rinehart and Winsto, 1978. 733p.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. 2. ed. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

ÁVILA, Geraldo. **Análise matemática para Licenciatura**. 3.ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

ÁVILA, Geraldo. **Várias faces da Matemática: Tópicos para Licenciatura e Leitura Geral**. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

ÁVILA, Geraldo. Limites e Derivadas no Ensino Médio. In: ÁVILA, Geraldo. **Várias Faces da Matemática:** Tópicos para Licenciatura e leitura geral. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. Cap. 19. p. 167-177. Edição revista e ampliada.

AYDIN, Utkun; UBUZ, Behiye. The thinking-about-derivative test for undergraduate students: development and validation. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 13, n. 6, p. 1279-1303, 2015.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2011.

BALDINO, Roberto Ribeiro; FRACALOSSI, Aline Schröpfer. A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 393-407, abr. 2012.

BARBOSA, Marcos Antonio. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. 102 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004. Disponível em: < https://goo.gl/WfVAwk>. Acesso em: 13 nov. 2017.

BARBOSA, Gerardo Oliveira; NETO, Hermínio Borges. Raciocínio lógico formal e aprendizagem em cálculo diferencial e integral: o caso da Universidade Federal do Ceará. **Temas e Debates**, n. 6, p. 60-70, 1994.

BARDIN, Laurence**. Análise de Conteúdo**. Trad. **Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARDIN, Lawrence**. Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BARON, Margaret E.; BOS, Henk Jan Maarten. **Curso de história da matemática: origens e desenvolvimento do cálculo**. Brasília: UnB, 1985.

BARROSO, Natália Maria Cordeiro et al. Modelagem de Conceitos e Processos Matemáticos por Redes de Petri Coloridas: o caso da integrabilidade de funções reais. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 75-95, abr. 2013.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral.**1999. 195 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999. Disponível em: < https://goo.gl/V5KK1o >. Acesso em: 13 nov. 2017.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi; LAURO, Maira Mendias. **Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador**. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2000.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. E-calculo: um e-curso de Matemática. 2008.

BATISTA, Irinéa de Lourdes ; BERTOLAZI, Kátia Socorro; MENDES, Gabriela H. G. Issa ; LORIN, João Henrique. O papel dos Modelos na Matemática. In: **XII Encontro Paranaense de Educação Matemática (XII EPREM) Perspectivas e diálogos entre os diferentes níveis de ensino**, 2014, Campo Mourão, v. 1. p. 1-5.

BATISTA, Irinéa de Lourdes ; BERTOLAZI, Kátia Socorro; MENDES, Gabriela H. G. Issa ; LORIN, João Henrique. Notions of Mathematics Teachers about Scientific Models and Theories in Londrina/Brazil. In: **13th IHPST (The International History, Philosophy, and Science Teaching Group) Conference**, 2015, Rio de Janeiro: The role of HPS in Global Society, v. 1. p. 1-12.

BATISTA, Irinéa de Lourdes. O Ensino de teorias físicas mediante uma estrutura histórico-filosófica. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, 2004.

BATISTA, Irinéa de Lourdes. Reconstruções histórico-filosóficas e a pesquisa em Educação Científica e Matemática. In: NARDI, Roberto (Org.). **A pesquisa em Ensino de Ciências no Brasil: alguns recortes**. São Paulo: Escrituras, 2007. Parte 3 - Cap.1, p. 257-272.

BATISTA, Irinéa de Lourdes. Uma adoção da História e Filosofia da Ciência no desenvolvimento dos saberes docentes interdisciplinares. In: BATISTA, Irinéa de Lourdes (Org.). **Conhecimentos e saberes na Educação em Ciências e Matemática**. Londrina: Eduel, 2016. Seção II, Cap. 1, p. 157-167.

BATISTA, Irinéa de Lourdes; LAVAQUI, Vanderlei. A interdisciplinaridade e o trabalho com projetos no Ensino de Ciências e de Matemática na Escola Média. **Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**, Cuiabá,v. 12, p. 3766-3780, 2004.

BATISTA, Irinéa de Lourdes; LUCAS, Lucken Bueno. Contribuições axiológicas à educação científica: valores cognitivos e a seleção natural de Darwin. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, 2013.

BATISTA, Irinéa de Lourdes; NASCIMENTO, Eliana Guidetti do. União da História da Ciência com o Vê de Gowin: um estudo na formação de professores das séries iniciais. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 11, n. 2, p. 41-66, 2012

BATISTA, Irinéa de Lourdes; SALVI, Rosana Figueiredo. Perspectiva pós-moderna e interdisciplinaridade educativa: pensamento complexo e reconciliação integrativa. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 8, n. 2, p. 147-160, 2006.

BECKER, Fernando. **Epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BECKER, Fernando. **Educação e Construção do Conhecimento.** 2. ed. Porto Alegre: Penso Editora, 2012.

BERTOLAZI, Kátia Socorro; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Aprendizagem Significativa e a construção de uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos matemáticos. In: **VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 8, 2017, Madrid**. Libro de Resúmenes. Espanha: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, 2017. p. 351. Disponível em: < https://goo.gl/WSW2tB >. Acesso em: 21 jul. 2017.

BIKLEN, Sari; BOGDAN, Roberto C. **Investigação qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora,1994.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Ivanilde. Análise do desempenho dos alunos em formação continuada sobre a interpretação gráfica das derivadas de uma função. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo - SP, v. 13, n. 3, p. 509-526, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/p2EPr4>. Acesso em: 25 out. 2017.

BLANCO, Mónica. The mathematical courses of Pedro Padilla and étienne bézout: teaching calculus in eighteenth-century spain and france. **Science Education**, França, v. 22, n. 4, p. 769 -788, abr. 2013. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ998907>. Acesso em: 29 out. 2017.

BONOMI, Maria Cristina. Desafios no Ensino de Cálculo. In: MACHADO, Nílson José ; CUNHA, Marisa Ortegoza da (Org.). **Linguagem, Epistemologia e Didática** . São Paulo: Escrituras, 2016. cap. 3, p. 291-302.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.

BORDENAVE, Juan E. Diaz; PEREIRA, Adair Martins. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. 19ª. ed. Petrópolis: Vozes, 1991. 312 p.

BOYER, Carl Benjamin. **Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula**: **Cálculo.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

BRUYNE, Paul de, HERMAN, Jacques, SCHOUTHEETE, Marc de. **Dinâmica da pesquisa em Ciências Sociais**. 5.ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1991.

CAMPOS, Dilhermando Ferreira. **Análise de uma proposta para a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I surgida na UFMG após o REUNI usando o testbench de Engeström como modelo de aplicação da teoria da atividade em um estudo de caso.** 2012. 189 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, Minas Gerais, 2012. Disponível em: < https://goo.gl/eSndyd >. Acesso em: 13 nov. 2017.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2000.

CARGNIN, Claudete; BARROS, Rui Marcos de Oliveira. O uso de mapas conceituais em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 6, n. 1, p. 117-128, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/Fv7Cxe>. Acesso em: 29 out. 2017.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de; GIL-PEREZ, Daniel. **Formação de professores de ciências: tendências e inovações**. 8ª. ed. São Paulo: Cortez, 2003. 120 p.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de; GIL-PEREZ, Daniel; CACHAPUZ, Antonio. **A necessária renovação do ensino das ciências**. 2ª. ed. São Paulo: Cortez, 2005. 263 p.

CASTRO, Amélia Domingues de; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de; PÉREZ, Daniel Gil (Org.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. 1ª. ed. São Paulo: Cengage Learning Editores, 2001. 204 p.

CASTRO, Concepción Valdés; FERNÁNDEZ, Carlos Sánchez. História e rigor na iniciação ao cálculo: uma experiência cubana. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 581-596, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/x937wc>. Acesso em: 29 out. 2017.

