



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI

**ELEMENTOS DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA QUE PERMITEM O
DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES E FUTUROS
PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE
GEOGEBRA**

Londrina
2014

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI

**ELEMENTOS DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA QUE PERMITEM O
DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES E FUTUROS
PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE
GEOGEBRA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina como requisito para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Londrina
2014

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

B177e Baldini, Loreni Aparecida Ferreira.

Elementos de uma comunidade de prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de matemática na utilização do software Geogebra / Loreni Aparecida Ferreira Baldini. – Londrina, 2014.
220 f. : il.

Orientador: Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.

Inclui bibliografia.

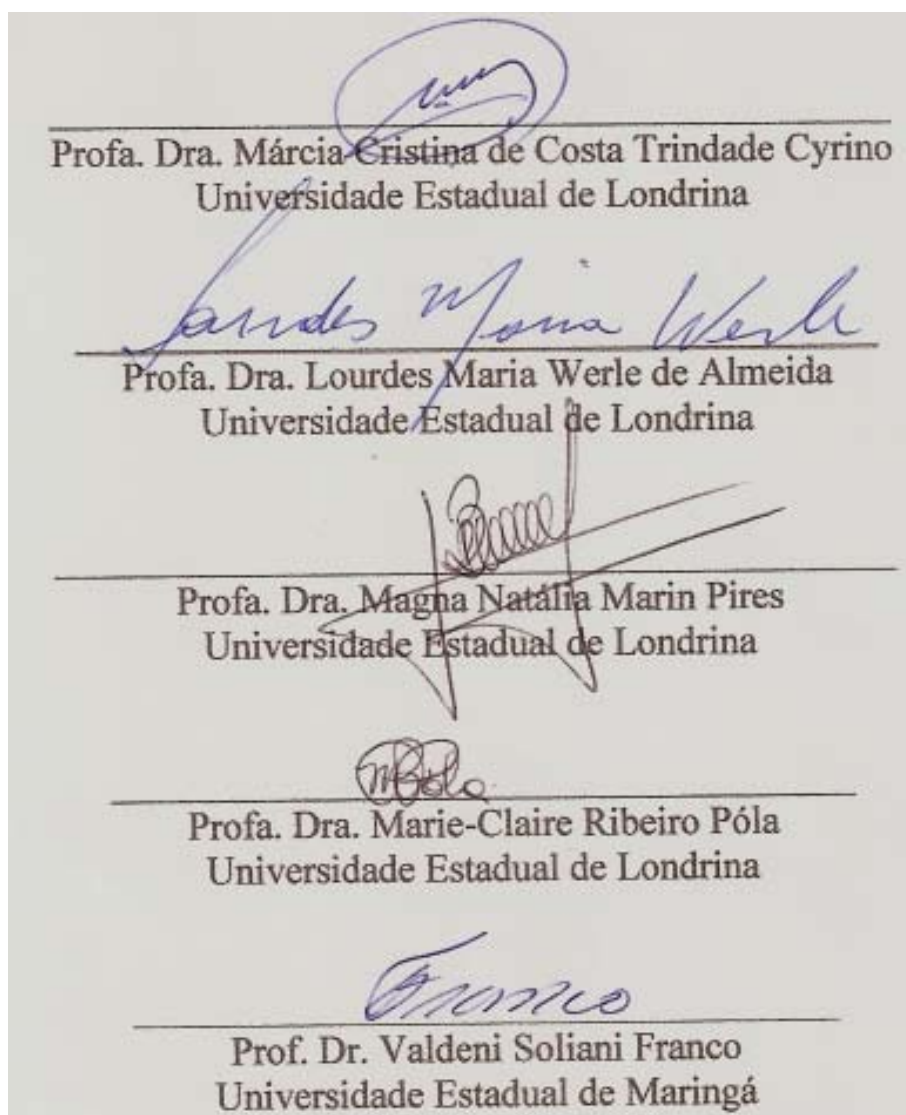
1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Ensino auxiliado por computador – Teses. 3. Professores de matemática – Formação – Teses. 4. Matemática – Formação de professores – Teses. 5. Educação matemática – Teses. I. Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51:37.02

ELEMENTOS DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA QUE PERMITEM O
DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES DE
MATEMÁTICA NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Educação Matemática da
Universidade Estadual de Londrina como requisito para
obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e
Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA



Londrina, 15 de agosto de 2014.

*Aquele que na sua sabedoria tudo sonhou e
projetou ...*

*Leopoldino Alves Ferreira
(meu pai - in memoriam)*

Aquela que tudo conciliou e amou...

*Leonir Marugal Ferreira
(minha mãe)*

*Aquele que é sonho, esperança, amor
incomensurável...*

*Natan Ferreira Baldini
(meu filho)*

AGRADECIMENTOS

A sensação de conclusão já traz um pouco de saudade de uma etapa muito importante em minha vida. Ao olhar o caminho percorrido para a realização deste trabalho, recordo dos primeiros momentos, ou até antes, e daqueles que fizeram parte deixando marcas de encorajamento, carinho, confiança, críticas, apoio e tantas contribuições.

A todas essas presenças expresso a minha gratidão...

A Deus fonte de força e esperança.

À Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, pela orientação, amizade e por partilhar seus conhecimentos, sua experiência de vida e de pesquisadora evidenciando nas suas atitudes que o conhecimento sem partilha é vazio.

Aos professores que compuseram a banca de qualificação/defesa Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida, Dra. Magna Natália Marin Pires, Dra. Marie-Claire Ribeiro Póla, Dr. Valdeni Soliani Franco, Dra. Celina Abar, pelo tempo que dispensaram e pelas valiosas sugestões de encaminhamento do trabalho.

Aos Membros da CoP-FoPMat, que caminharam junto comigo nesta investigação, partilhando experiências, inquietações e esperanças, o meu mais profundo e sincero agradecimento.

Ao Osmar, marido e companheiro, pelo apoio e incentivo desprendidos para a realização desta conquista.

Aos meus filhos Bruno e Natan pelo amor e carinho, pela compreensão dos momentos em que não estive presente em função do engajamento neste trabalho e por me auxiliarem nas minhas tarefas.

À minha mãe, minhas irmãs Leni, Leonice e Licione, sobrinhas e demais familiares por todo tipo de ajuda e apoio.

Aos membros dos GEPEFOPEM – Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – Angélica, Bruno, Cristina, Everton, Helen, Ivanna, Lais, Loyanne, Márcia Nagy, Márcio, Merline, Paulo, Renata, Tânia, Willian, pelas contribuições, amizade e pelos alegres momentos de estudos que partilhamos.

Ao Paulo Henrique Rodrigues pela interlocução que me proporcionou sempre que precisei, e, sobretudo, pelo laço de amizade que construímos ao longo de nossas conversas via Skype.

À Magna e à Marilda, grandes amigas, que nos momentos de inquietações e indecisões sempre me ouviram e com suas sabedorias e bom senso me aconselharam.

À minha amiga Michele que mesmo a distância e em temas diferentes foi companhia (online) de estudos em todos os momentos, nos finais de semana, nos domingos de manhã, nas noites e madrugadas sombrias de dúvidas, de angústias. Mi, obrigada pelas discussões, sugestões, apoio, pelas palavrinhas mágicas, pela ajuda na formatação e especialmente pela amizade.

Aos meus alunos e ex-alunos da FAP pelas contribuições. Registro Fabiola Prado, na construção das figuras; Guilherme Francisco, na validação das tarefas para o uso software GeoGebra; Julio Cezar, nas traduções tornando-se um companheiro de estudo e discussões.

Aos amigos do Colégio Estadual Pe. José de Anchieta e CEEBJA de Apucarana que me ampararam nos momentos difíceis, me incentivavam e acreditaram na realização deste trabalho, em particular a direção Licínio e Rosane, Jorge e Elenir por todo apoio, troca de horários, liberação de hora atividade para estudos.

Ao amigo Sergio Carrazedo Dantas que gentilmente cedeu e estruturou um espaço em seu site para o uso da plataforma Moodle.

A todos os meus professores que me incentivavam e inspiraram, em especial os do curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (Turma 1997), Regina Buriasco, Luciana Sardinha, Denise Trindade que tanto colaboraram para meu crescimento profissional.

A todos os autores referenciados neste trabalho, que embora em silêncio estiveram comigo em todos os momentos, nos de insônia, nos finais de semana, nos dias de festas, sempre compartilhando sem reserva seus conhecimentos, me inspirando, respondendo minhas dúvidas com muitos significados.

À SEED-PR pelo afastamento parcial concedido para este estudo.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização desta conquista.

*Por muitos caminhos diferentes e
de múltiplos modos cheguei eu à minha verdade;
não por uma única escada subi até a altura
onde meus olhos percorrem o mundo. (...)
Um ensaiar e perguntar foi todo meu caminhar.
Este é o meu gosto: não um bom gosto,
não um mau gosto, mas meu gosto,
do qual já não me envergonho nem o escondo.
“Este é meu caminho...”*

Nietzsche

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra**. 2014. 219 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

RESUMO

Ao considerar a complexidade que envolve a formação de professores, em especial, no que tange à integração das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) na prática pedagógica, investigou-se, neste estudo, que elementos da prática da Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática (CoP-FoPMat) na utilização do *software* GeoGebra permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de matemática. Para isso, formou-se um grupo de estudo, que se constituiu em uma Comunidade de Prática, com professores e futuros professores de matemática interessados em aprender a utilizar o *software* GeoGebra no ensino da matemática. Para atender aos propósitos desta investigação, desenvolveu-se uma pesquisa qualitativa na perspectiva da pesquisa intervenção. A aprendizagem e a mobilização/constituição de conhecimentos para o uso do GeoGebra em sala de aula é assumida neste trabalho como indicadores do desenvolvimento profissional de professores e futuros professores. Para discutir a aprendizagem dos participantes da CoP-FoPMat, ancora-se na perspectiva teórica da Teoria Social da Aprendizagem proposta por Etienne Wenger e, para orientar a formação para o uso do *software* GeoGebra, utiliza-se o quadro conceitual Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK) de Punya Mishra e Matthew J. Koehler. Entre os empreendimentos identificados na prática da CoP-FoPMat, realizou-se a análise de dois deles, nomeadamente, resolver tarefas utilizando o *software* GeoGebra e apresentar, analisar e discutir a resolução dessas tarefas. Reflexões advindas da análise desses empreendimentos possibilitaram a identificação dos seguintes elementos: oportunidades de seus membros de desempenharem um papel ativo no seu processo de formação; de sentirem-se desafiados a partir da resolução da Tarefa; de partilharem experiências; de exporem erros sem constrangimentos; de apresentarem, justificarem, explorarem e compararem estratégias; de utilizarem as tecnologias digitais e a “lápiz e papel”, integradas ou não; de contarem com a presença do *expert* no grupo; de desenvolverem relacionamentos/interações, respeito e confiança, solidariedade, criatividade. Os resultados desta investigação sugerem que, para a formação de professores, na perspectiva do desenvolvimento profissional, sejam considerados espaços de discussões desencadeados pelo uso das tecnologias digitais contemplando os elementos identificados neste trabalho.

Palavras-chave: Educação Matemática. Desenvolvimento Profissional. Comunidades de Prática. *Software* GeoGebra.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Elements of a Community of Practice that enable the professional development of teachers and future teachers of mathematics in the use of software GeoGebra**. 2014. 219 f. Thesis (PhD in Science Education and Mathematics Education) - State University of Londrina, Londrina, 2014.

ABSTRACT

By considering the complexity involved in teacher education, in particular with regard to the integration of Digital Information and Communication Technologies (TDIC) in pedagogical practice, it was investigated, in this study, which elements of the practice of Community of Practice Training of Teachers of Mathematics (CoP-FoPMat) in using the software GeoGebra allow the professional development of teachers and future teachers of mathematics. For this, we have formed a study group, which consisted of a community of practice, with teachers and prospective teachers of mathematics interested in learning to use the GeoGebra software in mathematics teaching. To fulfill the purposes of this investigation, it was developed a qualitative study from the perspective of intervention research. The learning and the mobilization/constitution of knowledge in the use of GeoGebra in the classroom is assumed in this study as indicators of professional development for teachers and prospective teachers. To discuss the participants' learning of CoP-FoPMat, it is anchored in the theoretical perspective of social learning theory proposed by Etienne Wenger and to guide training for the use of GeoGebra software, the conceptual framework Technological Pedagogical Knowledge and it is used the content (TPACK) Punya Mishra and Matthew J. Koehler. Among the enterprises identified in the practice of CoP-FoPMat, it was carried the analysis of two of them, namely, solving tasks using GeoGebra software and presenting, analyzing and discussing the solution of these questions. Reflections arising from the analysis of these enterprises made it possible to identify the following elements: opportunities for its members to play an active role in their formation process; to feel challenged from the resolution of the task; to share experiences; to expose errors without constraints; to present, justify, explore and compare strategies; to use digital technologies and the "pencil and paper", whether or not integrated; counting on the presence of the expert group; to develop relationships/interactions, respect and trust, solidarity, creativity. The results of this investigation suggest that, for teacher education, from the perspective of professional development, are considered spaces for discussions triggered by the use of digital technologies contemplating the elements identified in this work.

Key-words: Mathematic Education. Professional Development. Communities of Practice. *Software GeoGebra.*

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Conhecimento Pedagógico de Conteúdo proposto por Schulman.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 2 – TDIC nos Cursos de Formação de Professores.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 3 – O quadro TPACK.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 4 – Layout do software GeoGebra.....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 5 – Protocolo de construção.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 6 – Comando Exibir.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 7 – Dimensões da prática que configuram uma Comunidade de Prática.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 8 – Registro da resolução da tarefa 3 produzido por Alice.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 9 – Uso da fórmula LaTeX.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 10 – Ângulo com amplitude fixa para construção de triângulo retângulo.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 11 – Caixa de diálogo do Controle Deslizante (seletor).....</i>	<i>132</i>
<i>Figura 12 – Registro produzido por P-Alice, P-Clara, P-Elisa, P-Isabela e P-Rosa.....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 13 – Registro produzido por P-Alice, P-Clara, P-Isabela e P-Rosa.....</i>	<i>168</i>
<i>Figura 14 – Registro produzido pelo FP-Omar e pela FP-Andrea.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 15 – Respostas do FP-Omar e da FP-Andrea.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 16 – Desenho produzido por FP-Omar e FP-Andrea.....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 17 – Generalização do Teorema de Pitágoras por FP-Karen, P-Aline, P-Marta e P-Maura.....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 18 – Paralelogramo realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 19 – Pentágono não convexo realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 20 – Pentágono irregular realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>175</i>
<i>Figura 21 – Castelo realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>176</i>
<i>Figura 22 – PacMan realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>176</i>
<i>Figura 23 – Mickey realizado pelo FP-Jorge.....</i>	<i>177</i>
<i>Figura 24 – Catedral realizada pelo FP-Jorge.....</i>	<i>178</i>
<i>Figura 25 – Registro de FP-Hugo e de FP-Fabiana.....</i>	<i>183</i>
<i>Figura 26 – CoP e o modelo conceitual TPACK.....</i>	<i>200</i>

LISTA DE QUADROS

<i>Quadro 1 – Conceituações de Desenvolvimento Profissional</i>	23
<i>Quadro 2 – TDIC na aprendizagem da matemática</i>	34
<i>Quadro 3 – TDIC na formação de professores</i>	35
<i>Quadro 4 – Sujeitos da pesquisa</i>	47
<i>Quadro 5 – Conteúdos matemáticos</i>	47
<i>Quadro 6 – Teses e Dissertações selecionadas do banco de dados da CAPES</i>	48
<i>Quadro 7 – Questões de investigação ou objetivos presentes nos trabalhos selecionados</i>	49
<i>Quadro 8 – Eixos Temáticos</i>	51
<i>Quadro 9 – Comparativo entre Comunidade de Prática, Grupo, Equipe e Rede</i>	58
<i>Quadro 10 – Questão proposta pela P-Rosa</i>	72
<i>Quadro 11 – Descrição do foco pedagógico das teorias de aprendizagem</i>	73
<i>Quadro 12 – Dados dos Professores</i>	84
<i>Quadro 13 – Dados dos Futuros Professores</i>	85
<i>Quadro 14 – Uso do Computador e da Internet</i>	85
<i>Quadro 15 – Descrição dos encontros da CoP-FoPMat</i>	86
<i>Quadro 16 – Número de logs e de interações e registros nos fóruns</i>	90
<i>Quadro 17 – Tarefa 8</i>	97
<i>Quadro 18 – Empreendimentos identificados na CoP-FoPMat</i>	106
<i>Quadro 19 – Tarefa 17</i>	108
<i>Quadro 20 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras</i>	112
<i>Quadro 21 – Reificações relativas às afirmativas III e IV da Tarefa 17</i>	117
<i>Quadro 22 – Construção de triângulo retângulo usando retas</i>	119
<i>Quadro 23 – Construção de um triângulo inscrito em uma circunferência</i>	119
<i>Quadro 24 – Figuras relativas à afirmativa IV da Tarefa 17</i>	123
<i>Quadro 25 – Indicativos de mobilização/constituição de conhecimentos pela P-Rosa</i>	129
<i>Quadro 26 – Indicativos de reificação do uso do seletor</i>	134
<i>Quadro 27 – Reificações que revelam aprendizagens e mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do TPACK</i>	141
<i>Quadro 28 – Sequência de figuras construídas pelo FP-Jorge</i>	148
<i>Quadro 29 – Construção de triângulos inscritos no quadrado</i>	155
<i>Quadro 30 – Decomposição de quadrados para constatar o Teorema de Pitágoras</i>	157
<i>Quadro 31 – Reificação do Teorema de Pitágoras por meio do triângulo isósceles</i>	157
<i>Quadro 32 – Constatação do Teorema de Pitágoras por meio de trapézios</i>	163
<i>Quadro 33 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras e de proporcionalidade</i>	164
<i>Quadro 34 – Reificações do Teorema de Pitágoras</i>	166
<i>Quadro 35 – Figuras e generalizações algébricas</i>	171
<i>Quadro 36 – PacMan modificado</i>	177
<i>Quadro 37 – Reificações que revelam aprendizagens e mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do TPACK</i>	185

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 1	18
1. FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR	18
1.1 O PROFESSOR E O PROCESSO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL	18
1.2 DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL – ALGUNS CONCEITOS	22
1.2.1 <i>O desenvolvimento profissional de professores de Matemática</i>	26
CAPÍTULO 2	31
2. TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	31
2.1 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	31
2.1.1 <i>Perspectivas para o Uso das TDIC nas Pesquisas</i>	34
2.1.2 <i>TPACK – um quadro para orientar o Desenvolvimento Profissional do Professor</i>	36
2.2 APRESENTANDO O SOFTWARE GEOGEBRA.....	44
2.2.1 <i>O software GeoGebra nas pesquisas – uma visão a partir de dissertações e teses brasileiras</i>	47
CAPÍTULO 3	54
3. O GRUPO INVESTIGADO E A TEORIA DAS COMUNIDADES DE PRÁTICA	54
3.1 O GRUPO DE ESTUDOS – CONSTITUIÇÃO DA COMUNIDADE DE PRÁTICA	54
3.2 ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA.....	59
3.3 DIMENSÕES DA PRÁTICA COMO COERÊNCIA DA COMUNIDADE.....	64
3.3.1 <i>Engajamento/compromisso mútuo</i>	64
3.3.2 <i>Empreendimento articulado/conjunto</i>	65
3.3.3 <i>Repertório compartilhado</i>	66
3.4 A ENERGIA E O CULTIVO DA COMUNIDADE DE PRÁTICA NOS ENCONTROS	68
3.5 APRENDIZAGEM NO CONTEXTO DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA.....	72
3.5.1 <i>Sobre a Negociação de Significados</i>	77
3.5.2 <i>Participação e Reificação – suas relações</i>	77
CAPÍTULO 4	80
4. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO: O PERCURSO TRILHADO	80
4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	80
4.2 O CENÁRIO DA INVESTIGAÇÃO	83
4.3 DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS DA COP-FOPMAT.....	85
4.4 PROCEDIMENTOS UTILIZADOS PARA OBTER AS INFORMAÇÕES	89
4.5 O PROCESSO DE ANÁLISE.....	91
CAPÍTULO 5	93
5. A CAMINHO DOS SIGNIFICADOS – DESCRIÇÃO E ANÁLISE	93
5.1 TRAJETÓRIA DA COP-FOPMAT.....	93

5.2 A TAREFA 17: APRENDIZAGENS E CONHECIMENTOS DO TPACK.....	108
5.2.1 Tarefa 17 – resoluções, apresentação e discussão das resoluções e construção de figuras no GeoGebra.....	109
5.2.2 Investigações desencadeadas a partir da Tarefa 17.....	145
CAPÍTULO 6	188
6. DISCUSSÃO: COMUNIDADE DE PRÁTICA E O TPACK NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL	
CONSIDERAÇÕES FINAIS	201
REFERÊNCIAS	205
APÊNDICES	211
ANEXOS	216

INTRODUÇÃO

Todo curso que silencia o professor e o desenraiza de si mesmo, da sua comunidade, do seu trabalho, dos seus sonhos e desejos destrói sua capacidade de aprender enquanto ensina (MOREIRA, 2011, p. 53).

Na sociedade contemporânea, as TDIC¹ - Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação estão presentes em todos os seus segmentos, inclusive na educação, que não fica isenta dos avanços e desafios que elas proporcionam. Com a crescente divulgação das TDIC e a conscientização das dificuldades relativas à sua integração² nas práticas pedagógicas, maior atenção tem sido dada a conhecimentos necessários ao professor para essa integração nas pesquisas em Educação Matemática.

O meu³ interesse em estudar o papel das TDIC na Educação Matemática surgiu no mestrado. Naquela ocasião, leituras como Purificação e Soares (2001) despertaram-me para o estudo das tecnologias digitais no ensino de Matemática. As experiências de trabalhos com *software* de Geometria Dinâmica⁴ com alunos da Educação Básica e discussões no Ensino Superior sobre a integração das TDIC na Educação Matemática provocaram algumas inquietações. Dentre estas, destacam-se as implicações das tecnologias digitais na prática pedagógica, seja em relação às crenças ou aos conhecimentos dos professores, ou, ainda, ao modo de organizar uma aula.

Para a integração das TDIC na prática pedagógica, um dos aspectos relevantes é o conhecimento profissional do professor, pois este orienta o modo como os professores concebem os processos de ensino e de aprendizagem. Desse modo, discussões e reflexões acerca de sua formação no âmbito de diferentes cursos são necessárias, principalmente no que tange ao uso das TDIC, porque nem sempre conhecer as potencialidades de uma tecnologia significa saber integrá-la na prática pedagógica. Além disso, modelos de formação pautados

¹ TDIC correspondem ao conjunto de recursos tecnológicos digitais integrados entre si, como as funções dos *software*, das telecomunicações, aquelas que possibilitam os processos de ensino e aprendizagem. Em alguns momentos serão utilizados, nesta investigação, apenas tecnologias digitais.

² O termo integração denota a utilização da tecnologia no desenvolvimento conceitual, procedimental e na resolução de problemas, ou seja, o uso das tecnologias para explorar relações matemáticas com o foco na aprendizagem do estudante.

³ Tomo a liberdade de utilizar em alguns momentos a primeira pessoa do singular e em outros a terceira pessoa para descrever, respectivamente, situações que dizem respeito unicamente a mim e reflexões conjuntas com minha orientadora.

⁴ De acordo com Gravina (1996), a geometria dinâmica baseia-se na ideia de movimento por meio da manipulação de figuras geométricas, mantendo-se suas propriedades. Os programas de geometria dinâmica distinguem-se pelas ferramentas de construção, de desenhos de objetos, que podem ser transformados mantendo as relações geométricas que o caracterizam.

em cursos de treinamento focados apenas no conhecimento tecnológico não têm apontado, de modo geral, resultados satisfatórios.

Buscando possibilidades alternativas aos cursos de treinamento, que possam colaborar com uma formação na perspectiva do desenvolvimento profissional, o GEPEFOPEM – Grupo de Ensino e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática, no qual esta investigação está inserida, tem desenvolvido estudos e pesquisas acerca de espaços (Comunidades de Prática) que permitam explorar processos de aprendizagem de professores e futuros professores de Matemática, e também daqueles que ensinam Matemática nos anos iniciais. Entre eles, destacam-se Cyrino (2009), Caldeira (2010), Cyrino e Caldeira (2011), Baldini e Cyrino (2012), Beline (2012), Cyrino (2013), Nagy (2013), Rocha (2013) Oliveira (2014). Considerando esse contexto, o foco deste trabalho é investigar a aprendizagem e a mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do *TPACK* – Conhecimentos Tecnológicos e Pedagógicos do Conteúdo - em uma Comunidade de Prática de professores e futuros professores de Matemática.

A delimitação da temática – *TPACK* – se deu a partir de trabalhos que revelam que a integração do computador nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática está longe de ser facilmente atingida uma vez que pouca atenção tem sido dada à aprendizagem profissional dos professores para o uso das TDIC em contextos de sala de aula. Tais trabalhos ressaltam a necessidade de propostas de formação que oportunizem não só a constituição de conhecimentos tecnológicos, mas também de conhecimentos pedagógicos e do conteúdo, bem como de suas inter-relações (GOULART, 2009; MISHRA, KOHLER, 2006).

A fim de obter um estado da arte das dissertações e teses brasileiras que contemplam as TDIC a partir do uso do *software* GeoGebra, realizou-se uma busca, no início de 2012, no banco de Teses e Dissertações da CAPES⁵. Dos 36 trabalhos encontrados, constatou-se que apenas 16 envolviam, de algum modo, a formação de professores e nenhum deles tratava de questões relacionadas aos conhecimentos constituintes do *TPACK*, necessários ao professor para a integração das TDIC na prática pedagógica, tampouco sinalizam as Comunidades de Prática como espaço propício para a aprendizagem do professor. Desse modo, neste trabalho buscou-se relacionar os conhecimentos constituintes do *TPACK* e as Comunidades de Prática como um espaço potencial para a aprendizagem e a mobilização/constituição de conhecimentos de professores e futuros professores, uma vez que na literatura brasileira não foram encontradas pesquisas nessa direção.

⁵ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Já no âmbito internacional há investigações a respeito das Comunidades de Aprendizagem (*online*) como promissoras para apoiar professores iniciantes a usar *software* gráficos, calculadoras e aplicativos da Internet. Essas investigações, porém não abordam o quadro conceitual *TPACK* (GOOS; BENNISON, 2002). O quadro *TPACK* foi indicado como uma estrutura para orientar a formação de professores de Matemática para o uso do *software Geometer's Sketchpad*, mas em cursos de treinamento (BOWERS, STEPHENS, 2011).

Embora as Comunidades de Práticas e o *TPACK* tenham raízes em aportes teóricos distintos, pesquisas na área da Educação Matemática sinalizam contribuições de cada um deles para o cenário da formação de professores. Dessa forma, considerou-se a articulação desses aportes teóricos como um campo de investigação. Assim, nesta investigação, vislumbra-se construir um quadro de contribuições para programas de formação de professores focalizando os conhecimentos constituintes do *TPACK* para orientar a formação para o uso do *software* GeoGebra em uma Comunidade de Prática, espaço fértil para aprendizagens de professores.

Este trabalho, à luz da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) e dos conhecimentos constituintes do *TPACK* (MISHRA e KOHLER, 2006), investiga: **que elementos da prática da CoP-FoPMat, na utilização do *software* GeoGebra, permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática?**

Para viabilizar reflexões a respeito do interesse desta pesquisa, propõem-se os objetivos:

- identificar os empreendimentos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra;
- analisar aprendizagens ocorridas e os conhecimentos constituintes do *TPACK* mobilizados/constituídos nos empreendimentos da CoP-FoPMat.

Para a presente investigação, formou-se um grupo de estudos com professores de Matemática da Educação Básica e do Ensino Superior e com futuros professores de Matemática de duas instituições que possuem o curso de licenciatura em Matemática. Este grupo se constituiu em uma Comunidade de Prática denominada CoP-FoPMat (Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática), cujos membros tinham interesses em aprender a utilizar o *software* GeoGebra no ensino da Matemática.

Diante da questão de investigação e dos objetivos, organizou-se este trabalho em seis capítulos, além da Introdução e das Considerações Finais.

Os pressupostos teóricos assumidos nesta investigação estão presentes nos capítulos 1, 2 e 3. No capítulo 1, apresentam-se as perspectivas de formação de professores e de

desenvolvimento profissional, assumidas para o cenário da formação em que se utilizam as TDIC. Questões relacionadas às TDIC na formação de professores, ao quadro conceitual *TPACK* para orientar o desenvolvimento profissional para o uso das TDIC e ainda, um levantamento das pesquisas a partir de dissertações e teses brasileiras que envolvem o *software* GeoGebra estão presentes no capítulo 2. Sendo o campo de investigação constituído em um grupo de estudos, ações que permitiram classificá-lo como uma Comunidade de Prática são apresentadas no capítulo 3. Os elementos estruturais de uma Comunidade de Prática, a energia e o cultivo da CoP-FoPMat nos encontros e a perspectiva de aprendizagem no contexto de uma Comunidade de Prática também compõem as discussões desse capítulo.

No capítulo 4, explicitam-se os encaminhamentos metodológicos assumidos nesta investigação que se sustentam nas indicações de uma abordagem qualitativa na perspectiva da pesquisa intervenção. São apresentados também, nesse capítulo, o cenário da investigação, as características do grupo investigado, os procedimentos utilizados na obtenção das informações e o processo de análise.

Uma breve trajetória da prática da CoP-FoPMat, com foco nos empreendimentos desenvolvidos na utilização do *software* GeoGebra, é apresentada no capítulo 5, bem como os processos de negociação de significados identificados na resolução de uma tarefa que envolveu o Teorema de Pitágoras, evidenciando aprendizagens e conhecimentos mobilizados/constituídos pelos membros da comunidade.

O capítulo 6 explicita e discute elementos da prática da CoP-FoPMat que, durante as ações dos empreendimentos analisados, oportunizaram aprendizagens e mobilização/constituição de conhecimentos aos professores e futuros professores participantes dessa Comunidade de Prática e que se configuraram como indicadores para o seu desenvolvimento profissional.

Nas Considerações Finais, apresentam-se reflexões acerca do estudo desenvolvido e indicam-se algumas possibilidades para pesquisas futuras.

Por fim, apresentam-se as Referências, os Apêndices e os Anexos.

1. FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

Neste capítulo apresentam-se algumas discussões presentes na literatura acerca da formação de professores, do desenvolvimento profissional e também do desenvolvimento profissional do professor de Matemática que sustentam os pressupostos e perspectivas assumidas na presente pesquisa.

1.1 O PROFESSOR E O PROCESSO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL

A formação de professores, segundo Garcia (1999), converteu-se numa área de crescente preocupação e interesse, tanto para os pesquisadores como para os formadores. Cada vez mais é preciso maior atenção aos processos de formação para enfrentar os desafios do sistema educativo.

Intensas discussões a respeito da formação de professores têm ocorrido nos meios acadêmicos, diferentes olhares e concepções se entrecruzam acerca deste tema que tem se tornado cada vez mais expressivo nas pesquisas em Educação Matemática. Constatam-se as mais variadas perspectivas que envolvem crenças, conhecimentos, concepções de ensino e de aprendizagem, dimensões socioculturais, psico-cognitivas e curriculares, entretanto a formação de professores continua sendo um tema desafiador para a comunidade de pesquisadores.

Cyrino (2009, p. 95) chama a atenção para algumas experiências paradoxais que permeiam essa temática, como “a retórica presente nas políticas públicas que valoriza a profissão do professor e as precárias condições objetivas de seu trabalho; o grande número de investigações relativas à formação de professores e os processos assumidos por algumas instituições de ensino superior”. Para a autora, essas experiências têm provocado grande inquietação em pesquisadores, formadores de professores, organizadores de currículos.

Não se pode deixar de considerar também o processo dinâmico que provoca mudanças na tarefa profissional do professor devido às várias transformações ocorridas na sociedade contemporânea que modificam constantemente os sistemas de ensino, delegando outras responsabilidades e funções aos professores que são, muitas vezes, diferentes das presentes no seu processo de formação.

Freitas et al. (2005) argumentam que, com o desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação, com as rápidas transformações no processo de trabalho e com a produção cultural, são exigidos novos saberes⁶ e competências aos professores. Estes são desafiados a aprender a ensinar de modo diferente do que lhe foi ensinado; a lidar com o reflexo de transformações sociais e econômicas; a conviver com os novos hábitos impostos pela sociedade contemporânea.

Embora o ser professor esteja envolto num conjunto complexo que envolve diversos fatores, afinal como o professor é visto pela sociedade? Muitas vezes ele ainda é visto pela sociedade como “tios” ou “tias” devido a sua desvalorização profissional. Ponte (1994) ressalta que, para uns ele é visto apenas como um técnico que tem a função de transmitir informação e realizar avaliações das aprendizagens dos estudantes; para outros, como um ator cujas crenças e concepções determinam a forma como desempenha suas tarefas e ainda, para outros, é visto como um profissional que procura dar respostas às situações com que se depara, que se move em circunstâncias muito complexas e contraditórias e precisa ser respeitado e valorizado.

Para Imbernón (2010), o professor deve ser um profissional que participa ativa e criticamente no processo de inovação e mudança a partir de e em seu próprio contexto. Nesse sentido, implica considerá-lo como um

[...] agente dinâmico e cultural, social e curricular, capaz de tomar decisões educativas, éticas e morais de desenvolver o currículo em um contexto determinado e de elaborar projetos, materiais curriculares com a colaboração de colegas, situando o processo em um contexto específico controlado pelo próprio coletivo (IMBERNÓN, 2010, p.22).

Ser professor significa participar da emancipação das pessoas, ajudar as pessoas a se tornarem mais livres e menos dependentes do poder econômico, político e social (IMBERNÓN, 2010).

Entre os conhecimentos próprios do trabalho de professor que resulta em práticas que conduzam os estudantes à aprendizagem, Nóvoa (2010) ressalta que o professor deve ter conhecimento daquilo que ensina; adotar uma cultura profissional e assumir um compromisso social. Ressaltando esses aspectos, com relação às discussões mundiais, este autor destaca cinco pontos a respeito da formação de professores

a) assumir uma forte componente prática, centrada na aprendizagem dos

⁶ Assume-se, nesta pesquisa, ‘saberes’ na perspectiva de Ferreira (2003). Para essa autora saberes é algo amplo, engloba crenças, concepções, valores, expectativas e conhecimentos práticos e teóricos construídos pelo professor; antes, durante e depois de sua formação inicial.

alunos;

b) passar para ‘dentro’ da profissão, isto é, basear-se na aquisição de uma cultura profissional, concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens;

c) dedicar uma atenção especial às dimensões pessoais, trabalhando a capacidade de relação e de comunicação que define o ‘tato’ pedagógico;

d) valorizar o trabalho em equipe e o exercício coletivo da profissão; e

e) estar marcada por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação dos professores no espaço público da educação (NÓVOA, 2010, p.8)

Embora se reconheça a relevância desses pontos, alguns deles ainda estão distantes do atual quadro de formação de professores. É comum, no processo de formação, ênfase maior em aspectos mais teóricos, uma cultura individualista e competitiva que não propicia um ambiente colaborativo e, ainda, despreocupações com a formação ética necessária para viver em sociedade e para a compreensão do papel político.

Com relação a conceder aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens, entende-se que essa ideia está presente em ações como o PIBID⁷, que visa promover a inserção dos estudantes, em formação inicial, no contexto da Educação Básica desde o início da sua formação acadêmica para que desenvolvam atividades didático-pedagógicas orientadas por um professor da licenciatura e por um professor da escola. Dessa forma, o PIBID possibilita a integração entre Ensino Superior e a Educação Básica e incentiva os professores da última a tornarem-se coformadores dos futuros professores. No entanto, sabe-se que este projeto não atende grande parte dos cursos de formação de professores.

Nessa perspectiva, Ferreira (2003) ressalta que ainda falta uma maior participação dos professores, em serviço, na elaboração e no desenvolvimento de pesquisas, bem como um maior diálogo e interação entre as esferas de produção de saberes, universidade e escolas, de modo a preencher as lacunas existentes entre as pesquisas desenvolvidas nas universidades e a realidade nas escolas. Imbernón (2010) argumenta que, para ocorrer inovações nas instituições educativas, é necessário um novo conceito de formação de professores, que deve romper com inércias e práticas assumidas passivamente como elementos intrínsecos à profissão.

Nos últimos anos, a referência ao processo de formação de professores em serviço tem assumido diversas conotações que, de certa forma, refletem diferentes concepções. Entre tais conotações se destacam: capacitação, reciclagem, aperfeiçoamento, treinamento, formação permanente, formação continuada, formação em serviço, profissionalização, desenvolvimento profissional (VAILLANT E MARCELO, 2012; FIORENTINI E

⁷ PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

NACARATO, 2005).

Fiorentini e Nacarato (2005) argumentam que por muitos anos (1970 a 1980) a formação continuada consistia apenas em oferecer cursos de atualização de conteúdos, técnicas e metodologias de ensino. Essa perspectiva revela a concepção de que, com o passar do tempo, ocorre um descompasso entre o conhecimento do professor e os conteúdos e metodologias, ou seja, ele não é capaz de produzir por si só novos conhecimentos e de se atualizar a partir de sua prática pedagógica, ou de tomar ciência dos novos saberes curriculares produzidos pelos especialistas.

Na visão de Fiorentini e Nacarato (2005, p.08), os cursos, que tinham essa concepção, promoviam uma prática de formação “[...] descontínua em relação à formação inicial dos professores; descontínua em relação ao saber experiencial dos professores, os quais não eram tomados como ponto de partida da formação continuada; e descontínua, sobretudo, porque eram ações pontuais e temporárias”.

Embora Fiorentini e Nacarato (2005) destaquem que a partir da década de 1990, ocorreu uma “virada pragmática” devido às pesquisas relacionadas ao pensamento do professor, ao conceito de professor reflexivo e investigador de sua prática, pesquisa como a de Ferreira (2003) apresentam indícios de que a formação ainda tem se efetivado de forma descontínua. Com relação à formação continuada, a autora indica o fato de os professores conviverem com políticas educacionais dominantes que promovem cursos rápidos e superficiais que não consideram o professor como sujeito ativo de sua formação, assim, dificilmente influencia crenças, concepções e práticas pedagógicas. Por sua vez, para a formação inicial, outros fatores como formação dos formadores e currículo denotam uma formação com características descontínuas.

Na busca por uma denominação mais abrangente, Fiorentini e Nacarato (2005, p. 09) inserem o termo “educação contínua” e a caracterizam como um

[...] processo mediado pela reflexão e pela investigação sobre a prática, na qual os aportes teóricos produzidos pelas pesquisas em Educação Matemática não são arbitrariamente oferecidos aos professores, mas buscados à medida que forem necessários e possam contribuir para a compreensão e a construção coletiva de alternativas de solução dos problemas da prática docente nas escolas.

Na perspectiva da educação contínua, o professor constitui-se em um agente reflexivo de sua prática pedagógica, que busca com autonomia e, colaborativamente, subsídios teóricos e práticos para melhor compreender e enfrentar os problemas e desafios do seu trabalho em um movimento ação-reflexão-investigação acerca da própria prática. Como

se fosse “uma espiral auto-reflexiva de desenvolvimento profissional e de transformação curricular na escola” (FIORENTINI e NACARATO, 2005, p.09). Esses autores chamam atenção para o significado dessa reflexão, que deve ser revestida de um caráter sistemático e de contribuições teóricas que permitam ultrapassar as ideias do senso comum e situar os professores como protagonistas de seu desenvolvimento profissional.

Imbernón (2010, p.41), com relação à prática reflexiva, argumenta que o processo de formação deve prover os professores de “conhecimentos, habilidades e atitudes para desenvolver profissionais reflexivos ou investigadores [...] o eixo central do currículo de formação de professores deve ser o desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a própria prática docente”. Esse autor ressalta que a reflexão deve ultrapassar as paredes da instituição e analisar os interesses educacionais e sociais, mas que, para isso, é preciso formar professores que sejam agentes de mudança, individual e coletiva.

Nesta pesquisa, entende-se o professor como um profissional que possui suas crenças, suas concepções a respeito dos processos de ensino e aprendizagem, suas experiências pessoais e profissionais, um sujeito de seu próprio conhecimento, que busca conhecimentos profissionais que orientem sua prática. Considera-se, também, a figura do professor como central no processo de transformação, assim sendo, entende-se o professor como um agente transformador da realidade e comprometido com a superação das desigualdades sociais.

Quanto ao processo de formação de professores, na presente investigação, ele é concebido na perspectiva do desenvolvimento profissional, abordado na próxima seção.

1.2 DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL – ALGUNS CONCEITOS

Pensar em mudanças na educação implica em discutir os processos da formação continuada e da formação inicial. Para além do domínio das disciplinas acadêmicas e de técnicas de ensino, precisam-se discutir perspectivas de formação com uma conotação de evolução e continuidade, que possibilitam interação, empreendimentos de trabalhos coletivos, atitudes participativas, reflexões e experiências de aprendizagens que fertilizam a prática.

Para romper com a concepção tradicional de formação que advém de cursos impostos verticalmente, vários autores têm optado pelo termo desenvolvimento profissional. No Quadro 1, apresentam-se algumas conceituações concernentes ao desenvolvimento profissional apontadas pelos autores Vaillant e Marcelo (2012), que citam Heidman (1990), Fullan (1990), Bredeson (2002) e Rudduck (1991); por Day (2001), Marcelo (2009), Ponte

(1998), Inbernón (2010), Ferreira (2003, 2006) e Cyrino (2013).

Quadro 1 – Conceituações de Desenvolvimento Profissional

Autores	Desenvolvimento Profissional
Vaillant e Marcelo (2012, p. 167 e p.169)	“[...] é uma ferramenta imprescindível para a melhoria escolar”; “[...] tem a ver com a aprendizagem; remete ao trabalho; inclui oportunidades ilimitadas para melhorar a prática pedagógica; relaciona-se com a formação docente; opera sobre as pessoas, não sobre os programas”.
Heidmam (1990, p.168)	“[...] vai além de uma etapa informativa; implica adaptação às mudanças de atitude dos professores e a melhoria dos resultados dos estudantes. “[...] abrange as necessidades pessoais, profissionais e organizativas.
Fullan (1987, p.215)	“É uma aprendizagem contínua, interativa, acumulativa, que combina uma variedade de formatos de aprendizagem”.
Fullan (1990, p.168)	“[...] processo que melhora o conhecimento, destrezas, atitudes, compreensão ou atuação em papéis atuais ou futuros.
Bredeson (2002, p.168)	“[...] oportunidades de aprendizagem que promovem aos educadores capacidades criativas e reflexivas que lhes permitem melhorar sua prática”.
Rudduck (1991, p.167)	“[...] é a capacidade de um docente para manter a curiosidade sobre a sala de aula; identificar interesses significativos no processo de ensino e aprendizagem; valorizar e buscar o diálogo com colegas”.
Day (2001, p. 18 e p.21)	É uma “visão alargada da aprendizagem profissional”. Inclui a aprendizagem eminentemente pessoal a partir da experiência pessoal, as oportunidades informais de desenvolvimento profissional vividas na escola e as oportunidades formais de aprendizagem de formação contínua. “Inclui todas as experiências de aprendizagens naturais e aquelas planejadas”. [...] “É o processo através do qual os professores, enquanto agentes de mudança, revêm, renovam e ampliam individual ou coletivamente o seu compromisso com os propósitos do ensino”.
Marcelo (2009, p.07)	“é um processo individual e coletivo que se deve concretizar no local de trabalho do docente: a escola; e que contribui para o desenvolvimento das suas competências profissionais, através de experiências de índole diferente, tanto formais como informais”.
Ponte (1998, p.04)	- traz a ideia de uma formação com múltiplas etapas em um processo de incompletude na formação docente, é exigido ao longo de toda a carreira; - tem a formação ‘formal’ - inicial, contínua, especializada e avançada, como um suporte fundamental; - é favorecido por contextos colaborativos - institucionais, associativos, formais ou informais; - é de cada professor no essencial da sua responsabilidade; - é a chave da competência profissional, a capacidade de equacionar e resolver problemas da prática profissional; e - requer um trabalho investigativo em questões relativas à própria prática profissional.
Imbernón (2010, p.47)	“[...] pode ser concebido como qualquer intenção sistemática de melhorar a prática profissional, crenças e conhecimentos profissionais, com o objetivo de aumentar a qualidade docente, de pesquisa e de gestão”.
Ferreira (2003, p.36)	“[...] é aprender e caminhar para a mudança, ou seja, ampliar, aprofundar e/ou reconstruir os próprios saberes e prática e desenvolver formas de pensar e agir coerentes”. - abarca duas vertentes que articulam entre si: a do desenvolvimento pessoal e a do desenvolvimento de conhecimentos, atitudes, habilidades e competências mais específicas, ou seja, do âmbito profissional.
Ferreira (2006, p. 149 e p.150)	[...] “um processo que se dá ao longo de toda experiência profissional [...] que não possui uma duração preestabelecida e nem acontece de forma linear”. Este processo é influenciado por diversos fatores: pessoais, motivacionais, sociais, cognitivos e afetivos. “Envolve a formação inicial e continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor. [...] os estímulos ou pressões que sofre socialmente e sua própria cognição e afeto – crenças, valores, meta”.

Cyrino (2013, p.5189)	“Consideramos desenvolvimento profissional como uma experiência (Larrosa, 2009) que promove no professor mudanças quanto às suas crenças, conhecimentos e práticas relativas à sua profissão”.
-----------------------	--

Fonte: Autora

As conceituações apresentadas no Quadro 1 relacionam-se entre si e consideram o desenvolvimento profissional como um processo - individual e/ou coletivo - influenciado por experiências de diferentes naturezas, formais ou informais.

No contexto do desenvolvimento profissional, o professor precisa ter consciência e assumir o seu processo de formação; deve ter iniciativas investigativas, avaliar o próprio trabalho, relacionar prática com teoria e, ainda, buscar transformações que envolvam aprendizagens, novas práticas profissionais e nova atitude profissional (PONTE, 1998).

Como se observa nas conceituações do Quadro1, o desenvolvimento profissional está atrelado aos conceitos de aprendizagem e mudança. Na visão de Ferreira (2003, p.40), para que ocorram aprendizagens e mudanças, é preciso “construir e/ou descobrir estratégias, atitudes distintas das até então conhecidas e incorporá-las à sua prática pedagógica” e, ainda, que isso pode ocorrer a partir de uma leitura crítica e compreensiva de si mesmo e de seus conhecimentos.

Considerando que o desenvolvimento profissional relaciona-se com as mudanças nos saberes docentes, nas práticas pedagógicas e também nas atitudes do professor, Ferreira (2006) chama a atenção com relação às mudanças nas práticas pedagógicas. Estas variam de um professor para outro, principalmente pelas concepções constituídas nos seus processos de formação, diante de “modelos” que são impostos sem considerá-lo sujeito ativo de sua aprendizagem, pelo fato de muitos não estarem abertos às mudanças, não se sentirem desafiados, ou estarem acomodados e, com isso, não perceberem a necessidade de mudança na própria prática. Assim, mudanças implicam em um movimento amplo, de alterações nos saberes que refletem na prática pedagógica.

A formação imposta de fora para dentro (verticalmente), que a demanda não considera processos vividos pelo professor ao longo de sua carreira, pode não promover mudanças almejadas (FERREIRA, 2003). Por exemplo, o professor pode se adaptar a um novo currículo, sem compreender de fato o currículo proposto, ou a um novo discurso sem alterar sua prática pedagógica.

Para o desenvolvimento profissional, Ferreira (2003) indica que não basta oferecer aos professores cursos, seminários, oficinas, é preciso propiciar oportunidades de aprendizagem, é necessário ouvi-los, entender suas necessidades e tomar como ponto de partida suas experiências pessoais e profissionais.

Considera-se que a aprendizagem do professor e do futuro professor é a chave para o desenvolvimento profissional e o caminho para a mudança. Concorde-se com Ferreira (2003, p. 40) que aprender é “[...] alterar/ampliar/rever/avançar em relação aos próprios saberes, à própria forma de aprender e à prática pedagógica”, bem como com Wenger (1998), que considera que aprender é a transformação do saber, a mudança no alinhamento entre experiência e competência e que aprender transforma nossa identidade.

Para Marcelo (2009), o desenvolvimento profissional dos professores envolve a procura da identidade profissional, a forma como os professores definem-se a si mesmos e aos outros. Nesse sentido, identidade é uma construção do “eu profissional”, que evolui ao longo da carreira, influenciado por experiências vivenciadas nos contextos que integram compromissos pessoais e profissionais. A identidade profissional configura um complexo emaranhado de histórias, conhecimentos e processos.

Cyrino (2013, p. 5190) considera a identidade profissional do professor como

[...] um conjunto de crenças/concepções interconectadas e de conhecimentos a respeito do seu ofício (conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico, conhecimento curricular, e compreensão acerca da estrutura da disciplina e das práticas concorrentes à sala de aula) bem como a autonomia e o compromisso político. A identidade não consiste apenas no que os outros pensam ou dizem de nós, apesar de que isso também faz parte da maneira como vivemos.

O conceito de identidade, de acordo com Wenger (1998), atua como um pivô entre o social e o individual. Para Ferreira (2003 e 2006), os aspectos da vertente pessoal, profissional e da interação com o mundo e outros sujeitos são essenciais para o desenvolvimento profissional. Ferreira (2003 e 2006) aponta para a necessidade de um espaço de formação que possibilite aos professores esse movimento e a vivência de experiências formativas em contexto coletivo de produção e de troca⁸ de experiências.

Diante da amplitude do desenvolvimento profissional, nessa pesquisa, considera-se a ideia de mudança que abarca questões como novas formas de pensar, de trabalhar e novas atitudes do professor. Defende-se que falar de desenvolvimento profissional, do professor é falar do seu processo de crescimento pessoal e profissional que está relacionado com a constituição de novos conhecimentos, com a reflexão e a investigação sobre a prática, a colaboração entre membros em comunidades de aprendizagem⁹, a importância de se

⁸ Troca de experiência no sentido de partilhar, uma vez que a experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca (LARROSA, 2002).

⁹ Segundo Wenger (1998), comunidades de aprendizagens constituem-se em um ambiente em que se potencializam as aprendizagens.

considerar o contexto em que o professor desenvolve a sua prática, sua história de vida, sua experiência pessoal.

A perspectiva de formação que possibilita o desenvolvimento profissional como um processo dinâmico e evolutivo que envolve as diferentes instâncias da formação, englobando experiências da própria história pessoal, conhecimentos profissionais¹⁰ e atitudes constantes de aprendizagem é o que se vislumbra nesta pesquisa. Considera-se, portanto, o desenvolvimento profissional como um processo contínuo, permanente, inconcluso, no qual o sujeito se mobiliza para novas aprendizagens e para a constituição de um repertório de conhecimentos. Assume-se também a perspectiva destacada por Cyrino (2013) na qual o desenvolvimento profissional é considerado como uma experiência que promove no professor mudanças de suas crenças, conhecimentos, e das práticas relativas à sua profissão.

Essa perspectiva envolve diversos aspectos do professor: socioculturais, psicológicos, relacionais, cognitivo e afetivo, e as múltiplas atividades - cursos, leituras, elaboração de projetos, participação em comunidades de aprendizagens, reflexões, trocas de experiências.

Considerando os interesses e delineamentos desta pesquisa, na seção subsequente, discute-se o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

1.2.1 O desenvolvimento profissional de professores de Matemática

A formação de professores de matemática é um processo complexo que envolve a interação de vários aspectos:

[...] o conhecimento matemático; o conhecimento sobre o ensino de matemática; a identidade profissional do professor; conhecimentos, expectativas, concepções e interesses dos formandos; características dos formadores e de outros participantes do programa; propósitos, formas de avaliação, currículo, aproximações pedagógicas e organização do programa; características socioculturais da sociedade, organização do sistema educacional, pesquisas, dentre outros (CYRINO, 2013, p. 5188).

De acordo com Krainer (2007), a aprendizagem sobre “ser professor” de matemática é um processo que ocorre ao longo da vida; ela começa com as próprias experiências de ensino e de aprendizagem da matemática a partir da perspectiva de um estudante ou mesmo com atividades matemáticas antes da escolaridade. Para esse autor, os professores são vistos

¹⁰ Conhecimentos profissionais é o saber reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia mais ou menos coerente e imbricada de saberes científicos — oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos — e de saberes da experiência e da tradição pedagógica (FIORENTINI, NACARATO & PINTO, 1999, p. 55).

como construtores ativos do seu conhecimento, afirmando que uma variedade de ambientes sociais influencia e forma professores, que, ao mesmo tempo, são influenciados por eles, fatores pelos quais os professores devem refletir continuamente na e sobre a sua prática com a finalidade de mudá-la constantemente.

Fiorentini (2003, p.8) destaca que a formação deve conceber e tratar o professor de matemática como um “[...] sujeito capaz de produzir e ressignificar, a partir da prática, saberes da atividade profissional e seu próprio desenvolvimento profissional”, e também, como um mediador entre os conhecimentos matemáticos historicamente produzidos e os estudantes, um dos grandes responsáveis por transformações tanto na escola, como na sociedade.

Os professores formadores de professores, muitas vezes, ignoram a necessidade de mostrar que o modo como a Matemática é normalmente apresentada nas aulas e escrita nos livros didáticos não representa o que vem a ser a Matemática nem o que caracteriza uma legítima atividade matemática (WILSON, 2006). O conhecimento da Matemática inclui aspectos como os erros, a necessidade de pesquisar exemplos e contraexemplos, a intuição, a necessidade de fazer suposições e examinar as questões lógicas como caminho para se fazer matemática. Tais conhecimentos são indispensáveis para um ensino eficaz porque têm um impacto direto nas aulas, na resolução de problemas e na avaliação da aprendizagem dos estudantes, que são aspectos essenciais para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática, tanto na formação inicial como na continuada.

Nesse sentido, Wilson (2006) destaca a importância do desenvolvimento profissional do professor de Matemática na perspectiva do ensino. Para essa autora, o ensino da matemática inclui fazer boas perguntas, sondar a compreensão do aluno, proporcionar múltiplas representações de ideias matemáticas, conectar ideias, definir termos e convenções e estimular o interesse dos alunos, questões que devem ser levadas em conta pelos formadores de professores.

Wilson (2006) argumenta que os principais objetivos do desenvolvimento profissional para professores de Matemática dizem respeito ao conhecimento do conteúdo e ao seu ensino, com foco na intencionalidade de que seus alunos possam aprender matemática. Em consonância com essa ideia, Ponte (1998) ressalta que a finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores mais aptos a conduzirem um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses do aluno, realizando-se pessoal e profissionalmente e, ainda, contribuindo para a melhoria das instituições educativas.

Em Educação Matemática, de acordo com Wilson (2006), os professores têm a

responsabilidade de ajudar os estudantes a aprender matemática suficiente para melhorar suas condições de vidas e para alcançar seus objetivos futuros. Essa autora ressalta que, enquanto alguns estudantes precisam de matemática para estudar mais matemática ou fazer avançar fronteiras da matemática, grande parte deles precisa de matemática para aplicá-la a diferentes contextos. Os professores contam, para isso, com o conhecimento que adquiriram por meio de sua formação, experiências de vida e do seu desenvolvimento profissional. Na visão de Wilson (2006), o professor é chave essencial para a aprendizagem dos estudantes, cabendo a ele interpretar o currículo e criar experiências eficazes de aprendizagem.

Apresentam-se, a seguir, características identificadas por Wilson (2006) como importantes para o sucesso do desenvolvimento profissional no âmbito da Educação Matemática. No entanto essa autora salienta que não tem intenção de ser prescritiva, mas de apresentar elementos que podem ser considerados quando se visa ao desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Centrar na aprendizagem do estudante.

Análises da aprendizagem do aluno oferecem aos professores dados e *insights* que são necessários para tomar decisões acerca do ensino. A partir de preparação e elaboração de tarefas matemáticas, o professor pode-se mover para além da aprendizagem dos estudantes e começar a construir ideias acerca da sua própria aprendizagem. A incorporação da aprendizagem do estudante no desenvolvimento profissional desencadeia papel importante na concepção e nas metas para a prática dos professores.

Concentrar no conteúdo

Necessidade de um conhecimento matemático voltado para o ensino e que inclui não apenas ser capaz de fazer matemática, mas também saber matemática de uma maneira que o professor seja capaz de ajudar alguém a fazer matemática. O conhecimento matemático para o ensino é uma profunda compreensão da matemática que está sendo ensinada. Estruturar o desenvolvimento profissional em torno de currículo com ênfase no conteúdo é relevante para a prática do professor e pode fornecer a “cola” que relaciona as expectativas da escola, a aprendizagem do aluno e o conhecimento de conteúdo.

Incorporar o conhecimento dos professores

Professores experientes têm amplo conhecimento sobre os estudantes, estratégias de ensino, da cultura da escola e de expectativas que são extremamente críticas no ensino da matemática. Muitos professores afirmam que, embora tenham aprendido matemática na

universidade, a matemática e as estratégias que precisavam para o ensino, aprenderam a partir de sua prática e de seus colegas. Os professores possuem, portanto, uma riqueza (experiência) contextualizada que precisa ser integrada ao desenvolvimento profissional, que pode fazer a ponte entre a pesquisa e a prática.

Incorporar o trabalho de ensinar

Professores em exercício estão aprendendo enquanto estão trabalhando. A incorporação do trabalho de ensino no desenvolvimento profissional exige entender o trabalho dos professores e também compreender o contexto de seu trabalho. Estudar o trabalho dos alunos, planejar aulas, criar avaliações, adaptar currículos são questões que precisam ser reconhecidas, utilizadas e vistas como exemplo de oportunidades de aprendizagem a respeito do ensino e possibilidade de desenvolvimento profissional. Quando os professores aprendem dentro do contexto de seu trabalho, eles são capazes de serem aprendizes ativos, pois estão aprendendo a realizar seu trabalho, variável importante para um bom desenvolvimento profissional.

Empregar colaboração

Estruturas colaborativas devem ser desenvolvidas dentro da escola, mas também precisam ser construídas de modo a conectar professores e colaboradores fora da escola. Desenvolvimento profissional pode nutrir colaborações entre universidade, comunidade e participantes da escola com experiência diversificada. Colaborações dentro de uma escola são importantes porque permitem que novas ideias sejam discutidas diariamente e podem ser centradas em torno do trabalho compartilhado. Há inúmeros esforços para construir e estudar Comunidades de Prática dentro das escolas. Apesar da dificuldade em estabelecer comunidades para um trabalho compartilhado, há uma crença de que elas oferecem uma oportunidade para os professores de partilhar suas ideias e tornar pública a sua prática. Para o desenvolvimento profissional, é preciso fomentar colaborações organizadas em torno de uma visão ou trabalho compartilhado desenvolvido ao longo do tempo. É preciso uma estrutura de colaboração para acomodar a participação e desenvolvimento de novos membros.

Esforçar em longo prazo

Entre os objetivos do desenvolvimento profissional está o de melhorar o conhecimento do conteúdo, o ensino, a prática pedagógica, no entanto os conceitos que são aprendidos não são facilmente ou rapidamente incorporados na prática. Portanto, tais esforços e empreendimentos são de longo prazo.

Embora os elementos descritos por Wilson (2006) estejam mais voltados para os conhecimentos profissionais, são considerados coerentes com esta pesquisa, uma vez que as ideias neles presentes indicam uma perspectiva de formação profissional que se vislumbra no contexto de uma comunidade de prática¹¹, porém sem desconsiderar as transformações vividas no campo pessoal.

O desenvolvimento profissional de professores de matemática, de acordo com Krainer (2007), envolve conhecimentos, mudança nas crenças e nas práticas, contribui para o crescimento afetivo e cognitivo. Neste processo, acredita-se que as crenças e os conhecimentos que professores e professores em formação inicial, ambos de matemática, trazem para os programas de formação são referências em suas aprendizagens e influenciam o que e como eles aprendem. Na visão desse autor, ainda é um desafio encontrar respostas para as questões onde, em que condições e como professores de matemática aprendem. Alinhada a essa ideia, Wilson (2008) salienta que entender o professor como peça essencial para a mudança não é um discurso novo. No entanto, pensar no que e como os professores aprendem ainda precisa ser considerado e precisa de investigações.

De acordo com Wilson (2008), a formação de professores necessita de transformações para que seja capaz de acompanhar as rápidas mudanças tecnológicas que transformam o modo de pensar e que oferecem ferramentas que podem promover mudanças nas práticas pedagógicas. Para essa autora, o ensino da matemática sofre várias influências das tecnologias digitais, impondo, com isso, desafios aos formadores no sentido de viabilizar ações que promovam conhecimentos para que os professores integrem de modo adequado essas tecnologias nas suas práticas.

É sobre as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no âmbito educacional, mais especificamente na e para a formação de professores, que se discorre no próximo capítulo.

¹¹ Apresentada no capítulo 3

2. TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Neste capítulo apresentam-se algumas discussões presentes na literatura acerca das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) na formação do professor de matemática. Abordam-se o quadro teórico *TPACK* – Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo proposto por Mishra e Koehler (2006), sugerido para orientar o desenvolvimento profissional para a utilização de tecnologias digitais na educação, assim como, algumas características do *software* GeoGebra e um panorama das pesquisas brasileiras que utilizaram este *software* na formação são apresentados.

2.1 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A formação do professor de Matemática para o uso pedagógico das TDIC tornou-se uma questão complexa. Entre os fatores de complexidade, destacam-se o ritmo acelerado de evolução das tecnologias digitais e os espaços de formação.

Barcelos e Batista (2010) salientam que no resultado de um estudo de currículos e ementas, promovido com uma amostra representativa composta de 31 cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, foi verificado que apenas 29% das Licenciaturas em Matemática possuem disciplinas que contemplam, claramente, o uso das tecnologias digitais na educação.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores destacam que cada instituição deverá observar orientações inerentes à formação para a atividade docente, entre as quais destaca, no seu Art. 2º parágrafo VI, o “uso de tecnologias da informação e da comunicação e de metodologias, estratégias e materiais de apoio inovadores” (BRASIL, 2002, p.01). Dessa forma, esse documento oficial chama a atenção sobre a necessidade de os futuros professores adquirirem conhecimentos acerca das tecnologias digitais como instrumento de trabalho, e também de sua utilização nos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Goulart, Soares e Scherer (2012, p.59) salientam que

as mudanças curriculares, produzidas por estes documentos no interior das Licenciaturas em Matemática, não garantem que os futuros professores de Matemática, no curso de sua formação inicial, sejam plenamente preparados para integrar o computador nos processos de ensino e aprendizagem da escola básica. Isto se deve, entre outras questões, ao ‘poder pedagógico’ do

professor da licenciatura de transformar o currículo intencional num currículo implementado, sendo que ambos nem sempre coincidem.

Mishra e Koehler (2006) destacam que as dificuldades de integrar as TDIC nos processos de ensino e aprendizagem se relacionam ao ritmo acelerado da mudança tecnológica e à formação centrada mais na tecnologia do que no modo de integrá-la. Esses autores salientam que a formação de professores não deve propiciar aprendizagens apenas para uso específico de alguma tecnologia, pois essa pode se tornar obsoleta rapidamente, e sinalizam para uma formação na perspectiva do desenvolvimento profissional considerando os diferentes domínios dos conhecimentos profissionais que permeiam uma aula quando se utilizam as TDIC.

Por outro lado, no âmbito educacional, as TDIC estão cada vez mais acessíveis. Grande parte das escolas possui laboratórios com computadores que possibilitam o uso da Internet, que, por sua vez, propicia busca por informações a respeito da matemática, exemplos de tarefas e ideias para a sala de aula, relatos de experiências, vídeos, *applets*, *softwares* gratuitos e livres específicos para o ensino. Com isso, o professor é desafiado a enfrentar novas situações, que requerem conhecimentos acerca das possibilidades de uso pedagógico para o ensino e aprendizagem.

Vários aspectos favoráveis ao uso das tecnologias digitais no contexto educacional têm sido indicados por pesquisadores, como Ponte, Oliveira e Varandas (2003, p.01), para os quais

[...] as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) constituem uma linguagem e um instrumento de trabalho essencial do mundo de hoje, razão pela qual desempenham um papel cada vez mais importante na educação. Na verdade, estas tecnologias (i) constituem um meio privilegiado de acesso à informação, (ii) são um instrumento fundamental para pensar, criar, comunicar e intervir sobre numerosas situações, (iii) constituem uma ferramenta de grande utilidade para o trabalho colaborativo e (iv) representam um suporte do desenvolvimento humano nas dimensões pessoal, social, cultural, lúdica, cívica e profissional.

Valente (2011, p.16) destaca que as TDIC não devem ser vistas apenas como ferramentas ou recursos tecnológicos, mas como ferramentas cognitivas, capazes de expandir a capacidade intelectual dos aprendizes, “como linguagem para representação do conhecimento” e que devem ser usadas para potencializar os processos de ensino e de aprendizagem.

De acordo com Ponte, Oliveira e Varandas (2003), é difícil a introdução de inovações tecnológicas na prática docente sem uma comunidade para apoiar essas inovações.

Corroborando essa ideia, Wilson (2008) ressalta que os professores, à medida que têm acesso a uma nova tecnologia, eles precisam refletir a respeito das possíveis maneiras de usá-la dentro dos limites de suas salas de aula, para isso, precisam de uma comunidade que apoie a gestão dessa tecnologia para o desenvolvimento da autoconfiança na sua utilização e para auxiliar na reflexão sobre a prática pedagógica e outros conhecimentos envolvidos em uma aula quando se utilizam as tecnologias digitais.

Outro aspecto que não se pode deixar de considerar é que, com o uso das tecnologias digitais, pode-se abrir a estudantes papéis que sempre foram de domínio exclusivo do professor, situações que muitas vezes causam constrangimentos aos professores, dificultando ainda mais sua utilização na prática pedagógica. Assim, entende-se que a utilização das TDIC exige novas estratégias pedagógicas, pois o professor, além do conhecimento do conteúdo que ensina, precisa fazer conexões destes com a tecnologia utilizada, a qual tem potencial para transformar o ambiente de aprendizagem.

No processo de desenvolvimento profissional, a compreensão dos motivos para usar as tecnologias digitais em sala de aula e também de como integrá-las ao uso de outras tecnologias, como o lápis e o papel, são características promissoras à formação de professores. Reorganizar o currículo a partir das possibilidades que as tecnologias digitais oferecem, aprender a avaliar as potencialidades da tecnologia para utilizá-las no ensino de conteúdos específicos associado a metodologias condizentes são aspectos da formação que oportunizam a integração das TDIC no âmbito educacional.

De acordo com Oliveira (2012), para desenvolver e avaliar experiências com TDIC que proporcionam à aprendizagem, além do engajamento do aluno no próprio processo de aprendizagem, é requerido que o professor possua diferentes conhecimentos para que possa conduzir os alunos ao desenvolvimento de disposições pessoais quanto a estratégias de aprendizagem de modo autônomo e colaborativo, assim como, para organizar a aula.

