Universidade Estadual de Londrina

HENRIQUE CESAR ESTEVAN BALLESTERO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA LINGUAGEM FÍSICA EM UM CURSO DE INTRODUÇÃO À MECÂNICA CLÁSSICA NO ENSINO SUPERIOR

Londrina
2014

HENRIQUE CESAR ESTEVAN BALLESTERO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA LINGUAGEM FÍSICA EM UM CURSO DE INTRODUÇÃO À MECÂNICA CLÁSSICA NO ENSINO SUPERIOR

Tese apresentada ao programa de Pós--Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sergio de Mello Arruda

Londrina
2014

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

B191 Ballestero, Henrique Cesar Estevan.
Aprendizagem significativa da linguagem física em um curso de introdução à mecânica clássica no ensino superior / Henrique Cesar Estevan Ballestero. – Londrina, 2014.
134 f. : il.

Orientador: Sergio de Mello Arruda.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.
Inclui bibliografia.

1. Física – Estudo e ensino – Teses. 2. Física – Abordagem interdisciplinar do conhecimento – Teses. 3. Física – Formação de conceitos – Teses. 4. Rendimento escolar – Avaliação – Teses. 5. Avaliação educacional – Meios auxiliares – Teses. I. Arruda, Sergio de Mello. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 53:37.02

HENRIQUE CESAR ESTEVAN BALLESTERO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA LINGUAGEM FÍSICA EM UM CURSO DE INTRODUÇÃO À MECÂNICA CLÁSSICA NO ENSINO SUPERIOR

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Sergio de Mello Arruda
UEL – Londrina -PR

____

Profª. Drª. Maria José P. M. de Almeida
UNICAMP – Campinas - SP

____

Prof. Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra
UFPR – Curitiba - PR

____

Prof. Dr. Marcos Rodrigues da Silva
UEL – Londrina -PR

____

Profª. Drª. Marinez Meneghello Passos
UEL – Londrina -PR

Londrina, 17 de fevereiro de 2014.

A Jesus Cristo,
meu Senhor e salvador.

AGRADECIMENTOS

É claro que meus primeiros agradecimentos são para Jesus Cristo. Por quê? Eu explico.

Depois de um acidente automobilístico no dia 3/4/2010, e de passar 1 mês e meio em coma devido a um traumatismo craniano de grau 5, Glasgow 5 – escala na qual o nível 1 indica o menor grau de 'estrago' atingido e, o nível 7, a morte cerebral – e de passar por uma infecção hospitalar na qual a vacina (vancomicina) ou me mataria – devido a situação em que me encontrava – ou acabava com as bactérias, eu (re)tomei a vida em agosto de 2010, participando das reuniões do grupo de pesquisa EDUCIM, trabalhando com minha tese, enfim, com a vida praticamente normal. Portanto, milagres existem – eu só estou de pé devido ao milagre feito por Jesus Cristo em minha vida.

Depois disso, meus agradecimentos vão para meus pais, Sr. Amâncio e dona Nilsa. Devido a esse acidente eles precisaram viajar de Cerqueira César a Botucatu, no interior de São Paulo (± 180Km ida e volta), todos os dias no mês em que permaneci em coma em Rubião Junior. A vocês, pai e mãe, meus sinceros agradecimentos, muito obrigado mesmo, não só por isso, mas pela minha vida completa – desde meu nascimento até hoje. Vocês são muito especiais pra mim.

Também agradeço a um 'cara' que conheço desde 2003, que foi meu professor e hoje é meu orientador, Sergio de Mello Arruda. Sabe, Sergio, eu sempre te considerei como um grande amigo; mas 'cara', pensando bem, você é que nem um irmão pra mim. Um irmão bem mais velho, claro. Portanto, muito obrigado pelos anos de convivência, pelo aprendizado que tive nesses mais de 10 anos de estudo – desde a graduação até o doutorado – pela minha formação, enfim, por tudo isso. Obrigado 'memo, véio'.

Agradeço também ao grupo de pesquisa EDUCIM (Educação em Ciências e Matemática), do qual faço parte desde o início, pelos momentos de discussão acerca dos estudos e/ou trabalhos apresentados pelos pesquisadores que o compõem.

Ao amigo Alexandre Urbano, pelo tratamento na qualidade das figuras referentes às resoluções de problemas dos alunos e ao Ferdinando pela tabulação do Índice desta tese. Muito obrigado.

Agradeço também aos professores da banca, à professora Dra. Maria José P. M. de Almeida, ao professor Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra, ao professor Dr. Marcos Rodrigues Silva e à professora Dra. Marinez Meneghello Passos, pelo direcionamento sugerido na finalização de minha tese. Hoje percebo que a eles, na época da qualificação, entreguei um 'ser amorfo', intitulado de tese. Eles a receberam e pensaram sobre, me indicando como dar forma a essa tese. Por isso, professores e professoras, meu muito obrigado mesmo.

Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro que tive durante os quatro anos do doutorado.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que, de certa forma, contribuíram para a finalização dessa tese. Meus sinceros agradecimentos.

BALLESTERO, Henrique Cesar Estevan. **Aprendizagem significativa da linguagem física em um curso de introdução à mecânica clássica no ensino superior**. 2014. 134 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

RESUMO

Esta investigação, de cunho qualitativo, analisa a aprendizagem significativa da linguagem Física de três alunos matriculados no curso de introdução à Mecânica Clássica, destinada aos alunos de pós-graduação da Universidade Estadual de Londrina (UEL) no ano de 2007. Como balizamentos teóricos de nossas análises utilizamos as obras de David Ausubel, Joseph Novak e Helen Hanesian, bem como as de Marco Antônio Moreira, que versam sobre a aprendizagem significativa. Também utilizamos a teoria dos modelos mentais proposta por Johnson-Laird como um complemento na interpretação da aprendizagem dos alunos envolvidos. Em relação ao aprendizado da linguagem Física, utilizamos as obras de Thomas Samuel Kuhn que, entre outros tópicos, aborda o significado contido nessa linguagem. Como resultado evidenciamos que os alunos A_2 e A_3 atingiram uma aprendizagem significativa representacional dos signos contidos nas sentenças escritas na linguagem em que a Física foi produzida, e o aluno A_1 permaneceu no tratamento da sintaxe da linguagem Física abordada. Ainda que fossem únicos, os processos de aprendizagem dos três alunos contaram com a contribuição de colegas de turma, mais fluentes na linguagem Física abordada.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Linguagem Física. Modelos Mentais.

BALLESTERO, Henrique Cesar Estevan. **Significant learning the physical language in an introductory course on classical mechanics in higher education**. 2014. 134 f. Thesis (PhD in Science Education and Mathematics Education) - State University of Londrina, Londrina. 2014.

ABSTRACT

This work, a qualitative study examines the meaningful learning the physical language of three students enrolled in the course of introductory classical mechanics, for students to graduate from the State University of Londrina (UEL) in 2007 . As theoretical reference point for our analysis we use the works of David Ausubel, Joseph Novak and Helen Hanesian and Marco Antonio Moreira claiming the meaningful learning. We also use the theory of mental models proposed by Johnson - Laird as an adjunct in the interpretation of student learning involved. Regarding the language of physics learning, we used the works of Thomas Samuel Kuhn, among other appointments, addresses the meaning contained in that language. As results, we showed that A_2 and A_3 students reach a significant representational learning the signs contained in sentences written in the language in which physics is produced, and the student A_1 remained in treatment of syntax addressed physical language. Even if they were unique, the learning processes of the students involved, invariably had the help of more fluent students in physics language addressed.

Key words: Meaningful Learning. Physical language. Model Mental.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O(a) leitor(a) desta tese encontrará uma continuidade da obra iniciada no mestrado por Ballestero (2009), sob a orientação do Dr. Sergio de Mello Arruda.

Naquele resultado de pesquisa apontamos para a formação de uma rede de relações com *o mundo*, *consigo mesmo* e *com os outros* (CHARLOT, 2000, p. 63), entre os alunos do curso de Introdução à Mecânica Clássica, destacando a importância de uma exposição sistemática do aprendiz a situações *exemplares* (KUHN, 1977, p. 235), a fim de que a aprendizagem dos estudantes tivesse seu desenvolvimento iniciado.

Na dissertação, do mesmo autor desta tese, também foi destacado o convívio dos alunos com pares mais fluentes nessa linguagem, como uma influência positiva para a aquisição do *léxico* (KUHN, 2006, p. 85) que pôde ser mais acentuado devido ao processo de ensino desenvolvido pelo professor, que contava com um sistema avaliativo que favoreceu a *autorregulação* (PERRENOUD, 1999, p. 96) no processo de aprendizagem dos alunos.

Em suma, naquela dissertação foram exploradas as *relações com o saber e o aprendizado em Física por meio da avaliação formativa* (BALLESTERO, 2009) em um curso de Introdução à Mecânica Clássica.

1 INTRODUÇÃO

Nesta tese buscamos o avanço da pesquisa iniciada no mestrado do autor da mesma, direcionando nossa atenção à *aprendizagem significativa* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; MOREIRA, 2011) da *linguagem Física* (KUHN, 2006, p. 42) apresentada pelos alunos envolvidos no curso de Introdução à Mecânica Clássica, disciplina ofertada no ano de 2007 para os alunos do curso de pós-graduação em ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual de Londrina (UEL).

De maneira paralela à elaboração de outros aspectos da tese, fizemos um levantamento a respeito dos trabalhos publicados em revistas da área de ensino de ciências (nacionais e internacionais) sobre o tema abordado.

Para a escolha das revistas nacionais, partimos do Sistema de Avaliação e Qualificação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), o Qualis.

Os periódicos com avaliação de nível A ou B de circulação nacional pesquisados foram: **Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF)**; **Caderno Brasileiro de Ensino de Física (CBEF)**; **Ciência & Educação (CIEDU)**; **Investigações em Ensino de Ciências (IENCI)** e **Ensaio: pesquisa em educação em ciências (ENSAIO)**, obtidos de acordo com o Qualis de 2007, encontrado em Passos; Passos e Arruda (2010).

As revistas internacionais pesquisadas foram a **Science Education** e a **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciências (REEC)**.

Começando pelos resultados encontrados nas revistas internacionais, constatamos que na revista Science Education foram obtidos vários trabalhos, com vários enfoques – partindo da formação de professores até o ensino de Física na China (WANG, 1997) – ainda que os termos envolvidos em nossa busca tenham sido “Language; Physics e teaching”, inseridos no campo de pesquisa.

Para que se tenha uma ideia do que está disposto para pesquisa nessa revista, citaremos cinco trabalhos escolhidos aleatoriamente na primeira página de busca do sistema oferecido aos usuários – uma delas publicada este ano, as outras quatro publicadas nos anos anteriores:

- Artigos de neurologia cognitiva e sobre o aprendizado de línguas, como o trabalho de Guiora (2005);
- O de Briscoe e Prayaga (2004), sobre fatores que influenciaram o desenvolvimento de estratégias de ensino do professor de Física para uma aprendizagem significativa na linguagem de Newton;
- O de Sin (2014), que explora a relação entre a epistemologia, sociologia e aprendizagem no ensino de Física;
- O de Deng (2001), que discute a respeito da distinção entre as ideias-
-chave ensinadas no ensino superior e no ensino médio frente ao ensino de ciências;
- Sobre construções metafóricas de Entropia e da segunda lei da Termodinâmica de Amin; Jeppsson; Haglund e Strömdahl (2012).

Na revista REEC, alguns dos artigos encontrados na primeira página de pesquisa que fizemos, inserindo os termos “Aprendizaje; Lenguaje e Física” no campo de pesquisa mostraram, por exemplo, a vinculação das interações discursivas entre o docente e seus alunos em uma sala de Física, de Drumrauf e Cordeiro (2004).

Campos conceituais de Vergnaud e Aprendizagem Significativa (de Ausubel), dos autores Kreg e Moreira (2009).

Também encontramos artigos sobre concepções tidas por professores a respeito do ensino de ciências naturais de Daza-Pérez e Moreno--Cardenas (2010).

Observando as pesquisas publicadas nas revistas de circulação nacional do campo do ensino de ciências, incluindo aí trabalhos que contemplam as disciplinas de Química e Matemática, tendo como termos pesquisados “Linguagem”, “aprendizagem” e “Ensino de” inseridos no campo de busca, encontramos as obras dos autores Mortimer, Chagas e Alvarenga (1998), Silva, Baena e Baena (2006), Flor e Cassiani (2011, 2012).

Esses trabalhos exploram, por exemplo, a natureza simbólica do material do ensino de ciências (SILVA; BAENA; BAENA, 2006); a inserção das obras de Vygotsky no ensino de ciências permitindo-se estudar o papel das analogias no contexto do ensino (FLOR; CASSIANI, 2012); situam a linguagem utilizada por vestibulandos da UFMG (MORTIMER; CHAGAS; ALVARENGA, 1998); e os homens (sujeitos construídos pela história) aprendendo através da linguagem os conceitos que permitem compreensão do mundo e nele agir (FLOR; CASSIANI, 2011).

Dentre os artigos que tratam, especificamente, do ensino de Física, contando com os termos “Linguagem, Física, Aprendizagem”, inseridos no campo de busca, encontramos os trabalhos dos seguintes autores:

- Almeida (1999), que trata do exercício efetivo e contínuo das linguagens comuns e Matemática no ensino de Física – principalmente no ensino médio. Para ela existe, entre essas duas linguagens, características mediadoras da internalização de saberes da Física;
- Lima e Carvalho (2003), que trata do aprendizado de tópicos de Física por alunos da 2ª série através da narrativa;
- Carmo e Carvalho (2009), que trata da construção da linguagem gráfica em aulas de calor e temperatura;
- Araujo, Veit e Moreira (2012), onde os autores tentam construir uma abordagem que permita aumentar a eficiência dos modelos computacionais na aprendizagem em Física;
- Santarosa (2013), onde a autora descreve trabalhos publicados na literatura científica, que tratam das relações entre a Matemática e a Física em disciplinas introdutórias, analisando implicações do desenvolvimento de formas alternativas de abordagem dos conteúdos matemáticos do Cálculo I vistos em Física I;
- Moreira (2003), que aborda o papel da linguagem na aprendizagem significativa tratada na educação em ciências, tendo como base os aportes teóricos de Ausubel, Vygotsky, Vergnaud, D. B. Gowin, Philip Johnson-Laird, Neil Postman e Humberto Maturana;
- Sousa e Fáveo (2003), onde as autoras evidenciam que os professores envolvidos naquela pesquisa, de modo geral, ainda que soubessem serem os mediadores no processo de ensino,

para eles parecia não haver uma ideia clara sobre o papel da resolução de problemas no ensino de Física;

- Almeida, Silva e Machado (2001) que aborda o texto científico como mediação existente entre o mesmo e seus leitores, vislumbrando uma maior acessibilidade à cultura científica.

Assim, observando o breve levantamento exposto nas linhas acima, entendemos que a aprendizagem significativa se mostra como uma ferramenta de destaque a ser empregada nas investigações a serem estabelecidas, já que nas revistas pesquisadas (tanto nas brasileiras quanto nas internacionais) encontramos trabalhos que continham investigações sobre esse tipo de aprendizagem.

Na dissertação de mestrado do autor desta tese, mais especificamente nas conclusões da mesma, havia sido exposto que o trabalho dos estudantes com variados problemas *exemplares* (KUHN, 2006), bem como o contato com pares mais fluentes na linguagem da Física, contribuíram para que os alunos A_1, A_2 e A_3 se habituassem, pelo menos de maneira preliminar, com as regras[1] do jogo, com as regras e padrões do estudo de *paradigmas* (KUHN, 1977).

De forma evolutiva, entendemos que uma importante questão de pesquisa a ser proposta pode ser essa: Considerando a grande relevância tida pela teoria da aprendizagem significativa em boa parte das Universidades do País – e em diversas pelo mundo – **poderíamos explicar o aprendizado da linguagem Física tida pelos alunos abordados no curso em questão, tendo como apoio teórico para a interpretação dos dados as teorias da aprendizagem significativa e dos modelos mentais de Johnson-Laird?**

De modo resumido, podemos entender a aprendizagem significativa como um processo de aprendizagem onde as novas informações interagem com aqueles *conceitos ou proposições* que existem no conhecimento do ser que aprende (MOREIRA, 2011, p. 161).

Moreira (2011) argumenta que as pessoas constroem *representações mentais* (p. 189) para captarem o mundo exterior. Esse fato será destacado em nossa análise de dados.

Ainda que as obras de Thomas S. Kuhn abordem, entre outras questões, a aquisição da linguagem Física, entendemos que para que isso ocorra é

[1] Mais detalhes serão obtidos nas conclusões.

necessário que o sujeito saiba, ou passe a saber, como utilizá-la. Portanto, vinculamos isso ao processo de aprendizagem: o aprendizado da linguagem Física em um curso de introdução à mecânica clássica no ensino superior.

Assim, serão abordadas obras de Thomas S. Kuhn[2] (1977; 2000; 2003 e 2006), vislumbrando o todo, mas principalmente o significado contido nessa linguagem.

Portanto, será abordado nesta tese o aprendizado da linguagem Física tida pelos alunos A_1, A_2 e A_3 no curso em questão.

Desse modo utilizaremos as resoluções de problemas em sala, bem como a resolução dos problemas contidos nas provas realizadas para o estudo da aprendizagem obtida por A_1.

Também poderá ser constatado que o aluno A_2, ainda que tivesse demonstrado algumas dificuldades conceituais durante o curso, em virtude de sua formação, ele conseguiu atingir uma *aprendizagem significativa representacional* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2011, p. 165) da *linguagem Física* (KUHN, 2006, p. 42), contando com uma considerável influência de seus pares mais fluentes nessa linguagem.

Em relação ao aluno A_3, entendemos que ele também atingiu uma aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2011, p. 165) do conteúdo abordado no curso, no entanto, chamaremos a atenção para os *modelos mentais* (JOHNSON-LAIRD 1989 *apud* MOREIRA, 2011, p. 189) desenvolvidos por ele na captação do real frente aos problemas contidos no curso.

No capítulo 2 o leitor encontrará o referencial teórico utilizado na interpretação dos dados obtidos. Nesse capítulo serão encontradas citações sobre teorias de aprendizagem – e um estudo mais abrangente sobre a teoria da aprendizagem significativa e dos modelos mentais de Johnson-Laird.

Também serão abordadas as obras de Thomas Kuhn, abordando-as, principalmente, em relação ao significado contido na linguagem Física.

Em relação ao capítulo 3 encontrar-se-á uma fundamentação metodológica para esta pesquisa, tendo como base os estudos de Bogdan; Biklen (1994) e Lüdke e André (1986), que versam sobre pesquisas qualitativas,

---

[2] As obras abordadas do autor são *Tensão essencial* (1977), *On Learning Physics* (2000), *A estrutura das revoluções científicas*, 9. ed. (2006) e *O caminho desde a estrutura* (2003).

juntamente com Roque Moraes e sua *análise textual discursiva* (2003, p. 193), que nos orientou na interpretação dos dados.

No capítulo 4 encontram-se as conclusões do autor da tese frente à aprendizagem significativa da linguagem Física tida pelos alunos A_1, A_2 e A_3 ao longo do curso.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão abordadas considerações a respeito de teorias de aprendizagem, bem como a exploração de uma delas, a *teoria dos modelos mentais* de *Johnson-Laird* (MOREIRA, 2011). Também serão apresentadas obras dos autores Ausubel, Novak e Hanesian (1980) e Moreira (1997, 2011), vinculadas à aprendizagem significativa e uma teoria que aborda o significado da linguagem Física, obtida, principalmente, em *O caminho desde a estrutura*, obra de Thomas Samuel Kuhn (2003).

2.1 TEORIAS DE APRENDIZAGEM

Encontramos na obra de Moreira (2011), intitulada *Teorias de Aprendizagem*, que o termo teoria, de modo geral, tem por fim uma sistematização de certa área de conhecimento.

Ela – teoria – pode ser encarada como uma maneira específica de observar as coisas, de explicar e de resolver problemas, trazendo uma sistematização sobre os conhecimentos aprendidos. Em suma, uma teoria traz – a certa época – os melhores esforços para sistematizar os conhecimentos tidos como aprendizagem (MOREIRA, 2011, p. 12, 19 e 20).

São três as filosofias que dão suporte às teorias de aprendizagem: a *comportamentalista* (behaviorismo), a *humanista* e a *cognitivista* (construtivismo) (MOREIRA, 2011, p. 13).

Em função de nossa interpretação de dados, estaremos vinculados à filosofia cognitivista nesta tese.

Cada teoria de aprendizagem representa o posicionamento do autor/pesquisador frente à questão de como se interpretar as variáveis existentes no processo, explicando seus ‘porquês’ e seu funcionamento (MOREIRA, 2011, p. 12).

É claro que para caracterizar melhor a aprendizagem seria necessário definir, através de conceitos, o que é a aprendizagem. Entretanto, não faz sentido sermos rigorosos quanto à definição do *conceito da teoria da aprendizagem*, já que, segundo Moreira (2011, p. 12) existem algumas definições para o termo aprendizagem, não uma única.

Segundo o autor, dentre as definições de aprendizagem utilizadas nos dias de hoje, invariavelmente, têm sido incluídos aí termos como

> [...] condicionamento, aquisição de informação (aumento do conhecimento), mudança comportamental estável, uso do conhecimento na resolução de problemas, construção de novos significados, de novas estruturas cognitivas, revisão de modelos mentais (MOREIRA, 2011, p. 13).

De certa forma, todas as definições citadas se vinculam com a *aprendizagem cognitiva* (MOREIRA, 2011, p. 13), ou seja, com a retenção organizada das informações (conhecimento) na memória do sujeito envolvido nesse processo. Moreira trata essa retenção de informações na memória do sujeito como *estrutura cognitiva* (MOREIRA, 2011, p. 13).

Assim, podemos entender que a aprendizagem cognitiva é aquela que tem como foco "[...] *a cognição, o ato de conhecer* [...]" (MOREIRA, 2011, p. 13).

As teorias construídas pelo homem contêm conceitos, assim como princípios. Moreira argumenta que os conceitos apontam para regularidades em eventos, sendo usados para a formulação de respostas *estáveis* que estão envolvidas nesse processo (MOREIRA, 2011, p. 13).

Os princípios e as teorias expressam "[...] *relações significativas entre conceitos*. No entanto, as teorias abrangem um nível superior dessas relações (MOREIRA, 2011, p. 13).

O autor afirma que no cognitivismo tem-se aquilo que é ignorado na visão behaviorista, a cognição, ou seja, o ato do ser humano conhecer o mundo (MOREIRA, 2011, p. 14).

Tanto o cognitivismo quanto o behaviorismo[3] surgiram na mesma época, no entanto, o primeiro adveio em contraposição ao segundo, também conhecido como comportamentalismo (MOREIRA, 2011, p. 14). O autor propõe que

> Para os cognitivistas, o foco deveria estar nas chamadas variáveis intervenientes entre estímulos e respostas, nas cognições, nos processos mentais superiores (percepção, resolução de problemas, tomada de decisões, processamento de informação, compreensão) (MOREIRA, 2011, p. 15).

Ou seja, o cognitivismo se ocupa do tratamento da mente, não de qualquer maneira, mas sim de forma objetiva, não especulativa, tratando dos

[3] O objetivo do Behaviorismo, ou do enfoque behaviorista, é o de alcançar leis que relacionam estímulos com respostas e suas consequências (MOREIRA, 2011, p. 21).

processos mentais vinculados aos significados, com sua compreensão e uso (MOREIRA, 2011, p. 15).

Portanto, o cognitivismo envolve a construção da cognição humana. Uma teoria de aprendizagem muito divulgada nos anos 90, o construtivismo, advém daí, do cognitivismo. O construtivismo[4] é uma teoria cognitivista, já que se ocupa do conhecimento do indivíduo (MOREIRA, 2011, p. 15).

De acordo com Hill (1990 *apud* MOREIRA, 2011, p. 19), uma interpretação sistemática de certa área do conhecimento é tomada como uma teoria.

Moreira complementa a ideia proposta e argumenta que uma teoria vincula-se a uma particular maneira de ver, de resolver os problemas (LEFRANÇOIS, 1982 *apud* MOREIRA, 2011, p. 19).

Portanto, de acordo com Moreira, as teorias de aprendizagem nada mais são do que tentativas de se organizar e de se fazer previsões sobre a aprendizagem (MOREIRA, 2011, p. 20).

Dentre as mais antigas teorias cognitivistas tem-se "[...] *as de Tolman, a de Gestalt e a de Lewin*". Já entre as mais recentes destacam-se as de "[...] *Bruner, Piaget, Vygotsky e Ausubel*" (MOREIRA, 2011, p. 21).

2.1.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa

Utilizaremos a obra a respeito da aprendizagem significativa desenvolvida por Ausubel; Novak; Hanesian (1980), que contou com consideráveis avanços propostos por Moreira (1997, 2011).

Encontramos nas obras supracitadas uma confluência com esta tese, na medida em que os autores citados abordam a aprendizagem significativa, contando com descrições e interpretações sobre o aprendizado dos alunos – o que vai ao encontro do que investigamos nesta tese.

Na obra de Moreira (1997), *a aprendizagem significativa como um conceito subjacente* traz importantes considerações a respeito do tema, tendo a descrição do autor dos processos envolvidos na aprendizagem significativa, elucidando muitos deles.

Já em relação à obra *Teorias de aprendizagem* (MOREIRA, 2011),

---

[4] "O construtivismo é uma posição filosófica cognitivista interpretacionista" (MOREIRA, 2011, p. 15).

traz como carro-chefe as teorias baseadas no cognitivismo, na maior parte das vezes vinculadas com a aprendizagem significativa. Se o leitor desta tese for um pesquisador da área, sem dúvida essa leitura será indispensável sobre o tema.

De acordo com Ausubel *et al*. (1980), grande parte da aprendizagem no âmbito escolar se aproximava, na década de 80, da automática, já que se exigia dos alunos “[...] *nomes de conceitos, objetos particulares, símbolos utilizados para representar* [...]” grandezas e na resolução de problemas, os quais grande parte dos estudantes memorizava automaticamente os “[...] *procedimentos mecânicos para a manipulação de símbolos algébricos*” (p. 23-24).

Entretanto, de acordo com a exposição feita por pesquisadores da educação, evidencia-se a necessidade de se diferenciar os principais tipos de aprendizagem que podem ocorrer em uma sala de aula. Entre eles destacam-se a “[...] *aprendizagem automática e significativa*[5], *formação de conceito, solução de problemas verbais e não verbais* [...]” (AUSUBEL, 1961 *apud* AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20).

A diferenciação desses tipos de aprendizagem pode ser feita com base na distinção de dois tipos de processos que traspassam a todos. O primeiro processo é o da *aprendizagem por recepção* e *aprendizagem por descoberta*[6] e o segundo o da *aprendizagem automática* (por decoração) e *aprendizagem significativa*[7] (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20).

Se todo conteúdo apreendido pelo sujeito for apresentado a ele sob a forma final, ter-se-á uma *aprendizagem receptiva* (que pode ser automática ou significativa). No caso da aprendizagem receptiva automática, o que se exige do aluno nessa situação é, simplesmente, a apreensão do conteúdo exposto a fim de que ele possa ser reproduzido em um momento futuro. Já no caso da aprendizagem receptiva significativa, todo o conteúdo exposto ao aluno é compreendido ou tornado significativo durante o processo de internalização daquele saber (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20).

De modo geral, pode-se dizer que grande parte da aprendizagem

---

[5] A aprendizagem significativa, assim como as demais teorias cognitivas a respeito da aprendizagem, se baseiam na *teoria da assimilação*, que se opõem ao behaviorismo – teoria que proíbe a pesquisa sobre os mecanismos “internos da mente” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 56).

[6] As aprendizagens receptiva e por descoberta podem se enquadrar em aprendizagens automáticas ou significativas. Isso estará vinculado às condições existentes nas “quais a aprendizagem ocorre” (AUSUBEL, 1961 *apud* AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23).

[7] É com o desenvolvimento, com o decorrer do curso, que o “significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito” (MOREIRA, 1997, p. 19).

escolar se dá de maneira acentuada via aprendizagem receptiva, enquanto que os problemas existentes no dia a dia dos alunos são encarados e solucionados através da aprendizagem por descoberta.

Entretanto, a aprendizagem por descoberta pode favorecer a intuição do aluno na busca pelo método científico em aulas de laboratório, por exemplo. Todavia, os saberes adquiridos em sala de aula também podem ser utilizados na solução de problemas do cotidiano (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 21).

As palavras que influenciam pesquisas sobre aprendizagem nos dias de hoje são *aprendizagem significativa*, *mudança conceitual* e *construtivismo* (MOREIRA, 1997, p. 19).

É muito provável que o discurso dos professores envolvidos com a prática na sala de aula esteja relacionado aos assuntos sobre o cognitivismo, construtivismo e significado (MOREIRA, 1997, p. 19).

Segundo Moreira (2011), existem basicamente três tipos de aprendizagem: a *cognitiva*, a *afetiva* e a *psicomotora* (MOREIRA, 2011, p. 159).

De acordo com nossa interpretação a respeito dos dados obtidos nessa pesquisa, nas linhas que seguem desta seção trataremos da aprendizagem cognitiva.

O acondicionamento organizado das informações aprendidas pela mente é estabelecido no *complexo organizado* conhecido como estrutura cognitiva (MOREIRA, 2001, p. 160).

Uma explicação teórica do processo de aprendizagem consiste na organização e interação do material a ser aprendido na estrutura cognitiva do aprendiz, tendo como principal fator de aprendizagem aquilo que o aluno já conhece (MOREIRA, 2011, p. 160).

O aprendizado ocorre na medida em que “[...] *conceitos relevantes e inclusivos* [...]” estejam ancorados e em evidência na estrutura cognitiva do aprendiz, servindo de base para que outras informações também se ancorem ali e, ao mesmo tempo, essa estrutura pode se modificar à medida que as ancoragens ocorrem (MOREIRA, 2011, p. 160).

A aprendizagem significativa[8], segundo Ausubel, trata-se de um processo de interação da nova informação com conceitos ou proposições existentes na *estrutura de conhecimento do sujeito.* Aquilo encontrado como algo relevante servirá como uma ideia âncora[9] ou *subsunçor*[10] (MOREIRA, 2011, p. 161)

Para Moreira (1997, p. 20):

> O conhecimento prévio serve de matriz ideacional e organizacional para a incorporação e fixação de novos conhecimentos, quando estes se "ancoram" em conhecimentos especificamente relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva.

A estrutura cognitiva refere-se a uma hierarquia de conceitos que representam *experiências sensoriais do indivíduo* (MOREIRA, 2011, p. 161).

Frente a um novo conhecimento a ser exposto, Ausubel refere-se ao uso de *organizadores prévios*. Eles são de *materiais introdutórios* que devem ser expostos de maneira preliminar ao assunto a ser aprendido (MOREIRA, 2011, p. 163).

Nesse sentido o organizador prévio se torna o vínculo entre aquilo que o estudante sabe e aquilo que ele saberá através de sua aprendizagem, facilitando-a (MOREIRA, 2011, p. 163).

O processo pelo qual se adquire e se organizam os significados denomina-se assimilação. Ausubel interpreta tal processo como uma teoria. Nela tem-se um "[...] *conceito ou proposição* [...] *assimilado por meio de um conceito mais incluso, já existente em sua estrutura cognitiva*" (MOREIRA, 2011, p. 166).

A estrutura cognitiva do aprendiz possui uma tendência reducionista, sendo que conteúdos mais *gerais e estáveis* ficam retidos nela (MOREIRA, 2011, p. 167).

Sendo assim, a aprendizagem pode ser evidenciada por meio da comparação entre aquilo que o aprendiz sabe a respeito do conteúdo a ser

---

[8] A questão central da aprendizagem significativa, na concepção de Ausubel, trata da incorporação não arbitrária da nova informação na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA, 2011, p. 161).

[9] Ideia âncora para a nova informação; para aquilo que é aprendido. Os subsunçores avançam de acordo como o processo de aprendizagem significativa ocorre.

[10] Ao longo de nossos estudos sobre o tema, bem como através de nossa análise de dados, entendemos que os subsunçores equivalem às primeiras colunas que sustentam o início da aprendizagem do aluno. Como exemplo podemos citar o tópico "aceleração da gravidade". Ao tratar desse assunto, o aluno precisa ter claro o conceito de campo, que gera a grandeza física da "aceleração" dos corpos. Isso fará com que a junção dos conceitos "aceleração" e "gravidade" possam servir de base para que outro subsunçor (aceleração da gravidade) seja constituído pelo sujeito.

abordado[11] e aquilo que ele passará a apresentar como conhecimento após os trabalhos em sala de aula. Mas Moreira (1997, p. 19) sintetiza a descrição da aprendizagem significativa como um processo no qual as novas informações se relacionam de forma “[...] *não arbitrária e substantiva (não literal) à estrutura cognitiva do aprendiz*” (MOREIRA, 1997, p. 19).

Se o termo aprendizagem for aplicado a tarefas que consistem em associações arbitrárias – como jogos de quebra-cabeças – ou ainda no caso do aluno não possuir um conhecimento prévio a respeito do assunto a ser tratado, o que impossibilita a conversão do assunto num conteúdo potencialmente significativo tem-se a *aprendizagem automática* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23).

De maneira ilustrativa pode-se evidenciar que o aprendizado da lei de Ohm só será obtido de maneira significativa pelo estudante se ele souber, de maneira prévia, “[...] *o significado dos conceitos de corrente, voltagem, resistência, direta e inversamente proporcional* [...]” e fizer a relação destes conceitos de acordo com o que é indicado nessa lei (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 36).

Portanto, novos termos devem ser substantivos para sua aquisição. Essa *substantividade* (MOREIRA, 1997, p. 20) relaciona-se à incorporação do que fora apreendido pela estrutura cognitiva do estudante nas novas informações obtidas, não de qualquer forma, mas se relacionando com “[...] *signos ou grupo de signos, equivalentes em termos de significados*” (MOREIRA, 1997, p. 20).

Seguindo a linha proposta por Moreira (1997), podemos resumir a aprendizagem significativa como sendo um “[...] *relacionamento não arbitrário e substantivo de ideias simbolicamente expressas* [...]” a aspectos relevantes da estrutura cognitiva do sujeito (MOREIRA, 1997, p. 20).

Assim, de modo geral, podemos dizer que o processo desenvolvido na aprendizagem significativa remete à análise da interação dos novos conhecimentos apreendidos com aqueles já existentes na estrutura cognitiva do estudante.

Destacam-se três tipos básicos da aprendizagem significativa: *aprendizagem representacional*, *aprendizagem de conceitos* e *aprendizagem proposicional* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2011, p. 165). Existe também um quarto tipo de aprendizagem significativa, a *aprendizagem*

[11] Para se obter informações sobre aquilo que o aprendiz já domina, já “sabe”, pode-se fazer uso da avaliação diagnóstica (BLOOM; HASTINGS; MADAUS, 1971, p. 271).

combinatória (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 50). Os três tipos básicos podem ser descritos como:

- Aprendizagem representacional: *Relaciona-se com o significado de símbolos (tipicamente palavras) ou a aprendizagem do que eles representam* (MOREIRA, 1997, p. 20).
- Aprendizagem proposicional: *Se refere aos significados de ideias expressas por um grupo de palavras* (MOREIRA, 1997, p. 20), ou seja, o significado de uma proposição. Ainda que palavras representem conceitos, nesse caso, o que se tem é algo além da "[...] *soma dos significados das palavras ou conceitos que compõem a proposição*" (MOREIRA, 2011, p. 165). Como exemplo pode-se citar o aprendizado da conhecida sentença da segunda lei de Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$).
- Aprendizagem de conceitos: É um caso da aprendizagem representacional (MOREIRA, 1997, p. 20), pois conceitos são representados por signos. No entanto, eles são genéricos e categóricos. Seus atributos devem ser abstraídos (MOREIRA, 2011, p. 165, grifo nosso).

O quarto tipo, é a aprendizagem combinatória. Ela ocorre quando as proposições a serem aprendidas não são subordinadas às proposições existentes e relevantes na estrutura cognitiva do sujeito (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 50). No entanto será formado um grupo de signos (com seus significados), de estrutura genérica e variável (MOREIRA, 1997, p. 21), com

> [...] generalizações inclusivas e amplamente explanatórias, tais como as relações entre massa e energia, calor e volume, estrutura genética e variabilidade, oferta e procura requerem este tipo de aprendizagem.