CAVASOTTO, Marcelo; VIALI, Lori. Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar. **Boletim GEPEM**, Porto Alegre, v. 59, p. 15-33, jan. 2011. Disponível em: <https://goo.gl/CNwYC6>. Acesso em: 30 out. 2017.

CODE, Warren et al. Teaching methods comparison in a large calculus class. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 589-601, ago. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/EGzFnv>. Acesso em: 29 out. 2017.

CORICA, Ana Rosa. Aprender Matemática em la Universidad: la perspectiva de estudiantes de primera año. **Revista electrónica de investigación em Educación em Ciencias**, Tandil, v. 4, n. 1, p. 10-27, jul. 2009. Disponível em: < https://goo.gl/MQYusN >. Acesso em: 25 out. 2017.

COSTA, Manuel Amoroso. **As ideas fundamentaes da Matemática e outros ensaios**. Rio de Janeiro: Pimenta de Mello &C, 1929.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática: uma abordagem elementar de métodos e conceitos**. Ciência Moderna, 2000.

CURY, Helena de Noronha. Análise de Erros em Cálculo Diferencial e Integral: Resultados de investigação em Cursos de Engenharia. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, **Cobenge 2003**. Rio de Janeiro: ABENGE, 2003. p. 1-10.

CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas matemáticas em Cursos Superiores** : Reflexões, Relatos, Propostas.Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. 430 p.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

CURY, Helena Noronha. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. EDIPUCRS, 2004.

CURY, Helena Noronha; CASSOL, Mariana. Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 27-36, jan. 2004. Disponível em: <https://goo.gl/tJ39yc>. Acesso em: 30 out. 2017.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 6.ed. São Paulo: Grupo Editorial Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 10.ed. Campinas: Papirus Editora, 2003.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Livro de Cálculo Diferencial e Integral**. [Mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <katiabertolazi@gmail.com> em 26 de junho de 2016.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. 450p.

FUENTE, Ángel Contreras de la; CAÑADA, Lourdes Ordóñez; WILHELMI, Miguel R. Influencia de las pruebas de acceso a la universidad en la enseñanza de la integral definida en el bachillerato. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 28, n. 3, p. 367-384, 2010. Disponível em: < https://goo.gl/SqYUDz >. Acesso em: 29 out. 2017

DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, José André; PERNAMBUCO, Marta Maria. **Ensino de Ciências fundamentos e métodos**. Coleção Docência em Formação. Ensino fundamental. 2ª. ed. São Paulo: Cortez, 2002. 364 p.

DEVLIN, Keith. **Matemática: a ciência dos padrões**. Porto: Porto Editora, 2002.

DEVLIN, Keith. **O gene da Matemática**. Tradução de Sérgio Moraes Rego. 5.ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

DOERING, Claus Ivo ; NACUL, Liana Beatriz Costi ; DOERING, Luisa Rodrigues . **Pré-Cálculo** . 3. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012. 138 p.

DOERING, Claus Ivo; NÁCUL, Liana Beatriz Costi; DOERING, Luísa Rodríguez. O programa Pró-Cálculo da UFRGS. In: CURY, Helena de Noronha. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas.** Porto Alegre: EDIPUCRS, Cap.8, p. 201-223, 2004.

DULLIUS, Maria Madalena; VEIT, Eliane Engela; ARAUJO, Ives Solano. Dificuldades dos alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias. **Alexandria**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 207-228, jun. 2013. Disponível em: < https://goo.gl/w6kKwi>. Acesso em: 02 nov. 2017.

EICHLER, Andreas; ERENS, Ralf. Teachers' beliefs towards teaching Calculus. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 647-659, jul. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/8Xgj3j >. Acesso em: 29 out. 2017.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas: Editora UNICAMP, 2004. 843 p.

FERNANDES, Susana; CONCEIÇÃO, Ana C. Pré-cálculo e a formação inicial de professores de Matemática: resultados preocupantes de um teste diagnóstico. **Revista Lusófona de Educação**, Lisboa, n. 25, p. 135-155, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/unXXhY>. Acesso em: 28 out. 2017.

FERRÃO, Naíma Soltau; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. As pesquisas em Educação Matemática apresentadas nos Encontros Nacionais de Aprendizagem Significativa. **Revista/Meaningful Learning Review.** Porto Alegre, v. 10, n. 5(1), p. 1-14, 2015. Disponível em: < https://goo.gl/1jUNp2 >. Acesso em: 15 nov. 2017.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem Realistic mathematics education: an approach to teaching and learning processes. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 1, 2016.

FIORENTINI, Dario et al. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n.36, 2002, p.137-160.

FIORENTINI, Dario. A Formação Matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação PUC- Campinas**, Campinas, n. 18, 2005, p.107-115.

FIORENTINI, Dario. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Boletim de Educação Matemática**,Rio Claro, v. 21, n. 29, 2008, p.43-70.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**.Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FOUREZ, Gérard. Crise no Ensino de Ciências. **Investigações em Ensino de Ciências,** Porto Alegre, v. 8, n. 2, p.109-123, 2005. Quadrimestral. Tradução de Carmem Cecília de Oliveira. Disponível em: <https://goo.gl/B5TEXe>. Acesso em: 25 out. 2017.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia** : Saberes necessários à prática educativa. 30.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

FREITAS, Maria Teresa Menezes; FIORENTINI, Dario. Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n. 37, 2008, p.138-189.

FROTA, Maria Clara Rezende. Leitura e escrita em Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. .489-508, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/adbNTr>. Acesso em: 29 out. 2017.

FROTA, Maria Clara Rezende. Leitura e escrita em Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 489, 2011.

FROTA, Maria Clara Rezende. Teoria e Prática na Aprendizagem de Cálculo. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 28, p. 21-38, 2007.

GARCÍA, Gloria Sánchez-Matamoros; BLANCO, Mercedes García; SALVADOR, Llinares Ciscar. El desarrollo del esquema de Derivada. **Enseñanza de las Ciencias**, Andaluzia, v. 24, n. 1, p. 85-98, 2006.

GARCÍA, Mercedes; GAVILÁN, José María; LLINARES, Salvador. Perspectiva de la práctica del profesor de matemáticas de secundaria sobre la enseñanza de la derivada. Relaciones entre la práctica y la perspectiva del profesor. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 30, n. 3, p. 219-235, 2012. Disponível em: <http://10.5565/rev/ec/v30n3.684>. Acesso em: 26 out. 2017.

GARCÍA, Mercedes; LLINARES, Salvador; SÁNCHEZ-MATAMOROS, Gloria. Characterizing thematized derivative schema by the underlying emergent structures. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 9, n. 5, p. 1023-1045, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/bqvzvM >. Acesso em: 29 out. 2017.

GARCIA, Sílvio César Otero. Sobre uma generalização da Integral definida: tradução do primeiro trabalho de Henri Lebesgue sobre sua nova integral. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Campinas, v. 12, n. 25, p. 65-71, jan. 2012. Disponível em: < https://goo.gl/ByC2Yg >. Acesso em: 29 out. 2017.

GAUTHIER, Clermont; TARDIF, Maurice; MAGALHAES, Lucy. **A Pedagogia: teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias**. 2ª. ed. Petrópolis: Vozes, 2010. 528 p.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area for research in mathematics education. In: **Mathematics education as a research domain: A search for identity**. Springer Netherlands, 1998. p. 177-195.

GONÇALVES, Daniele Cristina; REIS, Frederico da Silva. Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013. Disponível em: < https://goo.gl/fb4ypa>. Acesso em: 29 out. 2017.

GONÇALVES, Daniele Cristina; REIS, Frederico da Silva. Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013.