Para enfrentar o desafio da formação de professores para o uso adequado das TDIC, Wilson (2008) argumenta que é preciso que os formadores de professores se preparem para usar a tecnologia e explorar a Matemática, integrando ideias matemáticas e utilizando resultados de pesquisa de modo a obter informações que possam auxiliar em situações de ensino. Para essa autora, a formação de professores pode ser um canal importante de ligação entre a pesquisa e a inovação em tecnologia com a prática e os currículos nas aulas de matemática, e, ainda, que é necessário pensar criticamente a respeito da formação de professores de matemática e perceber que quem forma professores para usar a tecnologia para ensinar matemática precisa formar a si próprio.

Diferentes investigações acerca das TDIC são apresentadas pelos pesquisadores. A aprendizagem matemática utilizando às tecnologias digitais é investigada por alguns, a formação de professores por outros. De modo geral os pesquisadores apontam diferentes perspectivas concernentes as tecnologias digitais, discutidas brevemente a seguir.

2.1.1 Perspectivas para o Uso das TDIC nas Pesquisas

Na literatura, encontram-se vários pesquisadores que discutem as diferentes perspectivas e possibilidades para o uso das tecnologias digitais no contexto educacional, alguns voltados para a aprendizagem dos estudantes e outros para a formação de professores. Entre os que discutem questões concernentes à aprendizagem matemática, apresentam-se algumas considerações de Gravina e Santarosa (1998); Borba e Penteadó (2001) e Bowers e Stephens (2011).

Quadro 2 – TDIC na aprendizagem da matemática

Autores	TIC na aprendizagem matemática
Gravina e Santarosa (1998, p.01)	- a aprendizagem “depende de ações que caracterizam o ‘fazer matemático’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar [...]”, a tecnologia da informática pode contribuir para que os estudantes modelem, analisem simulações, façam experimentos, conjecturem, confrontem e refinem suas ideias.
Borba e Penteadó (2001)	- chamam a atenção para questões a respeito das potencialidades da visualização gráfica, da investigação ou experimentação, da simulação, da possibilidade de se formular hipóteses e conjecturas e também da possibilidade de eliminar o tempo excessivo gasto em cálculos exaustivos, enfatizando-se a discussão e a estratégia.
Bowers e Stephens (2011, p.128)	<p>- “os alunos de hoje estão assimilando rapidamente e se adaptando às novas tecnologias utilizadas em suas vidas pessoais para conduzir o aumento da produtividade na sua aprendizagem¹²” (tradução nossa);</p> <p>- quando os alunos são convidados a explorar ambientes de base tecnológica que contêm múltiplas representações relacionadas de conceitos abstratos, eles constroem uma rica teia de relações que, em última análise, leva a um tipo de entendimento generalizado;</p> <p>- ao utilizar ferramentas que compõem um sistema de Geometria Dinâmica, podem-se:</p> <ul style="list-style-type: none"> •constituir um canal em que os estudantes ampliam sua imaginação e concebem a matemática como uma fonte de modelos matemáticos e representações; •verificar uma mudança de percepção da matemática, da matemática como um conjunto de regras e procedimentos para a matemática como um jogo intelectual, uma resposta à curiosidade, um esforço humano; •perceber de várias formas quais propriedades foram preservadas durante várias transformações com mais clareza do que quando comparadas com imagens estáticas; <p>- com os manipuláveis cibernéticos os alunos podem fazer em tempo real hipóteses e coletar <i>feedback</i> imediato;</p>

¹² Tradução: Today’s students are rapidly assimilating and adapting new technologies used in their personal lives to drive increased productivity in their learning.

	- a experimentação e surpresa (ou seja, perturbação) podem incluir múltiplos caminhos para encontrar uma solução.
--	---

Fonte: Autora

No Quadro 3 apresentam-se alguns pesquisadores que abordam questões relacionadas à formação de professores, Mishra e Koehler (2006), Wilson (2008), Bowers e Stephens (2011), Coutinho (2011), Goulart, Soares, e Scherer (2012).

Quadro 3 – TDIC na formação de professores

Autores	TDIC na formação de professores
Mishra e Koehler (2006, p.11)	<ul style="list-style-type: none"> - a formação de professores para uso específico de softwares, não só torna o seu conhecimento muito específico para ser aplicado amplamente, mas também se torna rapidamente ultrapassada. [...] muitos métodos estão condenados a criar conhecimento que é desatualizado a cada dois anos; - listas-padrão de habilidades tecnológicas são meios muito eficientes de “que” os professores precisam saber, mas oferecem pouca sugestão sobre “como” os professores estão a atingir essas habilidades; - apenas saber como usar a tecnologia não é o mesmo que saber como ensinar com ela; - os programas de formação de professores, em geral, não fornecem aos futuros professores tipos de experiências necessárias para prepará-los para usar tecnologia de forma eficaz em suas salas de aula.
Wilson (2008, p.2)	- os formadores de professores são os responsáveis em conectar os futuros professores e os professores com as tecnologias digitais, pesquisas, currículos e políticas. Não basta ter tecnologias disponíveis, é preciso integrá-las ao currículo de modo crítico e consciente.
Bowers e Stephens (2011, p.6)	<ul style="list-style-type: none"> - o objetivo dos formadores de professores deve ser o de apoiar o desenvolvimento dos professores em pré-serviço de uma orientação que vê a tecnologia como uma ferramenta fundamental para a identificação de relações matemáticas; [...] formadores de professores precisam ajudar os futuros professores a ver os objetivos educacionais mais amplos de pensar matematicamente com a tecnologia, ao invés do seu uso imediato em resolver problemas particulares; [...] os formadores de professores devem ajudar os futuros professores de matemática a conceituar o uso apropriado e responsável da tecnologia;
Coutinho (2011, p. 04)	<ul style="list-style-type: none"> - “sabe-se muito pouco sobre o tipo de conhecimento e saberes que um professor capaz de inovar com as TIC (Tecnologia da Informação e Comunicação) na sala de aula precisa ter e ser capaz de demonstrar”; - conhecer e operacionalizar os saberes para usar as TIC reveste-se de grande importância quando se pretende organizar e/ou desenhar um modelo de formação em TIC que possa revelar no professor atitudes positivas para a utilização das TIC como ferramentas cognitivas no processo didático.
Goulart, Soares, e Scherer (2012, p.66)	[...] a formação dos professores formadores necessita ir muito além do estudo de <i>software</i> existentes, significa refletir e estudar sobre: o uso da tecnologia na mudança da dinâmica das aulas; as mudanças no papel do professor e do aluno; os processos de aprendizagem com o uso do computador (conhecimento pedagógico da tecnologia); as relações que se estabelecem entre a tecnologia e o conhecimento matemático (conhecimento tecnológico do conteúdo); e como se pode colocar em ação todos os conhecimentos envolvidos no uso do computador no ensino da Matemática, em sala de aula (conhecimento tecnológico e pedagógico do conhecimento).

Fonte: Autora

Mishra e Koehler (2006) ressaltam que a pesquisa na área de tecnologia educacional tem sido muitas vezes criticada por falta de uma base teórica. As pesquisas de tecnologia educativa têm sido desenvolvidas mais na perspectiva de estudos de caso, exemplos de melhores práticas, implementações de novos instrumentos pedagógicos, de cursos, mas esses

são apenas os primeiros passos para o desenvolvimento de quadros conceituais e teóricos. Na ótica desses autores, ficar apenas nessas perspectivas pode limitar a visão do que é possível conseguir com a tecnologia em um amplo social e cultural, contexto educacional.

Considerando tais críticas a respeito das pesquisas desenvolvidas na área da tecnologia educacional, Mishra e Koehler (2006) desenvolvem um quadro conceitual baseado na relação entre tecnologia e ensino. Para a construção desse quadro teórico, basearam-se também em vários tipos de conhecimentos necessários ao professor para desenvolver um ambiente de aprendizagem com recursos das tecnologias digitais e possíveis influências na prática de formadores e do desenvolvimento profissional dos professores.

2.1.2 TPACK – um quadro para orientar o Desenvolvimento Profissional do Professor

O reconhecimento de que a introdução das tecnologias digitais no processo de ensino não é tarefa fácil e, também de que a tecnologia é um domínio do conhecimento profissional do professor despertou, nos últimos tempos, maior atenção dos formadores aos conhecimentos necessários para ensinar com tecnologias.

Mishra e Koehler (2006), em busca de capturar elementos essenciais relacionados aos conhecimentos necessários ao professor para a integração da tecnologia no ensino, desenvolveram pesquisas focadas no desenvolvimento profissional de professores e de formadores de professores. Esses autores tomaram por base os seguintes pressupostos: apenas a introdução de tecnologia no processo educativo não é suficiente; os professores precisam de diferentes conhecimentos para integrar a tecnologia de forma adequada; o ensino é uma atividade altamente complexa, baseada em diversos tipos de conhecimento; a tecnologia tem seus próprios imperativos que afetam os conteúdos e suas representações, interferindo, assim, nas opções de ensino e outras decisões didáticas.

Ao oferecer uma estrutura de conhecimentos necessários aos professores para a integração da tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem, Mishra e Koehler (2006) se fundamentaram em Perkins (1986), que considera o conhecimento como uma ferramenta que é projetada e adaptada para uma finalidade, opondo-se à concepção de conhecimento como informação, que é um conhecimento desconectado do contexto de aplicação e sem justificáveis. Nessa perspectiva, o que se pensa acerca do conhecimento pode influenciar consideravelmente o que se pensa sobre o ensino e a aprendizagem.

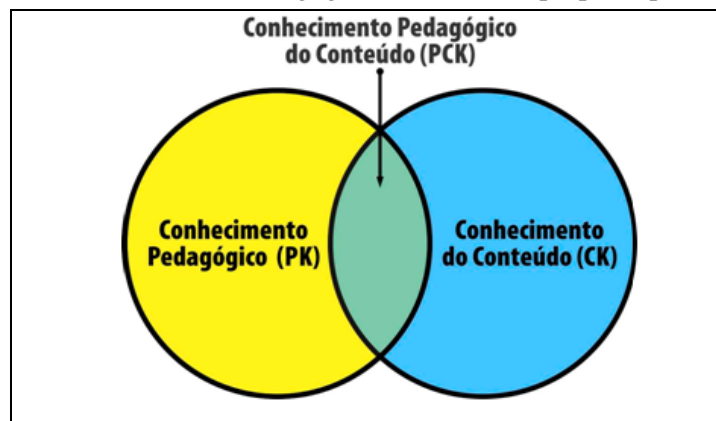
Mishra e Koehler (2006), com base na ideia de Shulman (1986) de que o conhecimento do conteúdo e a pedagogia não podem ser tratados nos cursos e nas pesquisas

de formação de professores dicotomicamente, como domínios exclusivos, elaboraram um quadro conceitual para apoiar a formação para a integração das tecnologias. Indicam que a tecnologia também não pode ser tratada separada dessas outras áreas de conhecimentos.

As implicações do desenvolvimento de um quadro teórico vão além de uma forma coerente de pensar na integração de tecnologia, Mishra e Koehler (2006), ao desenvolverem esse quadro, consideram a possibilidade de transformar a conceituação e a prática de formadores de professores, o desenvolvimento profissional dos professores e, com isso, provocar um impacto significativo nas pesquisas.

Shulman (1986) considerou que por muito tempo a formação de professores esteve focada no conhecimento do conteúdo e, mais recentemente, focou-se também nas práticas de sala de aulas - no conhecimento pedagógico. Na busca de interligar essas duas áreas, propôs o *PCK* - *pedagogical content knowledge*, que significa “conhecimento pedagógico do conteúdo” representando a interação e a interseção entre conteúdo e pedagogia (Figura 1).

Figura 1 – Conhecimento Pedagógico de Conteúdo proposto por Schulman



Fonte: Mishra e Koehler (2006, p. 1022, tradução nossa)

Nas palavras de Shulman (1986), essa interação vai além de simplesmente considerar conteúdo e pedagogia, mas uma compreensão das formas de representar e formular um tema ou um problema tornando-os compreensíveis para os estudantes, ou seja, a interseção é uma maneira na qual o objeto matemático, por exemplo, pode ser transformado para o ensino.

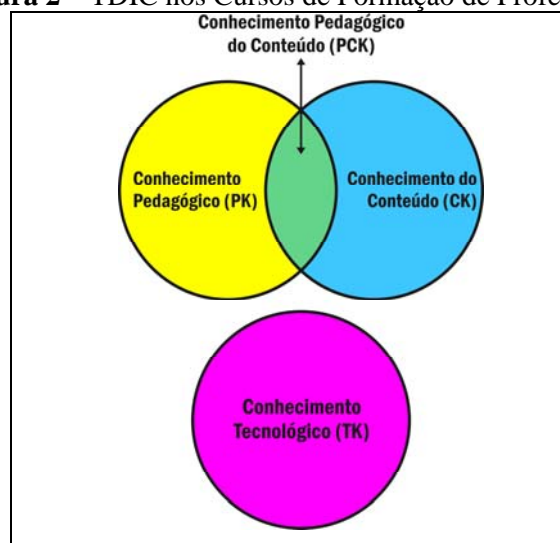
Nas salas há uma variedade de tecnologias, tais como: livros didáticos, cadernos, lápis, giz, quadro, que ao longo do tempo se tornaram comum e não são, muitas vezes, percebidas como tecnologias. No entanto, ao usar as mais recentes, como os computadores que incorporam *hardware* e *software*, jogos educativos, Internet, estas provocam mudanças na natureza da sala de aula ou têm potencial para fazê-lo. Por outro lado, nem todos os

professores abraçam tais tecnologias por inúmeras razões, incluindo o medo da mudança e da falta de tempo e apoio.

Mishra e Koehler (2006) salientam que o fato é que as tecnologias digitais vieram para ficar. Assim sendo, os professores terão mais do que aprender a usar as ferramentas disponíveis, terão que desenvolver novas competências para usá-las. Claramente, essas tecnologias desempenham um papel crítico nos conhecimentos de conteúdo e pedagógicos devido a vários aspectos, tais como possibilidades de simulações interativas e diferentes representações que podem ajudar a tornar o conteúdo mais acessível ao estudante.

Mishra e Koehler (2006) destacam que as discussões atuais sobre o papel do conhecimento acerca da tecnologia se assemelham aos problemas enfrentados por Shulman. Assim como o conhecimento dos conteúdos e os conhecimentos pedagógicos foram considerados separados e independentes um do outro por muito tempo, da mesma forma, o conhecimento tecnológico é considerado, muitas vezes, na formação, como separado desses conhecimentos. A tecnologia é vista como um conjunto de conhecimentos separados dos demais, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – TDIC nos Cursos de Formação de Professores

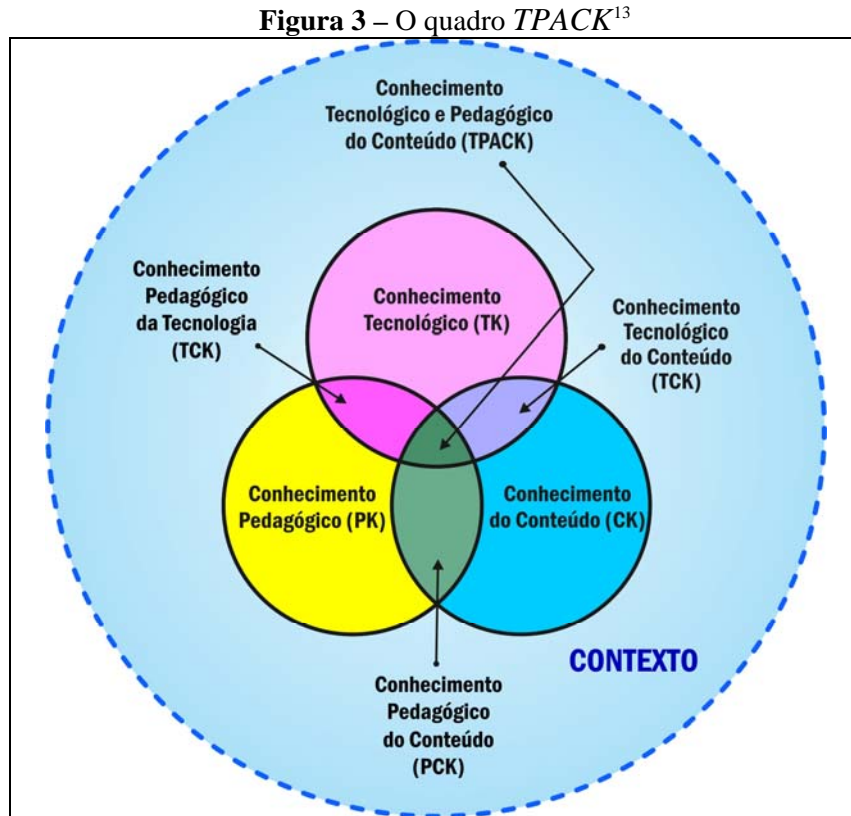


Fonte: Mishra e Koehler (2006, p. 1024)

Tendo em vista que a relação entre tecnologia, pedagogia e conteúdo é complexa e cheia de nuances, Mishra e Koehler (2006) argumentam que a tecnologia não pode ser vista separada dos outros conhecimentos.

Analogamente ao pensamento de Shulman (1986), os pesquisadores Mishra e Koehler (2006) estendem a ideia para o fenômeno de integrar três conhecimentos, nomeadamente, conhecimento dos conteúdos, dos métodos pedagógicos e das tecnologias. Para isso, discutem os papéis complexos e a interação entre esses três conhecimentos

essenciais em ambientes de aprendizagem e propõem uma estrutura conceitual e teórica para a utilização da tecnologia educacional no desenvolvimento profissional dos professores, o TPACK - Conhecimento Tecnológico Pedagógico de Conteúdo (*Technological Pedagogical Content Knowledge - TPACK*). Com isso, oferecem possibilidades de discussões para integração da tecnologia nos níveis: teórico, pedagógico, metodológico. A Figura 3 ilustra que o TPACK consiste em sete áreas de conhecimento.



Fonte: Adaptado de Koehler e Mishra (2006, tradução nossa).

Nesse quadro conceitual, o conhecimento sobre o conteúdo (CK^{14}), a pedagogia (PK) e a tecnologia (TK) são considerados essenciais para o desenvolvimento de um “bom ensino”. No entanto, em vez de tratar esses conhecimentos separadamente, a proposta de Mishra e Kohler (2006) insere três pares de interseção e uma tríade, nas quais são consideradas conexões e interações, duas a duas, entre conteúdo, tecnologia e pedagogia e, inclusive, a

¹³ Esse conceito foi introduzido em 2006 com a sigla *TPCK*, posteriormente modificada pelos autores para *TPACK* para enfatizar que o quadro se trata de um pacote total. A palavra contexto também só aparece no quadro posteriormente, evidenciando que as interações entre conteúdo, pedagogia e tecnologia podem ser consideradas de forma diferente em diversos contextos, que representam as grandes variações observadas na integração da tecnologia educacional, o que funciona ou não nas suas aulas e a forma como os professores acham que têm que ensinar para facilitar a aprendizagem dos alunos.

¹⁴ As siglas de cada tipo de conhecimento serão apresentadas conforme original, em inglês: *CK - Content knowledge, PK - Pedagogical knowledge, TK - Technology knowledge, PCK - Pedagogical Content Knowledge, TCK - Technological content knowledge, TPK - Technological pedagogical knowledge* e o *TPACK - Technological Pedagogical Content Knowledge*.

complexa interação entre esses três conhecimentos. Isso não significa que não se possa olhar para cada um deles isoladamente, mas que é indicado, também, olhar para eles em pares: conhecimento pedagógico do conteúdo (*PCK*), conhecimento tecnológico do conteúdo (*TCK*), conhecimento pedagógico da tecnologia (*TPK*), e para os três tomados em conjunto: conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (*TPACK*), isto é, semelhante ao movimento feito por Shulman, quando analisou a relação entre pedagogia e conteúdo e rotulou conhecimento pedagógico do conteúdo - *CPK*.

Nas palavras de Mishra e Koehler (2006 e 2009) e de Shulman (1986 e 1987), apresenta-se uma breve definição para cada tipo de conhecimento presente no quadro *TPACK*.

Conhecimento do Conteúdo (*CK*)

É o conhecimento que os professores precisam ter sobre o assunto real, objeto de ensino e aprendizagem. Inclui, também, o conhecimento dos fatos centrais, como conceitos, teorias e procedimentos dentro de um determinado campo, e, ainda, conhecimento de quadros explicativos que organizam e conectam ideias e conhecimento das regras de evidência e prova (SHULMAN, 1986 e 1987).

Conhecimento Pedagógico (*PK*)

É o conhecimento sobre os processos de aprendizagem e práticas de ensino, ou seja, dos métodos e teorias de ensino e aprendizagem. Englobam também outros aspectos, como valores, objetivos, estratégias para avaliar a compreensão do aluno. É uma forma genérica de conhecimento que envolve todas as questões relacionadas a aprendizagens dos alunos e dos métodos de ensino, a gestão da sala de aula, desenvolvimento de plano de aula, implementação de currículos e sobre avaliação. Um professor com profundo conhecimento pedagógico compreende como os alunos constroem conhecimento e desenvolvem disposições positivas para a aprendizagem. O conhecimento pedagógico requer uma compreensão das teorias cognitivas e sociais, de desenvolvimento de aprendizagem e de como se aplicam aos alunos.

Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*PCK*)

É uma forma particular de conhecimento do conteúdo incorporando os aspectos mais apropriados para seu ensino. Inclui saber como um conteúdo pode ser organizado por um ensino melhor e as formas de representação de ideias, analogias, ilustrações, exemplos e demonstrações. Inclui, também, representações e formulações de conceitos, técnicas pedagógicas, conhecimento daquilo que pode tornar os conceitos difíceis ou fáceis de serem

aprendidos. Envolve o conhecimento de estratégias que possibilitam a superação de dificuldades e equívocos do aluno, promove uma compreensão significativa dos conceitos. O conhecimento que os alunos trazem para a situação de aprendizagem, que pode facilitar ou dificultar a aprendizagem particular, ou seja, as estratégias, concepções prévias, ou falta de conhecimentos prévios sobre um determinado domínio ou a sua aplicação inadequada compõem esse conhecimento. O PCK é uma classe de conhecimentos fundamental para o trabalho do professor que só é realizado por professores, ou seja, é a capacidade de ensinar um determinado conteúdo.

Conhecimento Tecnológico (TK)

Refere-se ao conhecimento de tecnologias que são ou podem ser utilizadas em ambientes de aprendizagem. Inclui as habilidades necessárias para operar tecnologias específicas e consiste em saber como funcionam. Inclui saber instalar e remover programas, criar documentos e arquivos e a capacidade de aprender e adaptar-se às novas tecnologias uma vez que estas se tornam obsoletas rapidamente. Esse conhecimento propicia a realização de uma variedade de tarefas usando a tecnologia e a possibilidade do desenvolvimento de maneiras diferentes de realizar uma tarefa dada.

Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK)

Refere-se à forma como tecnologia e o conteúdo se influenciam mutuamente, como uma tecnologia pode ser usada para fornecer novas maneiras de ensinar um conteúdo. No TCK, é considerado que, além de conhecer o conteúdo, que é objeto de ensino, o professor precisa conhecer os tipos de representações e a maneira pela qual o conteúdo pode ser modificado em função do recurso tecnológico. Como exemplo, ao permitir que os alunos façam construções geométricas por meio de um *software*, isso muda a natureza da aprendizagem da geometria em si. O TCK inclui saber escolher programas ou *software* adequados para comunicar um determinado conteúdo, ou seja, para a aprendizagem de um conceito específico.

Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK)

É o conhecimento das possibilidades e limitações da tecnologia como colaboradora de diferentes abordagens de ensino, e, ainda, saber como o ensino e a aprendizagem podem mudar a partir do uso de tecnologias específicas e com o uso de uma determinada estratégia pedagógica. Inclui a compreensão do potencial de uma determinada tecnologia para a realização de um certo tipo de tarefa, a familiarização com um conjunto de

estratégias que permitem explorar a potencialidade da tecnologia e o conhecimento de como adequar determinados métodos de ensino à utilização da tecnologia. Requer professores criativos, pois tanto a Internet com seus conteúdos como vários *software* não foram criados para fins pedagógicos, com isso, os professores precisam entender como tais tecnologias podem ser usadas para viabilizar aprendizagem aos estudantes.

Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK)

Refere-se a um conhecimento que vai além de todos os três componentes (tecnologia, pedagogia e conteúdo). Envolve o entendimento das inter-relações entre *CK*, *PK* e *TK* ao usar a tecnologia para ensinar e aprender. Inclui-se, aqui, o entendimento da complexidade das relações entre alunos, professores, conteúdo, práticas e tecnologias. O *TPACK* é a base do “bom ensino” com tecnologia e requer uma compreensão da representação de conceitos utilizando tecnologias, técnicas pedagógicas que usam tecnologias de maneira construtiva para ensinar o conteúdo, conhecimento daquilo que faz os conceitos serem difíceis ou acessíveis e de como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os estudantes enfrentam na aprendizagem. O *TPACK* representa uma classe de conhecimento que é central para o trabalho dos professores com as TDIC.

O *TPACK* oferece uma maneira de conceituar o conhecimento prospectivo que os professores e futuros professores precisam, a fim de integrar a tecnologia em práticas de ensino. Em suma, esse quadro conceitual sugere que o “bom ensino”, com o uso de tecnologias, encontra-se no cruzamento dos conhecimentos tecnológico, pedagógico e do conteúdo. Ensinar e aprender com tecnologias exige um relacionamento dinâmico entre esses conhecimentos. A escolha da tecnologia impulsiona os tipos de decisões que se tomam a respeito dos conhecimentos do conteúdo e dos conhecimentos pedagógicos.

Nesta pesquisa, como Bowers e Stephens (2011, p 286)¹⁵, considera-se que o *TPACK* implica em “[...] usar a tecnologia para explorar relações matemáticas” e não para repetir práticas por meio de outra tecnologia. Considera, também, que o *TPACK* pode colaborar com o desenvolvimento profissional dos professores, de modo a apropriar-se de “hábitos tecnológicos” a fim de descrever a matemática e as relações existentes “por trás” dos resultados mostrados em uma tela de computador.

O *TPACK* conecta a tecnologia com o currículo e descreve a forma como os professores compreendem os três conhecimentos específicos e suas interações. Assim como Coutinho (2011, p. 04), considera-se que esse conceito deve ser valorizado no

¹⁵ Tradução de : As using technology to explore mathematical relations.

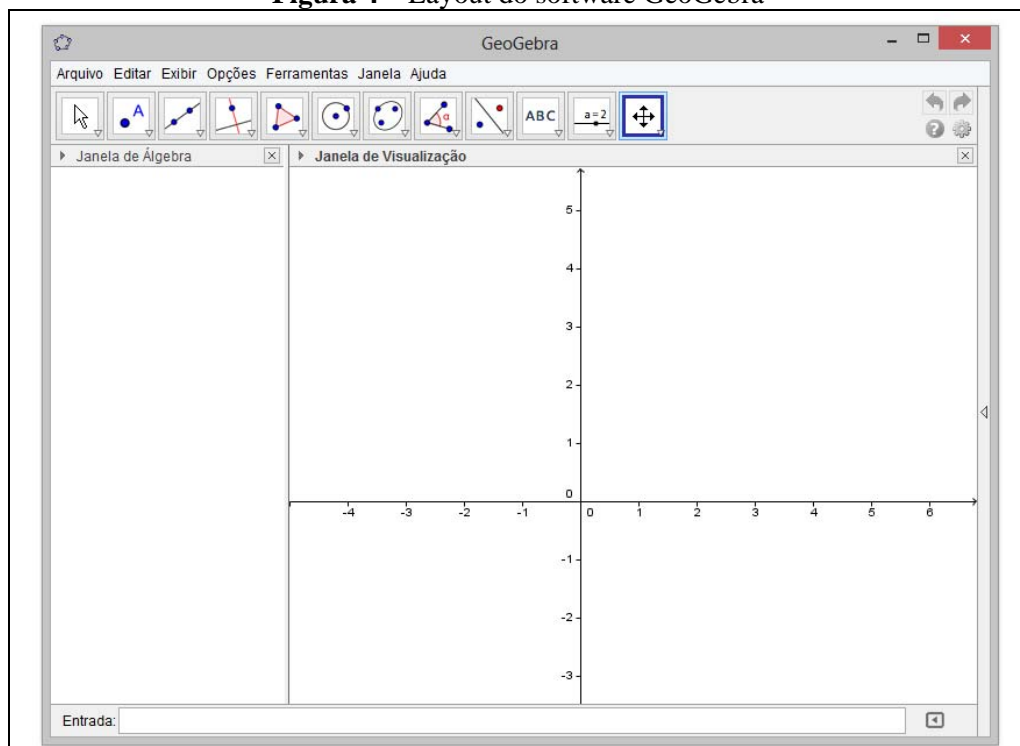
desenvolvimento profissional dos professores, pois o domínio do *TPACK* propicia ao professor “uma compreensão das técnicas pedagógicas que possibilitam que as tecnologias sejam usadas para a construção do saber por parte do aluno e não apenas como um apoio para ensinar”.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, utiliza-se um *software* específico para o ensino de matemática - o *Software* GeoGebra. Esse *software* tem sido utilizado pela comunidade dos professores de matemática, em âmbito nacional e internacional, como uma ferramenta pedagógica nos processos de ensino e de aprendizagem dos diferentes níveis de ensino, na formação inicial e continuada de professores de matemática. É sobre esse *software* que se discute nas próximas seções.

2.2 APRESENTANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* livre e de código aberto voltado ao ensino e à aprendizagem de matemática. Ele foi desenvolvido inicialmente por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, Áustria, e, atualmente, conta com colaboradores de várias partes do mundo envolvidos em seu constante desenvolvimento. O *software* pode ser baixado do *site* www.geogebra.org e instalado em sistemas operacionais como Windows, Linux, OS. Ao ser carregado, o *software* na versão 4.4 apresenta o seguinte layout.

Figura 4 – Layout do software GeoGebra



Fonte: Autora

Destacam-se em especial algumas áreas do *software*: Janela de Visualização, Janela de Álgebra e Entrada. A Janela de Visualização corresponde à área em que são exibidos gráficos, figuras geométricas e objetos internos do *software*. A Janela de Álgebra exhibe os objetos em suas versões aritméticas ou algébricas. A Entrada consiste de um campo de texto no qual, quando digitados comandos específicos, disparam construções de objetos e ações ou transformações sobre objetos já construídos. A integração dessas três áreas do *software* permite explorar a criação de objetos matemáticos dinamicamente, por exemplo, é possível construir um triângulo clicando no ícone polígono e, em seguida, clicando em três pontos na Janela de Visualização. A mesma construção pode ser realizada digitando o comando Polígono[<Ponto>,<Ponto>,<Ponto>] na Entrada, substituindo a expressão <Ponto> por pares ordenados específicos.

O GeoGebra é classificado como um *Software* de Matemática Dinâmica (*Dynamic Mathematics Software – DMS*), pelo fato de que, além de possuir as características típicas da Geometria Dinâmica, possui, também, um Sistema de Álgebra Computacional (*Computer Algebra System – CAS*).

Entre as tarefas matemáticas típicas de um *CAS* podem-se destacar cálculos aritméticos, substituições de símbolos em expressões, simplificações de expressões algébricas, resoluções de equações e sistemas de equações lineares, cálculos matriciais, cálculos de derivadas e integrais, resoluções de equações diferenciais ordinárias e parciais.

Com relação à Geometria Dinâmica, está a realização de construções geométricas, como pontos, linhas, todas as secções cônicas e a possibilidade de movê-las, a partir da ferramenta “Mover”. Essa ferramenta é considerada essencial na formulação de conjecturas, na realização de investigações, na percepção de regularidades e caracteriza o *software* como dinâmico. Por meio da ferramenta “Mover”, após a construção de uma figura, pode-se transformá-la sem alterar suas propriedades, ou seja, visualizá-la de diferentes formas, favorecendo a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos.

De acordo com Gravina (1996), por meio da Geometria Dinâmica evidencia-se uma nova abordagem do aprendizado geométrico. Conjecturas podem ser feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos e pode-se introduzir o conceito matemático dos objetos a partir do retorno gráfico oferecido pelo *software*, surgindo naturalmente o processo de argumentação e dedução.

O GeoGebra favorece a criação de ambientes de aprendizagem e suas características possibilitam o desenvolvimento de tarefas em uma perspectiva investigativa,

pois ao estudante é possibilitado perceber regularidades e compreender relações matemáticas existentes.

As possibilidades de registro que esse *software* oferece podem auxiliar o trabalho do professor, uma vez que, quando uma construção é “salva”, o professor pode analisar os processos de construção utilizados, compreender as ideias matemáticas que estão “por trás” da construção, identificar o potencial de aprendizagem matemática e possíveis dificuldades. Com isso, pode propor discussões de diversas naturezas a fim de provocar novas ações. Na Figura 5, é ilustrado um exemplo de “Protocolo de Construção” e, na Figura 6, tem-se o “Comando Exibir”.

Figura 5 – Protocolo de construção

N.	Nome	Definição	Valor	Legen...
1	Ponto A		$A = (-0,3, 1,76)$	
2	Ponto B		$B = (3,8, 1,68)$	
3	Arco c	Semicírculo passando	$c = 6,44$	
4	Ponto C	Ponto sobre c	$C = (0,91, 3,5...$	
5	Triângu...	Polígono A, C, B	$pol1 = 3,8$	
5	Segme...	Segmento [A, C] de	$b = 2,19$	
5	Segme...	Segmento [C, B] de	$a = 3,47$	
5	Segmento	Segmento [B, A] de	$c_1 = 4,1$	

Fonte: Autora

Figura 6 – Comando Exibir

Comando	Atalho
Janela de Visualização	Ctrl+Shift+1
Janela de Álgebra	Ctrl+Shift+A
Planilha	Ctrl+Shift+S
Janela CAS	Ctrl+Shift+K
Janela de Visualização 2	Ctrl+Shift+2
Protocolo de Construção	Ctrl+Shift+L

Comando	Atalho
Atualizar Janelas	Ctrl+F
Recalcular Todos os Objetos	Ctrl+R

Fonte: Autora

O “Protocolo de Construção” permite ver a sequência de passos e as ferramentas utilizadas na construção de uma figura. Na parte inferior dele, existem setas que ao serem acionadas, permitem rever a construção passo a passo, possibilitando identificar processos de construção e esclarecimentos de dúvidas. A “Barra de Menu” com seus vários comandos também pode auxiliar o professor de acordo com o objetivo do seu trabalho. No “Exibir”, por exemplo, pode-se escolher “Eixos” ou a “Malha”, ativar as janelas que proporcionam diferentes vistas como a “Janela de Visualização”, “Janela de Álgebra”, “Planilha” e “Cas”, ocultar ferramentas e outros, como mostra a Figura 6.

Existem vários *sites* que disponibilizam tutoriais, fóruns, vídeos¹⁶ e representações de objetos matemáticos que ajudam na utilização e na compreensão das ferramentas do *software* GeoGebra e de conceitos matemáticos. Há, também, várias pesquisas com diferentes perspectivas e aportes teóricos que podem auxiliar o desenvolvimento de outras investigações e

¹⁶ <http://www.youtube.com/user/sergiocarrazedo>

oferecer subsídios para o uso do GeoGebra, tanto nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática como na formação de professores.

2.2.1 O *software* GeoGebra nas pesquisas – uma visão a partir de dissertações e teses brasileiras

Na busca por compreender quais discussões têm sido privilegiadas e conhecer as perspectivas presentes em dissertações e teses brasileiras a respeito da utilização do *software* GeoGebra na formação de professores de Matemática para situar as perspectivas desta investigação, recorreu-se ao banco de dados da CAPES¹⁷. Os trabalhos disponíveis que de algum modo utilizaram esse *software* em suas investigações foram selecionados, baixados na Internet e analisados.

A análise de cunho interpretativo foi realizada a partir de alguns itens dos textos completos: resumo, introdução, encaminhamento metodológico e considerações finais. Com isso, foi possível identificar os sujeitos investigados (Quadro 4) e conteúdos matemáticos abordados (Quadro 5).

Quadro 4 – Sujeitos da pesquisa

Sujeitos da Pesquisa	Quantidade
Estudantes do Ensino Fundamental (EEF)	04
Estudantes Ensino Médio (EEM)	12
Professores da Educação Básica (PEB)	04
EEF, EEM e PEB ¹⁹	01
EEM e PEB	01
EEM e LM	01
Estudantes de Licenciatura em Matemática (ELM)	06
EEM, ELM e de Especialização em Educação Matemática	01
Estudantes de engenharias, ELM, outros	05
Professores do Ensino Superior	01

Fonte: Autora

Quadro 5 – Conteúdos matemáticos

Conteúdos de Matemática	Quantidade ¹⁸
Cálculo	06
Função Polinomial	05
Trigonometria	07
Geometria Analítica	04
Geometria Plana	09
Geometria não euclidiana	01
Números complexos	01
Números inteiros: regras de sinais	01
Probabilidade/distribuição normal	01
Teorema de Tales	01

Fonte: Autora

Nas análises dos trabalhos, foi possível constatar que 22 trabalhos envolvem, de modo geral, estudantes da educação básica e se tratam de propostas de ensino, das quais 20 foram aplicadas. Esses trabalhos deram ênfase à aprendizagem de conteúdos matemáticos, à

¹⁷ Disponível <http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses>. A busca foi realizada no período de janeiro a abril de 2012 utilizando a palavra-chave “GeoGebra”. Encontraram-se uma tese de doutorado, 8 dissertações de mestrado acadêmico e 27 dissertações de mestrado profissional, publicadas no período de 2008 a 2010.

¹⁸ Um dos trabalhos não enfatizou o conteúdo matemático.

¹⁹ Embora o pesquisador tenha aplicado a sequência didática a dois professores, não evidenciou a formação de professores.

análise das potencialidades didático-pedagógicas do *software* GeoGebra e o desenvolvimento da percepção e visualização. Observou-se também que pelo menos 12 pesquisas contemplam elementos da “Didática Francesa”, utilizando sequências didáticas fundamentadas na Engenharia Didática.

Buscando elementos relacionados ao desenvolvimento profissional do professor de matemática para delimitar o foco da presente investigação, realizou-se análise e categorização, a partir da(s) questão(ões) de investigação e do(s) objetivo(s) de pesquisa, de 13 desses trabalhos que, de alguma forma, envolveram a formação inicial ou continuada de professores de Matemática.

Os trabalhos selecionados estão relacionados a seguir, destacando uma sigla e um número que indicam a modalidade, quais sejam: (T) para Tese, (DMA) para Dissertação de Mestrado Acadêmico e (DMP) para Mestrado Profissional. Por exemplo, DMA2 representa uma “dissertação de mestrado acadêmico” sendo o segundo trabalho, o ano da defesa, o título e o autor em ordem alfabética por modalidade. A finalidade da sigla é de associar cada trabalho com a(s) sua(s) respectiva(s) questão(ões) de investigação e objetivo(s) para cada trabalho.

Quadro 6 – Teses e Dissertações selecionadas do banco de dados da CAPES

Sigla	Ano	Título e autor
T1	2009	Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. Mônica Souto da Silva Dias.
DMA2	2009	A utilização do computador na prática docente: sentidos construídos por um grupo de professores de matemática de uma instituição de ensino federal. Andréa N. Vianna.
DMA3	2010	Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de cálculo diferencial e integral no contexto das tecnologias digitais. Andriceli Richit.
DMA4	2010	Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica. Guilherme Henrique Gomes da Silva.
DMA5	2009	Geometria euclidiana e geometria hiperbólica em um ambiente de geometria dinâmica: o que pensam e o que sabem os professores. Karla Aparecida Lovis.
DMA6	2009	O uso do software matemático GeoGebra na formação inicial do professor: manifestações de constituição de ZDP na aprendizagem das funções polinomiais do terceiro grau. Kristian Madeira.
DMP7	2009	A utilização de GeoGebra no ensino de matemática: recursos para os registros de representação e interação. Adriana Domingues Freitas.
DMP8	2010	Ensino de funções, limites e continuidade em ambientes educacionais informatizados: uma proposta para cursos de introdução ao cálculo. Davis Oliveira Alves.
DMP9	2010	Discutindo o papel das Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na formação de professores de matemática: uma proposta para um curso de licenciatura em matemática na modalidade EaD. Fausto Rogério Esteves.
DMP10	2010	Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. Luciane Santos Rosenbaum.
DMP11	2008	Mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas no plano. Maria Auxiliadora Lage.
DMP12	2010	GeoGebra e Moodle no ensino de geometria analítica. Rodrigo Dantas de Lucas.
DMP13	2010	As dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o software

	GeoGebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales. Rosana Perleto dos Santos.
--	--

Fonte: Banco de dados da CAPES

Apresentam-se, a seguir, as citações da(s) questão (ões) de investigação e o(s) objetivo(s) identificados em cada trabalho com a intenção de evidenciar o que tem sido pesquisado utilizando o *software* GeoGebra na formação de professores.

Quadro 7 – Questões de investigação ou objetivos presentes nos trabalhos selecionados

Sigla	Questões de investigação ou objetivos
T1	Em que medida um software de geometria dinâmica permitirá ao aluno desenvolver conjecturas e argumentações relativas a uma situação geométrica que se quer demonstrar? (p.19). [...] Qual a influência da utilização de softwares de geometria dinâmica na construção de argumentações por alunos do curso de licenciatura em matemática? Que articulações podemos inferir entre os níveis de raciocínio geométrico proposto por Parzys (2001, 2006) e os tipos de prova propostos por Balacheff (1987), quando os alunos mobilizam seus conhecimentos para resolver problemas relativos à demonstração em Geometria?(p.73). [...] Fazer com que os alunos evoluam na construção do raciocínio hipotético-dedutivo a partir da interação com atividades de construção geométrica e demonstração. Estudar a suficiência dos níveis de raciocínio geométrico elaborados para compreensão das produções dos alunos (p.73).
DMA2	Quais os sentidos construídos por um grupo de professores de matemática sobre a mediação do computador nas atividades desenvolvidas com seus alunos na Sala de Telemática do Colégio de Aplicação João XXIII?(p.30). [...] Compreender, através de suas práticas discursivas, os sentidos construídos por um grupo de professores de Matemática sobre a mediação do computador nas atividades desenvolvidas com seus alunos na Sala de Telemática do Colégio de Aplicação João XXIII (p.17).
DMA3	Quais são os aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente do professor de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais? (Resumo e p.18, 20,118 e 153). [...] Identificar e compreender os aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente em um curso à distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais (Resumo e p. 118).
DMA4	Quais contribuições pedagógicas a participação em um grupo de estudos traz para futuros professores de Matemática quando inseridos em um ambiente de geometria dinâmica? (p. 14, 120 e 165). [...] Analisar as reflexões feitas por participantes de um grupo de estudos, formado por alunos de Licenciatura em Matemática, no movimento de elaborar e desenvolver atividades de geometria dinâmica com estudantes do ensino médio (p.14).
DMA5	Quais os conhecimentos de Geometria Euclidiana e de Geometria Hiperbólica que o grupo de professores observados nesta pesquisa possui? O estudo da Geometria Hiperbólica permite identificar obstáculos epistemológicos na compreensão dessa Geometria? Contribui para que eles aceitem a existência das Geometrias Não-Euclidianas? O software GeoGebra contribui para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica? (p.17). [...] Averiguar os conhecimentos dos professores sobre Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica, por meio de atividades, com auxílio do software de Geometria Dinâmica GeoGebra. Identificar obstáculos epistemológicos durante a realização das atividades que utilizam o modelo do disco de Poincaré, e verificar se o estudo da Geometria Hiperbólica permite que os professores abandonem a visão de que a Geometria Euclidiana é a única geometria possível. Verificar possíveis contribuições do uso do software GeoGebra para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica (p.18).
DMA6	Como se caracteriza a Zona de Desenvolvimento Proximal – ZDP que se constitui, entre alunos do curso de licenciatura de Matemática, em situações de interações mediadas pelo software GeoGebra para aquisição do conceito de Função Polinomial? (p.15). [...] Analisar as manifestações de constituição de Zona de Desenvolvimento Proximal – ZDP entre o grupo de estudantes de ensino superior quando colocados em situação de aprendizagem com outro aluno, mediados pelo software matemático GeoGebra na aquisição do conceito de função polinomial do terceiro grau (p.15).

DMP7	Identificar se os professores atribuem potencial ao software educativo no ensino e aprendizagem de Matemática, tanto no que diz respeito às possibilidades do acesso a pelo menos dois tipos de registro de representação para um mesmo objeto matemático, quanto no que tange à interação que o software pode oferecer entre o estudante e objeto de ensino (p.14). [...] Verificar a utilização de um software educativo no ensino e aprendizagem de Matemática e as possibilidades de exploração no que diz respeito aos registros de representação e a interação do estudante no processo de construção do conhecimento (Resumo e p.14).
DMP8	Como a utilização de Tecnologias Informacionais e Comunicacionais pode contribuir / redirecionar o ensino de Funções, Limites e Continuidade em disciplinas de Introdução ao Cálculo? (p. 16,51 e 92). [...] Apresentar e discutir a utilização de TICs no Ensino de Cálculo como uma tendência da Educação Matemática (p. 16 e 52).
DMP9	Como os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da modalidade EAD da UFOP planejam, implementam e avaliam atividades exploratórias realizadas em Ambientes Educacionais Informatizados utilizando softwares educacionais? (p.13, 65 e 91). [...]Verificar o papel das Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na formação de professores de Matemática na modalidade de Educação a Distância (Resumo). Implementar e observar o desenvolvimento de uma proposta de trabalho com atividades exploratórias planejadas, num ambiente informatizado, com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática na modalidade EaD (p.13). Identificar o grau de informação e de envolvimento dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da modalidade EaD da UFOP em relação à utilização das Tecnologias Informacionais e Comunicacionais no ensino de Matemática. Apresentar diversas atividades exploratórias de Matemática planejadas pelo pesquisador, para implementação e avaliação pelos estudantes, em Ambientes Educacionais Informatizados. Investigar os estudantes no planejamento, implementação e avaliação de atividades exploratórias de Matemática utilizando softwares educacionais, voltadas para o ensino de Matemática nos níveis fundamental e médio (p. 65).
DMP10	Como as pesquisas na área de Educação Matemática que trazem resultados importantes sobre a aprendizagem podem contribuir para a organização do ensino de Funções trigonométricas que potencialize boas situações de aprendizagem aos alunos? (os.18, 49, 59 e 226). Como a atuação do professor de matemática se revela, no que se refere às atividades de planejamento do ensino de funções trigonométricas, de forma compatível com uma perspectiva construtivistas da aprendizagem? (p.18, 59 e 230). [...] Construir, discutir e avaliar uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) a respeito do tema Funções Trigonométricas. (p.16).
DMP11	Quais as possibilidades de mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas? (p.17). [...] Investigar as possibilidades de mobilização das formas de pensamento matemático no estudo das Transformações Geométricas no Plano (p. 76).
DMP12	Construir um ambiente virtual de aprendizagem sobre tópicos de geometria analítica plana e sua aplicação (Resumo). O objetivo deste trabalho foi a construção de um AVA para o ensino significativo de Geometria Analítica, com a utilização de visualizadores 3D idealizados no GeoGebra, permitindo ao aluno visualizar e manipular o espaço tridimensional e seus objetivos sob vários 'pontos de vista'(p.16, grifo do autor).
DMP13	Quais são as possibilidades e dificuldades de professores de matemática ao utilizarem o software GeoGebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales? (p.31). Qual a importância da utilização do software GeoGebra no Ensino do Teorema de Tales, no que se refere ao aspecto pedagógico? De que forma o professor de Matemática utiliza-se do computador para elaborar estratégias na abordagem de atividades que envolvem o Teorema de Tales?[...] Verificar quais são as dificuldades e possibilidades de professores de Matemática ao utilizarem o software GeoGebra em atividades envolvendo Teorema de Tales. [...]Investigar qual seria o papel das tecnologias no eventual trabalho didático dos professores em relação ao Teorema de Tales. (p.32)

Fonte: Trabalhos selecionados

Embora alguns trabalhos não tenham feito referências à formação de professores de

Matemática na(s) questão(ões) e no objetivo de investigação, foram selecionados com base na análise interpretativa que mostrou o seguinte: na DMA3, o grupo investigado envolvia professores de Cálculo Diferencial e Integral, disciplina que faz parte dos cursos de formação de professores de Matemática no Brasil; na DMP10, a pesquisadora construiu Trajetórias Hipotética de Aprendizagem (THA) que foram aplicadas e avaliadas por 2 professores da Educação Básica, que se reuniram com a pesquisadora após a aplicação para discuti-la e avaliá-la; na DMP11, a pesquisadora aplicou sua proposta de ensino para alunos de um curso de Licenciatura em Matemática e de Especialização; na DMP12, o pesquisador, após construir um ambiente virtual de aprendizagem a respeito de tópicos de geometria analítica plana, utilizou-o com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

As pesquisas selecionadas buscaram explicitar potencialidades, influências e contribuições do GeoGebra para os processos de ensino e de aprendizagem de futuros professores, bem como impressões e práticas de professores e de futuros professores de Matemática a respeito de seu uso. Esses aspectos auxiliaram a identificação de quatro eixos temáticos apresentados no Quadro 8 associados a cada trabalho e aos sujeitos investigados.

Quadro 8 – Eixos Temáticos

Sujeitos investigados Eixos Temáticos	Futuros professores de Matemática	Professores de Matemática	Professor formador de professores de Matemática
Aprendizagem de conteúdos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> - Função polinomial (DMA6) - Funções, Limites, Continuidade (DMP8) - Tópicos de geometria plana (DMP12) 	<ul style="list-style-type: none"> - Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica (DMA5) 	
Análise das potencialidades didático-pedagógicas do GeoGebra	<ul style="list-style-type: none"> - em atividades de geometria dinâmica para alunos do Ensino Médio (DMA4) - em atividades exploratórias em Ambientes Educacionais Informatizados (DMP9) 	<ul style="list-style-type: none"> - como mediadora da aprendizagem (DMA2) - nas interações entre estudantes e objeto de ensino; no estudo de diferentes tipos de registros de representação de um mesmo objeto matemático (DMP7) - em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem - THA a respeito de Funções Trigonométricas (DMP10) - no ensino do Teorema de Tales (DMP13) 	
Desenvolvimento de formas de pensamento matemático	<ul style="list-style-type: none"> - no estudo de provas e demonstrações (T1) - no estudo de Transformações 	<ul style="list-style-type: none"> - no estudo de Transformações Geométricas no Plano em um curso de especialização 	

	Geométricas no Plano (DMP11)	(DMP11)	
Análise da prática pedagógica			No ensino de Cálculo Diferencial e Integral na busca de identificar aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento dessa prática (DMA3)

Fonte: Autora

A discussão²⁰ dos eixos temáticos, apresentados no Quadro 8 e a relação deles com apontamentos presentes na literatura, evidenciaram a relevância de cada um dos trabalhos no domínio da formação de professores e o uso das tecnologias digitais. Além disso, permitiram observar que os trabalhos selecionados não contemplaram como foco principal investigar o espaço propício para a formação (Comunidades de Prática) e os conhecimentos constituintes do *TPACK* apontados por Mishra e Koehler (2006) como necessários para a integração das tecnologias digitais, como se propõe na presente investigação.

Bowers e Stephens (2011) argumentam que não há nenhum conhecimento, particular ou subconjunto de habilidades, que pode ser ensinado aos futuros professores que irá assegurar a integração das tecnologias digitais no ensino da Matemática. Ressaltam, contudo, que os formadores de professores devem apoiar o desenvolvimento profissional de modo que essas tecnologias sejam vistas como fundamentais para explorar relações matemáticas e, com isso, desenvolver uma tendência pedagógica para seu uso.

Todos os trabalhos analisados e a discussão das categorias auxiliaram para a elaboração de um conjunto de características que podem contribuir para o desenvolvimento profissional de professores em momentos nos quais os professores e futuros professores tenham a oportunidade de:

- analisar um *software* como uma ferramenta ou uma linguagem que permite ao aluno construir novos conhecimentos matemáticos, tendo em conta seus conhecimentos prévios, aspectos históricos e sociais da evolução desses novos conhecimentos;
- refletir a respeito da necessidade de, durante e após o uso do *software*, sistematizar relações entre diferentes conhecimentos matemáticos, esclarecendo vínculos e avaliando resultados e aplicações desse novo conhecimento;

²⁰ As categorias e os resultados a partir de dissertações e teses brasileiras discutidos nessa seção foram publicados em forma de artigo: CYRINO, M. C. de C. T.; BALDINI, L. A. F. Software GeoGebra na Formação de Professores de Matemática – uma visão a partir de dissertações e teses. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v 1, n. 1, jul-dez. 2012, p. 42-61.

- investigar diferentes formas de utilizar o *software* para dinamizar as aulas, promovendo a interação entre o aluno e o objeto matemático, a realização de simulações, a validação de ideias prévias, a experimentação, a criação de soluções e a construção de novas formas de representação mental;
- elaborar propostas alternativas de organização e gestão dos processos de ensino e de aprendizagem, por meio do uso do *software*, de modo a valorizar as interações entre os alunos, entre o aluno e o professor, bem como a comunicação e o estudo da natureza das tarefas a serem trabalhadas em sala de aula;
- analisar e reconhecer diferentes formas de pensamento e de registros, provocadas pelo uso do *software*, para que possam aceitar, valorizar e utilizar as formas de pensamento de seus alunos nas interações em sala de aula;
- estudar, discutir e avaliar práticas pedagógicas que contemplem o uso de *software* para que possam criar uma cultura de reflexão a respeito da própria prática;
- elaborar e discutir tarefas matemáticas adequadas para o uso das TDIC.

Com essas características não se tem a pretensão de esgotar os possíveis modos de explorar o uso de tecnologias digitais na formação de professores de Matemática, tampouco torná-las prescritivas, mas oferecer subsídios para implementação de propostas para a integração das TIDC.

Para a integração das TDIC no contexto educacional, Wilson (2008) e Ponte, Oliveira e Varandas (2003) argumentam que é preciso apoiar comunidades que incentivam (re) pensar, criar, comunicar e intervir sobre numerosas situações práticas; que compartilham informações e que desenvolvem a autoconfiança. Para Wilson (2008), embora os professores aprendam com sua prática, é difícil a introdução das tecnologias digitais na prática pedagógica sem uma comunidade profissional que os apoie.

Concorda-se com Coutinho (2011) quando argumenta que se sabe pouco sobre os conhecimentos que um professor precisa para utilizar as TDIC na sala de aula. Essa autora ressalta a importância de pesquisas que evidenciem tais conhecimentos, que organizem e/ou descrevam modelos de formação em TDIC capazes de desenvolver atitudes positivas e competências de utilização das tecnologias como ferramentas cognitivas nos processos didáticos. É nesse sentido que esta investigação está sendo direcionada, formação de Comunidade de Prática que apoie a aprendizagem do professor para o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática.

3. O GRUPO INVESTIGADO E A TEORIA DAS COMUNIDADES DE PRÁTICA

Neste capítulo relata-se como foi constituída a Comunidade de Prática formada por professores e futuros professores de Matemática que subsidia esta investigação. Para tanto, elementos estruturais, energia e cultivo de uma Comunidade de Prática são abordados. Discute-se também a perspectiva de aprendizagem no contexto de uma Comunidade de Prática, que será utilizada como aporte teórico no decorrer da análise.

3.1 O GRUPO DE ESTUDOS – CONSTITUIÇÃO DA COMUNIDADE DE PRÁTICA

Com a intenção de constituir um espaço para investigar aprendizagens relacionadas ao desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática, pensou-se na formação de um grupo de estudo vislumbrando a constituição de uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998; WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002).

De acordo com Lave e Wenger (1991), uma Comunidade de Prática é formada por grupos de pessoas com distintos conhecimentos, habilidades e experiências, que participam de modo ativo em processos de colaboração, em que compartilham conhecimentos, interesses, recursos, perspectivas, sobretudo práticas para a construção de conhecimento, tanto pessoal quanto coletivo.

Para que o processo de pertença a uma Comunidade de Prática aconteça de fato, Santos (2004) ressalta que é fundamental ter acesso às diversas fases das atividades e aos demais membros da comunidade, assim como à informação, aos recursos e a oportunidades para participar. Na visão dessa autora, é necessário ter acesso ao ambiente cultural da comunidade, pois no ambiente de cada comunidade as atividades têm um significado próprio.

Wenger e Snyder (2001) definem Comunidade de Prática como um grupo de pessoas informalmente ligadas pelo conhecimento compartilhado e pelo interesse por empreendimentos conjuntos²¹. Para esses autores, essas pessoas se reúnem para discutir e estudar um determinado assunto partilhando experiências. Elas buscam solução para problemas comuns de acordo com a capacidade de contribuir de cada indivíduo.

²¹ Definido na seção 3.3.

Nesta investigação, assume-se que “uma Comunidade de Prática é um grupo de pessoas que compartilham uma preocupação ou uma paixão por algo que elas fazem, e aprendem como fazê-lo melhor conforme elas interagem regularmente” (WENGER, 2009, p. 02)²². Pessoas que aprendem juntas constroem relacionamentos de confiança e, nesse processo, desenvolvem um senso de pertença e engajamento mútuo, uma vez que a comunidade de prática “é um espaço de engajamento na ação, de relações interpessoais, de conhecimento compartilhado, e de negociação dos empreendimentos” (WENGER, 1998, p.85)²³.

Wenger (2009) destaca três atitudes que podem auxiliar uma pessoa ou um grupo na constituição de uma Comunidade de Prática:

- 1) Conversar com pessoas que interagem e que enfrentam problemas e desafios semelhantes; pessoas que acreditam que tornar as interações mais sustentadas e sistemáticas pode colaborar na aprendizagem de como lidar com problemas diversos.
- 2) Reunir membros potenciais que estão dispostos a acompanhar uma proposta inicial, a investir em suas próprias identidades como profissionais e em tornar as interações mais frequentes.
- 3) Depois de obter resultados positivos nas atitudes anteriores, deve-se envolver o grupo na concepção de um processo pelo qual a comunidade pode caminhar, o que implica em organizar um evento de lançamento ou apenas começar a trabalhar acerca de uma questão associada a um domínio²⁴ deixando o processo atrair outros participantes.

Considerando a primeira atitude indicada por Wenger (2009), a pesquisadora²⁵, em uma visita ao Núcleo Regional de Ensino de Apucarana, encontrou ocasionalmente a diretora de um colégio da rede estadual da cidade de Araçongas - PR, que também é professora de Matemática e comentou sobre o interesse em formar um grupo de estudos para explorar o *software* GeoGebra no ensino da Matemática. A diretora demonstrou interesse em que esse grupo de estudos fosse constituído no “seu colégio”, argumentando que o laboratório de informática era pouco utilizado nas práticas pedagógicas, principalmente pelos professores de

²²Tradução de: A community of practice is a group of people who share a concern or a passion for something they do, and learn how to do it better as they interact regularly.

²³Tradução de: A locus of engagement in action, interpersonal relations, shared knowledge, and negotiation of enterprises [...] the kind that has real effects on people's lives.

²⁴ Explicitado na próxima seção.

²⁵ Os termos pesquisadora, formadora e coordenadora referem-se à autora deste trabalho que exerceu diferentes papéis.

Matemática.

Procurando reunir membros potenciais, segunda atitude indicada por Wenger (2009), houve o comprometimento da diretora em convidar os professores de Matemática do seu colégio, dispostos a aprender a utilizar o *software* GeoGebra, para uma reunião na qual pudessem explicitar suas expectativas quanto ao trabalho em um grupo de estudos. Por outro lado, a pesquisadora faria o mesmo com relação a estudantes do curso de Licenciatura de Matemática das instituições: FECEA – Faculdade Estadual de Ciências Econômica de Apucarana e FAP – Faculdade de Apucarana.

Para a reunião (1º encontro), ocorrida no dia 03/05/2012, das 17h30min às 18h40min, compareceram a diretora auxiliar do colégio, que também é professora de Matemática, seis professoras que trabalham nesse e em outros colégios da cidade e cinco estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

Salientou-se, nessa reunião, conforme conversa com a diretora, que o grupo seria um espaço para estudo a respeito de perspectivas tecnológicas, didático-pedagógicas e de conteúdos da Educação Básica, tendo como foco a aprendizagem do *software* GeoGebra. Esclareceu-se, também, a respeito do interesse em investigar as aprendizagens de professores e futuros professores de Matemática para a constituição da presente pesquisa.

Aproveitou-se a reunião, também, para explicar aos participantes que o grupo de estudo não seria um curso nos moldes tradicionais, no qual somente o “*expert*” conduz o curso, muitas vezes impondo as ações, mas um espaço para aprendizagens, reflexões e trocas de experiência, em que todos teriam oportunidades de propor tarefas²⁶ matemáticas e encaminhamentos. Segundo Wenger e Snyder (2001), sejam quais forem as circunstâncias que originam Comunidades de Prática, nesse espaço seus membros compartilham conhecimentos com liberdade e criatividade, incentivando novas abordagens para os problemas enfrentados.

Com exceção de uma professora que decidiu não participar, sem explicar o motivo, os demais concordaram e mostraram-se interessados, além de bastante entusiasmados em participar do grupo de estudos e aprender a utilizar o GeoGebra nas práticas pedagógicas. Aspectos que podem ser evidenciados pelos fragmentos das falas dos participantes²⁷, a seguir.

²⁶ No contexto da presente pesquisa, “uma tarefa é definida como um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (STEIN e SMITH, 2009, p.22).

²⁷ Para manter o sigilo de seus nomes, conforme carta de cessão de direitos, as professoras (P) participantes serão denominadas por nomes fictícios: P-Alice, P-Aline, P-Clara, P-Elisa, P-Isabela, P-Irina P-Marta, P-Maura, P-Marilene, P-Rosa, P-Rose, P-Taís e os futuros professores (FP) de FP-Andrea, FP-Carol, FP-Fabiana, FP-Hugo, FP-Jonas, FP-Jorge, FP-Karen, FP-Omar e FP-Talia, informações mais detalhadas a respeito destas pessoas, encontram-se no capítulo 4.

1. *P-Alice:* *No PDE²⁸ nós tivemos um curso no GeoGebra, a gente aprendeu algumas coisas, mas foi bem rápido.*
2. *P-Rosa:* *Eu sempre tive vontade de trabalhar com os alunos no laboratório.*
3. *P-Marta :* *Muitas coisas que vi no PDE, eu nem lembro.*
4. *P-Alice:* *Não aplicamos com os alunos.*
5. *P-Rosa:* *A gente sozinha acaba não aplicando com os alunos, eu levei os alunos no laboratório só uma vez para fazer gráficos.*
6. *P-Loreni:* *Usando o GeoGebra?*
7. *P-Rosa:* *Sim. Trabalhei com os alunos no laboratório com função do segundo grau. A lei de formação, concavidade da parábola. Foi mais uma forma de visualização do que propriamente um estudo.*

(1º encontro, 03/05/12).

Dessa forma, ficou combinado que o grupo de estudo aconteceria nas dependências desse mesmo colégio, no laboratório de informática, nas quintas-feiras, das 17h20min às 18h40min e que todos receberiam um certificado de participação. Ficou acordado, também, que seria utilizada a plataforma Moodle²⁹ como um ambiente virtual para a construção de um diário individual para registros das impressões, reflexões, dúvidas e sugestões a respeito de cada encontro. Nesse ambiente, também seriam criados fóruns, abertos aos participantes do grupo, com a finalidade de apoiar a comunicação, interação, socialização de conhecimentos por meio de discussões, postagem de materiais como textos e tarefas, sugestões para resolução de tarefas, no intuito de apoiar as ações do grupo. A fim de obter um arquivo das tarefas realizadas no *software* GeoGebra, para posterior análise, foi combinado que, no final de cada encontro, os arquivos seriam enviadas por *e-mail* à coordenadora.

No segundo encontro (10/05/2012), compareceram outros professores e futuros professores além dos que participaram da primeira reunião. Assim, o grupo de estudo iniciou-se com 19 participantes: coordenadora, 7 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e 11 professoras da Educação Básica, incluindo a diretora auxiliar, reconhecida apenas como professora de Matemática. Nos primeiros encontros, houve a desistência de um professor e a entrada de outra professora, que atua no Ensino Superior, mantendo-se os 19 participantes.

No ano de 2013, alguns membros não puderam participar devido às mudanças de horários de aulas, de colégio, de cidade, porém houve a entrada de uma professora e dois futuros professores. Nessa época, houve um acordo entre os membros para que os encontros

²⁸ PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional oferecido pela Secretaria de Educação do Paraná, que estabelece o diálogo por meio de atividades teóricas e práticas orientadas, entre os professores do Ensino Superior e os da Educação Básica que tem um ano de afastamento para os estudos.

²⁹ Moodle é um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades online, em ambientes virtuais voltados para a aprendizagem.

fossem realizados quinzenalmente, aos sábados, das 8h às 11h.

Desde o início da constituição do grupo de estudo, a pesquisadora procurou envolver seus integrantes no sentido de compreenderem o modo pelo qual o grupo deveria caminhar. Para isso procurou dar liberdade para exporem suas ideias com relação aos conteúdos, às práticas pedagógicas, ao GeoGebra e também para proporem questões ou temas a serem estudados, sugerirem encaminhamentos para o grupo. Essa iniciativa coaduna com a terceira atitude proposta por Wenger (2009) referente à constituição de uma Comunidade de Prática.

De acordo com Wenger e Snyder (2001), uma Comunidade de Prática não deve ser confundida com grupo de trabalho formal, equipe, ou rede.

Quadro 9 – Comparativo entre Comunidade de Prática, Grupo, Equipe e Rede

Grupos	Qual é o objetivo?	Quem participa?	O que têm em comum?	Quanto tempo dura?
Comunidade de Prática	Desenvolver as competências dos participantes; gerar e trocar conhecimentos.	Participantes que se autosselecionam.	Paixão, compromisso e identificação com os conhecimentos especializados do grupo.	Enquanto houver interesse em manter o grupo.
Grupo de Trabalho Formal	Desenvolver um produto, prestar um serviço.	Qualquer um que se apresente ao gerente do grupo	Requisitos do trabalho e metas comuns.	Até a próxima reorganização.
Equipe de Projeto	Realizar determinada tarefa.	Empregados escolhidos por gerentes seniores.	As metas e pontos importantes do projeto.	Até o final do projeto.
Rede Informal	Colher e transmitir informações empresariais.	Amigos e escolhidos do meio gerencial.	Necessidades mútuas.	Enquanto as pessoas tiverem motivo para manterem contato.

Fonte: Wenger e Snyder (2001, p. 15)

Os grupos de trabalho, a equipe e a rede são criados por gestores, os participantes são selecionados de acordo com o interesse e a capacidade de contribuir para metas específicas, as tarefas são estabelecidas anteriormente e o grupo é desfeito assim que o projeto termina.