A aprendizagem significativa de conceitos[12] remete ao aprendizado de qualidades fundamentais (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 47) encontradas em fenômenos caracterizados por signos inseridos em uma teoria.

Nos adultos ocorre o processo de *assimilação de conceitos* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 78). Nesse caso há uma interação entre

---

[12] Quando a aprendizagem de conceitos faz surgir novas ideias a respeito do tema proposto, este tipo de aprendizagem é designado como aprendizagem "sobreordenada" ou superordenada (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39)

as qualidades essenciais dos conceitos existentes em sua estrutura cognitiva com o significado contido naqueles a serem aprendidos.

A diferença existente entre as aprendizagens significativa proposicional e de conceitos é que, no caso da aprendizagem significativa de conceitos "[...] *os atributos essenciais do novo conceito são incorporados pela estrutura cognitiva* [...]" do aprendiz, fazendo emergir "[...] *um novo significado* [...] *unitário*" (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 40). Já na aprendizagem significativa proposicional, "[...] *a nova proposição (ou ideia composta) é incorporada pela estrutura cognitiva*" do aprendiz, formando "[...] *outra estrutura significativa*" (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 40).

Tanto a aprendizagem significativa de conceitos quanto a proposicional apoiam-se em características de extrema relevância na estrutura cognitiva do aprendiz. Esse processo de atrelar novas informações com segmentos que já existem na estrutura cognitiva do sujeito é denominado de *aprendizagem subordinativa* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 48) ou *subordinada*[13] (MOREIRA, 2011, p. 168). Moreira vai além e propõe que essa relação se dá em termos de significado (MOREIRA, 2011, p. 167).

Na ação onde novas informações se relacionam com aquelas existentes na estrutura cognitiva do sujeito tem-se dois importantes processos.

O primeiro deles é a *diferenciação progressiva* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 103). Ela ocorre quando novas informações (proposições ou conceitos) são inseridas a respeito dos conceitos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, de modo que terão modificações da estrutura na qual os conceitos já assimilados estão inseridos.

Como exemplo pode-se citar a primeira lei de Ohm ($R = \frac{U}{i}$, onde *R* é resistência elétrica; *U* é a tensão elétrica e *i* é a corrente elétrica). Quando novos significados são apresentados de maneira posterior a essa lei – como a definição de resistividade $\rho = \frac{E}{J}$, onde ρ é a resistividade; *E* é o campo elétrico e *J* é a densidade de corrente – tem-se uma possível evolução na estrutura cognitiva do sujeito, ocorrendo a diferenciação progressiva dos signos e significados já apreendidos.

[13] Aprendizagens subordinadas – aquelas onde as novas informações se subordinam aos conceitos existentes como subsunçores – se ocorrerem uma ou mais vezes, o sujeito em questão poderá ter a diferenciação progressiva do conceito subsunçor (MOREIRA, 2011, p. 168).

Como segundo processo tem-se a *reconciliação integradora* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 104). Nela a nova informação adquirida – somada com os elementos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz – age para que ocorra uma reorganização na estrutura cognitiva do sujeito, fazendo surgir novos significados.

A aprendizagem superordenada ocorre quando algo a ser aprendido é "[...] *mais geral e inclusivo* [...]" do que os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do sujeito (MOREIRA, 2011, p. 167).

Vale destacar que os processos de subordinação, superordenação ou de combinação podem ocorrer com os três tipos de aprendizagem significativa (representacional, de conceitos ou proposicional). O que importa é como essa nova informação estará sendo relacionada como os subsunçores do sujeito.

Merece destaque o fato de que, segundo os autores citados nessa seção, os significados obtidos através de materiais simbólicos são caracterizados por possuírem significados lógicos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 41). Moreira (1997) complementa argumentando que para internalizar os signos, os mesmos devem ser aceitos no contexto social abordado (MOREIRA, 1997, p. 26).

A respeito disso, mas se referindo exatamente ao aprendizado da ciência Física nas escolas, Moreira (1997) lança um questionamento que entendemos ter a resposta como sendo o sim:

> Aprender Física de maneira significativa não seria internalizar os significados aceitos (e construídos) por estes instrumentos[14] e signos no contexto da Física? (MOREIRA, 1997, p. 27).

Moreira também destaca que a teoria da aprendizagem significativa é bem aceita por outras teorias construtivistas (MOREIRA, 1997, p. 21), mas ele destaca o modelo[15] representacional de Philip Johnson-Laird, que trata as proposições expostas aos alunos como sendo a qualidade necessária para os significados, sendo totalmente abstratas, mas exprimíveis verbalmente (MOREIRA, 1997, p. 28).

Assim, para Johnson-Laird (1983, p. 165 *apud* MOREIRA, 1997, p. 28):

---

[14] O autor utiliza o termo instrumentos quando se refere aos instrumentos de mediação com o ambiente.

[15] "Como quaisquer outros modelos, eles representam o objeto ou a situação em si" (MOREIRA, 1997, p. 29).

> [...] representações proposicionais são cadeias de símbolos que correspondem à linguagem natural [...].

Portanto, a lógica dos modelos mentais se encontra na testagem das conclusões obtidas.

Concluindo essa seção, gostaríamos de argumentar, apoiando--nos nas obras de Moreira (1997), que a aprendizagem significativa subjaz a todas as teorias de ensino, sejam elas cognitivistas ou humanistas. Para Moreira, a aprendizagem significativa seria um conceito *suprateórico* (MOREIRA, 1997, p. 32).

2.1.2 A Teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird

De acordo com Moreira (2011), uma *representação* é tudo aquilo como notações, signos ou grupo de *símbolos* que nos traz a ideia, ou a imagem, de nosso mundo particular, de nossa imaginação (EISENCK; KEANE, p. 203 *apud* MOREIRA, 2011, p. 189).

As representações externas tratam de representações *simbólicas* ou, ainda, de *representações linguísticas* (MOREIRA, 2011, p. 189).

Pessoas constroem representações mentais para captarem o mundo exterior. Assim se definem as representações internas (MOREIRA, 2011, p. 189).

De acordo com Vega (1984, p. 213 *apud* MOREIRA, 2011, p. 190), a compreensão das propriedades *funcionais e estruturais* de nossos pensamentos traz à tona um dos temas mais polêmicos da psicologia cognitiva.

As representações mentais podem ser *análogas* ou *proposicionais* (MOREIRA, 2011, p. 190). Representações analógicas são de imagens visuais, o que inclui aí sons (representações auditivas), as do tato, as do olfato e até mesmo os *modelos mentais* (MOREIRA, 2011, p. 190).

Entretanto, representações analógicas não são *individuais*, tendo como base para sua organização regras de pouca intensidade, mas concretas, que representam propriedades particulares do mundo externo em relação ao sujeito (EISENCK; KEANE, 1990, p. 206 *apud* MOREIRA, 2011, p. 190).

Em relação às representações proposicionais o autor indica que são *mais abstratas*. Nelas ocorre a captação dos conceitos que subjazem à situação, o que as categoriza numa linha muito próxima da linguagem (MOREIRA, 2011, p. 190).

Como exemplo, o autor argumenta que fórmulas matemáticas são representações proposicionais (MOREIRA, 2011, p. 190).

Sendo assim, Moreira (2011, p. 190) argumenta que:

> As proposições são representações mentais discretas, organizadas por meio de regras rígidas, abstratas e exclusivamente representacionais: elas captam o conteúdo ideacional da mente, independentemente da modalidade original em que a informação foi encontrada.

As representações mentais são categorizadas em "[...] *localizadas e distribuídas*" (MOREIRA, 2011, p. 190). As localizadas são simbólicas. Elas se subdividem em *analógicas* e *proposicionais* (MOREIRA, 2011, p. 190).

A ideia central do enfoque proposto por Johnson-Laird resume-se no manejo das representações simbólicas por meio de certas regras previamente estabelecidas (MOREIRA, 2011, p. 190).

Mas tanto na representação analógica quanto na proposicional a informação em si é localizada – e representada – por *entidades simbólicas* (MOREIRA, 2011, p. 190).

O símbolo é utilizado como macro, como uma *macroestrutura* das representações cognitivas, possuindo o *conexionismo*[16] como traço que domina a *microestrutura* (MOREIRA, 2011, p. 191).

Para Johnson-Laird (1983 *apud* MOREIRA, 2011, p. 192) modelos mentais podem ser total ou parcialmente analógicos. O mesmo vale para os modelos mentais proposicionais.

Johnson-Laird (1983 *apud* MOREIRA, 2011, p. 192) argumenta que os modelos mentais, assim como as imagens, são representações fundamentais para que se compreenda o processo de cognição humana.

Moreira vê os modelos mentais e as imagens como uma linguagem de programação de alto nível como "[...] *Basic*, *Pascal e outras*" (MOREIRA, 2011, p. 192).

A ideia fundamental de Craik (1943), ao qual Johnson-Laird credita a formulação dos modelos mentais, está baseada na mente humana. Para ele nossa mente é um *sistema simbólico* (MOREIRA, 2011, p. 192). Mas Craik avança e afirma

[16] O conexionismo interpreta a representação de entidades simbólicas como "[...] *representações distribuídas*" (MOREIRA, 2011, p. 191).

que os modelos mentais são representações dinâmicas equivalentes às situações do mundo (JOHNSON-LAIRD, 1989, p. 469 *apud* MOREIRA, 2011, p. 193).

Portanto, os modelos mentais são semelhantes às estruturas do mundo. Dessa forma, tem-se como exemplo os "[...] *modelos de trabalho*, *os modelos que predizem e explicam eventos na mente humana*" (JOHNSON-LAIRD, 1989, p. 469 *apud* MOREIRA, 2011, p. 193).

Sendo assim, as *representações proposicionais* possuem conceitos implícitos às situações descritas, portanto são do *tipo-linguagem* (MOREIRA, 2011, p. 193).

Na psicologia cognitiva, as representações proposicionais são expressões de uma *linguagem mental*, que poderia ser chamada de "*mentalez"* (MOREIRA, 2011, p. 193). Moreira exemplifica a construção de um modelo mental quando nos descreve a segunda lei de Newton:

> Uma força líquida que atua sobre um corpo lhe imprime uma aceleração que é na direção da força e tem uma intensidade inversamente proporcional à massa do corpo (MOREIRA, 2011, p. 193).

Moreira exemplifica que essa lei (a segunda lei de Newton) pode ser descrita em diversas línguas com o auxílio da sentença $a = \frac{F}{m}$.

O autor complementa o que fora exposto, argumentando que essa lei é representada na mente humana de maneira independente da linguagem utilizada para nos comunicarmos (MOREIRA, 2011, p. 193).

Moreira corrobora a proposição de Johnson-Laird a respeito da linguagem mental e complementa argumentando que, se a mente não fosse assim, seria complicado se fazer uma *ciência objetiva* (MOREIRA, 2011, p. 193).

Segundo Eisenck e Kene (1990, p. 235 *apud* MOREIRA, 2011, p. 194), a definição de Johnson-Laird está muito próxima daquela utilizada pelos filósofos. Trata-se de uma proposição exprimível na fala do ser, ou seja, proposições exprimíveis na fala, que possuem uma vinculação com "[...] *objetos, eventos, estados e coisas*" (EISENCK; KENE, 1990, p. 235 *apud* MOREIRA, 2011, p. 194).

Dessa forma, Moreira entende que as proposições são como estruturas linguísticas, possuindo estruturas sintáticas, não sendo governadas por considerações lógicas ou até mesmo analógicas (JOHNSON-LAIRD, 1987, p. 209 *apud* MOREIRA, 2011, p. 194).

Como as descrições proposicionais podem ser de diversos estados possíveis de coisas, elas necessitam ter especificadas as *relações estruturais entre elas* (JOHNSON-LAIRD, 1987, p. 209 *apud* MOREIRA, 2011, p. 194).

Se as estruturas mentais se relacionam com o real, então os modelos mentais devem ser "[...] *analógicos, determinados e concretos*" (JOHNSON-LAIRD, 1987, p. 209 *apud* MOREIRA, 2011, p. 194). Com isso o autor argumenta que os modelos mentais são determinados através das inferências de quem os constrói (MOREIRA, 2011, p. 194).

Portanto, são as relações com o mundo que dizem se é verdadeira (ou não) uma representação proposicional (MOREIRA, 2011, p. 195).

Entretanto, uma proposição pode ser tida como verdadeira (ou falsa), de acordo com sua relação com o *modelo mental do mundo* fora proposto (MOREIRA, 2011, p. 195).

Ainda que a percepção seja a fonte primária dos modelos mentais do mundo, nós, os humanos, também podemos construir modelos mentais através dos "[...] *atos de imaginação*" (MOREIRA, 2011, p. 195).

De acordo com a teoria de Johnson-Laird (1983, p. 156 *apud* MOREIRA, 2011, p. 195), as representações proposicionais são interpretadas em relação aos modelos mentais.

Para Johnson-Laird o significado dos modelos mentais, de mundos imaginários ou reais, são trazidos pela linguagem mental (MOREIRA, 2011, p. 195).

Johnson-Laird está entre os *imaginistas*. Ele interpreta as imagens como modelos mentais vistos de certa perspectiva (MOREIRA, 2011, p. 195).

Para ele as imagens são *determinadas* e *concretas*, assim como os modelos. Elas – as imagens – são obtidas através das percepções (ou da imaginação) que representam os aspectos que podem ser percebidos da matéria ou dos eventos que ocorrem no *mundo real* (MOREIRA, 2011, p. 195).

Ainda que pareçam ser equivalentes, os modelos mentais e as imagens não o são. Moreira argumenta, por exemplo, que podemos ter um modelo mental a respeito de um quadro, entretanto, não conseguimos formatar uma representação de um quadro no geral, por mais que sejam infinitas as possibilidades. Sempre se recorre a um quadro específico, pois temos elaborado em nossa mente um modelo de quadro (MOREIRA, 2011, p. 195).

Portanto, *as imagens* são tidas para Johnson-Laird como visões particulares de *modelos* (MOREIRA, 2011, p. 195).

Em nível macro a mente trabalha com um alto nível das linguagens, com modelos mentais e imagens (MOREIRA, 2011, p. 196).

De acordo com Moreira (2011, p. 196), para Johnson-Laird as *representações proposicionais* se enquadram como *representações mentais* de operações linguísticas que podem ser exprimidas verbalmente.

Sintetizando no nível macro, o funcionamento da mente possui a) *Representações proposicionais*, ou seja, signos correspondentes à *linguagem natural*; b) Modelos mentais que possuem funções semelhantes às estruturas de mundo; e, c) imagens correspondentes a certa perspectiva (JOHNSON-LAIRD, p. 165 *apud* MOREIRA, 2011, p. 196).

Mas a essa altura, você, leitor(a) desta tese, deve estar se perguntando: Mas afinal de contas, o que é, exatamente, um modelo mental? Até o lançamento de sua obra, na década de 80, Johnson-Laird certamente recebeu essa pergunta, assim como outras, tais como: Como se diferem modelos mentais de *esquemas* de Piaget ou, até mesmo, dos *subsunçores* de Ausubel? (MOREIRA, 2011, p. 197).

Como resposta elaborada à época, Johnson-Laird argumentou que seria precoce tentar responder a essas perguntas, no entanto, ele apontou para certos princípios que implicavam vínculos a certos modelos (MOREIRA, 2011, p. 197*)*. Entre eles destacam-se:

> 1) <u>Princípio da computabilidade</u>: Modelos mentais são computáveis [...] descritos na forma de procedimentos efetivos que possam ser executados por uma máquina;
> 2) <u>Princípio da finitude</u>: Modelos mentais são finitos em tamanho e não podem representar diretamente um domínio infinito. Este vínculo decorre da premissa que o cérebro é um organismo finito;
> 3) <u>Princípio do construtivismo</u>: Modelos mentais são construídos [...] elementos básicos (*tokens*) organizados em uma certa estrutura para representar um estado de coisas [...] mas apenas um mecanismo finito para constituí-los [...] (MOREIRA, 2011, p. 197, grifo nosso).

Ainda que a percepção seja a fonte primitiva para os *modelos mentais cinemáticos tridimensionais do mundo*, os modelos mentais também podem ser constituídos na interpretação do *discurso linguístico*, para se inferir algo, sendo possível construí-los para a interpretação do estado de coisas a serem descritas. Essas 'coisas' podem ser fictícias ou imaginárias (MOREIRA, 2011, p. 197)

Se o modelo mental for constituído através de percepções visuais, ele será tido como uma única essência, formando um *estado de coisas* único (MOREIRA, 2011, p. 197). Entretanto, se for constituído a partir de um discurso, temos o quarto princípio:

> 4) Princípio da economia: Uma descrição de um estado de coisas é representada por um só modelo mental, mesmo [...] incompleta ou indeterminada. Um único modelo mental pode representar uma quantidade infinita de possíveis estados de coisas, porque esse modelo pode ser revisado recursivamente. Cada nova inserção (*token*) pode implicar revisão de modelo para acomodá-la (MOREIRA, 2011, p. 198, grifo nosso).

Os modelos conceituais possuem conteúdo e formato, servindo àquilo que se pretende alcançar, ou seja, uma explicação, uma predição ou um controle (MOREIRA, 2011, p. 198).

Entretanto, a concepção dos modelos que o homem tem do mundo se baseia no conjunto de conceitos que os próprios humanos constituíram, somado de sua cognição, ou seja, os modelos mentais são limitados pela própria natureza do conjunto de instrumentos cognitivos dos humanos (MOREIRA, 2011, p. 198).

Existem vínculos que afetam possíveis conteúdos dos modelos mentais. Entre eles estão:

> 5) Princípio da não indeterminação: Modelos mentais podem representar indeterminações [...] seu uso não for computacionalmente intratável [...] isso levará rapidamente a um crescimento intratável do número de possíveis interpretações do modelo que, na prática, deixará de ser um modelo mental;
> 6) Princípio da predicabilidade: Um predicado pode ser aplicável a todos os termos aos quais um outro predicado é aplicável (MOREIRA, 2011, p. 409, grifo nosso).

No sexto vínculo o predicado pode ser aplicado, desde que não existam pontos onde eles não se intersectam.

A identificação dos conceitos artificiais (ou não naturais) pode ser feita sob o enfoque do sexto vínculo, no entanto, isso viola o vínculo da *predicabilidade*, o que impede a representação dos modelos mentais (MOREIRA, 2011, p. 198).

No sétimo princípio (vínculo 7), o do inaditismo, os primitivos conceituais, de modo geral, são inatos:

> Primitivos conceituais subjazem a nossas experiências perceptivas [...] Nossa habilidade com estratégias cognitivas, ou seja, [...] nossa capacidade de representar o mundo (MOREIRA, 2011, p. 199).

O termo movimento é encarado como uma palavra correspondente ao *primitivo conceitual*, podendo assim ser definido (MOREIRA, 2011, p. 199).

A partir disso, podemos citar o oitavo vínculo (vínculo 8). Nele existe um número finito de primitivos conceituais, originados das analogias entre operadores dos corpos semânticos dos campos abordados. Isso faz surgir conceitos mais elaborados (MOREIRA, 2011, p. 199).

Moreira entende que a partir da teoria de Johnson-Laird, um

> campo semântico reflete no Léxico por um grande número de palavras que compartilham no núcleo de seus significados um conceito comum (MOREIRA, 2011, p. 199).

Portanto, os *operadores semânticos* enlaçam conceitos temporais e de espaço, assim como aquilo que é permitido como possível, suas causas e suas intenções. Como exemplo, Moreira argumenta que as pessoas veem algo tendo o propósito de observar o que ocorre (MOREIRA, 2011, p. 199).

Entretanto, os campos semânticos nos municiam daquilo que existe no mundo, sobre suas peças, enquanto que os operadores semânticos nos trazem os conceitos, que podem ser próprios desses objetos (MOREIRA, 2011, p. 199).

Quanto à estrutura dos modelos mentais Johnson-Laird argumenta, de acordo com Moreira (2011, p. 199), que ela possui uma organização de um estado de coisas, podendo ser percebidas ou concebidas, tendo sua representação nos próprios modelos.

Portanto, os elementos dos modelos mentais – o que inclui aí as relações estruturais – possuem um papel simbólico, não possuindo aspectos sem significado (MOREIRA, 2011, p. 200).

Considerando os itens que implicam em restrições aos modelos mentais, Johnson-Laird propõe que eles sejam feitos numa tentativa informal. Com isso, os modelos físicos representam *o mundo físico*. Já os conceituais, fazem as vezes das abstrações (MOREIRA, 2011, p. 200).

A respeito dos modelos físicos, Johnson-Laird propõe:

> 1) Modelo Relacional: É um quadro (Frame) estático que forma [...] um conjunto finito de entidades físicas [...] possuindo um conjunto [...] finito de propriedades [...] dos elementos que representam propriedades físicas;
> 2) Modelo Espacial: É também relacional, onde as relações são somente espaciais contidas nele [...] representadas pela localização dos elementos (*tokens*) em um espaço dimensional [...] geralmente de duas ou três dimensões [...] satisfazendo as propriedades do espaço métrico ordinário;
> 3) Modelo Temporal: Deve ser representado por uma [...] sequência de quadros (frames) espaciais (de dimensão constante) [...] ocorrendo na ordem temporal dos eventos [...] não em tempo real;
> 4) Modelo Científico: [...] modelo temporal que é psicologicamente contínuo [...] representando mudanças e [...] movimentos nas entidades representando mudanças e [...] movimentos nas entidades representadas sem descontinuidades temporais. A percepção poderá indicar o funcionamento desse modelo em tempo real
> 5) Modelo Dinâmico: Modelo cinemático no qual existem [...] relações causais entre os eventos representados;
> 6) A imagem é uma representação centrada no observador das características visíveis de um modelo espacial tridimensionalmente ou cinematicamente subjacente. Ele corresponde a uma projeção do objeto ou [...] estado de coisas que representam no modelo subjacente (MOREIRA, 2011, p. 200, grifo nosso).

Para os modelos conceituais são encontrados quatro os tipos principais. Entre eles está o *monádico* (MOREIRA, 2011, p.201). Ele representa afirmações categóricas, típicas do raciocínio silogístico – como exemplo do silogismo citamos: se todos os homens são mortais, os gregos são homens; logo, os gregos são mortais.

Moreira destaca que o modelo proposto possui partes em sua composição. A primeira refere-se à constituição, o número limitado de elementos que representam as entidades.

Já a segunda é aquela na qual a igualdade (ou não) das identidades pode ser incerta. O autor sugere que alguma notação especial deve indicar a isso quando houver (MOREIRA, 2011, p. 201).

No exemplo dado pelo autor a frase “Todos os escultores são artistas” poderia ser representada por:

Escultor = Artista
(Artista)

O escultor (*token*) indica que o elemento mental (também *token*) representa alguém que é o escultor (MOREIRA, 2011, p. 201).

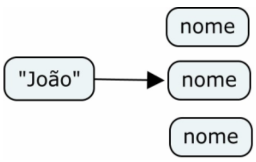
Uma notação entre parênteses é uma representação especial[17] dos modelos conceituais (MOREIRA, 2011, p. 201).

O modelo relacional é aquele que implica numa finitude de relações, podendo elas serem abstratas entre aquelas representadas dentro do modelo monádico (MOREIRA, 2011, p. 201, grifo nosso).

Já o modelo metalinguístico trata dos *tokens* (elementos) que correspondem a expressões da linguagem e suas representações abstratas, sendo elas de qualquer tipo (MOREIRA, 2011, p. 201, grifo nosso).

Por exemplo, a asserção "um dos homens chama-se João", pode ser apresentada por algo do tipo

Figura 1 – Modelo metalinguístico (MOREIRA, 2011, p. 201)



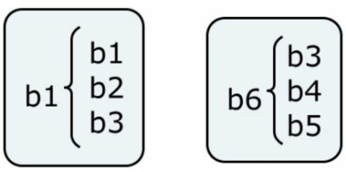
Entre aspas está a expressão linguística (signo) e a flecha implica a referência.

O modelo de conjunto teórico contém certo número de elementos, o que faz com que o representemos como um conjunto.

> Tal modelo pode [...] conter um número finito de elementos representando propriedades abstratas do conjunto e um número finito de relações entre os elementos que representam conjuntos (MOREIRA, 2011, p. 202).

Por exemplo, a asserção "*algumas bibliografias listam a si mesmas, outras não*", resulta num modelo mental como o do tipo:

Figura 2 – Modelo mental (MOREIRA, 2011, p. 202)



[17] A incerteza reside no fato da individualidade correspondente existir ou não no domínio do modelo, ou seja, [...] *pode haver artista* [...] mas não o escultor (MOREIRA, 2011, p. 201).

Existem diversos tipos de modelos mentais, mas eles possuem sua constituição determinada pelas restrições inseridas na base, ou nos princípios elencados por Johnson-Laird (MOREIRA, 2011, p. 203).

Nas palavras de Moreira (2011, p. 203), “aprender é construir modelos mentais do que está sendo ensinado e ensinar é facilitar a construção e revisão de modelos mentais”.

Em suma, ao longo de suas aulas o professor passa aos alunos modelos conceituais, representações definidas, que têm consistência e são condizentes com a combinação de circunstâncias, de situações, do mundo, a fim de que os alunos elaborem os modelos mentais que correspondam aos modelos conceituais abordados (MOREIRA, 2011, p. 203).

Um relevante tópico destacado por Moreira (2011) refere-se ao fato de que os modelos mentais se enquadram numa classe de instrumentos, já que auxiliam a mente – que só opera com modelos mentais – na construção dos modelos que tornam inteligíveis e antecipam, de maneira consistente, o fato em si, tendo como respaldo para isso aquilo que é aceito na área tratada (MOREIRA, 2011, p. 203).

2.2 O Significado a Partir de Thomas Kuhn

No caso abordado, entendemos que no processo de aprendizagem da *linguagem Física* (KUHN, 2003, p. 42) em sala de aula, o sujeito passará por um processo de compreensão dos signos e interpretação de significados, o que Kuhn designa de *interpretação* em *O caminho desde a estrutura* (2003, p. 53).

Na obra citada encontramos a exposição do autor de que as propriedades envolvidas na Física Aristotélica não foram alteradas – quanto à matéria em si – para se chegar na Física Newtoniana, mas sim nas qualidades envolvidas (KUHN, 2003, p. 29) na concepção de mecânica empregada. Podemos entender isso mediante o exemplo sugerido por Kuhn. Ele argumenta que as inconsistências da mecânica de Aristóteles frente à de Newton

> devem indicar como as peças dessa descrição se encaixam para formar um todo integrado, um todo que precisou ser quebrado e reformulado até a mecânica Newtoniana (KUHN, 2003, p. 32).

Mudanças como essa – revoluções holísticas – "*não podem ser feitas gradualmente, passo a passo*" (KUHN, 2003, p. 41). O holismo empregado por Kuhn está

> [...] arraigado na natureza da linguagem, pois os critérios relevantes para a categorização são, *ipso facto*, os critérios que ligam os nomes dessas categorias ao mundo (KUHN, 2006, p. 43).

No caso citado, uma alteração da mecânica de Aristóteles não poderia fazer um aprendiz

> descobrir que o vácuo é possível ou que o movimento é um estado, e não uma mudança-de-estado; uma imagem integrada de vários aspectos da natureza tem de ser mudada ao mesmo tempo (KUHN, 2006, p. 41).

Alterações como a citada, de acordo com Kuhn, fazem com que ocorram mudanças de *referência*[18] (KUHN, 2003, p. 42), ou seja, alterações das vinculações das palavras com a natureza.

Segundo o autor, "[...] qualquer coisa que se saiba sobre os referentes de um termo pode ser útil para a conexão desse termo à natureza" (KUHN, 2003, p. 42).

Que, em geral, vêm acompanhadas de outras, também influentes na determinação e discriminação dos referentes termos em questão.

Dessa forma, entendemos que a referência vincula-se, de maneira direta, com o fenômeno a ser estudado.

Segundo o autor, mudanças revolucionárias na ciência Física também envolvem mudanças na linguagem empregada, já que existem mudanças de ligação dos termos envolvidos com a natureza, assim como por "[...] extensão o conjunto de objetos ou situações a que esses termos se ligam" (KUHN, 2003, p. 42).

Assim, um estudante envolvido num jogo de linguagem para o aprendizado da ciência Física – como resolução de problemas, por exemplo – passará por um processo de interpretação dos mesmos, nos quais existem conceitos e leis Físicas imbricadas. Portanto, na concepção Kuhniana, um aprendiz da linguagem Física (KUHN, 2003, p. 81) é um intérprete.

A esse ponto, é interessante destacar o papel holístico proposto por

[18] Kuhn argumenta que a incomensurabilidade entre teorias científicas também decorre dos referentes de alguns termos. Alguns "que ocorrem em ambas são uma função da teoria na qual esses termos aparecem" (KUHN, 2006, p. 250).

Kuhn, ainda que de modelo parcial, ao

> [...] conjunto de termos que precisam ser aprendidos [...] por pessoas educadas no interior de uma cultura científica ou de outro tipo [...] (KUHN, 2003, p. 69).

Dessa forma o autor sugere que um

> [...] holismo local deve ser uma característica essencial da linguagem [...], pois línguas diferentes impõem ao mundo estruturas diferentes (KUHN, 2003, p. 69).

O autor argumenta, a respeito do holismo local, que os termos a serem apreendidos não podem ser feitos um a um, mas sim em grupos (KUHN, 2003, p. 259).

Ao longo dessa tese trataremos da aprendizagem significativa da linguagem da científica Física em sala de aula, através da resolução de problemas em sala e nas provas dos alunos, situação nas quais os conceitos e as expressões presentes na teoria – que possuem significados para a comunidade científica – serão assimilados, mas não modificados pelos tradutores.

Assim, podemos entender esse processo como o ato designado pelo autor como interpretação:

> Ao contrário do tradutor, o intérprete pode, inicialmente, dominar apenas uma única língua. [...] O ‘tradutor radical’ de Quine é, de fato, um intérprete [...] aprendiz de uma linguagem (KUHN, 2003, p. 53 e 81).

Kuhn destaca que o aprendizado da linguagem é *interpretativo e hermenêutico* (KUHN, 2003, p. 75). O intérprete *busca* o sentido da palavra (KUHN, 2003, p. 54), esforçando-se

> [...] por aventar hipóteses, tais como a de “gavagai” que significa “olhe, um coelho”, as quais tornam inteligíveis o proferimento ou a inscrição. Se o intérprete for bem-sucedido, o que ele faz, em primeira instância, é aprender uma nova língua, talvez a língua na qual “gavagai” seja um termo, ou, talvez, uma versão anterior da própria língua do intérprete, na qual termos ainda correntes como “força” e “massa” ou como “elemento” e “composto”, funcionam de maneira diferente [...] o intérprete pode tentar descrever os referentes do termo “gavagai” (KUHN, 2003, p. 54).

Ou seja, o processo de interpretação do aprendiz é aquele no qual – ele próprio – elabora o uso correto dos signos apreendidos (KUHN, 2006, p. 61).

Deve-se considerar que o aprendizado em Física requer que um considerável vocabulário – rico o suficiente – esteja contido na estrutura cognitiva dos aprendizes para que possam “[...] fazer a referência a objetos físicos e suas localidades no espaço e no tempo” assim como “[...] um vocabulário matemático rico o suficiente [...]” que permita que se descreva, de forma quantitativa, as trajetórias e se faça a análise das velocidades e acelerações dos corpos que se movem (KUHN, 2003, p. 86).

Os termos a serem apreendidos são, geralmente, apresentados por meio da

> [...] exposição de exemplos de seu uso, providos por alguém que pertença à comunidade linguística na qual são costumeiros [...] por alguém que já sabe como utilizá-los (KUHN, 2003, p. 86).

Nesse processo de aprendizagem os termos são exibidos de maneira direta ou através de descrição de situações para as quais eles são aplicados. Esse processo é designado por Thomas Kuhn como *ostensão* (KUHN, 2000, p. 12).

Na obra *Estrutura das revoluções científicas* o autor destaca que durante a resolução de problemas o aluno aprende a encará-los “[...] como se fosse um problema que já encontrou antes” (KUHN, 2006, p. 236).

Dessa forma, a aprendizagem que resulta desse processo não é de palavras soltas, mas sim sobre o mundo no qual elas funcionam (KUHN, 2006, p. 236), já que os termos de uma linguagem

> [...] constituem um conjunto inter-relacionado ou interdefinido que deve ser adquirido conjuntamente, num todo, antes que qualquer um deles possa ser usado e aplicado a fenômenos naturais (KUHN, 2006, p. 60).

Merece destaque o fato de que uma única situação exemplar exposta ao estudante raramente – ou nunca – fornece informações suficientes para que o sujeito utilize esse novo termo aprendido. Pelo contrário, vários exemplos, de tipos variados, devem ser expostos aos estudantes a fim de que os novos termos sejam aplicados. Além disso, tais termos não são aplicados em situações isoladas, mas sim embutidos em declarações conhecidas pelos participantes do meio como leis da natureza (KUHN, 2000, p. 12).

Na sentença[19] da segunda lei de Newton, por exemplo, os termos “massa”, “força” e “aceleração” não podem ser adquiridos e utilizados sozinhos, mas devem ser apreendidos e utilizados em conjunto, processo no qual a segunda lei também tem seu papel no aprendizado da linguagem tratada (KUHN, 2003, p. 259).

Portanto, a segunda lei é que vai fazer com que os signos *F*, *m* e *a*, que se referem a conceitos[20] dentro da teoria da Mecânica Clássica façam sentido em sua aquisição:

> Não se pode aprender a reconhecer forças sem aprender simultaneamente como selecionar massas sem recorrer à segunda lei. É por isso que os termos Newtonianos “força” e “massa” não são traduzíveis na linguagem de uma teoria científica (Aristotélica ou Einsteniana, por exemplo), na qual a versão de Newton da segunda lei não se aplica. Para aprender [...] mecânica, os termos inter--relacionados, em alguma parte local da rede da linguagem, têm de ser aprendidos ou reaprendidos em conjunto e, então, aplicados à natureza como um todo. Eles não podem ser simplesmente traduzidos um a um (KUHN, 2003, p. 60).

Portanto, não existe uma maneira independente de se fazer, por exemplo, um experimento e

> [...] depois descobrir, empiricamente, que força é igual a massa vezes aceleração. Nem se pode primeiro aprender massa (ou força) e, depois, usá-la para definir força (ou massa) com auxílio da segunda lei. [...] Embora “força”, digamos, possa ser um primitivo em alguma formalização particular da mecânica, não se pode aprender a reconhecer forças sem aprender simultaneamente como selecionar massas e sem recorrer à segunda lei [...] “força”, “massa” e “peso” em seus sentidos newtonianos – podem ser adquiridos apenas em conjunto com a própria teoria (KUHN, 2003, p. 60**).**

Nesse sentido, novos termos apreendidos pelo estudante se inter-relacionam em um jogo de termos novos, fazendo com que o estudante formate uma estrutura para o uso correto dos mesmos (KUHN, 2000, p. 13).

Na segunda lei existe um tratamento quantitativo a cada um dos termos e, de acordo com a forma Newtoniana de quantificação, existe uma alteração nos usos individuais dos mesmos, bem como uma inter-relação entre eles (KUHN, 2000, p. 13).

---

[19] Para Kuhn, a sentença da segunda lei de Newton é uma *generalização simbólica* (KUHN, 2006, p. 208). As generalizações simbólicas, como destaca Kuhn, “[...] são expressões de um modo de ver o mundo” (KUHN, 2006, p. 211). Sem adquiri-las, não se vê mundo algum dentro de uma teoria.

[20] Um importante destaque obtido na obra de Kuhn sobre o aprendizado da linguagem da física é aquele que vislumbra conceitos. O aluno em questão precisa ter o domínio de conceitos como “espaço, tempo, e corpo material” para conseguir aprender os conceitos Newtonianos de força e massa, por exemplo, (KUHN, 2006, p. 304).

Os termos apreendidos pelos sujeitos que participam da comunidade científica serão utilizados nas expressões decorrentes da comunicação entre eles – frente a consensos de ideias, elaboração de projetos, resolução de problemas, assimilação da teoria proposta e até mesmo na suposta melhoria e avanço da teoria inicial.

Partindo desse ponto, é necessário que os membros desse grupo compartilhem significados de conceitos apreendidos, formando – cada um em si, mas de maneira equivalente – o *léxico* ou *vocabulário* (KUHN, 2003, p. 85), no qual os fenômenos de um campo serão descritos e explicados.