GONZÁLEZ-MARTÍN, A.; MACHÍN, Matías Camacho. Sobre la comprensión en estudiantes de matemáticas del concepto de integral impropia. Algunas dificultades, obstáculos y errores. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 23, n. 1, p. 81-95, 2005.

GOWIN, D. Bob; ALVAREZ, Marino C. **The art of educating with V diagrams**. New York: Cambridge University Press, 2005.

GUARDIAN, B.; BALLESTER, A. UVE de Gowin instrumento meta-cognitivo para un aprendizaje significativo basado en competencias. **Revista Electrónica d Investigació i Innovación Educativa i Socioeducativa**, v. 3, n. 1, p. 51-62, 2011.

HEERDT, Bettina *et. al*. Modelos Científicos e suas relações: noções de professores da área de Biociências. **Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (ENPEC)(1-9). Águas de Lindóia, SP.** 2013.

HEERDT, Bettina; BATISTA, Irinéia de Lourdes. Unidade didática na Formação Docente: natureza da ciência e a visibilidade de gênero na Ciência. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 11, n. 2, p. 39-60, 2016.

HENRIQUES, Afonso; NAGAMINE, André; NAGAMINE, Camila Macedo Lima. Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 44, p. 1261-1288, dez. 2012.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; MACHADO, Nílson José. **Fundamentos de Matemática Elementar: Limites, Derivadas, Noções de Integral**. Vol. 8, 7.ed., São Paulo: Atual, 2013.

IRIAS, Diánis Ferreira *et al*. Cálculo Diferencial e Integral I: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. **Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, v. 1, p. 1-5, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/brTmu6>. Acesso em: 27 out. 2017.

JESUS, Cristiano Sílvio de; LUCAS, Jucileide das Dores; MAPA, Thierrse Fany Modesto. Reflexões sobre o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral I: UFOP e IFMG-OP numa parceria pela busca da diminuição do índice de reprovação na disciplina. **Revista da Educação Matemática**, Ouro Preto, v. I, p. 1-5, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/kt3iJt>. Acesso em: 25 out. 2017.

JUNIOR, Antonio Olimpio. Primeiro Ano num Curso de Matemática: a definição de função e a dualidade local/global em conceitos de Cálculo. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 28, p. 39-67, jan. 2007.

KATZ, Victor J. **História da Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

KEENE, Karen Allen; HALL, William; DUCA, Alina. Sequence limits in calculus: using design research and building on intuition to support instruction. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 561-574, jun. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/Gmkp4w>. Acesso em: 28 out. 2017.

KIKUCHI, Ligia Ayumi; ORTIZ, Adriano José; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Ensino de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: uma análise do que se tem discutido a respeito do assunto. **Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (ENPEC). Águas de Lindoia**, 2013.

KOUROPATOV, Anatoli; DREYFUS, Tommy. Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 533-548, 2014.

LACEY, Hugh. **Valores e atividade científica**. Vol. 1. São Paulo: Editora 34, 2008.

LAGRANGE, Joseph Louis. **Lições sobre matemática elementares ministradas por Joseph Louis Lagrange na Escola Normal Francesa em 1795**. Tradução, comentário e notas de Jefferson Leandro Ramos de Oliveira e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

LAVAQUI, Vanderlei; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Interdisciplinaridade em ensino de ciências e de matemática no ensino médio. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 13, n. 3, 2007.

LEBOEUF, Henri Araujo; BATISTA, Irinéia de Lourdes. O uso do “V” de Gowin na Formação Docente em Ciências para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 18, n. 3, p. 697-721, 2016.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica**. Vol.1, 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

LIMA, Gabriel Loureiro de. Contextualizando momentos da trajetória do ensino de cálculo na graduação em matemática da USP. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 125 -149, 2014. Disponível em: < https://goo.gl/k1Sc21>. Acesso em: 29 out. 2017.

LIMA, Gabriel Loureiro de. O ensino do Cálculo no Brasil: breve retrospectiva e perspectivas atuais. In: In: **Encontro Nacional de Educação Matemática, XI., 2013, Curitiba. O novo Enem**. Curitiba: SBEM, p. 1-15.

LIMA, Gabriel Loureiro. **A disciplina de Cálculo I do Curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994**. 2012. 445 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: < https://goo.gl/nUDWdk>. Acesso em: 13 nov. 2017.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. 2.ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LUCAS, Lucken Bueno; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Contribuições axiológicas e epistemológicas ao ensino da teoria da evolução de Darwin. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 16, n. 2, p. 245-273, 2016.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéa de Lourdes. O papel da matematização em um contexto interdisciplinar no ensino superior. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 17, n. 2, 2011.

LUCCAS, Simone; BATISTA, Irinéia de Lourdes. A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica. **XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática-EBRAPEM: Possibilidades de Interlocução.** Rio Claro–SP, 2008.

MACHADO, Nílson José. Cálculo Diferencial e Integral na Escola Básica: possível e necessário. **São Paulo: USP**, 2008.

MACHADO, Nílson José. **Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimentos e inteligência e a prática docente**. 7.ed. São Paulo: Cortez Editora, 2011.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da Matemática**. 8.ed. São Paulo: Cortez Editora, 2013.

MACHADO, Nílson José. **Matemática por assunto** : Noções de Cálculo. Vol.9. São Paulo: Scipione, 1988. 192 p.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 6.ed. São Paulo : Cortez, 2011.

MARIN, Douglas; PENTEADO, Miriam Godoy. Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 527-546, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/YnRaeG >. Acesso em: 25 out. 2017.

MATAMOROS, Gloria Sánchez; FERNÁNDEZ, Ceneida; LLINARES, Salvador. Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 13, n. 6, p. 1305-1329, 2015. Disponível em: < https://goo.gl/F7mQDP >. Acesso em: 28 out. 2017.

MATTHEWS, Michael S. História, filosofia e ensino de ciências: a tendência atual de reaproximação. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 12, n. 3, p. 164-214, 1995.

MELLO, Maria Helena Campos Soares de; MELLO, João Carlos Correia Baptista Soares de. Reflexões sobre o Ensino de Cálculo. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, **Cobenge 2007**. Curitiba: ABENGE, 2007. p. 1-4.

MIRANDA, Gustavo Alexandre de. **Silvanus Phillips Thompson e a desmistificação do cálculo: resgatando uma história esquecida**. 2004. 139 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: < https://goo.gl/5SFP8Z >. Acesso em: 13 nov. 2017.

MIRANDA, Gustavo Alexandre de. Um Livro de Cálculo Intuitivo para Engenheiros. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 35, p. 435-452, 2010. Disponível em: < https://goo.gl/fPVX5W/>. Acesso em: 29 out. 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. **Pesquisa em ensino: o Vê Epistemológico de Gowin**. São Paulo: EPU, 1990.

MOREIRA, Marco Antonio. Diagramas V e Aprendizagem Significativa. **Revista chilena de Educación científica**, v. 6, n. 2, p. 3-12, 2007. Revisado em 2012.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio; VEIT, Eliane Angela**. Ensino Superior: bases teóricas e metodológicas**. São Paulo: EPU, 2010.

MORO, Graciela; SIPLE, Ivanete Zuchi. A Influência da Matemática Básica no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010, Salvador. **Educação Matemática, Cultura e Diversidade**. Salvador: SBEM, 2010. p. 1-11. v. 10.

MORO, Graciela; ZUCHI SIPLE, Ivanete. A Influência da Matemática Básica no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010, Salvador. **Educação Matemática, Cultura e Diversidade**. Salvador: SBEM, 2010. p. 1-11. v. 10. Disponível em: <https://goo.gl/pSJnRK>. Acesso em: 23 out. 2017.

MÜLLER, Thaísa Jacintho; AZAMBUJA, Cármen Regina Jardim de; MÜLLER, Marilene Jacintho. Proposta de apoio à aprendizagem dos alunos de Cálculo Diferencial e Integral I. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010, Salvador. Educação Matemática, Cultura e Diversidade.** Salvador: SBEM, 2010. p. 1-10.