Por outro lado, a constituição de Comunidades de Prática não depende de imposições institucionais, elas podem ser informais e definir suas próprias pautas e sua liderança. A participação ocorre com a identificação dos conhecimentos que serão compartilhados. Em uma Comunidade de Prática, o foco principal é o valor da aprendizagem que seus membros encontram nas suas interações. Não é a tarefa que realizam em conjunto que definem a comunidade, mas o aprendizado contínuo.

Interagir regularmente desenvolve aos membros uma compreensão compartilhada de seus domínios e uma aproximação para suas práticas. Nesse processo, relacionamentos valiosos são construídos baseados no respeito e confiança. Com o passar do tempo, eles constroem um senso de

história e identidade comum (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002, p.35)³⁰.

Ressalte-se que uma Comunidade de Prática não é um espaço de homogeneidade, há também discrepâncias, tensões, conflitos, no entanto seus membros se comprometem mutuamente a compartilhar ideias, opiniões e juntos desenvolverem práticas.

Wenger (1998) também argumenta que as Comunidades de Prática diferem de outros grupos institucionais nas seguintes dimensões: elas negociam o seu próprio empreendimento; elas surgem, evoluem e se dissolvem de acordo com sua própria aprendizagem; elas moldam suas próprias fronteiras. Wenger, McDermott e Snyder (2002) levantam outro aspecto fundamental que difere as Comunidades de Prática: é que seus membros estão livres de “pressões institucionais”. Para eles, uma Comunidade de Prática é um espaço para pensar e refletir, trabalhar em problemas específicos, compartilhar e disseminar melhores práticas.

Em síntese, entre os aspectos que permitem distinguir os diferentes grupos, destaca-se que uma equipe é mantida pela tarefa; um grupo de trabalho formal ou uma rede é mantido para resolver um problema e uma Comunidade de Prática pela aprendizagem.

Embora uma Comunidade de Prática possa assumir diferentes formas, ritmos, ser presencial ou não, todas elas compartilham de uma mesma estrutura básica, que também auxilia na diferenciação das Comunidades de Prática de outras estruturas organizacionais (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002; WENGER, 2009). Trata-se da combinação dos elementos estruturais: o domínio, a comunidade e a prática.

3.2 ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

Uma Comunidade de Prática se caracteriza por meio da combinação de três elementos: domínio, comunidade e prática, os quais, de acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), permitem à Comunidade de Prática gerir conhecimentos e engajar-se nos processos de aprendizagem.

Domínio

De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), negociar um domínio para o desenvolvimento de uma comunidade é um trabalho delicado, pois é preciso pensar no que realmente importa para os seus membros. O domínio de uma Comunidade de Prática é que

³⁰ Tradução de: Interacting regularly, members develop a shared understanding of their domain and an approach to their practice. In the process, they build valuable relationships based on respect and trust. Over time, they build a sense of common history and identity.

inspira seus membros a contribuírem e participarem das práticas da comunidade.

Wenger, McDermott e Synder (2002, p. 27)³¹ ressaltam que “o domínio cria uma base comum e um senso de identidade comum. Um domínio bem definido legitima a comunidade por meio da afirmação de seus propósitos e valor para os membros e outras partes interessadas”. Esses autores afirmam que o domínio de uma comunidade é o que junta as pessoas e guia a suas aprendizagens, definindo, assim, a identidade da comunidade, o seu lugar no mundo e o valor das suas realizações para os membros e para os outros.

Geralmente, as pessoas participam de uma comunidade por interesse no seu domínio. Dessa forma, o domínio é o motivo e/ou razão que leva o indivíduo a tornar-se membro de uma Comunidade de Prática. No entanto, o interesse ou motivo estão relacionados ao interesse de aprendizagens que compartilham independentemente de ela ser explícita ou não (WENGER, 2009). Por fim, o domínio estabelece o tópico em que a comunidade está focada.

Nesta investigação considera-se a aprendizagem do *software* GeoGebra para o ensino de matemática como o domínio da Comunidade de Prática investigada, pois foi este o motivo que uniu o grupo. Esse domínio definiu a identidade da comunidade como um espaço que permitiu reflexões de cunho tecnológico, pedagógico e de conteúdos e das interações entre esses três conhecimentos.

Embora essa comunidade tenha permanecido focada no *software* Geogebra, o domínio não foi constituído como conjunto fixo de problemas. Wenger, McDermott, Snyder (2002) ressaltam que o domínio é mutável de acordo com as transformações que ocorrem no mundo e no interior da própria comunidade. Nessa comunidade, novas ideias emergiram decorrentes de discussões relacionadas a dificuldades enfrentadas na prática pedagógica, de compreensão de outras perspectivas de ensino, de articulação de conteúdos matemáticos a partir dos diferentes modos de ensinar utilizando o *software* GeoGebra, como o caso do Teorema de Pitágoras.

Comunidade

Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 28)³² ressaltam que a “comunidade cria o tecido social da aprendizagem”. Para esses autores, uma comunidade encoraja interações e relacionamentos que são baseados no respeito e na confiança mútua, fatores que impulsionam uma ação voluntária em compartilhar ideias e expor ignorâncias. Portanto, de acordo com

³¹ Tradução de: The domain creates common ground and a sense of common identity. A well-defined domain legitimizes the community by affirming its purpose and value to members and the stakeholders.

³² Tradução de: The community creates the social fabric of learning.

esses autores, a comunidade é o elemento chave no qual a aprendizagem é uma questão de pertencer a essa comunidade. Nessa perspectiva, Cyrino (2009, p. 97) destaca que a comunidade é “o ambiente no qual as pessoas interagem, aprendem e constroem relação”.

Para Lave e Wenger (1991), o conceito de comunidade é essencial para situar o conhecimento no mundo.

No uso do termo comunidade, [...] assumimos que os membros têm diferentes interesses, fazem diversas contribuições para a atividade, e possuem variados pontos de vista. Em nossa visão, participação em níveis múltiplos é conferida aos participantes em uma comunidade de prática. Nem o termo comunidade implica necessariamente co-presença, um grupo bem definido e identificável, ou fronteiras socialmente visíveis. Isto implica participação em um sistema de atividade sobre quais participantes compartilham seus conhecimentos sobre o que eles estão fazendo e o que significa em suas vidas e para as comunidades (LAVE; WENGER, 1991, p. 97-98)³³.

Na presente investigação, a comunidade foi constituída pelo grupo de professores e futuros professores de Matemática e pela coordenadora, que interagiram regularmente e se engajaram em aprender a utilizar o *software* GeoGebra no ensino da matemática. Os membros dessa comunidade construíram um relacionamento que fomentou aprendizagens de conhecimentos necessários para a integração das tecnologias digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Por exemplo, do conhecimento tecnológico de como ligar as máquinas, instalar projetor, criar arquivos, escolher ferramentas do *software* apropriadas para determinadas tarefas; do conhecimento dos conteúdos envolvidos nas tarefas matemáticas; do conhecimento pedagógico, como nas questões relacionadas a tarefas adequadas para utilizar o GeoGebra, os procedimentos metodológicos para uma aula utilizando recursos tecnológicos. Assim, os membros dessa comunidade empreenderam o próprio desenvolvimento profissional e se mantiveram engajados mutuamente na prática da comunidade.

Prática

O conceito de prática no trabalho de Wenger (1998) originou-se do estudo desenvolvido com a antropologista Jean Lave. Nesse estudo, o termo prática foi usado como argumento central nas críticas relacionadas a aproximações cognitivas e sua contenção que a

³³Tradução de: In using the term community, [...] we assume that members have different interests, make diverse contributions to activity, and hold varied viewpoints. In our view, participation at multiple levels is entailed in membership in a community of practice. Nor does the term community imply necessarily co-presence, a well-defined, identifiable group, or socially visible boundaries. It does imply participation in an activity system about which participants share understandings concerning what they are doing and what that means in their lives and for their communities.

prática social é essencial para compreender a real complexidade do pensamento humano, como ele acontece na vida real. Para esse autor, o conceito de prática está relacionado ao fato de todo ser humano viver em busca de empreendimentos e que, ao definir tais empreendimentos, ocorre a interação entre indivíduos e com o mundo.

Na perspectiva de Wenger (1998), o conceito de prática implica em fazer algo, agir em relação a algo, mas em um contexto histórico e social que se baseia em uma estrutura que confere significado ao que é feito. Nesse sentido, prática é sempre prática social. O conceito de prática inclui tanto o explícito quanto o tácito, o que é dito e o que não é dito, o que é representado e o que é presumido, as relações implícitas, convenções tácitas, sensibilidades bem afinadas, entendimentos personificados, latentes suposições e visões de mundo compartilhadas. Nessa ótica, para Wenger (1998), prática inclui linguagem, ferramentas, documentos, imagens, símbolos, papéis bem definidos, critérios específicos, procedimentos codificados, regulamentos e contratos que várias práticas tornam explícitas para uma variedade de propósitos.

Wenger (1998) esclarece que sua concepção de prática não recai em dicotomias entre o prático e o teórico, entre ação e conhecimento, saber e fazer, manual e mental, concreto e abstrato, ideais e realidade. É um processo de engajamento no qual o indivíduo se envolve como um todo. Significa maneiras de comunicar um com outro, agir e interagir no e com o mundo, portanto não há dicotomias.

Na visão de Wenger (1998, p.49, tradução nossa)³⁴, “mesmo quando produz teoria, prática é prática. Coisas têm que ser feitas, relacionamentos resolvidos, processos inventados, situações interpretadas, artefatos produzidos, conflitos resolvidos”. Portanto, são os diferentes empreendimentos que dão às práticas diferentes características, porém envolvem processos de participação ativo, social, negociado e complexo.

Wenger, McDermott e Snyder (2002, p. 39, tradução nossa)³⁵ destacam que em Comunidades de Prática o “desenvolvimento de práticas de sucesso depende do equilíbrio entre as atividades conjuntas, em que os membros exploram ideias juntos e produzem ‘coisas’, como documentos ou ferramentas”. Nessa perspectiva, a prática inclui uma variedade de conhecimentos acerca de teorias, regras, modelos, princípios, artigos, lições. A prática não é fixa, mesmo sendo local, ela evolui com a comunidade, pois o conhecimento é organizado de modo que explicita as expectativas dos membros da comunidade.

³⁴ Tradução de: even when it produces theory, practice is practice. Things have to a done, relationships worked out, processes invented, situations interpreted, artifacts produced, conflicts resolved.

³⁵ Tradução de: Successful practice development depends on a balance between joint activities, in which members explore ideas together, and the production of “things” like documents or tools.

Considera-se que a prática da comunidade investigada foi definida pela negociação dos empreendimentos que envolveram aprendizagens e conhecimentos necessários para a integração das tecnologias digitais na prática pedagógica, mais especificamente, a utilização do *software* GeoGebra no ensino da matemática, pois, ao utilizar o *software* para aprender sobre suas potencialidades, para resolver tarefas, para resolver novos problemas oriundos das tarefas propostas, os membros interagem, discutiam, refletiam, partilhavam seus conhecimentos e negociaram empreendimentos descritos no capítulo 5.

Assim, o caminhar do grupo de estudo iniciou-se a partir do interesse de membros potenciais, professores, futuros professores de Matemática e pela coordenadora (comunidade), unidos pelo interesse em aprender a utilizar o GeoGebra no ensino de matemática para a integração das tecnologias digitais nas práticas pedagógicas (domínio). Seus membros foram construindo relações e percebendo o valor de aprender uns com os outros, de compartilhar conhecimentos, de se engajarem em empreendimentos conjunto, bem como por partilharem repertórios (prática).

Essa comunidade de prática, denominada CoP- FoPMat que significa Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática, foi desenvolvendo seu ritmo próprio nos encontros, sempre focada no seu domínio, fator essencial para o seu crescimento e o desenvolvimento profissional dos membros. Por meio do engajamento, seus membros, cada vez mais, foram se encarregando de sua prática, sustentando sua energia e propiciando uma participação mais ampla.

Em síntese, foram evidenciados, nas interações e nas atitudes dos membros da CoP- FoPMat, indicadores destacados por Wenger (1998, p. 125-126)³⁶ presentes em uma comunidade de prática conformada:

- 1) relações mútuas sustentadas – harmoniosas ou conflituosas;
- 2) formas compartilhadas de engajamento em fazer coisas juntos;
- 3) ausência de preâmbulos introdutórios, como se conversas e interações fossem meramente a continuação de um processo contínuo;
- 4) configuração muito rápida de um problema a ser discutido;
- 5) conhecer o que outros conhecem, o que eles fazem e como eles podem contribuir para um empreendimento;
- 6) ferramentas, representações e outros artefatos específicos;
- 7) saber local, estórias compartilhadas, piadas, conhecimentos engraçados;
- 8) um discurso compartilhado refletindo uma certa perspectiva sobre o mundo.

³⁶ Tradução de: 1) Sustained mutual relationships – harmonious or conflictual; 2) Shared ways of engaging in doing things together; 3) absence of introductory preambles, as if conversations and interactions were merely the continuation of an ongoing process; 4) Very quick setup of a problem to be discussed; 5) Knowing what others know, what they can do, and how they can contribute to an enterprise; 6) Specific tools, representations, and other artifacts; 7) Local lore, shared stories, inside jokes, knowing laughter; 8) A shared discourse reflecting a certain perspective on the word.

Considera-se que, em uma comunidade de prática, os elementos, domínio, comunidade e prática, tornam-se a sinergia fundamental para o seu crescimento e desenvolvimento, sua evolução e continuidade, na busca por seu objetivo principal - a aprendizagem.

3.3 DIMENSÕES DA PRÁTICA COMO COERÊNCIA DA COMUNIDADE

Para associar prática e comunidade, Wenger (1998, p.72, tradução nossa)³⁷ apresenta três dimensões “da relação pela qual a prática é fonte de coerência de uma comunidade”. São elas: engajamento/compromisso mútuo, empreendimento articulado/conjunto e repertório compartilhado.

3.3.1 Engajamento/compromisso mútuo

De acordo com Wenger (1998), prática existe porque as pessoas estão engajadas em ações cujos significados são negociados por elas. A prática reside em uma comunidade de pessoas e nas relações de engajamento/compromisso mútuo, independente do que elas façam.

Durante os encontros da CoP-FoPMat, percebeu-se que alguns membros socializavam suas opiniões e ideias, faziam perguntas, sugeriam, se confrontavam (professores experientes e futuros professores) e outros se mantinham mais calados, porém escreviam suas ideias e reflexões no diário ou no fórum, evidenciando, com isso, diferentes formas de participação que definiram o engajamento mútuo. Assim sendo, cada membro, à sua maneira, se engajou na realização do que era negociado.

O engajamento/compromisso mútuo requer fazer coisas juntos, ou seja, desenvolve relacionamentos, que não implicam em homogeneidade. Envolve competência própria e competência dos outros, bem como se baseia no que as pessoas fazem e no que conhecem - na capacidade de colaborar com conhecimentos dos outros (WENGER, 1998).

Ao realizar as tarefas explorando as ferramentas do software GeoGebra, os membros CoP-FoPMat interagiam regularmente no ambiente presencial e no virtual. As interações representam indícios do interesse em discutir e refletir acerca do uso do *software* GeoGebra no ensino da matemática. Essas interações influenciaram as decisões, fomentaram questões de conhecimentos necessários para o ensino utilizando tecnologias digitais e com isso,

³⁷ Tradução de: of the relations by which practice is the source of coherence of a community.

proporcionaram um engajamento mútuo.

Afiliação em uma Comunidade de Prática, de acordo com Wenger (1998), é uma questão de engajamento/compromisso mútuo, não apenas uma questão de categoria social ou de pertencer a uma organização. Estar engajado em uma Comunidade de Prática é o que define a pertença a essa comunidade.

No contexto da aprendizagem, Wenger (1998) ressalta que o engajamento não é apenas uma questão de atividade, mas de construção coletiva, criatividade, energia social e cognoscibilidade emergente. Para esse autor, apoiar o engajamento é apoiar a formação de Comunidades de Prática, portanto ser membro de uma Comunidade de Prática implica engajamento mútuo.

Outros fatores que evidenciam o engajamento mútuo dos membros da CoP-FoPMat são relatados no capítulo 5.

3.3.2 Empreendimento articulado/conjunto

A prática de uma comunidade é definida pela negociação de empreendimentos articulados/conjuntos. O empreendimento articulado de uma Comunidade de Prática é definido pelos seus membros no processo de sua constituição. Não se trata de um objetivo fixado ou definido inicialmente para ser perseguido pelos participantes. É um processo contínuo que se define no coletivo a partir do que as pessoas fazem juntas.

Para Wenger (1998, p.78, tradução nossa)³⁸, “os empreendimentos refletidos em nossas práticas são tão complexos como nós. Eles incluem os aspectos instrumentais, pessoais e interpessoais de nossas vidas”. Portanto, neles são estabelecidas relações de responsabilidade mútua que se tornam uma parte integrante da prática.

Para definir e se engajar em empreendimentos, um fator essencial é compartilhar as mesmas condições. Contudo, Wenger (1998) destaca que não significa que todos acreditam na mesma coisa ou concordam com tudo, mas no sentido de que há negociações no coletivo, que ocorrem de modo explícito ou implícito.

A negociação de um empreendimento articulado/conjunto dá origem a relações de responsabilidade mútua entre os envolvidos. Essas relações de responsabilidade incluem o que importa e o que não importa, o que é importante e porque é importante, o que fazer e o que não fazer, o que prestar atenção e o que ignorar, o que falar e o que deixar subentendido, o que justificar e o que não dar valor (desprezar), o que mostrar e o que

³⁸ Tradução de: The enterprises reflected in our practices are as complex as we are. They include the instrumental aspects, the personal and, and the interpersonal aspects of our lives.

ocultar, quando ações e artefatos são bons o suficiente e quando eles precisam de melhoria ou refinamento (WENGER, p.81; tradução nossa)³⁹.

Na CoP-FoPMat, os empreendimentos foram articulados a partir das experiências dos professores e das expectativas dos futuros professores com relação à prática pedagógica. Seus integrantes buscavam conhecimentos para um “bom ensino” ao utilizar o *software* GeoGebra, modos de utilizar recursos emergentes da informática. Assim, os empreendimentos são articulados/conjunto pelo fato de que foram negociados coletivamente. De acordo com Wenger (1998), definir um empreendimento articulado/conjunto é um processo que produz relações de responsabilidade, gera e direciona a energia social, estimula a ação, convida a novas ideias, envolve impulsos, emoções e dá sentido ao engajamento mútuo.

Na seção 5.1 deste trabalho apresentam-se e discutem-se os empreendimentos articulados que surgiram no caminhar da CoP-FoPMat e que colaboraram para que a comunidade tivesse seu próprio ritmo e sua rotina, que constituíram parte do repertório compartilhado dessa comunidade.

3.3.3 Repertório compartilhado

A busca conjunta por empreendimentos articulados desenvolvem recursos para a negociação de significados que se constituem na terceira fonte de coerência da comunidade, que Wenger (1998) designa de repertório compartilhado.

Wenger (1998) ressalta que um repertório compartilhado abrange o discurso pelo qual os membros de uma Comunidade de Prática criam afirmações significativas sobre o mundo, bem como os estilos pelos quais expressam suas formas de afiliação e suas identidades como membros. Para esse autor, um repertório é o conjunto de recursos compartilhados de uma comunidade para enfatizar seu caráter e a sua disponibilidade para engajamentos na prática, é também um recurso para a negociação de significados, que são compartilhados em um sentido dinâmico e interativo.

O repertório de uma Comunidade de Prática “inclui rotinas, palavras, ferramentas, formas de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações, ou concepções que a comunidade tem produzido ou adotado no curso de sua existência, e que se tornaram parte de

³⁹ Tradução de: Negotiating a joint enterprise give rise to relations of accountability among those involved. These relations of accountability include what matters and what does, what is important and why it is important, what to do and not to do, what pay attention to and what to ignore, what to talk about and what to leave unsaid, what justify and what to take for granted, what to display and what to withhold, when actions and artifacts are good enough and when they need improvement or refinement.

sua prática” (WENGER, 1998, p.83, tradução nossa)⁴⁰.

Santos (2004) ressalta que o repertório compartilhado entre os membros de uma Comunidade de Prática pode ser heterogêneo e combinar aspectos da participação e aspectos reificados da prática. Para essa autora, a importância dos elementos do repertório compartilhado não está em sua forma, mas por pertencer à prática da comunidade e tornar possível por meio deles identificar aspectos significativos da prática.

Os relacionamentos desenvolvidos na CoP-FoPMat permitiram que palavras, ferramentas do *software*, modos de construir figuras usando o GeoGebra, o modo de realizar e discutir tarefas, conceitos matemáticos emergidos das discussões dos conteúdos, histórias vivenciadas em sala de aula, comentários sobre as dificuldades enfrentadas na prática pedagógica, troca de experiência, fórum, *e-mail* assumissem um caráter específico na prática dessa comunidade, constituindo o repertório compartilhado.

Wenger (1998) salienta que as três dimensões da prática de uma Comunidade de Prática devem ser vistas como uma unidade. Embora elas pareçam distintas, essas dimensões são inter-relacionadas. Ao refletir sobre cada uma delas, é necessário considerar a interação com as demais, como ilustra a Figura 7.

Figura 7 – Dimensões da prática que configuram uma Comunidade de Prática



Fonte: Inspirado em Wenger (1998)

Nas Comunidades de Prática, a aprendizagem é compreendida como uma prática social que envolve as três dimensões destacadas, propiciando um contexto para a negociação

⁴⁰ Tradução de: Includes routines, words, tools, ways of doing things, stories, gestures, symbols, genres, actions, or concepts that the community has produced or adopted in the course of its existence, and which have become part of their practice.

de significados (CYRINO e CALDEIRA, 2011).

Embora desde o início o grupo investigado apresentasse características de que conformasse uma Comunidade de Prática, movidos por uma energia positiva, algumas ações pensadas para seu cultivo estão destacadas a seguir.

3.4 A ENERGIA E O CULTIVO DA COMUNIDADE DE PRÁTICA NOS ENCONTROS

As Comunidades de Práticas, segundo Wenger, McDermott e Snyder (2002), atravessam um ciclo de surgimento, crescimento e também de dispersão de seus membros e na sua trajetória pode passar por momentos de altos e baixos.

A CoP-FoPMat também teve alguns momentos em que foi preciso (re) negociar e redirecionar seus empreendimentos para sustentar a energia, renovar o interesse para que seus membros pudessem permanecer engajados na prática (ativo).

No ano de 2012, considera-se que a comunidade se manteve bastante regular, com muita energia. No entanto, no ano de 2013, houve mudanças. Entraram alguns membros que foram legitimados pelo grupo, outros considerados experientes começaram a se dispersar devido a problemas já mencionados na seção 3.1.

A coordenadora em todo o percurso da CoP-FoPMat se manteve atenta para propor ações para o seu cultivo, a fim de atingir os objetivos. O objetivo principal de uma Comunidade de Prática é o desenvolvimento de competências por meio da aprendizagem e do compartilhamento de conhecimentos. Wenger e Snyder (2001, p. 17) destacam que, “à medida que as Comunidades de Prática geram conhecimentos, elas se renovam. Elas fornecem tanto os ovos de ouro quanto a galinha que os põe”, o que significa que à medida que geram conhecimentos elas se renovam e se energizam.

Embora as Comunidades de Prática sejam na maioria dos casos informais ou auto-organizadas, elas se beneficiam, em geral, por possuir um núcleo de participantes cujo interesse pelo domínio a energiza, proporciona liderança social e intelectual e encoraja a participação ativa dos demais participantes.

Wenger, McDermott e Snyder (2002) destacam que uma Comunidade de Prática normalmente se inicia com muito interesse e energia e que o seu sucesso depende da energia gerada internamente e no compartilhar das práticas. Para esses autores, cabe aos líderes propor ações para manter a energia viva, tendo muitas vezes que ajustar, organizar e reorganizar as questões do domínio da Comunidade de Prática. O desafio dos líderes, portanto, é entender como uma Comunidade de Prática se mantém viva e produtiva.

Wenger e Snyder (2001, p.17) comparam o cultivo de uma Comunidade de Prática ao de uma lavoura. “Não se pode puxar um pé de milho para que cresça mais rápido ou mais alto [...]. No entanto, pode-se arar o solo, regá-lo durante a estiagem e assegurar que as plantas recebam os nutrientes adequados”. Para esses autores, devido a sua natureza orgânica e informal, as Comunidades de Prática não podem ser controladas, porém os líderes ou coordenadores devem encontrar formas de cultivá-las.

Na CoP-FoPMat, a coordenadora assumiu atitudes de liderança a fim de garantir o sucesso da comunidade e levou em conta as funções indicadas por Wenger, McDermott e Snyder (2002) para um coordenador ou líder de uma Comunidade de Prática:

- identificar questões importantes em seu domínio;
- planejar e favorecer eventos da comunidade;
- conectar os membros da comunidade;
- promover o desenvolvimento dos membros da comunidade;
- auxiliar a construir e compartilhar práticas;
- avaliar a saúde da comunidade.

Atenta a esses fatores, a coordenadora, para os encontros iniciais, buscou na literatura questões potenciais à aprendizagem do *software* GeoGebra, tarefas que pudessem não apenas instrumentalizar os membros participantes, mas que pudessem ser realizadas em uma perspectiva investigativo-exploratória⁴¹. Os relatos de diários, a seguir, evidenciam esses aspectos.

Nesse encontro falamos sobre quadriláteros, achei interessante como trabalhamos a tarefa [...]. Gostei muito do encontro por ter aprendido a construir um quadrilátero e conforme movimentava determinado vértice o quadrilátero se transformava em um retângulo, quadrado ou losango (FP-Omar, diário do 2º encontro, 10/05/12).

Achei interessante a tarefa, parecia simples, mas quantas coisas foram analisadas em relação aos quadriláteros (P-Alice, diário do 2º encontro, 10/05/12).

Um fator que gera bastante energia para o desenvolvimento de uma prática compartilhada em uma Comunidade de Prática, de acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), é proporcionar condições para que os membros descubram quanto podem aprender um com o outro. Assim, a coordenadora pensou em ações considerando o interesse de aprendizagem e iniciativas dos membros do grupo. Construiu relacionamento com todos os

⁴¹ São consideradas “aquelas abertas (ou investigativas) que requerem que o aluno vá além do que lhe é sugerido pelo enunciado. O estudante é incentivado a exprimir suas experiências, perceber regularidades, levantar conjecturas e buscar sua validação (ou não). São tarefas que exigem claramente mais flexibilidade e criatividade do que a resolução de um problema rotineiro” (LIMA e NACARATO, 2009, p. 242).

participantes, tanto no ambiente presencial como no virtual, dando *feedback* nos diários e fóruns. Planejou pequenos grupos, com professores e futuros professores para que pudessem compartilhar suas experiências, encontrarem legitimidade no grupo e o valor de aprender juntos.

A energia dos professores e dos futuros professores de Matemática foi constatada por meio de suas atitudes no ambiente presencial, nos registros realizados nos diário e no fórum ao apresentarem com liberdade suas impressões e expectativas a respeito de cada encontro, conforme fragmentos de diários a seguir.

*Destaco, nesse encontro, a agilidade e rapidez na descoberta e apropriação de algumas propriedades do triângulo. ... Ansiosa aguardo o próximo...
(P-Rosa, diário do 2º encontro, 10/05/12).*

Este encontro mostrou o interesse do grupo e a expectativa de todos com os assuntos a serem estudados. [...] Como em toda semana, o encontro foi bastante animado e cada vez está ficando mais produtivo (P-Rosa, diário do 3º encontro, 17/05/12).

Foi muito interessante o encontro, utilizamos várias ferramentas do GeoGebra, fizemos o estudo do triângulo, sua área e seu perímetro. A aula foi muito dinâmica (P-Taís, diário do 3º encontro, 17/05/12).

Os encontros são ótimos, só acho que o tempo é muito curto. Esse grupo de estudo será uma fonte fundamental pra minha iniciação como professora (FP-Carol, diário do 4º encontro, 24/05/12).

Considerando o exposto pelos participantes nos momentos presenciais ou nos diários, a coordenadora procurava revitalizar ideias e práticas, propondo novas questões para a aprendizagem a fim de manter a energia necessária para o desenvolvimento da comunidade. Já nos primeiros encontros, notou-se que todos tinham um interesse comum e que estavam engajados em negociar coletivamente empreendimentos buscando dar continuidade à sua formação, aprendendo a utilizar o *software* GeoGebra no ensino de Matemática.

Outra questão destacada por Wenger, McDermott e Snyder (2002), acerca do que pode gerar uma participação energizante em uma comunidade, é o fato de que, para aprender, é exigido também um ambiente de sinceridade, formal ou informal. Um ambiente em que seja seguro apresentar apontamentos e levantar novos problemas de modo que os membros se engajem em ricas discussões, aspectos que podem ser observados no diálogo a seguir.

1. P-Rose: *Eu pulei uma tarefa, pulei “crie um ponto de interseção entre as retas”.*
2. P-Loreni: *E o que aconteceu?*
3. P-Rose: *Na hora em que vou movimentar, ele não é mais um paralelogramo.*
5. P-Loreni: *Com isso, o que aconteceu com a figura?*
5. P-Rose: *Deixou de ser um paralelogramo.*
6. P-Loreni: *[...] Como você percebeu isso?*

7. P-Rose: *Eu movimentava a minha figura e ela perdia os ângulos e eu olhava na da P-Alice que está do meu lado e via que mantinha os ângulos.*
10. P-Maura: *Eu ao invés de traçar uma paralela, eu fiz uma reta qualquer e não conseguia formar o polígono.*

(2º encontro, 10/05/2012).

Com esse diálogo, referente à primeira tarefa proposta, observa-se que foram apresentados com naturalidade os erros cometidos na construção usando o GeoGebra, mostrando que o ambiente deixou os participantes encorajados a falar, inclusive dos seus erros, evidenciando uma energia para o desenvolvimento de uma prática compartilhada. Segundo Wenger, McDermott, e Snyder (2002) o fato de ouvir histórias de erros cometidos auxilia a aprendizagem, ou seja, como fazer algo de maneira eficaz. Como explicitado no episódio de como construir um paralelogramo que mantenha suas propriedades mesmo que seus vértices sejam movidos.

O fórum proposto no ambiente virtual também colaborou para que o grupo interagisse com maior frequência. Ele foi utilizado para discutir questões levantadas nas discussões. Por exemplo, diante do envolvimento do grupo com a construção e discussão de um triângulo que, ao se mover um de seus vértices, alterava o perímetro e mantinha a área constante, a coordenadora levantou um novo problema: como seria a construção de um quadrilátero que, com o mover, alterasse a sua área e mantivesse constante o perímetro? Como, inicialmente, nenhuma ideia para a construção da figura foi apresentada, o grupo combinou discutir no fórum uma possível construção (figura) acerca do problema proposto.

Após alguns dias, iniciaram-se as interações a partir da iniciativa de FP-Jorge.

Tive uma ideia. Construo (escreve os passos para a construção da figura). Agora posso movimentar os vértices A, B ou C, que terei sempre o mesmo perímetro e a área e os ângulos do quadrilátero serão alterados. O quadrilátero de área máxima será o quadrado (FP-Jorge, fórum – socialização 28/05/12).

FP-Jorge, socializou os passos detalhados da construção e postou no fórum a figura realizada para que todos pudessem verificar. Vários participantes visitaram o fórum, alguns interagiram tirando dúvidas, elogiando.

Outra questão que auxiliou o cultivo da comunidade foi o fato de os participantes terem liberdade para propor questões que de alguma forma se relacionavam com as discussões e que favoreciam a aprendizagem relacionada ao *software*, aos conteúdos matemáticos e a questões didático-pedagógicas.

Um exemplo é a questão (Figura 9) proposta pela P-Rosa que também foi discutida no fórum de socialização, pois a princípio ninguém sabia como realizá-la. Nesse sentido,

Wenger, McDermott e Snyder (2002) argumentam que uma Comunidade de Prática encoraja ação voluntária em compartilhar ideias e expor problemas.

Quadro 10 – Questão proposta pela P-Rosa

Se espremermos um círculo de raio de 10 cm entre duas retas paralelas que distam entre si 10 cm, obteremos uma figura de área menor, mas de mesmo perímetro que o círculo original.



Se as partes curvas desta figura obtida são semicircunferências, a razão da área da figura espremida pela área do círculo inicial é:

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\frac{7}{4}$

Fonte: PROFMAT – SBM/2011

As interações a respeito dessa questão evidenciaram o processo de engajamento do grupo, uma característica de Comunidades de Prática, pois, de acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), os participantes são parceiros de aprendizagem, se engajam mutuamente e apresentam para o grupo os problemas enfrentados, ou seja, partilham suas práticas.

Oi Loreni e pessoal do curso...

Tentei fazer a construção com o auxílio do seletor [...]. Não é que quase deu. Estou aceitando sugestões (P-Rosa, fórum – socialização 19/06/12).

Tentei fazer a figura no GeoGebra, mas não consegui. Alguém poderia me ajudar? (P-Aline, fórum – socialização 01/07/12).

Assim, a CoP-FoPMat foi se energizando e cultivando ações. Os participantes, cada vez mais, interagem continuamente, juntos aprendiam sobre o GeoGebra e refletiam a respeito de como a tecnologia, o conteúdo e a pedagogia se relacionam. Nesse processo desenvolveram um sentido de pertença e compromisso mútuo na busca por empreendimentos conjuntos para partilhar aprendizagens (WENGER, 1998), indo ao encontro da ideia inicial desta pesquisa.

A seguir discute-se a perspectiva de aprendizagem como participação em Comunidade de Prática assumida por Wenger (1998) na sua Teoria Social de Aprendizagem.

3.5 APRENDIZAGEM NO CONTEXTO DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA

A aprendizagem tem sido foco de estudos ao longo da história da humanidade. Muitas teorias foram desenvolvidas na busca de apresentar modelos que expliquem a aprendizagem. Para Moreira (1999, p.12), uma teoria da aprendizagem é “uma construção humana para interpretar sistematicamente uma área do conhecimento que chamamos de

aprendizagem”, ou seja, tenta explicar o que é aprendizagem do ponto de vista do que está sendo interpretada. Esse autor destaca que aprendizagem assume vários significados de acordo com cada teoria, tais como: mudança de comportamento, uso de conhecimento para resolução de problemas, construção de novos significados, novas estruturas cognitivas, novos modelos mentais.

Os interesses desta investigação envolve a Teoria Social da Aprendizagem de Wenger (1998). Para situá-la, apresenta-se uma breve descrição de algumas teorias (Quadro 11), parafraseando esse autor.

Quadro 11 – Descrição do foco pedagógico das teorias de aprendizagem

TEORIAS	DESCRIÇÃO E FOCO PEDAGÓGICO
Teorias Behavioristas	Enfatizam a modificação do comportamento via pares de estímulo, resposta e reforço seletivo. O foco pedagógico está no controle e resposta adaptativa. Porque eles ignoram completamente as questões de significado, sua utilidade se espalha em casos nos quais abordar questões de significado social é considerado impossível ou irrelevante, tais como automatismos, disfuncionalidade social severa, ou treinamento animal (Skinner 1974).
Teorias Cognitivas	Focam nas estruturas internas cognitivas e veem aprendizagem como transformações nessas estruturas cognitivas. Seu foco pedagógico está no processamento e na transmissão de informação por meio de comunicação, explicação, recombinação, contraste, inferência, e resolução de problemas. Elas são úteis para planejar sequências de material conceitual que se constrói sobre estruturas de informação existentes (J. R. Anderson 1983; Wenger 1987; Hutchins 1995).
Teorias Construtivistas	Focam nos processos pelos quais aprendizes constroem suas próprias estruturas mentais quando interagem com um ambiente. Seu foco pedagógico é uma tarefa orientada. Elas favorecem atividades manuseáveis e auto direcionadas voltadas ao projeto e descoberta. Elas são úteis para estruturar ambientes de aprendizagem, tais como mundos simulados, como para suportar a construção de certas estruturas conceituais por meio de engajamento em tarefas direcionadas individualmente (Piaget 1954; Papert 1980).
Teorias de Aprendizagem Social	Levam em conta as interações sociais, mas ainda de uma perspectiva primariamente psicológica. Elas colocam a ênfase nas relações interpessoais envolvendo imitação e modelagem, e então focam no estudo de processos cognitivos pelos quais a observação pode se tornar uma fonte de aprendizagem. Processos cognitivos são úteis para entender os mecanismos de processamento de informações detalhadas pelos quais as interações sociais afetam o comportamento (Bandura 1977).
Teorias de Atividade	Focam na estrutura de atividades como entidades historicamente constituídas. Seu foco pedagógico está em preencher a lacuna entre o estado histórico de uma atividade e o estágio em desenvolvimento de uma pessoa com respeito àquela atividade – por exemplo, o vazio entre o estado atual de uma língua e a habilidade de uma criança de falar aquela língua. O propósito é definir uma “zona de desenvolvimento proximal” na qual os aprendizes que recebem ajuda podem desenvolver uma atividade que eles não seriam capazes de desenvolver sozinhos (Vygotsky 1934; Wertsch 1985; Engestrom 1987).
Teorias de Socialização	Focam na aquisição de participação por recém-chegados dentro de uma estrutura funcionalista na qual adquirir participação é definido como internalização das normas de um grupo social (Parsons 1962). Há uma diferença sutil entre imitação e a internalização de normas por indivíduos e a construção de identidades dentro de comunidades de prática.

Teorias Organizacionais	Preocupam-se tanto com as maneiras que os indivíduos aprendem em contextos organizacionais quanto com as maneiras nas quais as organizações podem ser ditas a aprender como organizações. Seu foco pedagógico está nos sistemas organizacionais, estruturas política e nas formas institucionais de memória (ARGYRIS e SCHON, 1978; SENGE, 1990; BROWN, 1991; BROWN e DUGUID, 1991; HOCK, 1995; LEONARD-BARTON, 1995; NONAKA e TAKEUCHI, 1995; SNYDER, 1996).
------------------------------------	---

Fonte: Autora (Parafrazeando Wenger, 1998, p. 279-280)

As informações presentes no Quadro 11 evidenciam que há muito tempo e em diversas perspectivas vários pesquisadores procuram conceituar a aprendizagem, no entanto a aprendizagem ainda continua intrigando os pesquisadores que buscam outros modelos, particularmente a aprendizagem de professores, foco da presente pesquisa.

Wenger (1998), visando expandir as conotações tradicionais do conceito de aprendizagem – de um relacionamento professor/aluno, mestre/aprendiz a uma participação mutável e identidade de transformação, considerando que todos estão em constante aprendizagem e produção de conhecimento, desenvolveu a Teoria Social da Aprendizagem. Para isso, considerou elementos de várias áreas do conhecimento, como o desenvolvimento biológico, neuropsicológico, cultural, linguístico e histórico. Para esse autor, são esses elementos que tornam a experiência humana possível e contribuem para definir como ocorre a aprendizagem e como é possível compreendê-la.

Wenger (1998) distingue sua teoria com relação às demais teorias de aprendizagem. O autor esclarece que não tem a pretensão de englobar na sua teoria tudo o que pode ser abordado a respeito da aprendizagem ou substituir alguma das existentes. Sua pretensão é orientar a reflexão, aspectos que podem ser observados, dificuldades, e abordar certos problemas a partir de uma perspectiva denominada por ele como social.

A Teoria Social da Aprendizagem de Wenger (1998) possui suposições próprias que tanto para a aprendizagem quanto para o conhecimento, consideram quatro premissas:

- o ser humano é um ser social;
- conhecimento é uma questão de competência e empreendimentos;
- conhecimento é uma questão de participação na busca de empreendimentos;
- significado é entendido como habilidade de experimentar o mundo.

Dessa forma, Wenger (1998) assume que somos seres sociais e que isso é a gênese da aprendizagem, que ela ocorre no contexto da experiência de participação no mundo, em um processo natural, pois é inerente à natureza humana assim como outras atividades. Na ótica desse autor, a aprendizagem não é uma atividade separada das demais, não é algo que se faz quando não se está fazendo nada mais, ou que se para de fazer quando se está fazendo

algo a mais. Embora em algumas situações as oportunidades de aprendizagem sejam mais intensas, como quando um sujeito enfrenta um desafio, não há como garantir se aprende o máximo ou mais profundamente.

Ao contrário de várias teorias e das instituições de ensino que consideram a aprendizagem um processo individual e resultado do ensino, Wenger (1998) considerou que a aprendizagem é fundamentalmente social. Para ele, a aprendizagem reflete uma natureza profundamente social, como seres humanos capazes de conhecer. O autor também considerou que o engajamento em práticas sociais é concebido como o processo fundamental da aprendizagem. Nas palavras de Lave e Wenger (1991, p. 35)⁴², “aprendizagem é parte integrante da prática social geradora do mundo em que se vive”.

Wenger (1998) destaca que o foco de sua teoria é aprendizagem como participação em Comunidades de Prática. Declara que a participação social não se refere somente a ocorrências locais de compromisso com atividades ou com certas pessoas, mas um processo abrangente de serem participantes ativos nas práticas de comunidades.

Os aspectos considerados por Wenger (1998) para o desenvolvimento da Teoria Social da Aprendizagem foram influenciados por outras teorias:

- 1) Teorias de estrutura social - as instituições, as normas e as regras são aspectos essenciais, enfatizando sistemas culturais, os discursos e a história.
- 2) Teorias de experiências situadas – que têm como prioridade as dinâmicas da existência cotidiana, a improvisação, a coordenação e a relação de interações entre as pessoas com seu ambiente.
- 3) Teorias de prática social – que destacam os sistemas sociais de recursos partilhados por meio dos quais ocorre o engajamento com o mundo.
- 4) Teorias de identidade – cuja preocupação é com a formação social da pessoa, resultado de sua relação social.

A aprendizagem como participação social, nas palavras de Wenger (1998), se encontra na interseção das teorias destacadas (1, 2, 3 e 4). Nas teorias 1 e 2, a aprendizagem ocorre por meio do engajamento em ações e interações. Quanto às teorias 3 e 4, Cyrino e Caldeira (2011, p. 375) ressaltam que “a aprendizagem é considerada como a forma de conduzir a evolução das práticas, assim como desenvolver e transformar a identidade de participantes nas práticas a que pertencem”.

Nessa perspectiva, Wenger (1998) destaca quatro componentes da sua Teoria Social

⁴²Tradução de: learning is an integral part of generative social practice in the lived-in world.

da Aprendizagem, necessários para caracterizar a participação social como um processo de aprender e conhecer. Nas palavras de Cyrino e Caldeira (2011, p. 375):

- Significado: uma forma de falar de nossa capacidade (de mudar) – individualmente ou coletivamente – de experimentar nossa vida e o mundo como algo significativo.
- Prática: uma forma de falar de recursos históricos e sociais compartilhados, sistemas e perspectivas que possam sustentar o engajamento mútuo na ação.
- Comunidade: uma forma de falar sobre as configurações sociais em que nossos empreendimentos se definem como buscas valiosas e nossa participação é reconhecida como competência.
- Identidade: uma forma de falar sobre como a aprendizagem muda quem nós somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto de nossas comunidades.

Os quatro componentes são interligados e se definem mutuamente.

Wenger (1998) apresenta também algumas definições aproximadas para os termos aprender e aprendizagem em uma Comunidade de Prática:

- algo que sustenta a vida, é inevitável, é parte integral do cotidiano, da participação em comunidades;
- definir empreendimentos e empenhar na sua busca, interagindo e sintonizando relações com os outros e com o mundo;
- transformar o saber – mudar o alinhamento entre experiência e competência;
- um processo de reconfiguração social que transforma comunidades;
- uma questão de engajamento e contribuição nas práticas de suas comunidades;
- uma questão de competência e de experiência de significado;
- habilidade para negociar novos significados e se tornar uma nova pessoa, portanto, envolve novas relações e mudança de opinião dentro de comunidades;
- uma interação entre experiência e competência;
- transformar nossa identidade, isto é, mudar quem somos modificando nossa habilidade de participar, de pertencer, de negociar significado;
- transformar quem somos e o que podemos fazer - uma experiência de identidade.

Ainda, para Wenger (1998), não importa a forma que a aprendizagem tenha, ela muda quem somos, modifica nossa habilidade de participar, de pertencer, de negociar significados.

Wenger (1998) destaca que o processo de negociação de significados é um mecanismo para a aprendizagem em Comunidades de Prática e que a participação no mundo é, sobretudo, um processo de negociação de significado.

3.5.1 Sobre a Negociação de Significados

A negociação expressa uma interação contínua, de conquista, de dar e receber, de influenciar e ser influenciado (WENGER, 1998). Para esse autor, o significado é uma experiência da vida cotidiana, é o produto de sua negociação, é fonte de energia necessária para a aprendizagem, ele existe na relação dinâmica de viver o mundo.

O conceito de negociação de significado é usado por Wenger (1998), em linhas gerais, para evidenciar o processo pelo qual se experimenta o mundo e se engaja nele como algo significativo. Para esse autor, aquilo que é feito ou falado pode referir-se ao que foi feito ou falado no passado e, mesmo assim, volta-se a produzir uma nova situação, uma nova interpretação, uma nova experiência: produzindo significados que ampliam, redirecionam, ignoram, reinterpretam, modificam ou confirmam a história de significados dos quais o sujeito faz parte. Nesse sentido, viver é um constante processo de negociação de significados.

A negociação de significado ocorre, inclusive, em situações rotineiras, mas principalmente quando se está envolvido em desafios (WENGER, 1998). Ela pode envolver a linguagem, porém não se limita a ela porque inclui relações sociais que permeiam o sujeito.

A negociação muda, constantemente, as situações às quais ela dá significado e afeta todos os participantes. Nesse processo, a negociação de significados envolve interpretar e agir, fazer e pensar ou entender e responder, que fazem parte do contínuo processo de negociação de significado. Esse processo sempre gera novas circunstâncias para uma posterior negociação e posteriores significados e, assim, produz constantemente novas relações com e no mundo (WENGER, 1998). Para este autor, o significado do nosso engajamento no mundo é processo contínuo de negociação renovada.

Wenger (1998) salienta que o processo de negociação de significado ocorre na interação entre dois outros processos, a participação e a reificação.

3.5.2 Participação e Reificação – suas relações

Wenger (1998) salienta que a participação é um processo abrangente de aprendizagem que envolve as relações com os outros. É uma forma de ação que significa ser parte de algo. Para este autor, a participação dá forma ao que fazemos, a quem somos e como interpretamos o que fazemos, e ainda descreve uma experiência social de viver em um mundo enquanto membros de comunidades sociais. A participação é um processo que possibilita envolver-se ativamente nos empreendimentos sociais da comunidade.

Esse processo que define a participação, segundo Wenger (1998), combina fazer, conversar, pensar, sentir e pertencer. Assim sendo, a participação leva a renegociar significados em novos contextos.

Algumas características que definem a participação em uma comunidade de prática são elencadas por Wenger (1998): a participação não é equivalente à colaboração, pois envolve diversas relações, como as conflituosas e as harmoniosas que alteram sua forma; participação em comunidades sociais forma nossa experiência; é mais ampla do que um mero engajamento na prática porque coloca a negociação de significado como formas de afiliação nas diferentes comunidades; no contexto de comunidades sociais a participação formata a experiência individual do sujeito e das comunidades às quais ele pertence.

De acordo com Wenger (1998), as relações desencadeadas em Comunidades de Prática envolvem a participação plena e a não participação. Para ele, participação é fonte de identidade, mas considera que a identidade não é produzida somente pelas práticas nas quais o sujeito se envolve, também por aquelas com que não se envolve. A interação da participação e da não participação processam uma experiência.

Como forma de participação em Comunidades de Prática, Lave e Wenger (1991) consideram como característica central da aprendizagem social a participação periférica legítima que significa o processo pelo qual um indivíduo, novato, se torna parte de uma Comunidade de Prática por meio das relações com os membros que já pertencem à comunidade.

Dessa forma, a participação periférica legítima é o posicionamento pelo qual um indivíduo se coloca na posição de aprendiz, mas na perspectiva de aprendizagem a partir da participação social. Wenger (1998) destaca que um novato pode estar em uma trajetória de entrada e ser visto como alguém que terá uma participação plena no futuro.

Outro conceito, destacado por Wenger (1998) como parte intrínseca das práticas e, portanto, indispensável para o processo de negociação e para as experiências de significados, é a reificação. O autor usa o termo reificação para referir-se ao “processo de dar forma à experiência, produzindo objetos que cristalizam tal experiência em coisidade” (p.58, tradução nossa)⁴³, ou seja, é usado para transmitir a ideia do que é transformado em concreto, em coisa.

A reificação não se refere necessariamente a coisificar no sentido material, mas “inclui fazer, projetar, representar, nomear, codificar, e descrever, assim como perceber, interpretar, usar, reutilizar, decodificar e reformular” (WENGER, 1998, p.59, tradução

⁴³ Tradução de: The process of giving form to our experience by producing objects that congeal this experience into "thingness".

nossa)⁴⁴. A reificação também dá forma à experiência e muda a experiência com o mundo. Por fim, reificar não é apenas expressar uma ideia, uma emoção ou construir uma ferramenta, é criar condições para novos significados.

A relação fundamental existente entre participação e reificação é que elas são distintas, contudo, complementares e na dualidade formam uma unidade de maneira dinâmica. Uma não substitui a outra, não se transforma na outra, embora uma transforme a outra. Por meio das várias combinações possíveis entre elas surgem possibilidades de uma variedade de experiências de negociação de significados (WENGER, 1998).

Participação e reificação possuem uma relação de mutualidade. Por meio da interação, experiência e mundo se formatam em uma relação recíproca. O mundo como o formatamos e nossa experiência como o mundo a formata, para Wenger (1998, p. 71), são como a montanha e o rio:

eles se formatam, mas eles têm seu próprio formato. Eles são reflexos um do outro, mas eles têm sua própria existência, em seus próprios domínios. Eles se encaixam um no outro, mas permanecem distintos um do outro. Eles não podem ser transformados um no outro, e eles transformam um ao outro. O rio apenas esculpe e a montanha apenas guia, mas em sua interação, a escultura torna-se o guia e o guia torna-se a escultura (tradução nossa⁴⁵).

Assim, participação e reificação descrevem uma interação. O termo reificação, em conjunto com a participação, torna a reificação útil para descrever o engajamento com o mundo. Enquanto na participação reconhecem-se uns nos outros, na reificação o sujeito se projeta para o mundo atribuindo significados (WENGER, 1998).

⁴⁴ Tradução de: Includes making, designing, representing, naming, encoding, and describe, as well as perceiving, interpreting, using, reusing, decoding, and recasting.

⁴⁵ Tradução de: They shape each other, but they have their own shape. They are reflections of each other, but they have their own existence in their own realms. They fit in one around each other, but remain distinct from other. They cannot be transformed into each other, yet they transform each other. The river only carves and the mountain just only guides, yet in their interaction, the carving becomes the guiding and the guiding becomes the carving.

4. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO: O PERCURSO TRILHADO

Neste capítulo estão descritas as perspectivas metodológicas que conduziram a presente pesquisa. Considerando os quadros teóricos discutidos nos capítulos 1, 2 e 3, que norteiam este trabalho, reapresentam-se a questão a ser investigada e os objetivos no contexto da investigação caracterizando sua natureza qualitativa. O cenário da investigação, os procedimentos utilizados na obtenção das informações e o processo utilizado na análise das informações também compõem este capítulo.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Pensar no desenvolvimento profissional de professores em meio à diversidade ideológica, cultural, social e política não tem sido tarefa fácil para os formadores. Estudos que evidenciem elementos que possam trazer contribuições para a formação de professores em meio a essas diversidades no âmbito da Educação Matemática são necessários.

Resultados do estudo, do(s) objetivo(s) ou da(s) questão(ões) de investigação presentes em dissertações de mestrado (acadêmico e profissional) e tese de doutorado disponíveis no Banco de Dados da CAPES apresentado no capítulo 2, e também, de pesquisas, como as de Goulart (2009), Ricoy e Couto (2009), Goos e Bennison (2002), sinalizam que estudos que contemplem ambientes de formação aliados à busca de elementos que permitem a aprendizagem de professores e de conhecimentos para ensinar com as TDIC não são usualmente identificados.

Diante disso, considera-se que as perspectivas teóricas assumidas nesta pesquisa - a aprendizagem caracterizada como participação social vinculada ao processo de negociação de significados em uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998) e o quadro *TPACK* proposto por Mishra e Koehler (2006 e 2009) - sejam relevantes para indicar ambientes de formação e elementos que possam colaborar para o desenvolvimento profissional de professores de matemática, uma vez que privilegiam aspectos das TDIC relacionados à aprendizagem do professor.

Goulart (2009) destaca que Archambault e Crippen (2009), no desenvolvimento de suas pesquisas, constataram dificuldades em fazer distinção e definir as fronteiras entre os

diferentes tipos de conhecimentos que compõem o *TPACK*. Definir tais fronteiras foge ao escopo desta pesquisa. No entanto, considerando que Bowers e Stephens (2011) reconheceram a utilidade desse modelo por fornecer uma estrutura analítica que permite investigar conhecimentos necessários aos professores sobre o uso das TDIC nos processos de ensino e de aprendizagem, toma-se o *TPACK*, sob o olhar da pesquisadora, como uma espécie de lente conceitual por meio da qual se pode perspectivar a tecnologia educativa no desenvolvimento profissional dos professores (COUTINHO, 2011).

Considerando aspectos teóricos da formação de professores, enunciados no capítulo 1, das TDIC, apresentados no capítulo 2 e de Comunidades de Práticas, presentes no capítulo 3, delimitou-se um estudo que busca investigar **que elementos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática.**

Para viabilizar reflexões a respeito do interesse desta pesquisa, propõem-se os objetivos:

- identificar os empreendimentos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra;
- analisar aprendizagens ocorridas e os conhecimentos constituintes do *TPACK* mobilizados/constituídos nos empreendimentos da CoP-FoPMat.

Levando em conta que esta investigação tem seu foco voltado para a aprendizagem do professor e do futuro professor, optou-se por um tipo de pesquisa que permita “focalizar o indivíduo, a sua complexidade e a sua inserção e interação com o ambiente sociocultural” - a pesquisa qualitativa (D’AMBRÓSIO, 2007, p.103).

Bogdan e Biklen (1994, p.11) destacam que a pesquisa qualitativa é aquela “[...] que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais”. Para conceitualizar a investigação qualitativa em educação, esses autores destacam algumas características: a investigação qualitativa é descritiva; os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; os pesquisadores tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; o significado é de importância vital na abordagem qualitativa, entre outras.

Considera-se a presente investigação descritiva, e as informações obtidas na CoP-FoPMat serviram de base para as análises. Neste estudo o interesse pelo processo está alicerçado na busca de elementos que evidenciam aprendizagens e a mobilização/constituição de conhecimentos constituintes do *TPACK* de professores e futuros professores de

Matemática a partir dos empreendimentos desenvolvidos. As informações foram analisadas indutivamente a partir de comparações, compreensão e interpretação da pesquisadora buscando aspectos específicos e relevantes no contexto investigado. No percurso trilhado pela CoP-FoPMat, sempre foram respeitadas as opiniões, a maneira de fazer as coisas, as experiências vivenciadas pelos seus membros, de modo que produzissem significados a partir desses aspectos.

Esta investigação fundamenta-se nos pressupostos da pesquisa qualitativa, considerando a perspectiva da intervenção. De acordo com Krainer (2003), a pesquisa intervenção é o tipo de pesquisa no qual os investigadores não se posicionam fora da prática, nem aquela em que os professores por conta própria investigam sua prática, combina intervenção e pesquisa e considera os conhecimentos locais que, muitas vezes, não podem ser gerados fora da prática.

Rocha e Aguiar (2003) ressaltam que a pesquisa intervenção visa à articulação entre teoria/prática e sujeito/objeto, na medida em que o conhecimento e a ação sobre a realidade se fazem presentes na investigação dos interesses locais, bem como na atuação efetiva sobre essa realidade, podendo levar a transformações sociais e políticas.

A pesquisa intervenção ocorre em uma prática de cunho transformador conduzida pelo próprio pesquisador e exige novas concepções, tanto do pesquisador quanto do grupo pesquisado. A posição que o pesquisador assume em seu campo de pesquisa, as relações que estabelece com os sujeitos de sua investigação, os efeitos que essas relações produzem em suas observações são questões pertinentes à pesquisa. Na pesquisa intervenção, não se considera que o pesquisador tem uma ação neutra, mas que há uma articulação entre pesquisador, campo, sujeitos e objeto de pesquisa (KRAINER, 2003).

A escolha por esta perspectiva – pesquisa intervenção – se deu pelo fato de que os propósitos da presente investigação estão voltados para o desenvolvimento profissional de professores e de futuros professores de Matemática que pertencem a uma Comunidade de Prática na qual os empreendimentos foram negociados. A pesquisadora estava imersa nessa comunidade e foi reconhecida como membro na posição de coordenadora, pela atitude de liderança e de professora-formadora devido às intervenções realizadas na prática da comunidade visando a mobilização/constituição de conhecimentos e aprendizagens dos participantes. Assim, a pesquisadora não somente obteve informações, mas realizou intervenções para modificar a situação problematizada, buscando novas maneira de ver, entender e agir nessa realidade.

4.2 O CENÁRIO DA INVESTIGAÇÃO

A presente pesquisa foi desenvolvida no contexto da CoP–FoPMat constituída por 12 professores e 9 futuros professores. Para manter o sigilo dos nomes de seus membros, conforme carta de cessão de direitos (Apêndice 1) assinada por eles, utilizou-se P para professores e FP para futuros professores acompanhados de nomes fictícios, para identificar quem é o autor das falas e/ou textos.

Os encontros da comunidade ocorreram em um Colégio Estadual da cidade de Arapongas –PR, que atende o Ensino Fundamental (6º ao 9º anos) e o Ensino Médio. Foram realizados 25 encontros, no período de 03/05/2012 a 29/11/2012 e no primeiro semestre de 2013. Dos 25 encontros, a pesquisadora esteve ausente em apenas um deles em virtude de sua participação na Conferência Latinoamericana de GeoGebra (Uruguai, 08/11/2012), no entanto o grupo se reuniu e foi coordenado pela FP-Karen que se ofereceu para discutir Homotetia.

A direção do colégio viabilizou o laboratório de informática com o *software* GeoGebra instalado nos computadores, as cópias das tarefas, a Internet e um equipamento, oferecido pelo MEC⁴⁶, chamado de “Arthur” que possui: acesso a internet por WiFi, projeção, exibição de CD, uso de *pen drive* e funciona como computador normal com o *software* GeoGebra. No início dos encontros, no laboratório, não havia quadro para anotação, mas, depois de solicitado pela pesquisadora, improvisou-se um quadro branco magnético em um cavalete.

O laboratório de informática possuía 20 computadores fornecidos pelo Paraná Digital e mais 20 computadores fornecidos pelo programa do MEC - ProInfo⁴⁷, todos com o *software* GeoGebra instalado, na versão 3.2. O espaço físico era utilizado também como depósito de livros didáticos, cadeiras e colchões. Desse modo, os computadores do MEC estavam dispostos de uma maneira que não possibilitou que fossem utilizados. No laboratório de informática havia, também, duas mesas grandes, o que possibilitava reunir, em cada uma delas, até cinco participantes.

Durante os encontros, nem todos os computadores funcionaram e alguns participantes ficavam sem computador; quando a maioria funcionava, ficavam lentos, causando alguns transtornos: atraso para iniciar as tarefas e acessar a Internet.

A fim de evitar esses transtornos a pesquisadora e as participantes, P-Elisa e FP-Karen, passaram a chegar uns vinte minutos mais cedo para ligar as máquinas, transportar e

⁴⁶ Ministério da Educação.

⁴⁷ProInfo - Programa Nacional de Tecnologia Educacional

preparar o projetor e arrumar o que fosse preciso no laboratório para o bom andamento do encontro.

Diante dos obstáculos com os computadores, vários membros tiveram a iniciativa de trazerem as próprias máquinas. Assim, na maioria dos encontros, havia versões diferentes do GeoGebra, o que causava algumas discussões e diferenças na realização das tarefas. Para aparar tais arestas, a pesquisadora solicitou junto ao NRE – Núcleo Regional de Educação a atualização do *software* GeoGebra, obtendo resposta negativa com a justificativa de que os computadores não suportariam a versão 4.2.

Com a finalidade de obter informações a respeito da formação dos membros da comunidade, de suas atividades profissionais, do uso que faziam das tecnologias digitais na vida pessoal e das expectativas em relação à participação na CoP-FoPMat, foi-lhes solicitado que respondessem um questionário individual (Apêndice 2) que possibilitou a confecção dos Quadros 12 – Dados dos Professores; 13 – Dados dos Futuros Professores e 14 – Uso do Computador e da Internet, apresentados a seguir.

Quadro 12 – Dados dos Professores

Professores	Idade anos	Ensino em que atua	Horas Semanais	Tempo que atua/anos	Especialização ou Mestrado	PDE ⁴⁸ ano de conclusão
P-Alice	41	EF ⁴⁹	40	19	Didática e Metodologia de Ensino	2012
P-Aline	47	EF e EM	40	24	Didática e Metodologia de Ensino	2011
P-Clara	43	EF	20	21	Educação Matemática	2012
P-Elisa	27	ES	40	02	Ms. Matemática Pura	Não
P-Isabela	53	EF e EM	20	24	Ensino de Matemática	2012
P-Irina		EF	40		Ensino da Matemática	Não
P-Marta	46	EF e EM	40	22	Orientação e Supervisão Escolar	2009
P-Maura	49	EM	40	24	Ensino de Matemática	2011
P-Marilene	46	EF e EM	40	20	Educação	2011
P-Rosa	40	EM	40	15	Ensino de Matemática	2012
Rose	44	EM	40	21	Didática e Metodologia de Ensino	2011
P-Taís	26	EF e EM	40	05	Estatística Aplicada à Educação	Não
P-Loreni	49	EM e ES	48	20	Ms. Ensino de Ciências e Educação Matemática	2008

Fonte: Autora

A análise do Quadro 12 mostra que todos os professores da Educação Básica são formados em Matemática e fizeram especialização, apenas dois não fizeram o PDE uma vez que se encontram no início da carreira. Constatou-se, com o questionário, que apenas P-Elisa,

⁴⁸ PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional, ofertado pela Secretaria de Educação do Paraná. Site <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>.

⁴⁹ Será utilizado EF para indicar Ensino Fundamental, EM para Ensino Médio e ES para Ensino Superior.

que também está no início da carreira e que é professora do ensino superior na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, não conhecia o *software* GeoGebra.

Quadro 13 – Dados dos Futuros Professores

Futuros professores	Idade (anos)	Ano da graduação	Profissão	Carga horária semanal	Experiência/ Professor
FP-Andrea	20	2º.	Estagiária de Matemática	25	Sim (2 anos)
FP-Carol	23	2º.	Agente de Saúde	40	Não
FP-Fabiana	32	4º.	Professora	40	Sim (6 meses)
FP-Hugo	24	Recém Concluído	Vendedor	44	Não
FP-Jonas	25	2º	Gerente de Produção	44	Não
FP-Jorge	24	2º.	Secretário	40	Não
FP-Karen	22	4º.	Estudante	Não trabalhava	Sim (6 meses)
FP-Omar	30	2º.	Guarda Municipal	36	Não
FP-Talia	21	2º.	Professora	20	Sim (2 anos)

Fonte: Autora.

Os dados do Quadro 13 indicam que alguns possuíam experiência de docência e o questionário mostra que todos os futuros professores já tiveram algum contato com o *software* GeoGebra.

O questionário também permitiu concluir que todos os membros da CoP-FoPMat tinham acesso ao computador e à Internet (Quadro 14) e que a maioria os utiliza diariamente, mostrando, com isso, alguma familiarização com essas tecnologias.

Quadro 14 – Uso do Computador e da Internet

Uso do computador	Professoras	Estudantes
Possui computador em casa	13	9
Possui Internet em casa	11	9
Usa mais o computador em casa	12	7
Usa mais a Internet em casa	11	7
Usa mais a Internet no colégio	1	0
Usa computador diariamente	11	8
Usa Internet diariamente	09	8

Fonte: Autora.

Vale lembrar que, no primeiro encontro da CoP-FoPMat, ficou evidenciado que apenas a P-Rosa havia utilizado o GeoGebra para que seus alunos construíssem gráficos de uma função. No entanto, no questionário, tanto os professores como os futuros professores declararam que consideram importante utilizar os recursos das TDIC para a aprendizagem matemática.

4.3 DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS DA COP-FOPMAT

Uma breve descrição concernentes aos encontros (E) da CoP-FoPMat, destacando datas, número de participantes (P) presentes, tarefas (T) desenvolvidas e síntese das ações que

culminaram nos empreendimentos relatados na seção 5.1, objeto de análise desta investigação são apresentados no Quadro 15. Os encontros mais enfatizados nas análises estão destacados em cinza.

Quadro 15 – Descrição dos encontros da CoP-FoPMat

E	Data	P	T	Síntese das ações realizadas nos encontros
1º.	03/05/12	P. 08 FP. 05		- Reunião de lançamento do Grupo de Estudo GeoGebra: apresentação da proposta de trabalho e acordo dos aspectos organizacionais.
2º.	10/05/12	P. 08 FP. 05	1 e 2	- Construção ⁵⁰ de quadriláteros e triângulos. - Socialização das ferramentas do GeoGebra, investigação ⁵¹ e discussão das propriedades dos quadriláteros.
3º.	17/05/12	P. 09 FP. 06	2 e 3	- Construção de triângulos. - Socialização das ferramentas do GeoGebra, investigação e discussão de área e perímetro. - Entrega das folhas com as tarefas 3, 4, 5, 6 e 7. - Início da investigação da propriedade – base média.
4º.	24/05/12	P. 12 FP. 07	3	- Construção de triângulos. - Socialização das ferramentas do GeoGebra, investigação, discussão e enunciação da propriedade referente à base média. - Apresentação, no grande grupo, de estratégias algébricas para justificar base média (utilizando o Teorema de Tales) e da relação de proporcionalidade entre as áreas dos triângulos.
5º.	31/05/12	P. 12 FP. 07	4 e 5	- Construção de triângulos, de suas alturas e Medianas. - Socialização das ferramentas do GeoGebra, investigação e discussão do baricentro e ortocentro, da proporcionalidade do ponto (baricentro) que divide as medianas na razão de 2 para 1, classificação dos triângulos com relação à posição do ponto (ortocentro) e enunciação das propriedades. - Acordo sobre o próximo tema a ser estudado – funções.
6º.	14/06/12	P. 11 FP. 06	6 e 7	- Construção de triângulos, de bissetrizes e mediatrizes. - Socialização das ferramentas do GeoGebra, discussão e investigação do circuncentro e incentro, classificação dos triângulos quanto à posição do ponto/circuncentro e enunciação das propriedades.
7º.	21/06/12	P. 12 FP. 05	8 e 9	- Entrega da folha com as tarefas 8 e 9. - Formação de grupos com professores e futuros professores. - Resolução da tarefa 8, na folha, pelos pequenos grupos. - Apresentação e discussão, no grande grupo, dos procedimentos utilizados na resolução, sistematização do conteúdo (lei de formação da função, domínio e conjunto imagem, variável discreta, gráfico). - Análise do enunciado da tarefa 8. - Construção do gráfico no GeoGebra. Socialização das ferramentas do GeoGebra (planilha, criar lista de pontos, inserir função no Campo de Entrada). - Reflexões, no grande grupo, de questões didático-pedagógicas. - Início da resolução da tarefa 9.
8º.	28/06/12	P. 05 FP. 04	9 e 10	- Continuação da resolução da tarefa 9. - Apresentação dos pequenos grupos de procedimentos utilizados na resolução. Discussão e sistematização, no grande grupo, da lei de formação, do domínio e do conjunto imagem, da variável contínua, do gráfico. - Construção do gráfico no GeoGebra com o domínio limitado. Socialização das ferramentas do GeoGebra.