Em tal processo de aprendizagem, o sujeito pode aumentar o número de referentes conhecidos para cada termo, "[...] enriquecendo seu léxico original [...]" tratando da aprendizagem de um novo léxico[21] – mas de forma alguma poderá alterar as maneiras pelas quais os referentes da teoria em questão sejam determinados – o que leva à concepção de que, se a definição (ou o uso) de um termo individual muda, então o uso e as definições de termos associados a ele também mudam (KUHN, 2003 p. 96).

Para Kuhn, a linguagem é como se fosse uma moeda, sendo que uma de suas faces está

> [...] voltada para fora, para o mundo, e a outra voltada para dentro, para o reflexo do mundo na estrutura referencial da linguagem (KUHN, 2003, p. 43).

Dessa forma,

> Em boa parte do aprendizado da linguagem esses dois tipos de conhecimento – conhecimento das palavras e conhecimento da natureza – são adquiridos em conjunto; na realidade, não são dois tipos de conhecimento, mas as duas faces da moeda única que uma linguagem fornece (KUHN, 2003, p. 44).

Explorando a linha do significado, Kuhn sugere que duas teorias intraduzíveis, ou seja, *incomensuráveis*[22] (KUHN, 2006, p. 48) produzem significados diferentes para os mesmos termos (muitas vezes representados por signos), já que mudanças no significado advêm de mudanças impostas "[...] sobre os termos que os veiculam [...]" (KUHN, 2006, p. 51).

---

[21] Um novo léxico equivale a uma segunda língua.

[22] Para Kuhn, a incomensurabilidade deve ser entendida – entre teorias científicas – como a não existência de uma *linguagem comum* entre elas (KUHN, 2006, p. 50).

Sendo assim, Kuhn argumenta que

> [...] é simplesmente implausível que alguns termos mudem de significado [...] sem contaminar os termos transferidos consigo (KUHN, 2003, p. 51).

Na passagem de uma língua para outra, os significados[23] devem ser mantidos, ou seja, deve ser mantida a intensão dos termos na linguagem original para a outra. Seguindo essa linha, Kuhn argumenta que

> [...] a teoria tradicional do significado está falida [...] e precisa de uma substituição não puramente extensiva (KUHN, 2003, p. 73).

Dessa forma, o autor destaca o conceito de *mundos possíveis* (KUHN, 2003, p. 78), já que

> [...] fornece um caminho tanto para uma lógica dos enunciados modais quanto para a semântica intensional para a lógica e para as linguagens naturais [...] o significado ou intensão de um enunciado é aquilo que seleciona os mundos possíveis nos quais esse enunciado é verdadeiro [...] (KUHN, 2003, p. 83 e 84).

Kuhn argumenta que não é uma definição que delimita, exatamente, a incorporação de significados de conceitos como “massa” ou “força”, mas sim sua obtenção mediante a “[...] relação com o mundo” (KUHN, 2003, p. 96) existente entre eles.

Entretanto, cada termo (signo),

> [...] tem um significado determinado pelo modo como as sentenças que o contêm são verificadas [...] termos tomados individualmente, não têm significado algum [...] (KUHN, 2003, p. 100).

A certo ponto, Kuhn se refere à dedicação do estudante no aprendizado envolvido. *Leis*, *teorias e explicações* não são dados. Para obtê-los é preciso que o estudante interprete fatos, “[...] *leis*[24], *teorias* e *explicações* que se ajustam a eles [...]” (KUHN, 2003, p.135).

O autor propõe que a resolução de problemas possui uma função de destaque no aprendizado da linguagem científica:

> [...] linguagem – natureza [...] relacionar palavras a outras palavras [...] só

---

[23] O termo *invariantes* que ocorre na obra de Kuhn (2006, p. 67), deve ser entendido nesse sentido.

[24] De acordo com Kuhn, Carnap mostrou que “adquirimos leis da natureza junto com um conhecimento de significados” (KUHN, 2003, p. 207, grifo nosso).

> podem funcionar se já possuímos um certo vocabulário adquirido por um processo não verbal ou não completamente verbal [...] a solução concreta de problemas [...] resolver problemas é aprender a linguagem de uma teoria e adquirir o conhecimento da natureza embutido nessa linguagem [...] os estudantes aprendem com a exposição direta de variados problemas similares que vislumbram leis da natureza (KUHN, 2003, p. 207, 209 e 210).

Kuhn sege argumentando que os exemplos também fazem parte do aprendizado de uma linguagem, pois demonstram de maneira individual e coletiva as formas com que os signos de certa lei se vinculam com a natureza (KUHN, 2003, p. 211).

Como requisitos para que um estudante aprenda a linguagem Física, Kuhn destaca que é necessário que ele conheça matemática e um pouco de lógica, bem como a “[...] linguagem natural e do mundo ao qual ela se aplica” (KUHN, 2003, p. 211).

O autor destaca, apoiando-se na redução de Sneed, que na mecânica clássica (de corpos rígidos) os formalismos de Newton, Lagrange e Hamilton são equivalências de redução na qual

> [...] pares de teorias nos quais um dos elementos, em determinado momento, substituiu o outro como base aceita para a pesquisa (KUHN, 2003, p. 231-232).

Um ponto destacado por Kuhn a respeito do aprendizado da linguagem Física corresponde ao módulo mental, que abarca os *objetos físicos* como, por exemplo, campo e força, assim como as *espécies de mobília* – constituído pelo léxico – formando o “[...] módulo no qual membros de uma comunidade linguística armazenam os termos para espécie” (KUHN, 2003, p. 281).

Kuhn argumenta que uma aprendizagem completa a respeito da linguagem Física contempla a aquisição de conceitos e “[...] das propriedades do mundo ao qual se aplicam” (KUHN, 2003, p. 282).

3 METODOLOGIA, APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Na dissertação de mestrado do autor desta tese pode ser encontrada uma investigação a respeito das relações com o saber estabelecidas pelos alunos da disciplina de introdução à Mecânica Clássica, tratando, especificamente, das relações com o saber desenvolvidas por eles, onde incluímos o processo avaliativo do curso.

Publicamos um trabalho na revista REEC (*Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciências*), cujo título é *Avaliação formativa em um curso introdutório de Mecânica clássica: um estudo de caso* (BALLESTERO; ARRUDA, 2010), como um dos resultados dessa pesquisa. Nele evidenciamos dois aspectos.

O primeiro é aquele no qual o professor, que administrava o curso de introdução à Mecânica Clássica, possibilitou que os alunos refizessem suas provas – as provas ponto dois (.2) – favorecendo-se a *autorregulação* (PERRENOUD, 1999, p. 96) da aprendizagem dos mesmos.

O segundo é aquele no qual os alunos do curso, principalmente os alunos A_4 e A_5[25], contribuíram para que os demais alunos evoluíssem em suas aprendizagens.

A ementa do curso *Fundamentos de Mecânica Clássica* – ministrado no ano de 2007 – continha teorias, conceitos e leis Físicas e suas formulações, assim como suas representações, interpretações e aplicações nos problemas mecânicos.

As formulações abordadas foram a Newtoniana, Lagrangiana e a Hamiltoniana, tendo como base a estrutura conceitual da Mecânica Clássica; o cálculo de variações; o princípio variacional da mecânica; as transformações canônicas e o método de Hamilton-Jacobi. Ou seja, um curso técnico de mecânica, que abordava as citadas formulações, constituindo assim os módulos 1, 2 e 3 (módulo das mecânicas de Newton, Lagrange e Hamilton).

O módulo de Newton consistiu na utilização de suas três leis para o tratamento de determinada situação abordada nos problemas, onde se poderia ter ou não o movimento de certa partícula envolvida no caso tratado.

Lembrando que uma massa – que no caso pode ser a da Terra –

[25] Hoje entendemos que isso decorreu da fluência da linguagem física tida pelos dois alunos citados.

gera um campo (que no caso é o gravitacional $\vec{g}$). Portanto, os seres humanos que vivem (e 'pisam') nela todos os dias, o fazem porque estão imersos no campo gravitacional da Terra, interagindo com ela a todo o momento. Como exemplo dessa interação basta que citemos o caso do corredor que salta os obstáculos. Se não fosse a existência do campo gravitacional ($\vec{g}$), devido à sua velocidade, com o primeiro salto ele entraria no espaço.

O outro tipo de interação (força $=\vec{F}$) existente é a de contato, que inclusive está presente no exemplo citado do corredor que salta os obstáculos. O mais próximo que se chega da Terra, em termos de altura, devido a interação existente é o chão. Surge aí a força de contato: para correr você age na Terra, empurrando-a para trás. Como para cada ação existe uma reação (3ª lei de Newton), ela reage te empurrando para frente, levando-o ao que se chama de corrida.

Diferente da Mecânica de Newton, junto com o princípio de Hamilton, a lagrangiana e a Mecânica de Lagrange definem toda a dinâmica de um sistema, sem que se recorra a vetores e diagramas vetoriais, tratando o sistema a partir de funções escalares – basicamente Energia, dada em Joule (J).

A lagrangiana é dada por $L = T - V$, onde T é a energia cinética e V é a energia potencial. A hamiltoniana é dada por $L = T + V$.

O professor elaborou esse curso no ano de 1984, tendo como base o livro *Foundations of Physics* (1967), de Mario Bunge.

De acordo com o professor da disciplina, que ministra aulas na Universidade Estadual de Londrina há anos, ele vinha percebendo que os alunos do curso de Física, principalmente os de licenciatura, estavam chegando ao 4º ano do curso com certo despreparo em termos conceituais. Portanto, esse curso foi elaborado por ele na tentativa de abordar os assuntos de maneira mais aprofundada do que havia sido tratado na graduação.

Tal curso, a princípio, seria destinado a alunos formados em Física, entretanto, em virtude da demanda existente, discentes graduados em Matemática também puderam cursá-la. O professor da disciplina também abriu a possibilidade para que alunos ainda não formados em Física cursassem-na como ouvintes. Dessa forma a classe formada foi bastante heterogênea no que tange aos conhecimentos prévios em relação ao formalismo da Mecânica Clássica e, também, com relação aos objetivos que levaram cada aluno a cursá--la.

Sendo assim, no curso havia alunos regularmente matriculados no mestrado e alunos matriculados como especiais, ou seja, sem vínculos institucionais com a pós-graduação. Havia alunos de diversas faixas etárias, alguns recém-graduados, outros em processo de graduação. Havia um aluno graduado em Física há mais de dez anos; alunos licenciados em Física e outros em Matemática.

As notas dos alunos foram obtidas através de avaliações escritas (provas) que foram aplicadas em dias normais de aula, finalizando cada módulo. Elas tiveram a duração de 4 horas, onde cada aluno poderia consultar suas próprias anotações feitas ao longo da referido período letivo.

Logo após a realização de cada prova os alunos concediam ao pesquisador, autor desta tese, uma entrevista. As entrevistas eram conduzidas pelo pesquisador por meio de diálogos informais, nos quais os alunos relatavam a respeito das resoluções apresentadas por eles em cada problema da prova, evidenciando suas dúvidas e dificuldades apresentadas no momento da resolução.

A nota para o fechamento da disciplina era 7,0 (sete). Entretanto, se o – ou os – aluno(s) não conseguisse(m) atingi-la, o professor abria a possibilidade para que o(s) mesmo(s) a refizesse(m) em outra data (ou em outras datas, já que a intenção do professor era a de garantir o mínimo de conteúdo para que os discentes concluíssem a disciplina).

Tudo era combinado pelos alunos e encaminhado ao professor via *E-mail*.

Assim, podemos entender, por exemplo, as provas .2 (ponto dois). A prova 1.2 é a prova 1, módulo de Newton, feita pela segunda vez. A prova 1.3 (idem à anterior) mas feita pela terceira vez. O mesmo raciocínio vale para as provas dos módulos 2 (Módulo de Lagrange) e 3 (Módulo de Hamilton).

No início do curso o professor aplicou uma prova diagnóstica abordada por Bloom, Hastings e Madaus (1971, p. 271), que continha conteúdos vistos no ensino médio e que teriam suas aplicações logo no início do curso, como o problema do oscilador massa-mola, o de queda livre, um problema envolvendo trações em cordas ($\vec{T}$), outro problema com pêndulos, um contendo um plano inclinado e o problema do rotor.

Entretanto, ao final da dissertação, argumentamos que o material analisado naquele ensaio não era, exatamente, aquele que realmente nos interessava de início. Havíamos citado que nossa atenção estaria voltada à produção escrita dos alunos envolvidos no curso em questão, analisando o conteúdo das provas dos mesmos com o intuito de verificar o aprendizado da linguagem em Física.

Portanto, nesta obra buscamos avançar em nossa investigação. Agora com nosso olhar direcionado para a aprendizagem significativa dos alunos do curso de introdução à Mecânica Clássica em relação à linguagem Física abordada.

Assim, a presente pesquisa caracteriza-se por ser de cunho qualitativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994), no qual a metodologia de análise de dados é composta por dois segmentos que serão discutidos nas linhas abaixo.

O primeiro é aquele relacionado ao tratamento das entrevistas coletadas com os alunos do curso. Esse segmento se refere à *análise textual discursiva*, nos termos do enfoque desenvolvido por Roque Moraes (2003). Nesta tese apresentaremos a análise textual das transcrições das entrevistas mantidas com o aluno A_2, realizadas no período pós-prova. Ele – assim como os demais alunos regulares, os discentes A_1, A_3, A_4 e A_5[26] – cursou a disciplina de introdução à Mecânica Clássica, ofertada pelo programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina durante quatro meses, equivalente a um semestre letivo. As entrevistas foram realizadas em vídeo – sempre após as provas individuais feitas por eles.

Ao todo foram efetuadas seis entrevistas com cada discente, uma vez que o curso foi estruturado pelo professor da disciplina em 3 módulos e, ao final de cada um, era aplicada uma prova que podia ser refeita em uma outra data caso o aluno assim quisesse – a finalidade, *a priori*, dessa 'segunda' prova era de dar a oportunidade ao aluno de somar pontos para a melhora de sua nota ao final do curso. Os discentes envolvidos na presente pesquisa fizeram – e refizeram – todas as três provas.

As entrevistas coletadas para serem analisadas foram realizadas de forma não estruturada, fato que vai ao encontro do que propõem Lüdke e André (1986, p. 34), ou seja, uso de esquemas "[...] mais livres, menos estruturados". Vale

---

[26] Os alunos regulares do curso foram os cinco citados, entretanto, nesta tese abordaremos o aprendizado dos alunos A_1, A_2 e A_3.

destacar que as entrevistas se deram mediante um diálogo informal mantido entre o pesquisador e o entrevistado, sendo assim, as transcrições elaboradas contêm edições no que se refere à pontuação, para que o todo resultasse em algo inteligível.

Os dados referentes às entrevistas foram tratados à maneira proposta por Roque Moraes (2003, p. 193) em sua *análise textual discursiva*, que nada mais é do que "um exercício de elaborar sentidos". Para tanto, Roque Moraes (2003, p. 196) sugere que se faça uma desmontagem do *corpus* – que é composto pelos textos formadores dos dados coletados. O procedimento descrito se faz necessário para que se chegue à "captura do novo emergente", o que pode levar a uma nova compreensão do todo (MORAES, 2003, p. 192).

A desconstrução dos textos, realizada nessa pesquisa, teve como procedimento inicial o processo de unitarização no sentido de atingir enunciados referentes aos fenômenos estudados, ou seja, às unidades de análise[27].

O segundo, e fundamental segmento desta tese, é o eixo metodológico que trata da aprendizagem significativa da linguagem Física tida pelos alunos envolvidos no curso investigado. Para sua análise utilizamos as resoluções de problemas propostos pelo professor como estudo e executados pelos discentes em sala – esta resolução poderia ser em grupo ou de maneira individual. O professor deixou com que os alunos decidissem sobre isso.

O professor responsável dividiu o curso em três módulos, que poderiam ser tomados como as *unidades de aprendizagem* em Bloom, Hastings e Madaus (1971, p. 130). Cada unidade foi avaliada com uma prova escrita, contendo problemas típicos.

As provas eram compostas por quatro questões, das quais três eram semelhantes[28] às questões trabalhadas em sala de aula para cada módulo. A quarta questão foi escolhida pelo professor como um 'desafio' aos estudantes, pois em sala os discentes não haviam trabalhado problemas com situações próximas a ela.

A novidade introduzida pelo professor no curso consistiu em permitir que as provas de cada módulo pudessem ser refeitas por cada aluno para que eles tivessem condições de melhorar suas notas. Supostamente, ao refazer sua prova, o aluno teria a possibilidade de evoluir no aprendizado do conteúdo. Dessa forma, as

---

[27] Palavras como "dúvida, formular, resolvi, estudei, conceitos, derivada, integral, lagrangiana, hamiltoniana, newtoniana, energia e potencial", são exemplos das unidades de análise utilizadas.

[28] A semelhança citada remete à situação problema exposta nos exercícios encontrados nas provas em relação àqueles aplicados pelo professor em sala de aula.

avaliações foram concebidas simultaneamente como formativas e somativas.

Tabela 1 - Evolução das notas dos alunos

Aluno									
A_1	Prova[29]	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**3.1**	**3.2**
	Nota	6,0	**9,5**	-	6,0	**10,0**	-	8,0	**9,5**
A_2	______	1,5	8,5	**9,5**	4,0	9,0	**9,5**	7,5	**9,5**
A_3	______	5,4	**8,3**	-	6,5	**10,0**	-	5,5	**9,0**
A_4	______	8,7	**9,5**	-	8,1	**10,0**	-	9,7	**10,0**
A_5	______	9,3	**9,5**	-	8,0	**10,0**	-	7,5	**8,0**

Observação: as notas finais (em negrito) de cada módulo foram utilizadas para se obter a média final de cada aluno.

Esclarecimento$_1$: No anexo A encontramos os problemas contidos nas provas 1.1, 2.1 e 3.1.

Buscaremos interpretar o aprendizado tido pelos alunos A_1 e A_3 em torno das resoluções de problemas em sala (tanto correções feitas pelo professor na lousa, quanto resoluções de problemas que, na maioria das vezes, se deu em grupo), tendo as resoluções do problema 3[30], feitos pelos alunos A_1 e A_3.

Para analisar o aprendizado do aluno A_2 elaboramos um estudo mais amplo, já que ele foi o aluno que obteve uma maior evolução em termos de notas dentre os cinco alunos regulares.

No caso do aluno A_2 contaremos com resoluções dos problemas contidos nas provas, entrevistas pós-provas e resolução/correção de problemas em sala – incluindo correção das provas.

Relembrando nossa questão de pesquisa que é: **poderíamos explicar o aprendizado da linguagem Física tida pelos alunos abordados no curso em questão, tendo como apoio teórico para a interpretação dos dados as teorias da aprendizagem significativa e dos modelos mentais de Johnson-Laird?**

---

[29] O primeiro número designa o módulo correspondente à prova. Já o segundo relaciona-se com o momento em que ela foi feita, ou seja: 1.1 – significa prova 1 feita pela 1ª vez etc.

[30] Mas por que o problema 3? A resposta pode ser obtida na obra *A tensão essencial* de Thomas S. Kuhn (1977). O autor trata esse problema – assim como o problema de queda livre, entre outros – como *exemplares*. Eles possuem um papel de suma importância, pois mediante suas resoluções os estudantes passaram a ter uma interação maior com as “regras” e “teorias” nas quais estão baseados os conhecimentos científicos (KUHN, 1977, p. 235).

Logo abaixo encontram-se resumos dos perfis relativos aos sujeitos dessa pesquisa:

Aluno A_1:

Formou-se em Ciências – licenciatura curta de três anos – com habilitação em Matemática no ano de 1992. Depois desse período fez especialização em Educação Matemática e, em seguida, mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática na UEL. Nas entrevistas que foram mantidas ao longo do curso, A_1 relatou que só teve contato com conteúdos relacionados a Física nos três anos de seu ensino médio.

Aluno A_2:

Formou-se em matemática no ano 2000 e concluiu sua pós-graduação, em nível de especialização, no mesmo ano. Em entrevistas mantidas com o sujeito, constata-se que durante sua graduação ele teve um contato muito pequeno com conteúdos relacionados à Física. Isso decorre do fato de que sua formação se deu por meio de uma licenciatura curta (três anos), com habilitação em Matemática (mais um ano).

Aluno A_3:

Graduou-se em Física no ano de 1994, com habilitação em licenciatura plena. Após ter sido reprovado em algumas disciplinas do mestrado em Física Aplicada, voltou-se para a área de Ensino e concluiu o mestrado em ensino de ciências e educação matemática no ano de 2006. A_3 relata que durante sua formação teve contato com conteúdos referentes à mecânica clássica, entretanto, somente com o formalismo Newtoniano.

Esclarecimento$_2$: Em alguns diálogos entre alunos, bem como entre professor e alunos, o pesquisador se inseriu a fim de levantar questões que poderiam evidenciar pontos relevantes para análise de dados.

Esclerecimento$_3$: A sala de aula era composta por outros alunos que haviam se matriculado como ‘especiais’ – muitos eram, inclusive, graduandos. Nesses casos eles não eram obrigados a apresentar as resoluções das provas, portanto, nós não investigamos seus aprendizados. Todavia, em alguns (e poucos) casos eles aparecem nos diálogos ocorridos em sala de aula – eles receberam como designação outras letras maiúsculas, mas não a letra ‘A’.

3.1. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA REPRESENTACIONAL DA LINGUAGEM FÍSICA – ALUNO A_2

No início da exposição dos dados – na fala do aluno A_2 contida na entrevista pós-prova referente ao módulo mecânica Newtoniana – constatamos que ele havia se preparado para as mesmas, através de livros de Física destinados ao ensino médio.

A respeito do problema 1, o aluno A_2 relata que estava em

> [...] dúvida quando ela... as forças... tinha um movimento e a aceleração era contrária, eu não sabia quando era negativo e quando era positivo [...] (Entrevista pós-prova 1.1).

Nesse caso encontramos um exemplo das ‘dúvidas’ que ocorriam no pensamento de A_2: quanto existia uma força contrária ao movimento (força de atrito – problema 1, situação I). Além disso, ele também não sabia ao certo como estabelecer o referencial em uma trajetória.

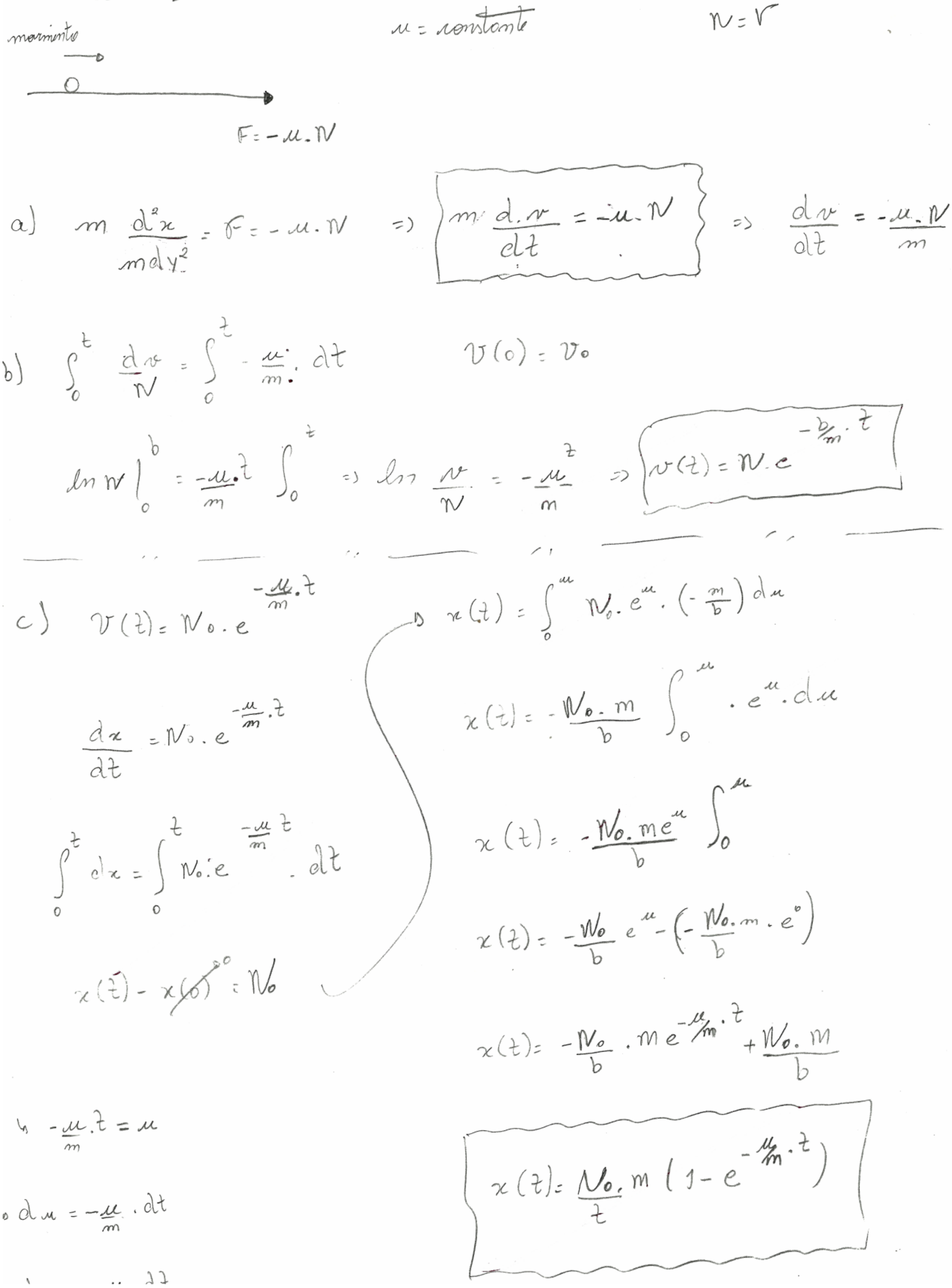
Ainda que ele soubesse algumas propriedades do cálculo diferencial e integral, ele demonstrava não saber o que cada signo envolvido no problema 1, situação II[31], na prova 1.1 se referia, agrupando termos que, no caso citado, são a força normal (N) e a velocidade (v), no momento de resolver a integral.

Assim, percebemos que os signos contidos na linguagem Física faziam pouco sentido a ele. A esse ponto entendemos que a interpretação do aprendiz – aquela na qual ele próprio elabora o uso correto para os signos aprendidos (KUHN, 2006. p. 61) – para ele era incompleta.

Podemos dizer que, no seu caso, uma aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL *et*. *al*., 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) possibilitaria o início de sua aprendizagem significativa da linguagem Física.

[31] Trata-se de um problema constituído de um bloco que se move horizontalmente devido ao fato de possuir rodas. No primeiro caso não há atrito, portanto, o carro se move num movimento uniforme. Já no segundo, existe uma força de atrito, atuante no carro, dada por μN .

Figura 3 – Prova1.1 – problema 1 – situação II – aluno A_2



movimento

μ = constante $\quad v = v$

$F = -\mu . v$

a) $m \frac{d^2x}{m\,dy^2} = F = -\mu . v \Rightarrow \boxed{m \frac{d.v}{dt} = -\mu . v} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{\mu . v}{m}$

b) $\int_0^t \frac{dv}{v} = \int_0^t -\frac{\mu}{m} . dt \qquad v(0) = v_0$

$\ln v \Big|_0^b = -\frac{\mu . t}{m} \int_0^t \Rightarrow \ln \frac{v}{v} = -\frac{\mu}{m} \Rightarrow \boxed{v(t) = v . e^{-b/m . t}}$

c) $v(t) = v_0 . e^{-\frac{\mu}{m} . t}$

$\frac{dx}{dt} = v_0 . e^{-\frac{\mu}{m} . t}$

$\int_0^t dx = \int_0^t v_0 . e^{-\frac{\mu}{m} t} . dt$

$x(t) - \cancel{x(0)}^{0} = v_0$

$-\frac{\mu}{m} . t = u$

$du = -\frac{\mu}{m} . dt$

$x(t) = \int_0^u v_0 . e^u . \left(-\frac{m}{b}\right) du$

$x(t) = -\frac{v_0 . m}{b} \int_0^u . e^u . du$

$x(t) = -\frac{v_0 . m e^u}{b} \Big|_0^u$

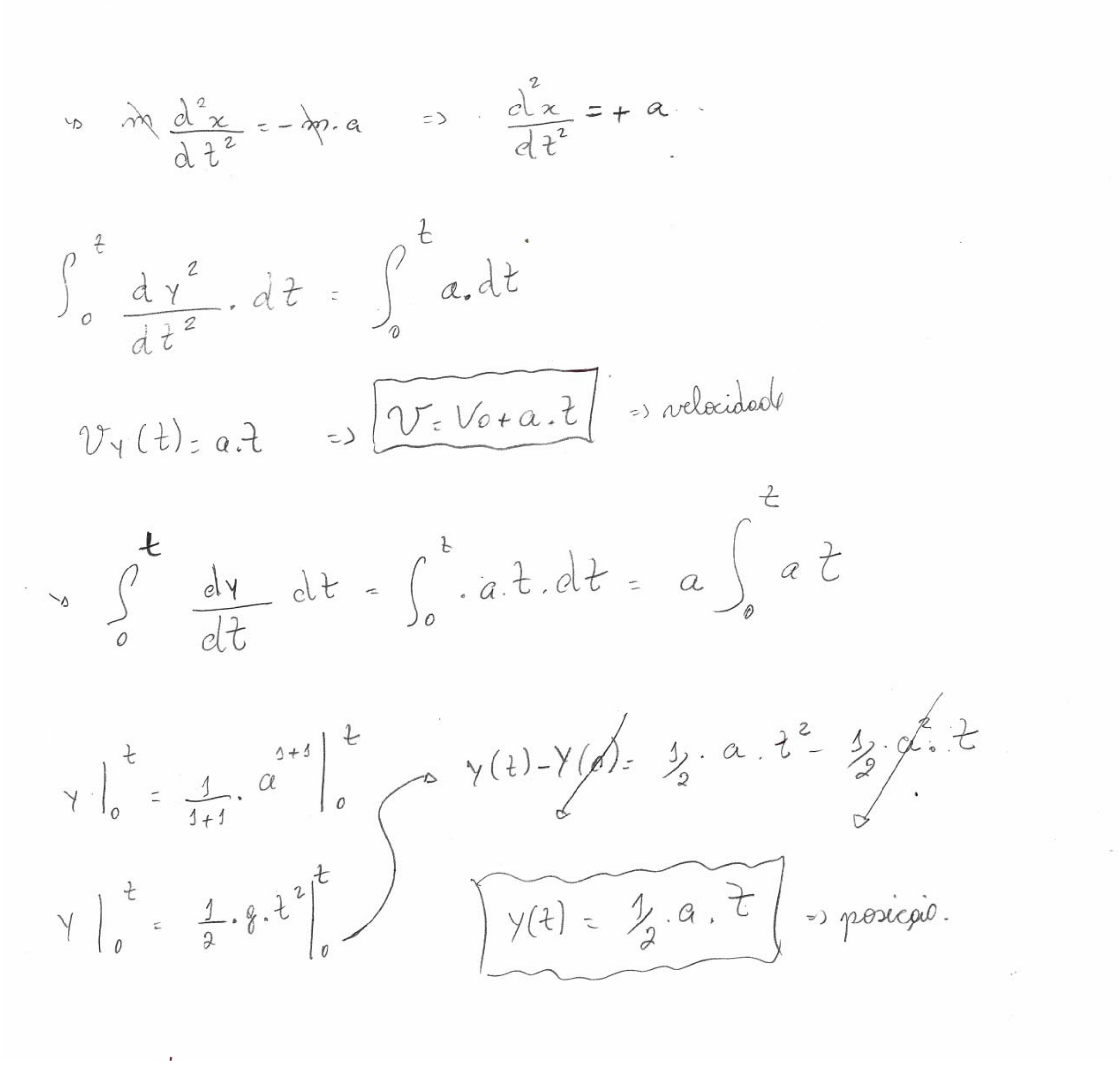
$x(t) = -\frac{v_0}{b} e^u - \left(-\frac{v_0 . m}{b} . e^0\right)$

$x(t) = -\frac{v_0}{b} . m e^{-\frac{\mu}{m} . t} + \frac{v_0 . m}{b}$

$\boxed{x(t) = \frac{v_0 . m}{t} \left(1 - e^{-\frac{\mu}{m} . t}\right)}$

No problema 2 – que tratava de um corpo lançado em movimento balístico – o aluno dizia que sabia resolver no eixo y, mas não sabia de maneira completa. Vejamos:

Figura 4 – Prova 1.1 – problema 2 – letra b – aluno A_2



Sua dificuldade na resolução do eixo x devia-se ao fato de só ter observado – recolhendo informações do professor, resolvendo um problema de queda livre na lousa – portanto, no eixo y.

Ainda sobre o problema 2, durante a entrevista pós-prova, ele argumenta que precisaria calcular a derivada de uma equação que resultava na aceleração de certo corpo, a fim de encontrar a equação da velocidade, mostrando não saber ao certo a operação necessária para chegar à equação da posição (que é a integral).

No caso do oscilador massa-mola (problema 3 da prova) que se situava num plano inclinado, ele disse que só sabe “[...] resolver quando a mola está na horizontal” (Entrevista pós-prova 1.1).

É possível supor que nos primeiros momentos do curso ele demonstrou uma grande habilidade na reprodução daquilo que havia visto ‘alguém fazer' (professor, bem como seus pares mais fluentes na linguagem Física).

Assim, no início do curso, ele (aluno A_2) demonstrou uma aprendizagem automática (AUSUBEL *et*. *al*., 1980, p. 23), o que imaginamos ter se dado devido a existência de poucos organizadores prévios (MOREIRA, 2011, p. 163) existentes em sua estrutura cognitiva. No entanto, como veremos, eles virão a ser formados através das resoluções de problemas em sala.

No problema 4, da prova 1.1, o aluno A_2 demonstrou dificuldades em executar sua resolução, pois desconhecia os signos, bem como os significados a respeito do conteúdo de eletricidade envolvido:

> Pesquisador: Vamos para o exercício que você teve problema, foi o 4, né?
> A_2: Esse eu não fiz nada.
> Pesquisador: Por que você não fez nada?
> A_2: Ah... ele estava dizendo lá: "Numa região do espaço um campo elétrico oscilante da forma...". Um campo elétrico já não... (risos). Falou em campo elétrico eu já não sei mais nada. Falou em campo elétrico ali e colocou um cosseno ali... teria que derivar, integrar... eu só imaginei que eu teria que aplicar as equações de Newton ali, mas não sabia como aplicar essas equações – e se eram as equações de Newton (Entrevista pós-prova 1.1 – módulo de Newton).

Com a resolução da prova 1 pela segunda vez (prova 1.2), o aluno A_2 relata que

> A_2: Eu acho que eu avancei um pouquinho, entendi, pelo menos aqueles conceitos que eu tinha errado na 1ª prova [...] tirando as dúvidas com o A_4, com o A_5 e com o A_1, eu tirei as dúvidas do que eu tinha errado na outra prova, se bem que na outra prova eu não fiz quase nada.
> Pesquisador: Dúvidas de que tipo?
> A_2: De como... alguns conceitos, como... eu não sei quando tende a zero, a forma como aplicar na newtoniana (Entrevista pós-prova 1.2 – módulo de Newton).

Em relação ao aprendizado da linguagem Física, demonstrado por A_2 durante o período inicial do curso, podemos caracterizá-la como uma aprendizagem 'onde falta algo', já que sua relação de ideias físicas com o mundo físico, com a natureza – O *holismo* (KUHN, 2006, p. 43) – era limitada, já que não sabia o significado da sentença (2ª lei de Newton) equivaler a zero (prova 1.2, problema 1 – situação I).

Gostaríamos de destacar que o aluno A_2 evidencia suas dúvidas na interpretação de leis físicas e fundamentos do cálculo diferencial/integral – relembrando o que fora exposto nas entrevistas pós-prova e nas suas resoluções: "[...] de quando a grandeza tende a zero [...]" (Entrevista pós-prova 1.2 – módulo de

Newton); de como interpretar o significado da segunda lei de Newton equivaler a zero; da integral do termo dv resultar em v etc..

Com as resoluções apresentadas por A_2 (problema 4 das provas 1.1 e 1.2) não deveríamos esperar uma aprendizagem significativa das sentenças contidas nesse problema, já que para que isso ocorresse, os novos conteúdos a serem apreendidos deveriam interagir de maneira substantiva (MOREIRA, 1997, p. 20) com aqueles já adquiridos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23 e 57), existentes na estrutura cognitiva do aprendiz[32].