NEVES, Ricardo Ferreira das; CARNEIRO-LEÃO, Ana Maria dos Anjos; FERREIRA, Helaine Sivini. A interação do ciclo da experiência de Kelly com o círculo hermenêutico-dialético para a construção de conceitos de Biologia. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 2, p. 335-352, 2012.

NOVAK, Joseph. **Aprender criar e utilizar o conhecimento: Mapas conceptuais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000.

NOVAK, Joseph. **Uma teoria de Educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

NOVAK, Joseph; GOWIN, D. Bob. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1984.

NUNES, José Messildo Viana; ALMOULOUD, Saddo Ag; GUERRA, Renato Borges. O contexto da História da Matemática como Organizador Prévio. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 35B, p. 537-561, 2010.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de; RAAD, Marcos Ribeiro. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 61, p. 125-137, dez. 2012. Disponível em: < https://goo.gl/G8Qt8Z>. Acesso em: 02 nov. 2017

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; HUANCA, Roger. A Licenciatura em Matemática: O desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: FROTA, Maria Clara Rezende; BIANCHINI, Barbara Lutaif; CARVALHO, Ana Márcia F. Tucci de. (Org.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas: Papirus, 2013, Cap. 13, p. 307- 331.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASSOS, Fabiana Gomes dos *et al*. Análise dos índices de reprovações nas disciplinas de Cálculo I e Geometria Analítica nos cursos de Engenharia da UNIVASF. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2007, Curitiba. **Cobenge 2007**. Curitiba: ABENGE, 2007. p. 1-15.

PETITOT, Jean. **Local/Global**. In: Enciclopédia Einaudi, Vol. 4 (Local/Global). Trad. João Sàágua. Porto: Imprensa Nacional/Casa da Moeda, 1985.

PINO-FAN, Luis R.; GODINO, Juan D.; FONT, Vicenç. Desenho e aplicação de um instrumento para explorar a faceta epistêmica do conhecimento didático-matemático de futuros professores sobre a derivada (1ª parte). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 08, n. 02, p. 1-49, jan. 2013. Disponível em: <https://goo.gl/4WbAZy>. Acesso em: 27 out. 2017.

PINO-FAN, Luis R.; GODINO, Juan Díaz; FONT, Vicenç. Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (2ª parte). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 08, n. Ed especial, p. 1-47, dez. 2013. Disponível em: < https://goo.gl/tgQVkC>. Acesso em: 27 out. 2017.

POINCARÉ, Henri. Les définitions en mathématiques. **L'Enseignement Mathématique**, Paris, v.6, p. 255-283. Disponível em: < https://goo.gl/cM43tx>. Acesso em: 30 out. 2017.

PYZDROWSKI, Laura J. et al. Readiness and Attitudes as Indicators for Success in College Calculus. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 11, n. 03, p. 529-554, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/YezqkZ>. Acesso em: 28 out. 2017.

RAMOS, Carolina; VELIZ, Margarita Del Valle; ROSS, Sonia Patricia. El grado de reflexión de los alumnos de cálculo diferencial: Una experiencia. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 2, n. 2, p. 54-70, jan. 2007. Disponível em: < https://goo.gl/utA7SE>. Acesso em: 29 out. 2017.

REIS, Frederico da Silva. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001. Disponível em: < https://goo.gl/pxmFaz>. Acesso em: 13 nov. 2017.

REZENDE, Wanderley Moura. **O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: < https://goo.gl/VcXdzf >. Acesso em: 13 nov. 2017.

RIBEIRO , Laudicena de Fátima . **Apostila com Regras Básicas para Elaboração de Trabalho** . Londrina: Sistema de Bibliotecas da UEL, 2016. 31 p. Disponível em: <https://goo.gl/8V21J7>. Acesso em: 04 set. 2017.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a Formação do Professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

ROSA, Odileia da Silva; RODRIGUES, Chang Kuo; SILVA, Patrícia Nunes da. Aspectos Motivacionais na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. **Revista Eletrônica TECCEN**, Vassouras, v. 4, n. 2, p. 49-62, maio. 2011.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SACRISTÁN, Gimeno; GÓMEZ, Al Pérez. **Compreender e transformar o ensino.** 4ª. ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2009. 395 p.

SAD, Ligia Arantes. Rastros do ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas décadas iniciais da Academia Militar do Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Espírito Santo, v. 11, n. 21, p. 45-67, set. 2011. Disponível em: < https://goo.gl/gPpPzR>. Acesso em: 29 out. 2017.

SALVI, Rosana Figueiredo; BATISTA, Irinéa de Lourdes. A análise dos valores da Educação Científica: contribuições para uma aproximação da Filosofia da Ciência com pressupostos da aprendizagem significativa. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 3, n. 1, p. 43-52, 2008.

SÁNCHEZ-MATAMOROS, Gloria; GARCÍA, Mercedes; LLINARES, Salvador. Algunos Indicadores del Desarrollo del Esquema de Derivada de una Función. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 281-302, abr. 2013.

SÁNCHEZ-MATAMOROS-GARCIA, Gloria; GARCÍA BLANCO, María Mercedes; LLINARES CISCAR, Salvador. El desarrollo del esquema de Derivada. **Enseñanza de las Ciencias**, Universidad de Sevilla, v. 24, n. 1, p. 85-98, 2006. Disponível em: < https://goo.gl/i2QMEX>. Acesso em: 29 out. 2017.

SANTAROSA, Maria Cecília P.; BORGES, Igor Godoy; SANTOS, Gleiciano Cosmo. Pré-cálculo para as áreas científicas e tecnológicas. In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul (EREMAT), XX., 2014, Bagé. **Anais**. Bagé: [s.n.], 2014. p. 1-6.

SILVA, Benedito Antonio da. Contrato Didático: uma introdução. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara *et al*. **Educação Matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002. cap. 2, p. 43-64.

SILVA, Benedito Antonio da. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 393-413, 2011. Disponível em: < https://goo.gl/waTwC2>. Acesso em: 29 out. 2017.

SILVA, José Roberto da; MORAIS, Natália Dias de; RUFINO, Maria Aparecida da Silva. As idealizações dos Cálculos de Newton e Leibniz como organizadores prévios comparativos para a definição de Derivada. **Revista/Meaningful Learning Review**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, p. 57-71, out. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/H8i96y >. Acesso em: 15 nov. 2017.

SOTO, Beatriz Dolores Guardián; VALLORI, Antoni Ballester. UVE de Gowin instrumento metacognitivo para un aprendizaje significativo basado en competencias. **IN. Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa**, v. 3, n. 1, p. 51-62, 2011.

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha; FATORI, Luci Harue; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Lidam com Alguns Conceitos Básicos de Cálculo I. **Bolema**, Rio Claro, v. 18, n. 24, p. 1-23, set. 2005. Disponível em: < https://goo.gl/BQStsB>. Acesso em: 25 out. 2017.

STEWART, Ian; TALL, David. **The foundations of Mathematics**. Nova York: OUP Oxford, 2015.

STEWART, Ian. **Dezessete equações que mudaram o mundo.** Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 408 p.

STEWART, James. **Cálculo**. Vol. 1, 5.ed. Editora Thompson, 2006.

TALL, David. Conceptual foundations of the calculus and the computer. In: **The Proceedings of the fourth international conference on college mathematics teaching**. 1992. p. 73-88.

TEIXEIRA, Katiuscia Costa Barros; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Os conhecimentos prévios de matemática trazidos pelos alunos ingressantes nos cursos de engenharias da UNIFOR: atual cenário. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, **Cobenge 2012**. Belém: ABENGE, 2012. p. 1-8.