⁵⁰ Construção – refere-se à construção de figuras utilizando o GeoGebra.

⁵¹ Investigação – busca de regularidades, por meio do “mover” do *software*, que auxiliam na generalização de conceitos.

				- Início da resolução na folha da tarefa 10.
9º.	02/08/12	P. 11 FP. 06	9, 10, 11 e 12	<ul style="list-style-type: none"> - Diálogo sobre os registros realizados nos diários e fórum. - Continuação da resolução da tarefa 10 e apresentação e discussão, no grande grupo, da lei de formação, do tipo de variável e dos aspectos pedagógicos. - Resolução, na folha, das tarefas 11 e 12 propostas pelo FP-Jorge. Apresentação e discussão, no grande grupo, das justificativas para respostas socializadas. - Construção de figura, de acordo com o enunciado da tarefa 9, pela FP- Karen, utilizando o controle deslizante conforme postagem no fórum. - Socialização das Ferramentas do GeoGebra (controle deslizante, rastros, animação). - Inserção do gráfico da função com rastro e animação proposto por FP-Jorge. - Discussão, no grande grupo, da construção do quadrado. - Acordo de retomar a construção referente à tarefa 9.
10º.	09/08/12	P. 12 FP. 07	9	<ul style="list-style-type: none"> - Retomada da construção usando controle deslizante 9 no GeoGebra e sistematização do passo a passo conforme as ferramentas utilizadas. - Esclarecimentos com relação às dificuldades dos registros no diário e fórum. - Acordo com relação aos próximos conteúdos.
11º.	16/08/12	P. 11 FP. 07	11 e 12	<ul style="list-style-type: none"> - Resolução e explicação dos procedimentos matemáticos apresentados no quadro pelo FP-Jorge e pela formadora. Discussão do conteúdo envolvido. - Construção das figuras e referidos gráfico no GeoGebra. - Discussão das ferramentas utilizadas. - Reflexão a respeito do significado dos limites do controle deslizante.
12º.	23/08/12	P. 11 FP. 07	13 e 14	<ul style="list-style-type: none"> - Resolução, na folha, da tarefa 13 proposta por P-Aline. Apresentação das estratégias e discussão dos conteúdos envolvidos e das ferramentas utilizadas na construção do gráfico no GeoGebra. - Construção de gráfico da função $f(x) = ax + b$ usando controle deslizante (tarefa 14). Discussão e sistematização do papel dos parâmetros a e b. - Breve discussão do texto de funções postado no fórum. - Combinação de um jantar de confraternização para 13/09/12.
13º.	30/08/12	P. 11 FP. 07	17 ⁵²	<ul style="list-style-type: none"> - Resolução na folha e em grupos da tarefa 17. - Apresentação e discussões dos itens da tarefa no grande grupo. - Construção de triângulo retângulo, de polígonos regulares e de retângulos. Socialização de ferramentas do GeoGebra. - Apresentação de estratégia algébrica, no quadro, pela P-Aline referente à comparação de áreas de semicírculos construídos sobre os lados de triângulos retângulos. - Apresentação no quadro, pela P-Aline e pela formadora, de estratégias algébricas que permitem comparar as áreas de quaisquer polígonos regulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo. - Construção de retângulos, por FP-Jorge, sobre os lados do triângulo retângulo e constatação do Teorema de Pitágoras por meio das áreas.
14º.	20/09/12	P. 10 FP. 04	17	<ul style="list-style-type: none"> - Recolha de dois textos com a intenção de utilizá-los para redirecionar as tarefas do grupo – Estatística (P-Elisa) e O Teorema de Pitágoras e sua generalização (formadora). - Acordo da decisão de continuar trabalhando com o Teorema de Pitágoras. - Início da leitura do texto “O Teorema de Pitágoras e sua

⁵²Devido ao redirecionamento do grupo, as tarefas 15 e 16 de funções não foram discutidas.

				generalização”, no pequeno grupo. - Investigações no GeoGebra de questões decorrentes da tarefa 17.
15º	27/09/12	P. 09 FP. 03	17	- Apresentação dos grupos das generalizações do Teorema de Pitágoras comparando áreas: - Grupo 1: construção de triângulos escalenos . - Grupo 2: construção de trapézios. - Grupo 3: construção de polígonos regulares com a ferramenta controle deslizante. - Construção de trapézios sobre os lados do triângulo retângulo considerando as alturas do triângulo retângulo pela formadora. - Discussão das ferramentas do GeoGebra, dos conteúdos e dos aspectos pedagógicos.
16º	04/10/12	P. 12 FP. 06	17 e 18	- Apresentação do Grupo 4: construção de triângulos isósceles a partir dos ângulos da base e constatação geométrica do Teorema de Pitágoras. - Comentários a respeito da construção postada no fórum por P-Marta. - Discussão das razões entre os segmentos das figuras das quais se pode constatar o Teorema de Pitágoras. - Construção de triângulos retângulos e apresentação da tarefa 18. - Decisão em conjunto de elaborar uma tarefa ou plano de aula para generalização do Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra.
17º	18/10/12	P. 10 FP. 06		- Escrita de um texto, em grupos, para generalização do Teorema de Pitágoras a partir das tarefas realizadas com polígonos regulares e irregulares e figuras semelhantes. - Elaboração da tarefa (Plano de aula) para generalização do Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra.
18º	25/10/12	P. 12 FP. 06		- Continuação da elaboração da tarefa (Plano de aula) para generalização do Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra. - Início da apresentação do primeiro grupo que terminou a tarefa da construção de um plano de aula.
19º	08/11/12	P. 11 FP. 06	19	- Homotetia - Proposta pela FP -Karen. Construção e discussão dos conteúdos e dos aspectos pedagógicos
20º	22/11/12	P. 10 FP. 06		- Devolução do texto elaborado pelos grupos sobre generalização do Teorema de Pitágoras com algumas questões para serem respondidas. - Apresentação e discussão da tarefa (Plano de aula) para generalização do Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra, por mais um grupo.
21º	29/11/12	P. 12 FP. 07		- Apresentação e discussão da tarefa (Plano de aula) para generalização do Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra pelos dois últimos grupos. - Encerramento de 2012 e confraternização.
22º	04/05/13	P. 12 FP. 01		- Retomada das atividades da CoP-FoPMat. - Decisão de preparar tarefa para utilizar o GeoGebra. - Formação dos grupos para elaboração de tarefas de acordo com o conteúdo. - Retomada da discussão do Teorema de Pitágoras devido a postagens no Fórum pelo FP-Jorge.
23º	28/05/13	P. 09 FP. 02		- Elaboração de tarefas para utilizar o GeoGebra nos grupos. - Apresentação e discussão das construções de FP-Jorge para a constatação geométrica do Teorema de Pitágoras.
24º	15/06/13	P. 09 FP. 03		- Elaboração de tarefas para utilizar o GeoGebra. - Retomada da discussão e da generalização (reescrita) do Teorema de Pitágoras.
25º	29/06/13	P. 07 FP. 02		- FP-Hugo apresenta o Teorema de Pitágoras a partir de um triângulo qualquer usando o GeoGebra, baseado no texto Mania de Pitágoras de Geraldo Ávila (RPM 02). - Apresentação de tarefa elaborada por P-Clara, FP-Hugo e P-Isabela.

Fonte: Autora.

4.4 PROCEDIMENTOS UTILIZADOS PARA OBTER AS INFORMAÇÕES

Considerando a argumentação de Bogdan e Biklen (1994) de que a pesquisa qualitativa é descritiva, os instrumentos para obtenção de informações julgados necessários para a análise desta pesquisa, foram obtidos a partir de:

- observação direta e anotações da pesquisadora em seu diário;
- gravações em áudio;
- registros escritos pelos membros da CoP-FoPMat no diário individual;
- discussões ou comentários registrados nos fóruns de socialização;
- figuras realizadas no *software* GeoGebra;
- registros escritos feitos em folhas de tarefas ou em folhas avulsas.

Observação direta e anotações da pesquisadora

Em todos os encontros, a pesquisadora esteve atenta observando as ações, comportamentos, expressões faciais e diálogos dos membros da CoP-FoPMat, a fim de compreender o contexto e organizar o trabalho.

Bogdan e Biklen (1994) ressaltam que o sucesso de uma investigação está relacionado com notas de campo detalhadas, precisas e extensivas feitas pelo pesquisador. Assim, ao final de cada encontro, a pesquisadora fez seu diário descrevendo as atitudes dos sujeitos, as abordagens das discussões, bem como suas ideias e reflexões para, com isso, obter um arquivo com as informações que se constituíram em material de análise. A fim de garantir a organização e a segurança, digitalizou seus diários no ambiente virtual (Plataforma Moodle)⁵³.

Gravações em áudio

Para capturar dados com maior precisão, todos os encontros foram gravados em áudio, por meio de quatro gravadores de um dos projetos coordenado pela orientadora deste trabalho. Os gravadores foram dispostos próximos aos grupos. O conteúdo captado foi ouvido e algumas partes transcritas.

Diários dos participantes

Os membros da CoP-FoPMat realizaram semanalmente registros digitalizados nos diários no ambiente virtual. Esses registros ficaram restritos à pesquisadora e ao próprio autor.

⁵³Disponível no site www.maismatemática.com.br de Sergio Carrazedo Dantas.

Semanalmente, a pesquisadora realizava *feedback* para todos. Os *feedback* eram constituídos de questionamentos para reflexões, solicitação de esclarecimentos, elucidação de dúvidas e, às vezes, ela lia o diário e dava apenas um “ok” para expressar sua leitura.

Nos diários construídos do 2º ao 16º encontro, constava a seguinte frase, no ambiente virtual: “Escreva suas impressões, reflexões, dúvidas e sugestões a respeito do encontro”.

A partir do 17º encontro, na busca por mais dados para análise, esta frase foi ampliada para: “Escreva suas impressões, reflexões, dúvidas e sugestões a respeito do encontro. Além disso, reflita sobre a aprendizagem realizada. Anote no seu Diário o que você considera ter sido importante, o que pode contribuir com o seu trabalho docente ou que relações você estabelece com o seu trabalho como professor ou futuro professor”.

Fórum de Socialização

A pesquisadora disponibilizou no ambiente virtual um fórum para que os membros da CoP-FoPMat pudessem socializar suas ideias e interagir com os colegas no intervalo de um encontro e outro. O fórum foi iniciado com a seguinte mensagem “Este espaço destina-se a socialização de nossas dúvidas, aprendizagens e tudo que for pertinente ao bom andamento do nosso grupo de estudo”.

Entretanto, para evitar o acúmulo de informações e favorecer a leitura das mensagens que se tornaram extensas, bem como a interação dos membros, foram abertos outros fóruns com a mesma mensagem inicial.

Observou-se nos fóruns, conforme disposto no Quadro 16, que alguns membros apenas os visitavam (*logs*), ou seja, não faziam registro algum, não postavam nada, porém outros, fizeram sugestões, postaram tarefas, dúvidas, *sites* com endereço de vídeos referentes a conteúdos matemáticos, figuras construídas no GeoGebra referentes às tarefas desenvolvidas pelo grupo, recados e fotos de eventos da comunidade.

Quadro 16 – Número de logs e de interações e registros nos fóruns

Fórum - socialização	Logs	Registros
Fórum 1- 2012	400	32
Fórum 2- 2012	271	34
Fórum 3- 2012	57	6
Fórum 4- 2013	178	30
Total	728	72

Fonte: Autora.

Figuras realizadas no GeoGebra

As figuras realizadas no GeoGebra, no decorrer dos encontros ou em outros horários, foram enviadas a um *e-mail* particular, criado pela pesquisadora, especificamente para este fim. Foram recebidos cerca de 170 *e-mails* com anexos de figuras construídas, tarefas e mensagens diversas enviadas pelos membros.

Registros em folhas de tarefas ou avulsas

Com a concordância dos participantes, a pesquisadora recolheu folhas de tarefas ou folhas avulsas que possuíam algum tipo de registro. Alguns membros entregaram pastas com as folhas arquivadas, nelas havia registros que fizeram no decorrer dos encontros, anotações acerca da resolução das tarefas e outros.

As informações recolhidas com os procedimentos destacados, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p.16), “são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas”. Assim, a partir dos instrumentos utilizados para a obtenção das informações, formaram-se os documentos que compõem o material descritivo da presente pesquisa, ou seja, as informações para a análise.

4.5 O PROCESSO DE ANÁLISE

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), o processo de análise envolve o trabalho com as informações, bem como com sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, busca por padrões, descoberta dos aspectos relevantes para a pesquisa e escolha do que vai ser comunicado. Embora a análise tenha se iniciado no período de recolha, foi a posse de todas as informações que permitiu a identificação de tendências e regularidades e, assim, a obtenção de significados.

Nesta pesquisa muitas reflexões foram emergindo no caminhar da CoP-FoPMat, decorrentes das leituras das mensagens do fórum, dos diários, do fato de rever as figuras construídas no GeoGebra e de ouvir gravações de áudio. No entanto, somente depois do 25º encontro, é que se confrontaram sistematicamente as informações à luz da base teórica a fim de transcender as informações e formalizar elementos que permitissem reflexões acerca da questão de investigação.

Para o trabalho com os dados e a sua organização, o primeiro passo foi “baixar” todos os diários e todos os registros feitos nos fóruns e enumerá-los em ordem cronológica. Em seguida, a fim de compreender as informações obtidas nesses documentos, realizaram-se,

concomitantemente, leituras cuidadosas desses materiais e dos diários da pesquisadora. Na sequência, foram ouvidas as gravações em áudio e alguns diálogos que ocorreram na realização das tarefas e que contemplavam ideias relacionadas ao problema investigado foram transcritos. Foram feitas também, análises de figuras enviadas ao *e-mail* da pesquisadora em busca dos procedimentos utilizados.

Em seguida, realizaram-se, de modo sistematizado⁵⁴, novas leituras dos diários de cada membro, do diário da pesquisadora, das transcrições e ouviram-se as gravações em áudio, analisaram-se as figuras feitas no GeoGebra e alguns registros feitos nas folhas de tarefas e em folhas avulsas, de cada um dos encontros. Com isso foram emergindo informações, que esta pesquisadora considerou relevantes para serem analisadas e comunicadas.

Após a organização do material de análise, identificaram-se os empreendimentos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra, descritos no item 5.1. A partir desses empreendimentos e com vistas ao objetivo de “analisar as aprendizagens ocorridas nos empreendimentos da CoP-FoPMat”, no item 5.2 são descritos e analisados os processos de negociação de significados ocorridos na comunidade para evidenciar as aprendizagens e a mobilização/constituição de conhecimentos constituintes do *TPACK* dos professores e futuros professores de Matemática, a partir da tarefa 17 e de outras questões decorrentes dela que envolveram o Teorema de Pitágoras.

O reconhecimento de que a Tarefa 17 proporcionou aos professores e futuros professores um grande engajamento nos empreendimentos da comunidade e promoveu aprendizagens e mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do *TPACK* levou a assumir essa tarefa para a análise do presente trabalho.

Assim, o processo de análise da presente pesquisa ocorreu de forma indutiva, descritiva e interpretativa, a partir de comparações, compreensão e interpretação da pesquisadora entre as informações presentes nos diferentes documentos a fim de identificar e analisar elementos da prática da CoP-FoPMat que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática.

⁵⁴Análise de Conteúdo de acordo com os princípios de Bardin (1977), que considera que a análise ocorre em diferentes fases: pré-análise; exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

5. A CAMINHO DOS SIGNIFICADOS – DESCRIÇÃO E ANÁLISE

Neste capítulo, na busca de elementos que permitam reflexões acerca da questão de investigação, descreve-se a trajetória da CoP-FoPMat de modo a propiciar uma visão geral do trabalho desenvolvido e dos empreendimentos que decorreram da prática dessa comunidade. Na sequência, apresentam-se análises de alguns processos de negociação de significados, ocorridos no desenvolvimento da Tarefa 17, que envolve o Teorema de Pitágoras. Esses processos evidenciam indícios de aprendizagens e de mobilização/constituição dos conhecimentos, que compõem o quadro *TPACK*, por parte dos professores e futuros professores.

5.1 TRAJETÓRIA DA COP-FOPMAT

O primeiro encontro do grupo de estudos de professores e futuros professores que ensinam Matemática, que posteriormente se constituiu em uma Comunidade de Prática, aconteceu no dia 03/05/2012. Nesse encontro além das questões organizacionais, como horário, local, periodicidade, duração de cada encontro, foi combinado também que o grupo teria como foco aprender a utilizar o *software* GeoGebra na perspectiva da Educação Matemática.

Considerando a possibilidade de que o grupo pudesse se constituir em uma Comunidade de Prática, nesse dia, esclareceu-se que não se tinha intenção de desenvolver um curso no formato vertical, cujo formador geralmente direciona as decisões e os estudos, mas que estes seriam direcionados pelo próprio grupo, em conjunto, de modo que todos tivessem um papel ativo em seu processo de formação, assumindo responsabilidade pelo seu próprio desenvolvimento profissional.

Nessa reunião, a formadora propôs, para a familiarização com o GeoGebra, iniciar com resolução de tarefas⁵⁵ ao invés de apresentação de ferramentas como ocorre em muitos cursos. A sugestão de tarefas que envolviam geometria plana se deveu ao fato de que nas construções geométricas recorre-se à utilização de ferramentas básicas do *software*.

A familiarização por meio de tarefas foi pensada também com a finalidade de sondar

⁵⁵ Nesta pesquisa é utilizada a palavra tarefa para referir-se a tarefa matemática.

os conhecimentos dos participantes acerca do GeoGebra, uma vez que declararam conhecê-lo. Com isso, poderiam aprender, lembrar e refletir acerca da influência da tecnologia no ensino de conteúdos matemáticos e ter em conta aspectos didático-pedagógicos. Nesse encontro, alguns professores sugeriram que, após o trabalho com tarefas de geometria, poderiam ser trabalhadas tarefas que envolvessem o conceito de função.

Efetivado o acordo no grupo, discutiram-se sete tarefas de Geometria Plana (Anexo A) propostas pela formadora. A resolução dessas tarefas permitiu que os participantes construíssem figuras para representar objetos matemáticos, investigassem e discutissem propriedades matemáticas, explorassem o *software*, como retrata FP-Jonas.

Na aula de hoje, conhecemos algumas ferramentas do GeoGebra, mas já em aplicação construímos através de paralelas alguns quadriláteros e discutimos suas relações (FP-Jonas, diário do 2º encontro, 10/05/12).

Como explicita o FP-Jonas, desde o início o grupo discutiu tarefas. Isso ocorreu devido ao acordo proposto pela formadora de que, após a resolução de cada tarefa, seriam realizadas discussões coletivas, para socializar conhecimentos, ferramentas do *software*, estratégias/procedimentos, sistematizar conceitos envolvidos.

Os primeiros encontros foram bastante tumultuados devido a problemas técnicos com os computadores, às ferramentas das diferentes versões do *software*, a organização da sala e ao fato de que a maioria chegou “afobada⁵⁶”. Nos encontros seguintes, os participantes se organizaram com relação ao tempo para o cumprimento do horário combinado, porém os problemas técnicos persistiram em quase todos os encontros, como destaca P-Rosa.

Neste encontro as dificuldades com a instalação dos equipamentos tecnológicos foram menores. Isso demonstrou progresso. (P-Rosa, diário do 3º encontro, 17/05/12).

Neste encontro, mais uma vez, tivemos problemas com a instalação dos equipamentos. [...] A versão do GeoGebra disponível também está desatualizada e alguns recursos são difíceis de utilizar (P-Rosa, diário do 5º encontro, 31/05/12).

Durante a realização das tarefas de familiarização a formadora procurou deixar os membros bem à vontade. Observou-se que cada membro procurou utilizar o computador individualmente. Entretanto, procurando resolver os problemas técnicos e outras dificuldades relacionadas ao uso das tecnologias, os participantes começaram a interagir e a se juntar espontaneamente em pequenos grupos para auxiliarem uns aos outros. Com isso, deram início ao desenvolvimento de relacionamentos, mobilizaram conhecimentos tecnológicos e discutiram questões do conteúdo matemático, como se observa no relato a seguir.

⁵⁶ Os professores após 10 aulas e os futuros professores após 8 h de trabalho.

Já mais familiarizados com o grupo e ferramentas (do software), as tarefas foram desenvolvidas com mais rapidez, o que proporcionou discussões interessantes. A discussão sobre as propriedades dos triângulos e sobre área e perímetro do mesmo foi bastante produtiva (P-Rosa, diário do 3º encontro, 17/05/2012).

Como mencionado nos capítulos 3 e 4, havia um combinado de que enviariam ao e-mail da formadora as figuras construídas no GeoGebra. Ao se juntarem em pequenos grupos, embora cada um em uma máquina, passaram a discutir as ferramentas utilizadas, o modo como a figura foi construída, o que a figura permitia observar e, algumas vezes, decidiram enviar apenas uma figura por grupo. Observou-se que alguns professores tinham dificuldades em salvar figuras, anexar documentos no e-mail ou no fórum. Tais dificuldades foram minimizadas com a interação dos membros. Esse e-mail também foi utilizado como meio de comunicação entre os membros e a formadora.

Embora a intenção das tarefas de geometria plana fosse a familiarização com as ferramentas do software, a formação (espontânea) dos pequenos grupos e as discussões constantes permitiram que os membros com vivências diferentes - professores e futuros professores - interagissem, falassem de seus interesses e experiências.

A interação entre professores, com experiência em sala de aula e pouco domínio da ferramenta tecnológica, e os alunos (futuros professores), com vivência inversa, logo se instalou, o que é bastante enriquecedor. [...] Os primeiros exercícios já demonstraram como é diferente a maneira de nos expressarmos sobre um mesmo conteúdo ou propriedade (P-Rosa, diário do 2º encontro, 10/05/12).

Neste encontro sentei-me com dois dos universitários (futuros professores) e a experiência foi muito boa. Eles possuem uma visão bastante diferente e bem profunda dos conhecimentos estudados. Nota-se a diferença de intencionalidade entre as visões do grupo de professores e acadêmicos (futuros professores) (P-Rosa, diário do 5º encontro, 31/05/12).

A partir dos comentários da P-Rosa, infere-se que os participantes do grupo estavam, de acordo com Wenger (1998), estabelecendo relacionamentos propícios para o engajamento na prática da comunidade e explicitando “quem era quem”, seus interesses e seus conhecimentos sobre conteúdos, sobre o uso da tecnologia e das estratégias metodológicas.

À medida que a CoP-FoPMat caminhava, seus membros foram ampliando as interações e relacionamentos o que promoveu a troca de experiência que, segundo Wenger (1998), é fundamental para a aprendizagem social, aspecto evidenciado no diálogo promovido por meio do diário.

1. FP-Omar: *Podemos notar que raciocínios diferentes chegaram ao mesmo resultado, estou contente porque estou interagindo cada vez mais com as professoras e demais colegas do grupo de estudo (diário do 8º encontro, 08/06/12).*
2. P-Loreni: *Por que você acha importante esta interação? (feedback 04/07/12).*

3. *FP-Omar: Professora, a interação é importante pela troca de experiências [...]. (Retorno do feedback 07/07/12)*
4. *P-Loreni: E você acha que colabora na aprendizagem deles também? De que forma? (feedback 09/07/12)*
5. *FP-Omar: Bom, professora, talvez nossas dúvidas façam com que os professores reflitam como seus alunos podem estar compreendendo certo conteúdo ou mesmo deixando de compreender, mas não têm coragem de perguntar perante a sala. Tenho certeza também de que alguma coisa elas aprendem com a gente, pois não há ninguém tão grande que não possa aprender, e nem tão pequeno que não possa ensinar (retorno do feedback 13/07/12).*

Ao resolver as tarefas de familiarização, promoveram-se discussões que evidenciaram o engajamento mútuo dos membros e auxiliaram a CoP-FoPMat a constituir sua trajetória. Além disso, essas tarefas e outras decorrentes das discussões permitiram reificação de conteúdos, de questões pedagógicas que envolvem uso da tecnologia e a mobilização/constituição de conhecimentos constituintes do TPACK que serão discutidos na próxima seção.

Aprender a usar o GeoGebra resolvendo tarefas foi uma ação que se tornou comum nos encontros. Infere-se, portanto, que, desde os primeiros encontros, os membros da CoP-FoPMat se engajaram no empreendimento de **resolver tarefas utilizando o GeoGebra**.

No final do sexto encontro, o grupo havia finalizado as tarefas de familiarização e foi questionado sobre a preferência de continuar trabalhando com geometria ou iniciar o trabalho com funções como foi solicitado no primeiro encontro.

1. *P-Rosa: Qual função nós vamos estudar?*
2. *P-Loreni: [...] Pensei em começar com a função Afim, as trigonométricas.*
3. *P-Rosa: Trigonométricas? Eu estou precisando.*
4. *P-Alice: Eu vou ter que estudar senão vou começar a passar vergonha. [...] Prefiro a geometria, mas vamos lá às funções.*

(5º encontro, 31/05/13).

Assim, no sétimo encontro, a formadora propôs duas tarefas, 8 (Quadro 17) e 9 (Anexo A), envolvendo funções.



Para a resolução das tarefas 8 e 9, com a finalidade de integrar ainda mais o grupo, a formadora selecionou pequenos grupos constituídos por professores e futuros professores e combinou que resolveriam na folha, apresentariam no grande grupo e depois utilizariam o GeoGebra para aprender a construir gráficos de funções.

Quadro 17 – Tarefa 8

Observando as figuras da sucessão seguinte:

- Desenhe a 4ª figura;
- Decida quantos quadradinhos escuros tem a 10ª figura, sem construí-la;
- Complete o quadro referente à sequência dada;
- Esboce o gráfico que representa a variação do número de quadradinhos brancos com o número da ordem da figura.



Nº de ordem da figura	Nº de 	Nº de 	Total de quadradinhos
1ª.			
2ª.			
3ª.			
4ª.			
15ª.			
nª			

Fonte: Cândido (2000)

Apresentar e discutir a resolução de tarefas permitiu aos membros comparar os diferentes procedimentos, como revela o episódio a seguir a respeito da tarefa 8.

- P-Marta: Bom eu fui contando nas primeiras figuras [...].
- P-Rose: A nossa é diferente. A altura é fixa, o 3 é fixo (aponta para a figura). Então no comprimento, nós vimos que era um branco mais dois. O tanto dos pretos, duas vezes.
- P-Jonas: Três vezes dois mais duas vezes o tanto de preto.
[...]
- P-Alice: Olhando para a figura é mais fácil. Aqui (aponta para a tabela preenchida) fomos vendo que era múltiplo de 3.
- P-Jorge: O branco nós vimos que são de 2 em 2 e o total de 3 em 3.
- P-Rosa: Na primeira coluna nós contamos e vimos que ia de um em um. Na segunda coluna nós contamos as três primeiras e depois só continuamos a tabela, Na última vimos que era múltiplo de três. Ai pensamos: 9 é 3 vezes 3, foi a primeira ideia. Ai a outra deu 12 que é 4 vezes 3.[...]. Vimos que do número de figuras aumentava 2. Ai ficou $(n+2).3$
- P-Loreni: Ah, vocês foram pela tabela e não pela figura? Fizeram primeiro o total antes de fazer os brancos?
- P-Clara: É depois ... Ai que fomos descobrir os brancos.
- P-Rosa: Comparamos 12 com 15, 14 com 18, 36 com 51. [...]. Até que percebemos que era só tirar n. Fizemos $3n + 6 - n$. Chegamos no $2n + 6$.

(7º encontro, 21/06/2012).

Os comentários sublinhados evidenciam que os membros se envolveram com o conhecimento do conteúdo ao buscar por uma expressão analítica que representasse a função. No entanto, os diferentes modos de “pensar” e resolver uma tarefa proporcionaram conhecimento pedagógico do conteúdo, discutido na próxima seção.

Apresentar e discutir resoluções de tarefas no decorrer dos encontros configurou-se em outro empreendimento da CoP-FoPMat. Esse empreendimento tornou os membros mais confiantes para expor suas ideias, concordar ou não com as ideias de outros, levantar questões matemáticas, apresentar diferentes ferramentas do GeoGebra utilizadas na resolução das tarefas. Isso corrobora as ideias de Wenger, McDermott e Synder (2002), de que o engajamento em empreendimentos deve ser baseado no respeito e na confiança.

O empreendimento de **apresentar e discutir resoluções de tarefas** desencadeou discussões que permitiram expor o modo como trabalham e, com isso, tiveram a oportunidade de refletir a respeito de conteúdos matemáticos e de como ensinar tais conteúdos.

1. P-Alice: *Eu acho que principalmente para os pequenos quanto mais você explica, mais você detalha, é pior ainda.*
2. P-Loreni: *Em que sentido?*
3. P-Alice: *Tem que deixá-los amadurecerem mais, daí eles vão conseguir entender. Porque quando são pequenos, quanto mais detalhe mais formas diferentes (são apresentadas) parece que eles mais confundem.*
4. P-Rose: *Uma questão que uma aluna levantou semana passada (foi que), numa função, para achar o zero da função tinha que resolver uma equação. Quando a gente tá trabalhando com a sexta série, eu pelo menos, se eu tenho $-2x = 8$, ele (x) é negativo, então a gente não multiplica por -1 ? Pelo menos na época que eu aprendi era assim. Lá na sexta série, como você fala que, quando passa para o outro lado passa fazendo a operação inversa, então automaticamente o -2 que vai passar dividindo. Ele (aluno) já quer passar $+2$. Aí um professor disse: “já que vocês estão mais maduros, no Ensino Médio, o que tá multiplicando passa dividindo”. Uma aluna perguntou: “escuta por que vocês ensinam de duas maneiras diferentes? Por que vocês já não ensinam do jeito correto?” Aí respondi que uma criança da sexta série é diferente para aprender e que eu aprendi assim (refere-se a multiplicar por -1) e passo assim para os meus alunos.*
5. P-Loreni: *Olha, para mim, a partir do momento que o aluno construiu conceito da equação, a gente já pode ensinar a resolver utilizando as propriedades das operações aritméticas [...].*
6. P-Rose: *Você acredita que na sexta série não dá problema, ensinar assim?*
7. P-Loreni: *Eu acredito que não.*
8. P-Rose: *É o jeito que a gente fala que vai criando esses problemas.*
9. P-Loreni: *O que os demais acham?*
10. P-Rosa: *A minha filha está no sétimo ano, está passando por esta situação aí. Tinha uma equação que era assim: $\frac{x}{2} + 8 = 10$, por exemplo, ela disse: “mãe o que eu faço tiro o mínimo?” Eu disse: “não!”. Eu expliquei que o 8 ia passar menos que é o inverso do adição e que o 2 ia passar multiplicando porque é o inverso da divisão. Para que judiar tirando mínimo?*
11. P-Loreni: *Acho interessante trabalhar com frações equivalentes.*
12. P-Jorge: *É legal, porque eles vão entender o que significa o processo.*
13. P-Rosa: *Fração é um trauma que eles carregam para o resto da vida. Eles nem tentam.*
14. P-Rose: *Tem simplificação, tem transformação em decimal...*

15. P-Rosa: *Eu perdi a paciência no 2º ano do ensino médio outro dia. [...] Se resolve e dá, por exemplo, $x - \frac{5}{3}$ eles (alunos) dizem: “professora deu número quebrado”. Gente, existe qualquer coisa quebrada, mas número não! É decimal. Gritei tanto, saí rouca, porque eles têm que falar número quebrado?*
16. P-Loreni: *Mas onde será que eles ouviram falar isso, número quebrado? Quem será que eles ouviram falar isso? (muitos risos).*
17. P-Alice: *É que gente pensa sempre que vai facilitar para o aluno entender, aí você acaba falando conceitos errados... (muitos risos).*
- (7º encontro, 30/08/2012).

Infere-se que esta conversa gerou reflexões relacionadas ao discurso presente na prática do professor de matemática, que muitas vezes não percebe que certas transposições podem gerar dificuldades para a aprendizagem. De acordo com Wenger (1998), em uma Comunidade de Prática, esse tipo de diálogo possibilita aprender com a troca de experiência.

Nos diários concernentes às resoluções das tarefas 8 e 9, constatou-se que a os professores refletiram acerca de suas práticas pedagógicas e os futuros professores refletiram a respeito do ensino da matemática.

Essa aula trouxe muitos questionamentos. Seria interessante se conseguíssemos com que os alunos comessem a participar, sem receio de errar, apenas com o intuito de aprender (FP-Jorge diário do 12º encontro, 23/08/12).

Entre os grupos houve várias formas de expressar a mesma situação, vários caminhos que levam ao mesmo lugar. Nestas horas sempre me questiono: Será que compreendemos isso em nossas salas de aula? [...] O que gostei também foi da discussão sobre como nós, professores, acabamos tirando a formalidade da Matemática, na esperança de fazermos nossos alunos entenderem melhor alguns conteúdos (P-Rosa, diário do 12º encontro, 23/08/12).

Penso que deveríamos proporcionar aos alunos mais atividades que dê, condições para que eles participem da construção do conhecimento (P-Maura, diário do 12º encontro, 23/08/12).

Observa-se, nas palavras sublinhas, que as discussões do grupo fizeram com que a P-Rosa repensasse sua prática de sala de aula, dando indícios de que a exploração de tarefas, a busca por compreender as ideias matemáticas dos alunos e diferentes procedimentos utilizados por eles não são tão comuns em suas aulas. A P-Marta reconhece a importância da tarefa para a construção do conhecimento.

As reflexões, no decorrer dos encontros, permitiram que os membros descobrissem problemas comuns que enfrentavam em suas práticas. De acordo Wenger, McDermott e Snyder (2002), em uma Comunidade de Prática, a descoberta de problemas comuns proporciona aprender uns com os outros e pode gerar energia para desenvolver uma prática compartilhada.

No caminhar da CoP-FoPMat, observou-se que a interação desenvolvida na dinâmica de pequenos grupos formados por professores e futuros professores se fortaleceu e sua importância foi reconhecida pelos membros, como revelam os fragmentos de diários a seguir.

Neste encontro foi muito interessante estarmos junto aos professores, podendo discutir a tarefa e ver que cada um pode interpretar e resolver o exercício do seu jeito e podendo um ajudar o outro (FP-Andrea, diário do 7º encontro, 21/06/12).

Neste encontro interagi mais com os professores, expondo nossas ideias e trocando experiências de sala de aula com eles (FP-Andrea, diário do 8º encontro, 28/06/12).

[...] estudando junto com as professoras, vejo que estou crescendo muito a cada encontro acho que não só eu, mas todos (FP-Andrea, diário do 13º encontro, 30/08/12).

[...] Nesses encontros tenho aprendido muito com os estudantes, pois o conhecimento deles com o GeoGebra é mais avançados que o nosso (P-Alice, Diário do 18º encontro, 25/10/12).

Estou contente por que estou interagindo cada vez com as professoras e demais colegas do grupo de estudo. [...] a interação é importante pela troca de experiências. Sou um acadêmico ainda e não tenho contato com uma sala de aula como professor. Até hoje frequentei as aulas apenas como aluno, e ver como as professoras utilizam diferentes formas de mostrar um conteúdo aos seus alunos acho muito interessante, pois daqui a uns anos pretendo estar lecionando também, e isso nos ajudará muito (FP-Omar, Diário do 8º encontro, 28/06/12).

[...] é muito bacana a interação entre nós e as professoras do Estado, porque com essa interação podemos imaginar como as salas de aula estão hoje em dia, de que maneira pode ser possível trabalhar um ou outro conteúdo (FP-Jorge, Diário do 18º encontro, 25/10/12).

Os trechos destacados nas declarações de FP-Andrea, P-Alice, FP-Omar e FP-Jorge evidenciam a confiança que os membros desenvolveram para aprender juntos e o respeito uns com os outros como profissionais, ao exporem questões que refletem suas experiências didático-pedagógicas.

Considerando as discussões e o engajamento do grupo no estudo de funções, a formadora propôs a leitura do texto “Uma experiência sobre o ensino e a aprendizagem de Funções” (Cândido, 2000), do qual foram retiradas as tarefas 8 e 9. O texto foi disponibilizado no fórum. Uma breve discussão do texto foi realizada no 12º encontro, encaminhada mediante questionamentos da formadora e comentários dos participantes. Esse texto auxiliou a refletir sobre outras questões relacionadas a funções.

Outras tarefas de funções foram trabalhadas: as tarefas 10 e 14 (anexo A) propostas pela formadora, as tarefas 11 e 12 por FP-Jorge e a 13 por P-Aline (anexo B). As tarefas 10, 11, 12, 13 foram realizadas seguindo a dinâmica das anteriores: resolução em pequenos grupos – na folha de tarefa, seguida de apresentação e discussão no grande grupo (plenária) e depois uso do GeoGebra. A tarefa 14 realizou-se no GeoGebra.

Na CoP-FoPMat, a resolução das tarefas ou discussões foram retomadas sempre que o grupo julgava conveniente. Por exemplo, após a apresentação das alternativas julgadas corretas das tarefas 11 e 12, o grupo interrompeu as discussões e retomou a tarefa 9⁵⁷ em decorrência da construção de uma figura dinâmica postada no fórum pela FP-Karen. O grupo solicitou a FP-Karen que apresentasse e explicasse os procedimentos utilizados na construção. No entanto, ao construir a figura, alguns membros constataram que, do modo como foi realizada, ao usar o “Mover”, não correspondia à tarefa, não mantinha as propriedades.

Apesar do erro constatado, a construção propiciou discussões das potencialidades do GeoGebra e todos se empenharam em realizá-la. Para isso, a formadora explicou-lhes cada passo e solicitou ao FP-Jorge e a FP-Karen que auxiliassem alguns professores que enfrentavam dificuldades para utilizar as ferramentas. Essa atitude foi reconhecida como positiva, conforme declarações a seguir.

Também acredito que o fato de o FP-Jorge e a FP-Karen ficarem prestando certos "socorros" foi bem bacana. Não que não ache que não podemos nos ajudar mutuamente, mas às vezes, quando você está no meio do raciocínio ou dos procedimentos e alguém te pede explicações lá de trás, acaba desconcentrando. Como os dois já tinham realizado a construção ficou bem bacana essa disposição no encontro (P-Rosa, Diário do 10º encontro, 09/08/12).

Nesse encontro, estive mais próximo das professoras, ajudando elas em relação ao software. [...] Observei também que algumas das professoras não possuem familiaridade com os computadores, às vezes alguns comandos simples, no entanto estamos lá para aprender uns com os outros e, nesse ponto, acredito que conseguimos realizar uma “troca de experiências” entre os ‘futuros professores’ e aqueles que já possuem experiência na área. Consegui perceber algumas nuances dos conteúdos e de suas experiências em sala de aula. Essa interação é interessante por causa da troca (de experiência) entre os professores e os futuros professores (FP-Jorge, Diário do 10º encontro, 09/08/12).

A ajuda mútua entre professores e futuros professores ocorria com frequência na CoP-FopMat, ação que, segundo Wenger (1998), propicia troca de experiência e aprender uns com os outros, aspectos evidenciados nos trechos sublimados no diário do FP-Jorge.

Como já destacados anteriormente as tarefas, 8 e 9 proporcionaram diversas reflexões, entre elas, potencialidades do software devido ao uso das ferramentas “Controle Deslizante⁵⁸”, “Rastro” e “Animação” que deram novos rumos às construções. Explorar as potencialidades do software GeoGebra para obter construções dinâmicas fez com que os

⁵⁷ Resultados das discussões que envolveram a tarefa 9 foram publicados em forma de Relato de Experiência: BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. de C. T. Formação de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática ao Utilizar o Software GeoGebra. *Actas...* La Conferencia Latinoamericana de GeoGebra. Montevideo, 8 a 10 de novembro de 2012.

⁵⁸ Neste trabalho utiliza-se Seletor e *Controle Deslizante* com o mesmo significado, devido às diferentes versões do GeoGebra.

membros reconhecessem o potencial do *software* para percepção de regularidades.

1. P-Loreni: *Mesmo que a gente aprenda bem o GeoGebra, fique craque, será que vai ser o suficiente para a gente dar aula utilizando ele?*
2. P-Rosa: *Na minha opinião não... Eu me entusiasmo muito. Aquele exercício que Jorge fez, eu resolvi com dois minutos no GeoGebra, mas e com meu aluno como ia ser?*
3. P-Loreni: *No GeoGebra nós temos algumas ferramentas que podemos utilizá-las para resolver. [...] o GeoGebra auxilia o visual, mas e a questão matemática, como é que fica? Como o visual auxilia...?*
4. P-Clara: *Por que o GeoGebra é para ver, perceber regularidades.*
5. P-Rosa: *Explorar propriedades.*
- [...]
6. P-Loreni: *Por exemplo, quando usamos o seletor, o que significa o limite inferior e o superior? O que eles representam da função?*
7. P-Jorge: *A medida do x , cada um depende de uma variável.*
8. P-Loreni: *Mas o que significa em relação à função?*
9. P-Elisa: *O Domínio.*
10. P-Jorge: *O Domínio.*

(10º encontro, 09/08/2012).

As tarefas 8 e 9 foram um “marco” na história da CoP-FoPMat, porque, a partir delas, a interação e a formação de pequenos grupos ocorreram em todos os encontros, fator que encorajou ação voluntária em compartilhar ideias, em partilhar repertórios, expor ignorância, aspectos considerados por Wenger (1998) essenciais para a aprendizagem.

Com a conclusão da construção referente à tarefa 9, como faltavam poucos minutos para o final do encontro, iniciou-se um diálogo para estabelecer o conteúdo a ser abordado nos próximos encontros, uma vez que já haviam manifestado o interesse em mudar de tema, motivo pelo qual não foram discutidas as tarefas 15 e 16 de funções.

1. P-Loreni: *Como alguns trabalham no Ensino Médio, outros no Fundamental e outros ainda nem trabalham, só estudam [...] gostaria que vocês pensassem para os próximos encontros o que poderíamos abordar. Qual conteúdo que vamos estudar.*
2. P-Alice: *E no Ensino Fundamental?*
3. P-Clara: *Você vai continuar só na função?*
4. P-Loreni: *Não, no primeiro dia, algumas pessoas que estavam na reunião propuseram trabalhar com funções. Mas nós vamos trabalhar aquilo em que o grupo tiver um grande interesse, independente se é Fundamental ou Médio.*
5. P-Clara: *Eu gostaria que tivesse atividade, coisa legal, assim, para o Ensino Fundamental.*
6. P-Loreni: *O que vocês querem?*
7. P-Clara: *A parte geométrica.*
8. P-Loreni: *O quê? Por exemplo, o Teorema de Pitágoras?*
9. P-Alice: *Legal*
10. P-Loreni: *Porque aí contempla o Ensino Fundamental e o Médio.*
11. P-Rosa: *[...] Em um dos nossos encontros colocou (os professores) até questões das nossas falhas, da nossa formação acadêmica a respeito da Geometria. [...] Por que a gente não faz umas aulas de geometria? Assim que a gente terminar isso aqui (funções)...*
12. P-Loreni: *Não trabalhamos, então, mais as funções?*

13. P-Rosa: *Porque quando você pega função afim, ou função quadrática e aprende a dar entrada nela ali (no campo de entrada do GeoGebra), o resto de função a gente sabe.*
14. P-Alice: *E outra, se você preparar os alunos, os pequenos, do sexto ao nono ano, a usar o GeoGebra, aí fica mais fácil.*
- [...]
15. P-Clara: *Eu acho que poderia ficar na geometria plana: no Teorema de Pitágoras, Semelhança, Teorema de Tales.*
16. P-Rosa: *A trigonometria no triângulo retângulo. De onde é que sai o seno o cosseno.*
17. P-Clara: *A Semelhança (de triângulos) é uma coisa difícil do aluno ver.*
18. P-Loreni: *Outra coisa que eu gostaria é que vocês falassem da dinâmica do grupo. O que vocês acham que pode mudar?*
19. P-Jorge: *Uma coisa que é bacana é quem faz a construção conseguir pôr no passo a passo e postar no fórum. Porque na hora a gente (pode) perder um ou outro detalhe*
20. P-Alice: *Quem é “expert” em passo a passo é a Rosa. Veja as anotações dela (risos).*
(10º encontro, 09/08/12).

Os comentários destacados revelam uma negociação em busca de definir ações da comunidade, diferentemente do que ocorre nos curso de formato vertical. Observa-se nas falas 2, 5 e 14 interesse dos professores em estudar conteúdos do Ensino Fundamental e nos itens 7, 11 e 15 o interesse pela geometria.

No 11º encontro, o grupo retomou as tarefas 11 e 12 e a formadora provocou a busca por uma resolução que utilizasse algum algoritmo matemático e uma estratégia para construção no GeoGebra. Na tarefa 12, o procedimento envolveu o Teorema de Pitágoras e alguns membros se mostraram frustrados por não terem conseguido resolvê-la, como relata a P-Rosa.

P-Rosa: De tudo, tudo... no PDE, o que eu mais gostei eram esses momentos de estudar matemática junto com quem gosta de matemática. [...] A coisa tá tão no básico, tão no básico ... que se você não tem um momento como esse aqui, por exemplo, para resolver problema, quando você iria parar, sozinho ainda mais, para resolver um problema desse (11º encontro, 16/08/2012).

A declaração da P-Rosa deixa rastro de que contar com o apoio do outro para a aprendizagem é fundamental e ressalta a importância de espaços propícios, ou seja, de comunidades que apoiam a formação continuada.

Diante do envolvimento dos membros da CoP-FoPMat com a tarefa 12 e do interesse manifestado em trabalhar com o Teorema de Pitágoras, a formadora propôs a tarefa 17, realizada também na dinâmica de pequenos grupos, apresentação, discussões/plenárias, construção de figuras no GeoGebra e generalizações. Essa tarefa e outras questões que se desencadearam possibilitaram investigar diferentes generalizações para Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra, que serão discutidas na próxima seção.

Com a realização da tarefa 17, notou-se que mais uma vez o grupo foi energizado pelo empreendimento de resolver tarefa utilizando o GeoGebra, o que proporcionou um trabalho conjunto, como se pode observar no relato a seguir.

O Teorema de Pitágoras renovou o interesse da maioria dos integrantes do grupo. Por ser bastante presente nas aulas da maioria dos professores, o Teorema de Pitágoras suscitou muitas conjecturas entre nós. Isso porque a forma como foi abordado contribuiu para que tivéssemos uma visão diferente de suas aplicações e consequências. [...] O Teorema de Pitágoras conseguiu integrar o grupo e proporcionar trabalho conjunto entre acadêmicos e professores (P-Rosa, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Nos encontros seguintes, os membros da CoP-FoPMat passaram a testar no GeoGebra suas conjecturas, realizando diferentes investigações. Com isso, foi combinado que cada grupo deveria apresentar e explicar os processos utilizados na construção da figura, socializar ferramentas e constatações no grande grupo. Nessas apresentações, os participantes levantavam questões, sugeriam, construíaam figuras e generalizavam.

Para fomentar maiores reflexões, a formadora socializou o texto “O Teorema de Pitágoras e sua Generalização” (KALEFF, REI, GARCIA, 1999), enquanto a P-Alice socializou no fórum o vídeo “O Barato de Pitágoras”. Ambos inspiraram ainda mais os membros da CoP-FoPMat a buscar generalizações do Teorema de Pitágoras.

No 17º encontro, a formadora, para sondar as generalizações sobre o Teorema de Pitágoras, solicitou que os pequenos grupos as escrevessem a partir das discussões realizadas. Esse fato gerou certo desconforto, principalmente para alguns professores que comentaram sobre a falta de experiência em elaborar um texto. Posteriormente, a formadora analisou os textos, lançou questionamentos e os devolveu aos grupos para que repensassem, recolhendo-os novamente. Esses textos serão discutidos na próxima seção.

A cada encontro, a CoP-FoPMat foi descobrindo novas possibilidades de trabalhar com o Teorema de Pitágoras. Com isso, desencadeou a “ideia” de preparar tarefa ou plano de aula sobre este teorema para diferentes séries. A efetivação dessa ideia permitiu reflexões a respeito das dificuldades de preparar uma aula usando tecnologias digitais.

Os grupos formados foram organizados de acordo com o interesse pelo Ensino Fundamental ou Médio, pois o objetivo era “pensar” em como abordar o Teorema de Pitágoras nas diferentes séries, quais conteúdos matemáticos articular e quais ferramentas do GeoGebra utilizar. Dessa forma, gerou o empreendimento de **elaborar tarefa ou plano de aula de conteúdo matemático para a utilização do software GeoGebra.**

Conforme os grupos terminavam de elaborar a tarefa ou o plano, realizavam as

apresentações e as construções para o grande grupo. Todos os membros puderam analisar e dar contribuições para que o grupo avançasse na realização da tarefa e, de certa forma, estas foram validadas pelos membros da CoP-FoPMat.

Em 2013, quando a CoP-FoPMat retomou seus encontros, ocorreu a entrada de alguns “novatos”, para os quais foi apresentada a proposta de trabalho desenvolvida na comunidade. Nesse encontro, com um diálogo informal, foram retomadas algumas ações desenvolvidas em 2012. Esse diálogo culminou no apontamento das dificuldades que enfrentam para o desenvolvimento de aulas no laboratório de informática, como indisciplina de alunos, problemas técnicos, e de sugestões como a do FP-Hugo, um dos novatos, que sugeriu ações como a do uso do projetor ao invés do laboratório. Com isso, alguns membros compartilharam histórias de problemas enfrentados ao utilizar tecnologias.

A P-Rosa comentou a aula que tinha realizado no laboratório de informática sobre a qual havia enviado um *e-mail* à formadora relatando sua frustração.

Oi Loreni, bom dia!!!!

Para ter uma ideia, levei o oitavo ano para estudar as retas: segmento, semi e reta. Quantas passam num único ponto e por dois pontos. Foi uma tristeza. Das 20, só 12 máquinas funcionaram, precariamente. Não tem ninguém para ficar com a gente no laboratório, etc. 35 alunos dentro desta sala, foi bem desgastante. Estou pensando em como fazer para levá-los novamente. Não desisti, mas desanima um pouco.

(P-Rosa, e-mail 08/04/2013).

Nesse encontro, a P-Rosa comentou também que achava interessante propor desafios (tarefas) para a construção de figuras e depois explorar as ideias matemáticas envolvidas na construção.

P-Rosa: Eu tenho interesse em trabalhar com o nono, porque agora nós vamos estudar ângulos, ângulos complementares [...]. Eu tenho muito interesse nisso. Por exemplo, descobrir uma tarefa que vai cair nisso.

(22º encontro, 04/05/13).

Diante da exposição de angústias e expectativas, a formadora encaminhou as ações da CoP-FoPMat para os próximos encontros, propondo a continuidade do empreendimento de elaborar tarefa e/ou plano de aula para a utilização do *software* GeoGebra, visto que, além dos problemas técnicos, tarefas adequadas para o uso de tecnologias também se constituem em dificuldades e desafios para o professor de matemática. O grupo aceitou e investiu na ideia.

Nos próximos encontros, além da preparação de tarefas, as discussões do Teorema de Pitágoras foram retomadas diante das 10 figuras que P-Jorge havia postado no fórum e que permitiram generalizar o teorema. No 23º encontro, conforme solicitação dos membros, as

figuras foram apresentadas e discutidas. Isso fez os membros da CoP-FoPMat terem um novo olhar para o Teorema de Pitágoras a partir de semelhança de figuras.

Os empreendimentos desenvolvidos na CoP-FoPMat propiciaram responsabilidade mútua, que ajudou a manter a comunidade. Todos se engajaram em auxiliar membros que enfrentavam dificuldades, tanto em relação às ferramentas e construções do GeoGebra como em outras, e ainda justificavam suas faltas, compartilhavam informações e se preocupavam de modo geral com o bem-estar de todos, colaborando, dessa forma, no cultivo da comunidade de prática.

Na trajetória da CoP-FoPMat, identificaram-se os empreendimentos elencados no Quadro 18.

Quadro 18 – Empreendimentos identificados na CoP-FoPMat

- Resolver tarefas utilizando o *software* GeoGebra.
- Apresentar, analisar e discutir a resolução dessas tarefas.
- Elaborar tarefas ou planos de aula de conteúdo matemático para a utilização do *software* GeoGebra.

Fonte: Autora

Considera-se que a troca de experiência, o diário, o fórum, o *e-mail*, ferramentas do GeoGebra como o “Controle Deslizante”, a formação de grupos, o modo de realizar tarefas se caracterizaram como repertórios compartilhados, que segundo Wenger (1998), incluem rotinas, palavras, ferramentas, formas de fazer as coisas. Esses repertórios colaboraram para o engajamento dos membros da CoP-FoPMat no desenvolvimento dos empreendimentos.

Como já exposto nos capítulos 3 e 4, os membros escreveram um diário no ambiente virtual para cada encontro. Para alguns, esse diário foi motivo de dúvidas e desconforto. As dúvidas desencadeadas pelas reflexões e a dificuldade em se expor no ambiente virtual foram minimizadas à medida que discussões foram promovidas e que laços de confiança e respeito profissional foram estabelecidos, diminuindo o desconforto gerado pela exposição. Os diários permitiram reflexões, como as já apontadas neste texto, e também serviram para orientar algumas ações do grupo. Além disso, no ambiente virtual, participavam do fórum que colaborou com a interação e as discussões do grupo, com a socialização de aprendizagens, tarefas, textos, opiniões, fotos, figuras e vídeos.

Desde as primeiras tarefas, os participantes fizeram uso de registro escrito, além do GeoGebra, (Figura 8) para explicitar suas estratégias/procedimentos.

Figura 8 – Registro da resolução da tarefa 3 produzido por Alice

Observando:

- $A \rightarrow \overline{MN} \perp \overline{AB}$ não mudam
- $C \rightarrow \overline{MN} \perp \overline{BC}$ mudam
- $B \rightarrow \overline{MN} \perp \overline{BC}$ mudam e $BC = 2MN$

$\hat{M} \equiv \hat{B} \rightarrow$ ângulos correspondentes

$\hat{N} \equiv \hat{C}$

$\hat{A} \equiv \hat{A} \rightarrow$ comum aos 2 triângulos

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MN}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\frac{AB}{2}}{MN}$$

$$AB \cdot MN = BC \cdot \frac{AB}{2}$$

$$MN = \frac{BC}{2}$$

Talvez

lado $BC \parallel MN \rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle AMN$

lado ABC um triângulo qualquer e $\rightarrow MN$ segmento que une os pts médios de AB e AC , tem-se que $MN = \frac{BC}{2}$.

Fonte: Folha de tarefa (grifo nosso).

O registro algébrico da P-Alice apresenta regularidades observadas quando da utilização do *software* e sistematização de conteúdos reificados. Isso sinaliza que o registro escrito é também relevante quando se utilizam tecnologias digitais e se almejam reflexões, organização de ideias, sistematização, corroborando a crença da formadora de que os registros são necessários em uma aula em que se utilizam as TDIC.

Alguns membros da CoP-FoPMat realizaram experiências utilizando o GeoGebra na prática docente, como a relatada pela P-Rosa via *e-mail*. A FP-Karen aplicou a tarefa do Teorema de Pitágoras elaborada no grupo (aula observada pela pesquisadora). O FP-Hugo aplicou as tarefas elaboradas em uma turma de 6º ano da qual a P-Isabela, que formava grupo com ele, era professora regente. O FP-Jorge, que participa de um projeto da licenciatura, ministrou curso de GeoGebra para professores da Educação Básica.

No 25º encontro, o grupo decidiu entrar em recesso. No entanto, em agosto/2013, via *e-mail*, foi decidido não se reunir mais neste ano, devido a dificuldades em assumir este compromisso aos sábados, mas com a promessa de retomar em 2014.

Com o objetivo de analisar aprendizagens e conhecimentos do *TPACK* mobilizados/constituídos pelos participantes da CoP-FoPMat, foram selecionados episódios de dois empreendimentos, nomeadamente **resolver tarefas utilizando o software GeoGebra e apresentar, analisar e discutir a resolução dessas tarefas**. Esses empreendimentos foram escolhidos porque estiveram presentes em vários momentos dos encontros, geraram engajamento mútuo, permitiram que os participantes compartilhassem repertórios e negociem significados, e também, possibilitaram o desenvolvimento coletivo da prática da CoP-FoPMat, o que será discutido na próxima seção.

5.2 A TAREFA 17: APRENDIZAGENS E CONHECIMENTOS DO TPACK

Nesta seção serão apresentadas aprendizagens e conhecimentos constituintes do *TPACK*, mobilizados/constituídos pelos professores e futuros professores no desenvolvimento da Tarefa 17 (Quadro 19).

Quadro 19 – Tarefa 17

“Os babilônios dos tempos de Hamurabi (c. 1700 a.C.) provavelmente já sabiam que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos. Entretanto, acredita-se que a primeira demonstração geral desse fato foi dada por Pitágoras de Samos (c. 585 – c. 500 a.C.) ou um de seus discípulos. Por essa razão, o teorema ficou universalmente conhecido como Teorema de Pitágoras.” (SILVA, C.M.S. e LORENZONI, C.A.C.A. O velho conhecido Teorema de Pitágoras e suas demonstrações. *História & Educação Matemática*. São Paulo, v. 2, n. 2, p. 112, 2002.)

A história da matemática, assim como o estudo de diferentes demonstrações, são recursos importantes para o trabalho com o Teorema de Pitágoras em sala de aula. Esses recursos permitem evidenciar a matemática como uma construção humana, bem como articular diferentes conteúdos que compõem o currículo de Matemática. Com base nos conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras e nas propostas pedagógicas atuais para o Ensino Fundamental e Ensino Médio, considere as afirmativas a seguir.

- I. As palavras sublinhadas no enunciado: “o **quadrado** sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos” justificam o fato de podermos construir somente **quadrados** sobre os lados de um triângulo retângulo para demonstração do teorema.
- II. O Teorema de Pitágoras deve ser trabalhado em sala de aula, necessariamente, após a compreensão, pelos alunos, do conceito de semelhança de triângulos.
- III. É possível constatar o Teorema de Pitágoras comparando as áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, ou seja, em um triângulo retângulo, a área do semicírculo construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos semicírculos construídos sobre os catetos.
- IV. O Teorema de Pitágoras pode ser verificado comparando-se as áreas de quaisquer polígonos regulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Estão corretas apenas as afirmativas:

- a) I e II. b) II e III. c) III e IV. d) I, II e IV. e) I, III e IV.

Fonte: Prova do PDE/2006 - Secretaria de Estado da Educação.

A Tarefa 17 foi proposta pela formadora por considerar suas características exploratório-investigativas. A expectativa inicial foi a de viabilizar a percepção de regularidades, o estabelecimento de conjecturas, a investigação de diferentes generalizações para Teorema de Pitágoras e a utilização/aprendizagem do GeoGebra.

Durante a resolução e as discussões da Tarefa 17, o grupo teve um grande engajamento, com isso, se entusiasmaram e se envolveram em investigações trabalhando nas afirmativas presentes nos itens da tarefa e em questões decorrentes delas, durante sete encontros em 2012. Desses encontros, quatro foram dedicados à resolução da tarefa na folha, discussão das afirmativas, construção de figuras no GeoGebra relacionadas às afirmativas e

investigações, utilizando o GeoGebra, de outras questões que decorreram da tarefa; um, às generalizações escritas; e dois, à elaboração de tarefas ou plano de aula e apresentação destes para o grande grupo. Cabe ressaltar que discussões referentes ao Teorema de Pitágoras também ocorreram em vários momentos dos encontros realizados no ano de 2013.

A participação ativa dos membros da CoP-FoPMat nas discussões ocorridas durante a resolução e a apresentação da Tarefa 17, pelos pequenos grupos, aliadas às “descobertas” de outras possibilidades de generalização para o Teorema de Pitágoras influenciaram no tempo empreendido e na tomada das decisões coletivas de continuar investigando sobre o Teorema de Pitágoras.

Para descrever e analisar as aprendizagens e os conhecimentos constituintes do *TPACK*, mobilizados/constituídos pelos professores e futuros professores nesse processo, esta seção está organizada em duas partes. A primeira parte é constituída pela análise de alguns episódios identificados no decorrer da resolução e discussão da Tarefa 17 e da construção de figuras desencadeadas pelas suas afirmativas. Na segunda parte, apresenta-se a análise de episódios que envolveram investigações desencadeadas por essa tarefa utilizando o *software* GeoGebra. Esses episódios foram selecionados porque contêm processos de negociação de significados que nos permitem identificar as aprendizagens e os conhecimentos do *TPACK*, mobilizados/constituídos.

5.2.1 Tarefa 17 – resoluções, apresentação e discussão das resoluções e construção de figuras no GeoGebra

A formadora solicitou aos membros da CoP-FoPMat que formassem grupos e que resolvessem a Tarefa 17 na própria folha, pois visava sondar como os participantes reagiriam às afirmações presentes nas afirmativas da tarefa, para depois utilizar o GeoGebra. A resolução sem o uso do *software* permitiu observar como eles lidaram com os conhecimentos⁵⁹ matemáticos envolvidos na tarefa.

Para a indicação da alternativa correta, os pequenos grupos iniciaram o trabalho fazendo uma leitura completa da tarefa e, em seguida, se envolveram em processos de investigação das afirmativas que desencadearam negociações de significados relativas ao Teorema de Pitágoras, como mostra o episódio a seguir.

⁵⁹ O Teorema de Pitágoras é indicado como conteúdo do Ensino Fundamental e utilizado no trabalho com conteúdos do Ensino Médio (PARANÁ, 2008).

1. P-Alice: *A quatro é verdadeira.*
 2. FP-Carol: *A primeira é verdade. Não é verdade?*
 3. P-Aline: *Somente quadrados!? Não, então não.*
 4. P-Maura: *Por quê?*
 5. P-Aline: *Se a quatro for verdadeira a primeira não pode ser. Porque é (está escrito) somente quadrados.*
 6. P-Alice: *Semicírculo (referindo-se a afirmativa III)? Por que semicírculo? (Pausa). Vamos construir o semicírculo no rascunho sobre os lados do triângulo. Se são semicírculos, isso (lado do triângulo) vai ser o diâmetro?*
 7. P-Maura: *É.*
 8. P-Alice: *A área (do semicírculo) vai ser πr^2 dividido ao meio. Se aqui é 3 (medida do lado), vai ser $2,25\pi$. No lado 4 vai ser 4π . Agora esse aqui, 2,5 ao quadrado é igual a $6,25\pi$.*
- [...]
- Após calcular a medida das áreas dos círculos, dividiram por dois para obter as medidas das áreas dos semicírculos.
9. P-Aline: *Agora soma esse com esse (somam a medida das áreas dos semicírculos referente aos catetos).*
 10. P-Alice: *É. Vai dar sim. Deu (risos). Que legal. (Comparam a soma obtida com a medida da área do semicírculo referente à hipotenusa).*
 11. FP-Carol: *E essa quatro (afirmativa IV)? Como que você já viu? Comparando a área de quaisquer polígonos regulares?*
 12. P-Alice: *Foi no PDE. Pode ser qualquer figura. Desde que seja regular. Não precisa ser só quadrado.*
 13. FP-Carol: *Desde que seja regular?*
 14. P-Alice: *Sim. Dá certinho.*
 15. FP-Carol: *Então quer dizer não precisa ser só quadrado, pode ser qualquer polígono regular!? Então por isso que a número 1 (afirmativa I) não vai ser verdade, porque diz somente quadrado.*
 16. P-Alice: *É isso mesmo, porque usou somente quadrado.*
 17. FP-Carol: *E esse dois (afirmativa II), também não?*
 18. P-Alice: *Não, não tem necessidade. Só a 3 e 4.*

(13º encontro, 30/08/2012).

A interação entre P-Alice, P-Aline, P-Maura e FP-Carol na busca pela alternativa correta da Tarefa 17 revela que mobilizaram conhecimentos a respeito da identificação do raio a partir do diâmetro, do cálculo da área do círculo e da área do semicírculo. Revela também que constituíram o conhecimento de que o Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando as áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo. Esses conhecimentos são evidenciados, por exemplo, quando P-Alice (6, 8, 10) demonstra não conhecer essa forma de verificar esse teorema e busca, junto com as demais, a verificação a partir de suas experiências, surpreendendo-se com a relação encontrada. A constituição do conhecimento também é demonstrada na projeção de P-Alice (1 e 12) de que é possível constatar o teorema comparando área de polígonos regulares diante dos questionamentos da FP-Carol (11, 13 e 15) (Conhecimento do Conteúdo).

No decorrer da interação, a FP-Carol (2 e 15), a P-Aline (3 e 5) e a P-Alice (16) também manifestaram conhecimento de que é possível constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo (Conhecimento do Conteúdo).

Os questionamentos feitos pela FP-Carol (15) dão indício de uma participação periférica que é legitimada pelo grupo visto que P-Alice e P-Aline respondem a esses questionamentos. FP-Carol demonstrou confiança nas outras participantes ao expor suas dúvidas, fazendo questionamentos e aceitando as respostas obtidas. Ela demonstrou ter menos experiência com relação ao Teorema de Pitágoras e o seu envolvimento na discussão foi por meio de questionamentos. Observa-se nesse episódio um processo que combina fazer, conversar, pensar, evidenciando diferentes tipos de participação dos membros da CoP (WENGER, 1998). O interesse demonstrado pela FP-Carol sinaliza uma trajetória de entrada na comunidade com a perspectiva de alcançar uma participação plena (WENGER, 1998). A atitude de FP-Carol de ouvir e questionar as professoras P-Aline e P-Alice, mais experientes, legitimou a participação plena destas na resolução e na discussão dos conceitos envolvidos na Tarefa 17.

As reificações referentes ao Teorema de Pitágoras foram evidenciadas nos registros realizados nos diários, na folha de tarefa e nas figuras construídas no software GeoGebra (Quadro 20), uma vez que, após a resolução da Tarefa 17 na folha e a discussão coletiva, os grupos iniciaram o trabalho com o GeoGebra construindo figuras, inspirados nas afirmativas da tarefa.