O que poderá ser visto ao longo dessa análise da aprendizagem do aluno A_2, será que a *ostensão*, proposta por Kuhn (2006), será verificada, uma vez que as situações às quais os termos tratados são aplicados (p. 12) poderá ser acompanhada através das transcrições das resoluções de problemas em sala, bem como na resolução de problemas contidos em suas provas.

Em relação à aprendizagem significativa, será destacado que o trabalho desenvolvido em sala (resolução de problemas) fez com que o aluno A_2 atingisse uma *aprendizagem significativa representacional* (AUSUBEL *et al*., 1980, p. 39; MOREIRA, 1997, p. 20) via sintaxe[33] da linguagem Física.

Na entrevista pós-prova 2.1 o aluno A_2 argumenta, a respeito da mecânica Lagrangiana, que

> A lagrangiana eu achei que foi mais fácil (Entrevista pós-prova 2.1 – módulo de Lagrange).

Na resolução da prova 2.1, o aluno A_2 mostrou que continuava a ter dificuldades, tanto no tratamento de propriedades matemáticas – onde a derivada é parcial ele escreve como se fosse total na lagrangiana L – quanto ao tratamento dos signos envolvidos nas sentenças físicas durante a resolução de problemas[34]:

---

[32]No caso do aluno A_2, supomos que ele precisava reordenar as ideias adquiridas no ensino médio referentes à física, bem como adquirir novos signos e suas vinculações com a realidade na linguagem estudada.

[33] Entendemos que a escolha de sentenças a serem utilizadas no problema; equivalências de termos; o estabelecimento de variáveis e de referenciais para a situação proposta podem ser encarados como exemplos de sintaxe. Ou seja, isso nada mais é do que uma sintaxe na lógica do raciocínio.

[34] O aluno designava a sentença L (onde L=T-V) como se fosse T ou V, antes de executar as substituições dos termos envolvidos no cálculo para se obter o L no final do problema.

Figura 5 – Prova 2.1 – problema 1 – situação I – aluno A_2

* Problema I

Caso I

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{x}}\right) - \frac{dT}{dx} = 0$$

$\rightarrow T = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

v

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$\rightarrow V = 0$

$\rightarrow \frac{dT}{d\dot{x}} = m \dot{x}$

$\rightarrow \frac{dT}{dx} = 0$

$L = T - V$

→ energia cinética

↳ energia potencial

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - 0 = 0$$

$$\boxed{m\ddot{x} = 0}$$

Figura 6 – Prova 2.1 – problema 1 – situação II – aluno A_2

Caso II

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{dV}{dq} = Q$$

$T = \frac{1}{2} m v^2$

$T = \frac{1}{2} \cdot m \dot{x}^2$

$q = x$

$\dot{q} = \dot{x}$

$V = 0$

$Q = \mu . N$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{q}}\right) - \frac{dV}{dq} = -\mu . N$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}}\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2\right)\right) - 0 = -\mu . N$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - 0 = -\mu . N$$

$$m\ddot{x} = \mu . N$$

$$m\ddot{x} - \mu . N = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} - \frac{\mu . N}{m} = 0}$$ //

Figura 7 – Prova 2.1 – problema 2 – horizontal – aluno A_2

* Horizontal (x)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

∘ $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

∘ $V = 0$

$$L = T - V$$

$$\frac{dT}{d\dot{x}}\left(\frac{1}{2} \cdot m \dot{x}^2 - 0\right)$$

$$\boxed{\frac{dT}{d\dot{x}}\left(m \dot{x}\right)}$$

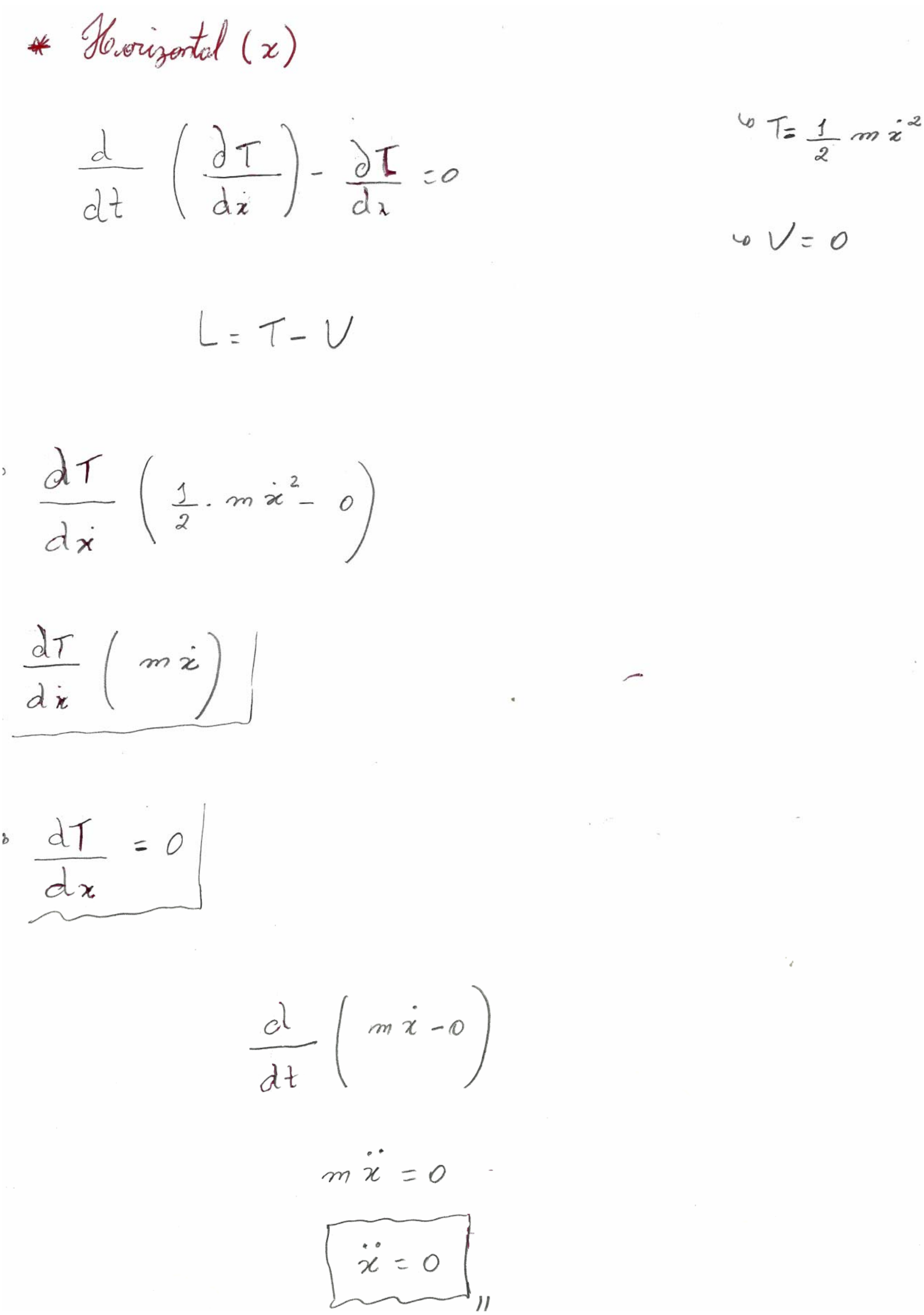
$$\boxed{\frac{dT}{dx} = 0}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m \dot{x} - 0\right)$$

$$m \ddot{x} = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} = 0}\ //$$

Figura 8 – Prova 2.1 – problema 2 – vertical – aluno A_2



* Horizontal (x)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{d\dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{dx} = 0$$

→ $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

→ $V = 0$

$$L = T - V$$

$$\frac{dT}{d\dot{x}}\left(\frac{1}{2} \cdot m \dot{x}^2 - 0\right)$$

$$\boxed{\frac{dT}{d\dot{x}}\left(m \dot{x}\right)}$$

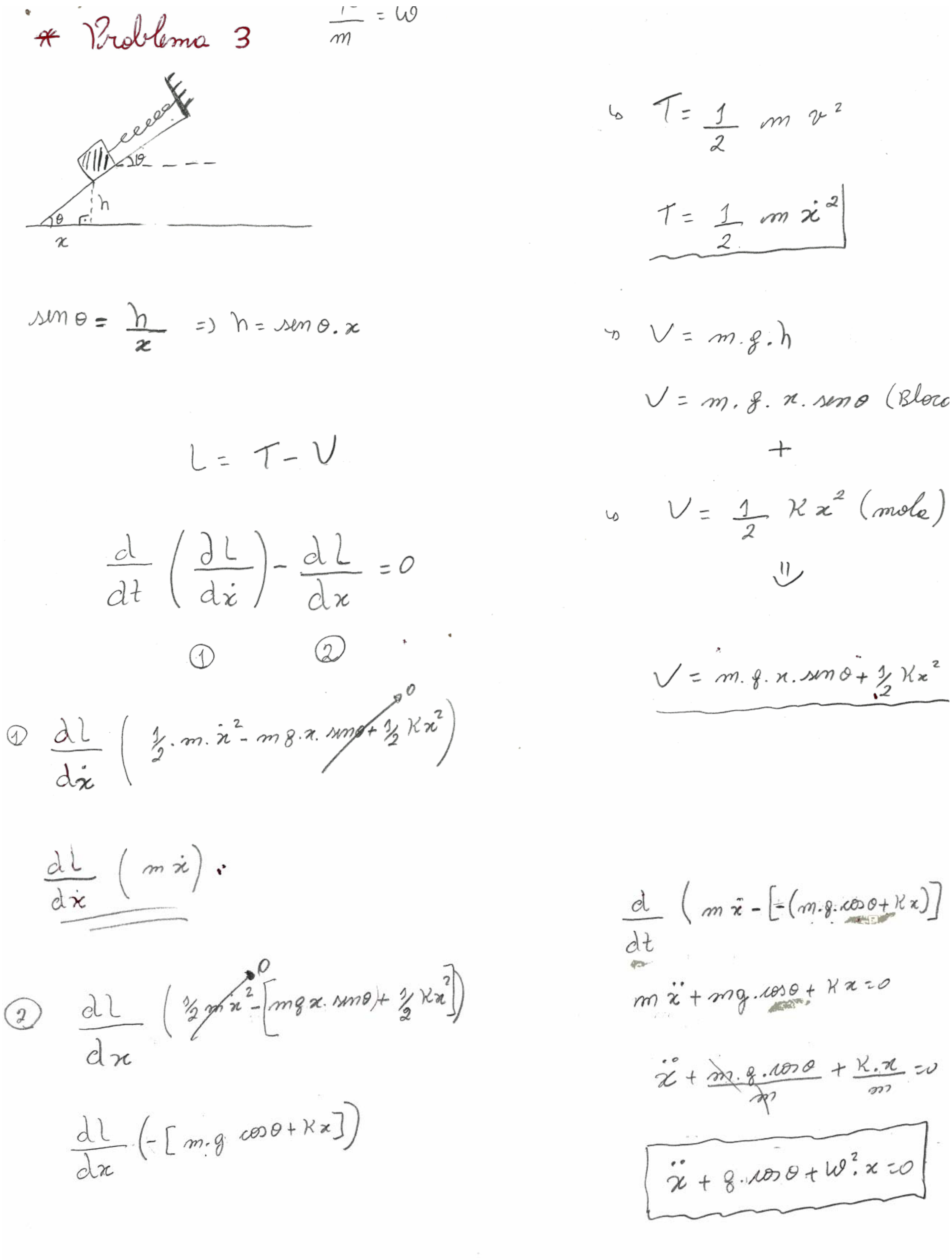
$$\boxed{\frac{dT}{dx} = 0}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m \dot{x} - 0\right)$$

$$m \ddot{x} = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} = 0}$$ //

Figura 9 – Prova 2.1 – problema 3 – aluno A_2



* Problema 3 $\frac{K}{m} = \omega$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \operatorname{sen}\theta . x$

$L = T - V$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{d\dot{x}}\right) - \frac{dL}{dx} = 0$

① ②

① $\frac{dL}{d\dot{x}}\left(\frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 - mg.x.\cancel{\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}Kx^2}\right)$ 0

$\frac{dL}{d\dot{x}}(m\dot{x})$ ∴

② $\frac{dL}{dx}\left(\cancel{\frac{1}{2}m\dot{x}^2} - [mgx.\operatorname{sen}\theta) + \frac{1}{2}Kx^2]\right)$ 0

$\frac{dL}{dx}(-[m.g\cos\theta + Kx])$

$T = \frac{1}{2} m v^2$

$\boxed{T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2}$

$V = m.g.h$

$V = m.g.x.\operatorname{sen}\theta$ (Bloco

+

$V = \frac{1}{2}Kx^2$ (mola)

$\Downarrow$

$V = m.g.x.\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}Kx^2$

$\frac{d}{dt}\left(m\ddot{x} - [-(m.g.\cos\theta + Kx)]\right)$

$m\ddot{x} + mg.\cos\theta + Kx = 0$

$\ddot{x} + \frac{\cancel{m}.g.\cos\theta}{\cancel{m}} + \frac{K.x}{m} = 0$

$\boxed{\ddot{x} + g.\cos\theta + \omega^2.x = 0}$

Em certo momento do curso, o aluno A_2 esclarece que possuía dificuldades da ordem de conceitos:

> Porque eu estou com dificuldade de encontrar o conceito do exercício [...] de montar o exercício [...] Eu não consigo, às vezes, encontrar o conceito do que é que eu tenho que fazer no exercício (Entrevista pós--prova 2.1 – módulo de Lagrange).

Através de sua fala é possível contatar que aquilo que apontamos durante o módulo 1 (Newtoniana) fica evidente: sua falta de referentes (KUHN, 2006, p. 42) da linguagem Física estudada, o que também entendemos implicar na falta de organizadores prévios (MOREIRA, 2011, p. 163) para que a aprendizagem da linguagem Física estudada fosse adquirida de maneira significativa ao longo do curso.

Ele também demonstrava, em alguns momentos da resolução dos problemas, que a derivada de $\dot{x}$ continuava a ser $\dot{x}$, e não $\ddot{x}$, como é descrito nas propriedades da derivada (problema 1, situação I). Em outros (problema 1, situação II) ele apresenta a resolução correta da derivada do termo $\dot{x}$. Os erros apresentados por A_2 quanto à execução do procedimento da derivada etc., a nosso ver, é uma deficiência existente em sua formação anterior ao curso.

Nota-se também que ele demonstrou (questão 1, situação II) que sua compreensão da linguagem Física aprendida até então não havia sido feita da forma como se esperava. O signo N, que contém o termo ‘m’ ($|\vec{N}| = |\vec{P}|$), onde P =mg passa pela sentença como se não o contivesse.

Para se obter a resposta ele poderia ter ‘simplificado’ os signos *m* e a resposta encontrada deveria ser $\ddot{x} = -\mu g$; mas ele encontrou uma resposta equivocada ($\ddot{x} = \frac{\mu N}{m}$).

Em outro momento da entrevista pós-prova 2.1, o aluno A_2 relata que vinha encontrando dificuldades no aprendizado da Física, no entanto, “[...] na newtoniana mais ainda do que na lagrangiana” (Entrevista pós-prova 2.1).

Isso evidencia as diferenças de tratamento da mecânica Newtoniana frente à Lagrangiana[35].

Mas o aluno A_2 reforça o que foi citado, dizendo que

---

[35] Na primeira se tem o desenvolvimento do tratamento do sistema físico em questão. Fundamenta-se na questão dos referentes – abordado por Kuhn (2006) – para se estabelecer o uso das sentenças das forças que atuam no sistema. Com a lagrangiana é feito um tratamento baseado nas sentenças de energia (cinética e potencial) existentes no caso abordado, resultando na energia – ou na possível aceleração do corpo tratado. Todavia, lembrando da proposição de Kuhn, na qual os tratamentos abordados nesta tese são equivalências na redução de Sneed, onde termos foram substituídos como “[...] base aceita para a pesquisa” (KUHN, 2006, p. 232).

> A gravidade na lagrangiana parece que é mais fácil de se entender do que na newtoniana. Quando é negativo, quando é positivo, a maneira de você trabalhar a equação [...] A newtoniana, cada exercício tinha uma maneira diferente (Entrevista pós-prova 2.1 – módulo de Lagrange).

Quanto à aprendizagem significativa, percebemos que até o momento da execução da prova 2.1 o aluno A_2 não havia adquirido subsunçores, através dos quais uma possível *aprendizagem significativa representacional* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 1997, p. 20) do conteúdo abordado pudesse ocorrer.

Todavia, o professor promoveu, ao longo do curso, algumas aulas para que os alunos resolvessem problemas propostos por ele. O motivo desses ‘momentos’ em sua aula, ao que nos parece, seria o de propiciar aos alunos o trabalho com questões (ou problemas) que vislumbrassem o tratamento da linguagem abordada em suas aulas teóricas.

Dessa forma, os alunos estariam praticando aquilo que aprenderam, ‘exercitando’ com a resolução de problemas, os quais poderiam demonstrar, através de sua aprendizagem, o “[...] que significam individual e coletivamente as palavras nessa lei [...] aprendizagem de como elas se ligam à natureza” (KUHN, 2006, p. 211)[36].

Durante a resolução de problemas em sala a respeito da mecânica Lagrangiana, evidenciamos o processo de evolução do aprendizado de A_2 em relação à sintaxe da linguagem Física quando auxiliado pelo aluno A_5:

> A_2. Eu só não entendi aqui, ó: o $V = \frac{1}{2}Kx^2$ porque é uma mola, certo? Por que é –mgh?
> A_5. Porque, veja: o potencial tá pra baixo.
> A_2. O mgh é o V, né? O V é a energia potencial. Além da energia cinética tem a potencial. A cinética é zero?
> A_5. É no ponto que considerei. Na elongação máxima, o peso continua pra baixo.
> A_2. Junto com a gravidade?
> A_5. Isso. E a mola puxa pra cima.
> A_2. Então eu tenho que fazer menos (-).
> A_5. É o peso é negativo...
> A_2. Mas quando a mola está na elongação máxima não faz isso? Nós usamos o V como $\frac{1}{2}Kx^2$ ...
> A_5. Aí não tem gravitacional.
> A_2. Quando tá na horizontal não tem gravitacional...
> A_5. Isso. Na vertical tem gravitacional... Olha, tá dando uma coisa bem coerente: $-mg = m\ddot{y}$... $dKy - mg = m\ddot{y}$

[36] O leitor poderá constatar o que citamos até o final desta análise.

> A_2. V é a energia potencial, é isso? (Resolução de problemas – módulo de Lagrange).

Na entrevista pós-prova 2.2, o aluno A_2 começa dizendo a respeito do problema 1, no qual ele havia encontrado dificuldades em seu desenvolvimento. Entretanto, com o trecho citado, entendemos seu avanço por meio da resolução de problemas:

> O x eu tinha esquecido no decorrer do exercício. Então, agora eu não derivei, fiz da maneira correta, eu escrevi a lagrangiana em todos, eu não sei por que em todos os exercícios eu não colocava a lagrangiana... (o aluno está se referindo às observações feitas na correção feita pelo pesquisador que não encontrou a expressão que designa a lagrangiana do sistema) Eu achei que não precisava... ia fazendo... (Entrevista pós-prova 2.2 – problema 1, situação I – módulo de Lagrange).

Observando a resolução das questões encontradas na prova 2.2 do aluno A_2, verificamos que os problemas 1, 2 e 3 passaram a ter suas resoluções corretas[37]. Na entrevista dessa prova o aluno assim se expressa em relação aos exercícios:

> Pesquisador: Mas tirando o 4...
> A_2: O 1, o 2 e o 3?
> Pesquisador: É...
> A_2: Não, tranquilo.
> Pesquisador: Da primeira vez, da segunda também... você tinha feito tudo?
> A_2: Da primeira vez eu fiz mas errei algumas coisas lá... que nem no exercício 3, ó, eu derivei a função seno, mas o seno é constante né...
> Pesquisador: Quem disse?
> A_2: Depois, conversando com o pessoal eu vi que o seno é constante (Entrevista pós-prova 2.2).
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #
> #

[37] O problema enfrentado pelo aluno A_2, bem como por toda a sala nessa prova 2, se resume ao problema 4: o pêndulo duplo.

Figura 10 – Prova 2.2 –problema 1 – situação I – aluno A_2

#

* Problema I

↳ Caso I

↳ $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

↳ $V = 0$

$L = T - V$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

↳ $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$

↳ $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - 0 = 0$$

$$m\ddot{x} = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} = 0}_{\,//}$$

Figura 11 – Prova 2.2 – problema 1 – situação II – aluno A_2

Caso II

$T = \frac{1}{2} m v^2$

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$V = 0$

$L = T - V$

$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2}$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_j$$

$$Q_j = -\mu . m . g$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(m \dot{x}) - 0 = -\mu . m . g$$

$$\cancel{m} \ddot{x} = -\mu . \cancel{m} . g$$

$$\boxed{\ddot{x} = -\mu . g}$$

Figura 12 – Prova 2.2 – problema 2 – horizontal – aluno A_2

Problema 2

Horizontal

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$L = T - V$

$V = 0$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - 0 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$m\ddot{x} = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} = 0}$$

Figura 13 – Prova 2.2 – problema 2 – vertical – aluno A_2

→ Vertical

→ $T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$

→ $V = -m.g.y$

$L = T - V$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + m g \dot{y}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = mg$$

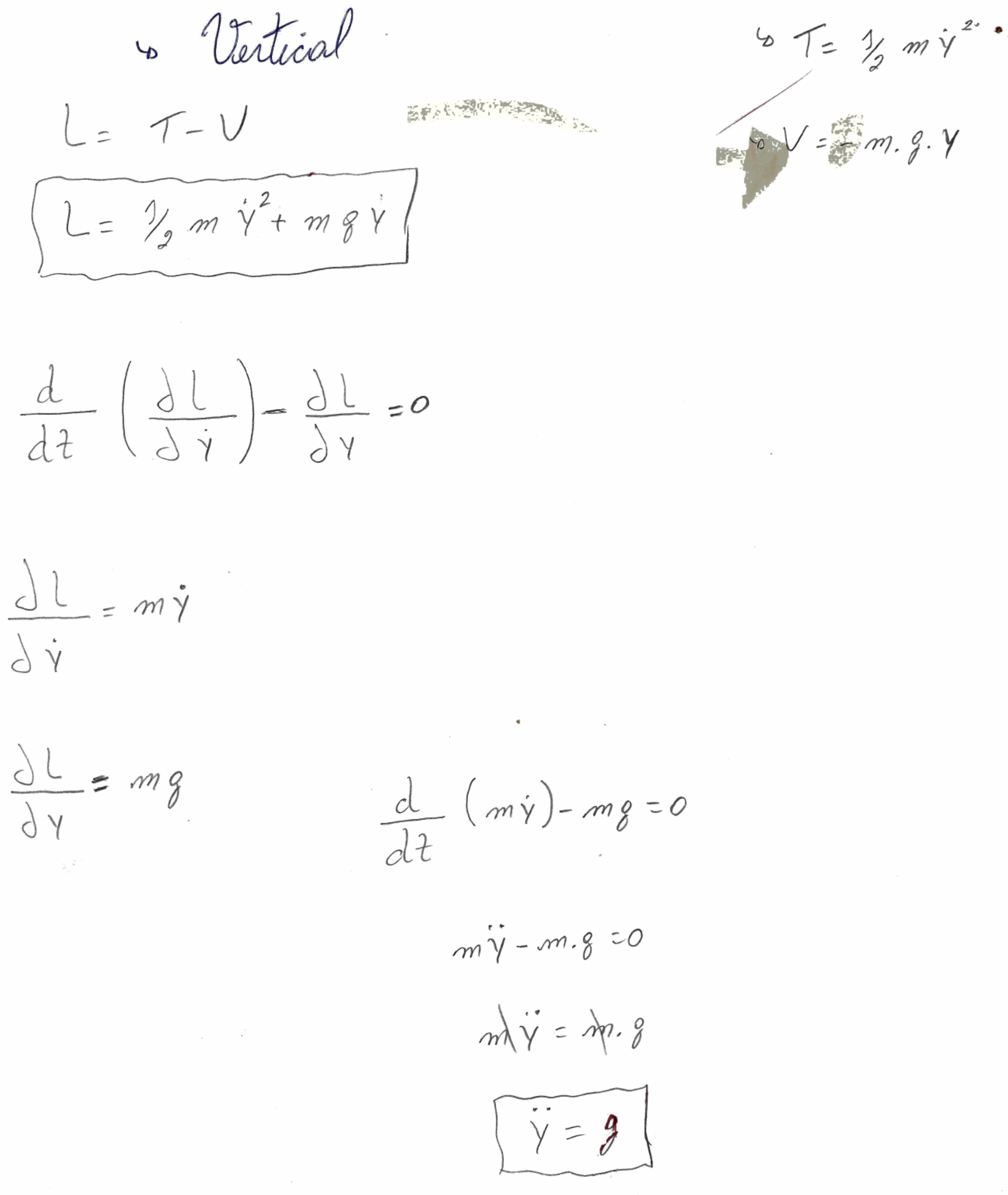
$$\frac{d}{dt}(m\dot{y}) - mg = 0$$

$$m\ddot{y} - m.g = 0$$

$$\cancel{m}\ddot{y} = \cancel{m}.g$$

$$\boxed{\ddot{y} = g}$$

Figura 14 – Prova 2.2 – problema 3 – aluno A_2



→ Vertical

→ $T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$

→ $V = -m.g.y$

$L = T - V$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + m g \dot{y}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = mg$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{y}) - mg = 0$$

$$m\ddot{y} - m.g = 0$$

$$\cancel{m}\ddot{y} = \cancel{m}.g$$

$$\boxed{\ddot{y} = g}$$

O aluno A_2 demonstrou certa evolução em sua aprendizagem entre as provas 2.1 e 2.2 nos seguintes quesitos:

a) Sua aprendizagem da sintaxe da linguagem Física lhe forneceu uma propriedade maior no tratamento dos problemas;

b) A_2 demonstra ter deixado de lado as dificuldades com cálculos matemáticos aplicados à Física (informando corretamente a derivada parcial no lugar da total) nos problemas da prova, bem como passou a tratar a lagrangiana (L) como ‘L’ mesmo – não como T ou V antes da substituição das grandezas envolvidas.

c) Para ele a derivada do termo $\dot{x}$ (velocidade) passa a ser $\ddot{x}$ (aceleração) como se esperava.

A esse ponto gostaríamos de frisar que o avanço demonstrado por A_2 contou com a prática da escrita – da sintaxe da linguagem Física estudada – bem como com alguma expansão do vocabulário – ou do léxico (KUHN, 2003, p. 85) – o que envolveu signos de conceitos como a energia cinética (T), energia potencial (V), derivada parcial (∂) na lagrangiana e os $\dot{x}$ e $\ddot{x}$, auxiliando-o para conseguir captar de maneira significativa o que um signo representa, adquirindo uma aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) dos signos tratados nas sentenças envolvidas na resolução de problemas ao longo do curso.

Na prova 2.3, como pode ser visto, o aluno resolveu somente o problema 4 referente ao pêndulo duplo:

Figura 15 – Prova 2.3 – problema 4 – aluno A_2 – folha 1

* Exercício 4 – Lagrangiana

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = m_1 l_1^2 . \dot{\theta}_1 + m_2 l_1^2 \dot{\theta}_1 + 0 + l_1 . l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 0 + 0 + 0$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 + 0 + 0 + l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \left[- \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) . 1 \right] + (-m_1 g l_1 \operatorname{sen}\theta_1) +$$

$$+ (-m_2 g l_1 . \operatorname{sen}\theta_1) + 0 \,]$$

$$\hookrightarrow \frac{d}{dt} \left[m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 l_1^2 . \dot{\theta}_1^2 + l_1 . l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 . l_2 \dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) + \right.$$

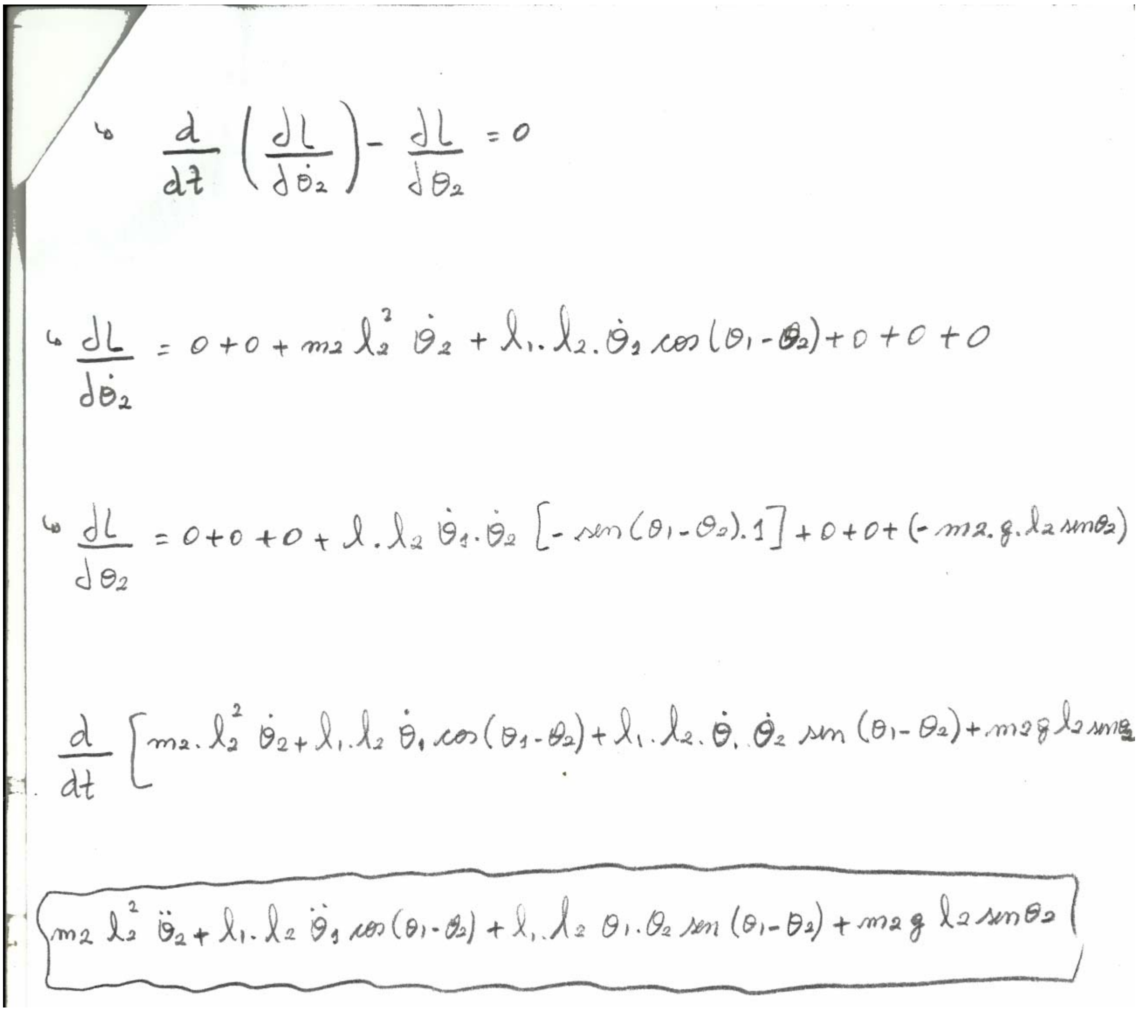
$$\left. + (m_1 + m_2) g l_1 . \operatorname{sen}\theta_1 \right]$$

$$m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_1 . l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 l_2 \dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) +$$

$$+ (m_1 + m_2) g . l_1 . \operatorname{sen}\theta_1$$

$$\boxed{(m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_1 . l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 . l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2) . g . l . \operatorname{sen}\theta}$$

Figura 16 – Prova 2.3 – problema 4 – aluno A_2 – folha 2



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{\theta}_2}\right) - \frac{dL}{d\theta_2} = 0$$

$$\frac{dL}{d\dot{\theta}_2} = 0 + 0 + m_2\, l_2^2\, \dot{\theta}_2 + l_1 . l_2 . \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 0 + 0 + 0$$

$$\frac{dL}{d\theta_2} = 0 + 0 + 0 + l . l_2\, \dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 \left[- \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) . 1 \right] + 0 + 0 + (- m_2 . g . l_2 \operatorname{sen}\theta_2)$$

$$\frac{d}{dt}\left[m_2 . l_2^2\, \dot{\theta}_2 + l_1 . l_2\, \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 . l_2 . \dot{\theta} . \dot{\theta}_2 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g\, l_2 \operatorname{sen}\theta_2 \right.$$

$$\boxed{m_2\, l_2^2\, \ddot{\theta}_2 + l_1 . l_2\, \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 . l_2\, \theta_1 . \theta_2 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g\, l_2 \operatorname{sen}\theta_2}$$

Com a entrevista pós-prova do módulo 3 (prova 3.1) – mecânica pelo método de Hamilton – o aluno A_2 deixa claro que não foi feliz em sua suposta criação de uma representação mental elaborada a fim de "[...] captar o mundo exterior [...]" (MOREIRA, 2011, p. 190):

> A_2: [...] também não sei montar, no problema 1, o caso com atrito, eu não sei montar, tinha o exercício 1, o caso II que tem atrito. [...]
> Pesquisador: A sua dificuldade está na montagem?
> A_2: É, depois que eu achei a energia potencial, a cinética, aí tranquilo. Depois eu consigo resolver e entendo o porquê de derivar e aplicar a integral. Para montar eu não consigo.
> Pesquisador: Não sai?
> A_2: Não sai.
> Pesquisador: Mas você já viu esse exercício em outra oportunidade?
> A_2: Nas provas anteriores, né... Só que agora, nós estamos mudando – como é mesmo o nome daquele negócio... antes foi com a Lagrangiana, agora é Hamiltoniana (Entrevista pós-prova 3.1 – módulo de Hamilton).

Entendemos que em sua suposta representação mental proposicional (MOREIRA, 2011), elaborada durante sua vida, ou até mesmo durante o curso em questão, não há a “[...] captação de conceitos subjacentes a uma situação” (p. 190), que no caso é o “atrito”.

Nos problemas 2 e 3 ele alcançou os desenvolvimentos esperados:

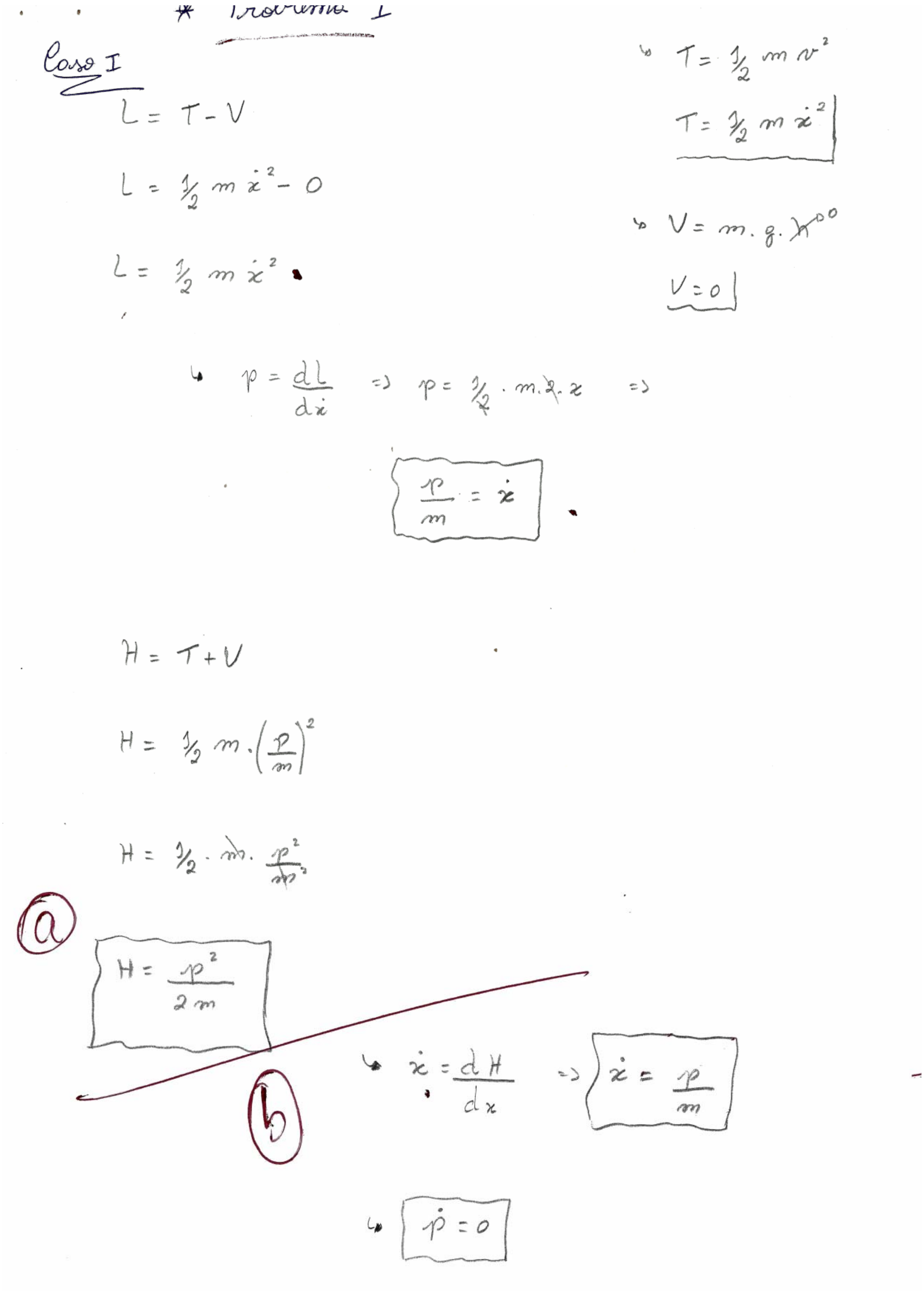
> O 2 consegui montar né, porque onde é na horizontal, onde é na vertical. Isso eu tinha entendido também, e o 3 também, montei – eu estava com dúvida na energia... na energia... L é T – V, né... na energia potencial, quando é positiva quando é negativa. Mas acho que depois eu consegui montar ele correto (Entrevista pós-prova 3.1).