TÖRNER, Günter; POTARI, Despina; ZACHARIADES, Theodossios. Calculus in European classrooms: curriculum and teaching in different educational and cultural contexts. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 549 -560, ago. 2014. Disponível em: <https://goo.gl/UdpSEY>. Acesso em: 29 out. 2017.

TORRES, Terezinha Ione Martins; GIRAFFA, Lucia Maria Martins. O Ensino do Cálculo numa perspectiva histórica: Da régua de calcular ao MOODLE. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 18-25, 2009. Disponível em: <https://goo.gl/1LLUT2>. Acesso em: 29 out. 2017.

TREVISAN, André Luis; MENDES, Marcele Tavares. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Londrina, v. 06, n. 1, p. 1-10, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/9TN4e9>. Acesso em: 28 out. 2017.

URBINA, Esther María Morales. La V de Gowin como estrategia para favorecer la construcción del conocimiento matemático en estudiantes de ingeniería. In: Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology, 9th., 2011, Colômbia. **La V de Gowin como estrategia para favorecer la construcción del conocimiento matemático en estudiantes de ingeniería** ... Medellín: [s.n.], 2011. p. 1-10. Disponível em: <https://goo.gl/8eFy8g>. Acesso em: 05 nov. 2017.

URQUIETA, María Angélica Vega; YAÑEZ, José Carrillo; ANDRADE, Jorge Soto. Análisis según el Modelo Cognitivo APOS* del Aprendizaje Construido del Concepto de la Derivada. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 48, p. 403-429, abr. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/K5iQLE >. Acesso em: 29 out. 2017.

VALADARES, Jorge. A importância epistemológica e educacional do Vê do conhecimento. **Moreira, MA, Valadares, JA, Caballero, C. & Teodoro, VD (web-editors). Teoria da Aprendizagem Significativa-Contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche**, Portugal, p. 87-120, 2000. Texto revisado em 2012.

VALADARES, Jorge. **Organizadores Gráficos facilitadores da Aprendizagem Significativa-Diagramas em Vê e Mapas de conceitos**. Lisboa: UIED–Series on Educational and Development, 2014.

VRANCKEN, Silvia; ENGLER, Adriana María. Una introducción a la derivada desde la variación y el cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 48, p. 449-468, abr. 2014. Disponível em: <https://goo.gl/7Yuhef>. Acesso em: 29 out. 2017.

WEIGAND, Hans-Georg. A discrete approach to the concept of Derivative. **ZDM**, v. 46, n. 4, p. 603-619, 2014.

WHITE, Nina; MESA, Vilma. Describing cognitive orientation of Calculus I tasks across different types of coursework. **ZDM**, Berlim, v. 46, n. 4, p. 675-690, maio. 2014. Disponível em: < https://goo.gl/9qzEAb >. Acesso em: 27 out. 2017.

WROBEL, Julia Schaetzle; ZEFERINO, Marcus Vinicius C.; CARNEIRO, Teresa Cristina J. Um mapa do Ensino de Cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, **Cobenge 2013**. Gramado: ABENGE, 2013. p. 1-12.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Penso Editora, 2015. 224 p.

ZANG, Claudia Mariela; METZEN, Gretel Alejandrina Fernández Von; LEÓN, María Natalia. Un estudio de los errores de alumnos de ingeniería sobre ecuaciones diferenciales. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 83-100, 2013. Disponível em: < https://goo.gl/3QPizR >. Acesso em: 02 nov. 2017.

ZARPELON, Edinéia; RESENDE, Luis Mauricio Martins de; PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. Uso de mapas conceituais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1: uma estratégia em busca da aprendizagem significativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 2, 2015.

ZEFERINO, Marcus Vinicius Casoto; WROBEL, Ulia Schaetzle; CARNEIRO, Teresa Cristina Janes. Cálculo Diferencial e Integral no ENEM: produção científica na última década. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática, XI., 2013, Curitiba. O novo Enem**. Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-12.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

“Formação Docente Inicial em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral”

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa **“Formação Docente Inicial em Matemática e Cálculo Diferencial e Integral”**, a ser realizada em Londrina – PR nas dependências da Universidade Estadual de Londrina, no departamento de Centro de Ciências Exatas (CCE).

O objetivo da pesquisa é realizar um momento pedagógico para discutir e refletir a respeito de processos de construção de conhecimentos para a Formação Docente Inicial em Matemática associada a conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, no intuito de coletar dados para o desenvolvimento de pesquisa de nível de doutorado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Sua participação é muito importante e ela se daria da seguinte forma: respostas escritas aos questionários e instrumentos heurísticos – Vê Epistemológico, leituras e atividades a serem realizadas a distância de forma individual, participação das atividades e dinâmicas propostas durante esse momento pedagógico, que serão áudio-gravadas.

Esclarecemos que sua participação é totalmente voluntária, podendo recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo a sua pessoa.

Comunicamos, também, que suas informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade, e garantir seu anonimato. Salientamos que as gravações feitas durante este momento pedagógico têm como intuito possibilitar a futura análise das discussões ocorridas, sendo que de maneira alguma as gravações serão divulgadas. Esclarecemos ainda, que você não pagará e nem será remunerado (a) por sua participação durante a realização das atividades relativas a essa pesquisa.

Os benefícios esperados são proporcionar discussões e momentos científicos de reflexão em relação a Formação Docente Inicial em Matemática associada a conceitos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral em contextos da Educação Básica, contribuindo assim para sua formação acadêmica.

Quanto aos riscos, são mínimos e estão relacionados à possíveis danos morais, de forma similar, a audiogravação pode causar constrangimentos as (os) participantes da pesquisa. Assim, destacamos que caso a/o participante se sinta desconfortável com as gravações de suas falas poderá a qualquer momento retirar sua autorização para participação da pesquisa.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de mais esclarecimentos poderá nos procurar, Kátia Socorro Bertolazi, via e-mail: katiabertolazi@gmail.com, ou pelo telefone (43) 9 8413 7063.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas devidamente preenchida, assinada e entregue a você.

Londrina-PR, 18 de abril de 2017.

Eu, ______________________________________, tendo sido devidamente esclarecido (a) a respeito dos procedimentos da pesquisa, concordo em participar **voluntariamente** da pesquisa descrita anteriormente.

Assinatura: ______________________________________

E-mail:

Data:

Pesquisadora responsável:

Kátia Socorro Bertolazi│RG: 8.341.221-6/SSP-PR│Fone: (43) 9 8413 7063

Assinatura: ____

Kátia Socorro Bertolazi - Pesquisadora responsável

Matrícula 201312350133 │ PECEM/UEL-PR

APÊNDICE B – QUADRO DE IDENTIFICAÇÃO PESSOAL

Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática"

Promoção: Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, PECEM-UEL; Grupo de Pesquisa IFHIECEM, Investigações em Filosofia e História da Ciência, e Educação em Ciências e Matemática; GEPPMat; PETMAT/UEL - MEC.

Pesquisadora responsável e Ministrante: Profa. Kátia Socorro Bertolazi

QUADRO DE IDENTIFICAÇÃO PESSOAL

1 – Dados Pessoais

Nome Completo:

Data de nascimento: RG.:

Endereço:

Telefone: E-mail:

2 – Formação Acadêmica

( ) Acadêmic@ - Licenciatura em Matemática
Período: ________________________

( ) Acadêmic@ - Bacharelado em Matemática
Período: _________________________

( ) Licenciatura em Matemática ( ) Bacharelado em Matemática

( ) Outro Curso de graduação (Por favor, especifique): ______________________

3 – Cursos de Pós-Graduação

( ) Especialização Área:

( ) Mestrado Área:

( ) Doutorado Área:

4 – Experiência na Docência

Tempo (anos):

Disciplinas em que atua:

( ) Instituição Pública
Nome:

( ) Instituição Privada
Nome:

5 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Consentimento

Mediante o compromisso ético de manter preservada minha identidade e que posso obter informações futuras dessa pesquisa pelo e-mail katiabertolazi@gmail.com, concordo em participar dessa pesquisa e autorizo a divulgação dos dados coletados em publicações científicas. Londrina-PR, ___/___/2017.