A P-Aline, que havia se envolvido em uma generalização numérica para o cálculo da área do semicírculo, durante as apresentações e discussões da resolução da Tarefa 17 no grande grupo, apresenta uma generalização algébrica (Quadro 20) envolvendo a comparação de áreas de semicírculos e de triângulos equiláteros. Ao explicar ao grande grupo, relatou que usaria a mesma ideia para outros polígonos regulares, deixando rastros de mobilização/constituição de conhecimento concernente a generalizar algebricamente esse teorema, por meio de comparação de áreas e a passagem do particular para o geral no processo de sistematização (Conhecimento do Conteúdo).

Quadro 20 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras

O grupo discutiu e concluiu que podemos construir sobre os lados de um triângulo retângulo quaisquer polígonos regulares, esta definição foi confirmada no GeoGebra, comparando a soma das áreas dos polígonos dos catetos com a área do polígono sobre a hipotenusa (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/08/12)

No 3º item fizemos os cálculos utilizando as medidas 3, 4 e 5 (lado 3 = $2,25\pi/2$, lado 4 = $4\pi/2$ e lado 5 = $6,25\pi/2$). Depois fizemos no GeoGebra utilizando o semicírculo, (descobrimos que, para encontrarmos a área do semicírculo, temos que fazer o setor circular). Utilizamos o pentágono regular, fizemos um triângulo retângulo fixo com retas e retas perpendiculares e depois utilizamos a ferramenta polígono regular para fazermos os pentágonos, e no teste ele permaneceu fixo (P-Alice, diário do 13º encontro, 30/08/12).

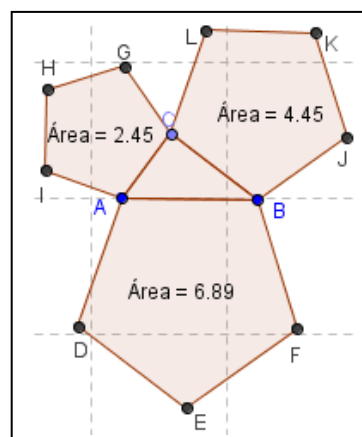


Figura (1) realizada pelo grupo e enviada pela P-Alice

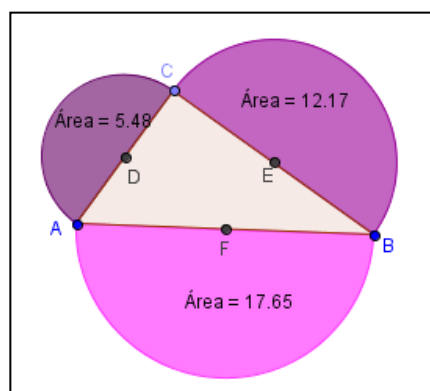


Figura (2) enviada pela P-Aline

Folha de Tarefa da P-Aline

Fonte: Autora

As figuras do Quadro 20 ilustram que a Tarefa 17 mobilizou/constituiu conhecimentos relacionados ao modo de construir triângulo retângulo, polígonos regulares, setor circular no GeoGebra, pois tais figuras são resultado de escolhas adequadas de suas ferramentas (Conhecimento Tecnológico). Além disso, o fragmento de diário exposto pela P-Alice (Quadro 20) sinaliza que utilizaram o GeoGebra pautados em propriedades matemáticas (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo), nomeadamente:

- construção do triângulo retângulo – uso da ferramentas “Reta Perpendicular” que garante o ângulo reto;
- construção do pentágono regular sobre o lado do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Polígono Regular” que mantém a propriedade com o “Mover” dos

vértices;

- construção do semicírculo – uso da ferramenta “Setor Circular” que permite obter a área do semicírculo, uma vez que o GeoGebra oferece a ferramenta “Semicírculo Definido Por Dois Pontos” que define uma semicircunferência. Portanto, não permite obter a área utilizando a ferramenta “Área”.

As ferramentas utilizadas permitiram que o grupo construísse figuras dinâmicas, de modo que, com o “Mover”, é possível transformá-las mantendo suas propriedades e, com isso, testar hipóteses, perceber regularidades e viabilizar aprendizagens (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia). No episódio supracitado e em muitos momentos dos encontros da CoP-FoPMat, notou-se que, na folha de tarefa e nas discussões, usavam o triângulo retângulo com dimensões 3, 4 e 5. Entretanto, o uso do GeoGebra permitiu o trabalho com outras medidas, incluindo as fracionárias (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Diante das informações do Quadro 20, da interação explicitada no episódio e da forma que P-Aline, P-Alice e FP-Carol se relacionaram com os conceitos envolvidos nas afirmativas da Tarefa 17, observa-se uma redefinição dos significados atribuídos ao Teorema de Pitágoras. Assim, infere-se que elas reificaram que é possível constatar o Teorema de Pitágoras geometricamente comparando áreas de semicírculos e de polígonos regulares.

O episódio a seguir também ilustra ocorrência de negociação de significados a respeito do Teorema de Pitágoras entre os membros de outro pequeno grupo enquanto resolviam a Tarefa 17 na folha.

1. P-Rosa: Eu sempre vi demonstração⁶⁰ com quadrado. Neste quadrado, neste e neste (Mostrando o esboço de um triângulo retângulo com quadrados desenhados sobre seus lados). Você recorta esses dois aqui e consegue encaixar nesses aqui (Referindo-se a “recortar” os quadrados construídos sobre os catetos e “encaixá-los” no quadrado construído sobre a hipotenusa). É um dos jeitos.
2. FP-Karen: Eu fiz uma vez na faculdade com pentágono.
3. P-Rosa: Dá também?
4. FP-Karen: Dá também. Eu acho que dá com qualquer figura (polígonos regulares).
5. P-Rosa: A última fala disso. Oh ... (lê o item 4 da tarefa).
6. FP-Karen: Eu acho que dá! Eu lembro ter feito com o pentágono e o octógono.
7. P-Rosa: [...] Como ele fala do semicírculo...
8. FP-Karen: Vocês analisaram as outras afirmativas?
9. P-Rosa: Não. Ainda não ... (lê a afirmativa I da tarefa). Não, essa não (está correta).
10. FP-Karen: Se esta não é correta... e a dois?

⁶⁰ Os termos demonstração e prova foram utilizados em muitos momentos de discussões da Tarefa 17 e nos registros escritos pelos membros da CoP-FoPMat, com sentido de validar/mostrar possíveis generalizações para o Teorema de Pitágoras. A demonstração do teorema não fez parte das discussões do grupo pelo fato de os participantes da CoP-FoPMat terem optado por preparar tarefas ou planos de aula para usar o GeoGebra.

11. P-Rosa: *A dois não é correta mesmo!*
12. FP-Karen: *Nada ver...?*
13. P-Rosa: *Agora a área do semicírculo... Se dá certo com pentágono e octógono, então provavelmente vai dar certo com semicírculo. [...] Porque a hipotenusa é o diâmetro. A área desse aqui (desenha na folha um triângulo e sobre seus lados semicírculos) vai ser $\frac{\pi r^2}{4}$, vamos chamar o lado de a . A superfície vai ser $\frac{a^2}{4}\pi$, porque esse (lado do triângulo) aqui é o a , esse o b e esse o c .*
14. FP-Karen: *Não entendi o que você fez. Por que esse aqui é o a ?*
15. P-Rosa: *Chamei aqui de a que é o diâmetro. O raio vai ser elevado ao quadrado, $\frac{\pi r^2}{4}$ (referindo-se à fórmula que permite calcular a área do círculo). Hum...o raio vai ser a sobre dois.*
16. FP-Karen: *Ah sim... a sobre dois.*
17. P-Rosa: *Então vai ser $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$ (referindo-se ao semicírculo). Essa aqui vai ser $\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2$, e esse aqui vai ser $\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$.*
18. FP-Karen: *a sobre dois ao quadrado?*
19. P-Rosa: *Oh, esse aqui vai ser $\frac{\pi b^2}{4}$. Esse aqui vai ser $\frac{\pi c^2}{4}$.*
20. FP-Karen: *Ah!*
21. P-Rosa: *Como é que eu vou demonstrar que esse aqui mais esse dá esse (que $\frac{\pi b^2}{4}$ mais $\frac{\pi c^2}{4}$ é igual a $\frac{\pi a^2}{4}$)?*
Pausa
20. FP-Karen: *Atribuindo valor? Para b e c ?
[...]*
21. P-Rosa: *Seria $\frac{\pi b^2}{4}$ mais $\frac{\pi c^2}{4}$ igual a $\frac{\pi a^2}{4}$. Vamos pensar de outra forma. Quem é a ao quadrado em função do semicírculo? Quem é? Vamos fazer um grande grupo? (Falam alto com todos (muitos risos) e começam a dialogar com as P-Alice e P-Aline que estão no outro grupo).*
22. P-Rosa: *A gente acha que a I é (verdadeira), a II não é.*
23. FP-Aline: *Se a quatro for verdadeira, a I não é.*
24. P-Rosa: *Nós estamos tentando fazer a III.*
24. P-Alice: *A III é certa, não é?*
25. P-Rosa: *A III?! E como é que você provou isso?*
26. P-Alice: *Eu fiz um triângulo (com medidas) 3,4 e5.*
27. P-Rosa: *Aí Karen, tem que atribuir valor mesmo.*
28. P-Alice: *Fiz os semicírculos, calculei a área e somei.*
28. P-Clara: *Agora atribui valor.*
29. P-Rosa: *Mas, e genericamente como é que a gente pode provar? Porque o triângulo 3,4 e 5...*
30. P-Alice: *Genericamente? Ai...?*
31. P-Rosa: *Por exemplo, a hipotenusa é o a . Quem é o a nesse semicírculo? É o diâmetro? O diâmetro elevado ao quadrado vai ser igual ao outro diâmetro elevado ao quadrado mais o outro diâmetro elevado ao quadrado? [...]*
32. FP-Karen: *Genericamente eu acho que não tem jeito de provar.*
33. P-Rosa: *Não tem jeito? Será?*
34. FP-Karen: *Só tem a , b e c como você vai provar? Só se fizer assim...*
33. P-Rosa: *Karen essa superfície... Isso aqui vai ser $\frac{\pi r^2}{2}$, que é a metade. É um semicírculo.*
34. FP-Karen: *Não entendi.*

35. P-Rosa: *É um semicírculo só. Então a área dessa região vai ser o $\frac{\pi r^2}{2}$ sobre 2, que é a metade. Essa daqui também, $\frac{\pi r^2}{2}$ sobre 2 e aqui também* (referindo-se aos semicírculos construídos sobre os lados do triângulo retângulo).
36. FP-Jonas: *Você está pensando em jogar ...*
37. P-Rosa: *Eu estou pensando como é que fica genericamente [...]*
38. FP-Karen: *E se a gente fizer assim: colocar todo mundo em função de alguém [...].*
39. P-Rosa: *[...] Fica $\frac{\frac{\pi b^2}{2}}{2} + \frac{\frac{\pi c^2}{2}}{2} = \frac{\frac{\pi a^2}{2}}{2}$, socorro ... (Resolvem os expoentes e simplificam as frações). Conseguimos algebricamente!*
(13º encontro, 30/08/2012).

Embora P-Rosa (1) compartilhe com o grupo que conhece uma estratégia pedagógica para ensinar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de quadrados (Conhecimentos Pedagógicos do Conteúdo), observa-se um envolvimento maior dela e da FP-Karen com afirmativa a III da tarefa por não conhecerem a possibilidade apontada na afirmativa. No processo de investigação, as duas protagonistas, P-Rosa e FP-Karen (13 a 36), mobilizam conhecimentos relacionados ao círculo e ao semicírculo, entre eles, identificam diâmetro e raio, apresentam fórmula adequada para cálculo de suas áreas (Conhecimento do Conteúdo).

No processo de sistematização referente à afirmativa III, P-Rosa (13) parte do triângulo retângulo de dimensões a , b e c com intenção de sair de algo geral para o particular, entretanto, apresentam dificuldades. FP-Karen tem um papel ativo junto a P-Rosa no processo de investigação, interagem com membros de outro grupo, persistem e constroem uma generalização algébrica $(b^2 + c^2 = a^2)$ (Conhecimento do Conteúdo). Assim, elas evidenciam a constituição de conhecimentos relacionados à constatação geométrica do Teorema de Pitágoras ao reificarem que é possível generalizar este teorema comparando áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo cujos lados medem a , b e c .

Na CoP-FoPMat, em vários momentos, um grupo influenciou na discussão do outro na busca por respostas aos conflitos enfrentados, como P-Rosa (21 a 31), que abre um diálogo com os outros grupos provocando reflexões a respeito da generalização algébrica do Teorema de Pitágoras. As questões levantadas por P-Rosa (29, 31 e 33) colaboraram para a aprendizagem dos demais membros, pois proporcionou que construíssem uma generalização algébrica como a apresentada por P-Aline (Quadro 20), que representa uma redefinição no modo de generalizar o teorema.

A situação descrita ilustra a dualidade dos processos de participação e de reificação na experiência de negociar significados (WENGER, 1998). Para o autor, aquilo que é feito pode referir-se ao que já foi feito no passado. No entanto, volta a ser negociado em uma nova

experiência produzindo significados que ampliam, redirecionam, reinterpretam, modificam. Para Wenger (1998), viver é um constante processo de negociação de significado e P-Aline, que já havia projetado um modo particular (aritmético) de constatar o teorema, projeta um modo geral (algébrico; Quadro 20).

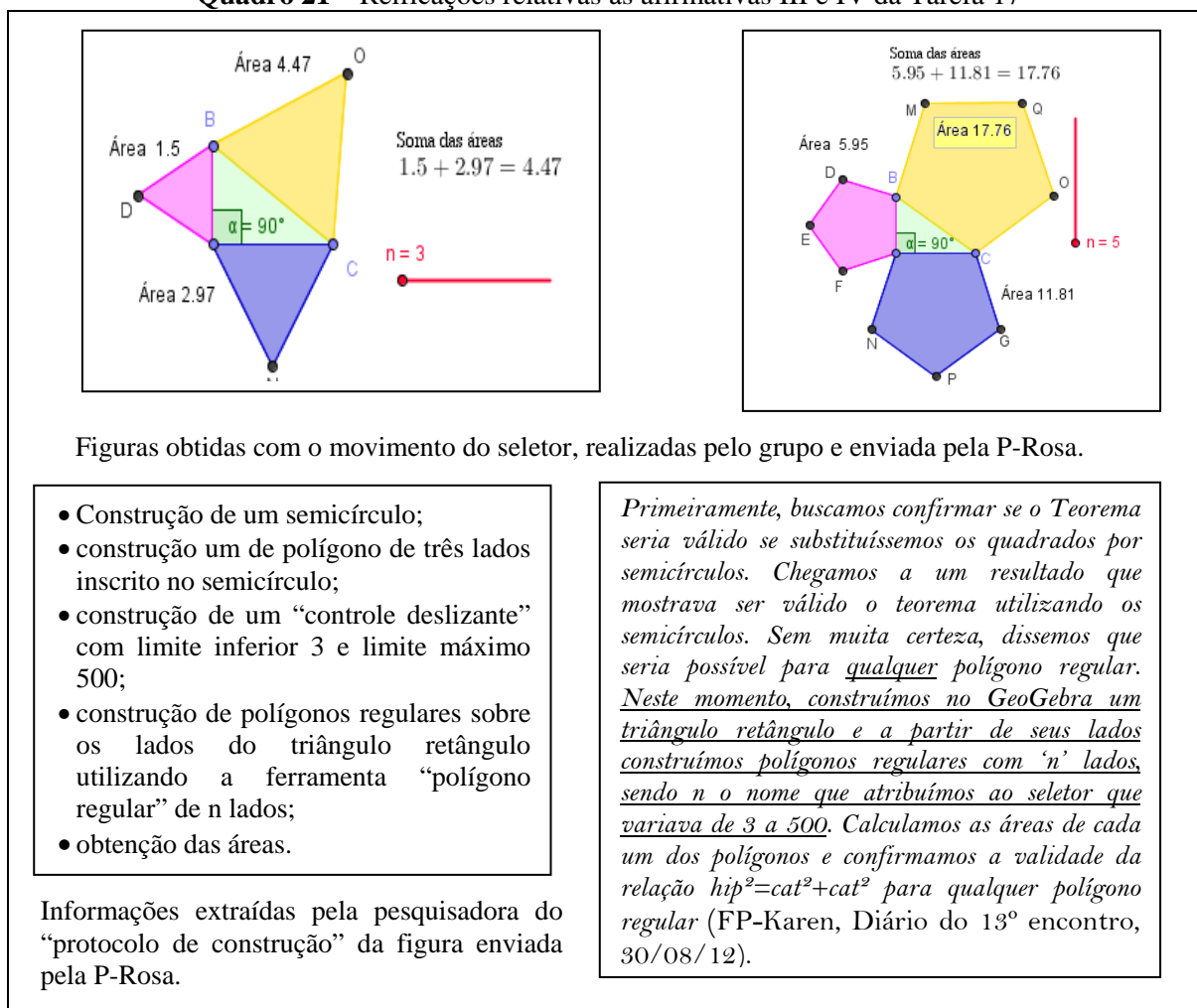
Nesse episódio, a participação da FP-Karen e da P-Rosa na resolução da Tarefa 17 foi intensa, principalmente quando buscam uma generalização algébrica para a afirmativa III. Elas recorreram às suas experiências (P-Rosa: 1; FP-Karen: 2 e 6); enquanto P-Rosa recorria a seus conhecimentos (15, 17, 19, 21, 31, 33, 35, 39), a FP-Karen (10, 12, 14, 18, 20, 34) fazia questionamentos. Diante do modo como os demais membros desse grupo, FP-Jonas, P-Clara e FP-Talia, se relacionaram com os conceitos envolvidos nessa tarefa, infere-se que eles legitimaram a periferia de suas participações (WENGER, 1998).

A interação do grupo, além de revelar diferentes formas de participação, revela também o respeito e a confiança que os membros da CoP-FoPMat desenvolveram ao longo dos encontros, e que colaboraram com suas aprendizagens. Observa-se que P-Rosa (1) expõe que, para constatar o Teorema de Pitágoras, só conhece a relação entre as áreas de quadrados e aceita sem questionar os argumentos da FP-Karen (2, 4, e 6) que conta de sua experiência com pentágonos e octógonos. Da mesma forma, a FP-Karen (10 e 12) evidencia não conhecer o aspecto pedagógico do conteúdo presente na afirmativa II da tarefa e também aceita sem questionar a resposta de P-Rosa (11). Relacionamentos baseados em respeito e confiança, de acordo com Wenger, McDermott e Synder (2002), viabilizam ações voluntárias para expor ideias, levantar questões, aspectos essenciais para a aprendizagem.

Após resolução e discussão da tarefa na folha, esse grupo revelou diferentes reificações referentes ao Teorema de Pitágoras, evidenciadas nas figuras construídas utilizando o *software* GeoGebra, nos registros realizados nos diários, nos passos extraídos do “Protocolo da Construção” que projetam o modo e as ferramentas utilizadas na construção das figuras (Quadro 21).

O fragmento de diário da FP-Karen (Quadro 21) revela o engajamento mútuo do grupo na busca por diferentes generalizações do Teorema de Pitágoras, o qual viabilizou a mobilização de conhecimentos a respeito de semicírculos, polígonos regulares, área e do teorema, ao afirmar que substituíram os quadrados por semicírculos. Os procedimentos relatados (construção de triângulo retângulo e o uso de seletor para obter polígonos de n lados variando de 3 a 500) sinalizam que, ao construir figuras dinâmicas, foi possível mobilizar/construir Conhecimento Tecnológico do Conteúdo para confirmar a relação “ $hip^2 = cat^2 + cat^2$ ”.

Quadro 21 – Reificações relativas às afirmativas III e IV da Tarefa 17



Fonte: Autora

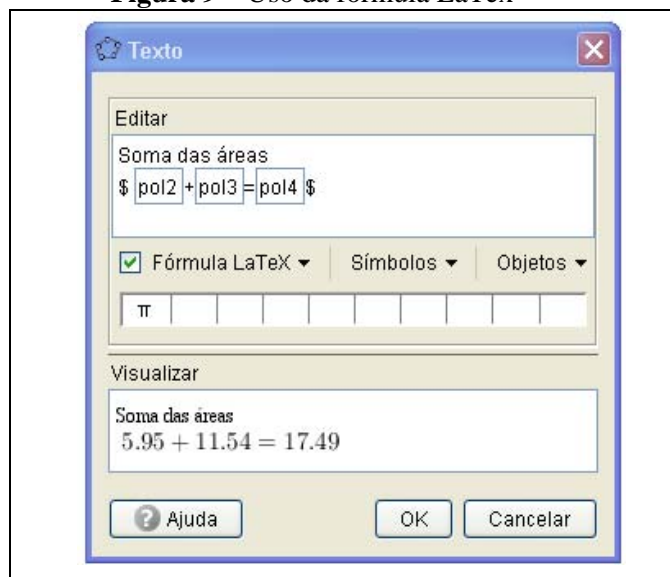
As figuras, as declarações de FP-Karem e as informações presentes no protocolo de construção (Quadro 21) indicam que, ao utilizar o GeoGebra integrando as ferramentas, “Semicírculos Definidos Por Dois Pontos”, “Polígonos”, “Controle Deslizante”, “Polígono Regular” do GeoGebra, foi possível construir uma figura que permitiu investigar a veracidade da afirmativa IV da tarefa (Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo). Essa ação colaborou para que o grupo reificasse que o Teorema de Pitágoras pode ser constatado por meio de polígonos regulares, pois, no episódio e no relato, FP-Karen demonstrou incerteza.

A integração das ferramentas foi pautada em propriedades matemáticas (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo), nomeadamente:

- construção do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Semicírculo Definido Por Dois Pontos” e “Polígonos” (inscrito no semicírculo) que garante a construção de um triângulo com um ângulo reto;

- construção do controle deslizante n – uso da ferramenta “Controle Deslizante” e decisão de que o limite inferior deveria assumir o valor 3 representando o polígono com o mínimo de vértices e que o limite máximo poderia assumir qualquer outro número, como 500, para representar um polígono de 500 vértices⁶¹. O controle deslizante torna a figura dinâmica, permitindo alterar o número de lados dos polígonos e atualizar as respectivas medidas de áreas;
- construção de polígonos regulares sobre os lados do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Polígono Regular” de n vértices (permitido pelo “Controle Deslizante”), que garante que, ao usar o “Mover”, altera-se o número de lados do polígono sem deixar de ser regular. Para usar essa ferramenta, bastam dois cliques em dois pontos consecutivos. No segundo clique, é aberta uma caixa de diálogo que permite inserir o número de vértices ou a letra que nomeia o controle deslizante, como n utilizado por FP-Karen (Quadro 21);
- obtenção das medidas das áreas – uso da ferramenta “Texto” e a Fórmula LaTeX (Figura 9) que apresenta na janela de visualização do GeoGebra, de modo dinâmico, as medidas das áreas e suas somas.

Figura 9 – Uso da fórmula LaTeX



Fonte: Autora (capturado da construção enviada por Rosa)

No final do 13º encontro (30/08/2012), os membros dedicaram-se à construção de

⁶¹ O número de vértice do polígono regular construído sobre os lados do triângulo retângulo será discutido mais adiante.

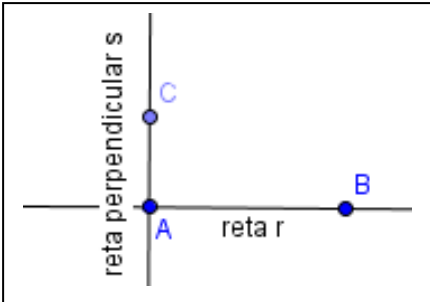
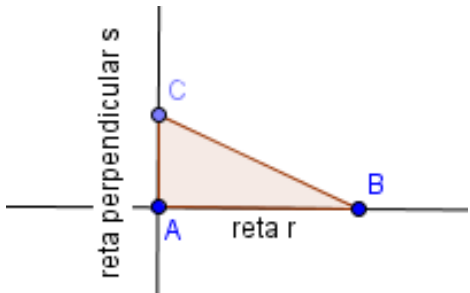
figuras no GeoGebra, decorrentes das afirmativas da Tarefa 17 e de questões⁶² levantadas nas discussões. Considerando que alguns enfrentavam dificuldades para construir o triângulo retângulo, a formadora questionou o grande grupo.

1. *P-Loreni:* O que é preciso para obter um triângulo retângulo?
2. *FP-Jorge:* Um ângulo reto, 90° .
3. *P-Loreni:* E para obter esse ângulo que ferramenta (do GeoGebra) vamos ter que usar?
4. *FP-Jorge:* Reta perpendicular.
5. *P-Loreni:* É, essa é uma das possibilidades.

(13º encontro, 30/08/2012)

A formadora explicou-lhes que há vários modos para sua construção. Como exemplo, apresentou os passos descritos no Quadro 22 (Conhecimento Tecnológico).

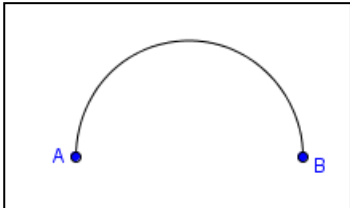
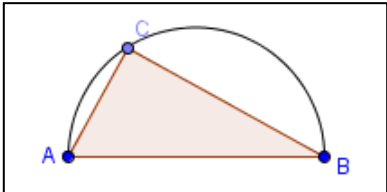
Quadro 22 – Construção de triângulo retângulo usando retas

	
<p>1º) Constrói-se uma reta (s) perpendicular a r, para garantir o ângulo reto; marca-se a interseção (A) das duas retas e um ponto sobre cada uma delas (B e C).</p>	<p>2º) constrói-se um triângulo, com a ferramenta “Polígono” passando pelos três pontos (A, B e C).</p>

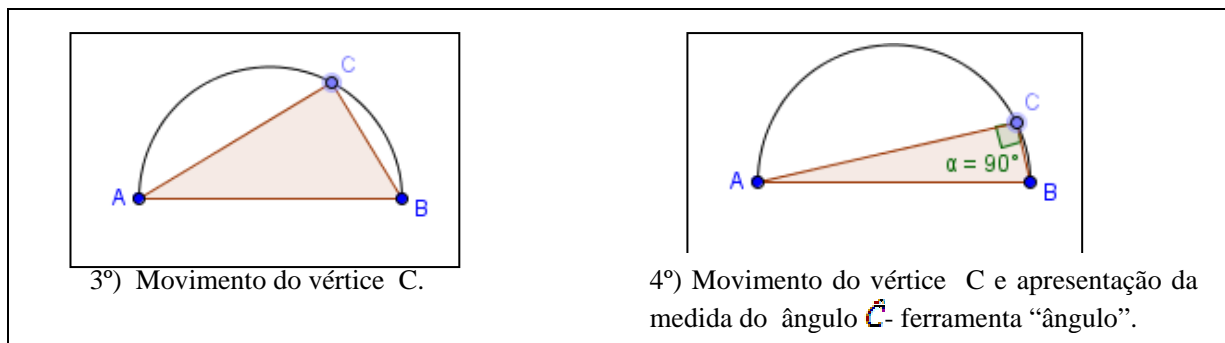
Fonte: Autora

Com a intenção de provocar o grupo a respeito de outras formas de construir um triângulo retângulo, a formadora iniciou uma construção conforme os passos apresentados no Quadro 23.

Quadro 23 – Construção de um triângulo inscrito em uma circunferência

	
<p>1º) Construção da semicircunferência - ferramenta “Semicírculo Definido Por Dois Pontos”.</p>	<p>2º) Inserção do triângulo - ferramenta “Polígono”.</p>

⁶² Como o caso da construção de retângulos sobre os lados do triângulo retângulo para constatação do Teorema de Pitágoras que será discutida na seção 5.2.2



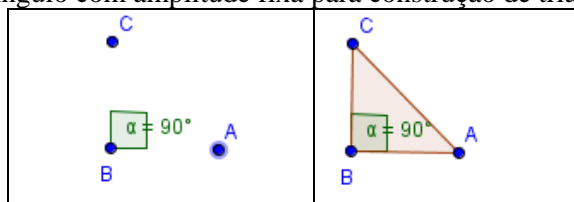
Fonte: Autora

Após a construção desse triângulo (2º passo), os participantes foram questionados sobre sua classificação quanto aos ângulos. Após alguns movimentos do vértice superior do triângulo sobre a circunferência (3º passo), o FP-Jorge disse que esse era um triângulo retângulo. Com isso, a formadora construiu o ângulo \hat{C} (4º passo) para que eles pudessem observar que o ângulo permanece com 90° e constatassem que “todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é retângulo” (Conhecimento do Conteúdo). Com o passar do tempo, notou-se que os participantes, nos pequenos grupos, realizavam procedimentos diferentes na construção de figuras no GeoGebra, inclusive em relação ao triângulo retângulo.

1. P-Marilena: *Como você fez o triângulo?*
 2. FP-Jorge: *Primeiro eu fiz um ângulo reto, usando amplitude fixa (ferramenta do software “ângulo com amplitude fixa”). Aí eu tenho 90° e a partir daí eu construo o triângulo usando polígono (a ferramenta polígono).*
 3. FP-Jonas: *Você pode usar reta perpendicular. Também dá.*
 4. FP-Jorge: *É. Tem várias maneiras (de fazer o triângulo retângulo).*
- (14º encontro, 20/09/2012).*

Nesse diálogo observa-se a aprendizagem a respeito da utilização do GeoGebra para a construção de um triângulo retângulo (Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo). Destaca-se que o FP-Jorge tem uma participação plena, socializando seu modo para construir um triângulo retângulo (Figura 10).

Figura 10 – Ângulo com amplitude fixa para construção de triângulo retângulo



Fonte: Autora

Analisando alguns triângulos retângulos construídos pelo FP-Jorge, notou-se que, para obter o ângulo reto, ele também utilizou o quadrado por meio da ferramenta “Polígono Regular” e depois, com a ferramenta “Polígono” ligou três pontos consecutivos do quadrado, obtendo, assim, um triângulo retângulo isósceles. Essa atitude do FP-Jorge revela que ele

aprendeu a escolher as ferramentas do *software* adequadas para a construção de uma figura (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Para a construção de polígonos regulares, observou-se que a maioria dos participantes fez a construção utilizando a ferramenta “Polígono Regular”. Diferente disso, P-Elisa buscou, inicialmente, procedimentos utilizando outras ferramentas: “Retas”, “Retas Perpendiculares”, “Retas Paralelas”, “Círculos Dado o Centro e Um dos seus Pontos” para construir triângulos e quadrados.

Apesar da intensa interação entre os membros dos pequenos grupos, não havia consenso quanto aos procedimentos utilizados na construção de uma figura e das ferramentas do *software* escolhidas. Em um mesmo grupo, procedimentos diferentes eram realizados na busca de representar o mesmo objeto matemático. Esse aspecto revela habilidade de usar a tecnologia (GeoGebra) de acordo com a intenção de ensino. Segundo Goulart (2009, p.77), “a habilidade de escolher a ferramenta mais adequada, estratégias para usar essas ferramentas, conhecimento de estratégias pedagógicas e habilidade para aplicar essas estratégias no uso da tecnologia” são aspectos do Conhecimento Pedagógico da Tecnologia.

O grupo formado pela P-Isabela, P-Marta e P-Elisa e pelo FP-Jorge também discutiu suas resoluções mobilizando seus conhecimentos e suas experiências.

1. P-Isabela: *Antes de dar o Teorema de Pitágoras, passo um quebra cabeça. Faço o (triângulo retângulo com lados de medida) 3, 4 e 5, eles recortam e encaixam [...] (explica o quebra cabeça e a dinâmica). Depois eu falo do Teorema de Pitágoras.*
2. FP-Jorge: *O que significa? (Ele considerou que esse modo de abordar o Teorema de Pitágoras possibilita que o aluno produza significado para ele).*
3. P-Isabela: *É o que significa. Estava pensando hoje na minha hora atividade: vou fazer isso no GeoGebra. Uso medidas, faço o triângulo retângulo 3, 4, 5 e os quadrados, ao invés de tirar Xerox (fazer cópias).*
4. FP-Jorge: *Ah, é bem mais fácil!*
5. P-Isabela: *Só para ver se dá certo. Vou tentar fazer.*
6. FP-Jorge: *Dá sim. Sabe o que eu vi num vídeo (na Internet), hoje? Por exemplo, você faz com quadrados, mas se você pegar um semicírculo (faz um esboço de semicírculos construídos sobre os lados do triângulo retângulo), essa área, mais essa área é igual a essa área (indica que a soma das áreas dos semicírculos que têm como diâmetro os catetos é igual à área do semicírculo que tem como diâmetro a hipotenusa).*
7. P-Isabela: *Também?*
8. FP-Jorge: *Se você pegar um triângulo também dá (Explica que a soma das áreas dos triângulos que têm como lado os catetos é igual à área do triângulo que tem como lado a hipotenusa) [...].*
9. P-Isabela: *Achei tão legal. Eu não sabia. A gente pega só do quadrado.*

10. FP-Jorge: *O vídeo mostrava que vale para qualquer figura. Um pentágono, um retângulo⁶³...*
11. P-Marta: *A (afirmativa) um e a quatro não são parecidas?*
12. FP-Jorge: *Não. Na I é somente (para) quadrados.*
13. P-Marta: *Mas não é somente com quadrado?*
14. P-Isabela: *Não. É o que ele acabou de falar. Dá para fazer com qualquer figura.*
15. FP-Jorge: *É que a (afirmativa) I, fala somente quadrados e a IV quaisquer polígonos regulares.*
16. P-Marta: *Então, é por isso que eu achei parecida. Porque dá impressão que (a IV) não é. Bom eu nunca tentei.*
17. P-Isabela: *Oh, (para) o (triângulo com lados de medida) 3, 4 e 5, dá (certo). Vira um quebra cabeça. Os quadradinhos daqui e daqui, encaixam aqui. Mas eu também nunca tentei com outros (polígonos).*
18. P-Marta: *Então a (afirmativa) III é verdadeira. A (afirmativa) I não, porque usa somente o quadrado.*
19. P-Isabela: *E a II? Fala da semelhança. Não tem necessidade?*
20. P-Marta: *Não.*
21. P-Isabela: *Não?! Então é a c (item c). Porque a um (afirmativa I) tem o somente.*
- (13º encontro, 30/08/2012).

Nesse episódio, P-Isabela (1 e 17) relata para o grupo sua experiência do modo como trabalha em sala de aula com o Teorema de Pitágoras. As professoras experientes, P-Isabela (1, 9 e 17) e P-Marta (13 e 16), deixam evidente que conhecem somente a possibilidade pedagógica de organizar o ensino do Teorema de Pitágoras comparando áreas de quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo. Suas declarações denunciam que desconhecem a veracidade das afirmativas III e IV. P-Isabela (19) também enuncia desconhecer se é necessário ou não trabalhar semelhança de triângulo antes deste teorema (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

O FP-Jorge (6), ao tomar contato com a tarefa, buscou na Internet informações acerca das afirmativas e socializou-as no grupo. FP-Jorge (6, 8, 10, e 15) esboça figuras na folha e explica para as professoras as possibilidades de usar outras figuras para constatação do Teorema de Pitágoras. A atitude do FP-Jorge deixa indícios de que a Tarefa 17 propiciou constituição de conhecimentos de outras possibilidades pedagógicas para este teorema, que se confirma pelas suas projeções verbalizadas na negociação de significados estabelecida com P-Isabela e P-Marta (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

Na interação desse grupo, P-Isabela (3, 5, 7 e 9) e P-Marta (11 e 13) portam-se como novatas, pessoas menos experientes ou com menor conhecimento das formas de generalizar o Teorema de Pitágoras, legitimando a periferia de suas participações (WENGER, 1998). No entanto, estabelecem uma relação de confiança com o FP-Jorge que teve uma participação

⁶³ Isso será discutido na seção 5.2.2.

intensa (plena) durante a discussão. Aspecto presente, por exemplo, quando P-Marta (13) questiona se não é apenas com quadrados e P-Isabela (14) intervém demonstrando confiança no que foi explicitado pelo FP-Jorge (6, 8, 10, e 15).

As justificações verbalizadas pelo FP-Jorge colaboraram para que P-Marta e P-Isabela reificassem o significado do teorema em um novo contexto e constituíssem conhecimentos de que o Teorema de Pitágoras pode ser confirmado por meio da relação entre as áreas de outras figuras além do quadrado (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo). Isso também ficou evidente no registro feito pela P-Marta em seu diário.

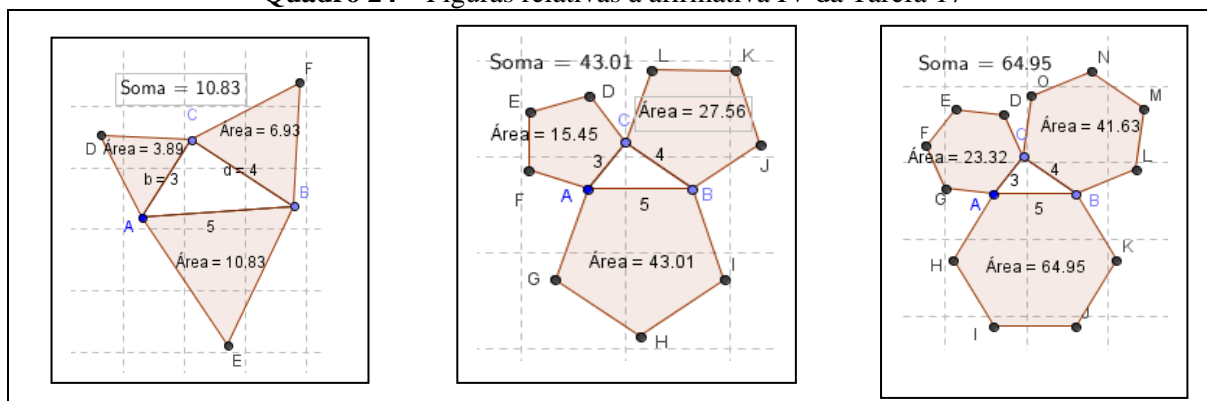
Neste dia a aula ficou muito clara, deu para entender perfeitamente que podemos usar qualquer polígono regular para verificar o Teorema de Pitágoras (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/09/12).

No episódio supracitado, a P-Isabela (3) também demonstra interesse em transpor o que faz no papel para as TDIC, ou seja, construir figuras utilizando GeoGebra para verificar a validade do Teorema de Pitágoras. Isso significa que pode estar trilhando uma trajetória rumo a uma participação plena para o uso das TDIC - aprender a construir figuras dinâmicas usando o GeoGebra e verificar a potencialidade do *software* no ensino (Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Pedagógico Tecnológico).

Esse grupo, assim como os outros e alguns membros (individualmente), também enviou ao *e-mail* da pesquisadora figuras construídas no GeoGebra, após a resolução na folha, relativas às afirmativas III e IV da Tarefa 17. As figuras foram analisadas utilizando as opções do *software*, entre elas, “Protocolo de Construção”, “Barra de Navegação”, “Exibir/Esconder Objeto”, “Mover” que revelam diferentes procedimentos, ou seja, sequências de ações diferentes entre os grupos.

A P-Elisa, que pouco se manifestou durante a discussão da tarefa, construiu uma sequência de figuras (Quadro 24) no GeoGebra para confirmar a veracidade da afirmativa IV.

Quadro 24 – Figuras relativas à afirmativa IV da Tarefa 17



Fonte: Figuras realizadas pela P-Elisa

Para obter o ângulo reto do triângulo, P-Elisa utilizou as ferramentas “Reta” e “Reta Perpendicular” e depois, para obter o polígono, usou a ferramenta “Polígono Regular”. Na sequência, obteve as áreas e as somas de modo que pudesse realizar comparações. Entretanto, ela registra em seu diário que, antes de construir a figura no *software*, fez algebricamente no papel.

Primeiro tentei resolver algebricamente no papel, em seguida no GeoGebra. Construí triângulos em cada lado do triângulo retângulo, e ao modificar um vértice do triângulo verificava a alteração da sua área e conseqüentemente a relação dada pelo teorema (P-Elisa, diário do 13º encontro, 20/09/12).

O registro da P-Elisa indica a preocupação com o conteúdo matemático, ou seja, a preocupação com o que se tem “por trás” da figura que se vê na tela do computador. Bowers e Stephens (2011) salientam que “sentir” as construções usando lápis e papel antes de usar o computador viabilizam a mobilização de conteúdos (Conhecimentos do Conteúdo). Ações como as da P-Elisa também podem colaborar para o professor compreender que tanto o ensino como a aprendizagem podem mudar a partir do uso de uma tecnologia específica (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia).

Durante a resolução na folha e a utilização do GeoGebra, os pequenos grupos não buscaram estratégia/procedimento algum para verificar a alternativa II da Tarefa 17. No entanto, durante as apresentações, as análises e as discussões da resolução da tarefa (plenária - 30/08/2014), a P-Rosa verbaliza para o grande grupo porque acreditava não ser necessário trabalhar com semelhança de triângulo antes do Teorema de Pitágoras.

1. P-Rosa: *O fato de trabalhar o conceito de semelhança de triângulo não interfere no estudo do Teorema de Pitágoras. Nós vamos trabalhar com área. Dá para trabalhar perfeitamente sem falar de semelhança.*

(13º encontro, 30/08/2012).

Nessa justificativa, P-Rosa reconhece a possibilidade de generalizar geometricamente o teorema por meio de comparação de áreas (Conhecimento do Conteúdo). De acordo com Rosa (1983), as demonstrações do Teorema de Pitágoras podem ser classificadas de duas formas: geométrica, quando se faz comparando áreas, ou algébrica, quando é baseada nas relações métricas do triângulo retângulo.

Embora no decorrer da apresentação P-Rosa tenha mencionado as relações métricas do triângulo retângulo afirmando que elas são construídas a partir da proporcionalidade entre os lados de triângulos retângulos semelhantes, em nenhum momento ela ou outro participante argumentou a respeito da importância da semelhança de triângulos para a demonstração algébrica desse teorema.

A P-Rosa, nesse encontro (30/08/12), também falou ao grande grupo a respeito da possibilidade de articular os conteúdos “Teorema de Pitágoras” e “Semelhança de Triângulo”, uma vez que nos dois casos, há o envolvimento do triângulo retângulo, revelando, com isso, uma trajetória no sentido de abandonar abordagens fragmentadas e lineares, aspectos legitimados pelos professores em seus diários.

Se trabalharmos os conteúdos de forma articulada, rende mais (P-Alice, diário do 14º encontro 30/08/12).

Nos diários concernentes a esse encontro (30/08/2012), dezesseis participantes declararam que desconheciam a veracidade de alguma das afirmativas da Tarefa 17.

Nesse encontro discutimos o Teorema de Pitágoras em uma perspectiva diferente. A professora nos sugeriu uma questão (tarefa) sobre a história da matemática e alguns usos para o Teorema de Pitágoras. Um fato que até aquele dia eu desconhecia era que o Teorema de Pitágoras, que afirma: "o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos", poderia ser mostrado com áreas que não fossem de quadrados, mas de outras figuras poligonais (FP-Jorge, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Nesta atividade vimos o Teorema de Pitágoras. Para mim, foi uma surpresa, não havia pensado que pudesse demonstrar⁶⁴ com área de quaisquer polígonos regulares e também não ter necessidade de trabalhar semelhança de triângulo antes do teorema. Sempre que dou o teorema, antes passo um quebra cabeça para que os alunos vejam que a área dos catetos (dos quadrados sobre os catetos) é igual (a área do quadrado construído sobre) a hipotenusa, no GeoGebra, fica bem legal (P-Isabela, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Fiquei muito surpresa com a atividade que desenvolvemos sobre o Teorema de Pitágoras. De imediato, consideramos que a 1ª afirmativa fosse verdadeira, mas lendo a 4ª percebemos que, se a 1ª fosse verdadeira, a 4ª não seria. [...] Agora aprendi que o teorema de Pitágoras pode ser provado⁶⁵ comparando-se a área de qualquer polígono regular (P-Rose, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Nos fragmentos dos diários do FP-Jorge, da P-Isabela e da P-Rose, ficam explícitos os conhecimentos constituídos a respeito do Teorema de Pitágoras, uma vez que esses membros projetaram que é possível generalizar o teorema comparando áreas de polígonos regulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo (Conhecimento do Conteúdo).

Nos diários (30/08/12 e 04/10/12), os participantes também relataram reflexões, provocadas pela realização da Tarefa 17, relativas a seus conhecimentos e à prática pedagógica (Conhecimento Pedagógico).

Propor esta atividade desafiou os participantes, pois colocou em dúvida os conhecimentos quanto a esse conteúdo. Acredito que desafiar os alunos poderia incitá-los a participar da tarefa (FP-Karen, diário do 13º encontro, 30/08/12).

⁶⁴ Utilizado no sentido de validar/mostrar.

⁶⁵ Utilizado no sentido de validar/mostrar.

A questão proposta questionou conceitos que estamos tão habituados que parece (que) o cérebro não precisa (de) esforço para entender. Mas, quando questionados, somos levados a formular conjecturas e reavaliar as verdades em que acreditamos (P-Rosa, diário do 13º encontro, 30/08/12).

O Teorema de Pitágoras se mostrou uma importante ferramenta da matemática e de entusiasmo. Este entusiasmo esteve presente por meio do desafio proposto aos grupos: estabelecer novas relações que provem a "validade" do teorema (P-Rosa, diário do 15º encontro, 04/10/12).

É incrível como nosso pensamento matemático tende a ir ao óbvio, naquilo que é mais comum, que os livros trazem. Pensar nas áreas dessas figuras nos lados de um triângulo retângulo é algo que nunca tinha pensado, só requer dedicação em pensar em algumas coisas e construir nossos próprios conceitos (P-Clara, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Tal tarefa possibilitou ver alternativas de apresentar aos alunos (independente no nível escolar) a veracidade do Teorema de Pitágoras (P-Elisa, diário do 13º encontro, 30/08/12).

No fragmento do diário a FP-Karen revela que a tarefa proporcionou que o grupo (re) pensasse seus conhecimentos relacionados ao Teorema de Pitágoras. Ela também explicitou a importância de provocar os alunos a partir da própria tarefa, dando indícios de que reconhece que eles precisam desenvolver uma disposição positiva para a aprendizagem e que tal disposição pode ocorrer quando eles se sentem desafiados por uma tarefa proposta – papel do professor em sua prática.

A P-Rosa indica que a tarefa proporcionou que o grupo reavaliasse suas crenças, o que pode promover mudanças na prática pedagógica. Ela também reconheceu a importância de tarefas desafiadoras para o professor, que questione seus conhecimentos, e, ainda, a importância de o formador ser questionador. Esses aspectos evidenciam que, em uma Comunidade de Prática, diferentemente de alguns ambientes de formação, o formador não apenas socializa crenças, experiências, conhecimentos, mas ajuda a construir, com uma intencionalidade, ambientes de reflexões que colaboram para o desenvolvimento profissional dos seus membros.

A P-Clara denuncia no fragmento de seu diário que não conhecia as possibilidades discutidas a respeito do Teorema de Pitágoras, que a tarefa a fez repensar seus conhecimentos matemáticos, fato importante no processo formativo. Ela deixa evidente de que os modelos matemáticos apresentados nos livros didáticos são os principais recursos utilizados por ela em sala de aula.

A P-Elisa anuncia que a tarefa propicia uma alternativa pedagógica para o ensino do teorema, revelando que a tarefa colaborou para o desenvolvimento profissional dos participantes (Conhecimento Pedagógico).

Nos registros de diários citados, há indícios de que, para a resolução da Tarefa 17, os professores experientes mobilizaram conhecimentos matemáticos apresentados nos livros didáticos, como denunciado pela P-Clara. Esses registros também trazem evidências de que essa tarefa promoveu reflexões a respeito do Teorema de Pitágoras, que se constituiu em um desafio para os membros da CoP-FoPMat e que possibilitou a realização de uma experiência na qual puderam formular e testar suas conjecturas. Diante disso, infere-se que a resolução da tarefa na folha ocorreu por meio de um processo investigativo partilhando experiências e que proporcionou a reificação de novo significado para o teorema.

Nos encontros que envolveram construção e discussão de figuras relacionadas ao Teorema de Pitágoras no GeoGebra (30/08/2012, 20 e 27/09/2012 e 04/10/2012), ficaram explícitas algumas reflexões sobre as potencialidades desse *software* para o ensino e a aprendizagem da matemática. Os membros da CoP-FoPMat reconheceram isso e o relataram em seus diários.

Para conseguirmos uma melhor visualização geométrica, utilizamos o GeoGebra para construir vários polígonos regulares sobre os lados de um triângulo retângulo e perceber que as somas das áreas sobre os catetos era igual à área sobre a hipotenusa (FP-Jorge, diário do 13º encontro, 30/08/12).

No GeoGebra fica mais interessante e visível construir polígonos de n lados ((P-Marta, diário do 15º encontro, 04/10/12).

É fascinante como o GeoGebra pode dinamizar o aprendizado de geometria (P-Clara, diário do 15º encontro, 04/10/12).

As investigações realizadas nos encontros usando o GeoGebra despertam nos membros do grupo interesse para realizarem pesquisas motivando-os a enriquecer suas aulas (FP-Karen, diário do 14º encontro, 27/09/12).

O registro feito pelo FP-Jorge revela que o GeoGebra pode tornar “visíveis” objetos matemáticos por meio de representações dinâmicas que auxiliam a percepção de regularidades e a formação de imagens mentais que colaboram na resolução de problemas matemáticos. Esses aspectos também são reconhecidos pela P-Marta. Já a P-Clara reconhece que este *software*, com suas características dinâmicas, pode estimular a aprendizagem da geometria.

A FP-Karen sinalizou que as investigações matemáticas utilizando o GeoGebra, ocorridas na prática da comunidade, podem colaborar para que os professores busquem alternativas para o ensino, enriquecendo suas aulas, aspecto que pode influenciar a prática pedagógica. De acordo com Ponte (1998), o professor deve ter iniciativas investigativas, deve buscar transformações que envolvam aprendizagens, novas práticas profissionais e nova atitude profissional.

À medida que os grupos descobriam novos encaminhamentos para construir figuras relativas às afirmativas da Tarefa 17, estes foram expostos ao grande grupo. A construção de uma figura dinâmica, explicitada no episódio a seguir, utilizando dois seletores, relativa à afirmativa IV, por exemplo, desencadeou uma negociação de significado em torno dos procedimentos socializados.

1. P-Rosa: Nós fizemos variar o lado do triângulo retângulo (suas medidas) e dos polígonos (número de lados). Tudo de uma vez.
2. FP-Jorge: O que você fez com o seletor?
3. P-Rosa: Nós construímos um seletor para o triângulo (retângulo) e outro para os polígonos.
4. FP-Jonas: Mexe para a gente ver.
5. P-Rosa: Vamos por animação (usa o recurso do GeoGebra que proporciona o mover automático).
6. FP-Jorge: O que muda com o seletor?
7. P-Clara: Muda o número de lados do polígono e a medida dos catetos e da hipotenusa.
8. FP-Jorge: Como faz isso? Eu não sei fazer...
9. FP-Jonas: Espera...
10. FP-Jorge: Você fez um polígono regular de **a** lados, usando o seletor **a**?
11. P-Rosa: Isso mesmo. Oh, (move o seletor) está diminuindo os lados (número de vértices) até chegar num triângulo.
12. FP-Jorge: Ah, entendi! Você fez um polígono regular de **a** lados e **a** é o seletor.
13. P-Rosa: O lado do triângulo também muda, pois está em função do seletor **b**.
14. FP-Jorge: Ah... você fez um seletor para o triângulo também! Muito louco!
15. P-Rosa: E a soma das áreas fica sempre igual.

(14º encontro, 20/09/2012).

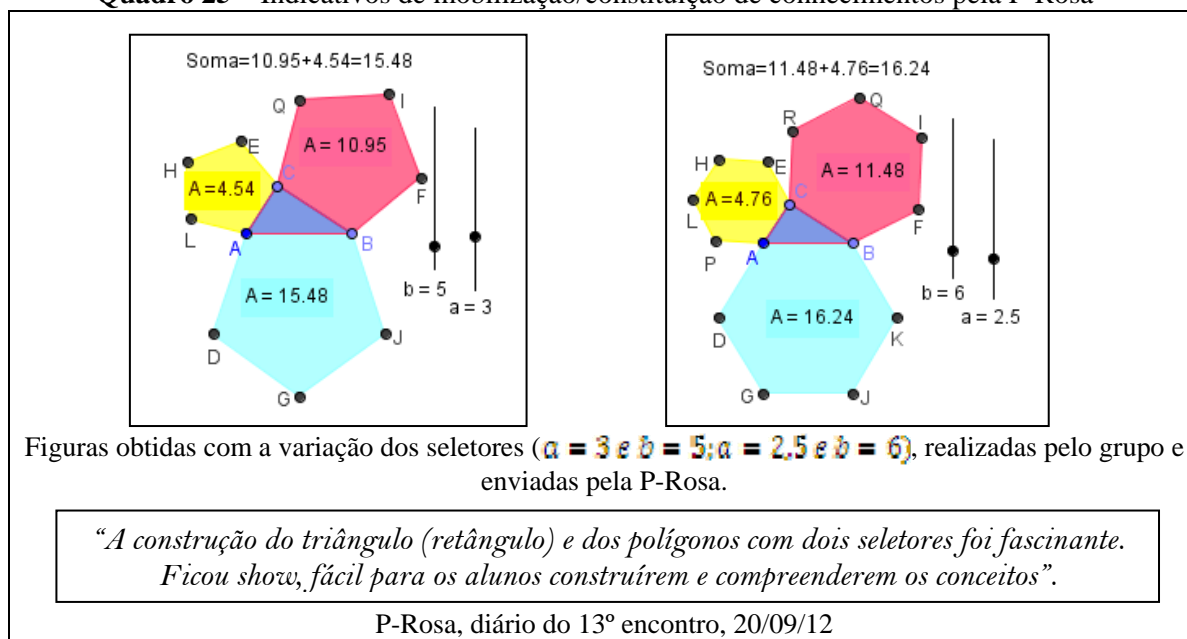
Essa negociação em relação ao uso do “Seletor” deixa indícios de que P-Rosa e os outros integrantes de seu grupo mobilizaram/constituíram conhecimentos na escolha assertiva das ferramentas do *software*, uma vez que optaram por aquelas (“Seletor”) que têm potencial para representar o objeto matemático (triângulo retângulo e polígonos regulares sobre seus lados) de modo dinâmico (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Na interação, a P-Rosa (1, 3, 11, 13 e 15) deixa explícito que compreende aspectos da tecnologia que podem mudar o modo de ensinar o Teorema de Pitágoras e que compreende a existência de diversas ferramentas para a realização da tarefa aliada à estratégia pedagógica. Compreende que, a partir de um tipo de construção, obtêm-se várias figuras e que isso permite investigar regularidades e a realização de generalização, evidenciando, assim, sua aprendizagem do modo de construir figuras dinâmicas que validam esse teorema (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia).

Neste episódio P-Rosa, (1, 3, 11, 13 e 15), ao socializar ao grande grupo sua figura (Quadro 25) e o modo como o seu grupo a construiu, revela uma participação plena, enquanto FP-Jorge (2, 6, 8 e 10), com seus questionamentos, se coloca na posição de aprendiz,

legitimando sua participação periférica nesse modo de construir a figura, mas com a perspectiva de alcançar uma participação plena, uma vez que expressa que entendeu como a figura foi construída. De acordo com Wenger (1998), nossas formas de participação mudam e a vida é experimentada de outra maneira. Esse aspecto é evidenciado na forma de participação do FP-Jorge, que, em outros episódios, teve uma participação plena e neste, uma participação periférica, mas que o levou a redefinir uma nova maneira de construir o triângulo retângulo e os polígonos sobre seus lados.

Quadro 25 – Indicativos de mobilização/constituição de conhecimentos pela P-Rosa



Fonte: Autora

No fragmento de diário (Quadro 25), P-Rosa reconhece que os alunos podem facilmente realizar a construção de figuras como esta, pois envolve poucas ferramentas do *software*. Reconhece também que o modo como a figura foi construída, dinâmica, usando dois seletores, pode viabilizar a compreensão dos conceitos, uma vez que, ao mover o seletor a , alteram-se as dimensões do triângulo retângulo e, por conseguinte, as dos polígonos e respectivas áreas. Ao mover o seletor b , altera-se o número de vértices do polígono e suas áreas, no entanto, nos dois casos, mantém-se a regularidade sobre as áreas.

Observou-se no protocolo da construção que, para construir a figura (Quadro 25), o grupo utilizou:

- dois controles deslizantes (a e b), sendo a para a construção do triângulo retângulo e b para a construção de polígonos regulares;
- um segmento \overline{AB} usando a ferramenta “Comprimento Fixo” de medida a ;
- um semicírculo com diâmetro \overline{AE} ;

- um triângulo inscrito no semicírculo usando a ferramenta “Polígono”;
- polígonos regulares sobre os lados do triângulo com números de vértice igual a b usando a ferramenta “Polígono Regular”.

Depois de construírem a figura, fizeram uso das cores, utilizaram a fórmula *LaTeX*, para determinar a soma das áreas e que, com isso, os valores fossem atualizados com o movimento dos controles deslizantes na janela de visualização do software.

Os procedimentos utilizados na construção da figura, sua sofisticação e a declaração da P-Rosa de que, desse modo, a figura se torna “fácil” de ser construída e proporciona a compreensão dos conceitos envolvidos permitem inferir que a figura foi pensada de modo que os estudantes pudessem sondar relações matemáticas a partir do movimento dos controles deslizantes. Infere-se, também, que P-Rosa e os membros de seu grupo encontraram um modo mais eficiente para construir a figura, ou seja, que aprenderam a utilizar a tecnologia (GeoGebra) imersos no conteúdo e na pedagogia - *TPACK* (MISHRA, KOEHLER, 2006).

A socialização da P-Rosa (episódio anterior) propiciou aos participantes (re) significar o modo de construir triângulo retângulo e polígonos regulares sobre seus lados. Os conhecimentos tecnológicos socializados pela P-Rosa foram legitimados pelos participantes e incentivaram os pequenos grupos a construírem novas figuras associadas à afirmativa IV da Tarefa 17.

No grupo da P-Elisa, que havia construído uma sequência de figura (Quadro 24) para verificar a afirmativa IV, o uso do seletor tornou-se um recurso para negociar significados acerca da construção de polígonos regulares sobre os lados de um triângulo retângulo para a generalização geométrica do Teorema de Pitágoras.

1. P-Clara: *O que a gente constrói com o seletor?*
2. P-Elisa: *Esse daí é uma ideia desse daqui, (mostra sua construção para o grupo). O $n=3$ vai ser a figura, (polígono sobre os lados do triângulo retângulo) que dá para aumentar para $n = 4$, ele vai colocando todos os polígonos regulares.*
3. P-Rose: *Com o Seletor você colocou as figuras?*
4. P-Clara: *O n é do polígono?*
5. P-Elisa: *[...] Se o n for três, você vai ter um triângulo e assim por diante...*
6. P-Clara: *[...] E vai verificando a soma?*
7. P-Rose: *Na hora de pôr no seletor o que você coloca para parecer $n=3$, $n=4$?*
8. P-Clara: *O seu seletor está pulando de 1 em 1, né? Aonde você arrumou isso? Onde você mexeu?*

9. P-Elisa: *Eu coloquei n como inteiro, ao invés de número (decimal - possibilidade que o GeoGebra oferece com o uso do incremento⁶⁶) na hora de criar o seletor. Aí na hora de criar a figura que está sendo feita no (lado do) triângulo retângulo ele vai depender do número de pontas que ele vai ter. Que é o n . Foi o FP-Jorge que me ensinou [...].*
10. P-Clara: *Como eu faço para voltar? Clico duas vezes nele?*
11. P-Elisa: *Na retinha dele (seletor) você dá 2 cliques. Ai você clica no intervalo, nesse caso a partir de 3. Provavelmente na hora que você abrir ele, fica selecionado o número. Vai ao seletor porque a versão dela é uma né? Aqui em incremento.*
12. P-Clara: *Vai mostrando o passo a passo para nós [...]*
13. P-Rose: *Eu queria fazer o regular (polígono) para aprender.*
14. P-Elisa: *Eu não uso os polígonos regulares prontos. Faço a construção deles com retas ...*
15. P-Clara: *Mas pode usar polígonos regulares (ferramenta)?*
16. P-Elisa: *Tanto faz, você escolhe (polígonos regulares ou retas).*
17. P-Rose: *[...] Já pensou que legal levar os alunos para fazer isso com seletor.*
18. P-Clara: *[...] Vai mostrando o passo a passo para a gente.*
19. P-Rose: *Para que serve essa janelinha aqui?*
20. P-Elisa: *É o que vai indicar os passos para ir voltando. [...] é o protocolo de construção. Aparece o que já foi feito.*
21. P-Clara: *O nosso (GeoGebra) não tem como ir voltando aqui. Olha.*
22. P-Elisa: *Entra lá: editar ou exibir. Exibir eu acho... barra de navegação. Aí ele aparece aqui.*
23. P-Clara: *Que lindo.*
24. P-Rose: *Não sabia que existia isso (barra de navegação).*
25. P-Clara: *Aí, o que você vai fazendo? Vai clicando e vai aparecendo de 1 em 1?*
26. P-Elisa: *Vai aparecendo todo o passo a passo que você fez, vai voltando.
[...]*
27. P-Clara: *Não é na hora que pede o lado (do polígono) que pede o seletor?*
28. P-Elisa: *É verdade, bem isso mesmo.*
29. P-Clara: *Vem aqui e olha. Aí ele vai pedir o n (seletor).*
30. P-Elisa: *Isso mesmo. É isso mesmo. Agora mexe ele lá para a gente ver. [...] agora vai lá e pega o polígono regular, clica nesse e nesse. Mas o teu está no 1 ($n=1$)? Vocês entenderam por que tem que ser 3 aqui o mínimo?*
31. P-Rose: *Porque é o mínimo de lados (de um polígono). É o triângulo!*
32. P-Clara: *É mesmo, $n=3$ é o triângulo, polígono com menor número de lados.*

14º encontro, 20/09/2012.

Nesse episódio, P-Elisa (9) declara que aprendeu a configurar o seletor com o FP-Jorge e evidencia (2, 5, 9) que conhecimentos a respeito do *software* foram constituídos na

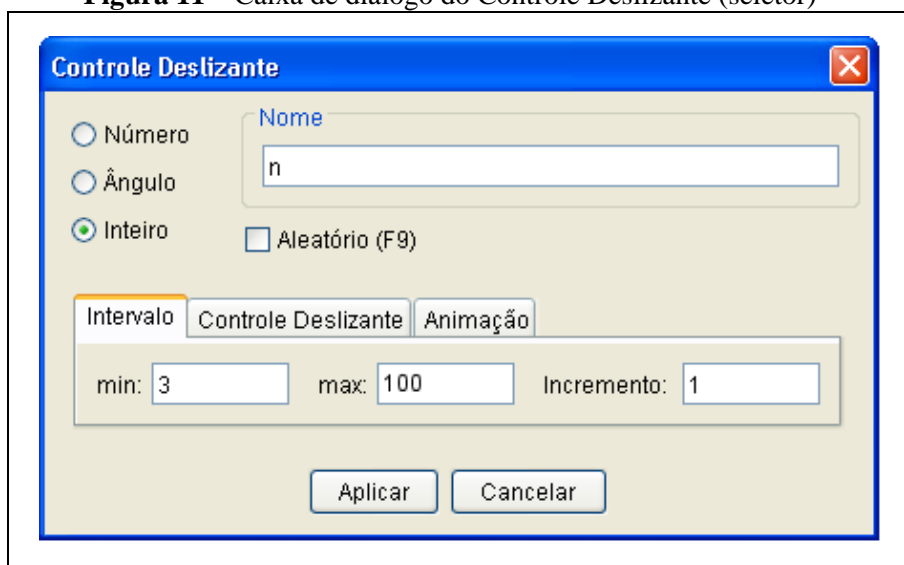
⁶⁶ Ao criar o controle deslizante, abre-se uma janela que permite definir nome, intervalo, alinhamento, largura e o “incremento do número”, que determina como o controle deslizante irá variar/aumentar.

prática da CoP-FoPMat, uma vez que havia declarado (Capítulo 4) que não conhecia o GeoGebra. Nas linhas supracitadas, essa professora deixa claro que compreendeu as potencialidades do seletor, pois explica ao grupo as escolhas que devem ser feitas na caixa de diálogo do seletor (Figura 11) para a construção da referida figura (Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Entre os conhecimentos mobilizados/constituídos sobre o uso do seletor pela P-Elisa destacam-se:

- valor mínimo três – para obter os vértices dos polígonos, ou seja, obter o polígono com menor número de vértices/lados;
- valor máximo – para obter o polígono com o maior número de vértices/lados (neste caso P-Elisa usou 100);
- seleção da opção inteiro - pelo fato de que o seletor irá determinar o número de vértices/lados do polígono;
- uso do incremento 1 – para o número de vértices/lados variar de um em um quando o seletor for movimentado (Exemplo: $n = 3$, $n = 4, \dots, n = 100$).

Figura 11 – Caixa de diálogo do Controle Deslizante (seletor)



Fonte: Autora

No episódio, fica explícito também outros conhecimentos tecnológicos constituídos na CoP-FoPMat, ao expor para o grupo os passos de sua construção utilizando as opções da Barra de Menus do GeoGebra, entre elas o “Protocolo da Construção” e a “Barra de Navegação” que auxiliaram as aprendizagens da P-Clara e da P-Rose (Conhecimento Tecnológico).

Nesse episódio, P-Elisa demonstra um engajamento com o grupo e com a tarefa. Ela

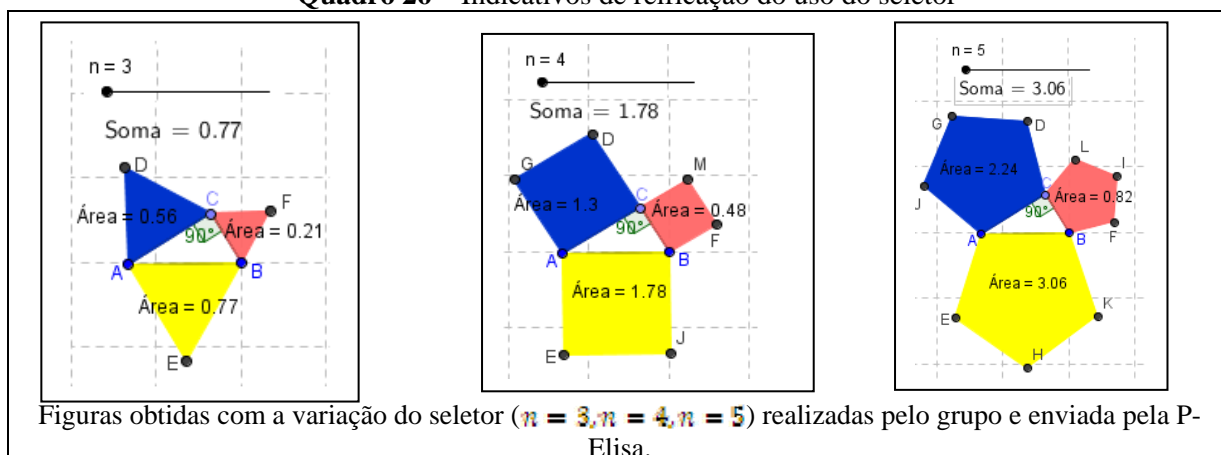
se apresenta como membro experiente evidenciando sua participação plena caracterizada pela forma com que partilhou/explicou como se utiliza o seletor e qual a função dele, por auxiliar a construção das figuras socializando os passos e por responder todas as perguntas da P-Clara e da P-Rose. Quanto à P-Clara (1, 4, 6, 8, 11, 14, 17, 21 e 23) e à P-Rose (3, 9 e 15), elas legitimaram a periferia de suas participações com seus questionamentos e exposição de suas dúvidas. Porém, diante do empenho em aprender a construir os polígonos regulares utilizando o seletor no intuito de constatar geometricamente o Teorema de Pitágoras, elas evidenciam uma trajetória de entrada com perspectiva de se tornarem participantes plenas na prática desenvolvida por essa comunidade (WENGER, 1998).