Mais adiante, na entrevista pós-prova, quando perguntado pelo pesquisador se a hamiltoniana foi mais fácil do que a lagrangiana, ele assim respondeu:

> A_2: Mais fácil do que a lagrangiana... eu não sei se nós tínhamos visto a lagrangiana, depois chegou num certo ponto era só aplicar a hamiltoniana, só que alguns conceitos... eu às vezes não consigo formular o exercício. Por exemplo: se eu encontrar quem que é a energia potencial, quem é a energia cinética, aí tranquilo. Mas às vezes eu não consigo montar a energia cinética e a energia potencial. Por exemplo, o pêndulo duplo eu não sei montar, eu não sei! E também não sei montar, no problema 1, o caso com atrito, eu não sei montar
> [...]
> Pesquisador: A sua dificuldade está na montagem?
> A_2: É, depois que eu achei a energia potencial, a cinética, aí tranquilo. Depois eu consigo resolver e entendo o porquê de derivar e aplicar a integral. Para montar eu não consigo (Entrevista pós-prova 3.1).

No problema 2 da prova 3.1 – tratando do eixo y – o aluno A_2 comete um erro em surgir com um termo (dH/dp) desconexo da resolução, no entanto, isso não o enganou no ato da obtenção de sua resposta:

Figura 17 – Prova 3.1 – problema 1 – situação I – aluno A_2



* Problema I

Caso I

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - 0$

$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$\rightarrow T = \frac{1}{2} m v^2$

$\boxed{T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2}$

$\rightarrow V = m \cdot g \cdot \cancel{h}^{0}$

$\boxed{V = 0}$

$\rightarrow p = \frac{dL}{d\dot{x}} \Rightarrow p = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot m \cdot \cancel{2} \cdot \dot{x} \Rightarrow$

$\boxed{\frac{p}{m} = \dot{x}}$

$H = T + V$

$H = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2$

$H = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{p^2}{\cancel{m^2}}$

a

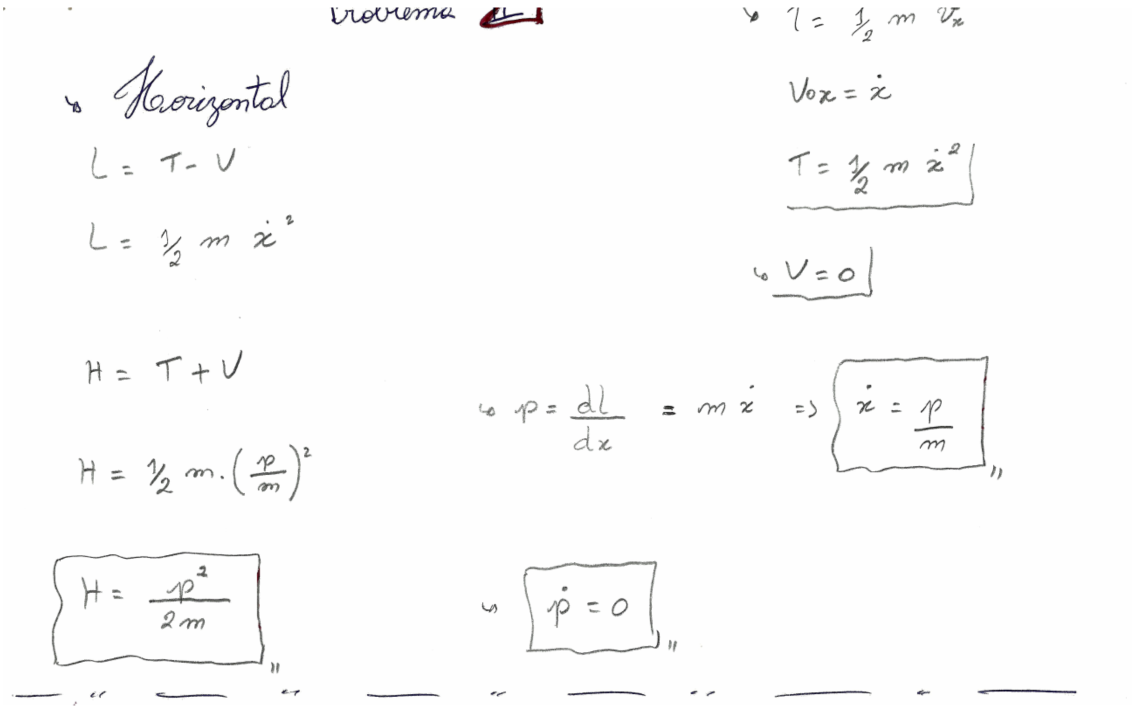
$\boxed{H = \frac{p^2}{2m}}$

b

$\rightarrow \dot{x} = \frac{dH}{dx} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$

$\rightarrow \boxed{\dot{p} = 0}$

Figura 18 – Prova 3.1 – problema 2 – horizontal – aluno A_2



Problema 2

↳ Horizontal

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$H = T + V$

$H = \frac{1}{2} m . \left(\frac{p}{m}\right)^2$

$\boxed{H = \frac{p^2}{2m}}$

↳ $T = \frac{1}{2} m v_x$

$V_{0x} = \dot{x}$

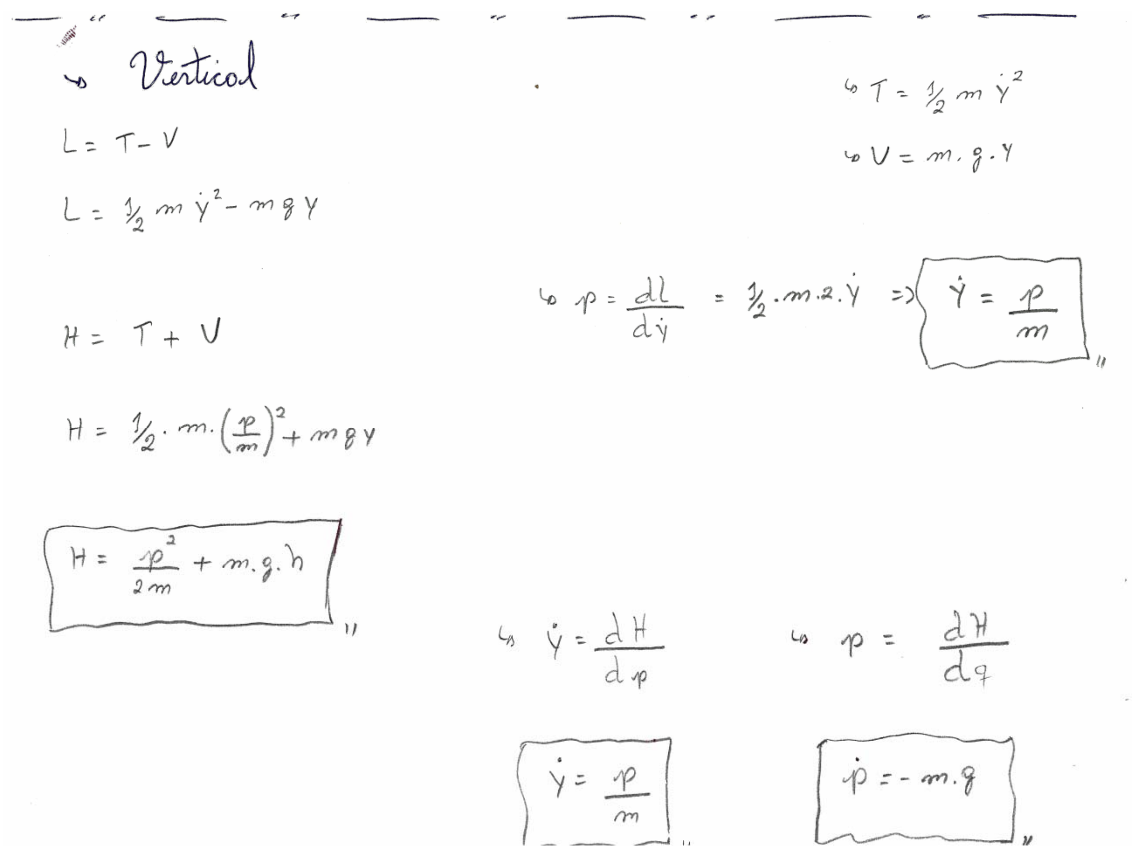
$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

↳ $V = 0$

↳ $p = \frac{dL}{dx} = m \dot{x} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$

↳ $\boxed{\dot{p} = 0}$

Figura 19 – Prova 3.1 – problema 2, vertical – aluno A_2



↳ Vertical

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - m g y$

$H = T + V$

$H = \frac{1}{2} . m . \left(\frac{p}{m}\right)^2 + m g y$

$\boxed{H = \frac{p^2}{2m} + m . g . h}$

↳ $T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$

↳ $V = m . g . y$

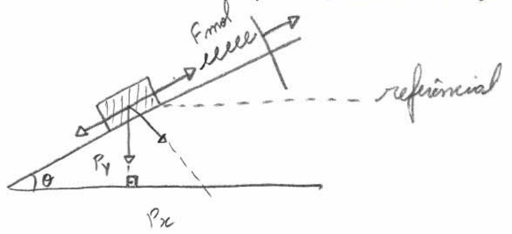
↳ $p = \frac{dL}{d\dot{y}} = \frac{1}{2} . m . 2 . \dot{y} \Rightarrow \boxed{\dot{y} = \frac{p}{m}}$

↳ $\dot{y} = \frac{dH}{dp}$ ↳ $p = \frac{dH}{dq}$

$\boxed{\dot{y} = \frac{p}{m}}$ $\boxed{\dot{p} = - m . g}$

Figura 20 – Prova 3.1 – problema 3 – aluno A_2

* Problema III



$P_x = m_1 . g . \text{sen}\,\theta$

$V = mg\,\text{sen}\,\theta\, x + \frac{Kx^2}{2}$

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - mg\,\text{sen}\,\theta . x - \frac{Kx^2}{2}$

$p = \frac{dL}{d\dot{x}} \Rightarrow p = \frac{m.2.\dot{x}}{2} = \boxed{\frac{p}{m} = \dot{x}}$

$H = T + V$

$H = \frac{1}{2} \cdot m . \left(\frac{p}{m}\right)^2 + m.g.\text{sen}\,\theta . x + \frac{Kx^2}{2}$

$$\boxed{H = \frac{p^2}{2m} + m.g.x.\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2} Kx^2}$$

$\dot{p} = -\frac{dH}{dx} \Rightarrow -mg\,\text{sen}\,\theta - \frac{\cancel{2}.K.x}{\cancel{2}}$

$$\boxed{\dot{p} = -m.g.\text{sen}\,\theta - Kx}$$

Durante a resolução de problemas em sala (módulo de Hamilton; problema 5_b, onde um corpo se desloca em queda livre a partir do repouso) vemos que A_2 dialoga com A_5 a respeito da estrutura de uma das sentenças trabalhadas:

A_2: O $\dot{x}$ muda?
A_5: O $\dot{x} = \frac{p}{m}$. Aqui é igual ao outro, muda só que daí... O que vai mudar é só o potencial.
A_2: A hamiltoniana não tem, né... Ficou $2d - kx^2$
Como ficou a hamiltoniana?
A_5: A hamiltoniana, por enquanto assim, $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$
A_2: Não... $\frac{p}{2} - \frac{kx^2}{2}$, é isso?
A_5: Não, $\frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$
A_2: P ao quadrado sobre dois? Menos K $x^2/2$.
A_5: A hamiltoniana ficou igual à anterior, a primeira parte, a segunda só vai mudar o potencial. Só se eu errei o sinal aqui, mas a hamiltoniana, quando é conservativa, vai dar energia, né. A hamiltoniana é a soma das energias, energia cinética + energia potencial. Porque $\frac{p^2}{2m}$ é a energia cinética e $\frac{kx^2}{2}$ é a energia potencial.
A_2: Você não somou isso aqui?
A_5: Isso é da anterior.
A_2: E agora?
A_5: Agora ficou assim: a energia cinética continua sendo a mesma, o que vai mudar... Só se for um mais aqui... Desculpa, aqui é menos.
A_2: É menos? Mas o m embaixo não tem aqui, tem?
A_5: Tem, tem... Porque o p^2 vai ser $p^2 = \frac{m^2\dot{x}^2}{2m}$. Tem sim... Aqui é menos, não é mais... Aí achamos a hamiltoniana.
A_2: E agora? O $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}$?
A_5: Agora tem que achar o $\dot{q}$ e o $\dot{p}$.
A_2: $\dot{p}$?
A_5: A derivada de H sobre derivada de... Tem que fazer o $\frac{\partial H}{\partial p}$ depois o $\frac{\partial H}{\partial q}$. Acho que tem coisa errada aqui... É $\frac{\partial H}{\partial q}$.
A_2: O $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$?
A_5: Isso. E o $\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$.
A_1: Ih, A_5, presta atenção.
A_5: É só mudar o sinal.
A_2: Mais?
A_5: É que a força tem que ser menos Kx. O potencial é mais $kx^2/2$.
A_2: O V é mais?
A_5: O meu problema aqui é o potencial. É isso aqui, só mudei o sinal, onde era mais ficou menos, aliás, onde era menos ficou mais, no final ficou menos Kx.
(A_2 e A_1 observam o que a_5 fez e o questionam)

A_2: Você vai derivar essa aqui e essa aqui vai tender a zero. $\frac{\partial H}{\partial p}$ tende a zero?
A_5: Aqui tem p e aqui não tem. Aqui, no caso, x é o quê? Na verdade seria Del H Del x. A_1, arruma aqui.
A_2: O x é o q, né?
A_5: O x é o q e o $\dot{x}$ é o $\dot{q}$. Aqui ó, eu derivei pra encontrar o p. Aí eu peguei o p que eu encontrei, que foi isso e...
A_2: Peraí A_5, o $\dot{p}$ você deriva em função de x, e o $\dot{q}$ é y?
A_5: Não, não...
A_2: $\dot{q}$ é o quê?
A_5: o x é q e o $\dot{x}$ é o $\dot{q}$.
A_2: A_5, o p ponto vai ficar $\dot{p} = \frac{q}{m}$?
A_5: Não, o $\dot{x} = \frac{q}{m}$.
A_2: O $\dot{x} = -\frac{\partial H}{\partial q}$?
A_5: É.
A_2: A_5, o p ponto é $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$? Ou não tem p ponto nesse exercício?
A_5: Tem, mas é lá no final. É, é $-\frac{\partial H}{\partial x}$.
A_2: Menos Del H sobre Del...?
A_5: x. x é a nossa variável.
A_2. Então, o p ponto tem a dependência de quem?
A_5: $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial X}$, aí você vai derivar só o $Kx^2/2$... É menos H sobre dx, você vai derivar só o $Kx^2/2$...
A_2: Eu sei quando tem $\dot{q}$ chega na resposta, mas eu não sei, por exemplo, o $\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$...
A_5: Isso.
A_2: E quando eu vou derivar, é em relação a quem, x ou...
A_5: Veja, o H é $H = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} +$, então, quando você vai... Quando tem p aqui, ele só vai... Você só vai usar esse primeiro termo...
A_2: Então, o $\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$. Então eu vou derivar só em relação a p?
A_5: É, só em relação a p.
A_2: E o $\dot{p}$?
A_5: O $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}$...
A_2: Então aqui é Del x?
A_5: É Del x. Aí você vai derivar só em relação ao segundo termo.
A_2: O $\dot{q} = \frac{p}{m}$? Ah... (Resolução do problema 5_B – método de Hamilton).

Vemos com o diálogo acima que o aluno A_2, além de tirar suas dúvidas quanto à formatação da sentença Hamiltoniana tratada, argumenta quanto ao fato do termo x equivaler ao termo q da sentença; se o termo $\frac{\partial H}{\partial p}$ tende a zero; sobre o estabelecimento das variáveis das equações diferenciais do problema e a respeito da correta definição de $\dot{p}, \dot{q}$ e $\dot{x}$ para o caso tratado.

Sob nosso ponto de vista, isso corrobora sua aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20), tratando da sintaxe na estrutura da linguagem Física abordada no curso.

Durante a resolução do problema 7_b – onde dois corpos ligados por uma corda que passa por uma polia se movimentam devido a diferença de peso dos blocos pelo método de Hamilton – o aluno A_2 continua a tratar das regras envolvidas na resolução de problemas da linguagem Física abordada, agora com o aluno A_4:

> A_2: Já fez tudo isso... Você já fez o $\dot{p}$?
> A_4: Não, agora tem que desenvolver o $\dot{p}$. $\dot{p}$ o que é? A derivada da hamiltoniana em função do...
> A_2: E a hamiltoniana? Não sei o que eu fiz de errado.
> A_4: Deixa eu ver. Você está chamando do quê?
> A_2: De y.
> A_4: A lagrangiana é em função do quê? y, $\dot{y}$ e t. a hamiltoniana vai ser em função de y, p e t. Aqui ó, você vai montar a hamiltoniana, mas tá em função de $\dot{y}$ e y. Você vai ter que mudar esse $\dot{y}$ aqui, tá vendo? Você vai ficar com o sinal de y, p e t. Eu pego isto daqui e achar em função do p. O p vai ser a derivada da lagrangiana...
> A_2: Só que tá embaixo aí... Nem tem como.
> A_4: Isso. Deixa eu ver um negócio conceitual aqui (A_4 volta as folhas em seu caderno)
> [...]
> A_4: [...] Tá vendo aquilo lá, no espaço você faz aquilo ali. Depois você vai derivar em função do $\dot{y}$ pra você achar esse p, porque você tem que multiplicar aqui e colocar tudo em função de y, p e t.
> A_2: Depois dessa eu volto nessa aqui e o y eu vou colocar pra depois montar a hamiltoniana.
> A_4: Isso, pra depois montar a hamiltoniana. Aí, depois você acha o $\dot{p}$. Você deriva a lagrangiana que vai dar m_1 + $m_{2)}\dot{y}$... Aí você isola ele aqui ó, $\dot{y} = p$ ... Aí você vai colocar, você vai querer só a hamiltoniana, você substitui aqui e você vai colocar y, p, que aparece aqui e t. Aí você vê, deriva a lagrangiana, você vai escrever a hamiltoniana em função de y, p e...
> A_2: É aqui que eu não entendi... Você vai substituir o quê?
> A_4: Você vai substituir o y...
> A_2: Aqui?
> A_4: Esse y você não substitui.
> A_2: Não?
> A_4: Não porque aqui ó, o conceito é esse daqui.
> A_2: Aí depois eu tenho que aplicar essa aqui pra achar...
> A_4: Aqui você vai achar o mesmo resultado dessa aqui... Se você fizer a derivada parcial da hamiltoniana em função de p, você vai chegar nesse mesmo resultado. E aqui, o $\dot{p}$ em função de q.
> A_2: Esse $\dot{p}$ aqui eu vou derivar essa primeira função?
> A_4: Não. É em função de q, não é?
> A_2: Isso, o q tá onde?
> A_4: O q que você tá chamando aqui é o y.
> A_2: E essa aqui vai ser em função dessa aqui.

A_4: É.
A_2: Que é o $\dot{q}$.
A_4: Isso. Não, não, na hora que você substituir aqui vai ficar p.
A_2: Entendi (Resolução do problema 7_b – método de Hamilton).

No entanto, o ponto principal dessa resolução de problemas passa pela explicação fornecida por A_2 a A_1 a respeito do desenvolvimento da sintaxe da linguagem Física envolvida no problema em questão:

A_2: (Explicando para o A_1) Aqui é $\frac{1}{2}mv^2$, aí isola esse m pra ficar junto com esse aqui ó... Somou e depois colocou o m em evidência. O v ele chamou de $\dot{y}$ e chegou no p e a energia potencial é negativa e o $(m_2 – m_1)gy$, porque a energia, o v, é mgy, não é? Então vai ter essa mais essa outra aqui... m_2 g_2 e y. Eu acho que entendi esse exercício. Tá aqui a lagrangiana, só que daí a lagrangiana tem que derivar em função do y...
A_1: Aí você achou o y e vai substituir pra nós...
A_2: É. O $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}}$. Eu vou substituir ele aqui. Dá uma olhada na lagrangiana. (mas A_1, ainda que o A_2 falasse com ele, o mesmo estava observando o caderno do A_4).
A_2: A_4, eu posso cortar aqui m_1+m_2 com o valor de m_2?
A_4: Não, corta o quadrado.
A_2: Verdade.
A_1: Por que o T é negativo? É dessa fórmula mesmo?
A_4: Não. O potencial aqui é... Esse daqui vai pra cá... A lagrangiana aqui é T-V.
A_2: Como ficou a hamiltoniana, A_4?
A_1: E a lagrangiana (Pergunta para o A_2)? (Resolução do problema 7_B – método de Hamilton).

Verificando o trecho citado, entendemos que a aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 129; MOREIRA, 2007, p. 20) se consolida com a demonstração dada pelo aluno A_2, explicando ao aluno A_1, quanto ao desenvolvimento da sintaxe das sentenças abordadas nesse problema.

Na entrevista pós-prova 3.2 o aluno A_2 esclarece sua resolução dos problemas pendentes:

Pesquisador: Fala A_2, como é que foi essa prova?
A_2: Ó... tranquilo, veio o exercício 4, que era do pêndulo duplo com mola... estudei um pouquinho com o A_4 e com a A_1, e foi tranquilo. Agora acho que está certo.
Pesquisador: Mas de modo geral, nessa prova 3.2 como é que você foi, fez tudo que você tinha errado na prova 3.1?
A_2: É, não tinha errado muita coisa.
Pesquisador: Você tirou quanto mesmo?
A_2: Sete e meio (7,5). E tinha o exercício 1, o caso II que tem atrito. Aí, eu não lembrava... nós tínhamos comentado uma vez na sala de aula... com atrito não dava para aplicarmos a Lagrangiana (o entrevistado falou meio

> titubeante o termo, talvez porque a referida prova fosse sobre hamiltoniana e não lagrangiana).
> Pesquisador: Nós quem?
> A_2: Os alunos na resolução de exercícios. Não tem como resolver o exercício. Só que eu não coloquei nada, tanto é que, na prova, eu coloquei assim: “e o atrito”, eu não lembrava... Aí você colocou: “pois é... e aí”?. E daí, o que é que eu vou fazer com o atrito, eu não sei, eu não lembrava, depois, conversando nós chegamos num... (Entrevista pós-prova 3.2).

Sobre o problema 1, caso II (com atrito), o aluno A_2 relembra do que havia feito na prova 3.1 e, na prova 3.2, ele responde que:

> A lagrangiana só pode ser escrita para sistemas conservativos, como tem atrito não tem conservação [...] não pode escrever a hamiltoniana (Prova 3.2 – resolução do problema 1, caso II, aluno A_2).

Dessa forma, no módulo 3, o aluno A_2 obteve, nos três primeiros problemas da prova, acertos completos.

Em relação às pendências deixadas na prova 3.1, o aluno A_2 argumenta que:

> Pesquisador: Nessa prova então você fez o que você tinha deixado de fazer da última vez...?
> A_2: Da última vez e o que tinha errado, né... errado assim, não teve erro. Só tem o caso II que eu não lembrava.
> Pesquisador: Que é do exercício 1.
> A_2: Que era do exercício 1, com atrito, e o exercício 4 que era o pêndulo duplo que eu não sabia como montar ele.
> Pesquisador: Quer dizer que hoje, você montou ele e...
> A_2: Montei ele e foi até o final... resolvi todo ele. Mas eu não sabia como montar. Nós fizemos exercício em sala com a... aquele do pêndulo duplo, mas era diferente, né... Aí, vocês colocaram uma mola ali entre os dois ali e eu não sabia montar. Por exemplo, aquela energia potencial lá eu não sabia que tinha que somar a energia V_1, V_2 e V_3, eu não sabia não fazer esse exercício (Entrevista pós-prova 3.2).

A_2 deixa claro que não sabia montar o problema 4 (pêndulo duplo com mola), no entanto, um fato relevante destacado pelo próprio aluno, aquele no qual ele não sabia que as energias potenciais existentes na situação descrita no problema deveriam ser somadas no termo V[38] da Hamiltoniana, chamou nossa atenção.

Isso sugere que o conceito – que foi, supostamente, trabalhado desde o ensino médio – cujo signo estabelecido nos métodos Lagrangiano e Hamiltoniano é V (energia potencial), não havia sido assimilado por ele.

De fato, parece que para ele não houve uma vinculação entre aquilo

[38] No método de Hamilton, H= T+V, onde V representa as energias potenciais. No problema tratado as energias são: a) potencial elástica da mola; e, b) a energia potencial gravitacional.

que o signo da energia potencial (V) trata e representa na linguagem Física (que possui relações com o mundo real), o que indica certa falta de referentes (KUHN, 2006, p. 42) para esse aprendizado.

3.2 Aprendizagem do Aluno A_1

Os dados analisados para os casos dos alunos A_1 e A_3 contam com as transcrições das correções (ou resoluções) de problemas em sala e com o problema de número 3, resolvido em suas provas.

No início do curso – na correção da prova 0 – o aluno A_1 evidencia sua compreensão da linguagem Física até então:

> Pois é... Eu usei essa fórmula F=ma, não sei, eu estava falando pro A_2 aqui, acho que deu pra fazer o 1, o 2... Eu não parti daquele princípio não, fui pela fórmula direto (Correção da prova zero – aluno A_1.

De acordo com a fala citada, entendemos que A_1 resolveu a prova 0, utilizando-se das sentenças que conhecia – que no caso foi a segunda lei de Newton. Ou seja, para A_1, em situações expostas nos problemas, ele procedia sem analisar o problema de acordo com conceitos e princípios aprendidos nos cursos anteriores feitos por ele. Era simplesmente pela 'fórmula'.

Ainda que fosse o início do curso, destacamos que o aluno A_1 não teve a devida cautela para manipular os referentes propostos por Kuhn (2006, p. 42) para interpretar um problema: "[...] qualquer coisa que se saiba sobre os referentes de um termo pode ser útil para a conexão desse termo com a natureza".

Durante a correção do exercício a respeito de um pêndulo balístico[39] de massa M, que recebia um tiro, cuja massa da bala era m, tendo como pergunta 'encontre a massa de m em função de M e y', A_1 assim se expressa:

> A_1: Tá, ali é energia de m_1 igual a energia de m_2. É isso?
> Professor[40]: Ali é o seguinte: E_m é energia mecânica. Energia mecânica é definida como energia cinética mais energia potencial. A potencial é nula no início e a cinética se anula no fim.
> A_1: Por que a primeira é dividida por 2?
> Professor: É porque a energia cinética é $\frac{1}{2}mv^2$.
> A_1: Ah, tá.
> O que é o g mesmo?

[39] Exercícios indicados pelo professor para que fossem resolvidos em casa a respeito da mecânica Newtoniana.

[40] O professor da disciplina tratada é o orientador desta tese.

> Professor: g é a aceleração da gravidade (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Através desse diálogo apontamos para o fato de que A_1 não possuía um vocabulário preliminar rico o suficiente a fim de proceder com o aprendizado em Física, já que para Kuhn (2006, p. 86) é necessário:

> [...] fazer a referência a objetos físicos e suas localidades no espaço e no tempo [...] um vocabulário matemático que permita com que se descreva, de forma quantitativa, as trajetórias e se faça a análise das velocidades e acelerações dos corpos que se movem.

Entendemos que o fato apontado se evidencia em decorrência de sua estrutura cognitiva não contar com *organizadores prévios* (MOREIRA, 2011) já que

> O conhecimento prévio serve de matriz ideacional e organizacional para a incorporação e fixação de novos conhecimentos quando estes se "ancoram" em conhecimentos especificamente relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva [...] organizadores prévios são a ponte entre o que ele sabe e aquilo que ele passará a saber de forma significativa facilitando a aprendizagem (MOREIRA, 2011, p. 20 e 163).

Os fatos expostos nos levam ao entendimento de que uma *aprendizagem significativa representacional* (AUSUBEL *et al*., 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) seria uma possível porta de entrada para que o aluno atingisse uma aprendizagem significativa do conteúdo abordado, ou seja: "[...] o aprendizado dos símbolos ou aprendizagem do que eles representam" (AUSUBEL *et al*., 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20).

O aluno A_1 evidencia suas dificuldades em um diálogo com o professor:

> Acho que o problema da gente é essa questão de conceito, né. Pra aplicar aqui é uma grande dificuldade. É mais uma questão de conceito mesmo (Resolução de problemas – módulo de Newton).

A esse ponto gostaríamos de destacar que essa queixa exposta por A_1 indica-nos sua falta de referentes (KUHN, 2006, p. 42) frente ao conteúdo exposto. Relembrando o que destacamos no referencial teórico (seção Kuhn): os referentes são úteis, pois vêm acompanhados de outros para que haja conexão do termo com a natureza (KUHN, 2006, p. 42).

Na resolução de um problema que envolvia um oscilador massa-

-mola, no qual se pedia as equações de movimento na forma Newtoniana e a equação x(t), o professor teve de explicar ao aluno A_1 o significado de um dos signos utilizados por ele na resolução:

> A_1: O que é que você pôs lá?
> Professor: Onde?
> A_1: Na primeira linha lá de cima $\frac{dv}{dt}$...
> Professor: Eu estou aqui, ó: $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega x$ onde $\omega = \frac{k}{m}$. Esse 'carinha' aqui $\frac{d^2x}{dt^2}$, na verdade é aceleração, então eu posso trocar o $\frac{d^2x}{dt^2}$ pelo $\frac{dv}{dt}$.
> A_1. Ah... entendi. (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Com o trecho citado obtido durante a resolução de um problema que envolvia um oscilador massa-mola, entendemos que A_1 desconhecia as equivalências de signos utilizados na mecânica clássica como, por exemplo, os signos $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$, a fim de se obter a solução do problema.

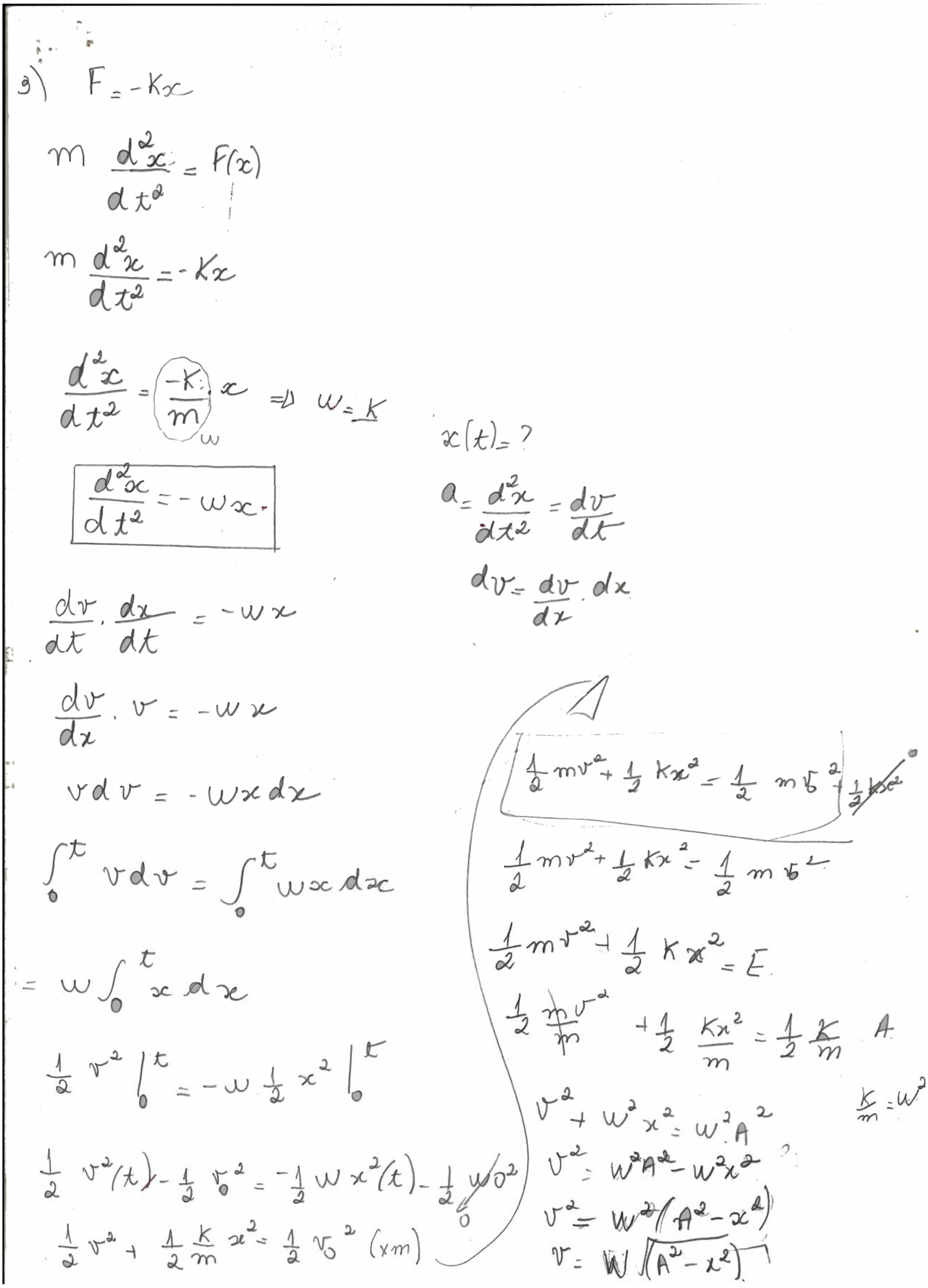
Portanto, podemos dizer que até esse momento do curso ele não demonstrou ter passado por uma aprendizagem significativa representacional.

Entretanto, em outro problema – o problema de um sistema massa-mola na vertical, onde se tinha de encontrar a equação de movimento para o caso – a resolução executada na lousa por A_3 (a pedido do professor) não continha o percurso lógico implicado no caso. Isso impossibilitou sua compreensão:

> A_3: [...] A força elástica atua pra cima e o peso pra baixo. Então eu coloquei assim: $\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2 y - g$.
> Professor: O y está pra baixo ou pra cima?
> A_3: Bom, se o eixo for pra baixo isso aqui inverte. Onde foi que eu errei?
> Professor: Eu acho que está certo, mas eu vou refazer de uma forma mais didática, porque eu não sei se todo mundo entendeu o que você fez.
> Gente, tudo bem aí ou não?
> A_1: Não.
> Professor: O que é que não está, A_1?
> A_1: Ah... Eu não entendi, só isso. Eu não entendi o que o A_3 fez (Resolução de problemas – módulo de Newton).