( ) Sim ( ) Não

Assinatura: ____

6 – Para uso da pesquisadora

Código: Data: Local: Londrina-PR.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PRÉVIO

Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática"

QUESTIONÁRIO PRÉVIO[97]

1) Durante o processo de formação inicial em Matemática, indique (e especifique) possíveis atividades que tenham abordado noções de História e/ou Filosofia da Matemática associados ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral:

- ( ) Disciplinas específicas: ____
- ( ) Disciplinas correlatas: ____
- ( ) Cursos complementares: ____
- ( ) Outros: ____
- ( ) Não.

2) Para você, o que significa um conceito matemático? Exemplifique o seu raciocínio adotando um conceito matemático de sua preferência para sua resposta.

3) Para você, durante o processo de formação inicial em Matemática, há contribuições do estudo de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica? Se sim, justifique sua resposta citando exemplos de contribuições.

4) Que relações associadas ao processo de construção de conhecimentos podem ser estabelecidas entre conteúdos matemáticos aprendidos na etapa da Educação Básica, e conceitos de Cálculo Diferencial e Integral na etapa de formação docente inicial em Matemática?

5) Considere *f* uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa integrar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Descreva seu entendimento desse processo matemático e cite exemplos.

6) Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Relate suas compreensões a respeito desse processo matemático e cite exemplos.

7) Que dificuldades de aprendizagem de conteúdos matemáticos você enfrentou ou percebeu durante a etapa inicial de seu processo formativo, no que diz respeito ao estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral? Por favor, comente-as.

8) Relate sua compreensão matemática a partir da seguinte afirmação[98]:
Seja *f* uma função contínua definida no intervalo [a,b], então a integral definida de ***f*** de ***a*** a ***b***, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por $\int_a^b \mathrm{f}(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} = \lim_{|\Delta|\to 0} \sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}(\xi_i)\Delta_i \mathrm{x}$, se o limite existir. Fique à vontade para usar exemplos que fundamentem suas considerações.

9) Calcule[99] a integral $\int_1^5 (5x+7)\,dx$, e explique por meio de representação geométrica o significado desse procedimento matemático.

---

[97] Os espaçamentos reservados para as respostas foram suprimidos para facilitar a dinâmica da leitura.
[98] Com base em Leithold (1994).
[99] A integral que compõem essa questão foi retirada de (IEZZI; MURAKAMI; MACHADO, 2013, p.214).

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO POSTERIOR

Curso de Extensão "Contribuições Epistemológicas de Cálculo Integral e Diferencial para a Formação Docente em Matemática"

QUESTIONÁRIO POSTERIOR [100]

2) Para você, o que significa um conceito matemático? Exemplifique o seu raciocínio adotando um conceito matemático de sua preferência para sua resposta.

3) Para você, durante o processo de formação inicial em Matemática, há contribuições do estudo de conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral para a atuação docente no âmbito da Educação Básica? Se sim, justifique sua resposta citando exemplos de contribuições.

4) Que relações associadas ao processo de construção de conhecimentos podem ser estabelecidas entre conteúdos matemáticos aprendidos na etapa da Educação Básica, e conceitos de Cálculo Diferencial e Integral na etapa de formação docente inicial em Matemática?

5) Considere *f* uma função integrável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa integrar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Descreva seu entendimento desse processo matemático e cite exemplos.

6) Considere *f* uma função derivável de uma variável real em um intervalo [a,b]. O que significa derivar essa função *f* no contexto do Cálculo Diferencial e Integral? Relate suas compreensões a respeito desse processo matemático e cite exemplos.

8) Relate sua compreensão matemática a partir da seguinte afirmação[101]:

Seja *f* uma função contínua definida no intervalo [a,b], então a integral definida de ***f*** de ***a*** a ***b***, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{|\Delta| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta_i x$, se o limite existir.

Fique à vontade para usar exemplos que fundamentem suas considerações.

9) Calcule[102] a integral $\int_1^5 (5x+7)dx$, e explique por meio de representação geométrica o significado desse procedimento matemático.

[100] Os espaçamentos reservados para as respostas foram suprimidos para facilitar a dinâmica da leitura.
[101] Com base em Leithold (1994).
[102] A integral que compõem essa questão foi retirada de (IEZZI; MURAKAMI; MACHADO, 2013, p.214).

APÊNDICE E – PRESENÇA DA MATEMÁTICA BÁSICA EM CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Quadro 103 – Presença[103] da Matemática básica em cursos de Licenciatura em Matemática

IES Sigla Estadual Cidade	Título da Disciplina relativa à Matemática Básica	Per. CH (h)	Título da Disciplina relativa ao Cálculo Diferencial e Integral	Per. CH (h)
IFSP – SP Campos do Jordão	Fundamentos de Matemática Elementar I	1ºS. 66,7h	Cálculo Diferencial e Integral I	2ºS. 66,7h
	Fundamentos de Matemática Elementar II	2ºS. 66,7h		
UEG – GO Goiás	Não há	......	Cálculo Diferencial e Integral I	Anual 110h
UFABC – SP Santo André	Bases Matemáticas	1º Q. 48h	Funções de uma variável real	2º Q. 48h
UFAC – AC Rio Branco	Matemática Básica	1ºS. 60h	Cálculo Diferencial	2ºS. 60h
UFES – ES Vitória	Matemática Básica I	1ºS. 90h	Cálculo I	2ºS. 90h
	Matemática Básica II	1ºS. 90h		
UFPE* – PE Recife	Matemática L1A	1ºS. 60h	Cálculo L1A **Pré-Requisito: Matemática L1A**	2ºS. 60h
UFPEL* – RS Pelotas	Pré-Cálculo	1ºS. 102h	Cálculo I **Pré-Requisito: Pré-Cálculo**	2ºS. 102h
UFPR – PR Curitiba	Funções	1ºS. 90h	Cálculo Diferencial e Integral I	2ºS. 90h
UFRGS – RS Porto Alegre	Fundamentos de Matemática I - A	1ºS. 60h	Cálculo A	3ºS. 60h
	Fundamentos de Matemática II - A	2ºS. 60h		
UFRJ – RJ Rio de Janeiro	Não há	......	Cálculo de uma Variável I	2ºS. 90h
UFSM – RG Santa Maria	Matemática Elementar	1ºS. 60h	Cálculo I	2ºS. 90h
UFV – MG Viçosa	Fundamentos de Matemática Elementar I	1ºS. 60h	Cálculo Diferencial e Integral I	2ºS. 90h
	Fundamentos de Matemática Elementar II	1ºS. 60h		
UNESP – SP Rio Claro	Aritmética e Álgebra elementares	Anual 120h	Cálculo Diferencial e Integral I	Anual 180h
UNIFAL – MG* Alfenas	Matemática Elementar I	1ºS. 90h	Cálculo Diferencial e Integral A **Pré-Requisito: Matemática Elementar I e II**	3ºS. 90h
	Matemática Elementar II	1ºS. 90h		
UTFPR – PR Curitiba	Fundamentos de Matemática 1	1ºS. 108h	Funções Reais de uma Variável Real	2ºS. 72h
	Fundamentos de Matemática 1	2ºS. 108h	Cálculo Diferencial	3ºS. 72h

Fonte: Elaborado pela autora (2017)

[103] No Quadro 104 utilizamos algumas siglas ou abreviaturas. Esclarecemos que: **IES** (Instituição de Ensino Superior); **Per.** (Período em que a disciplina é ofertada no curso); **CH** (Carga horária destinada à disciplina quantificada em horas relógio); **S** (indica semestre); e **Q** (indica quadrimestre).