As projeções (reificações) da P-Elisa (7, 9, 18, 20), quanto aos significados do seletor, da barra de navegação, do protocolo da construção, fizeram com que ela assumisse a posição de *expert* nesse grupo, uma vez que se dispôs a compartilhar os seus conhecimentos a respeito das potencialidades do GeoGebra, posição legitimada pelas demais professoras do grupo ao obterem respostas aos questionamentos. Wenger, McDermott e Snyder (2002) destacam que, em uma Comunidade de Prática, o desenvolvimento da prática está atrelado à existência de líderes internos, ou seja, não se concentra em apenas em uma pessoa, pode variar, dependendo dos conhecimentos que ainda não foram constituídos por todos os participantes da comunidade.

Infere-se que, diante do questionamento da P-Elisa (28): “ser necessário assumir $n \geq 3$ ”, P-Rose (29) e P-Clara (30) atribuíram significado ao valor mínimo do seletor (n), uma vez que reificaram que é três porque refere-se ao número mínimo de lados de um polígono. Elas também demonstraram compreensão de que, por meio do seletor, podem obter polígonos de n lados sobre os lados do triângulo retângulo e que podem comparar suas áreas e constatar o Teorema de Pitágoras (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Posteriormente P-Elisa enviou à pesquisadora a construção realizada pelo grupo usando o seletor, evidenciando as aprendizagens relacionadas ao seu uso. Nessa construção, ao alterar o valor de n , o grupo obteve figuras como as apresentadas no Quadro 26, que indicam que o grupo reificou o modo de usar o seletor para a construção de polígonos regulares sobre os lados do triângulo retângulo, para constatar a veracidade do Teorema de Pitágoras.

Quadro 26 – Indicativos de reificação do uso do seletor



Fonte: Autora

O uso do controle deslizante na verificação da afirmativa IV da Tarefa 17 possibilitou aos membros da CoP-FoPMat a observação de diversas regularidades. Por exemplo, o FP-Jorge, ao construir octógonos sobre os catetos, percebeu que, em torno do ângulo reto, obtém-se a soma de 360° , pois os ângulos internos do octógono medem 135° cada um. Durante as apresentações e negociações no grande grupo, ele expôs que, quando se obtém $n > 8$, os polígonos construídos sobre os lados do triângulo retângulo terão partes de suas superfícies sobrepostas, no entanto o GeoGebra apresenta o valor da área de cada polígono, e isso os leva a desconsiderar as superfícies sobrepostas.

Apesar deste comentário feito pelo FP-Jorge, o grupo não discutiu o fato de a afirmativa IV, que foi considerada como verdadeira, referir-se a “quaisquer” polígonos regulares. Entretanto, desconsideraram construções que se sobrepõem e concluíram que é possível verificar a relação entre as áreas porque se pode calcular a área de cada polígono a partir da medida do seu lado e considerar seus ângulos sem relacionar com o espaço tomado pela figura construída sobre os lados do triângulo retângulo. O GeoGebra permitiu evidenciar que geometricamente a construção de polígonos com n muito elevado fica inviável, pois há uma sobreposição do espaço de construção da figura, as superfícies se sobrepõem.

Outro aspecto que os participantes perceberam com o aumento do valor de n (controle deslizante) foi que, conforme aumenta o número de lados do polígono, ele tende a se tornar um círculo.

P-Clara: *Você fez pontos sobre círculo? Mas tem que construir o triângulo retângulo? Ou não importa o caminho?*

P-Elisa: *Não! É só o lado do polígono, que vai aumentando até quase virar um círculo. Mas o triângulo mesmo não aumentou, o triângulo ficou fixo.*

As reflexões que culminaram em negociação de significados na CoP-FoPMat ocorreram com frequência, muitas vezes desencadeadas nos momentos de apresentar e analisar resolução de tarefas e outras no início dos encontros em que foram retomados alguns pontos do encontro anterior. Comentários relacionados às dificuldades enfrentadas na prática do professor a respeito do uso das tecnologias digitais, das implicações pedagógicas para o uso das TDIC e das impressões acerca das condições para o uso dessas tecnologias nas escolas foram frequentes na CoP-FoPMat e se constituíram parte do repertório compartilhado, como os ocorridos no 14º encontro (20/04/12), apresentados a seguir.

1. *P-Isabela:* [...] Como eu vou levar o 9º ano com 38 alunos (para o laboratório de informática) e falar tudo para eles? Ainda que nessa turma eu tenho aulas seguidas. [...] Agora como é que eu vou fazer na hora em que todo mundo começa a conversar e a me perguntar? Vou ficar doidinha. [...] Eles (alunos) dizem assim: por que ninguém leva a gente para o laboratório? Aí eu falo assim para ele: porque tem coisas que nós professores não aprendemos a utilizar, estamos fazendo curso, mas temos um monte de coisas para aprender ainda. [...] Então eles falaram assim: “fala para gente como que faz”. Tem uns que são superespecialistas. Disse: “entra lá e pede para baixar” (o programa). Aí tem uns que já baixaram. Eu disse: “vão fazendo, vão vendo, vocês têm conhecimento, vocês aprendem sozinhos”.
2. *P-Rose:* Semana passada eu estava lá no colégio [...] lá no laboratório tem uma pessoa responsável pela informática [...] aí eu disse: “eu preciso que você deixe arrumado, para eu dar aula” Aí ele disse: “eu não mexo com isso”. Você pede para um e para outro e ninguém quer saber de nada.
3. *P-Clara:* Mas acontece isso mesmo. Aí você vai e ninguém sabe. [...] Já peguei um caderninho e eu falei: “eu quero aprender desde a hora que liga”. Fui fazendo um passo a passo, porque eu sei que essa pessoa que vai fazer isso na hora que você quer, não acha ela. Eu já levei para sala, (Arthur⁶⁷) para mostrar um videozinho do Tales. Fiz tudo sozinha. [...] O ideal é que tivesse uma sala com tudo montado e era só chegar e ligar.
4. *P-Rose:* Senão toda vez que você vai lá você ter que fazer tudo. Você acaba desistindo, o tempo acaba.

14º encontro, 20/09/2012.

Nesse episódio, P-Isabela (1) indica a preocupação com a gestão da aula e reconhece a importância de aulas geminadas para o trabalho com as TDIC, uma vez que isso envolve vários fatores como tempo e logística. É necessário deslocar os alunos para o laboratório, ligar as máquinas, assessorar alunos nas questões técnicas e do conteúdo, entre outros aspectos. Essa professora deixa evidente sua fragilidade para criar um ambiente de aprendizagem utilizando as TDIC e sua preocupação com os conhecimentos necessários para o seu uso adequado. Já P-Clara (3) revela que, para criar um ambiente de aprendizagem utilizando as TDIC o professor precisa aprender a ligar, desligar, manipular a tecnologia (Conhecimentos

⁶⁷ Como mencionado no Capítulo 4, Arthur é o nome dado a um equipamento que possui acesso a Internet por WiFi, projeção, exibição de CD, uso de pen drive, e funciona como computador normal.

Tecnológicos). Por sua vez, P-Rose (2 e 4) faz menção à falta de suporte técnico ao professor que pretende usar os recursos digitais, evidenciando que o professor nem sempre tem um serviço de apoio para usar o laboratório de informática.

As professoras, nesse episódio, tiveram participação plena no sentido de compartilharem suas histórias de sala de aula, suas dificuldades, seus anseios. O fato de elas se manifestarem de forma a haver uma confluência nas ideias apresentadas sobre o uso das TDIC evidencia um engajamento mútuo ocorrido de forma harmoniosa (WENGER, 1998). Considera-se esse um dos momentos importantes no que diz respeito ao processo de formação, porque possibilita reflexão acerca da prática pedagógica e conhecer diferentes realidades por meio do depoimento de outros professores. Essa troca de informações, de experiências, dos obstáculos enfrentados, pode fortalecer o professor no sentido de buscar formação para o seu desenvolvimento profissional.

Na sequência do episódio, P-Isabela indaga a pesquisadora sobre como usar o GeoGebra tendo em conta os conteúdos.

1. P-Isabela: Como você faria para usar o GeoGebra, em um segundo ano que não tem nenhuma matéria? Eu não encontrei. Eu comentei com eles, que estava aprendendo o GeoGebra e eles perguntaram o que é isso. Aí disse o seguinte: “olha, depois de terminar as provas, eu vou falar para vocês, aí a gente vai lá no computador”.

14º encontro, 20/09/2012.

Aproveitando as reflexões do episódio anterior e o questionamento da P-Isabela, a formadora sugeriu um trabalho com o conteúdo de Sistemas de Equações Lineares e com Trigonometria, que são indicados para o 2º ano do Ensino Médio, e fez algumas intervenções a respeito dos conhecimentos necessários para uma aula usando as TDIC. Em síntese, destacou que é importante:

- saber lidar com improvisos – quando se muda de tecnologia (do lápis e papel para o computador), podem surgir ideias matemáticas inesperadas, pois um *software* como o GeoGebra permite visualizar a representação gráfica de um objeto matemático, que é estático em um quadro de giz, de modo dinâmico;
- ter conhecimento amplo do tema - à medida que se aprende, por exemplo, um conteúdo com profundidade, têm-se bons argumentos para lidar com os estudantes, para criar um ambiente de aprendizagem, aspectos que ajudam a lidar com as dificuldades;
- trabalhar em duplas – que considera uma boa estratégia porque possibilita a negociação de significado entre os alunos, importante aspecto no processo de

aprendizagem;

- elaborar/adequar tarefa - a tarefa deve ter um caráter que permita investigar, conjecturar, testar, experimentar; a representação gráfica (figura), a partir da tarefa, deve permitir transformações, ser dinâmica para que permita perceber regularidades, tirar conclusões e transcender o papel de aprendiz passivo;
- propor discussão coletiva (professor e alunos), usar projetor e quadro (lousa) - “por trás” do que se vê na tela, há um conceito matemático que precisa ser discutido, ser generalizado e/ou sistematizado com a participação de todos alunos.

Os significados projetados pela formadora com relação à utilização das TDIC em uma aula e as reflexões desencadeadas no episódio supracitado, entre membros da CoP-FoPMat, foram considerados importantes para o processo formativo, uma vez que eles incentivaram os participantes a compartilharem suas experiências e expectativas. Nos diários do 14º encontro (20/12/12) os professores e os futuros professores deixaram evidências da importância das reflexões (conversa, bate-papo) do episódio anterior.

Achei muito válida a discussão que tivemos no início do curso sobre as dificuldades de trabalhar com as mídias nas escolas. São problemas reais que acontecem com todo mundo e que às vezes nos desmotivam (P-Clara, diário do 14º encontro, 20/09/12).

[...] falamos sobre levarmos os alunos ao laboratório, que é um desafio para nós. Um assunto que eu não domino. Mas fiquei animada com as ideia e acho que vou criar coragem (P-Isabela, diário do 14º encontro, 20/09/12).

Eu fico muito preocupada sempre que saio do curso, penso que não estou aplicando nada em sala de aula, mas o seu comentário me deixou um pouco mais tranquila. A minha preocupação é de não dar conta de atender os alunos (apesar de achar que eles entendem mais do que eu). Enfim preciso vencer essa etapa na minha vida profissional (P-Marta, diário do 14º encontro, 20/09/12).

Principiamos o encontro com um bate-papo que se iniciou de maneira informal e desprezioso pela P-Isabela ao questionar a P-Loreni e os demais presentes sobre como trabalhar com os alunos utilizando o GeoGebra, visto que muitos não possuem conhecimentos básicos de matemática (alunos), pois ela sente-se inábil diante de obstáculos. [...] Tive a impressão de que muitos dos que estavam presentes aguardavam por esse momento de trocas de experiências e desabafos das frustrações encontradas nas escolas. Muitos conversavam entre si neste momento, mas falavam do mesmo assunto. [...] Julgo que esta conversa foi muito proveitosa, pois como participante do grupo percebo que cenas como esta nos aproximam, deixando-nos mais à vontade para trocar boas ideias, fracassos, frustrações, aprendizados, dificuldades etc ...(FP-Karen, diário do 14º encontro, 20/09/12).

No primeiro momento houve uma conversa sobre a experiência dos professores em sala de aula a respeito do uso do laboratório para ensinar com o GeoGebra. Mas o que eles apresentaram foi um certo desânimo em relação à ajuda da escola, pois não há apoio (FP-Andrea, diário do 14º encontro, 20/09/12).

Esses fragmentos de diários revelam preocupações dos professores experientes por não utilizarem as TDIC em suas aulas. P-Clara demonstra compreensão de que os problemas enfrentados são comuns entre professores, mesmo trabalhando em escolas diferentes. A P-Isabela e a P-Marta mostram interesse em vencer as dificuldades enfrentadas, relacionadas ao uso das TDIC na sala de aula, sinalizando para mudanças na prática pedagógica. A P-Marta destacou a necessidade de aprender para que possa “dar conta” de atender aos alunos.

A FP-Karen, no seu diário, considerou a reflexão ocorrida como uma troca de experiência que colaborou para uma integração dos membros da CoP-FoPMat, ou seja, que esses momentos proporcionaram maior engajamento dos participantes. Essa futura professora também evidencia que momentos como esses, de liberdade de expressão, podem colaborar para sua formação, pois os participantes descontraídos e seguros expõem suas ideias, experiências, fracassos, dificuldades que podem desencadear reflexões nos futuros professores a respeito da prática do professor.

Os fragmentos de diários indicam também que a CoP-FoPMat discutiu formas de enfrentar problemas comuns relacionados ao conhecimento profissional. Wenger, McDermott e Snyder (2002) argumentam que, em uma comunidade, quando os membros descobrem quantos problemas têm em comum e quanto podem aprender um com o outro, se engajam em discussões que geram energias para o desenvolvimento de uma prática compartilhada, aspectos presentes na CoP-FoPMat conforme episódio e os fragmentos de diários.

Os relatos dos professores trazem evidências de que não possuem um espaço apropriado, como o dessa comunidade, que permite a troca de ideias ou de dificuldades enfrentadas em suas práticas, aspectos que, em outros contextos, podem atrapalhar ou causar constrangimentos.

Nos diários, frequentemente os participantes da CoP-FoPMat destacaram a importância dos momentos de discussão coletiva para o processo formativo. Essas discussões colaboraram para aprendizagens de conteúdos matemáticos e de questões da prática pedagógica, como revelam as declarações a seguir.

Foi discutido no grupo geral que podemos usar o triângulo retângulo para ensinar o conceito de semelhança de triângulos. O fato de analisarmos determinado conteúdo matemático e observarmos que podemos relacionar com outro conteúdo também de matemática é interessante para nós professores, para melhorar nossa prática pedagógica. Tanto este encontro, como os outros, nos faz refletir e analisar como devemos trabalhar os conteúdos de matemática na sala de aula (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/09/12).

Um ponto interessante que levantamos, na discussão geral, foi o ponto de conseguir que os alunos compreendam as ideias relacionadas aos conteúdos, mais do que as fórmulas, que facilmente podem ser esquecidas, enquanto que as ideias podem ser aplicadas em diversas situações e também ser trabalhadas ao estudarmos novos conteúdos (FP-Jorge, diário do 14º encontro, 20/09/12).

Foi ótima a discussão sobre as tarefas do início da aula. É interessante como cada grupo pensa de uma maneira para obter um mesmo resultado (P-Clara, diário do 15º encontro, 04/10/12).

Já no final do encontro falamos sobre a importância de haver professores pesquisadores, interessados em buscar diferentes maneiras de ensinar, não apenas seguindo à risca o que trazem os livros didáticos (onde o Teorema de Pitágoras é sempre representado com quadrados (FP-Karen, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Os fragmentos de diário da P-Maura evidenciam que as discussões no grande grupo proporcionaram constituição de conhecimentos relacionados à prática pedagógica do professor, uma vez que ela reconheceu a importância de articular conteúdos como o Teorema de Pitágoras e Semelhança (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

Os dizeres do FP-Jorge indicam que as discussões no grande grupo o fizeram perceber que uma ideia pode ser trabalhada por meio de vários conteúdos e que estas são mais importantes do que as fórmulas, sinalizando, com isso, que constituiu conhecimentos acerca da organização de conteúdos matemáticos para o ensino (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

No fragmento de diário da P-Clara, nota-se que as discussões possibilitaram a percepção de que, ao resolver uma tarefa, é possível usar diferentes estratégias/procedimentos. O reconhecimento desses aspectos sinaliza que as discussões proporcionaram aprendizagens relacionadas às formas de organização do trabalho com os alunos, de buscar compreender as suas diferentes resoluções, sinalizando para mudança na sua prática pedagógica (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

Por sua vez, a FP-Karen ressalta a importância de os professores buscarem novas práticas pedagógicas, ou seja, levanta questões relacionadas à responsabilidade e ao papel ativo do professor no seu desenvolvimento profissional.

Os relatos nos diários revelam também que os participantes da CoP-FoPMat, perceberam que, para a construção das figuras, é necessário levar em conta que as ferramentas do GeoGebra “carregam” conceitos matemáticos que devem ser considerados durante a utilização do *software*, como declara a P-Clara.

Consegui criar uma construção válida de forma diferente porque busquei bases sólidas nos conteúdos matemáticos” (P-Clara, diário do 15º encontro, 27/09/12)

De modo geral, os encontros da CoP-FoPMat revelaram aprendizagens relacionadas

às ferramentas do GeoGebra, mas também de questões didático-pedagógicas para o seu uso. Esses fatores estão presentes nas delcarações feitas nos diários da P-Clara e da P-Elisa.

Com este curso aprendi muito mais técnicas e principalmente de que forma utilizar este software com os alunos (P-Clara, diário do 16º encontro, 04/10/12).

Neste encontro discutimos a importância de o professor primeiro aprender o GeoGebra para si e depois para usar em sala de aula (P-Elisa, diário do 15º encontro, 20/09/12).

Algumas reificações que compuseram o repertório compartilhado dos membros da CoP-FoPMat, que revelam suas aprendizagens e a mobilização de conhecimentos constituintes do *TPACK*, são destacadas no Quadro 27. No entanto, salienta-se que a intenção não é olhar isoladamente para cada um desses conhecimentos, uma vez que, de acordo com Mishra e Koehler (2006), ensinar e aprender com tecnologia exige uma relação dinâmica e transacional entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Com esse quadro, pretende-se evidenciar frases e figuras que explicitam o que se tornou ponto de enfoque no processo de reificação de conhecimentos mobilizados/constituídos no contexto da CoP-FoPMat.

Quadro 27 – Reificações que revelam aprendizagens e mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do TPACK

Conhecimentos	O que foi reificado	Rastros das reificações			
Conhecimento do Conteúdo	O Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando as áreas de polígonos regulares (com um mesmo número de lados) construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.	“Pode ser qualquer figura. Desde que seja regular. Não precisa ser só quadrado.”	“Não precisa ser só quadrado, pode ser qualquer polígono regular!”	“O grupo discutiu e conclui que podemos construir sobre os lados de um triângulo retângulo quaisquer polígonos regulares”.	
		“Calculamos as áreas de cada um dos polígonos e confirmamos a validade da relação $hip^2 = cat^2 + cat^2$ para qualquer polígono regular”.	“Se você pegar um triângulo...”		“Vale para qualquer figura. Um pentágono...”
		Generalização algébrica do Quadro 20.			
	O Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando as áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.	“A área (do círculo) vai ser πr^2 aí seria dividido ao meio. Se aqui é 3 (medida do lado), vai ser $2,25\pi$, no lado 4 vai ser 4π . Agora esse aqui, 2,5 ao quadrado igual a $6,25\pi$.”	“Agora soma esse com esse (somam $2,25\pi + 4\pi$ e dividem por dois)”. “Vai dar sim. Deu.”		“Fiz os semicírculos calculei a área e somei”.
		“Fica πa sobre dois ao quadrado sobre dois [...]”. Conseguimos algebricamente!!”.	“Se você pegar um semicírculo, essa área mais essa área é igual a essa área.”	Generalização algébrica do Quadro 20.	“Então a 3 (afirmativa III) é verdadeira”.
Conhecimento pedagógico	Desafiar o aluno por meio de tarefas pode promover sua participação.	“Desafiar alunos poderia incitá-los a participar da tarefa.”			
	É importante pensar na gestão da aula.	“Como eu vou levar o 9º ano com 38 alunos e ter que falar tudo para eles. Ainda que nessa turma eu tenho aulas seguidas”.			
	A compreensão de ideias envolvidas nos conteúdos é mais importante que as fórmulas.	“Um ponto interessante que levantamos, na discussão geral, foi o ponto de conseguir que os alunos compreendam as ideias relacionadas aos conteúdos, mais do que as fórmulas, que facilmente podem ser esquecidas, enquanto que as ideias podem ser aplicadas em diversas situações e também ser trabalhadas ao estudarmos novos conteúdos”.			
	É possível obter um mesmo resultado utilizando estratégias diferentes.	“Foi ótima a discussão sobre as tarefas do início da aula. É interessante como cada grupo pensa de uma maneira diferente para obter um mesmo resultado”.			

	É importante buscar diferentes estratégias para ensinar um conteúdo.	<i>“Já no final do encontro falamos sobre a importância de haver professores pesquisadores, interessados em buscar diferentes maneiras de ensinar, não apenas seguindo à risca o que trazem os livros didáticos (onde o Teorema de Pitágoras é sempre representado com quadrados)”.</i>			
Conhecimento pedagógico do conteúdo	O Teorema de Pitágoras pode ser ensinado comparando áreas de quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.	<i>“Eu sempre vi demonstração com quadrado. Neste quadrado, neste e neste, aí você recorta esse aqui e consegue encaixar nesses dois”.</i>	<i>“Antes de dar o Teorema de Pitágoras, passo um quebra cabeça. Faço o 3,4 e 5 [...]depois que eu falo do Teorema de Pitágoras”.</i>	<i>“Sempre que dou o teorema antes passo um quebra cabeça para que os alunos vejam que a área dos catetos (dos quadrados sobre os catetos) e igual à da hipotenusa”.</i>	
	Não é necessário trabalhar com semelhança de triângulo antes do Teorema de Pitágoras.	<i>“O fato de trabalhar o conceito de semelhança de triângulo não interfere no estudo do Teorema de Pitágoras, nós vamos trabalhar com área. Dá pra trabalhar perfeitamente sem falar de semelhança”.</i>			
	Na prática pedagógica, é importante articular diferentes conteúdos matemáticos.	<i>“O fato de analisarmos determinado conteúdo matemático e observarmos que podemos relacionar com outro conteúdo também de matemática é interessante para nós professores, para melhorar nossa prática pedagógica”.</i>		<i>“Se trabalharmos os conteúdos de forma articulada renderiam mais”.</i>	
	É importante conhecer diferentes relações que validem o teorema de Pitágoras.	<i>“Estabelecer novas relações que provem a ‘validade’ do teorema”.</i>			
	É importante analisar a potencialidade de tarefas matemáticas para a aprendizagem do Teorema de Pitágoras.	<i>“Tal tarefa possibilitou ver alternativas de apresentar aos alunos (independente do nível escolar) a veracidade do Teorema de Pitágoras”.</i>			
Conhecimento tecnológico	Existem diferentes procedimentos para construir figuras no GeoGebra.	<i>“Primeiro eu fiz um ângulo reto, usando amplitude fixa”</i>	<i>“Vai lá e pega o polígono regular, clica nesse e nesse...”.</i>	<i>“Você pode usar reta perpendicular, também dá”.</i>	<i>“Tanto faz, você escolhe (polígonos regulares ou retas)”.</i>
	Recursos do GeoGebra auxiliam na compreensão dos passos envolvidos na construção da figuras.	<i>“É o que vai indicar os passos para ir voltando. [...] é o protocolo de construção aí já aparece o que já foi feito”.</i>		<i>“Vai aparecendo todo o passo a passo que você fez, vai voltando”.</i>	<i>“Na retinha dele (seletor) você dá 2 cliques”.</i>

Conhecimento tecnológico do conteúdo	O GeoGebra permite explorar propriedades e confirmar conjecturas (Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando áreas).	<i>“Depois, fizemos no GeoGebra utilizando o semicírculo, descobrimos que para encontrarmos a área do semicírculo temos que fazer o setor circular. Utilizamos o pentágono regular, fizemos um triângulo retângulo fixo (com reta e reta perpendicular) e depois utilizamos a ferramenta polígono regular para fazermos os pentágonos e no teste ele permaneceu fixo”.</i>		<i>Figuras dos Quadros 24 e 26.</i>	
		<i>“Construí triângulos em cada lado do triângulo retângulo, e ao modificar um vértice do triângulo verificava a alteração da sua área”.</i>	<i>“Esta definição foi confirmada no GeoGebra, comparando a soma das áreas dos polígonos dos catetos com a área do polígono sobre a hipotenusa”.</i>		
	A potencialidade da ferramenta “Controle Deslizante” associada ao conteúdo matemático.	<i>“O $n=3$ vai ser a figura, (polígono sobre os lados do triângulo retângulo) que dá para aumentar para $n = 4$, ele vai colocando todos os polígonos regulares”.</i>	<i>“Se o n for três, você vai ter um triângulo e assim por diante...”</i>	<i>“Eu coloquei n como inteiro, ao invés de número, (possibilidade que o GeoGebra oferece) na hora de criar o seletor, aí na hora de criar a figura que está sendo feita nos lados do triângulo retângulo ele vai depender do número de pontas que ele vai ter que é o n”.</i>	
	Uso do GeoGebra associado a propriedades matemáticas: triângulo retângulo (ângulo reto).	<i>“Primeiro eu fiz um ângulo reto, usando amplitude fixa (ferramenta do software “ângulo com amplitude fixa”). Aí eu tenho 90° e a partir daí eu construo o triângulo usando polígono (a ferramenta polígono)”.</i>		<i>“Você pode usar reta perpendicular. Também dá”.</i>	
Conhecimento pedagógico da tecnologia	Estratégias de ensino com o uso da tecnologia digital (GeoGebra).	<i>“Já pensou que legal levar os alunos para fazer isso (figuras) com seletor”.</i>	<i>“Estava pensando na minha hora atividade, vou fazer isso no GeoGebra. Uso medidas, faço o triângulo retângulo 3, 4, 5 e os quadrados, ao invés de tirar xerox”.</i>		
	O mesmo objeto matemático pode ser representado usando diferentes ferramentas do GeoGebra.	<i>“Eu não uso os polígonos regulares pronto ali. Faço a construção deles com retas ...”.</i>		<i>“Tem várias maneiras (de fazer o triângulo retângulo)”.</i>	
	Conhecer potencialidades do software pode promover a iniciativa por novas possibilidades de trabalho.	<i>“As investigações realizadas nos encontros acerca do GeoGebra despertam nos membros do grupo interesse para realizarem pesquisas motivando-os a enriquecer suas aulas”.</i>			

Conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK)	Constituição e exploração de estratégias que tornam a construção simples de ser realizada e eficiente para os processos de ensino e de aprendizagem - observação de regularidades.	<i>Quadros⁶⁸ 20, 21 e 25.</i>	<i>“Nós fizemos variar o lado do triângulo retângulo e dos polígonos tudo de uma vez”.</i>	<i>“Você fez um polígono regular de a lados e a é o seletor. [...] Você fez um seletor para o triângulo também”.</i>
	Reconhecimento das potencialidades do GeoGebra para o ensino que podem promover a aprendizagem.	<i>“Com este curso aprendi muito mais técnicas e principalmente de que forma utilizar este software com os alunos”.</i>		
		<i>“É fascinante como o GeoGebra pode dinamizar o aprendizado de geometria”.</i>		

⁶⁸ Considera-se *TPACK* porque as figuras permitem investigar regularidades e o grupo apresenta justificações das ideias matemáticas (Quadros 20 e 21), e também associam à possibilidade de aprendizagem do aluno (Quadro 25).

5.2.2 Investigações desencadeadas a partir da Tarefa 17

Como já explicitado, a Tarefa 17 energizou o grupo tanto pelas suas afirmativas quanto pelas investigações que se desencadearam no decorrer das discussões. O uso do GeoGebra permitiu que novas questões decorrentes da Tarefa 17 fossem levantadas e investigadas. Para evidenciar algumas aprendizagens, nesta seção, será descrito e analisado o que se tornou ponto de enfoque nos processos de negociação de significado a partir de interações, discussões, construções e apresentações de figuras (irregulares) feitas no GeoGebra e também das formas de generalizações do Teorema de Pitágoras.

Os processos de negociação de significados focalizaram a construção de polígono/figuras irregulares sobre os lados do triângulo retângulo para investigar a possibilidade de constatar o Teorema de Pitágoras, a generalização escrita em uma folha e a generalização a partir de figuras irregulares/semelhantes.

As investigações tiveram início com uma provocação da formadora, após a discussão da resolução da Tarefa 17 na folha, no 13º encontro (30/08/12), na busca de outras reflexões a respeito do Teorema de Pitágoras.

P-Loreni: Quais outras figuras podem ser construídas sobre os lados do triângulo retângulo que permitem constatar o teorema?

FP-Jorge: Retângulos...

(13º encontro, 30/08/2012).

O FP-Jorge, nesse momento, salientou que tinha visto, em um vídeo na Internet, a constatação do teorema por meio de retângulos. Fato que surpreendeu os participantes. Para explicar ao grupo, o futuro professor utilizou o computador (Arthur) conectado ao projetor e foi construindo uma figura no GeoGebra a fim de mostrar tal possibilidade. Os procedimentos utilizados pelo FP-Jorge desencadearam uma negociação de significados acerca da construção de retângulos sobre os lados de um triângulo retângulo.

1. *FP-Jorge: Vou pôr a malha* (insere a malha quadriculada na tela de visualização do GeoGebra).
2. *P-Loreni: Por quê?*
3. *FP-Jorge: Vou usar a malha para fazer o 3, 4, 5* (triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5). *A olho parece que é* (risos). *Vamos medir.*
4. *P-Rosa: Deu certinho.*
5. *FP-Jorge: Agora faz um retângulo aqui e aqui* (sobre os catetos) *e outro aqui* (sobre a hipotenusa). *Aqui complicou* (sobre a hipotenusa). *Tem que usar alguma propriedade* (matemática).
6. *P-Loreni: A construção do triângulo retângulo é eficiente?*
7. *P-Rosa: Não.*
8. *P-Loreni: Por que não?*
9. *FP-Jorge: Porque não é fixa.*

10. P-Rosa: *Ele fez um desenho, é um esboço.*
11. P-Loreni: *Em algumas situações podemos usar, como quando fazemos uma figura só para imprimir. Mas em uma investigação com aluno, ao movimentar (o vértice) o que vai acontecer?*
12. P-Isabela: *Vai deixar de ser um triângulo retângulo. O ângulo deixa de ser reto.*
13. P-Loreni: *Então, para fazer uma figura temos que garantir que com o movimento a figura não perderá as propriedades, neste caso, o ângulo de 90° .*
14. P-Rosa: *Ele está tentando fazer um retângulo com o dobro do lado do triângulo?*
15. FP-Jorge: *É, só que aqui na hipotenusa não deu muito certo.*
16. P-Rosa: *Ficou um paralelogramo, um trapézio... Sei lá. Você tem que fazer retas perpendiculares pelos vértices e usar o círculo (FP-Jorge faz as retas). Só que você tem que pegar o outro círculo (ferramenta “círculo dado centro e raio”).*
17. FP-Jorge: *Hum... De raio 10.*
18. P-Rosa: *Pega interseção lá em cima (reta perpendicular à hipotenusa passando pelos vértices e círculo).*
19. FP-Jorge: *Agora deu certo.*
20. P-Loreni: *Compare as áreas. Deu. O que ele fez, pessoal? Foi um triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5, sobre seus lados retângulos com altura medindo o dobro do lado do triângulo. No caso da hipotenusa, ele fez um segmento (raio) medindo 10 usando a ferramenta “círculo dado centro e raio”.*
21. FP-Jorge: *Aqui é 4 (cateto) fiz um círculo de raio 8.*
22. P-Loreni: *Ele usou (a ferramenta) círculo de raio fixo.*
- [...]
23. FP-Jorge: *Tem que pensar no jeito de fazer o triângulo certo, porque a hora que mexer aqui (vértice) estraga tudo (perde a propriedade).*
24. P-Isabela: *Mas e se fizer a interseção (dos vértices do triângulo com a malha)?*
- P-Loreni: *O GeoGebra não possibilita isso (interseção com a malha).*
25. FP-Jorge: *Desse jeito a hora que mexer A, B ou C (vértices) desconfigura tudo.*
(13º encontro, 30/08/12).

O FP-Jorge (1 e 3) optou por construir o triângulo retângulo de medida 3, 4 e 5 utilizando a ferramenta “polígono” e os pontos da malha quadriculada. Embora esse procedimento tenha possibilitado a verificação de que é possível constatar o Teorema de Pitágoras utilizando retângulos, ele não foi eficiente, não propiciou, com o mover dos vértices, a percepção de regularidades, aumentando os lados do triângulo, aumentaria proporcionalmente os lados dos retângulos e aumentaria também os valores das áreas.

O procedimento utilizado pelo FP-Jorge na construção da figura levou a P-Rosa (10) a distinguir uma figura de um desenho/esboço quando se usa um *software* de geometria dinâmica. De acordo com Baldini (2004), uma figura é um objeto teórico que representa relações geométricas, portanto mantêm suas propriedades ao mover seus vértices e, no caso do triângulo retângulo feito pelo FP-Jorge, deixaria de ser retângulo, como afirma P-Isabela (12), por isso foi considerado um esboço da figura, por não respeitar rigorosamente as relações geométricas.

A interferência da formadora (6, 8, e 11) propiciou que FP-Jorge (8), P-Rosa (10) e

P-Isabela (12), bem como outros membros que permaneceram atentos, observassem que o procedimento utilizado na construção do triângulo não é adequado para investigar propriedades matemáticas, uma vez que as propriedades da figura não permaneceram invariantes. A formadora (13) confirmou e evidenciou os significados produzidos para esse procedimento e, com base nas reificações, sistematiza que uma figura dinâmica carrega suas propriedades (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

A intervenção da formadora durante o processo de negociação de significados colaborou com o processo formativo, pois incentivou os membros a compartilharem os significados produzidos, promoveu reflexões a respeito dos conhecimentos mobilizados, como a construção adequada de figuras no GeoGebra ocorrida no episódio já citado.

O fato de FP-Jorge (5) enfrentar problemas para construir o retângulo sobre a hipotenusa não lhe causou constrangimento algum, no entanto propiciou a participação de vários membros, P-Rosa (4,7,10,14,16,18), P-Isabela (12), entre outros, que observavam e davam algumas opiniões. Considera-se que essas professoras e o FP-Jorge tiveram uma participação periférica, pois ambos buscavam alternativas experimentando ferramentas do *software* para juntos aprenderem a construir tal figura, porém em direção a uma participação plena. Wenger (1998) destaca que a aprendizagem como participação ocorre por meio de nosso engajamento em ações e na interação, aspectos evidenciados nesse episódio.

A P-Rosa (14 e 16), ao compreender que os retângulos teriam um dos lados com o dobro do lado do triângulo retângulo, sugeriu o uso de retas perpendiculares à hipotenusa passando pelos vértices do triângulo e, para obter o dobro do lado, sugeriu que usasse o círculo explicitando a ferramenta “Círculo dados Centro e Raio”, que permite inserir medida do raio. Essa interação revela que esta professora mobilizou conhecimentos a respeito do retângulo associados à tecnologia, uso das retas perpendiculares para obter o ângulo reto e a escolha do círculo adequado para transportar a medida do comprimento, uma vez que o GeoGebra oferece duas opções para construir círculos (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Com relação ao Teorema de Pitágoras, o FP-Jorge teve uma participação plena, pois explicou e mostrou por meio da figura que o teorema pode ser constatado com retângulos que têm uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo.

Esse episódio evidencia o engajamento mútuo dos membros da CoP-FoPMat com relação ao empreendimento de resolver tarefas utilizando o *software* GeoGebra. É possível observar a prática de um grupo livre de pressões institucionais que busca aprendizagens de um domínio, aspecto peculiar de uma Comunidade de Prática. Como pontuam Wenger e

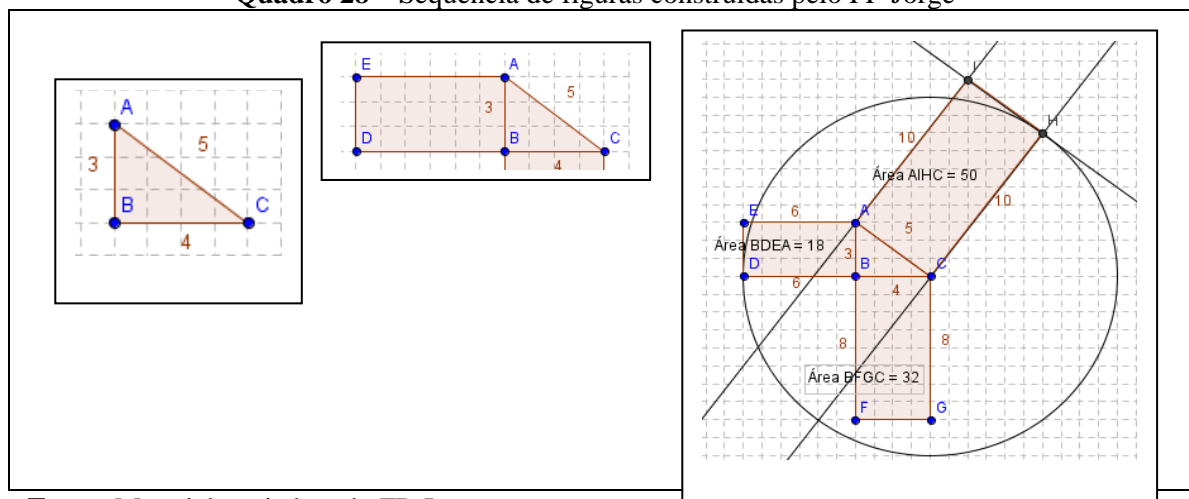
Snyder (2001), Comunidade de Prática é um espaço em que seus membros compartilham conhecimentos com liberdade e criatividade, incentivando novas abordagens para os problemas enfrentados.

Os professores e os futuros professores buscaram a própria aprendizagem, que é considerada como chave para o desenvolvimento profissional. De acordo com o episódio, infere-se que os membros aprenderam que:

- o teorema pode ser constatado geometricamente comparando as áreas de retângulos de lados proporcionais aos lados do triângulo retângulo;
- uma figura dinâmica carrega suas propriedades quando movimentada;
- há modos adequados para construir uma figura para que mantenha invariantes suas propriedades;
- algumas ferramentas são adequadas para a construção de retângulos por garantir suas propriedades, como “Retas”, “Retas Perpendiculares”, “Círculo dados Centro e um dos seus Pontos”.

A seguir apresenta-se uma sequência de figuras, capturadas com o uso da opção do GeoGebra “Barra de Navegação para Passos da Construção” da figura construída pelo FP-Jorge.

Quadro 28 – Sequência de figuras construídas pelo FP-Jorge



Fonte: Material enviado pelo FP-Jorge

Nos diários, os membros relataram que desconheciam a possibilidade de constatar o Teorema de Pitágoras comparando área de retângulos.

A questão da proporcionalidade ficou muito clara depois que o FP-Jorge usou o GeoGebra para mostrar que funcionava para um polígono não regular (FP-Andrea, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Quando o vi fazendo com retângulos, tinha certeza de que não daria certo. "Caí do cavalo", deu certinho. Foi muito legal (P-Aline, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Neste dia a aula ficou muito clara, deu para entender perfeitamente que podemos usar qualquer polígono para demonstrar o Teorema de Pitágoras. Lembrando que ele deverá ser proporcional⁶⁹ (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/08/12).

Uma das professoras tentou resolver a relação utilizando retângulos, mas não conseguiu, pois os retângulos não eram proporcionais e não seguiam uma ordem com relação à área. O FP-Jorge fez a construção com retângulos proporcionais (3:6, 4:8, 5:10) e confirmou, dessa forma, que os polígonos não precisam ser necessariamente regulares (FP-Karen, diário do 13º encontro, 30/08/12).

A FP-Andrea e a FP-Karen reconheceram a importância do GeoGebra para que o grupo confirmasse que é possível constatar o teorema com polígonos irregulares. Elas e a P-Maura também demonstram, em seus diários, compreensão de que os lados do retângulo possuem uma relação de proporcionalidade com o triângulo retângulo. P-Aline, por sua vez, deixa indícios de seus conhecimentos matemáticos quando afirma que não acreditava ser possível constatar desse modo o Teorema de Pitágoras.

Atitudes como a do FP-Jorge, de socializar ao grande grupo “novas descobertas”, foram comuns na prática da CoP-FoPMat. Pensar na possibilidade de constatar o teorema usando retângulos ou outras figuras que não fossem regulares energizou a comunidade para a aprendizagem do GeoGebra e de outras possibilidades de verificar geometricamente o teorema.

1. P-Loreni: *O FP-Jorge fez com o dobro (lado dos retângulos). Será que vale também para outras medidas?*
2. P-Rosa: *Pensei nisso. Como seria se ele usasse a metade?*
3. P-Loreni: *Se usasse um terço ou o triplo...*
4. P-Clara: *Eu ainda não entendi quando vai dar certo.*
5. P-Loreni: *Poderiam testar e verificar em quais casos isso vai dar certo (constatação do teorema com figuras irregulares). *Sugiro que façam (retângulos) com outras medidas e que testem com outras figuras.**

(13º encontro, 30/08/12).

Os encontros seguintes (27/09/2012 e 04/10/12) foram dedicados à investigação de diferentes figuras que possibilitaram a exploração das potencialidades do *software* GeoGebra e à generalização do Teorema de Pitágoras comparando áreas de figuras irregulares.

A construção do retângulo e a constatação do teorema comparando suas áreas não foram suficientes para que alguns participantes fizessem analogias para outras figuras irregulares. Alguns membros não tinham clareza de quais elementos do polígono irregular e do triângulo retângulo deveriam ter uma relação de proporcionalidade para a constatação do

⁶⁹ Utilizado no sentido de relação de proporcionalidade entre os lados do triângulo retângulo e das figuras construídas sobre seus lados - “percebe-se que para validar o Teorema de Pitágoras os triângulos precisam ser proporcionais, ou seja, terem a mesma razão entre a base e a altura” (FP-Karen, diário do 14º encontro, 04/10/12).

teorema. As dúvidas tornaram-se foco de estudo e levaram à negociação de significados.

1. P-Clara: Eu fiquei assim meio no ar, quando que dá certo, quando a figura não é regular. Quando ela é só proporcional como retângulo? [...] Ela (a formadora) não deu a resposta. Então eu acho que tem que fazer isso. Por exemplo, todas as figuras proporcionais⁷⁰ também vão dar certo? Ou foi só o retângulo que ele (FP-Jorge) fez que deu certo? E se for uma figura com mais lados?
2. P-Elisa: Estava comentando aqui (ao perceber a presença da formadora), minha dúvida do final do encontro passado é quando que uma figura, que não é regular vai dar certo!
3. P-Loreni: Poderiam testar no GeoGebra. Façam outros retângulos, outras figuras, usem o seletor e comparem as áreas.
[...]
4. P-Clara: Eu não consigo imaginar figuras proporcionais sem ser um retângulo [...]. Fiquei pensando como seria um pentágono proporcional. Gente, eu não sei nem como começar a desenhar uma figura dessas.
5. P-Rose: E se a gente testasse um triângulo isósceles?
6. P-Clara: Tá, mas o que no triângulo isósceles tem que ser proporcional? É isso que eu não estou entendendo [...].
7. P-Rose: Ele é base vezes altura dividido por dois, mas e daí?
8. P-Clara: Vamos pensar assim: em um triângulo isósceles, por exemplo, vai poder haver a proporcionalidade do quê?
9. Rose: O problema é que daí nós vamos ter 3 bases diferentes.
- 10 P-Clara: Três bases diferentes e a figura que tiver ali também vai ser diferente. Por exemplo, 6 e 3 é proporcional?
- 11 P-Rose: Vamos pensar primeiro no triângulo retângulo números 3,4,5...
- 12 P-Clara: Mas espera aí, a proporcionalidade tem que se verificar em um dos três, não é?
- 13 P-Elisa: Em todos a partir de um triângulo retângulo.
- 14 P-Clara: Na realidade vamos fazer então o 3,4,5. E o que vai ser proporcional?
- 15 P-Elisa: [...] vamos supor que se fosse multiplicar esse lado aqui por 2, e fosse 8 e aqui (outro lado) você teria de multiplicar por 2.
- 16 P-Clara: Então esse aqui seria 10, 8 e 6 então seria isso, as figuras que formam aqui no triângulo retângulo é que seriam proporcionais.
- 17 P-Elisa: Sim, porque a gente viu que no retângulo é só quando é essa mesma proporção, porque se, por exemplo, eu pegar esse triângulo aqui e multiplicar por 2 deu o 8, esse aqui eu multiplicar por 3 seria 9, para o retângulo.

(14º encontro, 20/09/12).

Esse episódio revela a dificuldade do grupo em compreender a relação de proporcionalidade entre as figuras. P-Clara (1, 4, 6, 8, 10,12) se expõe, denuncia que não compreendeu quais elementos da figura irregular deverão ter uma relação de proporcionalidade com quais elementos do triângulo retângulo. A formadora (3) sugere que o grupo teste no GeoGebra suas conjecturas, mesmo assim a P-Clara (4) enuncia que não consegue imaginar essa construção.

⁷⁰ Dá a ideia de figuras semelhantes que serão discutidas mais adiante.

Na interação, P-Rose (5,7, 9 e 11) convida o grupo para construir um triângulo isósceles sobre os lados do triângulo retângulo de medidas 3, 4 e 5, também indica um procedimento para calcular sua área. Diante disso, P-Clara (14 e 16) começa a produzir significados para a relação de proporcionalidade. Negocia significados de proporção com P-Elisa (13, 15 e 17) e, com isso, projeta o modo de obter a relação de proporcionalidade, mesmo sem compreender entre quais elementos.

No episódio, essas professoras se colocam em situação de aprendiz (participações periféricas). Entretanto, na interação, elas mobilizam conhecimentos associados à relação de proporcionalidade, ao indicarem as medidas dos lados do triângulo retângulo, quando estes são multiplicado por 2. Dessa forma, evidenciam que rumam à participação plena no sentido de descobrir quais elementos do polígono irregular e do triângulo retângulo devem ser proporcionais para constatar o Teorema de Pitágoras comparando área de figuras irregulares.

Esse episódio retrata que essas professoras não perceberam que, além de ser o dobro do lado relativo do triângulo retângulo, um par de lados do retângulo também são segmentos perpendiculares, talvez por isso enfrentavam tais dificuldades.

A formadora passava pelos grupos e interagiu com os membros, questionando ou orientando. Como sinalizado pela P-Clara (1), tomava cuidado em não validar respostas de modo que o grupo continuasse a investigação. O episódio a seguir retrata um desses momentos.

1. P-Loreni: *O que vocês estão fazendo?*
 2. P-Elisa: *Eu pensei no isósceles, fiz aqui, qual é a relação (de proporcionalidade) desses lados (do triângulo isósceles construídos sobre os lados do triângulo retângulo) com a base (lados do triângulo retângulo), mas não deu.*
 3. P-Loreni: *Essa relação não poderia ser com outro elemento do triângulo (do triângulo isósceles)? A altura com os lados (do triângulo retângulo)? [...]*
 4. P-Elisa: *Em relação à altura?*
 5. P-Loreni: *É.*
 6. P-Elisa: *Vou tentar (construir no GeoGebra) no isósceles.*
 7. P-Loreni: *E se a gente tivesse uma altura que variasse em função do lado (do triângulo retângulo), por exemplo: ora a altura fosse $1/3$ ora $1/4$?*
 8. P-Elisa: *Não precisaria trabalhar exatamente com isósceles (triângulo). Porque estaria preocupado com a altura, aí poderia ser qualquer (polígono).*
- (14º encontro, 20/09/12).

P-Elisa (2) declara que testou a relação de proporcionalidade entre os lados do triângulo isósceles e os lados (base) do triângulo retângulo usando o GeoGebra, mas que o modo utilizado não mostrou a relação entre as áreas. Por meio de questionamentos, a formadora (3, 5 e 7) conduz o grupo a investigar a relação entre a altura do triângulo isósceles e os lados do triângulo retângulo. P-Elisa (8) testa no GeoGebra e verbaliza sua compreensão

de que, a partir da altura, pode-se verificar a relação de proporcionalidade para qualquer polígono.

O 14º encontro (20/09/12) foi bastante tumultuado. Como destacado na seção 5.2.1 deste trabalho, alguns grupos retomaram a construção dos polígonos regulares buscando novos procedimentos, socializaram ao grande grupo, generalizaram. Outros investigavam polígonos irregulares, como triângulo isósceles e escaleno, trapézio.

Durante o trabalho em grupo, notou-se que enfrentavam dificuldades em transpor suas ideias para o GeoGebra e que, ao usar o *software*, surgiam elementos associados aos conhecimentos matemático e tecnológicos que colocavam os membros em conflitos. Observou-se, também, que, nas construções, a maioria usava como estratégia a tentativa e erro. Alguns realizavam a construção adequada, mas não conseguiam uma justificativa para o procedimento utilizado, ou seja, não conseguiam explicar por que conseguiam verificar o Teorema de Pitágoras daquele modo.

Enquanto testavam suas conjecturas, os membros da CoP-FoPMat aprendiam a usar as ferramentas do GeoGebra articuladas ao conhecimento matemático. Por exemplo, construir polígonos irregulares de modo que tivessem uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo e que permitissem validar o Teorema de Pitágoras usando ferramentas como retas, retas perpendiculares, círculos para transpor medida (Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Embora os pequenos grupos trabalhassem em ritmos diferentes, figuras diferentes, sempre aconteceram os momentos coletivos em que todos paravam para ouvir as socializações de dúvidas, constatações, apresentações de figuras e também para combinar ações do grupo.

No final do 14º encontro (20/09/12), abriu-se um diálogo para o encaminhamento do próximo encontro, como mostra o episódio a seguir.

1. *P-Loreni: Pessoal dá pelo menos para a gente discutir algumas coisas? [...] Porque teve grupo que fez um triângulo escaleno, outro um triângulo isósceles e outro trapézio. O que vocês propõem para o próximo encontro?*
2. *P-Clara: Discutir o que cada grupo fez.*
3. *P-Loreni: Então, no próximo encontro, pegamos uns 10 minutinhos para cada grupo sentar, lembrar e discutir o que fez, e depois apresentar para todos. Pode ser?*
4. *P-Elisa: Aí na próxima aula cada grupo vai apresentando o que fez, porque nós não terminamos.*
5. *P-Rose: Eu fiquei só naquele um (polígono regular), agora eu vou tentar o outro (triângulo isósceles) em casa.*
6. *P-Loreni: Isso. [...] Porque cada grupo está fechando em coisas distintas, é legal porque daí a gente aprende o que o outro fez.*

(14º encontro, 20/09/12).

Esse episódio retrata mais uma vez como os encontros eram organizados na CoP-FoP-Mat. Traz, também, evidências do engajamento no empreendimento da comunidade, uma vez que se comprometem a realizar tarefas utilizando o GeoGebra em casa, como P-Rose (5).

O início do 15º encontro (27/09/12) foi marcado pelos comentários de algumas professoras que, embora tenham trabalhado em suas casas, não conseguiram construir polígonos irregulares sobre os lados do triângulo retângulo

1. P-Clara: *Quando eu cheguei em casa, fui tentar fazer a construção dos triângulos quando não são regulares, e eu tentei fazer com os triângulos isósceles e não saiu. Tentei fazer de um monte de jeito não consegui deixar os triângulos na proporcionalidade [...]. Eu não entendi, ainda, essa questão de qual lado da figura que pega para ser proporcional e dá certo. Eu entrei na construção do FP-Jorge que ele fez com o trapézio⁷¹ e não entendi como ele conseguiu fazer, eu não entendi ainda essa questão de qual lado da figura que pega para ser proporcional e dá certo.*
2. P-Loreni: *A gente ainda não discutiu os aspectos matemáticos da construção do FP-Jorge (do trapézio) [...].*
3. P-Clara: *Acho que o GeoGebra é um instrumento muito potente, mas ele jamais vai deixar a matemática, acho que só sai no GeoGebra se você fez manual lá o negócio, conseguiu provar ali no papel.*
4. P-Rose: *Falei com a P-Loreni agora há pouco, eu sou dessas, eu gosto de saber o que eu fiz, então primeiro resolvo no papel e depois no GeoGebra.*
5. P-Clara: *Acho que é isso que não está dando certo, eu estou tentando ir direto ao GeoGebra e não está funcionando.*

(15º encontro, 27/09/12).

Observa-se, no depoimento de P-Clara (1), que ela permaneceu engajada em compreender a questão da proporcionalidade, continuou focada em construir a figura de modo que pudesse observar a relação do teorema a partir do triângulo isósceles. Ela buscou ajuda na figura construída por outro grupo, socializada no fórum, revelando que este ambiente colaborou com a prática da comunidade, pois, no intervalo de um encontro para o outro, nele interagem e buscavam informações.

Nesse episódio, P-Clara (1, 3 e 5) e P-Rose (4) expuseram as dificuldades que enfrentavam para transpor para o GeoGebra a “matemática do papel”. Elas investiram em uma prática de resolver no papel para depois utilizar o *software*. Dessa forma, mobilizaram conhecimentos associados ao triângulo isósceles, sua construção, ao cálculo de sua área e comparação entre as áreas, além de observarem a relação de proporcionalidade entre os elementos das figuras (Conhecimento do Conteúdo).

P-Clara e P-Rose em suas declarações deixam rastros de que o uso do GeoGebra requer uma reflexão da matemática que está em “jogo” na hora de construir uma figura. P-

⁷¹ Discutida mais adiante.

Clara (3) destaca que o que se faz no papel está relacionado com o que se faz no *software*. De acordo com Bowers e Stephens (2011), realizar a construção no papel antes de ir para o computador viabiliza a aprendizagem do conteúdo.

No momento das apresentações, um grupo revelou que estava construindo triângulos escalenos. FP-Karen apresentou no quadro um esboço do que eles tinham feito na folha de papel e explicou os procedimentos utilizados.

1. P-Karen: *Nós traçamos o triângulo, então primeiro calculamos a área e depois calculamos a altura para ele ficar certinho. Nós fizemos um triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5. Utilizando $\frac{3 \cdot 4}{2}$, nós colocamos a altura 3 para o lado 3, e esse aqui de lado 4 altura 4, e aí nós fizemos $\frac{3 \cdot 4}{2}$. Sabendo que o outro lado era 5, nós atribuímos a altura de 4,4; mas esse não é jeito certo de fazer. Aí eu não sei ... porque nós não construímos no GeoGebra.*
2. P-Rose: *E deu área 11, mas tinha que dar 12,5 (soma das áreas das figuras sobre os catetos).*
3. P-Loreni: *Mas aí vocês não conseguiram descobrir por que não deu certo?*
4. P-Karen: *É (não conseguimos) porque aí ... não deu nada.*

(15º encontro, 27/09/12).

Conforme relato da FP-Karen, observa-se que o grupo também privilegiou a tentativa e erro e a tecnologia “lápiz e papel”. Fizeram na folha atribuindo valores eventuais para a altura dos triângulos escalenos e, com isso, mobilizaram conhecimentos do cálculo da área de triângulo (Conhecimento do Conteúdo). Não observaram, entretanto, que a razão entre a altura e o lado (catetos) do triângulo retângulo era 1 e que isso não ocorria entre a altura de medida 4,4 em relação à hipotenusa, de medida 5, não validando a relação matemática.

No diário, a FP-Karen apresenta outras tentativas realizadas pelo grupo em busca de validar a relação matemática.

No esboço fizemos um (triângulo) escaleno com altura 2 e base (sendo esta um cateto) 3, outro com base e altura iguais a 4, e por último com base 5 e altura 4,4. Não conseguimos chegar a nenhuma generalização do que encontramos :(⁷² (FP-Karen, diário do 14º encontro, 27/09/12).

Esse fragmento, além de evidenciar as tentativas na folha de papel em busca da relação entre as áreas, evidencia, também, a frustração da FP-Karen por meio do símbolo indicado no final da sua frase. Sua frustração também é verbalizada no diálogo com a formadora enquanto utilizava o GeoGebra para construir os triângulos escaleno.

1. P-Loreni: *Investigaram a razão?*
2. FP-Karen: *Não tem nada a ver as alturas.*
3. P-Taís: *Esta altura aqui é bem maior.*
4. FP-Karen: *Não é dobro, não tem nada, eu não estou vendo nada, não tem nada, nada...*

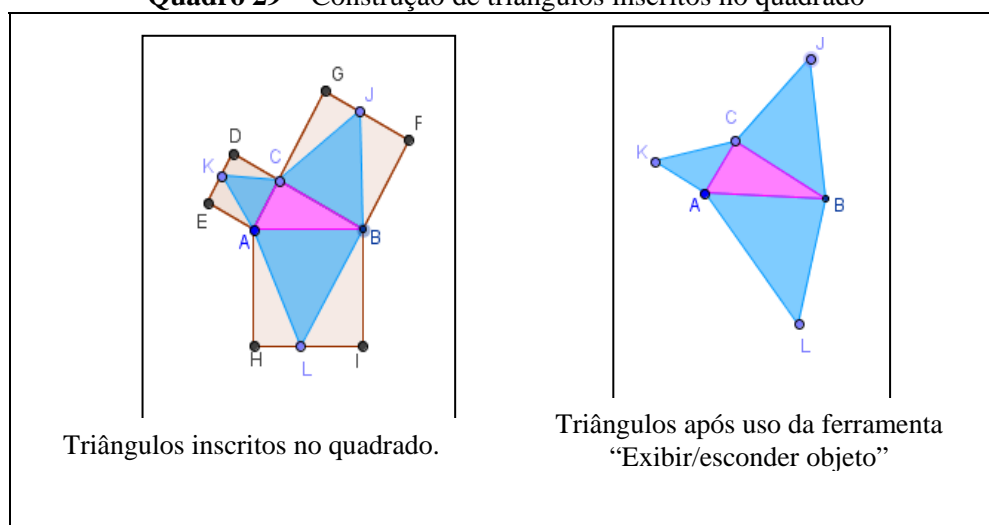
⁷² Na linguagem digital o símbolo :(tem o significado de um sorriso triste.

5. P-Loreni: *Que cara é essa FP-Karen?*
 6. FP-Karen: *Porque não dá certo. Eu fico deprimida...*

(15º encontro, 27/09/12).

Outros membros, como P-Clara e P-Rosa, também se demonstraram frustrados por não terem conseguido verificar a relação de proporcionalidade. Diante disso, para proporcionar uma reflexão acerca de quais elementos das figuras devem ter uma relação de proporcionalidade para a construção de polígonos irregulares e a constatação do teorema, a formadora faz uma intervenção: constrói quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo e insere, com a ferramenta “Polígono”, um triângulo, como mostra o Quadro 29.

Quadro 29 – Construção de triângulos inscritos no quadrado



Fonte: Autora

Para que os participantes da comunidade percebessem a relação de proporcionalidade entre o lado do triângulo retângulo e a altura do triângulo construído sobre seus lados, a formadora foi movendo os pontos J, K e L e questionando os membros da CoP-FoPMat.

1. P-Loreni: *Eu não determinei as áreas, vocês acham que vai confirmar a relação (do Teorema de Pitágoras)?*
2. P-Clara: *Sim. Que legal.*
3. P-Loreni: *Por quê?*
4. FP-Jorge: *Eles têm a mesma altura e mesma base. A base e a altura têm a mesma medida. Assim a razão entre base (lados do triângulo retângulo) e altura é 1. As áreas vão dar certo.*
5. P-Loreni: *Quando eles vão ser isósceles?*
6. P-Clara: *Quando os pontos (J, K e L) forem os pontos médios.*
7. P-Loreni: *Não é só construir a figura, temos que pensar na matemática que está envolvida nas construções e no que permite explorar. Neste caso envolveu a razão entre a altura e base do triângulo. [...] Mas não é para abandonarmos a ideia de construir os triângulos sem usar o quadrado.*

(16º encontro, 04/10/12).

Mesmo sem usar as medidas, o FP-Jorge (4) percebeu que a relação entre áreas se confirmaria nesta construção porque a razão entre os lados do triângulo retângulo e as alturas

dos triângulos construídos sobre seus lados era 1 (Conhecimento do Conteúdo).

Essa construção e sua discussão auxiliaram os membros a perceberem que a relação de proporcionalidade deveria ser entre os lados do triângulo retângulo e a altura dos triângulos construídos sobre seus lados.

1. *P-Loreni: Então, acho que aqui já dá para generalizar ...*
2. *P-Rosa: Pegou um polígono regular, fez a decomposição em todos eles, é certo que vai valer. Ou seja, qualquer figura regular que eu construir e decompor vai dar certo.*
3. *P-Rose: Porque nos livros didáticos só trazem o quadrado? Nós não vemos nada de diferente!! Nada!!*
4. *P-Alice: É sempre a mesma coisa, a gente nunca acha nada...*
5. *P-Rosa: [...] o que falta é tempo, porque se temos uma ferramenta como essa, para quem gosta isso é uma delícia, mesmo que se gaste duas horas para descobrir uma coisinha...*
6. *P-Alice: Teria que sentar também para conversar sobre como articular os conteúdos, mas nunca dá tempo...*

(16º encontro, 04/10/12).

P-Rosa (2) projetou o significado atribuído ao processo utilizado na construção pela formadora, considerou a inserção do triângulo no quadrado e o fato de “esconder” o quadrado, como uma decomposição de polígonos regulares, reificou que, dessa forma, se pode construir qualquer polígono regular sobre os lados do triângulo retângulo, decompor e obter polígonos irregulares que será confirmado o Teorema de Pitágoras (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Por outro lado, P-Rose (3) e P-Alice (4) verbalizaram que os livros didáticos não discutem o Teorema de Pitágoras nessa perspectiva, sinalizando que suas práticas pedagógicas são pautadas nos conhecimentos apresentados pelos livros didáticos. Por sua vez P-Rosa (5) expôs a falta de tempo para explorar o *software* e reconheceu que ele possibilita “descobertas”. P-Alice (6) destacou a falta de tempo para estudo e discussões acerca de como articular conteúdos, evidenciando que percebeu possibilidades com o uso do GeoGebra e provavelmente com a dinâmica assumida pela comunidade.

O encaminhamento dado pela pesquisadora para a construção de polígonos irregulares energizou os grupos e possibilitou que reificassem que os polígonos regulares podem ser decompostos em polígonos irregulares mantendo as razões entre os lados do triângulo retângulo e as alturas dos polígonos e assim, constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas. Alguns grupos construíram e apresentaram ao grande grupo figuras baseadas na decomposição de quadrados, hexágonos construídos sobre os lados do triângulo retângulo que permitiram constatar o Teorema de Pitágoras comparando suas áreas (Quadro 30).

Quadro 30 – Decomposição de quadrados para constatar o Teorema de Pitágoras

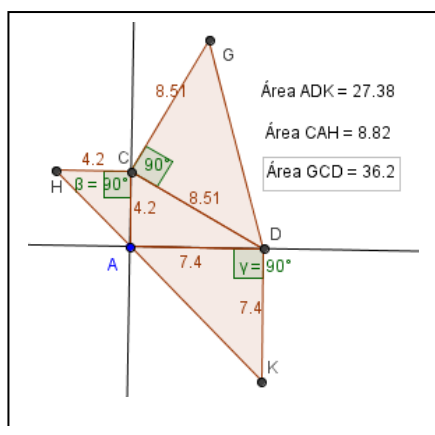


Figura enviada ao e-mail da pesquisadora pela P-Rosa.

Bom, a gente fez assim, como a gente não sabia como construir esse triângulo retângulo para validar este Teorema de Pitágoras, nós construímos quadrado nos três lados ali, aí nós traçamos as diagonais desses quadrados e obtivemos três triângulos retângulos, o que manteve a relação. [...] A razão é sempre 1. [...] por mais que movimentamos os seletores, a razão se mantém, a relação de Pitágoras também. Sabe o que nós pensamos? Pensamos assim, a gente sempre aprendeu a área do quadrado da hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados dos catetos, então, se o quadrado mantém, então os triângulos obtidos pela diagonal do quadrado vão manter também, porque ele vai ter metade. A metade da hipotenusa e a metade dos catetos.

P-Rosa, 16º encontro, 04/10/12.

Nós fizemos os triângulos (sobre os lados do triângulo retângulo) usando a metade do lado do quadrado. Usamos o ponto médio de cada lado e usamos essa altura para fazer o triângulo retângulo. [...] Nós usamos um polígono regular (ferramenta) para fazer o quadrado. [...] O triângulo que deu dá um quarto da área do quadrado e a razão deu meio, porque usamos a metade do lado do quadrado.

P-Marta, 16º encontro, 04/10/12.

Fonte: Autora

Notou-se que o fato de a P-Clara ter apresentado dificuldades em construir triângulos isósceles sobre os lados do triângulo retângulo e em perceber a relação de proporcionalidade entre eles constituiu-se um desafio pois ela se engajou na sua superação e buscou auxílio com outros membros da CoP-FoPMat e no fórum. No 15º encontro (04/10/2012) ela apresenta ao grande grupo sua construção e explica como conseguiu realizá-la.

Quadro 31 – Reificação do Teorema de Pitágoras por meio do triângulo isósceles

Eu falei aqui na sala que eu estava com dúvidas porque eu não estava usando embasamento matemático, estava apenas desenhando por desenhar e aí começa a não dar certo. Aquele dia você (P-Loreni) mostrou fazendo o triângulo isósceles no quadrado e a gente questionou aqui no grupo: tem como fazer o triângulo isósceles sem fazer o quadrado? Aí a P-Rosa ainda falou "é pelos ângulos". Eu cheguei em casa e fiz. Fiz dois ângulos de 45°, achei o ponto médio, lá no encontro é o vértice do triângulo... aí deu certo. Então tem que usar as propriedades matemáticas sempre. Senão não vai dar certo... (P-Clara, 16º encontro, 04/10/12).