A seguir podemos acompanhar a resolução do problema 3 da prova 1.1, realizada pelo aluno A_1:

Figura 21 – Prova 1.1 – problema 3 – aluno A_1



3) $F = -Kx$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \underbrace{\frac{-K}{m}}_{\omega}\, x \Rightarrow \omega = K$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega x}$$

$$\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dx}{dt} = -\omega x$$

$$\frac{dv}{dx}\cdot v = -\omega x$$

$$v\,dv = -\omega x\,dx$$

$$\int_0^t v\,dv = \int_0^t \omega x\,dx$$

$$= \omega\int_0^t x\,dx$$

$$\frac{1}{2}v^2\Big|_0^t = -\omega\frac{1}{2}x^2\Big|_0^t$$

$$\frac{1}{2}v^2(t) - \frac{1}{2}v_0^2 = -\frac{1}{2}\omega x^2(t) - \frac{1}{2}\cancel{\omega 0^2}$$

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}\frac{K}{m}x^2 = \frac{1}{2}v_0^2 \quad (\times m)$$

$x(t) = ?$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = \frac{dv}{dx}\cdot dx$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \cancel{\frac{1}{2}Kx_0^2}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = E$$

$$\frac{1}{2}\frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{m}} + \frac{1}{2}\frac{Kx^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{K}{m}A$$

$$\frac{K}{m} = \omega^2$$

$$v^2 + \omega^2x^2 = \omega^2A^2$$

$$v^2 = \omega^2A^2 - \omega^2x^2$$

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

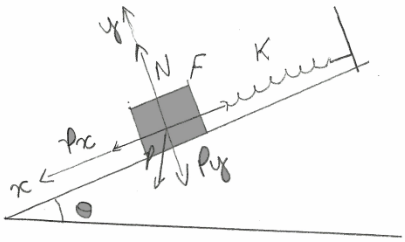
Através da resolução exposta acima, fica evidente que o aluno A_1 demonstrava não saber alguns conceitos básicos quando se tratava da resolução de problemas em Física como, por exemplo, a representação da força resultante no caso abordado ($P_x - F_{el}$); a decomposição da força resultante nos eixos x e y etc., não resultando em acerto.

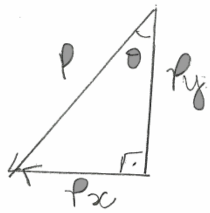
Com a resolução da prova 1.2, o aluno A_1 nos mostra seu avanço no aprendizado da sintaxe da linguagem Física – conseguindo obter a equação de movimento e a equação da velocidade – somada com a aprendizagem de alguns signos envolvidos em sua resolução:

Figura 22 – Prova 1.2 – problema 3 –Folha 1 – Aluno A_1

3) Problema 3

1





$P = m.g$

$sen\,\theta = \frac{P_x}{P} \Rightarrow \boxed{P_x = P.sen\,\theta}$

$P_x = m.g.\,sen\,\theta$

$\boxed{F = -Kx}$

$F = P_x + F_{mola}$

$\boxed{F = m.g.\,sen\,\theta - Kx}$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} = P_x + Kx$$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} = m.g.\,sen\,\theta - Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\cancel{m}g\,sen\,\theta}{\cancel{m}} - \frac{K}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g\,sen\,\theta - \frac{K}{m}x \qquad w^2 = \frac{K}{m}$$

$\boxed{\frac{d^2x}{dt} = g\,sen\,\theta - w^2x}$ equação diferencial do movimento.

$$\int \frac{d^2x}{dt^2} = \int g\,sen\,\theta - w^2\int x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dx}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} = \frac{dv}{dx}\cdot v$$

Figura 23 – Prova 1.2 – problema 3 – Folha 2 – Aluno A_1

$$\frac{dv}{dx}\cdot v = g \,\mathrm{sen}\, \theta - w^2 x$$

$$v.dx = (g\,\mathrm{sen}\,\theta - w^2 x).dx$$

$$\int v\,dx = \int g\,\mathrm{sen}\,\theta - \int w^2 x\,dx$$

$$\frac{1}{2} v^2 \Big|_0^t = g\,\mathrm{sen}\,\theta\, x \Big|_0^t - \frac{1}{2} w^2 x^2 \Big|_0^t$$

$$\frac{1}{2} v \Big|_0^t = g\,\mathrm{sen}\,\theta\, x \Big|_0^t - \frac{1}{2} w^2 x \Big|_0^t$$

$$\frac{1}{2} v(t)^2 - \frac{1}{2} v(0)^2 = g\,\mathrm{sen}\,\theta . x(t) - \cancel{g\,\mathrm{sen}\,\theta (x)}^{\,0} + \left[\frac{1}{2} w^2 x^2(t) - \left(\frac{1}{2} w^2 x^2(0)\right)\right]$$

fazendo $t = 0 \Rightarrow v(0) = v_0$
$x(0) = 0$

portanto:

$$\frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{2} v_0^2 + g\,\mathrm{sen}\,\theta . x - \frac{1}{2} w^2 x^2$$

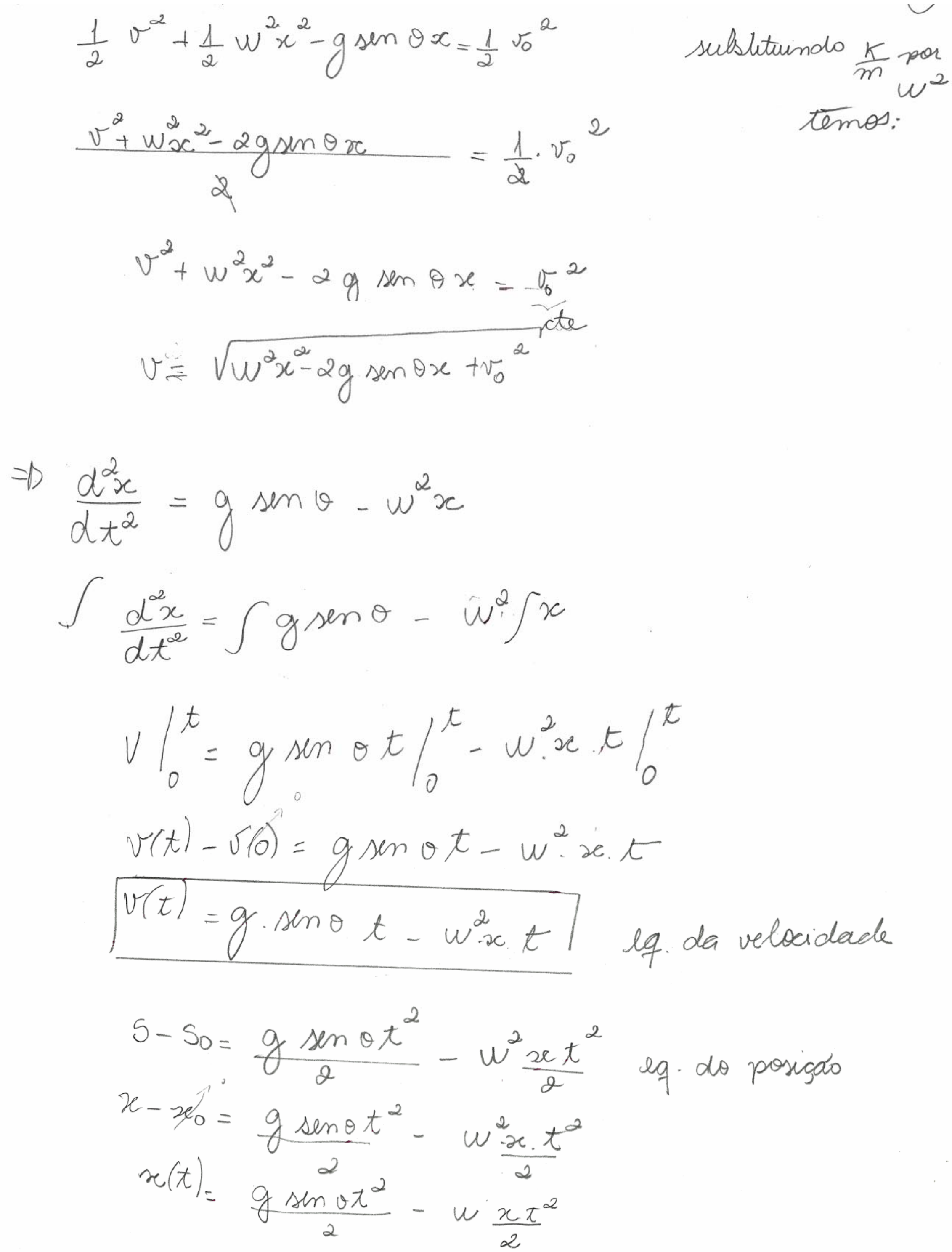
$$\boxed{\frac{1}{2} v^2 - g\,\mathrm{sen}\,\theta . x + \frac{1}{2} w^2 x^2 = \frac{1}{2} v_0^2} \quad \times m$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - g m \,\mathrm{sen}\,\theta x + \frac{1}{2} m w^2 x^2 = \frac{1}{2} m . v_0^2$$ substituindo w^2 por $\frac{K}{m}$ temos:

$$\frac{1}{2} m v^2 - m g\,\mathrm{sen}\,\theta\, x + \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{K}{\cancel{m}} x^2 = \frac{1}{2} m . v_0^2 \quad \left(\times \frac{1}{m}\right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} v^2 + \frac{1}{2} \frac{K}{m} . x^2 - \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} g\,\mathrm{sen}\,\theta . x = \frac{1}{2} \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} v_0^2$$

Figura 24 – Prova 1.2 – problema 3 – Folha 3 – Aluno A_1



$\frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} w^2 x^2 - g \,sen\, \theta x = \frac{1}{2} v_0^2$

substituindo $\frac{K}{m}$ por w^2 temos:

$\frac{v^2 + w^2 x^2 - 2 g \,sen\, \theta x}{2} = \frac{1}{2} \cdot v_0^2$

$v^2 + w^2 x^2 - 2 g \,sen\, \theta x = \underbrace{v_0^2}_{cte}$

$v = \sqrt{w^2 x^2 - 2 g \,sen\, \theta x + v_0^2}$

$\Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = g \,sen\, \theta - w^2 x$

$\int \frac{d^2 x}{dt^2} = \int g \,sen\, \theta - w^2 \int x$

$v \Big|_0^t = g \,sen\, \theta t \Big|_0^t - w^2 x . t \Big|_0^t$

$v(t) - v(0) = g \,sen\, \theta t - w^2 x . t$

$\boxed{v(t) = g . sen\, \theta \, t - w^2 x \, t}$ eq. da velocidade

$S - S_0 = \frac{g \,sen\, \theta t^2}{2} - w^2 \frac{x t^2}{2}$ eq. do posição

$x - \cancel{x_0} = \frac{g \,sen\, \theta t^2}{2} - w^2 \frac{x . t^2}{2}$

$x(t) = \frac{g \,sen\, \theta t^2}{2} - w \frac{x t^2}{2}$

Tratando do módulo 2 – mecânica Lagrangiana – o professor expôs o problema 6_a, que envolvia um sistema massa-mola na horizontal. Era necessário que se encontrasse a Lagrangiana e as equações de movimento no problema.

Nesse estágio do curso, A_1 evidenciou que possuía dificuldades em executar a vinculação entre o problema exposto e os signos envolvidos em sua resolução:

> A_1: Agora não tem aquele m, g?
> A_4: Agora não. Tem o x.
> A_1: Tem o x por quê?
> A_4: Tem o x porque (fazia gestos com a mão).
> A_1: É na horizontal então (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Ele também não conseguia determinar a sentença que serviria para a resolução do problema:

> A_1: Por que que lá é mgy e aqui é $\frac{1}{2}kx^2$?
> A_4: Porque aqui é mola.
> A_1: Então, quando é mola é $-\frac{1}{2}kx^2$.
> A_4: É só substituir agora.
> A_1: Calma gente, vamos com calma (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Entretanto, na finalização do exercício, A_1 demonstra estar compreendendo a sintaxe envolvida na resolução de problemas pelo método de Lagrange:

> A_1: Por que que a gente tinha colocado negativo?
> A_3: Porque a gente pensou que fosse restauradora.
> A_4: É.
> A_1: Na verdade não é?
> A_4: A energia não, a força é.
> A_3: $\ddot{x} = -\frac{Kx}{m}$
> Derivada e derivada parcial agora.
> (A_1, A_3 e A_2 acompanham atentamente o que A_4 está escrevendo)
> A_3: É Kx né?
> A_1: (pergunta ao A_4) Passa pra cá, vai dar x né? Menos... aí vou manter aqui e vai dar zero mais (+)... aí vai sobrar o Kx – vou ficar bom nisso, A_3, um dia vou dar aula disso (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Como pode ser notado desde o início da exposição de dados a respeito do aluno A_1, ele possuía uma grande dificuldade em estabelecer os referentes (KUHN, 2006, p. 42) para os problemas tratados.

Entendemos que o aluno A_1 não conseguiu se enquadrar na moldura do intérprete de uma linguagem proposta por Kuhn:

> [...] intérprete pode, inicialmente, dominar apenas uma única língua. [...] a interpretação é o processo por meio do qual é descoberto o uso desses termos [...] (KUHN, 2006, p. 61 e 81).

A falta de referentes em sua estrutura cognitiva, bem como seu não posicionamento como um intérprete da linguagem abordada, fizeram com que fossem demonstradas dificuldades como esta:

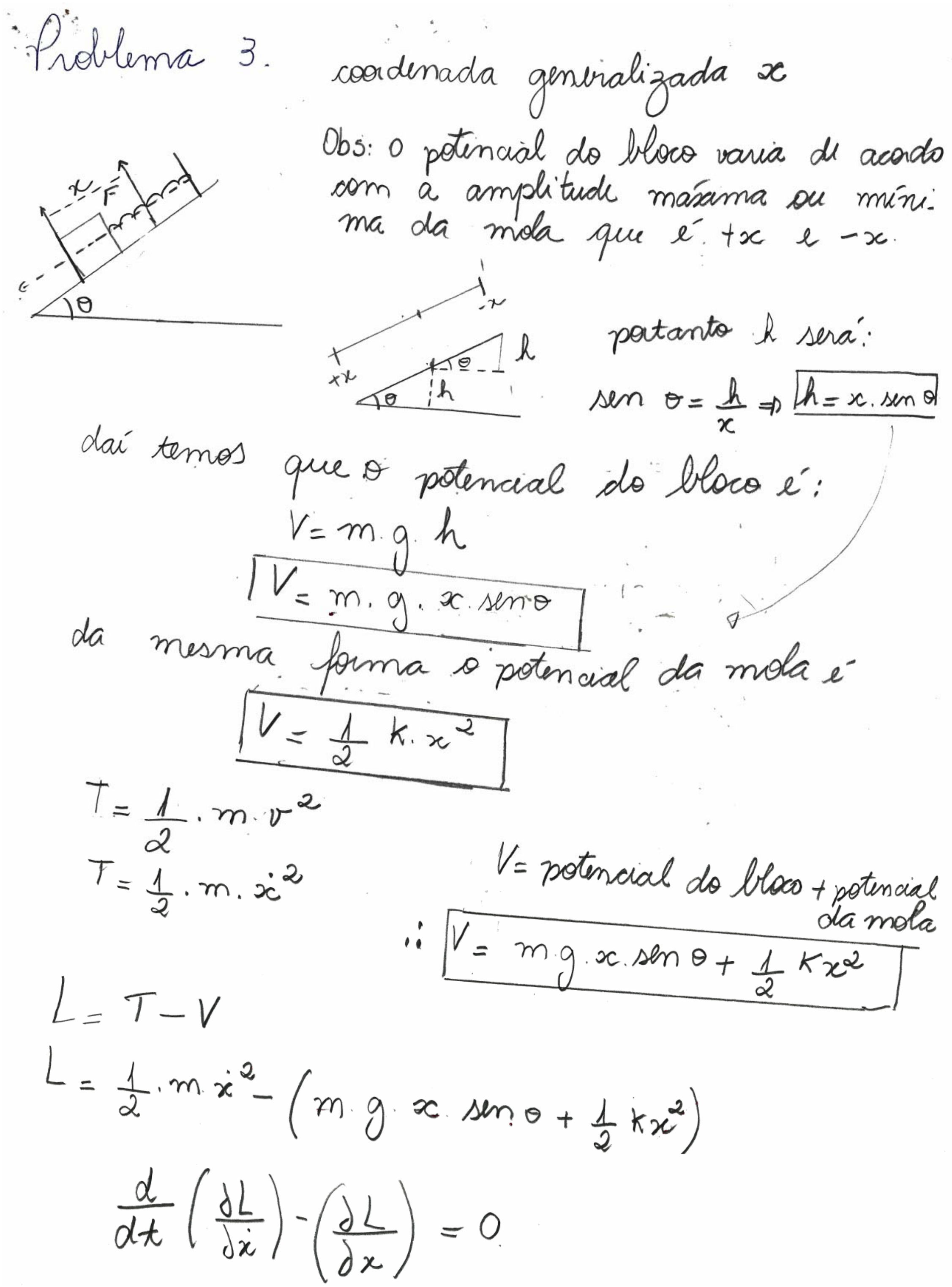
> [...] dificuldade assim: quando é que eu vou utilizar energia cinética e quando é que eu vou usar a energia potencial (Correção/resolução de problemas – mecânica Newtoniana).

Durante a resolução do problema de queda livre pelo método de Lagrange, o aluno A_1 demonstra ter adquirido o entendimento de alguns signos, como $\dot{y}$ e $\dot{q}$:

> $A_{1:}$ O que está aí do lado?
> Professor: É que o L é uma função de $\dot{y}$ e de y. Ou de q e $\dot{q}$.
> $A_{1:}$ Ah é, os dois são iguais (Resolução de problemas – método de Lagrange).

Na resolução do problema 3, na prova 2.1, vemos que o aluno A_1 executa a resolução completa, no entanto, por um descuido com o sinal negativo que multiplicava um dos termos, propagou-se um erro – sua resposta deveria ser negativa:

Figura 25 – Prova 2.1 – problema 3 – parte 1 – aluno A_1



Problema 3. coordenada generalizada x

Obs: o potencial do bloco varia de acordo com a amplitude máxima ou mínima da mola que é $+x$ e $-x$.

portanto h será:

$\text{sen}\,\theta = \frac{h}{x} \Rightarrow \boxed{h = x \cdot \text{sen}\,\theta}$

daí temos que o potencial do bloco é:

$V = m \cdot g \cdot h$

$\boxed{V = m \cdot g \cdot x \cdot \text{sen}\,\theta}$

da mesma forma o potencial da mola é

$\boxed{V = \frac{1}{2} k \cdot x^2}$

$T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{x}^2$

$V =$ potencial do bloco + potencial da mola

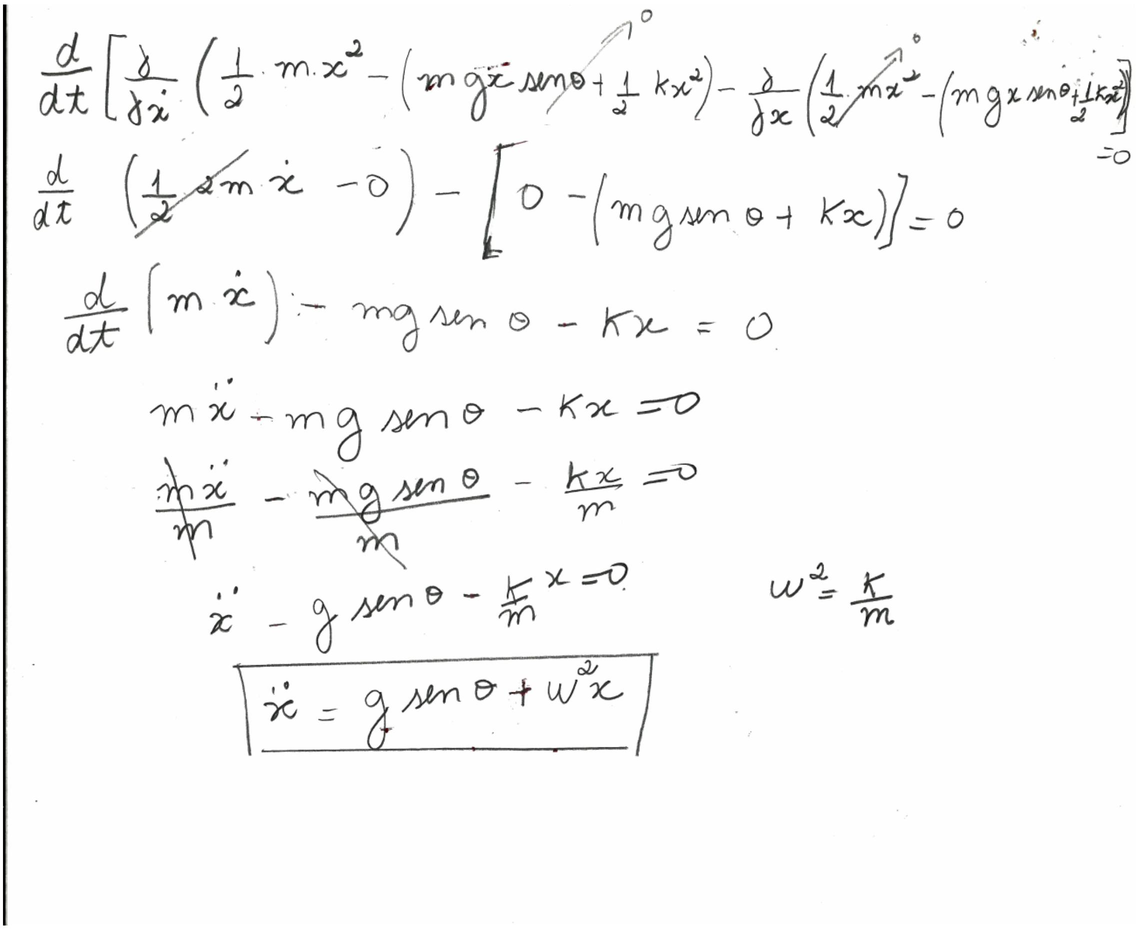
$\therefore \boxed{V = m\,g\,x \cdot \text{sen}\,\theta + \frac{1}{2} k x^2}$

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} \cdot m\,\dot{x}^2 - \left(m \cdot g \cdot x \cdot \text{sen}\,\theta + \frac{1}{2} k x^2\right)$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x}\right) = 0$

Figura 26 – Prova 2.1 – problema 3 – folha 2 – aluno A_1



$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - (mgx\,sen\theta + \frac{1}{2}kx^2)\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2} m\dot{x}^2 - (mgx\,sen\theta + \frac{1}{2}kx^2)\right)\right] = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}2m\dot{x} - 0\right) - \left[0 - (mg\,sen\theta + kx)\right] = 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - mg\,sen\theta - kx = 0$$

$$m\ddot{x} - mg\,sen\theta - kx = 0$$

$$\frac{m\ddot{x}}{m} - \frac{mg\,sen\theta}{m} - \frac{kx}{m} = 0$$

$$\ddot{x} - g\,sen\theta - \frac{k}{m}x = 0 \qquad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\boxed{\ddot{x} = g\,sen\theta + \omega^2 x}$$

Com a resolução de problemas em sala pelo método de Hamilton – problema 5_b, onde um corpo encontrava-se em queda livre– é possível constatar que o aluno A_1 participa ativamente da resolução com os demais alunos do grupo, demonstrando que seu aprendizado vinculado com a sintaxe que envolvia as sentenças tratadas no módulo de Hamilton estava em curso. Vejamos:

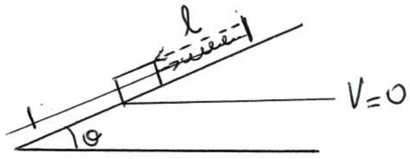
> A_1: $sen^2\theta + cos^2\theta = 1$. Olha, aqui vai dar 1 e vai sobrar: $2l_1^2$ e vai sobrar uma constante...
> A_4: $2l_1^2\dot{\theta}_1^2$, aqui vai multiplicar...
> (A_1 observa o que A_4 faz em seu caderno)
> A_1: Umm, tá... tá certo.
> A_4: Agora esse daqui, a mesma coisa: $+$.
> A_1: Ah, você faz separado primeiro...
> A_4: É que eu não posso somar.
> A_2: E agora?
> A_4: Nós estamos somando simplificando...
> A_2: Simplificando, ahn...
> A_4: $\dot{x}_1^2$ e $\dot{y}_1^2$ ...
> A_1: Soma esse com esse e depois esse com esse, né?
> A_4: Sim. Ih, não tem jeito de voltar não, hein...

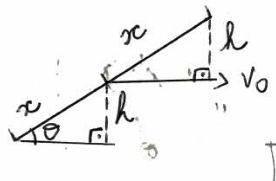
> A_2: Tinha um lagrange diferente, ó, tinha um $\dot{z}^2$, ó... Tinha um e embaixo tinha um $\dot{z}^2$... Esse também pode ser, ó...
> A_4: Tá, mas aí é porque é outro... aí é porque é coordenadas...
> A_1: Ó, lá atrás a gente pegou esse com esse e nós tivemos mais dois aqui que...
> A_2: Por que não soma aqui?
> A_4: Porque aqui a gente não pode fazer isso. A única coisa que tem em comum é $2l_1l_2$...
> A_1: $\theta_1 e\ \theta_2$.
> A_4: É comum. Então a gente vai somar esses dois.
> (eles procuram exercícios similares no caderno)
> A_1: Aqui é diferente também, ó...
> A_4: Aqui a gente não pode...
> A_2: Ele é diferente aqui, ó...
> A_4: Isso.
> A_2: O $\dot{y}$ nunca é negativo, né? Tá ficando algum negativo, ou não?
> A_4: Não.
> A_2: Agora... Você não pode somar esse com esse?
> A_4: Não pode.
> A_1: (falando sozinho) Então vai ser $l_1, l_2, \theta_1 e\ \theta_2$.
> A_2: Você não pode somar esse com esse, ó?
> A_4: Então T_2 vai ficar: $T_2 = \frac{1}{2}m_2$... Eu não coloquei porque vai ficar...
> A_1: Então vai sobrar $2l_1l_2\theta_1 e\ \theta_2$... Tudo dentro do parênteses, né?
> A_4: (balança a cabeça como sim). Eu não sei se coloco ele isolado ou deixo... Não, vou deixar ele aqui, porque na hora que eu for trabalhar com... na hora que a gente for montar a lagrangiana, a gente vai derivar ela...
> A_1: Unm...
> A_4: Então deixa que fica mais fácil de visualizar... [...] (Resolução de problemas – método de Hamilton).

Em sua resolução do problema 3, na prova 3.1, ele exibe a resposta esperada:

Figura 27 – Prova 3.1 – problema 3 – parte 1 – aluno A_1

Problema 3





$\text{sen}\,\theta = \frac{h}{x}$

$\boxed{h = x.\,\text{sen}\,\theta}$

o potencial do bloco é $V = m.g.h$

$V = m.g.x.\,\text{sen}\,\theta$

o potencial da mola é $V = \frac{1}{2} kx^2$

$V =$ Potencial do bloco + potencial da mola

$\therefore \boxed{V = m.g.x.\,\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2}.kx^2}$

determinando a cinética: $T = \frac{1}{2}.m.v^2$

$\boxed{T = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2}$

então $L = T - V$

$\boxed{L = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2 - mgx.\,\text{sen}\,\theta - \frac{1}{2}kx^2}$ onde θ é uma constante

$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \Rightarrow p = \frac{\cancel{2}m\dot{x}}{\cancel{2}} \Rightarrow p = m\dot{x} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$

$H = T + V$

$H = \frac{1}{2}\cancel{m}.\frac{p^2}{\cancel{m^2}\;m} + mgx.\,\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2}Kx^2$

$\boxed{H = \frac{p^2}{2m} + mgx.\,\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2}Kx^2}$

Figura 28 – Prova 3.1 – problema 3 – parte 2 – Aluno A_1

$$\dot{p} = \frac{-\partial H}{\partial x} \Rightarrow \dot{p} = -mg\, sen\, \theta - \frac{\cancel{2}kx}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{\dot{p} = -mg\, sen\, \theta - kx}$$

Destacamos que sua aprendizagem a respeito dos conceitos, princípios e leis Físicas foi limitada, assim como o estabelecimento de *referentes* (KUHN, 2006, p. 42) aos conceitos abordados no curso.

3.3 APRENDIZAGEM DO ALUNO A_3

Analisando o processo de aprendizagem do aluno A_3, encontramos em um dos diálogos entre ele e o professor – no início do curso, durante a correção da prova 0 – a exposição de um contratempo enfrentado por ele durante a realização da mesma (avaliação diagnóstica)[41], que foi:

> A_3: Esse era o terceiro exercício da prova, né?
> Professor: É.
> A_3: Aí o que aconteceu? Eu também passei batido por ele... O primeiro exercício eu não sabia nem... O segundo eu... No terceiro exercício eu bati o olho e falei: ah... E já fui pro quarto e fui continuando. Depois que tinha passado um tempo e eu comecei a olhar de novo, eu percebi que o terceiro exercício era trivial e eu acabei resolvendo, com o formalismo que eu utilizo em sala de aula.
> Pesquisador: Comparando com os outros problemas da prova?
> A_3: Sim, porque esse, o do rotor que a gente vai resolver etc. De certa forma, a primeira fase é uma coisa que você usa em sala de aula... É mais aplicável. Aí eu cheguei em F=ma, derivada segunda etc. (Correção da prova 0).

De acordo com o que fora exposto, o aluno A_3 conseguiu utilizar a sentença $\vec{F} = m\vec{a}$ (segunda lei de Newton), obtendo as respostas esperadas.

No entanto, o que nos chamou atenção nesse, bem como em outros casos que serão abordados, remete a um possível desencontro entre suas representações mentais *interna* e *analógica* (ou análoga) (MOREIRA, 2011, p. 189 e 190) demonstrado logo no início do curso.

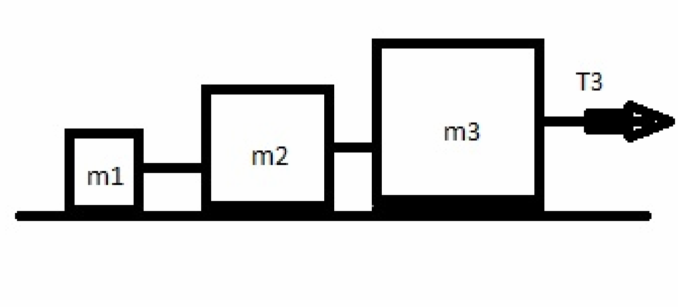
---

[41] O tipo diagnóstico de avaliação consiste na sondagem, projeção e retrospecção das situações dos desenvolvimentos do aluno (BLOOM; HASTINGS; MADAUS, 1971, p. 271).

Para compreendermos o processo de investigação a respeito da aprendizagem tida por A_3, devemos iniciar reconstruindo o problema tratado.

O problema constituía de uma força que atuava num conjunto de três blocos encontrados em um plano horizontal. Os blocos estavam conectados um a um por cordas. Devido à ação de uma força sobre a corda 3, os corpos se moviam. Sabendo que T_3=60N, m_1=10kg, m_2=20kg e m_3= 30kg, encontre a) força resultante; b) forças nas cordas; e, c) aceleração do sistema).

Figura 29 – Problema dos blocos – Módulo de Newton



Durante a resolução desse problema o aluno argumenta que:

> A_3: Sabe uma pergunta que tem muito no ensino médio? Por que é que T_1+T_2... A impressão que o aluno tem, e foi a primeira impressão que eu tive também, que T_3 é uma força que vai ser dividida em T_1 e T_2. Por que T_1+T_2 não dá T_3 (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Entendemos que o desacerto ocorrido entre suas representações mentais se devem ao fato de que, quando ele expõe que: "[...] Por que T_1+T_2 não dá T_3?" (Resolução de problemas – método de Newton), suas *representações internas*, ou seja, aquelas que são utilizadas para a captação do mundo externo (MOREIRA, 2011, p. 190) continham um modelo no qual as entidades físicas vetoriais do sistema (as trações $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$) eram tomadas como escalares, como, por exemplo, 30N (horizontal para a esquerda) + 30N (horizontal para a esquerda) = 60N (horizontal para a direita).

Em outro problema da aula[42], ele evidencia seu nível de interpretação sobre um sistema físico:

---

[42] Um bloco de massa m é colocado sobre uma cunha de massa M, que por sua vez está situada sobre um plano horizontal. Todas as superfícies são lisas – sem atrito. Se o sistema parte do repouso, com o ponto P do bloco a uma distância h acima do plano, determine a velocidade da cunha no instante em que o ponto P tocar a mesa.

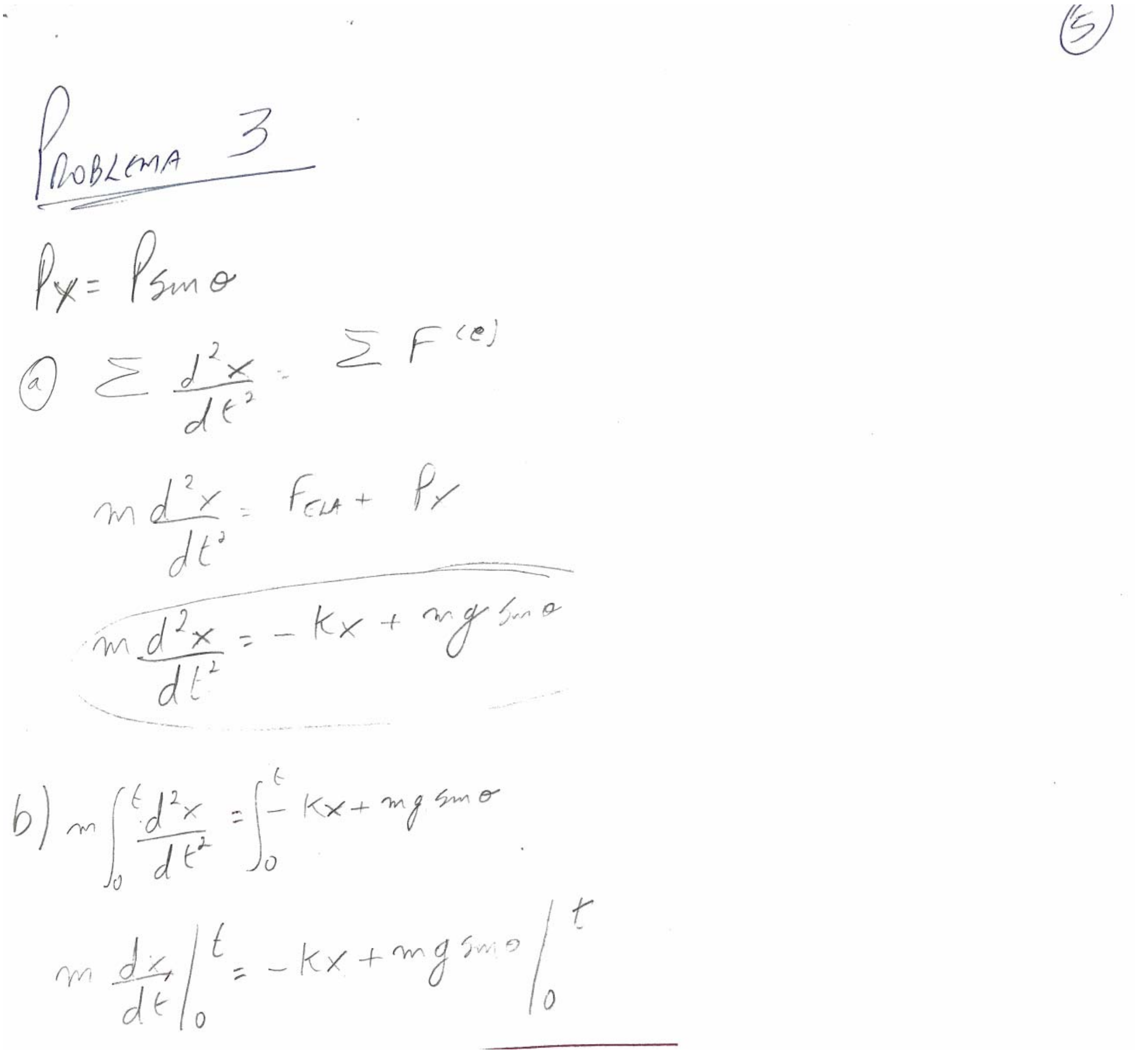
> Professor: Alguém falou alguma coisa?
> A_3: Eu. Bom, está certo, é o movimento que vai dar... Por que eu não posso considerar a energia do m se é sem atrito?
> Professor: Porque a energia do m é...
> A_3: Pra descobrir o v_2 eu estou falando.
> Professor: Como é que você vai só por conservação do m descobrir v_2?
> A_3: É... A energia mecânica lá no ponto p é igual à energia mecânica aqui embaixo.
> Professor: Não, não é. Porque o sistema é constituído de dois... Se fosse fixo (a cunha) aí você podia, mas isso aí está móvel, é constituído de duas partes (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Percebemos que para o aluno A_3 a interpretação de sistemas físicos explorados nos exercícios trazia algumas dúvidas a ele.