APÊNDICE F – RELAÇÃO TEMÁTICA DE ARTIGOS SELECIONADOS

Quadro 104 – Artigos com enfoques temáticos em Formação Docente e CDI

Formação Docente e Cálculo Diferencial e Integral			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Bolema	Como alunos do Curso de Licenciatura em Matemática lidam com alguns conceitos básicos do Cálculo 1	Luciana Gastaldi Sardinha Souza Luci Harue Fatori Regina Luzia Corio de Buriasco.	2005
Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias	Aprender matemática en la universidad: la perspectiva de estudiantes de primera año	Ana Rosa Corica	2009
Educação Matemática Pesquisa	Análise do desempenho dos alunos em formação continuada sobre a interpretação gráfica das derivadas de uma função	Eleni Bisognin Vanilde Bisognin	2011
Educação Matemática Pesquisa	Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo	Douglas Marin Miriam Godoy Penteado	2011
Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto	Reflexões sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I: UFOP e IFMG-OP numa parceria pela busca da diminuição do índice de reprovação na disciplina	Cristiano Sílvio de Jesus Jucileide das Dores Lucas Thierrse Fany Modesto Mapa	2011
Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista	Atividades para a abordagem do conceito de Derivada de uma função utilizando o software Geogebra	Frank Victor Amorim	2012
Enseñanza de las Ciencias	Perspectiva de la práctica del profesor de Matemáticas de secundaria sobre la enseñanza de la derivada: relaciones entre la práctica y la perspectiva del profesor	Mercedes García José-María Gavilán Salvador Llinares	2012
Revista Eletrônica de Educação Matemática	Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (1ª Parte)	Luis R. Pino-Fan Juan Díaz Godino Vicenç Font	2013
Revista Eletrônica de Educação Matemática	Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (2ª Parte)	Luis R. Pino-Fan Juan Díaz Godino Vicenç Font	2013
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia	Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo	André Luis Trevisan Marcele Tavares Mendes	2013
Revista Lusófona de Educação	Pré-cálculo e a formação inicial de professores de Matemática:	Susana Fernandes Ana C. Conceição	2013

	resultados preocupantes de um teste diagnóstico		
International Journal of Science and Mathematics Education	Readiness and attitudes as indicators for success in college calculus	Laura J. Pyzdrowski Ye Sun. Reagan Curtis David Miller. Gary Winn Robin A. M. Hensel	2013
International Journal of Science and Mathematics Education	Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept	Gloria Sánchez-Matamoros Ceneida Fernández Llinares Salvador	2014
ZDM	Sequence limits in calculus: using design research and building on intuition to support instruction	Karen Allen Keene William Hall Alina Duca	2014
ZDM	Describing cognitive orientation of Calculus I tasks across different types of coursework	Nina White Vilma Mesa	2014
ZDM	Teachers' beliefs towards teaching Calculus	Andreas Eichler Ralf Erens	2014

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Quadro 105 – Artigos com enfoques temáticos em Ensino e CDI

Ensino de Cálculo Diferencial e Integral			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Enseñanza de las Ciencias	El desarrollo del esquema de Derivada	Gloria Sánchez-Matamoros García Mercedes García Blanco Llinares Ciscar Salvador	2006
Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias	El grado de reflexión de los alumnos de cálculo diferencial: Una experiencia	Carolina Ramos Margarita del Valle Veliz Sonia Patricia Ross	2007
Revista Eletrônica de Educação Matemática	O Ensino do Cálculo numa perspectiva histórica: Da régua de calcular ao MOODLE	Terezinha Ione Martins Torres Lucia Maria Martins Giraffa	2009
Enseñanza de las Ciencias	Sobre la aplicación y uso del concepto de Derivada en el estudio de conceptos económicos en estudiantes de bachillerato y universidad	Ángel Ariza Llinares Ciscar Salvador	2009
Bolema	Um Livro de Cálculo Intuitivo para Engenheiros	Gustavo Alexandre de Miranda	2010
Enseñanza de las Ciencias	Influencia de las pruebas de acceso a la universidad en la enseñanza de la Integral definida en el bachillerato	Ángel Contreras de la Fuente Lourdes Ordóñez Cañada Miguel R. Wilhelmi	2010
Educação Matemática Pesquisa	Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo	Benedito Antonio da Silva	2011
Educação Matemática Pesquisa	Leitura e escrita em Cálculo	Maria Clara Rezende Frota	2011
International Journal of Science and Mathematics Education	Characterizing thematized derivative schema by the underlying emergent structures	Mercedes García. Salvador Llinares Gloria Sánchez-Matamoros	2011
Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	Implicações e aplicações da teoria das representações semióticas no ensino do Cálculo	Francisco Regis Vieira Alves Hermínio Borges Neto Marlene Alves Dias	2012
Bolema	Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o Geogebra	Daniele Cristina Gonçalves Frederico da Silva Reis	2013
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia	O uso de mapas conceituais em aulas de Cálculo	Claudete Cargnin Rui Marcos de Oliveira Barros	2013
Educação Matemática Pesquisa	Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/aprendizagem do Cálculo	Sonia Barbosa Camargo Igliori Marcio Vieira de Almeida	2013
Science Education	The mathematical courses of Pedro Padilla and étienne bézout: teaching calculus in eighteenth-century spain and france	Mónica Blanco	2013
Bolema	Análisis según el Modelo Cognitivo APOS* del Aprendizaje Construido del Concepto de la Derivada	María Angélica Vega Urquieta José Carrillo Yañez Jorge Soto Andrade	2014

Bolema	Una Introducción a la Derivada desde la Variación y el Cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad	Silvia Vrancken Adriana María Engler	2014
Educação Matemática Pesquisa	Contextualizando momentos da trajetória do ensino de cálculo na graduação em matemática da USP	Gabriel Loureiro de Lima	2014
ZDM	Calculus in european classrooms: curriculum and teaching in different educational and cultural contexts	Günter Törner Despina Potari Theodossios Zachariades	2014
ZDM	Teaching methods comparison in a large calculus class	Warren Code Costanza Piccolo David Kohler Mark MacLean	2014

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Quadro 106 – Artigos com enfoques temáticos em História da Matemática e CDI

História da Matemática e Cálculo Diferencial e Integral			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Revista Brasileira de História da Matemática	Rastros do ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas décadas iniciais da Academia Militar do Rio de Janeiro	Ligia Arantes Sad	2011
Educação Matemática Pesquisa	História e rigor na iniciação ao cálculo: uma experiência cubana	Concepción Valdés Castro Carlos Sánchez Fernández	2011
Educação Matemática Pesquisa	Historia de la enseñanza del Cálculo a través de los libros	Maria Teresa González Astudillo	2011
Revista Brasileira de História da Matemática	Sobre uma generalização da Integral definida: tradução do primeiro trabalho de Henri Lebesgue sobre sua nova integral	Sílvio César Otero-Garcia	2012

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Quadro 107 – Artigos com enfoques temáticos em Dificuldades de Aprendizagem e CDI

Dificuldades de Aprendizagem e Cálculo Diferencial e Integral			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Acta Scientiae	Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças	Helena Noronha Cury Mariana Cassol	2004
Boletim GEPEM	Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar	Marcelo Cavasotto Lori Viali	2011
Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto	Cálculo Diferencial e Integral I: analisando as dificuldades dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática	Diánis Ferreira Irias Josislei Passos Vieira Paula Reis de Miranda Rafael Cazal Silva	2011
Boletim GEPEM	A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo	Maria Cristina Araújo de Oliveira Marcos Ribeiro Raad	2012
Alexandria	Dificuldades dos alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias	Maria Madalena Dullius. Eliane Engela Veit. Ives Solano Araujo	2013
Educação Matemática Pesquisa	Un estudio de los errores de alumnos de Ingeniería sobre Ecuaciones Diferenciales	Claudia Mariela Zang Gretel Alejandrina Fernández von Metzen María Natalia León	2013