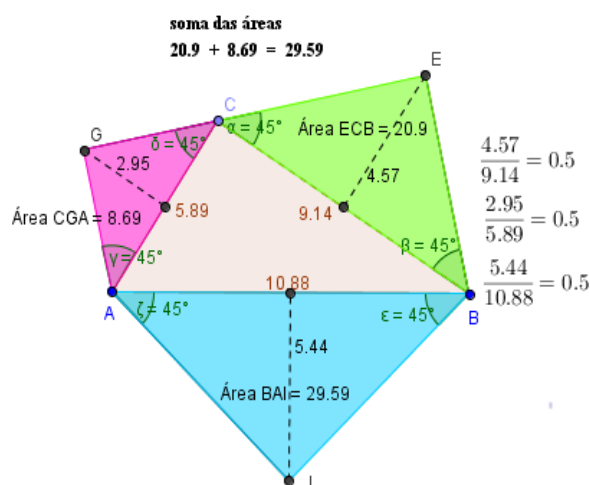


Figura enviada pela P-Clara

Fonte: Autora

O depoimento de P-Clara evidencia a importância de reconhecer propriedades matemáticas envolvidas na construção de uma figura, ou seja, que matemática está “por trás” de uma figura. Para sua construção deixa evidente que mobilizou o conhecimento de que, se um triângulo é isósceles, então os ângulos da base têm a mesma medida (Conhecimento do Conteúdo).

A forma como a P-Clara mergulhou na descoberta da relação de proporcionalidade entre as figuras e no modo de construir adequadamente o triângulo isósceles sobre os lados do triângulo retângulo para confirmar o teorema revela que a aprendizagem é uma questão de engajamento na prática e que envolve a habilidade de negociar novos significados (WENGER, 1998). Essa professora (re) definiu, com seu engajamento, um novo significado sobre a relação de proporcionalidade entre as figuras.

Após exibir os objetos ocultos pela P-Clara e utilizar a opção do GeoGebra “Barra de Navegação para Passos da Construção” verificaram-se o processo e as ferramentas utilizadas na sua construção:

- construção do triângulo retângulo – uso das ferramentas “Semicírculo Definido por Dois Pontos” e “Polígonos” (inscrito no semicírculo) o que garante a construção de um triângulo com um ângulo reto;
- obtenção de um ângulo de 45° externo a cada lado do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Ângulo com Amplitude Fixa”;
- construção de uma reta que passa pelo vértice do triângulo e pelo ponto determinado pela construção do ângulo – uso da ferramenta “Reta Definida por dois Pontos”;
- obtenção do ponto médio dos lados do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Ponto Médio ou Centro”;
- construção de uma reta perpendicular passando pelo ponto médio – uso da ferramenta “Reta Perpendicular”;
- obtenção da interseção entre as retas (pontos E, I e G) – uso da ferramenta “Interseção de dois Objetos”;
- construção do triângulo que passa pelos pontos (por exemplo: A, B e E) – uso da ferramenta “Polígono”.

Este processo ocorreu para a construção dos três triângulos isósceles. Além disso, P-Clara obteve as medidas das bases e da altura dos triângulos isósceles, suas áreas e, usando a *Fórmula LaTeX*, determinou a razão de modo dinâmico entre a base e a altura de cada

triângulo isósceles e a soma das áreas.

Analisando o processo, infere-se que a P-Clara constituiu o conhecimento de um modo de construir triângulos isósceles sobre os lados do triângulo retângulo que lhe permitiu compreender a relação de proporcionalidade e a constatação do Teorema de Pitágoras (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

No decorrer das investigações, o grupo formado por FP-Jorge, P-Marilene, P-Marta, P-Maura e FP-Jonas ao construir um quadrado e o ponto médio em um dos seus lados, determinou um triângulo retângulo e percebeu que formava um trapézio sobre a hipotenusa. Esse procedimento fomentou uma negociação de significados cujo enfoque é a construção de trapézios sobre os lados do triângulo retângulo e a comparação das áreas.

1. FP-Jorge: Ela (figura) tem o formato de um trapézio retângulo [...]
2. FP-Jonas: Mas dá a impressão que Tem que verificar.
3. FP-Jorge: É, isso que tem que analisar. Mas não tem medida? [...]
4. FP-Jorge: A gente percebeu que (o teorema) vale para todos os polígonos regulares, para um semicírculo e também para figuras proporcionais⁷³.
[...]
5. FP-Jorge: [...] Neste caso é proporção. O interessante é descobrir qual a proporção (razão). Só que daí não tem medida, tem que dar uma investigada.
6. FP-Jonas: Então quer dizer que mesmo que eu coloque qualquer figura aqui, aqui e aqui (sobre os lados do triângulo retângulo), aí vê as áreas?
7. P-Marilene: É. Se forem proporcionais a soma (das áreas) desse e esse (figuras sobre os catetos) vai dar esse aqui (figura sobre hipotenusa).
8. FP-Jorge: Mas como é que vai provar⁷⁴? É catar esse, pôr em cima desse e esse (figuras dos catetos sobre a figura da hipotenusa), como um quebra-cabeça.
(14º encontro, 20/09/2012).

Evidencia-se, nesse episódio, que os membros buscam entender a relação de proporcionalidade que permite verificar o Teorema de Pitágoras em casos de figuras irregulares. O FP-Jorge (3 e 5) revela que a falta das medidas dos segmentos dos polígonos tornou-se um obstáculo para a constatação da proporcionalidade, parece não ter associado o fato de ter utilizado o ponto médio do segmento com a razão de 2 para 1.

O FP-Jonas (6) e a P-Marilene (7), nesse episódio, reificam que é possível contatar o Teorema de Pitágoras, comparando áreas de figuras que tenham a mesma relação de proporcionalidade entre seus elementos. Por sua vez, o FP-Jorge destaca que um modo de verificar a relação entre as áreas é pensar na ideia de sobreposição de superfícies como em alguns quebra-cabeças utilizados para trabalho com o teorema (Conhecimento Pedagógico do

⁷³ No sentido de elementos proporcionais.

⁷⁴ No sentido de verificar.

Conteúdo).

1. FP-Jorge: *Eu estou pensando neste trapézio aqui, para construir outro aqui e outro aqui (nos catetos do triângulo retângulo), mas proporcional. Só que aqui deu um quadrado, mas na verdade tem que ser uma secção do quadrado [...].*
 2. FP-Jonas: *Como assim, vai ser proporcional?*
 3. FP-Jorge: *AE vai ser proporcional ao AD (AE metade de AD). [...] E é o ponto médio, vou passar uma perpendicular aqui. Se aqui vai ser igual, eu duplico isso aqui. Não sei se vai chegar a algum lugar...*
 4. P-Marilene: *Esse aqui vai ser semelhante (trapézio sobre o cateto)?*
 5. Jorge: *Essa é minha ideia. Agora eu sei que isso aqui é metade de um lado do quadrado e eu só tenho que ter certeza que isso aqui é o dobro disso aqui.*
- [...] Testam modos de construir os trapézios sobre os catetos.
6. P-Marilene: *Então você pega essa medida e faz uma paralela aqui.*
 7. FP-Jorge: *É uma perpendicular em cada vértice.*
 8. P-Marilene: *É a paralela que dá certo.*
 9. FP-Jorge: *É verdade. Agora vou passar no ponto A. Agora tenho que esticar esse e passar aqui.*
 10. FP-Jonas: *Fazendo uma perpendicular.*
- [...] seguem testando modos de obter o trapézio e negociando as ferramentas.
11. FP-Jorge: *Aí no final a gente vai ver se a área bate.*
- [...] terminam a construção e obtêm as áreas dos trapézios.
12. P-Marilene: *Isso, 41,8 mais quanto aí? Mais 167,2.*
 13. FP-Jorge: *Vê se dá 209?*
 14. P-Marilene: *Pimba!! (risos).*
 15. FP-Jorge: *Massa, né?*

(14º encontro, 20/09/2012).

O episódio explicita que o grupo iniciou o trabalho com trapézios utilizando a “tentativa e erro”. A partir da observação do FP-Jorge (1) de que o trapézio era uma secção do quadrado engajam-se na busca por procedimentos para construir trapézios sobre os lados do triângulo retângulo que permitam constatar o Teorema de Pitágoras.

No episódio há rastros de que o FP-Jorge (1, 2 e 5) mobiliza conhecimentos de proporcionalidade quando explica que os segmentos \overline{AE} e \overline{AD} têm uma relação de proporcionalidade, pois estão divididos pelo ponto E - ponto médio (Conhecimento do Conteúdo). P-Marilene (6 e 8), FP-Jorge (7 e 9) e FP-Jonas (10) negociaram o uso de ferramentas do GeoGebra associadas aos procedimentos para construção da figura, como o uso de retas perpendiculares e paralelas (Conhecimento Tecnológico).

O grupo para confirmar a relação entre as áreas e validar o teorema, como indicam FP-Jorge (11 e 13) e P-Marlene (14), utiliza as medidas propiciadas pelo GeoGebra, mas compara fazendo os cálculos na folha de papel, demonstrando que, ao utilizar a tecnologia, não dispensa as convencionais como, lápis e papel. A interação revela também que, ao utilizarem o GeoGebra, construíram conhecimentos de que o Teorema de Pitágoras pode ser

confirmado geometricamente por meio de trapézios semelhantes (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

De modo geral, a negociação de significado evidenciada nesse episódio também dá indícios de mobilização/constituição de conhecimentos, entre eles:

- a capacidade de usar o GeoGebra, pois negociam as ferramentas que foram utilizadas, como “Retas Perpendiculares” e “Retas Paralelas” (Conhecimento Tecnológico);
- a busca por um modo adequado para construir, utilizando o GeoGebra, os trapézios sobre os catetos utilizando uma relação de proporcionalidade (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo);
- o fato de não seguirem instruções para a construção das figuras e se sentirem desafiados, o que pode levar às aprendizagens (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia).

Wenger (1998) salienta que a negociação de significado ocorre em várias situações, sobretudo, quando há uma desafiadora. O episódio retrata um grupo desafiado pela situação em que se envolveram, ou seja, em descobrir outras possibilidades para verificar o teorema. Para esse autor, a negociação de significado não se limita à linguagem, inclui relações sociais e esse grupo desenvolveu um relacionamento de confiança, no qual o FP-Jorge, que teve a ideia inicial de construir trapézios, conduziu a construção da figura e a discussão. P-Marilene e FP-Jonas questionam, sugerem, demonstram um papel ativo na aprendizagem e P-Marta e P-Rose acompanham tentando reproduzir no computador o que viam e, assim, manifestam suas participações periféricas nesse desafio.

Na apresentação para o grande grupo, demonstraram que, embora a construção permitisse constatar o teorema, eles ainda tinham várias dúvidas.

1. P-Marta: *A gente fez muitas construções para chegar*
2. P-Loreni: *O que construíram?*
3. P-Marta: *Trapézios. O FP-Jorge foi fazendo e nós copiamos, não entendi muita coisa não...*
4. FP-Jorge: *Nem eu entendi! Deu certo porque acabaram ficando proporcionais (semelhantes). Eu comecei construindo um quadrado [...]. Construí com polígono regular (quadrado), ai eu não sabia como fazer, ai eu achei o ponto médio do lado, ai aqui eu vi que isso é um triângulo retângulo e vi que achei um trapézio. Ai eu tentei fazer esse trapézio nos outros dois lados para ver se áreas iriam bater. É isso! Para eu explicar certinho porque é que bateu eu não sei.*
(15º encontro, 27/09/2012).

Esses depoimentos revelam que, embora tenham construído adequadamente os trapézios semelhantes sobre os lados do triângulo retângulo e constatado o Teorema de Pitágoras, eles não conseguiram compreender/explicar as bases matemáticas que permitem essa verificação. Nesse processo, entretanto, ocorreu a mobilização/constituição de

conhecimentos, pois a construção da figura envolveu a capacidade de explorar e utilizar o *software* para construir figuras, verificar propriedades, como o ponto médio, a característica do trapézio (Conhecimento do Conteúdo, Conhecimento Tecnológico e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Diante da falta de justificativas verbais que validassem a construção, a formadora visando dar continuidade no processo de reflexão construiu um trapézio sobre os lados do triângulo retângulo no GeoGebra, usando o projetor para a participação de todos, o que possibilitou discutir algumas relações matemáticas e alguns aspectos tecnológicos.

1. P-Loreni: Vou fazer uma construção diferente (procedimento) da do FP-Jorge para discutirmos coisas que podem nos ajudar nas outras construções e também entender aspecto da matemática e do software.

Constrói a figura e continua a interação.

2. P-Loreni: Primeiro, se não definir o polígono (uso da ferramenta polígono) que a gente está construindo, já não dá certo. Esta construção é eficiente porque se movimentar o vértice vai funcionar do mesmo jeito. [...] Quando eu tracei a perpendicular, o que é que eu tracei na verdade?

3. FP-Jorge: A altura (do triângulo retângulo).

4. P-Loreni: Então, o que está por trás dessa construção é a relação das alturas do triângulo com os lados do trapézio. Qual a altura desse lado (AB do triângulo retângulo) aqui?

5. FP-Jorge: AE

6. P-Loreni: Qual a altura do lado AE?

FP-Jorge: É o (lado) AB.

7. P-Loreni: E qual a altura do BE? Depois de ver e analisar a construção do FP-Jorge, aí eu pensei nas alturas do triângulo retângulo, fiquei imaginando: o que serão os lados (transversais) dos trapézios?; o que serão as bases dos trapézios?

8. P-Clara: Serão os lados do triângulo.

9. FP-Jorge: Serão as alturas.

[...]

10. P-Loreni: Então nesse trapézio, a base maior dele tem a mesma medida da sua altura. E é um trapézio retângulo. Feito isso, eu vou definir o trapézio (usando a ferramenta polígono), se não eu não consigo calcular a área dele. [...] Nós trabalhamos na verdade com as três altura do triângulo retângulo. (Mostrando na figura) a altura desse aqui (lado do triângulo) virou a base maior e também a altura desse (trapézio menor), a altura desse lado aqui virou a base maior desse e a altura desse trapézio (trapézio sobre a hipotenusa). Então, nós fizemos esses trapézios relacionados com as alturas do triângulo.

11. FP-Jorge: Uma coisa diferente que eu vi nesse é que, além de mais fácil, é mais rápido que aquele que eu tinha feito usando o ponto médio.

[...]

12. P-Rosa: Legal fazer no papel e depois fazer ali (no GeoGebra).

(15º encontro, 27/09/2012).

A formadora (2 e 10) chama atenção para a questão de que quando se limita uma figura usando retas é preciso definir o polígono com a ferramenta “Polígono” para que o *software* reconheça e apresente a sua área (Conhecimento Tecnológico). Outro aspecto é a

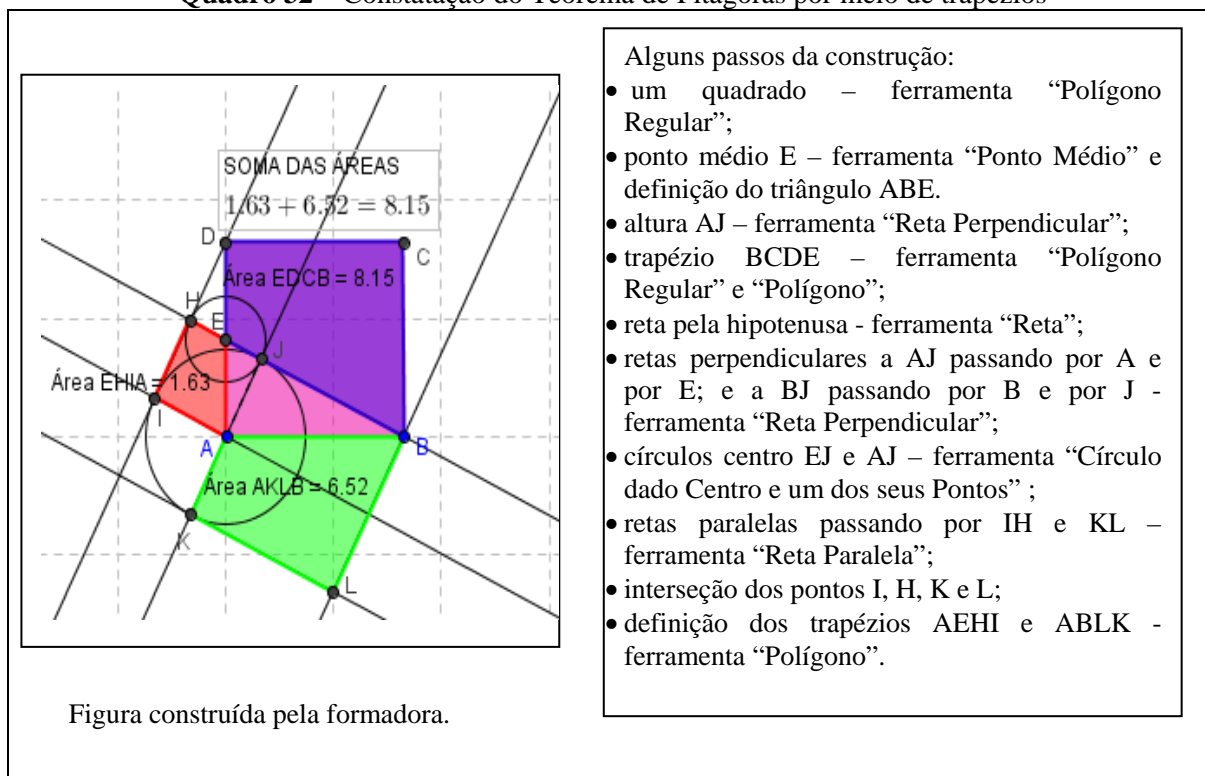
questão, já discutida anteriormente, sobre a figura possibilitar transformações mantendo suas propriedades (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Ao indagar os participantes sobre a relação das alturas do triângulo retângulo e do trapézio, a formadora (2, 4, 6 e 7), também com suas afirmações (10) possibilitou observar as relações entre os elementos do triângulo retângulo e dos trapézios, tais como:

- trapézio sobre o cateto menor – a base maior e a altura têm a mesma medida da altura do triângulo retângulo relativa à hipotenusa (segmento AJ) e a base menor tem a mesma medida da projeção EJ ;
- trapézio sobre o cateto maior – a base maior e a altura têm a mesma medida da projeção BJ , e a base menor tem a mesma medida da altura AJ relativa à hipotenusa;
- trapézio sobre a hipotenusa – a base maior e a altura têm a mesma medida do cateto maior, e a base menor tem a mesma medida do cateto menor.

Assim os participantes foram estabelecendo algumas relações matemáticas a partir da figura construída pela formadora, apresentada no Quadro 32, sem “esconder” as retas e círculos utilizados na sua construção para evidenciar alguns procedimentos.

Quadro 32 – Constatação do Teorema de Pitágoras por meio de trapézios



Fonte - Autora

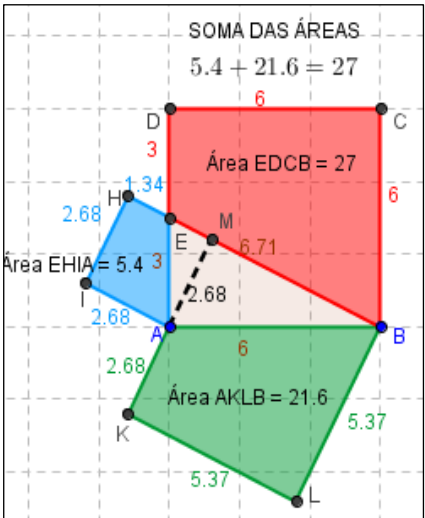
Essa ação da formadora foi significativa na promoção de aprendizagens, pois ela buscou bases matemáticas, confrontando aspectos teóricos e práticos relacionados ao

conteúdo e às ferramentas do *software*, que justificassem a sua construção e a do FP-Jorge. A construção dessa figura promoveu reflexão acerca da relação de proporcionalidade entre os elementos do triângulo retângulo e dos trapézios, oportunizando aprendizagens aos membros da CoP-FoPMat.

O processo utilizado pela formadora tornou simples o modo para construir os trapézios, porque se baseou nos aspectos matemáticos envolvidos na construção, o que diminuiu a quantidade de ferramentas utilizadas. Esse processo foi verbalizado pelo FP-Jorge (11) como sendo mais fácil e mais rápido (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

A formadora sempre usou a ferramenta “Mover” para transformar as figuras e procurou questioná-los para observar suas compreensões. Essa atitude propiciou verificar que reificaram ser possível constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de polígonos irregulares que possuem uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo, como no caso dos trapézios; reificações evidenciadas também nas figuras e em relatos de diário, como mostra o Quadro 33.

Quadro 33 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras e de proporcionalidade



SOMA DAS ÁREAS
5.4 + 21.6 = 27

Área EDCB = 27

Área EHI = 5.4

Área AKLB = 21.6

Razões observadas no grande grupo com relação as bases dos trapézios :

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AK}{BL} = \frac{HE}{AI} = \frac{1}{2}$$

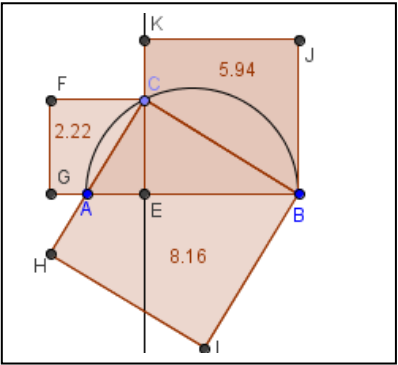


Figura enviada pela P-Maura. Ela construiu o triângulo retângulo, traçou a altura relativa à hipotenusa e inseriu quadrados que determinaram os trapézios.

Estudamos o caso de trapézios semelhantes construídos sobre os lados de um triângulo retângulo e validamos o Teorema (FP-Jorge, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Fonte: Autora

Os registros realizados nos diários também trazem evidências de que a atitude da formadora em construir e discutir a figura que envolveu o trapézio associando os aspectos

matemáticos às ferramentas do *software* proporcionou aos membros da CoP-FoPMat diferentes reflexões, tais como:

O que você fez no início do encontro de hoje, foi muito bom. É importante entender matematicamente o que estamos fazendo. Quero refazer o trapézio retângulo para rever a constatação (P-Aline, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Nesse encontro não foi possível estar, mas conversei com meu grupo, e disseram que foi de muita contribuição para que tivessem a visualização da proporcionalidade com o GeoGebra (P-Isabela, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Achei muito válida a discussão que tivemos no início do encontro, porque me fez refletir o quanto eu estava querendo que o GeoGebra me desse solução que só o embasamento matemático pode dar (P-Clara, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Loreni, sempre eu acho que entendi, mas vem você que, além de mostrar uma maneira mais fácil de construir, ainda fala de conteúdos novos que eu não tinha pensado, por exemplo: usar as alturas do triângulo para construir os trapézios (P-Maura, diário do 15º encontro, 27/09/12).

O FP-Jorge fez a verificação do teorema de Pitágoras com os trapézios. Achei interessante a construção e também acredito que fazer isso com papéis coloridos fazendo as sobreposições contribui no entendimento. [...] Conforme comentamos na aula, a maioria dos cursistas prefere fazer primeiro as construções no papel, parece que pensamos melhor fazendo os cálculos e as construções na “unha” (P-Alice, diário do 15º encontro, 27/09/12).

Ao construir e discutir a figura que envolveu o trapézio, a formadora assumiu a posição de *expert* e os significados projetados foram um modo de legitimar aspectos do conhecimento matemático associados ao GeoGebra importantes para o processo formativo dos membros da CoP-FoPMat. As professoras destacadas nos fragmentos de diários supracitados legitimaram isso, pois reconheceram a necessidade de refletir as relações matemáticas envolvidas na construção de uma figura e nos conteúdos que podem ser discutidos/explorados a partir da figura. Indicaram, também, que o *software* colaborou para a compreensão da proporcionalidade e que ele requer reflexões do conhecimento matemático para a construção de uma figura.

P-Isabela evidencia seu engajamento com a comunidade ao destacar que, quando faltava, interagia com o grupo para saber o que tinha sido acontecido no encontro. Isso foi evidenciado também nos diários de outros membros e revela o valor do engajamento, que nas palavras de Wenger (1998), permite compartilhar ideias e juntos desenvolverem práticas em um processo contínuo, social e interativo.

Por sua vez, P-Alice reconhece a possibilidade de utilizar papéis coloridos para comparar as áreas e constatar o teorema e também a necessidade dela e de outros professores já mencionados em utilizar primeiro “o lápis e papel” para depois o *software*. Esse aspecto,

além de revelar a mobilização de Conhecimentos do Conteúdo, pode estar relacionado com a dificuldade em transpor a “matemática do lápis e papel” para a tecnologia digital. Nesse sentido, Valente (2013, p. 01) ressalta que “as atividades curriculares, para praticamente todas as disciplinas do Ensino Básico ao Ensino Superior, foram desenvolvidas para a tecnologia do lápis e papel”, fator que também dificulta a integração das TDIC ao currículo.

O fato de a formadora realizar a construção da figura (Quadro 32) também incentivou os participantes a compartilharem as diferentes maneiras utilizadas para construir figuras que representam o mesmo objeto matemático, suas generalizações e reflexões de questões didático-pedagógicas. Alguns diários revelam estes aspectos.

Nosso grupo concluiu que, mesmo nos polígonos não regulares, se houver proporção entre os polígonos construídos, o teorema é validado (P-Rose, diário do 16º encontro, 04/10/12).

Foi ótima a discussão sobre as tarefas do início da aula. Loreni, trabalhar com GeoGebra lembra quando trabalhamos com Res. de Problemas e Modelagem, que não seguem uma ordem de conteúdos, mas vai se aprofundando em cada um conforme surge a necessidade. Isso é ótimo, assim abrangemos muito mais conteúdos e os alunos aprendem de maneira significativa (P-Clara, diário do 16º encontro, 04/10/12).

P-Clara compara a forma como o grupo utiliza a tecnologia digital com outras tendências metodológicas para o ensino da Matemática e sinaliza compreensão das possibilidades da tecnologia para a aprendizagem do estudante.

Ancoradas nas discussões, muitas outras figuras foram realizadas e enviadas ao *e-mail* da pesquisadora ou postadas no fórum indicando que a tarefa 17 mobilizou os membros da CoP-FoPMat a investigar, testar hipóteses, experimentar a partir dos novos problemas que surgiram. O Quadro 34 apresenta algumas dessas figuras.

Quadro 34 – Reificações do Teorema de Pitágoras

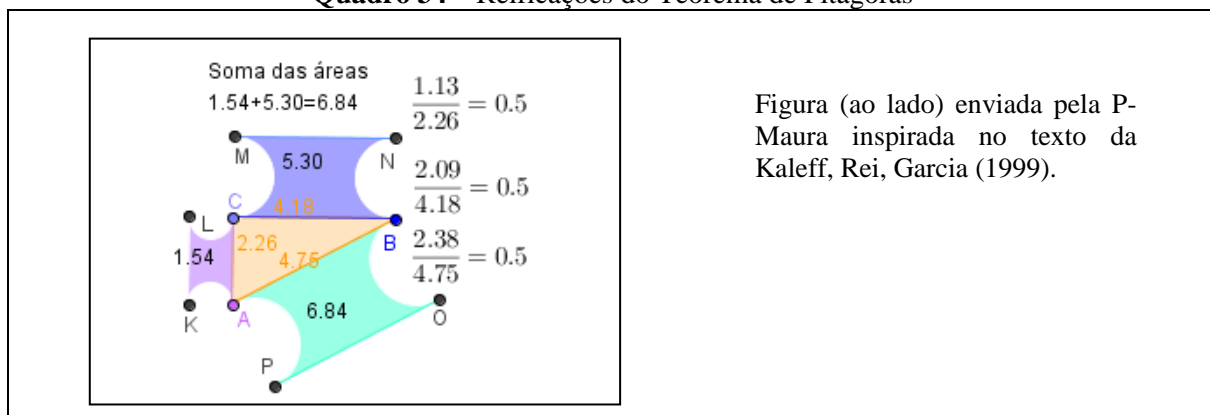
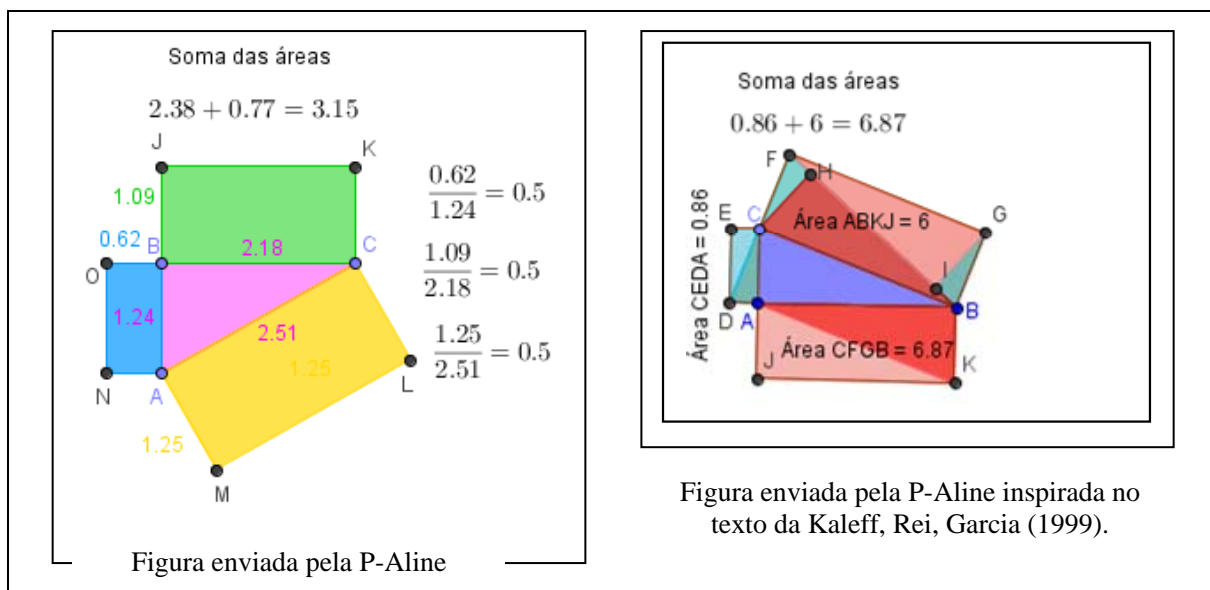


Figura (ao lado) enviada pela P-Maura inspirada no texto da Kaleff, Rei, Garcia (1999).



Fonte: Autora

Após essa trajetória da CoP-FoPMat utilizando o GeoGebra na construção de figuras que permitissem constatar o Teorema de Pitágoras, 16º no encontro (18/10/2012), foi proposto ao grupo que escrevesse, em uma folha, generalizações para o Teorema de Pitágoras. Após uma leitura da formadora, as folhas foram devolvidas para os membros com algumas indagações, de modo que pudessem realizar novas reflexões a partir do que escreveram.

No texto elaborado para as generalizações do Teorema de Pitágoras, o grupo formado por P-Alice, P-Clara, P-Elisa, P-Isabela e P-Rosa, evidenciou a seguinte produção de significados.

Figura 12 – Registro produzido por P-Alice, P-Clara, P-Elisa, P-Isabela e P-Rosa

Com liberdade para desenvolver as atividades cada grupo elaborou sua própria maneira de demonstrar ^{(2) como você demonstrou a validade?} a validade do teorema.

Observou-se que ele é válido qdo a figura construída em cada um dos lados tiver a mesma constante de proporcionalidade.

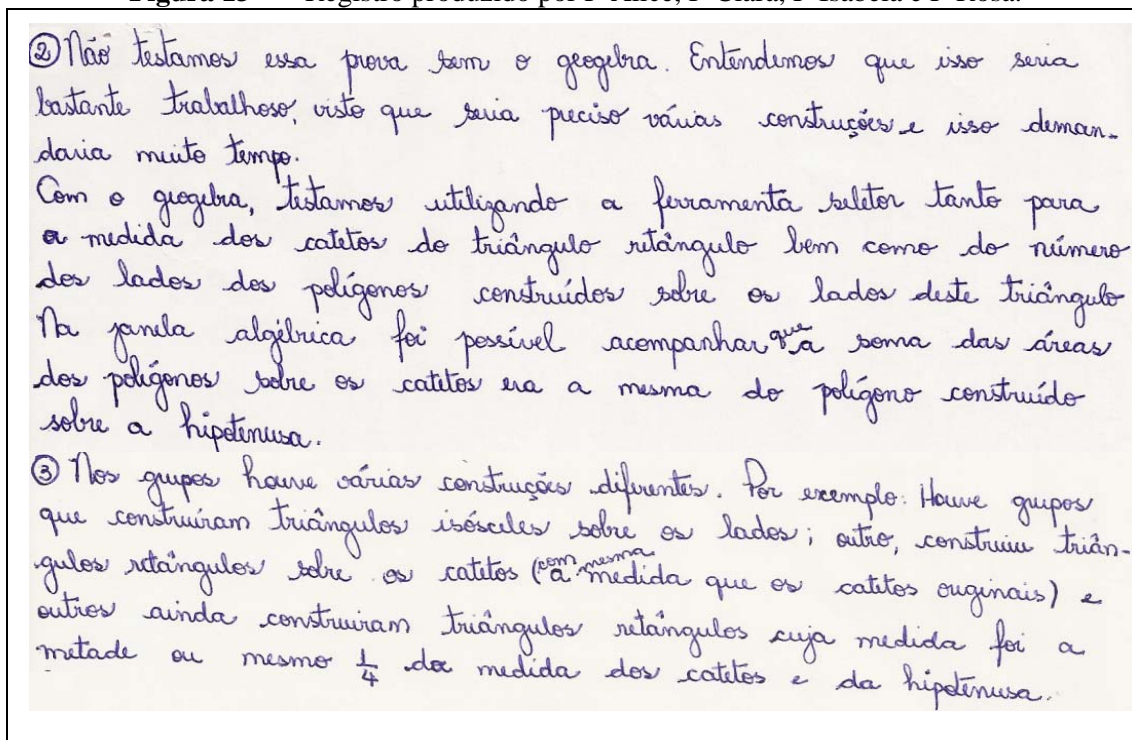
⁽³⁾ Descreva exemplos disso

Fonte: Trecho da folha de generalização

As informações da Figura 12 indicam que, para a elaboração da generalização, escrita, o grupo de professoras confrontou os diferentes procedimentos e figuras utilizados por elas para constatar o teorema. Isso ocorreu porque os pequenos grupos se alteravam constantemente. A partir desse registro, percebe-se que as professoras também destacam a liberdade que os grupos tiveram para trabalhar. Para Wenger, McDermott e Snyder (2002), uma Comunidade de Prática é um lugar para pensar e refletir livres de pressões, característica da CoP-FoPMat ao desenvolver a Tarefa 17 e as questões decorrentes dessa tarefa.

De acordo com o registro que apresenta as generalizações, infere-se que P-Alice, P-Clara, P-Elisa, P-Isabela e P-Rosa reificaram que o teorema pode ser confirmado quando existir uma constante de proporcionalidade entre os lados do triângulo retângulo e as figuras construídas sobre os respectivos lados (Conhecimento do Conteúdo). Ao responder as questões 2 e 3, levantadas pela formadora, essas professoras revelam impressões em torno das potencialidades do *software* e escrevem sobre o que os grupos de modo geral fizeram.

Figura 13⁷⁵ – Registro produzido por P-Alice, P-Clara, P-Isabela e P-Rosa.



Fonte: Trecho da folha de generalização

Os registros das professoras, no item 2, indicam que as potencialidades do GeoGebra foram fundamentais para suas constatações e colaboraram na realização das generalizações. Elas declaram que seria muito trabalhoso testar suas conjecturas sem o uso do *software* e apontam que o uso do seletor possibilitou, experimentalmente, a percepção de regularidades, pois obtiveram várias figuras a partir de uma única construção.

Essa declaração revela a compreensão de que a tecnologia pode fornecer outras maneiras de ensinar um conteúdo e influencia na criação de ambientes nos quais é possível identificar, verificar e analisar propriedades de uma figura em processo rápido. Outra potencialidade do *software* reconhecida por elas é a Janela Algébrica, que possibilitou a observação da relação entre as áreas, pois, quando uma figura é transformada na Janela de Visualização, transforma-se também na Janela Algébrica (Conhecimento Tecnológico do

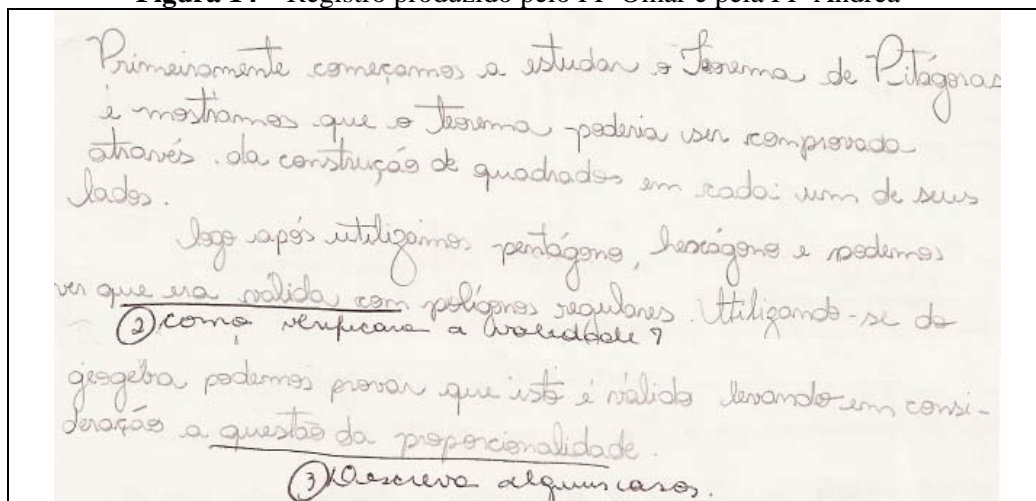
⁷⁵ O termo prova foi usado no sentido de validar/mostrar possíveis generalizações para o teorema.

Conteúdo).

O texto produzido para responder as indagações da formadora também traz indícios de que o grupo compreendeu como ocorre a relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo (Conhecimento do Conteúdo).

Na folha de generalização, o grupo formado pelo FP-Omar e pela FP-Andrea relatou como procedeu para generalizar o Teorema de Pitágoras.

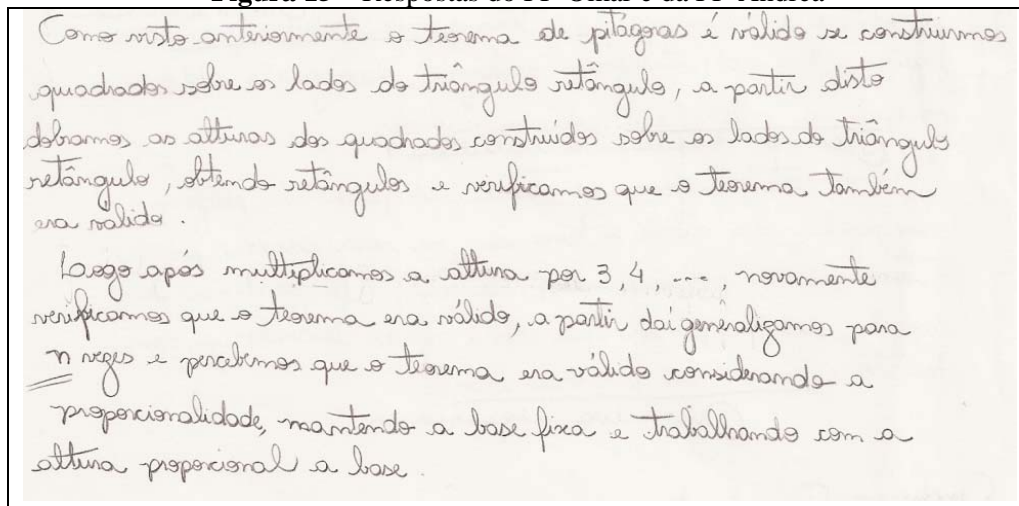
Figura 14 – Registro produzido pelo FP-Omar e pela FP-Andrea



Fonte: Trecho da folha de generalização

As informações do fragmento de texto indicam que esse grupo também generalizou o Teorema de Pitágoras a partir da comparação das áreas de figuras regulares. Entretanto, como ilustra a Figura 15, Omar e Andrea, ao responderem os questionamentos da formadora, evidenciam aprendizagens acerca da proporcionalidade entre os elementos das figuras irregulares e do triângulo retângulo relacionadas à confirmação do teorema (Conhecimento do Conteúdo).

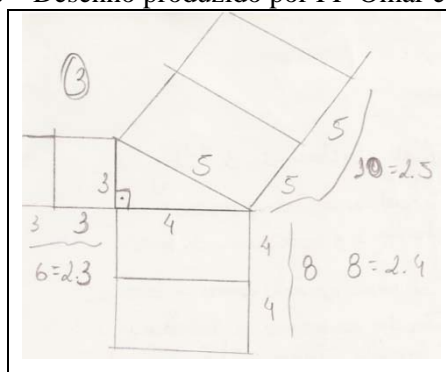
Figura 15 – Respostas do FP-Omar e da FP-Andrea



Fonte: Trecho da folha de generalização

O FP-Omar e a FP-Andrea também apresentam um desenho para indicar o processo utilizado para generalizar o teorema utilizando figuras irregulares (retângulos).

Figura 16 – Desenho produzido por FP-Omar e FP-Andrea

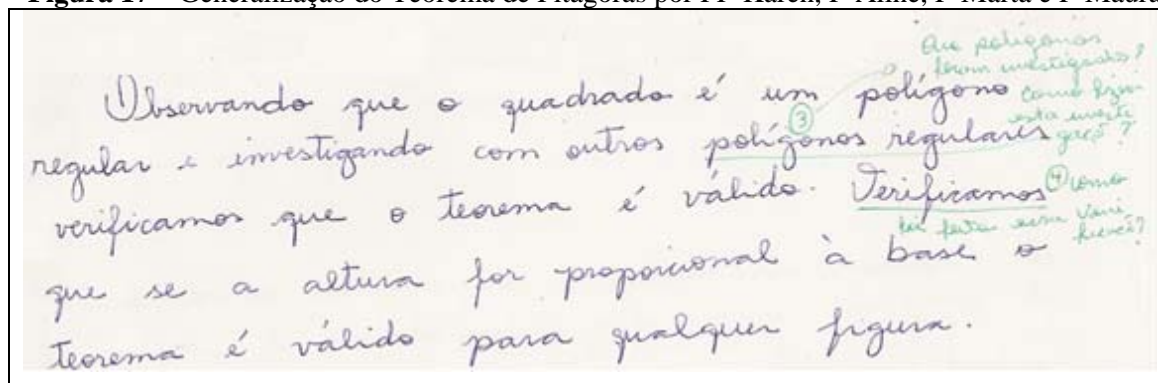


Fonte: Trecho da folha de generalização

Diante dos registros do FP-Omar e da FP-Andrea, infere-se que ambos constituíram conhecimentos em que é possível constatar o Teorema de Pitágoras por meio de comparação de áreas de polígonos regulares e também de os polígonos irregulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo; no caso dos polígonos irregulares, quando a base (lados do triângulo retângulo) e a altura dos polígonos possuem a mesma razão de semelhança (Conhecimento do Conteúdo).

O grupo formado pela FP-Karen, P-Aline, P-Marta e P-Maura, nos seus registros, também mostra indícios de compreensão sobre a proporção que as figuras devem ter para que seja possível constatar o teorema.

Figura 17 – Generalização do Teorema de Pitágoras por FP-Karen, P-Aline, P-Marta e P-Maura



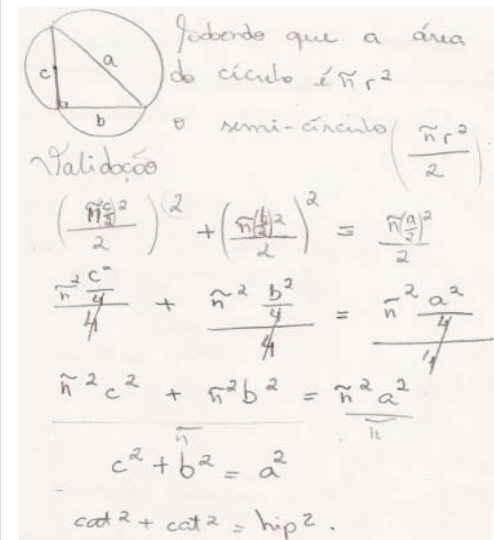
Fonte: Autora

Para responder aos questionamentos da formadora (em verde), os membros desse grupo explicaram que também utilizaram a ferramenta “Seletor” para variar o número de lados do polígono construído sobre os lados do triângulo retângulo e comparar as áreas.

Nos textos dedicados às generalizações, os demais grupos destacaram a importância do GeoGebra no sentido de possibilitar a construção de figuras dinâmicas para a constituição do conhecimento de outras figuras, além do quadrado, que podem ser usadas para constatar o

teorema. Apesar do uso do GeoGebra, que permitiu visualizar as representações de objetos matemáticos que permitiram as generalizações geométricas do teorema, os grupos também se preocupavam com as generalizações algébricas escritas nas folhas. Essas generalizações geralmente eram associadas a figuras, como ilustra o Quadro 35.

Quadro 35 – Figuras e generalizações algébricas



Sabendo que a área do círculo é πr^2 o semi-círculo $\left(\frac{\pi r^2}{2}\right)$

Validação

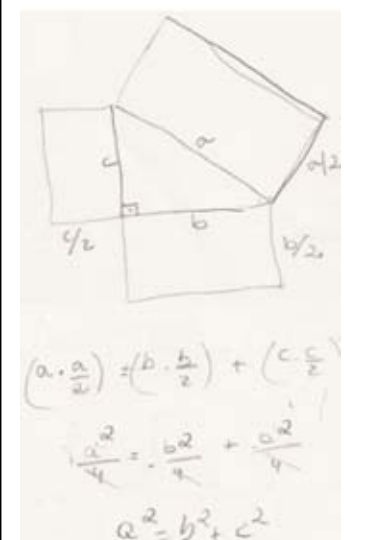
$$\left(\frac{\pi r^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\pi r^2}{2}\right)^2 = \frac{\pi r^2^2}{2}$$

$$\frac{\pi^2 c^2}{4} + \frac{\pi^2 b^2}{4} = \frac{\pi^2 a^2}{4}$$

$$\pi^2 c^2 + \pi^2 b^2 = \pi^2 a^2$$

$$c^2 + b^2 = a^2$$

$\text{cat}^2 + \text{cat}^2 = \text{hip}^2$.

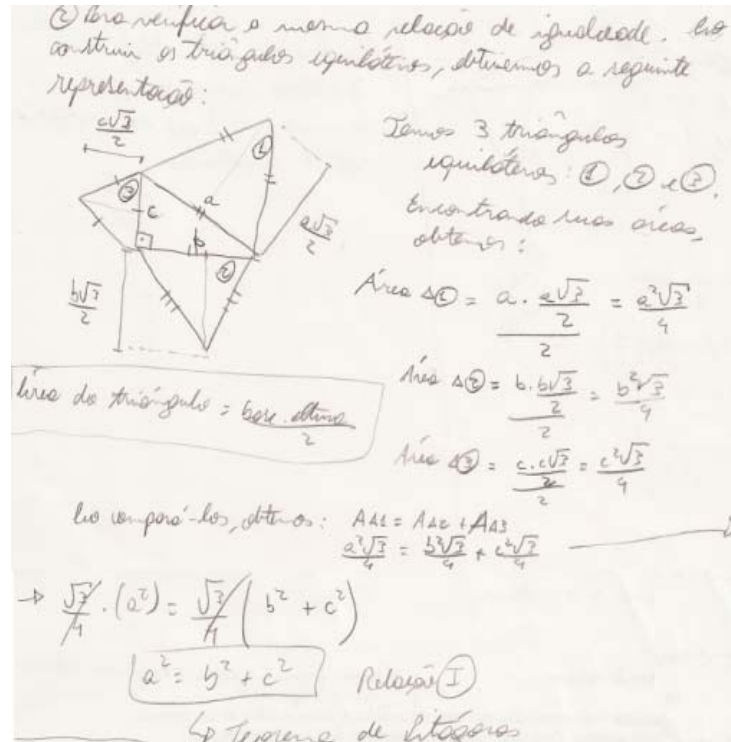


$$\left(a \cdot \frac{a}{2}\right) = \left(b \cdot \frac{b}{2}\right) + \left(c \cdot \frac{c}{2}\right)$$

$$\frac{a^2}{4} = \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Figuras Retiradas do texto de generalização feito por FP-Karen, P-Aline, P-Marta e P-Maura.



Construindo a mesma relação de igualdade, ao construir os triângulos equiláteros, obtemos a seguinte representação:

Temos 3 triângulos equiláteros: ①, ② e ③.

Encontrando suas áreas, obtemos:

$$\text{Área } \Delta ① = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Área } \Delta ② = \frac{b \cdot \frac{b\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Área } \Delta ③ = \frac{c \cdot \frac{c\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$$

ao compará-los, obtemos: $A_{\Delta 1} = A_{\Delta 2} + A_{\Delta 3}$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} + \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (a^2) = \frac{\sqrt{3}}{4} (b^2 + c^2)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \text{Relação I}$$

↳ Teorema de Pitágoras

Figura retirada do texto de generalização feito por FP-Jorge e P-Marlene.

Esses registros de generalizações algébricas associadas as figuras revelam que os participantes desse grupo mobilizaram/constituíram conhecimentos de como apresentar justificações que confirmam o Teorema de Pitágoras comparando áreas de diversas figuras, como: semicírculos; polígono regulares e polígonos irregulares (retângulos, trapézios, triângulos) com altura proporcional aos lados do triângulo retângulo (Conhecimento do Conteúdo). Esses conhecimentos também foram evidenciados nos diários, como o de P-Maura, que também justifica que a prática do professor é pautada nos livros didáticos.

Em nossa prática pedagógica trabalhamos o Teorema de Pitágoras pelo cálculo da área dos quadrados construídos em cada lado do triângulo retângulo que encontramos nos livros didáticos. Nos encontros vimos que podemos trabalhar o teorema com a área de qualquer polígono regular e do semicírculo construído sobre os lados do triângulo retângulo e também pelo cálculo da área de polígonos irregulares que apresentam razão de proporcionalidade entre a base e a altura do polígono (P-Maura, diário do 17º encontro, 18/10/12).

O processo de utilizar a tecnologia digital e a tradicional “lápiz e papel”, simultaneamente, indica, como evidenciado nas análises dos registros escritos dos membros da CoP-FapMat, que uma tecnologia não substitui a outra, mas que ambas podem ser utilizadas, de modo que, em conjunto, influenciem nos processos de produção de significados relacionados aos conhecimentos matemáticos; no caso dos professores, também dos conhecimentos pedagógicos e tecnológicos.

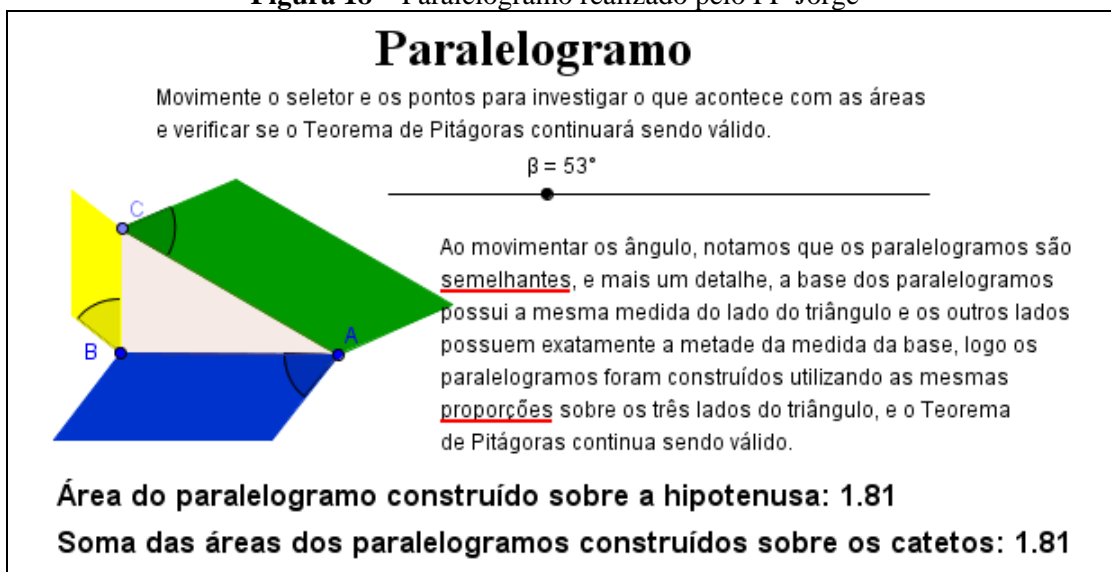
Nesse sentido, considera-se a utilização simultânea de tecnologias digitais e “lápiz e papel” em contextos educacionais a partir de um processo dinâmico, de exploração, explicação, ou seja, a partir da negociação de significados (WENGER, 1998), como potencial para os processos de aprendizagem discente e docente.

Outras generalizações a respeito do Teorema de Pitágoras foram feitas a partir do GeoGebra. Por exemplo, alguns dias antes de reiniciarem os encontros em 2013, o FP-Jorge, que não participaria mais dos encontros da CoP-FoPMat pelo fato de ser aos sábados, postou no Fórum 10 figuras construídas a partir dos lados de triângulos retângulos.

Todas essas figuras permitiram transformações por meio do “Mover” ou do “Seletor” de modo que se pudesse observar a relação entre suas áreas. Ele também inseriu um pequeno texto, com suas reflexões e generalizações a respeito da proporcionalidade entre os lados do triângulo retângulo e segmentos/altura das figuras construídas sobre os respectivos lados.

Nenhuma dessas figuras tinha sido realizada ou discutida nos encontros anteriores. A seguir apresentam-se algumas dessas figuras com seus respectivos textos.

Figura 18 – Paralelogramo realizado pelo FP-Jorge



Fonte: fórum de socialização (grifo nosso)

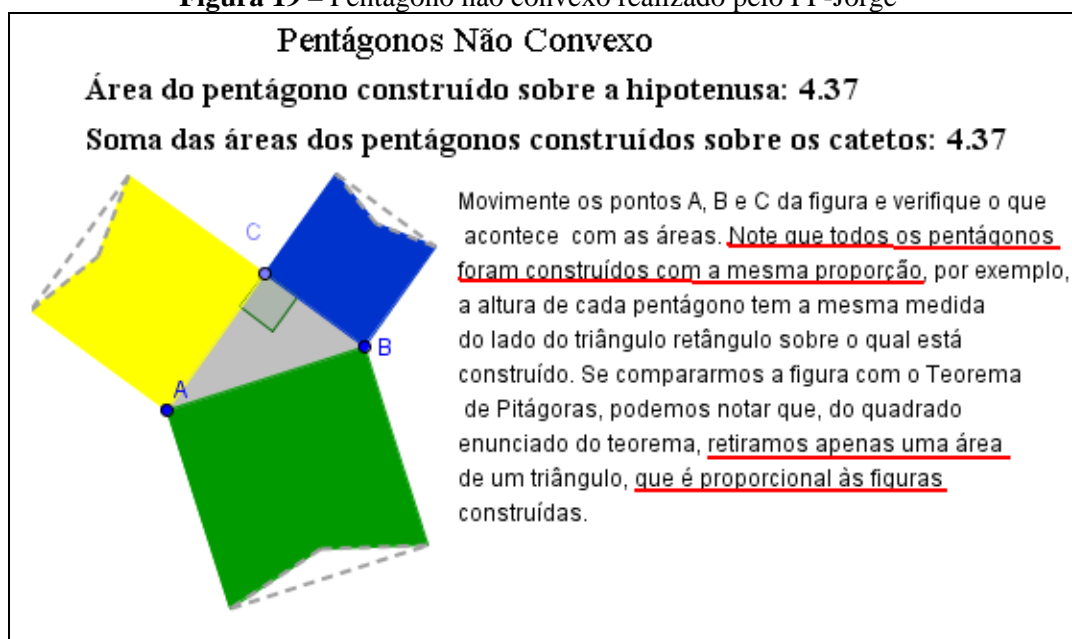
Para construir os paralelogramos (Figura 18), o FP-Jorge mobilizou/constituiu conhecimentos a respeito do controle deslizante (β), pois utilizou esse recurso do *software* para definir o ângulo que determinaria a inclinação entre lado do paralelogramo e do lado do triângulo. Além disso, ele tomou a metade de cada lado do triângulo ABC como a medida do menor lado de cada paralelogramo e, dessa forma, obteve paralelogramos semelhantes cuja razão é $\frac{1}{2}$ e, assim, constatou geometricamente o Teorema de Pitágoras (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

O FP-Jorge também constituiu/mobilizou conhecimentos a respeito das propriedades do paralelogramo, tais como: que seus ângulos opostos são congruentes, que seus lados opostos são paralelos e congruentes. Isso ocorreu associado às ferramentas do *software* utilizadas para construir, a partir de um ângulo, o paralelogramo dinâmico que permite transformações de modo que suas propriedades sejam mantidas. Dessa forma, ao mover o seletor que modifica o valor do ângulo, obtêm-se vários paralelogramos.

A figura dinâmica do paralelogramo pode colaborar para diferentes abordagens. Por exemplo, observar como o paralelogramo se comporta ao mover o seletor e que ele se transforma em um retângulo quando a medida do seletor for 90° . A figura dinâmica também colabora para generalizações relacionadas à constatação do Teorema de Pitágoras (Conhecimento do Conteúdo, Conhecimento Pedagógico da Tecnologia e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

O FP-Jorge apresenta também polígonos não convexos e mostra que é possível constatar o Teorema de Pitágoras a partir deles.

Figura 19 – Pentágono não convexo realizado pelo FP-Jorge



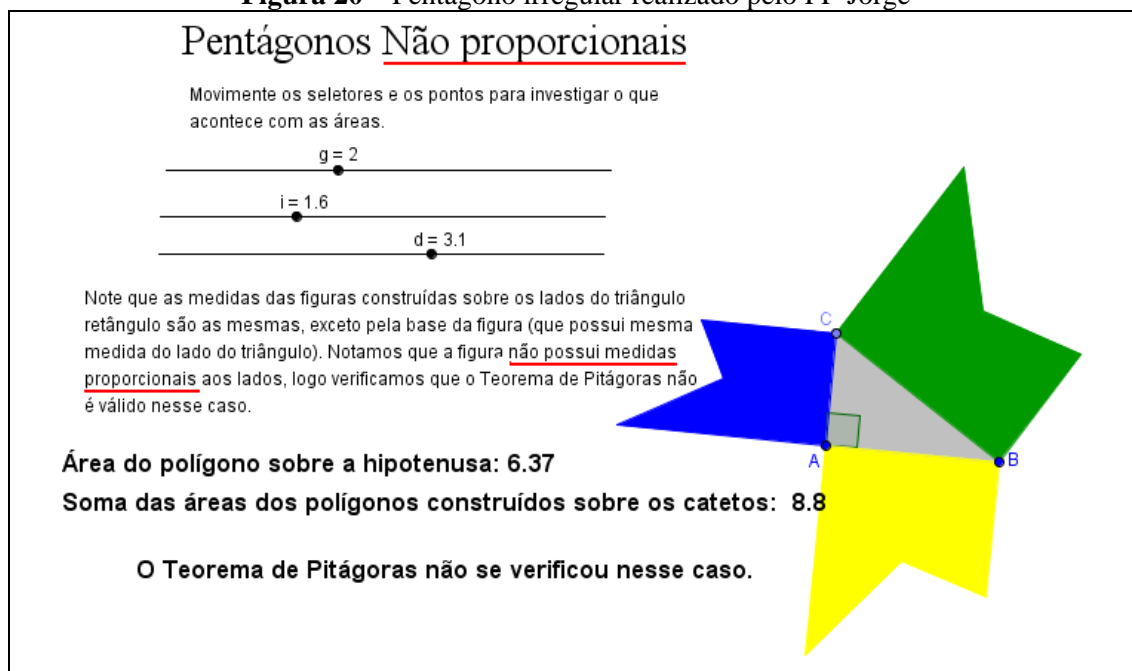
Fonte: fórum de socialização (grifo nosso)

Utilizando os recursos do GeoGebra, como “Exibir/Esconder Objetos” e “Protocolo de Construção”, foi possível verificar que, para obter os polígonos não convexos, o FP-Jorge fez uma secção no quadrilátero “retirando” triângulos isósceles semelhantes (retira uma área). Para obter esses triângulos, ele utilizou a interseção de dois círculos cujos raios são os lados do triângulo retângulo. A interseção determinou o vértice superior do triângulo isósceles (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo). De modo geral, para a construção dessa figura, utilizou as ferramentas “Retas”, “Círculos dado Centro e um dos seus Pontos”, “Ponto Médio” e, dessa forma, mobilizou/constituiu conhecimentos escolhendo ferramentas adequadas para a construção (Conhecimento Tecnológico).

No caso do paralelogramo supracitado e do pentágono não convexo, o FP-Jorge destaca no texto que as figuras têm uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo e afirma que são figuras semelhantes e que, por isso, o Teorema de Pitágoras pode ser constatado com a comparação das áreas, evidenciando que mobilizou/constituiu conhecimentos relacionados ao paralelogramo, aos polígonos não convexos e ao Teorema de Pitágoras (Conhecimento do Conteúdo).

Entre as figuras, o FP-Jorge apresentou a construção de pentágonos irregulares sobre o lado do triângulo retângulo, um exemplo de figura que não possui razão de semelhança (não possui medidas proporcionais), que não permite constatar o teorema.

Figura 20 – Pentágono irregular realizado pelo FP-Jorge



Fonte: Fórum de Socialização (grifo nosso)

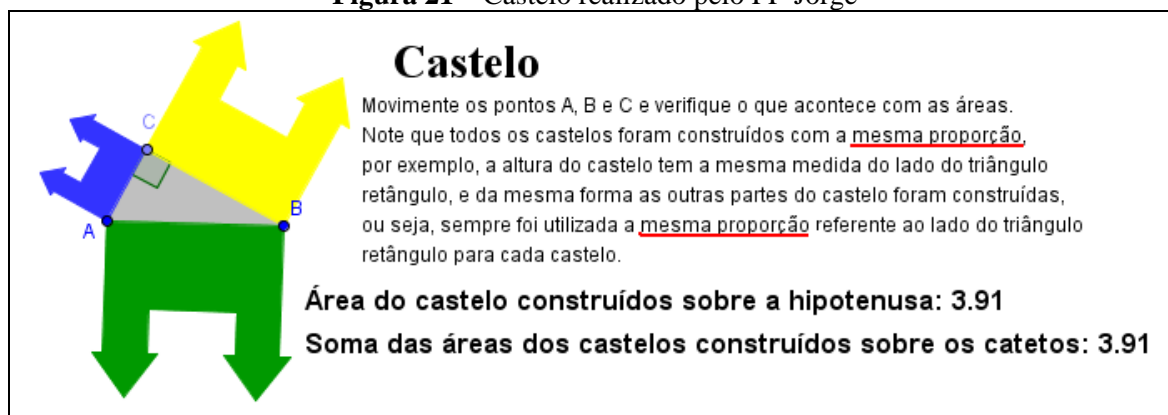
Nessa construção, FP-Jorge utiliza três seletores ligados aos três vértices superiores (que não coincidem com os pontos A, B e C) dos pentágonos. Ao mover um dos seletores, os lados dos três pentágonos e suas áreas se alteram simultaneamente. Cada um dos seletores g e d alteram um dos lados do pentágono, e o seletor i altera a reentrância que faz o polígono não convexo. Para obter essa reentrância, FP-Jorge construiu uma reta perpendicular passando pelo ponto médio do lado do triângulo. Portanto, ao mover os seletores, é possível verificar que não há uma relação de proporcionalidade entre os lados ou altura do pentágono com os lados do triângulo retângulo. Portanto, não se confirma o Teorema de Pitágoras comparando suas áreas (Conhecimento do Conteúdo e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

O FP-Jorge também apresenta figuras não associadas diretamente aos polígonos, mas sugeridas por castelos, PacMan (jogo eletrônico), Mickey e pela catedral de Maringá – PR.

Na construção de castelos, o FP-Jorge utiliza a mesma relação de proporcionalidade em cada um deles em relação aos lados triângulo ABC. Por exemplo, as alturas das torres medem a metade do respectivo lado do triângulo e do alto da torre a base tem a mesma medida do lado do triângulo, aspectos que trazem indícios de que ele mobilizou conhecimentos de proporcionalidade e de polígonos (Conhecimento do Conteúdo).

Ao movimentar os vértices do triângulo retângulo os castelos construídos sobre seus lados se alteram sem perder a razão de semelhança e as áreas atualizam-se constantemente mantendo a relação.

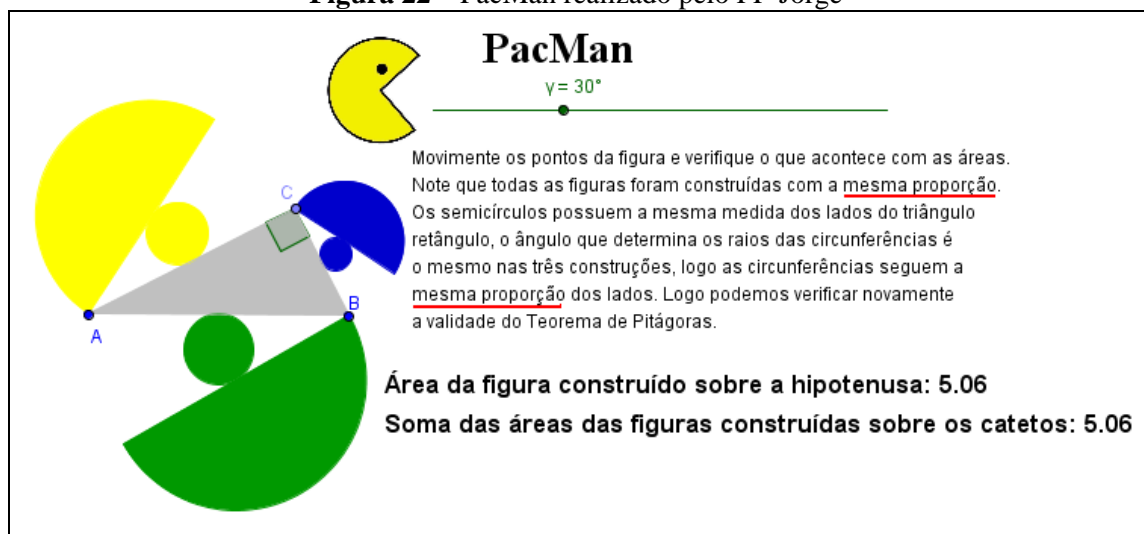
Figura 21 – Castelo realizado pelo FP-Jorge



Fonte: Fórum de Socialização (grifo nosso)

Nas construções do PacMan, Mikey e Catedral de Maringá, Jorge utiliza o recurso do GeoGebra “Inserir Imagem” e insere na área de visualização as imagens que inspiraram as construções. A construção do PacMan também é regulada por meio de um seletor, que determina o ângulo (v).