Para o aluno A_3 a cunha (que também não possuía atrito algum entre ela e o plano) não era um corpo livre para se mover, somente o era a massa deixada sobre a cunha. Devido a isso o aluno A_3 não captou que a força peso, exercida no bloco, comprimia também a cunha, de modo que ela também se movia. Portanto, até esse momento do curso suas representações mentais internas (MOREIRA, 2011, p. 189) construídas para captarem o mundo exterior continham falhas.

Em sua resolução do problema 3, na prova 1.1, o aluno A_3 consegue obter as equações de movimento de maneira correta:

Figura 30 – Prova 1.1 – problema 3 – Aluno A_3



(5)

PROBLEMA 3

$P_x = P \sin\theta$

(a) $\sum \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F^{(e)}$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_{ELA} + P_x$

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx + mg\sin\theta$

b) $m\int_0^t \frac{d^2x}{dt^2} = \int_0^t -Kx + mg\sin\theta$

$m\frac{dx}{dt}\Big|_0^t = -Kx + mg\sin\theta\Big|_0^t$

Em sua prova 1.2 ele demonstrou certo avanço quando verificamos sua sintaxe reproduzida referente à linguagem Física abordada:

Figura 31 – Prova 1.2 – problema 3 – folha 1 Aluno A_3

PROBLEMA 3

(a) $P_x = P\sin\theta$.

$$\sum \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F^{(e)}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_{ela} + P_x$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx + mg\sin\theta$$

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{-Kx}{m} + g\sin\theta}$$

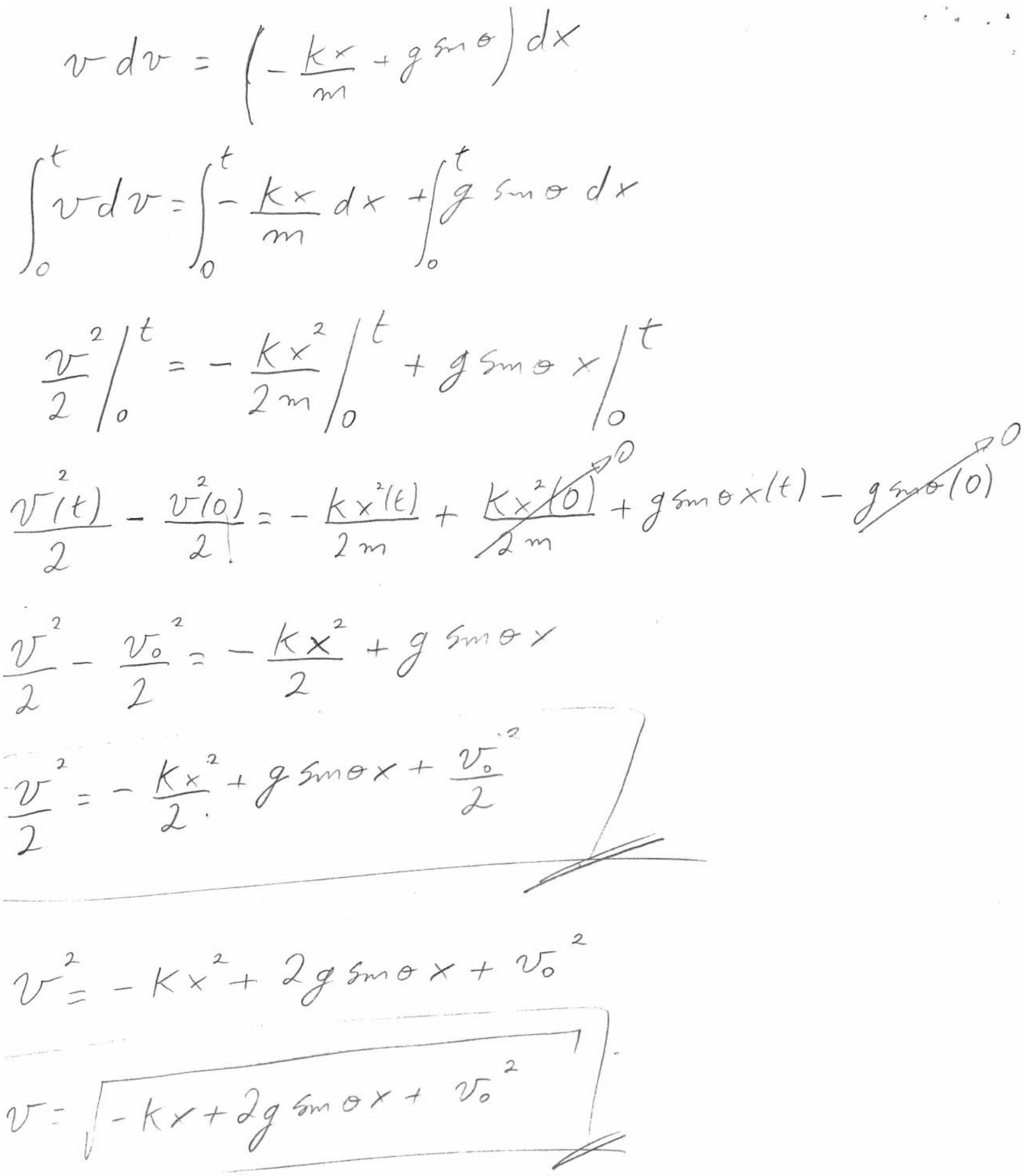
(b) $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{Kx}{m} + g\sin\theta \quad (1)$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot v} \quad (2)$$

SUBSTITUINDO (2) em (1)

$$v\frac{dv}{dx} = -\frac{Kx}{m} + g\sin\theta$$

Figura 32 – Prova 1.2 – problema 3 – folha 2 – Aluno A_3



Na resolução de um problema que tratava de um sistema massa-mola na vertical, que resolvia na lousa, A_3 evidencia que o estabelecimento de um referencial para o problema era algo dificultoso:

> A_3: $\frac{dy^2}{dt^2}$ que é a aceleração... A aceleração aí vai dar contrária à da gravidade? É a-g? g-a?
> Professor: A_3, venha na lousa.
> A_3: Eu vou colocar o que eu fiz. Eu entendi que a força aqui vai ser pra cima. Pra cima positivo e pra baixo negativo.
> Pesquisador: Você adotou isso?
> A_3: É. A força elástica atua pra cima e o peso pra baixo. Então eu coloquei

> assim: $\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2 y - g$.
> Professor: O y está pra baixo ou pra cima?
> A_3: Bom, se o eixo for pra baixo isso aqui inverte. Onde foi que eu errei?
> Professor: Eu acho que está certo, mas eu vou refazer de uma forma mais didática, porque eu não sei se todo mundo entendeu o que você fez.
> Gente, tudo bem aí ou não?
> A_1: Não.
> Professor: O que é que não está, A_1?
> A1: Ah... Eu não entendi, só isso. Eu não entendi o que o A_3 fez.
> Professor: Tá, você não entendeu o que ele fez. Nós vamos reconstruir logicamente o que ele fez. O problema todo é um problema de reconstrução lógica, o percurso lógico que leva... Resolver problemas é simplesmente se enquadrar numa lógica, que parte de um princípio geral e que depois, por regras lógicas, a gente vai chegando nas consequências. Então, quando a gente perde alguma coisa, a gente está perdendo a lógica do raciocínio. (Resolução de problemas – módulo de Newton).

De acordo com sua resolução, seu eixo referencial ficou orientado para cima, resolvendo o problema sem o devido cuidado com a adoção de um eixo referencial. Vejamos a explicação do professor sobre isso:

> [...] vamos reconstruir logicamente o que ele fez. O problema todo é um problema de reconstrução lógica, o percurso lógico que leva... Resolver problemas é simplesmente se enquadrar numa lógica, que parte de um princípio geral e que depois, por regras lógicas, a gente vai chegando nas consequências.
> [...]
> Bom, esse $\frac{d^2y}{dt^2}$ é na verdade um $\frac{d^2y}{dt^2} = m\frac{d^2}{dt^2}(y+l) = -ky + mg$. Resolvendo, temos: $m\frac{d^2y}{dt^2} + m\frac{d^2l}{dt} = -ky + mg$, onde o $d^2l/dt^2=0$, pois trata-se de uma constante. Vai ficar: $\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m}y + g$ (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Com a resolução do professor vemos que o termo g está positivo, portanto, o referencial está em cima.

Durante o estudo a respeito do módulo de Lagrange, na resolução do problema 5_a, que apresentava uma partícula em queda livre e pedia-se a Lagrangiana do sistema e as equações de movimento do mesmo, o aluno A_3 nos mostra seu avanço em termos do tratamento de signos:

> A_5: E agora A_3?
> A_3: Então, eu vou derivar parcialmente isso aqui (referindo-se à lagrangiana). Vou colocar todo o L aqui, vou abrir um colchete ali... (A_5 está derivando todo o L, parcialmente, em relação a $\dot{q}$) Então, se eu for derivar isso aqui dá zero (termo mgq), eu vou derivar só isso aqui, (termo $\frac{m}{2}\dot{q}^2$) e

agora, menos $\frac{\partial L}{\partial q}$.

Essa derivada vai dar zero... não, não... eu confundi as coisas aqui... besteira. (A_5 se confunde ao derivar L em função de q).

Vamos escrever tudo aqui... vamos repetir o L, $\frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{m}{2}(\dot{q})^2 - mgq\right]$. Então, se eu for derivar isso em relação a q, isso vai dar zero (termo onde está o $\dot{q}$) e isso vai dar...

A_3: $\dot{q}$ vai dar zero?

A_5: Sim porque na hora que você deriva em relação a q... (A_5 mostra o termo $\frac{\partial L}{\partial q}$ e complementa) aqui é o L (mostra a lagrangiana a A_3).

A_3: O que que é o q?
A_5: O q é o y.
A_3: Então é $\frac{\partial L}{\partial y}$.
A_5: Isso.
A_3: Então essa última não vai dar zero, vai dar mg.
A_5: Esse aqui vai dar mg, agora, essa aqui vai dar zero.
A_3: Não porque é $\dot{y}^2$.
A_5: $\dot{y}^2$. Qual que é a derivada de $\dot{y}^2$?
A_3: (silêncio)
A_5: É aí que mora o nosso problema. Tá cercado, e agora, o que a gente faz agora?
A_3: Nós vamos cair na aceleração agora.
A_5: É.
A_3: $\frac{dy}{dt}$, nós vamos derivar de novo, vai ficar $\frac{d^2y}{dt^2}$, que é a aceleração.
A_5: É.
A_3: $\frac{dy}{dt}$, nós vamos derivar de novo, vai ficar $\frac{d^2y}{dt^2}$, que é a aceleração.
A_5: Tá.
A_3: Fica muito mais coerente.
A_5: Não sei se eu concordo, mas parece que sim.
A_3: A gente tem $\dot{y}$. Se a gente derivar de novo vamos ter $\ddot{y}$, que é a aceleração.
A_5: É... eu tenho um probleminha aqui com cálculo. Eu acho que tem alguma coisa errada aí.
A_3: É que a gente tá chamando de q o y. Vamos chamar tudo de y, por exemplo. Tá, aí vai ser, a Lagrangiana vai ser: d/dt de dy sobre d... é, dq ponto, ou dy ponto menos dL/ d ... acho que é isso aí.
A_5: Tudo bem. Nesse caso aqui, nessa derivada aqui: (está se referindo a $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$) vou derivar em relação a v, que seria $\dot{q}$, né, essa aqui (mgq) vai dar quanto? Eu vou ter que derivar essa segunda aqui (mgq) em relação à velocidade. Quanto que vai dar? Acabo de perceber que tive um péssimo curso de cálculo também... eu sabia essas coisas... (Resolução de problemas – módulo de Lagrange).

No trecho citado podemos acompanhar A_3 explicando a sintaxe da linguagem Física contida na resolução do problema abordado ao aluno A_5 – ele explicita a relação entre y e q, que são equivalentes no problema – esclarece a A_5 a relação existente entre os signos envolvidos na sentença – $\frac{dy}{dt} = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ – e a derivada da velocidade resultando na aceleração – $\frac{d\dot{q}}{dt} = \ddot{q}$. Dessa forma evidencia-se certo estágio de compreensão da aplicação dos signos envolvidos nesse problema, o que nos parece ser o início de sua *aprendizagem significativa representaciona*l (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20).

Durante o mesmo problema, o 5_a, o aluno A_3 corrige o aluno A_5 em relação ao signo relacionado com a energia cinética, evidenciando que sua aprendizagem representacional estava em curso:

> A_5: L = T-V. O T = mgy. E de acordo com o A_3 – e eu concordo com ele – Ops, peraí. O V é isso: V= mgy. Mas eu concordo com ele que o T é a energia cinética: T= $\frac{m}{2}g\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$.
> A_3: É $m\dot{y}^2$ /2, que é a energia cinética (Resolução de problemas – módulo de Lagrange).

Na resolução da questão 3 da prova 2.1, podemos acompanhar que para o aluno A_3 não há de se fazer consideração alguma a respeito da decomposição do vetor da força peso no eixo x, demonstrando que seus modelos mentais que se relacionam com o real, que são “[...] analógicos determinados e concretos” (MOREIRA, 2011, p. 194) continham falhas.

Em sua resolução ele obteve somente a lagrangiana do sistema:

Figura 33 – Prova 2.1 – problema 3 – aluno A_3

PROBLEMA 3

a) $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$V = + \frac{1}{2} K x^2$

$L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} K x^2$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}$

$\frac{\partial L}{\partial x} = - K x$

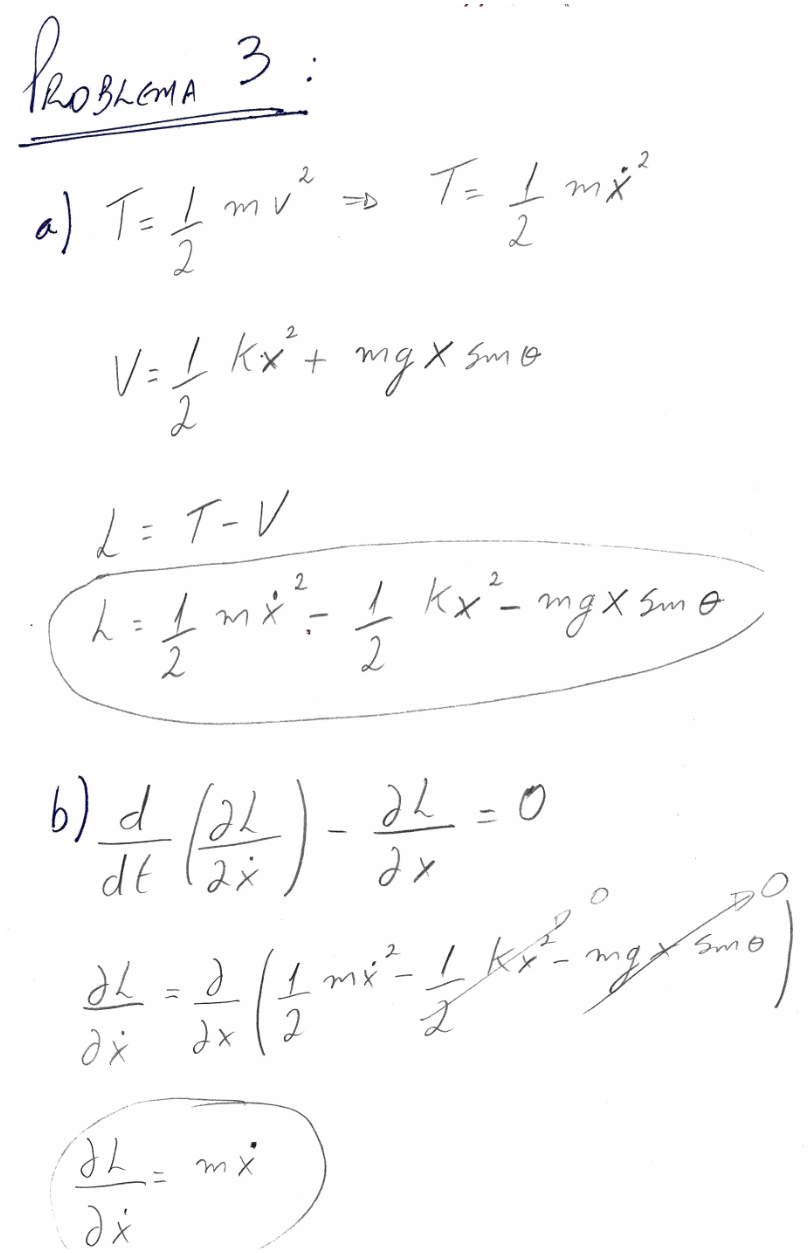
$\frac{d}{dt} (m \dot{x}) + K x = 0$

$m \ddot{x} + K x = 0$

$\ddot{x} = - \frac{K x}{m}$

Na prova 2.2 o aluno A_3 apresenta a resolução completa da questão, mostrando certa compreensão da sintaxe da linguagem Física abordada no problema, acrescentando o termo esquecido e prosseguindo até sua conclusão:

Figura 34 – Prova 2.2 – problema 3 – folha 1- aluno A_3



PROBLEMA 3:

a) $T=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

$V=\frac{1}{2}kx^2+mgx\sin\theta$

$L=T-V$

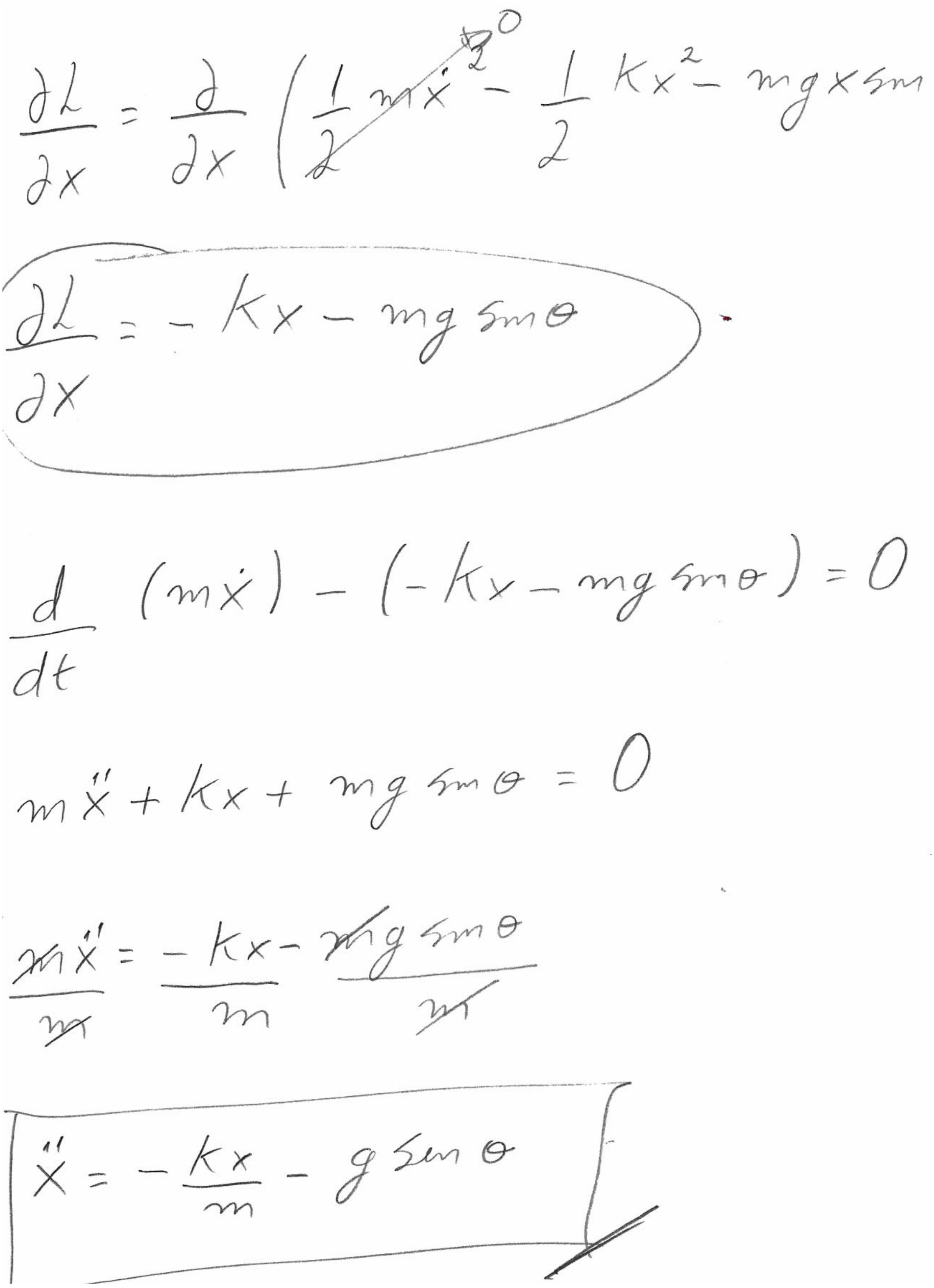
$L=\frac{1}{2}m\dot{x}^2-\frac{1}{2}kx^2-mgx\sin\theta$

b) $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial L}{\partial x}=0$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2-\cancel{\frac{1}{2}kx^2}^{\Rightarrow 0}-\cancel{mgx\sin\theta}^{\Rightarrow 0}\right)$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}=m\dot{x}$

Figura 35 – Prova 2.2 – problema 3 – folha 2- aluno A_3



$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\cancel{\frac{1}{2} m\dot{x}^2}^{\,0} - \frac{1}{2} k x^2 - m g x \operatorname{sen}\right.$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -kx - mg \operatorname{sen}\theta$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - (-kx - mg \operatorname{sen}\theta) = 0$$

$$m\ddot{x} + kx + mg \operatorname{sen}\theta = 0$$

$$\frac{\cancel{m}\ddot{x}}{\cancel{m}} = \frac{-kx}{m} - \frac{\cancel{m}g \operatorname{sen}\theta}{\cancel{m}}$$

$$\boxed{\ddot{x} = -\frac{kx}{m} - g \operatorname{sen}\theta}$$

Na resolução do problema 6_a, que tratava de um sistema massa--mola e pedia a lagrangiana e as equações de movimento do sistema, o aluno A_3 deixa claro que sua aprendizagem representacional precisava de melhorias:

> Professor: Esse problema nós resolvemos com o Newton. Agora, estamos voltando e resolvendo com Lagrange e, depois, vamos resolver com o Hamilton.
> Nesse problema vocês terão de encontrar a lagrangiana e as equações de movimento – vejam, encontrem T, V, depois T-V.
> A_1: Agora não tem aquele m, g?..
> A_4: Agora não. Tem o x.
> A_1: Tem o x por quê?
> A_4: Tem o x porque (fazia gestos com a mão).
> A_1: É na horizontal então.
> A_4: A coordenada generalizada é o x.
> A_3: A energia é kx (Resolução de problemas – módulo de Lagrange).

Como vemos, o aluno A_3 se confunde com as sentenças da força elástica ($|\vec{F}| = -kx$) e da energia potencial elástica ($V = \frac{1}{2}kx^2$), portanto, sua aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39) deveria passar por ajustes.

Durante a resolução do problema 10_a, onde uma partícula em queda sofre a ação de uma força resistiva equivalente a 'bv', o aluno A_3 deixa claro que, até aquele momento do curso, ele enfrentava dificuldades no estabelecimento de referenciais para os sistemas físicos:

> [...] Professor: E onde ele está – de cima pra baixo, de baixo pra cima?
> A_5: Tá caindo.
> Professor: Vamos colocar assim... (prof. coloca o referencial na terra). É um problema de queda, parecido com o outro que resolvemos. Em primeiro lugar, eu vou usar esta ou esta? (professor se refere à equação de Lagrange generalizada e para sistemas conservativos).
> Sala: Silêncio.
> Professor: A generalizada nesse problema. Então, meu problema é calcular a energia cinética. Quem é a energia cinética?
> F. $\frac{1}{2}m\dot{y}^2$
> Professor: Isto. $T = \frac{1}{2}m\dot{y}^2$. Outra coisa que eu tenho é quem são as forças generalizadas. Quem são elas?
> A_5: – bv.
> Professor: Certo. E o outro?
> A_5: mg.
> Professor: Agora aqui é mais ou é menos? Quem é mais quem é menos?
> A_3: mg é + e bv é -.
> A_4: Os dois são mais.
> F: Quem tá pra cima é menos. Eu acho.
> A_4: A velocidade é pra baixo. Se a força é resistiva...
> Professor: É +bv e –mg, só que o v é $-\dot{y}$. Então fica: $Q_1 = -b\dot{y} e Q_2 = -mg$, logo $Q = -b\dot{y} - mg$. O $\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$ o $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ e as equações vão ser o quê? Vai dar $m\ddot{y} = -b\dot{y} - mg \therefore \ddot{y} + \frac{b\dot{y}}{m} + g = 0$ (Resolução de problemas – módulo de Lagrange).

Na resolução de problemas pelo método de Hamilton, o aluno A_3 evidencia que sua aprendizagem significativa representacional evoluiu no curso, fato que pode ser observado pela resolução do problema 5_b, que tratava de uma partícula em queda livre e pedia-se a Hamiltoniana do sistema e as equações de movimento.

Esse avanço em sua aprendizagem foi propiciado pelo trabalho executado na resolução de problemas ao longo do curso, no tratamento da sintaxe das sentenças na linguagem em que a Física é produzida nos problemas abordados:

> [...] S: A_4, vai ser igual ao anterior, você acha o V e o T, a lagrangiana... Porque no outro a gente transformou, ficou $\frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mglcos\theta$, ou seja, ao invés de ter v^2 teve l^2. É só isso mesmo?
> A_4: É só isso mesmo. Então, o T vai dar $T = \frac{1}{2}...$
> A_3: De $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2$, não é? E o v é $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$... Dá $l\dot{\theta}$. $l^2cos^2\theta + l^2sen^2\theta$, v vai ser R.
> A_4: Agora, o V vai ser: $V = mg$ ... tá aqui o y, ó...
> A_3: Tem que calcular a lagrangiana.
> S: Vocês adotaram o V como negativo?
> A_4: Verdade.
> S: É $-mglcos\theta$.
> A_3: Com menos embaixo. A hamiltoniana fica negativa e a lagrangiana fica positiva... (A_3 procura, num material escrito, sobre o delta L, ou como ocorre essa variação) é $\frac{\Delta L}{\Delta \dot{q}}$. O potencial é $\dot{\theta}$?
> A_4: É.
> A_3: O potencial tem a ver com o momento?
> A_4: Tem. [...] (Resolução de problemas – módulo de Hamilton).

No trecho citado a seguir, ainda durante a resolução do problema 5_b pelo método de Hamilton, ratificamos a evolução na aprendizagem do aluno A_3 em relação à sintaxe da linguagem Física abordada, quando orienta S a respeito das operações executadas com o signo que representa a grandeza física momento linear:

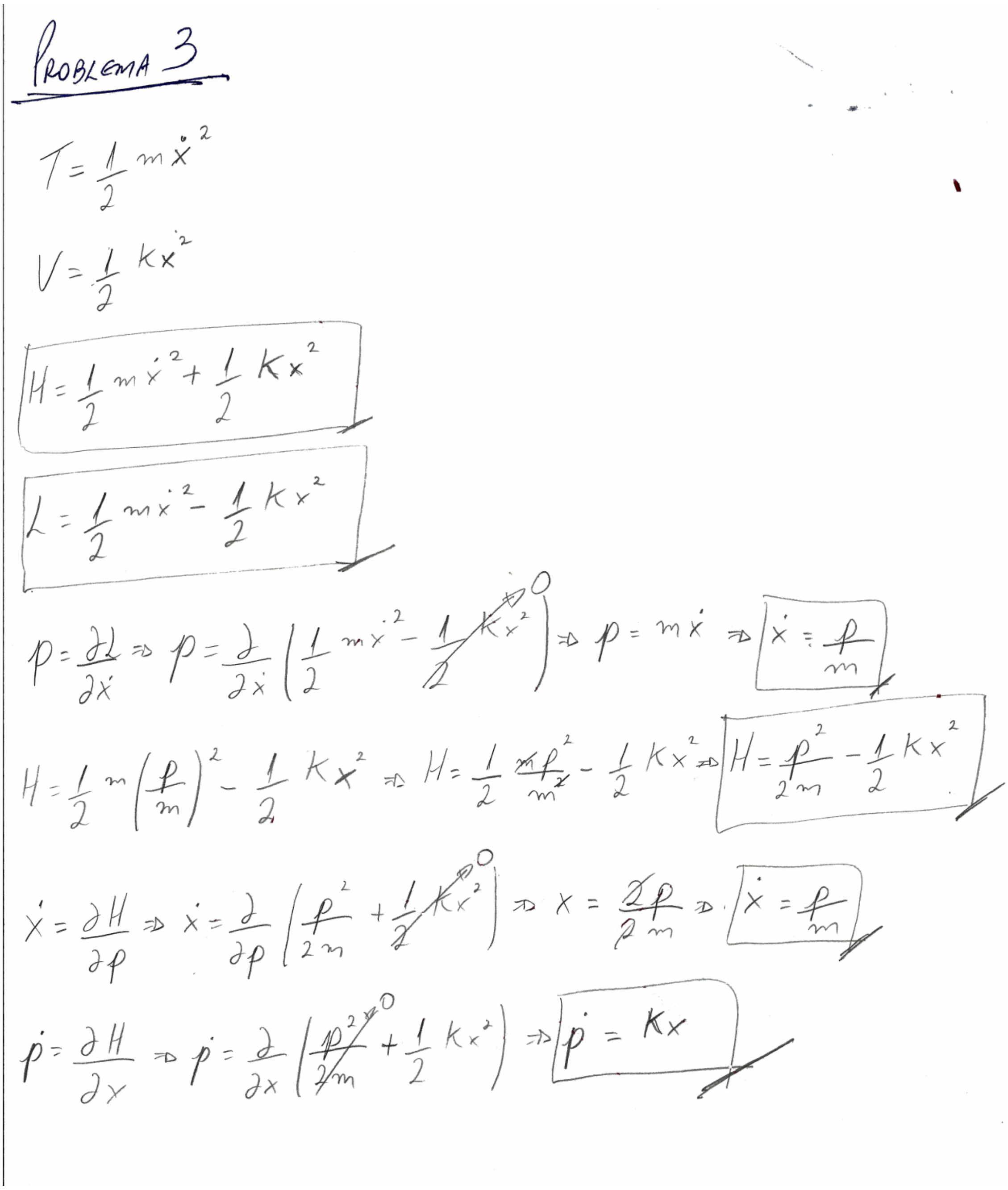
> [...] A_3: Tem um menos da fórmula.
> S: Que menos da fórmula?
> A_3: $-\frac{\partial H}{\partial \dot{\theta}}$.
> S: Mas isso é o momento.
> A_3: É do momento que você está fazendo aí.
> S: Fiz confusão, A_4. Porque aqui, ó, eu usei positivo em x, na coordenada x. Porque ali é a variável q, a variável q é o θ . Então está certo.
> A_3: Está certo. Depois o momento é negativo.
> S: Esse aqui é o negativo. Esse aqui fica positivo, está em $mglsen\theta$.

> A_3: Não, você confundiu. Você derivou o momento. Você tinha que ter derivado a parte da frente.
>
> S: Fica... e $mgl sen\theta$.
>
> A_3: Isso. Nas suas anotações tem que derivar o argumento também, o $\dot{\theta}$?
>
> S: Não... está $cos\theta$, é a mesma coisa se fosse $cosx$, $senx$, se fosse $cos2\theta$ aí você deriva $sen\theta.2$.
>
> A_3: Ah... Só se fosse $\dot{\theta}^2$.
>
> A_4: Você deriva θ em função de θ e sobra um.
>
> A_3: Tá certo, então apaga o $\dot{\theta}$. [...] (Resolução de problemas – módulo de Hamilton).

Todavia, na prova 3.1, o aluno A_3 resolveu de maneira incorreta o problema, novamente se esquecendo ‘do fator’ campo gravitacional da Terra, que gera a energia potencial do corpo, mostrando que ele não se estabeleceu como um intérprete da linguagem Física, proposto por Kuhn (2006, p. 61).