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Quadro 108 – Artigos com enfoques temáticos envolvendo ideias relativas à Derivada

Cálculo Diferencial e Integral com enfoque em Derivada			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Enseñanza de las Ciencias	El desarrollo del esquema de Derivada	Gloria Sánchez-Matamoros García Mercedes García Blanco Llinares Ciscar Salvador	2006
Bolema	Primeiro Ano num Curso de Matemática: a definição de função e a dualidade local/global em conceitos de Cálculo	Antonio Olimpio Junior	2007
Bolema	A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática	Roberto Ribeiro Baldino. Aline Schröpfer Fracalossi	2010
Bolema	Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o Geogebra	Daniele Cristina Gonçalves, Frederico da Silva Reis	2013
Bolema	Algunos Indicadores del Desarrollo del Esquema de Derivada de una Función	Gloria Sánchez-Matamoros Mercedes Garcia Salvador Llinares	2013
ZDM	A discrete approach to the concept of Derivative	Hans-Georg Weigand	2014
International Journal of Science and Mathematics Education	The thinking-about-derivative test for undergraduate students: development and validation	Utkun Aydın. Behiye Ubuz	2014

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Quadro 109 – Artigos com enfoques temáticos envolvendo ideias relativas à Integral

Cálculo Diferencial e Integral com enfoque em Integral			
REVISTA	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
Enseñanza de las Ciencias	Sobre la comprensión en estudiantes de matemáticas del concepto de integral impropia. Algunas dificultades, obstáculos y errores	González-Martín Alejandro S. y Camacho Machín	2005
Bolema	Teoria e Prática na Aprendizagem de Cálculo	Maria Clara Rezende Frota	2007
Boletim GEPEM	Dimensión histórico-epistemológica de la integral impropia como guía para nuevas prácticas de enseñanza	Alejandro S. González-Martín	2009
Bolema	Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas	André Afonso Henriques Camila Macedo Lima Nagamine	2012
Bolema	Modelagem de Conceitos e Processos Matemáticos por Redes de Petri Coloridas: o caso da integrabilidade de funções reais	Natália Maria Cordeiro Barroso José Marques Soares Giovanni Cordeiro Barroso João Cesar Moura Mota Hermínio Borges Neto	2013
ZDM	Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation	Anatoli Kouropatov Tommy Dreyfus	2014

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

APÊNDICE G – A PRESENÇA DO CDI EM EVENTOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA

Quadro 110 – A presença do CDI em Eventos de Educação Matemática e Educação em Engenharia

EVENTO	TÍTULO	AUTORIA	ANO
Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)	A influência da Matemática básica no ensino de Cálculo Diferencial e Integral	Graciela Moro Ivanete Zuchi Siple	2010
Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)	Proposta de apoio à aprendizagem dos alunos de Cálculo Diferencial e Integral I	Thaísa Jacintho Müller Cármen Regina Jardim de Azambuja Marilene Jacintho Müller	2010
Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)	Uma análise de discurso: discutindo as respostas dos alunos num curso pré-cálculo	Marli Schmitt Renata Camacho Bezerra	2010
Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)	O ensino do Cálculo no Brasil: breve retrospectiva e perspectivas atuais	Gabriel Loureiro de Lima	2013
Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)	Cálculo Diferencial e Integral no ENEM: produção científica na última década	Marcus Vinicius C. Zeferino Julia Schaetzle Wrobel Teresa Cristina J. Carneiro	2013
Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul (EREMAT)	Pré-cálculo para as áreas científicas e tecnológicas	Maria Cecília P.Santarosa Igor Godoy Borges Gleiciano Cosmo Santos	2014
Conferência Ibero-americana de Educação Matemática CIAEM	Cálculo Diferencial e Integral: aspectos motivacionais	Odileia da Silva Rosa Chang Kuo Rodrigues Patrícia Nunes da Silva	2011
Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)	Reflexões sobre o Ensino de Cálculo	Maria Helena Campos Soares de Mello João Carlos Correia Baptista Soares de Mello	2007
Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)	Os conhecimentos prévios de matemática trazidos pelos alunos ingressantes nos cursos de engenharias da UNIFOR: atual cenário	Katiuscia Costa Barros Teixeira Ana Carolina Costa Pereira	2012
Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)	Um mapa do Ensino de Cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE	Julia Schaetzle Wrobel Marcus Vinicius C. Zeferino Teresa Cristina J. Carneiro	2013
Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)	Análise dos índices de reprovações nas disciplinas de Cálculo I e Geometria Analítica nos cursos de Engenharia da UNIVASF	Fabiana Gomes dos Passos Francisco Ricardo Duarte Ângelo Antonio Macedo Leite Paulo José Pereira Télio Nobre Leite Vanessa Polon Donzeli	2007
Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)	Análise de Erros em Cálculo Diferencial e Integral: Resultados de investigação em Cursos de Engenharia	Helena de Noronha Cury	2003

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

APÊNDICE H – RELAÇÃO DE TRABALHOS ENVOLVENDO CDI E TAS

Quadro 111 – Relação de trabalhos envolvendo Cálculo Diferencial e Integral e TAS

Cálculo Diferencial e Integral e Teoria da Aprendizagem Significativa			
FONTE	**TÍTULO**	**AUTORIA**	**ANO**
(EVENTO) SINECT IV Simpósio Nacional de Ciências e Tecnologia	Uso de mapas conceituais na disciplina de cálculo Diferencial e Integral 1: uma estratégia em busca da aprendizagem significativa	Edinéia Zarpelon Luis Mauricio Martins de Resende Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro	2014
(REVISTA DIGITAL) Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review	As idealizações dos Cálculos de Newton e Leibniz como organizadores prévios comparativos para a definição de Derivada	José Roberto da Silva Natália Dias de Morais Maria Aparecida da Silva Rufino	2014
(REVISTA DIGITAL) Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review	As pesquisas em Educação Matemática apresentadas nos Encontros Nacionais de Aprendizagem Significativa	Naíma Soltau Ferrão Cintia Aparecida Bento dos Santos Edda Curi	2015

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

APÊNDICE I – TESES E DISSERTAÇÕES CONSULTADAS

Quadro 112 – Relação de Teses e Dissertações consultadas

	Instituição - Programa	Título	Autoria	Ano
TESES	USP: Programa de Pós-Graduação em Educação	A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral.	Maria Cristina Bonomi Barufi	1999
	UNICAMP: Programa de Pós-Graduação em Educação	A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos.	Frederico da Silva Reis	2001
	USP: Programa de Pós-Graduação em Educação	O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.	Wanderley Moura Rezende	2003
	PUC-SP: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática	A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994.	Gabriel Loureiro Lima	2012
	UFMG: Programa de Pós-Graduação em Educação	Análise de uma proposta para a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I surgida na UFMG após o REUNI usando o testbench de Engeström como modelo de aplicação da teoria da atividade em um estudo de caso.	Dilhermando Ferreira Campos	2012
DISSERTAÇÕES	PUC-PR: Programa de Pós-Graduação em Educação	O insucesso no Ensino e Aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.	Marcos Antonio Barbosa	2004
	PUC-PR: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática	Silvanus Phillips Thompson e a Desmistificação do Cálculo: Resgatando uma história esquecida.	Gustavo Alexandre de Miranda	2004

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Rosa Integral da Gratidão[104]

[104] Créditos: Akira Demenech
Design gráfico e criação
E-mail: akira.demenech@gmail.com