Sob nosso ponto de vista, isso decorre do fato de que suas representações mentais internas (MOREIRA, 2011, p. 189) desenvolvidas para captarem o mundo físico continham equívocos:

Figura 36 – Prova 3.1 – problema 3 – aluno A_3



PROBLEMA 3

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$V = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\boxed{H = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2}$$

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2}$$

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \Rightarrow p = \frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \cancel{\frac{1}{2} k x^2}^{\,0}\right) \Rightarrow p = m\dot{x} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$$

$$H = \frac{1}{2} m \left(\frac{p}{m}\right)^2 - \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} \frac{\cancel{m} p^2}{m^{\cancel{2}}} - \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \boxed{H = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{2} k x^2}$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p} \Rightarrow \dot{x} = \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{2m} + \cancel{\frac{1}{2} k x^2}^{\,0}\right) \Rightarrow x = \frac{\cancel{2} p}{\cancel{2} m} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$$

$$\dot{p} = \frac{\partial H}{\partial x} \Rightarrow \dot{p} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\cancel{\frac{p^2}{2m}}^{\,0} + \frac{1}{2} k x^2\right) \Rightarrow \boxed{\dot{p} = kx}$$

Na prova 3.2 o aluno insere o termo relacionado à energia potencial gravitacional e resolve o exercício, mostrando que sua sintaxe da linguagem estava em curso:

Figura 37 – Prova 3.2 – problema 3 – folha 1 – aluno A_3

②

PROBLEMA ③

a)

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$V = mgx \sin\theta + \frac{1}{2} kx^2$$

$$H = T + V$$

$$\boxed{H = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + mgx \sin\theta + \frac{1}{2} kx^2}$$

b)

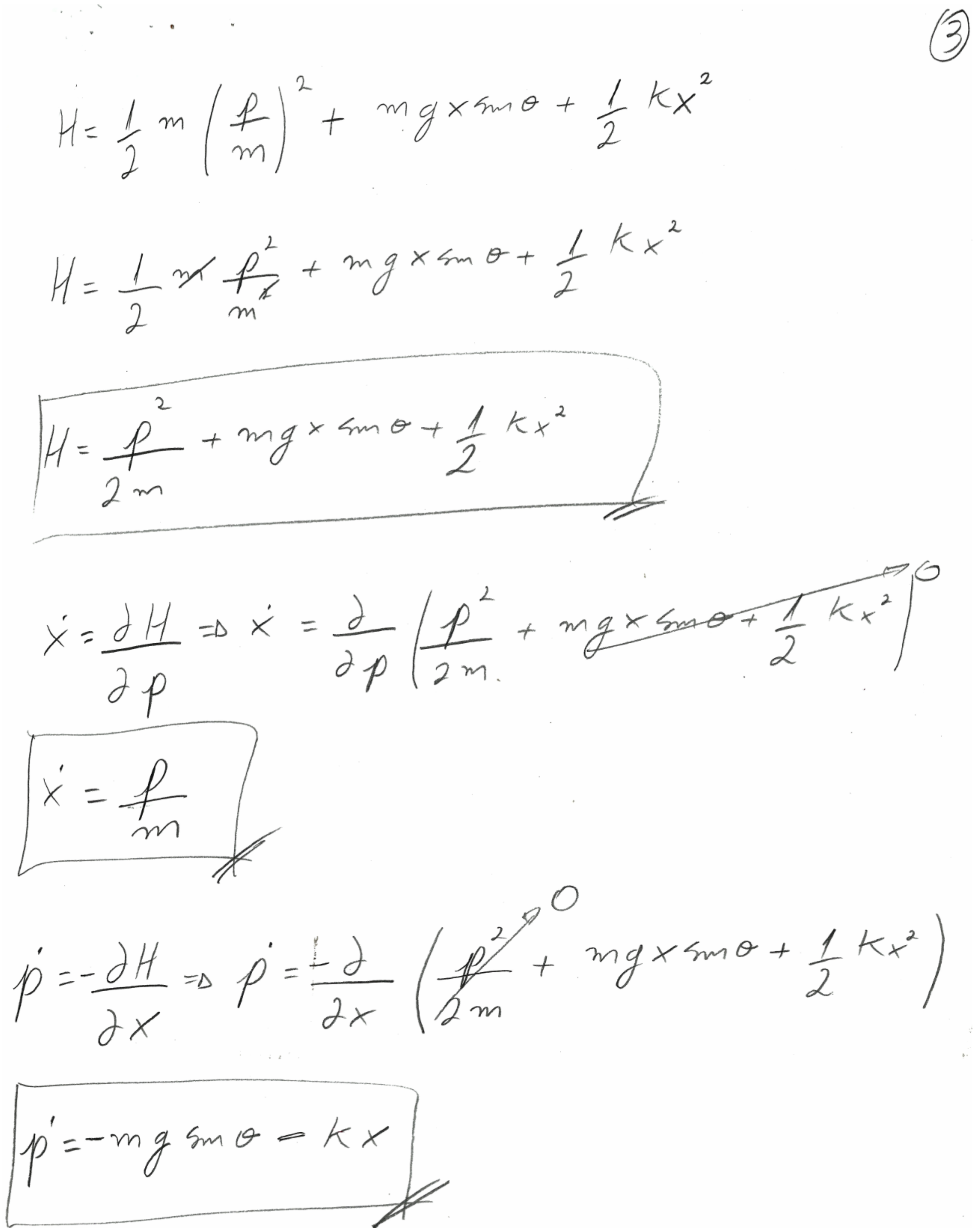
$$L = T - V$$

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - mgx \sin\theta - \frac{1}{2} kx^2$$

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \Rightarrow p = \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \underbrace{\cancel{mgx \sin\theta}}_{\Rightarrow 0} - \frac{1}{2} kx^2 \right)$$

$$p = m\dot{x} \Rightarrow \boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$$

Figura 38 – Prova 3.2 – problema 3 – folha 2 – aluno A_3



3

$$H = \frac{1}{2} m \left(\frac{p}{m}\right)^2 + mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} kx^2$$

$$H = \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{p^2}{m^{\cancel{2}}} + mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} kx^2$$

$$\boxed{H = \frac{p^2}{2m} + mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} kx^2}$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p} \Rightarrow \dot{x} = \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{2m} + \cancel{mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} kx^2}\right) \rightarrow 0$$

$$\boxed{\dot{x} = \frac{p}{m}}$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} \Rightarrow \dot{p} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\cancel{\frac{p^2}{2m}} \rightarrow 0 + mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} kx^2\right)$$

$$\boxed{\dot{p} = -mg \operatorname{sen}\theta - kx}$$

Na resolução do problema que envolvia um pêndulo duplo, pelo método de Hamilton, o aluno A_3 deixa claro que o princípio físico da ação de forças num sistema – supostamente apreendido por ele – não ocorreu como se esperava:

> A_4: A gente tem que pensar o quê? O pêndulo 1. O pêndulo 1 vai funcionar independente do pêndulo 2, normal. Só que tem um detalhe: a diferença dele aqui, pra calcular a energia potencial, é que o pêndulo 2 está pendurado nele, então a massa dele vai ser a do 1 mais a do 2. E no pêndulo 2, ó, ele está aqui, está balançando, tem a velocidade do 1, só que o 2 está pendurado nele, então, o 2 tem a velocidade do 2, só que a velocidade real do 2 o que é? É a velocidade que está mexendo o 1 mais a velocidade que está mexendo o 2, aí tem que fazer uma componente. Aí, você tem que sair disso, ó: a diferença de ângulo entre eles vai ser o ângulo desse, vai ser esse menos isso, que vai dar... vai ser o mesmo ângulo que vai aparecer aqui, ó, então vai usar... como é que chama a temática, é... lei dos cossenos.
> A_2: É.
> A_4: Então você chega na velocidade do 2. Então você tem a energia cinética resultante do 2 e você vai chegar nisso daqui. Mas eu não vou fazer isso de novo.
> [...]
> Professor: Vamos considerar o eixo primeiro. Aqui é o m_1, aqui é o m_2. Esse é o θ_1 e esse é o θ_2. l_1 e l_2. Então, eu acho que tem que começar por... Bom, aqui é x_1,y_1 e aqui é x_2,y_2. $x_1 = l_1 sen\theta_1$. $y_1 = l_1 cos\theta_1$. X_2 é essa distância aqui. $x_2 = l_1 sen\theta_1 + l_2 sen\theta_2$. E y_2 é essa distância aqui, que é $y_2 = l_1 cos\theta_1 + l_2 cos\theta_2$. Bom, isso aqui resolve o problema, praticamente.
> A_5: Agora é só fazer a lagrangiana...
> Professor: Agora é só elaboração matemática.
> A_3: Só o l_2 é em função de l_1 ou do potencial?
> Professor: O l_2, não. L_2 é l_2, l_1 é l_1.
> A_3: Na potencial não tem que relacionar l_1 e l_2?
> Professor: Bom, vamos ver então... O T_1 é o que? $T_1 = \frac{1}{2} m_1$ ... $\dot{x}_1 + \dot{y}_1$, certo? $T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)$. O T_2 é $T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)$. O V_1 é, bom o V_1 tem a ver com isso aqui, né, com y_1. O V_1 é $V_1 = -m_1 g y_1$, mas o y_1 é $l_1 cos\theta_1$, então fica: $V_1 = -m_1 g l_1 cos\theta_1$. O V_2 é $V_2 = -m_2 g([(l]_1 cos\theta_1 + l_2 cos\theta_2)$.
> A_3: Tá, então, no caso do 2, o m_1 não interfere no potencial dele?
> Professor: Não, não. O m_1 nunca vai interferir no m_2 na questão da energia potencial, porque não tem nada a ver, só se eu tivesse um sistema composto por várias partículas e eu perguntasse “qual é a energia potencial do sistema?” (Resolução de problemas – módulo de Hamilton).

Constatamos que o aluno A_3 argumenta sobre sua dúvida: “Tá, então, no caso do 2, o m_1 não interfere no potencial dele?” (Aluno A_3 – Resolução de problemas – módulo de Hamilton).

Com isso entendemos que, dentre os modelos de *representação mental interna* (MOREIRA, 2011, p. 189) tidos e elaborados por ele (aluno A_3) a fim de captar o *mundo exterior* (MOREIRA, 2011, p. 189), ele se utilizou de algum que continha o termo m (massa) que, por alguma razão não definida, interferia na posição, na energia potencial do outro corpo.

Entretanto, destacamos que o fato do pêndulo 2 estar conectado ao pêndulo 1 por uma corda, fazia com que houvesse uma alteração em sua posição (em sua energia potencial), que pode ser dada pela sentença: $V_2 = -m_2 g(l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos\theta_2)$.

CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde o início do curso o aluno A_2 demonstrou atenção ao que lhe era explicado pelo professor e por seus pares mais fluentes na linguagem Física, principalmente durante a resolução de problemas.

De certa forma os problemas contidos nas provas, bem como aqueles resolvidos em sala durante as aulas, fizeram o papel de *exemplares*, como proposto por Kuhn (2006, p. 237). Nesses casos (tratamento de problemas) o autor sugere que ocorre o aprendizado da "[...] linguagem de uma teoria [...]" assim como "[...] o conhecimento da natureza embutido nessa linguagem" (KUHN, 2006, p. 209).

Todavia, esclareço que, sob meu ponto de vista, o "conhecimento da natureza" proposto pelo autor implica em algo que está vinculado com a aprendizagem de conceitos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 40; MOREIRA, 2011, p. 165), estágio esse que o aluno A_2 não demonstrou ter atingido durante o curso.

Entretanto, o mesmo obteve uma aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) dos signos envolvidos nas sentenças durante o tratamento de problemas, que também esteve vinculado com a aproximação do estudante às 'regras do jogo', da sintaxe[43], da lógica do raciocínio na linguagem Física.

Ainda que o aluno A_2 soubesse alguns princípios do cálculo diferencial/integral, ele não demonstrava saber como trabalhar com forças contrárias ao movimento (caso do atrito) e não sabia o significado da segunda lei de Newton equivaler a zero.

É importante ratificar que a aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) tida por A_2 ao longo do curso esteve vinculada à sintaxe da linguagem Física, apreendida por ele, principalmente durante a resolução de problemas com seus pares mais fluentes na linguagem Física, nos formalismos Lagrangiano e Hamiltoniano.

Logo no início do curso pudemos constatar que o aluno A_1, quando

[43] De acordo com o dicionário Houaiss (2009), o termo sintaxe possui como um de seus significados "*componente do sistema linguístico que determina as relações formais que interligam os constituintes da sentença, atribuindo-lhe uma estrutura*".

exposto aos problemas, não pensava nos conceitos e princípios físicos envolvidos na situação. Ele simplesmente se utilizava das sentenças que conhecia de estudos anteriores, como pudemos verificar no início de nossa análise de dados a respeito da passagem, referida por ele, que continha a segunda lei de Newton:

> Pois é... Eu usei essa fórmula F=ma, não sei, eu estava falando pro A_2 aqui, acho que deu pra fazer o 1 o 2 [...] (Correção da prova zero – aluno A_1).

Também no início do curso pudemos acompanhar que ocorreram passagens nas quais o aluno A_1 evidenciou que não era detentor de certos conceitos preliminares utilizados na disciplina de introdução à mecânica clássica. Como exemplo, relembramos o diálogo citado:

> A_1: Por que a primeira é dividida por 2?
> Professor: É porque a energia cinética é $\frac{1}{2}mv^2$.
> A_1: Ah, tá.
> O que é o g mesmo?
> Professor: g é a aceleração da gravidade (Resolução de problemas – módulo de Newton).

Somado a isso tem-se o fato de que o aluno A_1 apresentava um número reduzido de subsunçores (MOREIRA, 2011, p. 163) referentes ao conteúdo abordado, o que comprometia o início de sua aprendizagem, já que, para nós, os subsunçores são como as primeiras colunas existentes no conhecimento do sujeito e servem para sustentar o início da aprendizagem.

Isso remete ao fato destacado por Moreira que argumenta que o conhecimento prévio tem o papel de *matriz ideacional* na qual os novos conhecimentos são fixados, ancorando-se na estrutura cognitiva do aprendiz (2011, p. 20).

Entretanto, no módulo de Lagrange teve inicio seu aprendizado da linguagem Física via sintaxe (lógica do raciocínio), durante a resolução de problemas com alunos mais fluentes nessa linguagem.

De certa forma havíamos sugerido que uma *aprendizagem significativa representacional* (AUSUBEL *et al*., 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) fosse uma possível porta de entrada para uma aprendizagem significativa desse conteúdo. No entanto, um semestre letivo não foi suficiente para que A_1 atingisse essa aprendizagem.

A_1 não conseguiu se enquadrar na moldura do intérprete de uma linguagem como proposto por Kuhn (2006, p. 61), já que, segundo o autor, é com a interpretação que se descobre o uso dos signos tratados.

Ainda que o aluno A_1 tivesse mostrado empenho e disposição ao longo de todo curso, seu possível baixo número de referentes (KUHN, 2006, p. 42), bem como seu não posicionamento de maneira definitiva como um intérprete da linguagem tratada, a meu ver, fizeram com que fossem demonstradas dificuldades como esta:

> [...] dificuldade assim: quando é que eu vou utilizar energia cinética e quando é que eu vou usar a energia potencial (Correção/resolução de problemas – mecânica Newtoniana).

Em relação ao caso da aprendizagem do aluno A_3, destacamos que, tanto no primeiro quanto no terceiro módulo do curso (módulos de Newton e Hamilton), ocorreram inconsistências em suas representações mentais internas (MOREIRA, 2011, p. 189).

No módulo de Newton (problema das caixas) suas representações internas – aquelas utilizadas na captação do mundo externo (MOREIRA, 2011, p. 190) – continham um modelo no qual as entidades Físicas vetoriais do sistema (forças de tração) eram tomadas como escalares.

No problema do pêndulo duplo (módulo de Hamilton), em sua representação mental existia um modelo no qual a conexão entre as massas dos pêndulos gerava uma alteração na energia potencial dos mesmos.

Dessa forma, entendemos que seu desempenho como um intérprete da linguagem Física, proposto por Kuhn (2006, p. 81) continha falhas, já que os *modelos mentais* de Johnson-Laird (1989 *apud* MOREIRA, 2011, p.193) apresentados por ele não podiam ser tomados como corretos.

Alguns fatores ocorridos em sua aprendizagem, como sua dificuldade no estabelecimento de referenciais em sistemas físicos, limitou seu desempenho.

Entretanto, ao longo do curso, sobretudo nas provas ‘.2’ (1.2, 2.2 e 3.2), ele demonstrou uma evolução no aprendizado da sintaxe da linguagem Física.

Destacamos que a resolução de problemas em grupo teve um papel fundamental no processo de aprendizagem do aluno A_3, contribuindo para sua evolução no pensamento lógico contido na resolução dos problemas, ou seja, na sintaxe da linguagem Física.

Outro importante fator a ser destacado trata do estabelecimento da aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20), devido a manipulação de signos envolvidos, principalmente nos módulos de Lagrange e Hamilton.

Ainda que as aprendizagens dos alunos A_1 A_2 e A_3 tenham se dado de maneiras diferentes – A_2 e A_3 atingiram uma aprendizagem significativa representacional (AUSUBEL, *et al*.,1980, p. 39; MOREIRA, 2007, p. 20) e A_1 obteve um aprendizado contido na sintaxe da linguagem Física, entendemos que houve, nos três casos, um ponto em comum.

Podemos entendê-lo como o aprendizado 'das regras do jogo'; do encaminhamento através da lógica do raciocínio contida na resolução dos problemas abordados, ou seja, na sintaxe da linguagem Física, ainda que ela passe à margem do significado, pois sua compreensão não envolve a semântica da linguagem Física.

Com o tempo de trabalho os alunos aprofundaram, tanto o tratamento da sintaxe dessa linguagem, quanto o manuseio da linguagem matemática existente no campo da Física.

Durante as aulas expositivas do professor isso foi trabalhado, mas os alunos se valiam disso, principalmente durante a resolução de problemas em sala, quando os alunos mais fluentes na linguagem Física auxiliavam os demais durante suas resoluções.

Isso vai ao encontro do que é sugerido por Kuhn na obra *A estrutura das revoluções científicas* O autor argumenta que a *habilidade* de se estabelecer "[...] relações entre os símbolos [...]" (p. 236) e aplicá-los à natureza é o que de mais proveitoso e essencial se tira da resolução de problemas (2006, p. 237).

Os alunos tiveram as influências do que foi citado acima na compreensão do que representavam certos signos envolvidos nas sentenças, principalmente nos métodos de Lagrange e de Hamilton.

Assim, outro importante ponto a ser destacado é o de que se confirma a proposta de Kuhn, na qual os termos a serem apreendidos devem ser ensinados via *ostenção*, ou seja, "[...] pela exibição, direta ou <u>através de descrição, de situações para as quais eles são aplicados</u> (2000, p. 12, grifo nosso).

Outro importante fator a ser apontado refere-se à opção fornecida pelo professor, de permitir que cada aluno refizesse sua prova – o que definimos como provas ".2" (ponto dois). Essa estratégia contribuiu para que os alunos mantivessem seu foco no aprendizado da linguagem trabalhada em sala, para refazer suas provas, melhorando suas notas.

Também destacamos que essa pesquisa mostrou uma possível aplicação dos casos dos *modelos mentais* de Johnson-Laird (1989 *apud* MOREIRA, 2011, p. 193) vinculados, principalmente, à aprendizagem de um dos alunos investigados – o aluno A_3.

No entanto, essa tese contém informações relevantes quanto à aquisição de uma linguagem (KUHN, 2003) frente a aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; MOREIRA, 1997, 2011). O ponto central dessa questão reside, sob nosso ponto de vista, nas diferenças existentes entre as teorias citadas quanto a definição do que é semântica.

Entendemos que na concepção Kuhniana, em sua teoria a respeito da aquisição de uma linguagem, uma interpretação cognitivista é aquela que respalda pesquisas a respeito do significado, já que entendemos o significado como resultante da cadeia significante – se há alguma alteração nela, também ocorre com significado em questão.

Ainda assim, na teoria Kuhniana não se precisa supor funções cognitivas para essa aquisição. Para Kuhn, não se aprende uma proposição, mas sim uma linguagem.

É claro que essa linguagem possui vários níveis de complexidade, onde novos termos são inseridos no todo existente no conhecimento (ou na estrutura cognitiva) do estudante. Com o aprendizado desse(s) novo(s) termo(s) – ou signo(s) – a estrutura cognitiva do estudante pode ser alterada no todo referente ao assunto abordado, o que entendo ser semelhante ao que ocorre na aprendizagem significativa proposicional.

Existem questões que surgiram durante a feitura desta pesquisa que ainda não foram respondidas. Isso levou-nos a concluir que a linha de pesquisa tratada nessa tese está aberta, possuindo, 'de saída', possíveis (sete) questões a serem respondidas. São elas:

- Qual foi o papel da mediação do professor no aprendizado dos alunos? E da mediação dos colegas?
- A história social de cada estudante influiu em sua aprendizagem?
- Quais são as semelhanças e diferenças entre a linguagem

comum e a científica?

- O significado de uma palavra se vincula ao das outras ou a um referente?
- Existe (ou não) uma hierarquia de conceitos?
- Seria possível uma visão kuhniana (linguística) do cognitivismo?
- O que é o significado na aprendizagem significativa?

Meu orientador lançou-me a seguinte pergunta em uma cópia de minha tese da qualificação: “Será que não seria uma outra via para os estudos do aprendizado de uma linguagem?” Como resposta eu pergunto a ele: Qual?

No entanto, como o curso tratado foi de Introdução à Mecânica Clássica no ensino superior, o leitor pode se perguntar: “Mas afinal, não houve nenhuma expansão do *léxico* (KUHN, 2006, p. 85) (vocabulário) entre os alunos pesquisados?”

A resposta a essa pergunta poderá ser verificada dentro em breve com a submissão de nosso trabalho a respeito da expansão do léxico do aluno A_5 em algum periódico da área.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. J. P. M. Linguagens comum e Matemática em funcionamento no ensino de Física. **II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Valinhos, SP, 1 a 4 de setembro de 1999.

ALMEIDA, M. J. P. M.; SILVA, H. C.; MACHADO, J. L. M. Condições de produção no funcionamento da leitura educação em Física. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**. v.1, n.1, 2001.

AMIM, T. G.; JEPPSSON, F.; HAGLUND, J.; STRÖMDAHL, H. Arrow of time: Metaphorical construals of entropy and the second law of thermodynamics. **Science Education**. v. 96, ed. 5, p. 818-848, 2012.

ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A.; MOREIRA, M. A. Modelos computacionais no ensino--aprendizagem de Física: um referencial de trabalho. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 17 (2), pp. 341-366, 2012.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro, Interamericana, 1980.

BALLESTERO, H. C. E. **Relações com o saber e o aprendizado em física por meio da avaliação formativa em um curso de introdução à mecânica clássica**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

BALLESTERO, H. C. E.; ARRUDA, S. M. Avaliação formativa em um curso introdutório de mecânica clássica: um estudo de caso. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**. v.9, n. 2, 168-185, 2010.

BLOOM, B. S.; HASTINGS, J. T.; MADAUS, G. F. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. São Paulo: Pioneira, 1971.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BRISCOE, C.; CHANDRA, S. P. Teaching future K-8 teachers the language of Newton: A case study of collaboration and change in university physics teaching. **Science Education**.v. 88, ed. 6, pp. 947-969, nov. 2004.

CARMO, A. B.; CARVALHO, A. M. P. Construindo a linguagem gráfica em uma aula experimental de Física. **Ciência e Educação**. v. 15, n. 1, p. 61-84, 2009.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

______. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização.** Porto Alegre: ArtMed, 2005.

DAZA-PÉREZ. E. P.; CARDENAS.J. A. M. El pensamiento del profesor de ciencias en ejercicio. Concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**. v.9, n. 3, 549-568, 2010.

DENG, Z. The distinction between key ideas in teaching school physics and key ideas in the discipline of physics. **Science Education**. v. 85, ed. 3, p. 263-278, 2001.

DUMRAUF, A. G.; CORDERO, S. "¿Qué cosa es el calor?" Interacciones discursivas en una clase de Física. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**. v. 3, n. 2, 123-147, 2004.

FLÔR, C. C.; CASSIANI, S. Estudos envolvendo linguagem e educação Química no período de 2000 a 2008 – algumas considerações. **Revista Ensaio**. v. 14, n. 1, p. 181- -193, 2012.

______. O que dizem os estudos da linguagem na educação científica. **Revista Brasileira de Educação em Ciências**. v. 11, n. 2, 2011.

GUIORA, A. The challengers ahead a farewell adress. **Science & Education**. v. 55, ed. 2, pp. 183-189, 2005.

HOUAISS, A. **Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. 3 CD-ROM.

KREIG, I.; MOREIRA, M. A. Implementación y evaluación de una propuesta de enseñanza para el tópico física de partículas en una disciplina de estructura de la materia basada en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**. v. 8, n. 3, 812-833, 2009.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 9. ed. São Paulo: Perspectiva, 2006.

______. **A tensão essencial**. Lisboa: Edições 70, 1977.

______. **O caminho desde a estrutura**. São Paulo: Ed. da UNESP, 2003.

______. On Learning Physics. **Science & Education** (Dordrecht), Amsterdam, v. 9, p. 11-19, 2000.

LIMA, M. C. B.; CARVALHO, A. P. Linguagem e o ensino de Física na Escola Fundamental. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v. 20, n. 1, pp. 86-97, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1986.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MOREIRA. M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 2011.

______. Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente. Em Moreira, M. A., Caballero, M. C. e Rodríguez, M. L. (organizadores.). Actas del **Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España. p. 19-44, 1997.

______. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa. **O ENSINO** – Revista Galáico Portuguesa de Sócio-Pedagogia e Sócio-Linguística. Pontevedra/Galícia/Espanha e Braga/Portugal, 1988. Adaptado e atualizado, em 1997, Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em: 9 abr. 2012.

______. Linguagem e Aprendizagem Significativa. Conferência de encerramento do **IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa**. Maragogi, AL, Brasil, 8 a 12 de setembro de 2003. Versão revisada e ampliada de participação em mesa-redonda sobre linguagem e cognição na sala de Ciências, realizada durante o **II Encontro Internacional**

Linguagem, Cultura e Cognição, Belo Horizonte, MG, Brasil. 16 a 18 de julho de 2003.

MORTMER, E. F.; CHAGAS, A. N.; ALVARENGA, V. T. Linguagem científica *versus* linguagem comum nas respostas escritas de vestibulandos. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 3 (1), pp. 7-19, 1998.

PASSOS, A. M.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S. M. O Campo de Formação de Professores: um estudo em artigos de revistas da área de Ensino de Ciências no Brasil. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 15 (1), pp. 219-255. 2010.

REVISTA ELECTRÓNICA DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS. **ISSN. 1579-1513 – DL OU – 18/2002**. Disponível em: < http://reec.uvigo.es >. Acesso em: 16 mar. 2014.

SANTA-ROSA, M. C. P. Os lugares da Matemática na Física e suas dificuldades contextuais: implicações para um sistema de ensino integrado. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 18 (1), pp. 215-235. 2013.

SCIENCE EDUCATION. Copyright © 2014 Wiley Periodicals, Inc., A Wiley Company**.** Edited By: John L. Rudolph Impact Factor: 2.382. ISI Journal Citation Reports © Ranking: 2012: 10/219 (Education & Educational Research) Online **ISSN: 1098-237X**. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1002/(ISSN)1098-237X>. Acesso em: 16 mar. 2014.

SILVA, H. C.; BAENA, C. BAENA, J. O dado empírico de linguagem na perspectiva da Análise de Discurso Francesa. **Ciência e Educação**. v. 12, n. 3, p. 347-364, 2006.

SIN, C. Epistemology, Sociology, and Learning and Teaching in Physics. **Science & Education**. v. 98, ed. 2, p. 342-365, 2014.

SOUSA, C. M.; FÁVEO, M. H. Concepções de Professores de Física sobre a resolução de problemas e o ensino de Física. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**. n. 3 (1), pp. 58-69, 2003.

WANG, J. A contextual examination of school physics in China. **Science & Education**. v. 81, ed. 3, p. 333–354, 1997.

ANEXOS

ANEXO A

5.1. Problemas contidos nas provas
5.1.1. Módulo 1 – Módulo Newtoniana

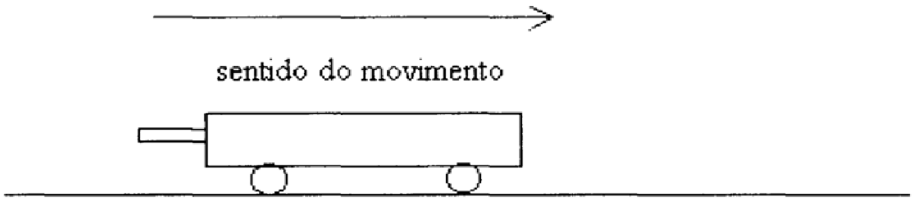
MECÂNICA
2007

PROVA 1

11/04/2007

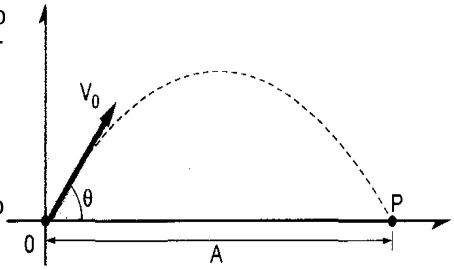
PROBLEMA 1

- Um carrinho de madeira, de massa **m**, com rodinhas, se movimenta horizontalmente, conforme mostra a figura abaixo. O carrinho é impulsionado através de um mecanismo qualquer no início do movimento e adquire uma velocidade inicial $\mathbf{v_0}$. Considere duas situações:
- I – Não há atrito. A resultante das forças no eixo-x é nula e o movimento é realizado com velocidade constante e igual a $\mathbf{v_0}$.
- II – Há atrito. A resultante horizontal é igual à força de atrito, cujo sentido é contrário ao movimento, tendo intensidade $\mathbf{F = \mu N}$, onde **N** tem mesmo valor do peso do carrinho, o qual se move nesse caso até o repouso.
- Encontre: a) as equações de movimento; b) a velocidade **v(t)**; c) a posição **x(t)** para o caso **I** e o caso **II**.



PROBLEMA 2

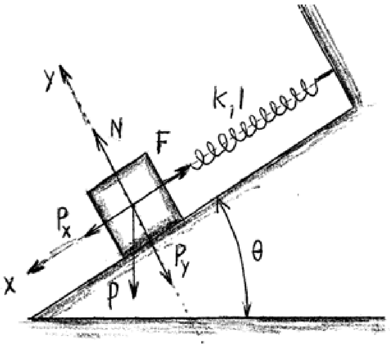
- Em um lançamento horizontal, um objeto é lançado com velocidade $\mathbf{v_0}$ em uma direção inclinada, fazendo um ângulo θ com o eixo-x. Sabemos que o movimento pode ser decomposto em:
- **I** – um MRU (movimento com velocidade constante) na direção x;
- **II** – um MRUV (movimento com aceleração constante, dirigida verticalmente para baixo igual a **g**) na direção y. Despreze todos os atritos.



- Encontre:
- a) as equações de movimento, a velocidade $\mathbf{v_x(t)}$ e a posição **x(t)** para o movimento horizontal;
- b) as equações de movimento, a velocidade $\mathbf{v_y(t)}$ e a posição **y(t)** para o movimento vertical.

PROBLEMA 3

- Um sistema massa-mola oscila em um plano inclinado, conforme mostra a figura. Não há atrito. A mola tem constante elástica k e comprimento de repouso l. Considere o eixo-x paralelo ao plano inclinado. Encontre para a direção x: a) as equações de movimento; b) a velocidade **v(t);** c) a posição **x(t)**



PROBLEMA 4

- Em uma região do espaço existe um campo elétrico oscilante da forma $E = E_0 \cos(\omega t + \theta)$
- Desprezando os efeitos da radiação (ω pequeno) a força sobre um elétron é dada por:

$$F = -eE = -eE_0 \cos(\omega t + \theta)$$

- Encontre: (a) a equação de movimento na direção x; (b) a função v(t); (c) a função x(t).

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x$$

$$\int \cos x \, dx = \operatorname{sen} x$$

5.1.2. Módulo 2 – Módulo Lagrangiana

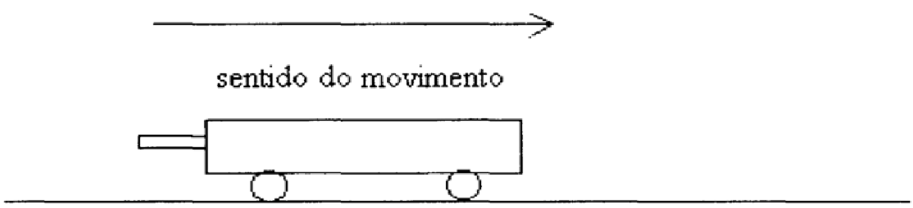
MECÂNICA
2007

PROVA 2-1

09/05/2007

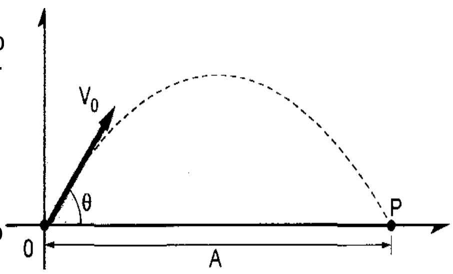
PROBLEMA 1

- Um carrinho de madeira, de massa **m**, com rodinhas, se movimenta horizontalmente, conforme mostra a figura abaixo. O carrinho é impulsionado através de um mecanismo qualquer no início do movimento e adquire uma velocidade inicial $\mathbf{v_0}$. Considere duas situações:
- I – Não há atrito. A resultante das forças no eixo-x é nula e o movimento é realizado com velocidade constante e igual a $\mathbf{v_0}$.
- II – Há atrito. A resultante horizontal é igual à força de atrito, cujo sentido é contrário ao movimento, tendo intensidade $\mathbf{F = \mu N}$, onde **N** tem o mesmo valor do peso do carrinho, o qual se move nesse caso até o repouso.
- Encontre para os dois casos: a) a lagrangeana do sistema; b) as equações de movimento pelo método de Lagrange.



PROBLEMA 2

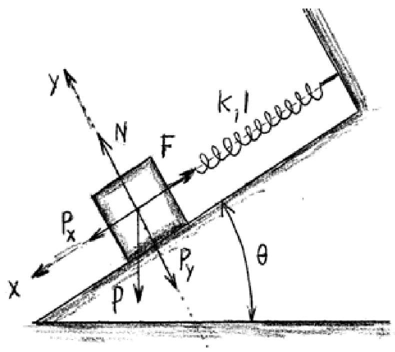
- Em um lançamento horizontal, um objeto é lançado com velocidade $\mathbf{v_0}$ em uma direção inclinada, fazendo um ângulo θ com o eixo-x. Sabemos que o movimento pode ser decomposto em:
- **I** – um MRU (movimento com velocidade constante) na direção x;
- **II** – um MRUV (movimento com aceleração constante, dirigida verticalmente para baixo igual a **g**) na direção y. Despreze todos os atritos.



- Utilize coordenadas cartesianas e encontre para as direções x e y:
- a) a lagrangeana do sistema;
- a) as equações de movimento pelo método de Lagrange.

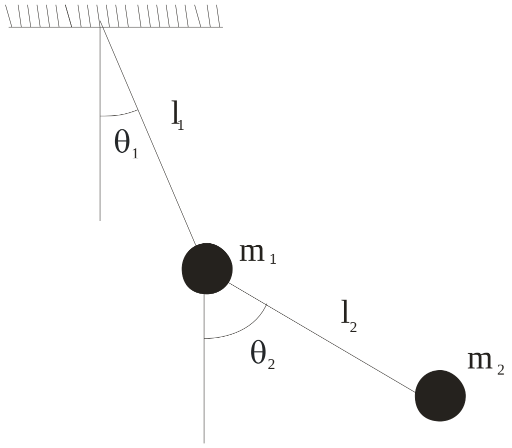
PROBLEMA 3

- Um sistema massa-mola oscila em um plano inclinado, conforme mostra a figura. Não há atrito. A mola tem constante elástica k e comprimento de repouso l. Considere o eixo-x paralelo ao plano inclinado. Encontre: a lagrangeana do sistema; b) as equações de movimento pelo método de Lagrange.



PROBLEMA 4

<u>Pêndulo duplo –</u> Encontrar a lagrangeana e as equações de movimento para o pêndulo duplo (em coordenadas polares). O sistema é conservativo.



5.1.3. Módulo 3 – Módulo Hamiltoniana

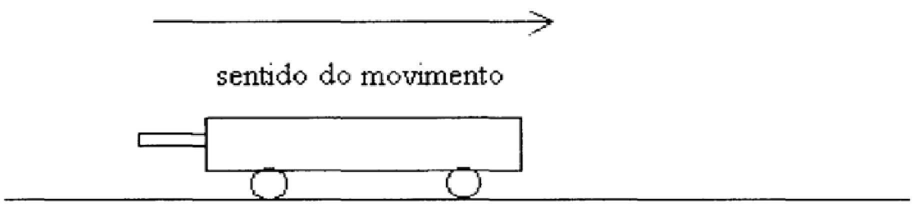
MECÂNICA
2007

PROVA 3.1

13/06/2007

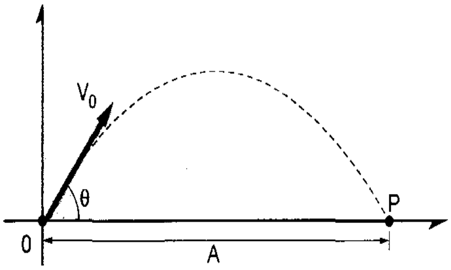
PROBLEMA 1

- Um carrinho de madeira, de massa **m**, com rodinhas, se movimenta horizontalmente, conforme mostra a figura abaixo. O carrinho é impulsionado através de um mecanismo qualquer no início do movimento e adquire uma velocidade inicial $\mathbf{v_0}$. Considere duas situações:
- I – Não há atrito. A resultante das forças no eixo-x é nula e o movimento é realizado com velocidade constante e igual a $\mathbf{v_0}$.
- II – Há atrito. A resultante horizontal é igual à força de atrito, cujo sentido é contrário ao movimento, tendo intensidade $\mathbf{F = \mu N}$, onde **N** tem o mesmo valor do peso do carrinho, o qual se move nesse caso até o repouso.
- Encontre pelo método de Hamilton e para os dois casos: a) a hamiltoniana do sistema; b) as equações de movimento (eq. de Hamilton).



PROBLEMA 2

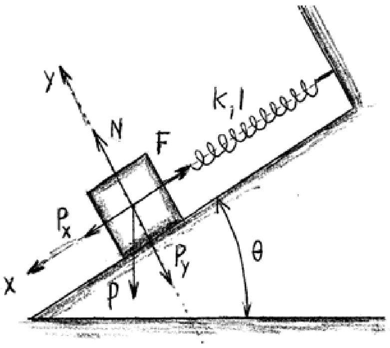
- Em um lançamento horizontal, um objeto é lançado com velocidade $\mathbf{v_0}$ em uma direção inclinada, fazendo um ângulo θ com o eixo-x. Sabemos que o movimento pode ser decomposto em:
- I – um MRU (movimento com velocidade constante) na direção x;
- II – um MRUV (movimento com aceleração constante, dirigida verticalmente para baixo igual a **g**) na direção y. Despreze todos os atritos.



- Encontre pelo método de Hamilton e para os dois casos: a) a hamiltoniana do sistema; b) as equações de movimento (eq. de Hamilton).

PROBLEMA 3

- Um sistema massa-mola oscila em um plano inclinado, conforme mostra a figura. Não há atrito. A mola tem constante elástica k e comprimento de repouso l. Considere o eixo-x paralelo ao plano inclinado. Encontre pelo método de Hamilton: a) a hamiltoniana do sistema; b) as equações de movimento (eq. de Hamilton).



PROBLEMA 4

Pêndulo duplo com mola

Dois pêndulos oscilam conectados por uma mola, conforme mostrado ao lado. O sistema é conservativo. Encontrar a hamiltoniana e as equações de movimento pelo método de Hamilton.