Figura 22 – PacMan realizado pelo FP-Jorge



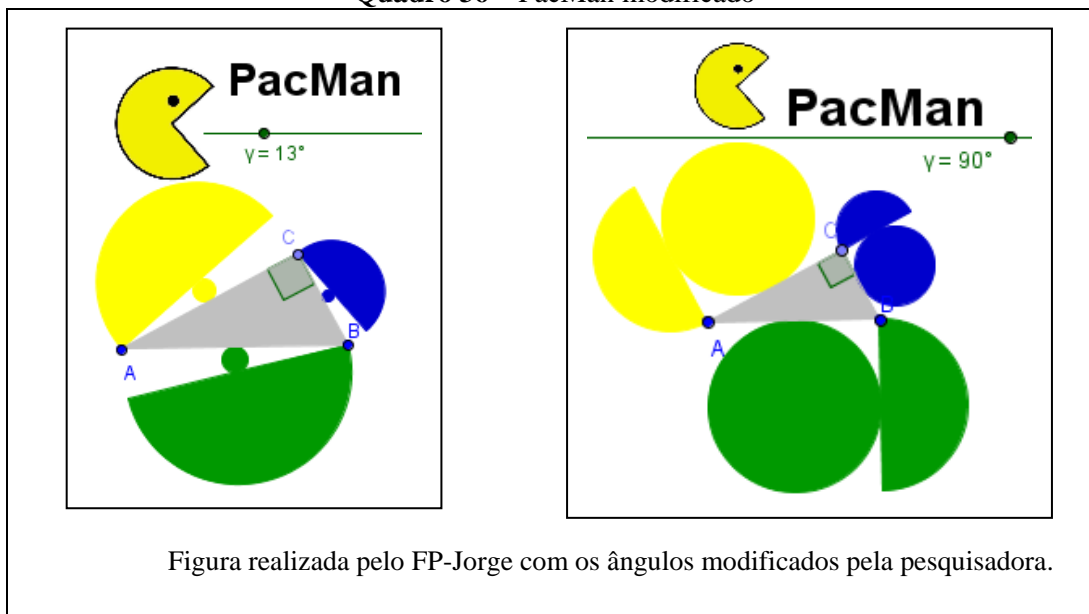
Fonte: Fórum de Socialização (grifo nosso)

Na figura do PacMan, com o movimento de v (seletor), os círculos tangenciam os semicírculos e os lados do triângulo ABC. O ângulo determina a inclinação do semicírculo em relação ao lado do triângulo. Conforme o ângulo tende a zero, o diâmetro do semicírculo se aproxima do lado do triângulo e o círculo diminui até desaparecer (quando o ângulo medir 0°), dando a ideia de “comer” o círculo, como no jogo. Além disso, quando o ângulo for igual a 0° , é possível constatar o Teorema de Pitágoras para o semicírculo construído sobre os lados do triângulo retângulo.

Ao mover o seletor e transformar a figuras, os semicírculos conservam seus diâmetros com as mesmas medidas do respectivo lado do triângulo, os três círculos alteram na mesma razão e a relação de proporcionalidade é mantida, bem como as áreas dos semicírculos

e dos círculos. O FP-Jorge, para fazer essa figura, mobilizou conhecimentos do *software* escolhendo ferramentas adequadas e associou a relação de proporção para obter figuras semelhantes (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo). O Quadro 36 ilustra a figura do PacMan com os ângulos modificados.

Quadro 36 – PacMan modificado



Fonte: Autora

Na construção inspirada no Mickey (cabeça e orelhas), o FP-Jorge utiliza ferramentas do *software* de fácil acesso, como: “Retas”, “Retas Perpendiculares” e “Retas Paralelas”, “Círculo dados Centro e um dos seus Pontos”. Entretanto, no texto, apresenta indícios de que mobilizou conhecimentos de proporção e associou esse conteúdo às ferramentas utilizadas. Assim, com a figura dinâmica e com o texto, mais uma vez ele generaliza que o Teorema de Pitágoras pode ser constatado geometricamente comparando áreas de qualquer figura semelhante (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Figura 23 – Mickey realizado pelo FP-Jorge

Mickey

Movimente os pontos A, B e C da figura e verifique o que acontece com as áreas.
 Note que todas as figuras foram construídas com a mesma proporção, por exemplo, a altura de cada figura tem $\frac{3}{2}$ da medida do lado do triângulo retângulo sobre o qual está construída. Para encontrar as outras medidas, utilizamos basicamente a mesma ideia, encontrando pontos médios, criando algumas circunferências com medidas que dependem, direta ou indiretamente das medidas da base da figura (lado do triângulo). Podemos afirmar que foi utilizada a mesma proporção referente ao lado do triângulo retângulo para cada construção.

Área da sombra do Mickey construída sobre a hipotenusa: 8.23
Soma das áreas dos castelos construídos sobre os catetos: 8.23

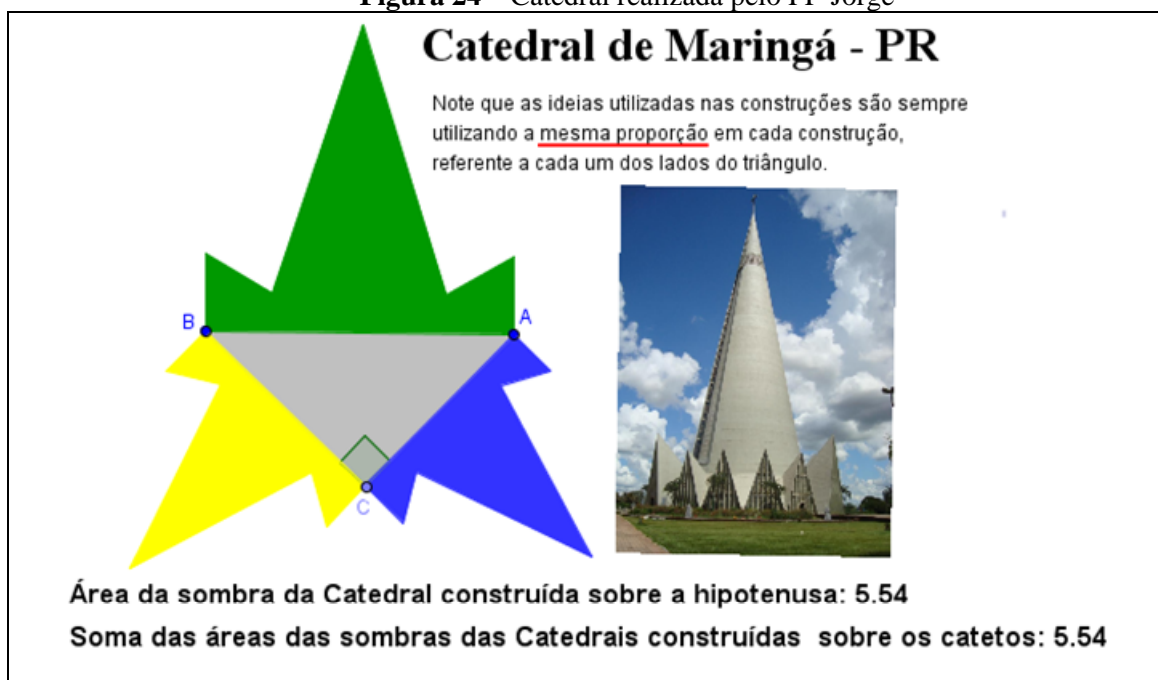
Notamos que o Teorema de Pitágoras é válido para áreas de figuras semelhantes construídas sobre os lados do triângulo retângulo.

Fonte: Fórum de Socialização (grifo nosso)

Na figura do Mickey, por meio dos recursos do *software*, verificou-se um equívoco no texto, quando FP-Jorge escreve que as alturas foram construídas na razão de $\frac{3}{2}$, no entanto correspondem a $\frac{3}{4}$ do lado do triângulo. O raio do círculo utilizado para construir as orelhas medem $\frac{1}{4}$ do lado do triângulo.

Na construção inspirada na imagem da Catedral de Maringá-PR, FP-Jorge, como nas demais figuras, usa a ideia de proporcionalidade. Chama a vista frontal da Catedral de “sombra” e constata a relação entre as áreas.

Figura 24 – Catedral realizada pelo FP-Jorge



Fonte: Fórum de Socialização (grifo nosso)

Utilizando o “Protocolo da Construção”, a “Barra de Navegação para Passos da Construção” e o “Exibir/Esconder Objeto”, foi possível examinar como as 10 figuras foram construídas e quais ferramentas do *software* foram utilizadas associadas às ideias matemáticas, tais como: ponto médio, retas paralelas e perpendiculares, círculo, ângulos, polígonos. Estas construções também evidenciam a ideia de proporcionalidade para obter figuras semelhantes, que, mesmo sendo irregulares, permitem constatar o Teorema de Pitágoras.

Para a construção dessas figuras, o FP-Jorge combina ferramentas do *software* (cores, inserção de imagens, textos, controle deslizante), com isso, sofisticando as figuras (Conhecimento Tecnológico). As justificativas matemáticas relacionadas a proporção, apresentadas nos textos deixam indícios de que o GeoGebra, foi fundamental para explorar ideias matemáticas e para o desenvolvimento de generalizações (Conhecimento Pedagógico

da Tecnologia).

Analisando as figuras, infere-se que o FP-Jorge utilizou criatividade/imaginação para construí-las combinando ideias matemáticas e ferramentas do *software*. De acordo com Wenger (1998), a imaginação permite ludicidade e leva cada pessoa a uma aprendizagem diferente a partir de uma mesma atividade, pois inclui outros significados, possibilidades e perspectivas.

Ao mobilizar, no fórum de socialização, seus conhecimentos a respeito de constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de diferentes figuras semelhantes a partir do GeoGebra, FP-Jorge possibilitou que outros membros da CoP-FoPMat também constituíssem conhecimentos em torno dessa ideia.

Os membros da CoP-FoPMat ao reiniciarem os encontros em 04/05/2013, decidiram planejar tarefas para utilizar o GeoGebra. Formaram grupos, de acordo com seus interesses pelas séries e/ou conteúdos, e iniciaram a elaboração/adaptação de tarefas. Entretanto, após visitarem as figuras postadas no fórum pelo FP-Jorge, eles retomaram as discussões a respeito do Teorema de Pitágoras. Alguns membros no intervalo dos encontros interagiram no Fórum buscando compreender outras possibilidades de constatar o teorema. Entre eles estava o FP-Hugo, que se integrou à CoP-FoPMat em 04/05/13 e não conhecia o FP-Jorge, nem a prática da comunidade.

Nós, como professores, devemos sempre incentivar a criatividade dos nossos alunos, assim eles poderiam reinventar a matemática, acredito que o FP-Jorge para conseguir criar a construção do PacMan, deve ter pensado bastante até conseguir desenvolver uma região semelhante a outra e ainda possibilitando ao PacMan comer a bolinha e não perder as semelhanças entre eles (catetos e hipotenusa) e a principal função de provar ou mostrar que a soma das áreas dos catetos é igual à área da hipotenusa. E com as várias construções podemos perceber que não é apenas uma região quadrada mas sim qualquer área (E aí minha dúvida de como definir isso????) qualquer área o quê? Semelhante entre elas com uma relação entre os catetos e a hipotenusa? As regiões são semelhantes? Elas são proporcionais? Alguém pode me ajudar? Pois se conseguirmos sistematizar isso com a ajuda dos alunos, acredito que estaríamos reinventando a matemática e construindo novos conhecimentos (FP-Hugo, fórum de socialização 12/06/13).

O FP-Hugo explicita que a criatividade possibilita “reinventar a Matemática”. Ele reconhece que, para construir figuras como o PacMan, o FP-Jorge envolveu vários conceitos matemáticos e ferramentas do *software* como “Controle Deslizante”, “Inserir Imagem” e “Texto”. Nota-se que o FP-Hugo está em conflito com seus conhecimentos. Apresenta vários questionamentos e indícios de que constituiu conhecimentos relacionados ao fato de o teorema não se verificar apenas com áreas de quadrados, mas com outras figuras (Conhecimento do

Conteúdo). Esse futuro professor também indica a importância de o professor realizar sistematizações com participação ativa dos alunos (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

O FP-Jorge interage no Fórum com o FP-Hugo.

[...] Para que as construções dessem certas, eu não adotei medidas específicas ao realizá-las, mas sempre procurava pensar em relações de cada fase da construção com a medida do lado [...] Em todas as construções eu tentei fazer isso, exceto na construção de um pentágono [...]. Foi possível validar o Teorema de Pitágoras nas outras construções devido a essa relação de proporcionalidade [...], a razão de semelhança tem que estar relacionada aos lados (FP-Jorge, fórum – socialização 12/06/13).

O FP-Jorge que em outras discussões recorria às medidas dos segmentos para suas verificações, nesse fragmento de texto, deixa evidências de que constituiu conhecimentos de que é possível verificar, por exemplo, a razão de semelhança sem o uso das medidas, mas pensando em como os elementos das figuras se relacionam (Conhecimento do Conteúdo).

O FP-Jorge, ao esclarecer no fórum por que as figuras permitiram verificar o Teorema Pitágoras, deixa indícios de que generalizou que o teorema pode ser constatado comparando áreas de figuras irregulares se os elementos dessas figuras apresentarem uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo. Assim, infere-se que por meio de suas figuras, de seus textos e de suas interações no fórum, o futuro professor reificou que o teorema pode ser confirmado comparando áreas de figuras semelhantes.

O FP-Hugo, a partir da interação do FP-Jorge no fórum, demonstra compreender que figuras semelhantes construídas sobre a hipotenusa e sobre os catetos de um triângulo retângulo permitem constatar o Teorema de Pitágoras geometricamente.

Eu concordo plenamente com suas construções. Só não consegui uma fala adequada para sistematizar isso, como reescrever o Teorema de Pitágoras baseado nessas suas construções. “Em todo e qualquer triângulo retângulo o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos”, pois não temos apenas quadrados, temos áreas sobre os catetos. Irei começar uma ideia. “Para todo e qualquer triângulo retângulo, a área sobre a Hipotenusa é igual à soma das áreas sobre os catetos”. Penso que é um pouco mais difícil de escrever isso do que parece. [...] Se os alunos entenderem vai ser bacana. (FP-Hugo, fórum – socialização 13/06/13).

O FP-Hugo demonstra ter compreendido que o teorema precisa de uma proposição mais geral e busca um modo de escrevê-la, relacionando as diferentes construções enviadas pelo FP-Jorge e constatando que não são apenas quadrados que podem ser construídos sobre os lados do triângulo. Sua preocupação apresenta questões específicas do conteúdo, sugere que, ao invés do “quadrado da hipotenusa”, seja a “área sobre a hipotenusa”. A ideia do FP-Hugo é consoante à proposição escrita por Euclides presente nos Elementos: “Nos triângulos retângulos, a figura sobre o lado subtendendo o ângulo reto é igual às figuras semelhantes e

também semelhantemente descritas sobre os lados contendo o ângulo reto” (BICUDO, 2009, p.264).

Como já foi evidenciado anteriormente, o FP-Hugo demonstra preocupações pedagógicas ao ressaltar a importância de os alunos compreenderem essa forma mais geral, ou seja, que o teorema pode ser constatado comparando áreas de figuras semelhantes (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

Embora Hugo seja recém-chegado, ele criou relacionamentos sociais que ajudaram a manter a comunidade e demonstrou um forte engajamento na prática da CoP-FoPMat. A partir de suas atitudes e interações presenciais ou no fórum, passou a ter uma participação central na realização das tarefas.

No encontro de 15/06/2013 foram apresentadas no projetor as figuras do FP-Jorge e exibidos os objetos “escondidos”. Em seguida, foram feitas algumas transformações que permitiram constatar as regularidades. Os textos de cada figura também foram lidos e discutidos. Essa dinâmica e as interações levaram a (re) negociação de significados em torno da razão da constante de proporcionalidade referente às figuras construídas sobre os lados do triângulo retângulo. A seguir apresentam-se trechos da discussão da construção das torres.

1. *Loreni: Quando ele fala em proporção a que ele (FP-Jorge) se refere?*
2. *Rosa: Ele está se referindo a que em todas elas ele usou o mesmo conceito. Se um castelo tem a altura igual ao lado que ele está sobreposto, então os outros também.*
3. *Hugo: Isso não é uma proporção à base do castelo?*
4. *Rosa: Não é proporcional ao lado, é igual ao lado [...].*
5. *Hugo: É verdade.
[...]*
6. *Rosa: É que, quando ele usa a palavra proporção, ele quer dizer que usou o mesmo conceito para construir os três (castelos). Qual o conceito que ele utilizou? A altura do castelo é igual à medida do lado do triângulo que é a base do castelo.*
7. *Loreni: Mas isso não leva a uma razão de proporcionalidade? Se eu pegar a altura do castelo para a base do triângulo, qual a razão?*
8. *Hugo: Vai dar um.*
9. *Loreni: Se eu pegar o outro?*
10. *Rosa: É igual.*
11. *Hugo: Vai dar um.*
12. *Rosa: Esconde os procedimentos de construção. Agora me explica de onde ele tirou esta torrezinha aí? É um triângulo, mas como ele construiu para valer em todos?*
13. *Loreni: Se a gente pegar a altura dessa torrezinha para a base do triângulo (P-Alice interrompe)*
14. *Alice: A altura dessa torre é $\frac{1}{4}$ do lado do triângulo e todas são. Então tem proporcionalidade.*
15. *Clara: Então são os lados que são proporcionais e não figuras proporcionais.*
16. *Rosa: Mas quando ele usa, por exemplo, a altura da torrezinha e do quadradinho de $\frac{1}{4}$, isso é uma proporção?*

17. Loreni: *É a razão de semelhança. Se $\frac{1}{4}$ é para a hipotenusa, para os catetos também. Assim a altura da torre aumenta ou diminui proporcionalmente ao lado do triângulo.*
(24º encontro, 15/06/2013).

Nesse episódio, a questão da proporcionalidade, que já tinha sido abordada, foi retomada e, com isso, (re) negociada. P-Rosa (2) declara que foi utilizado o mesmo “conceito” em todas as figuras. Por sua vez, o FP-Hugo (3) indaga se o conceito a que P-Rosa se refere seria uma proporção. Esta professora se mostra insegura, dizendo que não é proporcional, mas igual. Somente com o questionamento da formadora (7) é que percebem que, nos castelos, a razão entre a sua altura e os lados do triângulo era 1. P-Clara projeta que são os lados das figuras, que são proporcionais e não as figuras como foi explicitado por alguns participantes da CoP-FoPMat.

A P-Alice (14), ao observar os objetos “escondidos”, percebe que a razão entre a altura da “torrezinha” e o lado do triângulo é de $\frac{1}{4}$, evidenciando compreensão da proporcionalidade entre os elementos do castelo e os do triângulo retângulo, enquanto, P-Rosa (4, 6, 12 e 16) evidencia dúvidas referentes aos conceitos de razão e proporção e porta-se como alguém menos experiente ou com menor conhecimento relacionado a razão e proporção e aos procedimentos utilizados na construção da figura associado à tecnologia digital. Não identifica os elementos das figuras que mantêm a relação de proporcionalidade que permite confirmar o teorema. Coloca-se, entretanto, como aprendiz e legitima sua participação periférica (WENGER, 1998).

Embora a formadora (1, 7, 9 e 13) questionasse os participantes da CoP-FoPMat para incentivá-los a compartilhar os significados produzidos, ela (17) validou para o grupo que, quando se compara $\frac{1}{4}$ entre duas grandezas, por exemplo, trata-se de razão de semelhança.

Wenger (1998) destaca que, mesmo quando se faz algo que já foi feito no passado, pode-se produzir uma nova situação, uma nova interpretação, uma nova experiência e, com isso, produzir significados que ampliam, modificam ou que confirmam a história de significados produzidos anteriormente. Retomar a discussão de proporção/proporcionalidade e a generalização do Teorema de Pitágoras possibilitou aos membros da CoP-FoPMat uma nova interpretação de ideias matemáticas já discutidas no contexto da comunidade. Com a análise das figuras, foram além de polígonos regulares e irregulares, ampliaram a compreensão e generalizaram que o teorema pode ser constatado geometricamente para figuras semelhantes construídas a partir dos lados de um triângulo retângulo.

Dessa forma, as figuras do FP-Jorge que explicitam suas generalizações e reificações foram legitimadas pela Comunidade de Prática. A legitimação dos significados produzidos

pelos participantes, feita pela formadora da Comunidade de Prática a respeito do teorema, promoveu uma participação mais ativa dos membros e reflexões que colaboraram para a o processo formativo dos membros da CoP-FoPMat.

Retomar a discussão do Teorema de Pitágoras depois de algum tempo possibilitou aos membros da CoP-FoPMat novas reflexões, como a explicitada pela P-Clara em seu diário.

Foram ótimas as análises nas construções do FP-Jorge. Isto vem confirmar para mim que um conteúdo nunca está acabado, há sempre o que discutir, experimentar, aprofundar. Quanto tempo estamos falando do Teorema de Pitágoras e o assunto continua interessante porque estamos analisando de uma forma que no dia a dia não fazemos. (P-Clara, diário 15/06/2013).

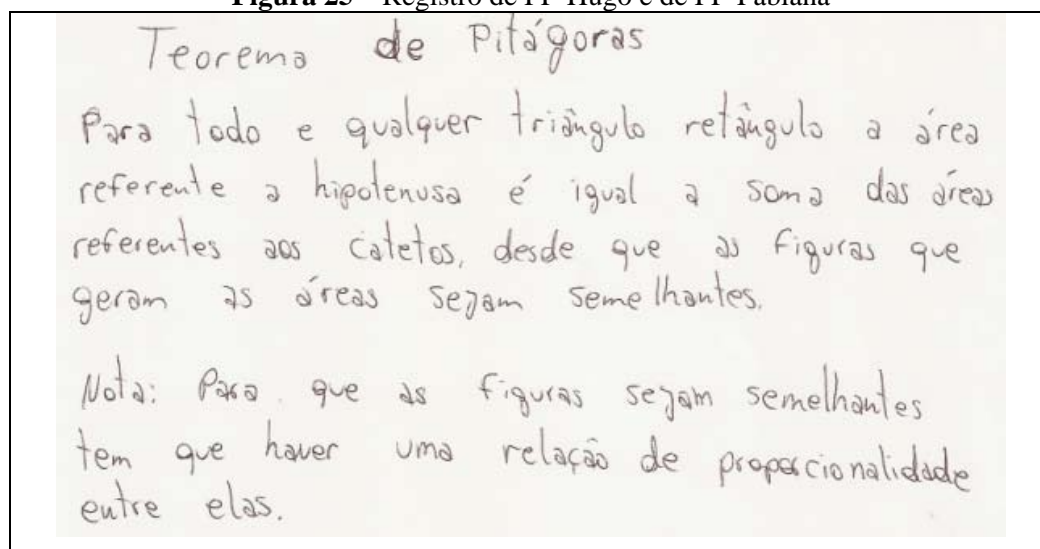
Antes do grupo de estudos eu tinha um pensamento “redondinho” sobre o Teorema de Pitágoras, agora tenho uma visão mais ampla sobre o mesmo. Penso que ainda há muito a ser explorado (P-Alice, diário 15/06/2013).

Nesse depoimento, P-Clara deixa indícios de que as análises promoveram novas reflexões a respeito do conteúdo e que reconhece que um conteúdo pode ter várias abordagens, revelando aspectos do conhecimento profissional do professor, entre eles, Conhecimento Pedagógico e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. P-Alice evidencia aprendizagens sobre o teorema (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo).

Após essas discussões, tendo em conta o fato de que o FP-Hugo e outros participantes buscavam uma escrita mais geral para o teorema, a formadora novamente solicitou que escrevessem suas generalizações em uma folha.

A generalização dos recém-chegados, FP-Hugo e FP-Fabiana, é apresentada na Figura 25.

Figura 25 – Registro de FP-Hugo e de FP-Fabiana



Fonte: Autora

Nesse fragmento de texto, FP-Hugo e FP-Fabiana revelam que constituíram conhecimentos de que o Teorema de Pitágoras é mais amplo, de que não se trata somente de quadrados ou outros polígonos, mas de figuras semelhantes (Conhecimento do Conteúdo).

Considerando a generalização escrita (Figura 25) e também a participação nas discussões, infere-se que esses futuros professores e os demais participantes produziram novos significados para o Teorema de Pitágoras e reificaram que ele pode ser constatado comparando áreas de figuras semelhantes. Além disso, deixam evidências de que compreenderam que, para as figuras serem semelhantes, uma relação de proporcionalidade (razão de semelhança) deve ser expressa. Embora a questão de os ângulos correspondentes terem a mesma medida tenha sido discutida em alguns momentos, isso não foi levado em conta na estrita do texto relacionado às figuras semelhantes.

A seguir apresenta-se o Quadro 37 com algumas das reificações verbalizadas pelos membros da CoP-FoPMat durante suas participações no desenvolvimento das investigações desencadeadas pela Tarefa 17 que revelam as aprendizagens e os conhecimentos constituintes do TPACK.

Quadro 37 – Reificações que revelam aprendizagens e mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do TPACK

Conhecimentos	O que foi reificado	Rastros das reificações		
Conhecimento do Conteúdo	O Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando as áreas de polígonos irregulares que apresentam relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo.	<p><i>“Uma das professoras tentou resolver a relação utilizando retângulos, mas não conseguiu, pois os retângulos não eram proporcionais e não seguiam uma ordem com relação à área. O FP-Jorge fez a construção com retângulos proporcionais (3:6, 4:8, 5:10) e confirmou, dessa forma, que os polígonos não precisam ser necessariamente regulares”</i></p>	<p><i>“Deu para entender perfeitamente que podemos usar qualquer polígono para demonstrar o Teorema de Pitágoras. Lembrando que ele deverá ser proporcional”.</i></p>	
		<p><i>Nosso grupo concluiu que, mesmo nos polígonos não regulares, se houver proporção entre os polígonos construídos, o teorema é validado</i></p>	<p><i>“Quando vi fazendo com retângulos, tinha certeza de que não daria certo. ‘Caí do cavalo’, deu certinho”.</i></p>	
		<p><i>“Nos encontros vimos que podemos trabalhar o teorema [...] com cálculo da área de polígonos irregulares que apresentam razão de proporcionalidade entre a base e a altura do polígono”.</i></p>		
	Relação de proporcionalidade.	<p><i>“Vamos supor que se fosse multiplicar esse lado aqui por 2, e fosse 8 e aqui (outro lado) você teria de multiplicar por 2”.</i></p>	<p><i>“Então esse aqui seria 10, 8 e 6, então seria isso”.</i></p>	
		<p><i>“A altura dessa torre é $\frac{1}{4}$ do lado do triângulo e todas são. Então tem proporcionalidade”</i></p>		<p><i>Figura 16 (Generalização de Omar e Andrea)</i></p>
	O Teorema de Pitágoras pode ser validado comparando as áreas de figuras semelhantes construídas sobre os lados de um triângulo retângulo.	<p><i>“Estudamos o caso de trapézios semelhantes construídos sobre os lados de um triângulo retângulo e validamos o Teorema”</i></p>	<p><i>“Notamos que o Teorema de Pitágoras é válido para áreas de figuras semelhantes construídas sobre os lados do triângulo retângulo” (Trecho do texto da Figura do Mickey).</i></p>	
O esboço de figuras ou a resolução de tarefas na folha de papel é potencial para a aprendizagem do conteúdo.	<p><i>“Eu sou dessas, eu gosto de saber o que eu fiz, então primeiro resolvo no papel”.</i></p>	<p><i>“Eu tenho sempre que fazer no papel”.</i></p>	<p><i>Quadro 35 (Figuras e generalizações algébricas)</i></p>	

Conhecimento pedagógico	O professor deve incentivar a criatividade e desafiar alunos a aprendizagem	<i>“Nós como professores devemos sempre incentivar a criatividade dos nossos alunos”.</i>		<i>“Se os alunos entenderem vai ser bacana”.</i>	
	O professor deve saber articular conteúdos.	<i>“Teria que sentar também para conversar sobre como articular conteúdos”.</i>			
	Um conteúdo nunca é totalmente explorado.	<i>Isto vem confirmar para mim que um conteúdo nunca está acabado, há sempre o que discutir, experimentar, aprofundar.</i>			
Conhecimento pedagógico do conteúdo	Sistematizar com a participação do aluno é potencial para a construção do conhecimento	<i>“Pois se conseguirmos sistematizar isso com a ajuda dos alunos, acredito que estaríamos reinventando a matemática e construindo novos conhecimentos”.</i>			
	Envolver vários conteúdos proporciona a aprendizagem significativa.	<i>“Assim abrangemos muito mais conteúdos e os alunos aprendem de maneira significativa”.</i>			
	O Teorema de Pitágoras tem várias abordagens.	<i>“Antes do grupo de estudos eu tinha um pensamento “redondinho” sobre o Teorema de Pitágoras, agora tenho uma visão mais ampla sobre o mesmo. Penso que ainda há muito a ser explorado”</i>			
Conhecimento Tecnológico	Identificação de ferramentas do GeoGebra que possibilitam construir figuras eficientes.	<i>“Vou pôr a malha para fazer o 3, 4 e 5”</i>	<i>“Tem que fazer retas perpendiculares pelo vértice e o círculo. Só que você tem que pegar o outro círculo”.</i>	<i>“Desse jeito na hora de mexer A, B ou C desconfigura tudo”.</i>	<i>“Só que você tem que pegar o outro círculo”.</i>
Conhecimento tecnológico do conteúdo	Potencial para construir figuras dinâmicas para constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas.	<i>“Fiz dois ângulos de 45°, achei o ponto médio, lá no encontro é o vértice do triângulo... aí deu certo”.</i>	<i>“Nós construímos quadrado nos três lados ali, aí nós traçamos as diagonais desses quadrados e obtivemos três triângulos retângulos, que mantiveram a relação.[...] A razão é sempre 1. [...] por mais que movimentemos os seletores a razão se mantém, a relação de Pitágoras também.”</i>		Quadros 30, 31, 33 e 34.
		<i>“Tem que pensar no jeito de fazer o triângulo certo, porque na hora de mexer (o vértice) estraga tudo”.</i>			

	O trabalho com o GeoGebra integra conhecimentos matemáticos	<i>“Acho que o GeoGebra é um instrumento muito potente, mas ele jamais vai deixar a matemática, acho que só sai no GeoGebra se você fez manual lá o negócio, conseguiu provar ali no papel”.</i>	<i>‘Acho que é isso que não está dando certo, eu estou tentando ir direto ao GeoGebra e não está funcionando’.</i>
		<i>“Eu falei aqui na sala que eu estava com dúvidas porque eu não estava usando embasamento matemático, estava apenas desenhando por desenhar e aí começa a não dar certo. [...] Então tem que usar as propriedades matemáticas sempre. Senão não vai dar certo...”</i>	
Conhecimento pedagógico da tecnologia	Estratégias de ensino com o uso da tecnologia digital (GeoGebra).	<i>“Trabalhar com GeoGebra lembra quando trabalhamos com Res. de Problemas e Modelagem, que não seguem uma ordem de conteúdos, mas vai se aprofundando em cada um conforme surge a necessidade. Isso é ótimo, assim abrangemos muito mais conteúdos e os alunos aprendem de maneira significativa”.</i>	
	Conhecer potencialidades do software pode promover a iniciativas por novas possibilidades de trabalho	<i>“As investigações realizadas nos encontros acerca do GeoGebra despertam nos membros do grupo interesse para realizarem pesquisas motivando-os a enriquecer suas aulas”.</i>	<i>Na minha hora-atividade, vou fazer isso no GeoGebra [...]. Só pra ver se dá certo, vou tentar fazer.</i>
Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo.	Utilização de procedimentos simples para construir figuras dinâmicas que permitem explorar ideias matemáticas - observação de regularidades.	<i>“Para que as construções dessem certo, eu não adotei medidas específicas ao realizá-las, mas sempre procurava pensar em relações de cada fase da construção com a medida do lado [...] Em todas as construções, eu tentei fazer isso, exceto na construção de um pentágono [...]. Foi possível validar o Teorema de Pitágoras nas outras construções devido a essa relação de proporcionalidade [...], a razão de semelhança tem que estar relacionada aos lados”.</i>	<i>“Uma coisa que eu vi de diferente nesse, é que, além de mais fácil, é mais rápido que aquele que eu tinha feito usando o ponto médio”.</i>
		<i>Figuras⁷⁶ 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24.</i>	

Fonte: Autora

⁷⁶ Considera-se TPACK porque essas figuras permitem investigar regularidades e estão associadas a justificações das ideias matemáticas que estão “por trás” do que se vê na tela do computador.

6. DISCUSSÃO: COMUNIDADE DE PRÁTICA E O TPACK NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Buscando assinalar e discutir “**que elementos da prática da CoP-FoPMat na utilização do software GeoGebra permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática?**”, foram analisadas as aprendizagens e a mobilização/constituição de conhecimentos constituintes do *TPACK* dos membros da comunidade. A partir disso, foram identificados elementos da prática da CoP-FoPMat que sinalizaram para o desenvolvimento profissional de seus membros, nomeadamente, as oportunidades de:

- desempenhar um papel ativo no seu processo de formação;
- sentir-se desafiado a partir da resolução da Tarefa;
- partilhar experiências;
- expor erros, sem constrangimentos;
- apresentar, justificar, explorar e comparar estratégias;
- utilizar as tecnologias digitais e a “lápiz e papel”, integradas ou não;
- contar com a presença do *expert* no grupo;
- desenvolver relacionamentos/interações, respeito e confiança, solidariedade, criatividade.

Durante os encontros da CoP-FoPMat, os participantes tiveram a oportunidade de **desempenhar um papel ativo no seu processo de formação** porque não se tratou de um curso imposto verticalmente, com ações direcionadas apenas pelo formador. Os participantes da comunidade tiveram a oportunidade de escolher o que seria estudado, definir as questões que norteariam as ações desse estudo, o tempo dedicado a cada uma delas. No início, alguns estranharam os questionamentos a respeito da possibilidade de eles serem responsáveis pelas decisões relacionadas ao foco do estudo, pareciam esperar que alguém decidisse por eles o que deveria ser feito. No entanto, com o passar do tempo, reconheceram que participar das escolhas era um aspecto positivo da dinâmica do grupo “*O curso foi diferente porque tivemos a liberdade de sugerir conteúdos a serem estudados*” (P-Alice, diário do 21º encontro, 29/11/12).

As ações desenvolvidas no âmbito da CoP-FoPMat foram consequências das indicações de seus membros, ora verbalizadas, ora descritas nos diários ou em suas próprias fisionomias e foram determinantes na negociação dos empreendimentos articulados/conjuntos nomeadamente: **resolver tarefas utilizando o *software* GeoGebra; apresentar, analisar e discutir a resolução dessas tarefas; e elaborar tarefas ou planos de aula de conteúdo matemático para a utilização do *software* GeoGebra.**

Esses empreendimentos atenderam às expectativas dos participantes quanto a aprender a usar o GeoGebra para o ensino de matemática. Entretanto, isso não significa que não tiveram momentos de conflito, pois os professores trabalhavam em diferentes níveis de ensino e a maioria dos futuros professores não exercia funções educacionais. Essa variedade de atuação profissional proporcionou diferentes repertórios de suas crenças, evidenciando que variedades de crenças geram conflitos.

Diferentemente de muitos cursos de formação em que é dada ênfase aos conhecimentos tecnológicos, a dinâmica dessa comunidade tornou-se um contexto não apenas para aprender sobre o uso do GeoGebra, mas sobre o papel que ele pode desempenhar no ensino da matemática e para a constituição dos conhecimentos constituintes do *TPACK* necessários ao professor que pretende integrar adequadamente as tecnologias digitais na sua prática pedagógica.

O fato de os professores e futuros professores terem liberdade para opinar, discutir, concordar, discordar, expor suas ideias, negociar significados em um processo dinâmico permitiu minimizar aspectos relativos à vulnerabilidade⁷⁷ e favoreceu que os participantes se tornassem agentes de sua aprendizagem, proporcionando a constituição de conhecimentos profissionais e pessoais relativos ao conteúdo, à organização e à condução de uma aula usando a tecnologia digital, à exploração de relações matemáticas manipulando uma figura dinâmica, à exposição de sua opinião no grupo acerca de um tema. Com isso foi possível evidenciar que a CoP-FoPMat possibilitou transformações que encorajam mudanças na prática pedagógica e possibilitam o desenvolvimento profissional de professores.

Desempenhar um papel ativo na formação é um elemento fundamental para o desenvolvimento profissional, pois, além de os professores e futuros professores tornarem-se responsáveis pelas suas aprendizagens, eles podem, a partir dessa prática da comunidade, desenvolver ambientes de aprendizagem nos quais seus alunos também tenham um papel

⁷⁷ De acordo com Oliveira e Cyrino (2011, p. 112-113) “Este conceito tem sido muito conotado com emoções negativas dos professores, em contextos em que vivem situações de extremo *stress* ou sentem pressões externas que colocam em causa a sua competência e identidades profissionais”.

ativo na própria aprendizagem.

As tarefas discutidas na prática da CoP-FoPMat desafiaram os seus membros na busca por procedimentos para a resolução. Assim, um elemento relevante para a formação foi a oportunidade de os professores e os futuros professores serem **desafiados pela resolução da tarefa**.

Nos primeiros encontros, alguns professores experientes chegaram a dizer: “*a matemática nós já sabemos, precisamos é aprender o GeoGebra*” (P-Clara, 3º encontro 24/05/12). No entanto, no decorrer dos encontros, foi possível observar que eles se sentiram desafiados pelas potencialidades do *software*, mas também pelo conteúdo. Isso ocorreu tanto na resolução de tarefas na folha como ao utilizar o GeoGebra para explorar relações matemáticas.

As potencialidades do *software* desafiaram os participantes em várias situações, como no trabalho com funções, que integrou as ferramentas “Controle Deslizante”, “Animar”, “Rastro” e permitiu explorar o domínio da função; no trabalho com o Teorema de Pitágoras, ao usar ferramentas para tornar a figura dinâmica e comparar áreas, ao buscar compreender que “matemática” está “por trás” das dez figuras feitas pelo FP-Jorge (seção 5.2.2) e ao tentar reproduzi-las.

Quanto ao conteúdo, destaca-se, como exemplo, que a maioria dos participantes considerava o Teorema de Pitágoras um conhecimento já constituído por eles, entretanto a Tarefa 17 os desafiou a buscar outras generalizações para este teorema.

Os episódios, os relatos nos diários, as figuras construídas no GeoGebra evidenciaram que os membros da CoP-FoPMat associavam a “fórmula” $(a^2 = b^2 + c^2)$ à área de quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo conforme apresentado em muitos livros didáticos. De acordo Lima (1991, p.52), na sua origem, o Teorema de Pitágoras foi descrito com o seguinte contorno: “A área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados que tem como lados cada um dos catetos”, e a Tarefa 17 desafiou os participantes quanto à possibilidade de constatar o Teorema comparando área de figuras semelhantes e a buscar um enunciado com sentido mais amplo para este Teorema (Figura 25).

Ao constituírem conhecimentos que não são comuns nos livros didáticos, os membros da CoP-FoPMat se mostraram incentivados a participar de eventos que promovem reflexões e possibilitam interagir regularmente com outros professores (futuros ou em serviço) para constituição de conhecimentos: “*Foi gratificante participar do grupo de estudo. Espero ter outras oportunidades*” (P-Rosa, diário do 21º encontro, 29/11/12).

O professor, ao sentir-se desafiado por meio de tarefas, tem a possibilidade de refletir a respeito dos seus conhecimentos e foi nesse sentido que a Tarefa 17 e as questões decorrentes dela deixaram os participantes em conflito com seus conhecimentos do conteúdo, pedagógico, pedagógico do conteúdo, o que fomentou discussões acerca de suas crenças, seus propósitos e significados produzidos na prática pedagógica.

*Propor esta atividade desafiou os participantes, pois colocou em dúvida os conhecimentos quanto a esse conteúdo (FP-Karen, diário do 21º encontro, 30/08/12).
A questão proposta questionou conceitos que [...] quando questionados, somos levados a formular conjecturas e reavaliar as verdades em que acreditamos (P-Rosa, diário do 21º encontro, 30/08/12).*

Em vários momentos, os professores e os futuros professores reconheceram a importância de desafiar alunos por meio da tarefa para as aprendizagens. Infere-se que os professores perceberam essa importância após se sentirem desafiados nas resoluções das tarefas nos encontros da comunidade. Além disso, interpreta-se que, ao reconhecerem estes aspectos, a possibilidade de terem mudado suas crenças e constituído novos conhecimentos esteve presente, constituindo-se, assim, características fundamentais para o desenvolvimento profissional.

Outros fatores também colaboraram para que se sentissem e se mantivessem desafiados: a dinâmica do grupo, as atitudes da formadora que procurou questioná-los e não somente validar suas respostas, o uso da tecnologia digital que propiciou experimentar e confirmar conjecturas, o engajamento mútuo do grupo, a prática da comunidade que manteve o desafio e possibilitou autonomia para que investigassem e atribuíssem novos significados aos conhecimentos mobilizados.

Nos primeiros encontros da comunidade, os membros foram se envolvendo espontaneamente em uma dinâmica de trabalho em pequenos grupos, principalmente pelas dificuldades enfrentadas com o uso da tecnologia digital. Entretanto, para maior integração dos membros, para diversificar as discussões e oportunizar que os repertórios dos participantes fossem sendo partilhados, a formadora cuidou em constituir pequenos grupos formados com professores e futuros professores. Com isso, tiveram oportunidade de **partilhar experiências**, de diferentes naturezas, expondo seus conhecimentos e problemas, seja aqueles vivenciados em sala de aula, seja no trato com o conteúdo.

A experiência dos futuros professores com a tecnologia digital, que foi partilhada na comunidade, foi reconhecida pelos professores como relevante. Por sua vez, os futuros professores reconheceram a importância de integrar grupos com professores com experiências relacionadas à dinâmica da sala de aula, à aprendizagem dos alunos, ou seja, da prática

pedagógica “*Acredito que tanto para os estudantes como para os professores houve aprendizado, pois os alunos ensinaram muitas coisas do GeoGebra que não tínhamos conhecimento e nós a experiência em sala de aula*” (P-Rosa, diário do 21º encontro, 30/08/12).

A discussão da Tarefa 8 (seção 5.1) evidenciou um momento em que os professores compartilharam suas experiências com relação à sala de aula, envolvendo o conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo. Por exemplo, alguns compartilharam que diferentes estratégias/procedimentos utilizados pelos professores para um mesmo conteúdo criam obstáculos para a aprendizagem. Outros compartilharam que os procedimentos utilizados na resolução de uma tarefa, sem justificativas, estão de acordo com sua formação, “*aprendi assim*” (P-Rose, 7º encontro 30/08/12). Embora partilhassem experiências que evidenciavam um ensino “tradicional”, apresentaram traços de mudanças quanto à prática docente, aspecto essencial para o desenvolvimento profissional como, por exemplo, o evidenciado no diário da P-Alice.

Observei que o “hábito” de explicar os conteúdos e passar exercícios está presente na maioria das aulas (pois aprendemos assim na escola desde pequenos) e esquecemo-nos de deixar os alunos pensarem, formarem conjecturas entre outras. Estou me referindo a isso porque já queríamos explicar as classificações dos triângulos para depois os alunos fazerem as atividades, quando você (formadora) pediu para mudarmos as atividades deixando que os alunos tirassem suas conclusões. Acredito que nossos alunos têm muitas dificuldades para resolverem problemas devido à falta de estímulos no decorrer da vida acadêmica (P-Alice, diário do 23º encontro, 28/05/13).

A intervenção cuidadosa da formadora para não constranger os participantes possibilitou que partilhassem experiências, como as relacionadas ao discurso do professor (números quebrados, cortar) seguidas de reflexões desses repertórios. As reflexões deixaram traços de preocupações de como abordar um conteúdo sem criar obstáculos didáticos para a aprendizagem do aluno e sem apresentar erros conceituais.

A partir das experiências compartilhadas, explicitaram a importância de propor tarefas que permitam a participação do aluno na constituição do conhecimento matemático e que o professor precisa compreender, em suas aulas, as diferentes formas de expressar uma mesma ideia matemática presente na resolução da tarefa, evidenciando a constituição de conhecimento pedagógico do conteúdo.

Partilhar experiências revelou-se um elemento importante na formação, pois, ao verbalizar experiências, os membros puderam negociar e produzir significados, o que pode possibilitar mudanças na prática pedagógica. Os futuros professores deixaram evidente a importância do conhecimento constituído na prática, compartilhado pelos professores experientes “*As sugestões ajudaram-me a perceber as diferenças existentes entre elas (professoras experientes da*

Educação Básica) e eu (graduanda):” (FP-Karen, diário do 20º encontro, 22/11/12).

Os professores também reconheceram que as diferentes formas dos futuros professores de abordarem uma ideia matemática, o uso que fazem da tecnologia digital enriquecem as discussões do grande grupo. Portanto, infere-se que é relevante para o processo de formação promover espaços propícios para o diálogo entre a formação continuada e inicial, pois na prática da CoP-FoPMat evidenciou-se que ambos (professor e futuro professor) podem colaborar com o desenvolvimento profissional um do outro.

A oportunidade **de expor erros, sem constrangimentos** na CoP-FoPMat, iniciou-se com as dificuldades de construir figuras. Os professores experientes, muitas vezes, apresentavam dificuldades em representar, utilizando o GeoGebra, a ideia matemática associado à tarefa. Com isso, ao questionarem a formadora ou os participantes a respeito de procedimentos ou de ferramentas adequadas para a construção de figuras, expunham seus erros, ação que encorajou os demais membros a exporem outros tipos de erros. O processo de construir e explorar figuras, algumas vezes, resultou na identificação de erros de conceitos matemáticos ou de sua utilização, mas foi seguido pela reorganização dos procedimentos e do uso das ferramentas adequadas para a construção da figura. Com isso, ocorreu a mobilização/constituição dos conhecimentos relativos ao *TPACK*.

Os erros expostos foram discutidos tanto nos pequenos grupos como no grande grupo e essas discussões incentivaram a busca pela superação de tais erros de modo reflexivo. Notou-se que os membros da CoP-FoPMat se preocuparam em entender os motivos de uma figura não permitir explorar relações matemáticas. Como exemplo, destaca-se o episódio (seção 3.4) em que P-Rose busca compreender por que, ao utilizar o “Mover” o quadrilátero por ela construído não mantinha as suas propriedades, bem como o episódio (seção 5.2.2) em que FP-Jorge expõe ao grande grupo um modo inadequado de construir retângulo sobre a hipotenusa e P-Rosa, diante do procedimento, promove uma reflexão das diferenças entre figura e desenho ao explorar relações matemáticas.

As discussões pautadas na exploração dos erros colaboraram para que fosse evidenciada a importância de se analisar erros nos processos de ensino e de aprendizagem. A oportunidade de expor erros sem constrangimento ocorreu porque uma comunidade de prática é um ambiente de engajamento na ação, de relações interpessoais, de levantar novos problemas. Assim, um elemento da prática do CoP-FoPMat relevante para a formação foi a oportunidade de expor os erros que suscitaram reflexões de quais conhecimentos esses erros revelam, de aprender como lidar com os erros dos seus alunos e de perceber que os erros, se explorados adequadamente, podem ser fontes de aprendizagens.

Os membros da CoP-FoPMat também tiveram a oportunidade de **apresentar, justificar, explorar e comparar procedimentos**. Geralmente após a resolução de uma tarefa na folha ou da construção de uma figura no GeoGebra associada à tarefa e de questões que surgiam nas discussões, os membros apresentaram os procedimentos seguidos de suas justificativas. Quando se tratava de uma figura construída no GeoGebra, além de comparar procedimentos, os participantes exploraram as ideias matemáticas subjacentes à figura.

No processo de apresentar, justificar, explorar e comparar procedimentos, os membros da CoP-FoPMat evidenciaram traços de aprendizagem de como utilizar o GeoGebra para explorar relações matemáticas. Percebeu-se que as discussões contemplaram a complexidade de utilizar, de modo adequado, as tecnologias digitais no ensino, possibilitaram a compreensão de que a tecnologia pode mediar a ação do professor, mas que, por si só, não causa perturbações que permitem a percepção de regularidades essenciais à aprendizagem. Perceberam-se também, traços de que os professores experientes se preocupavam em utilizar tecnologias digitais nas suas práticas pedagógicas (P-Rosa, P-Clara, P-Isabela, P-Marta, P-Alice).

O modo como o grupo enfrentou os problemas relacionados à tecnologia, tais como “fazer” funcionar os computadores, uso do projetor, falta de quadro de giz para sistematizar conteúdos, dificuldades em organizar o laboratório de informática, falta de técnico e de preparo dos gestores das escolas para dar suporte às inovações necessárias para integração das TDIC na prática pedagógica, colaborou para que os professores compreendessem que este é um problema comum à maioria dos professores e que terão que buscar estratégias para lidar com isso.

Ao discutir os problemas supracitados, ao construir figuras dinâmicas e explorar ideias matemáticas, alguns professores começaram a apresentar traços de mudança quanto às formas de pensar a sua prática docente. Observou-se que, além da organização da aula, preocupavam-se em como organizar a discussão do conteúdo envolvido, em como trabalhar os conteúdos presentes nos livros didáticos utilizando a tecnologia digital, aspectos que possibilitam o desenvolvimento profissional do professor.

Outro elemento da prática de CoP-FoPMat que permitiu o desenvolvimento profissional dos seus participantes foi a oportunidade que tiveram de **utilizar as tecnologias digitais e a “lápiz e papel”, integradas ou não**. As discussões presentes nas pesquisas⁷⁸ mostram que essa questão não é comum na formação.

⁷⁸ Discutidas no capítulo 2 (seção 2.2.1).

Na prática da CoP-FoPMat, a resolução da tarefa na folha, o esboço da figura no papel, seguido da construção e exploração da figura feita no GeoGebra, ocorreram com frequência. Ao resolver ou esboçar figuras na folha, os participantes tiveram a possibilidade de refletir acerca da ideia matemática presente no processo de construir a figura, de quais relações matemáticas podem ser exploradas com figuras construídas no GeoGebra e de quais conhecimentos matemáticos podem ser generalizados. Além disso, foi uma oportunidade de perceberem as diferenças entre utilizar a tecnologia digital, no caso o *software* GeoGebra, que, devido às suas ferramentas, possibilita outro modo de pensar e fazer Matemática, e a “lápiz e papel”. Infere-se que os registros na folha de papel colaboraram para que os membros mobilizassem/constituíssem conhecimentos do conteúdo.

Essa atitude dos participantes de utilizar a tecnologia digital integrada à “lápiz e papel” traz evidências de que o professor precisa de um tempo para a transição de uma tecnologia para a outra, que a integração das TDIC na prática pedagógica não ocorre repentinamente. A mudança tecnológica acelerada requer reflexões dos formadores a respeito do “modelo” de formação que constituirá conhecimentos que não se tornarão obsoletos no ritmo em que uma tecnologia digital se torna. Realinhar a formação, proporcionando a constituição de diversos conhecimentos, como os constituintes do *TPACK*, para que professores e futuros professores estejam aptos a trabalhar com a contemporaneidade das tecnologias articuladas à educação, é um desafio para os formadores.

Outro aspecto que se revelou importante nos encontros foi a necessidade de usar quadro de giz ou outro tipo para auxiliar as discussões das ideias matemáticas e a sistematização do conteúdo reificado. No início dos encontros, não havia quadro de giz ou outro tipo de quadro para isso, quando solicitado foi improvisado um cavalete com um bloco de papel (*flip-chart*). Com o passar do tempo, em cada encontro, era transportado de outro ambiente da escola um quadro branco improvisado no cavalete. Apesar das dificuldades, ficou evidente a necessidade de um quadro para registro das ideias discutidas no laboratório de informática. Outro aspecto que foi evidenciado foi a compreensão de que os registros em folhas são fundamentais para o desenvolvimento de uma aula usando as TDIC. O fato de usar a tecnologia digital não dispensa registros de outros tipos, de discussão e de sistematização do conteúdo.

Na CoP-FoMat foi fundamental **contar com a presença do expert no grupo** para o desenvolvimento profissional de seus membros, pois com seus conhecimentos esse personagem incentivou novas abordagens para os problemas enfrentados, promoveu a negociação de significado, um mecanismo essencial para a aprendizagem (CYRINO, 2009;

WENGER, 1998).

A posição do *expert* varia conforme a necessidade de partilhar e negociar conhecimentos mais aprofundados de uma ideia, situação, ou conceito. A comunidade, ao legitimar esses conhecimentos, elege, formalmente ou não, um membro como *expert*, que nem sempre foi a formadora. Assim, não se trata de um membro ter um papel fixo, pois ele pode ser *expert* em um determinado tema e em outro não.

Os posicionamentos da formadora no contexto da CoP-FoPMat, seus conhecimentos, sua experiência relacionada ao uso do GeoGebra no ensino de Matemática e o fato de legitimar conhecimentos mobilizados/constituídos pelos membros da comunidade colaboraram para que fosse reconhecida em muitos momentos como uma *expert*.

Os futuros professores em suas verbalizações e diários reconheceram alguns professores como *expert* com relação à experiência de sala de aula, uma vez que eles se posicionavam com frequência a respeito do que os alunos são ou não capazes de realizar, do que funciona ou não em uma turma/série, dos conhecimentos do conteúdo, pedagógicos e pedagógicos do conteúdo. A P-Rosa, por exemplo, em vários momentos, foi reconhecida como *expert*, pelas suas sugestões, interações e conhecimentos. Um desses momentos foi quando ela socializou uma figura em que usou um controle deslizante para construir o triângulo retângulo e outro quando construiu polígonos regulares sobre seus lados. Isso foi seguido da explicação, de que além de fácil de construir, permite aos alunos compreender a ideia matemática, fator que legitimou sua participação plena, fez com que os grupos buscassem outros procedimentos para construção de figuras no GeoGebra e evidenciou a mobilização/constituição de conhecimentos constituintes do TPACK (seção 5.2.1, Quadro 25).

Os professores também reconheceram os futuros professores como *expert*, principalmente com relação ao conhecimento tecnológico. Quando a FP-Karen postou no fórum de socialização a figura dinâmica da Tarefa 9 envolvendo o controle deslizante, foi vista como *expert* porque, com sua atitude e conhecimento, colocou o grupo para pensar em uma nova abordagem, utilizando o GeoGebra, para uma tarefa cuja discussão o grupo já havia finalizado. Dessa forma, o grupo aprendeu a utilizar outras ferramentas do software, a explorar sob outra perspectiva a tarefa.

O FP-Jorge, ao partilhar no fórum de socialização diferentes figuras construídas no GeoGebra, que permitiram constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de figuras semelhantes, foi legitimado pela comunidade como um *expert* com relação aos conhecimentos constituintes do TPACK. Suas figuras foram alvo de exploração do *software*, do conteúdo e de

questões didático-pedagógicas.

Nesse trabalho, os momentos em que os membros da CoP-FoPMat propuseram tarefas, compararam procedimentos, apontaram novas formas de resolver uma tarefa, de construir uma figura, de explorar relações matemáticas subjacentes à figura, eles assumiram uma participação central e, quando se destacavam em relação aos outros membros, foram considerados *experts*, pois conduziam o grupo a uma outra ideia.

A dinâmica utilizada nos encontros oportunizou **desenvolver relacionamentos/interações, respeito e confiança, solidariedade, criatividade**. Esses elementos foram essenciais para a aprendizagem dos membros da CoP-FoPMat.

O desenvolvimento de **relacionamentos/interações** entre os membros da CoP-FoPMat ocorreu em situações nas quais eles negociaram empreendimentos, iniciaram os encontros com conversa informais a respeito de questões relacionadas à prática da comunidade, discutiram sugestões e ideias apresentadas nos diários, comentaram fatos de interesse do grupo que aconteceram do decorrer da semana, trabalharam em pequenos grupos formados por professores e futuros professores de matemática.

P-Rosa (seção 5.1) indica que os empreendimentos articulados definidos pelos membros da CoP-FoPMat fortaleceram o grupo, pois possibilitaram trabalho conjunto entre professores e futuros professores mostrando que o grupo estabeleceu relacionamentos de respeito e confiança, base para uma identidade de participação (WENGER, 1998).

A formação dos pequenos grupos foi fundamental para o desenvolvimento de relacionamentos/interações que propiciaram a aprendizagem de seus membros “*Quando trabalhamos em grupo, é possível perceber que as ideias de cada um podem, depois de discutidas, levar a um resultado muito interessante, que sozinhos talvez não conseguiríamos alcançar*” (FP-Jorge, diário do 18º encontro, 25/10/12).

Os relacionamentos/interações entre professores e futuros professores de Matemática, movidos pela experiência em sala de aula dos primeiros e pelas expectativas de tornar-se professor de Matemática dos segundos, foram considerados elementos fundamentais na prática da CoP-FoPMat. Em vários momentos, os futuros professores reconheceram a importância deste relacionamento/interação, pois legitimaram os conhecimentos constituídos na prática dos professores. Os futuros professores ouviram, por exemplo, queixas, frustrações, histórias de estratégias/procedimentos utilizados por alunos e expuseram seus pontos de vista relacionados às questões didático-pedagógicas, tendo em conta seus conhecimentos teóricos. Da mesma forma, os professores experientes também reconheceram a importância de interagir com os futuros professores que demonstraram mais familiaridade com as tecnologias e

transluziam sonhos, esperança com mudanças relacionadas ao ensino de matemática ao usar as TDIC “O bom de quem está começando é a expectativa de realizar seus sonhos, de fazer coisas diferentes, enquanto nós estamos tão frustrados e desanimados que não temos coragem de inovar (P-Alice, diário do 21º encontro, 29/11/13).

O FP-Hugo, por exemplo, após apresentar uma ficha, do seu grupo com tarefas destinadas a alunos do 6º ano, que envolviam o conceito e o cálculo de área e perímetro de polígonos, estabeleceu um diálogo com os professores experientes que fizeram várias críticas com relação à sua tarefa, entre elas o elevado grau de complexidade para os alunos e a crença de que não conseguiriam realizá-la. Na saída do grupo, em uma conversa informal com os membros da CoP-FoPMat, com a liberdade que uma comunidade propicia, ele expõe sua ideia.

FP-Hugo: No meu ramo de vendas, se eu chegar ao final do mês e falar para o meu chefe que meus clientes são muito ruins, pois ninguém comprou nada, ele não vai acreditar. Meu patrão irá pensar que quem é ruim sou eu. Se eu faço meu serviço direito e com dedicação meus clientes irão comprar.

(25º encontro, 29/06/13).

A declaração do FP-Hugo, além de permitir reflexões relacionadas à prática do professor, ou seja, que a aprendizagem do aluno depende de o professor criar um ambiente propício para isso, permite também observar suas expectativas relacionadas ao ensino e uma trajetória⁷⁹ para o uso das TDIC.

As discussões nos pequenos grupos e também no grande grupo mobilizaram relacionamentos baseados no **respeito e na confiança**. A partir de ações voluntárias em compartilhar ideias, expor dúvidas, fazer questionamentos, os membros da CoP-FoPMat se engajaram em conhecer uns aos outros, em entender melhor o trabalho do outro, já que alguns pontos de vistas e expectativas eram diferentes. Houve o respeito sobre o modo de cada um pensar. O respeito e a confiança estiveram presentes nas questões a serem decididas durante a negociação de significados e na mobilização/constituição dos conhecimentos constituintes do **TPACK**.

A **solidariedade** esteve presente em a toda trajetória da CoP-FoPMat, nomeadamente:

- nas interações de seus membros, quando enfrentavam dificuldades para transpor “os conhecimentos relativos a matemática dos livros didáticos para a tecnologia digital”;

⁷⁹ O FP-Hugo aplicou estas tarefas na turma do 6º da P-Isabela.

- na descoberta das ferramentas do *software* para construção de figuras;
- nas tentativas de compreensão e de exploração de ideias matemáticas subjacentes a uma figura.

Não havia constrangimento em ser ajudado, nem convencimento em ajudar. Assim, o grupo caminhou respeitando cada membro de acordo com reconhecimento da necessidade de aprender, com seus conhecimentos mobilizados, particularmente os relativos ao *TPACK*. O conhecimento de cada membro funcionou como princípio de solidariedade, dado que conhecer é reconhecer e progredir no sentido de levar o outro de um estado de ignorância para um princípio de solidariedade (CYRINO, 2003).

Embora os professores e futuros professores vivenciem diferentes situações em seu dia a dia, o espaço constituído pela CoP-FoPMat possibilitou discordâncias, troca de ideias, informações e experiências relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, do uso que fazem das tecnologias, porém sempre apoiados em um sentimento de solidariedade que fomentava mudanças nas práticas e nas expectativas.

Após a compreensão da tarefa proposta e das ferramentas do *software* envolvidas na sua resolução, bem como das discussões, os membros dessa comunidade sempre buscavam sofisticar suas figuras colorindo, mudando estilo, modificando a janela de visualização, tornando-as dinâmicas e, para isso, utilizavam estratégias criativas com relação ao que estava em discussão, revelando a sua **criatividade**. O GeoGebra, por possibilitar a construção de figuras dinâmicas, a experimentação, o uso das cores que destacam as propriedades da figura, desempenhou um papel importante para a revelação da criatividade.

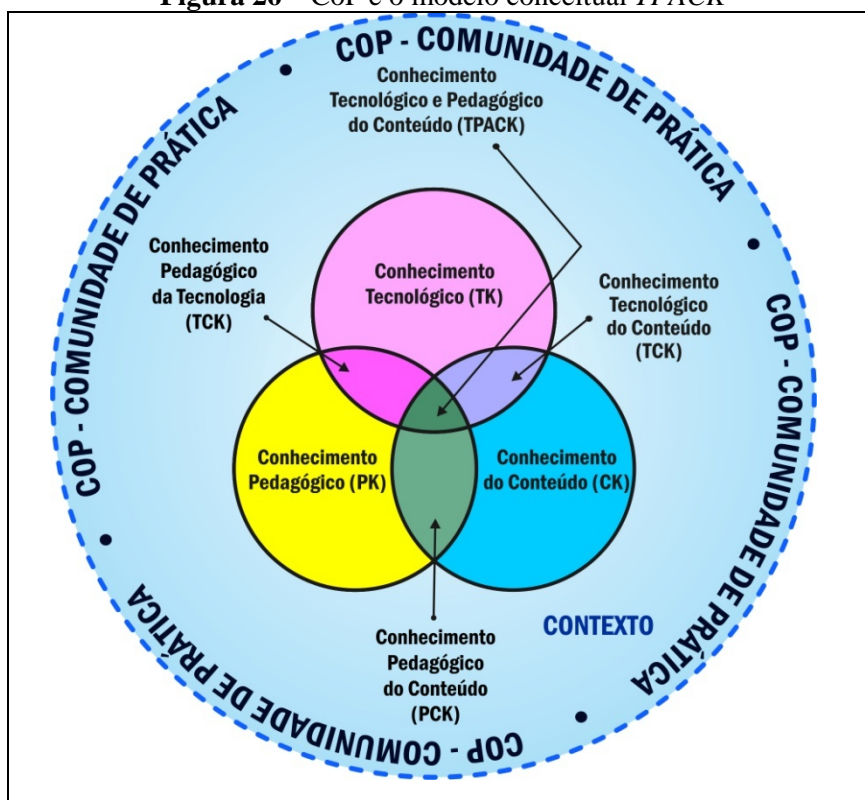
Em relação à criatividade, destacam-se as iniciativas do FP-Jorge ao construir as dez figuras postadas no fórum, entre elas, o *PacMan*, o *Mickey*, a Catedral de Maringá. Essas figuras revelam criatividade no uso do GeoGebra para generalizar o Teorema de Pitágoras, o desenvolvimento dos conhecimentos constituintes do *TPACK*, uma vez que tais figuras foram associadas à possibilidade de explorar o conceito de semelhança e a generalização do Teorema de Pitágoras. A criatividade do FP-Jorge promoveu diferentes reflexões acerca dos conhecimentos profissionais, principalmente relacionados aos conhecimentos pertinentes ao uso das TDIC no âmbito educacional.

Em situações de ensino, a criatividade tem um papel fundamental para a aprendizagem. Ao dar espaço para a criatividade em uma aula, o professor forma pessoas criativas capazes de resolver diferentes problemas, com ideias inovadoras.

O estudo realizado permite inferir que, devido a sua natureza orgânica, uma Comunidade de Prática é um espaço fértil para apoiar a mobilização/constituição dos

conhecimentos constituintes do *TPACK*, pois incentiva pensar, criar, partilhar informações e experiências, negociar empreendimentos, engajar-se em discussões que podem desenvolver a autoconfiança para o uso adequado das TDIC no ensino de matemática. Esse espaço potencial é ilustrado na Figura 26 quando se insere o modelo conceitual *TPACK* no contexto de uma Comunidade de Prática.

Figura 26 – CoP e o modelo conceitual *TPACK*



Fonte: Autora

A inserção do quadro conceitual *TPACK* no contexto de Comunidades de Prática é vislumbrado pelo fato de que na CoP-FoPMat os participantes tiveram liberdade para negociar e renegociar os empreendimentos à medida que seus membros julgassem necessários, envolvendo-se em ações e discussões que permitiram a constituição do *TPACK*, conseqüentemente, o desenvolvimento profissional para o uso das TDIC.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente trabalho foi orientado pela questão de investigação: **“Que elementos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática?”**, mediante os objetivos:

- identificar os empreendimentos da prática da CoP-FoPMat na utilização do *software* GeoGebra;
- analisar aprendizagens ocorridas e os conhecimentos constituintes do *TPACK* mobilizados/constituídos nos empreendimentos da CoP-FoPMat.

Com a intenção de se ter um espaço de discussão a respeito do GeoGebra, constituiu-se um grupo de professores e futuros professores com interesses em um domínio comum - aprender a ensinar matemática utilizando esse *software*. As interações suscitadas, as relações sociais baseadas no respeito mútuo e na confiança e a prática partilhada entre os membros desse grupo permitiram classificá-lo como uma Comunidade de Prática denominada CoP-FoPMat.

Esta comunidade firmou sua prática nos empreendimentos negociados que possibilitaram abordar diversas questões acerca das TDIC, mais especificamente, explorar o potencial do *software* GeoGebra para a aprendizagem matemática, enfatizando a resolução de tarefas e a discussão de relações matemáticas subjacentes às suas resoluções.

Durante os 25 encontros da CoP-FoPMat, foram discutidas tarefas com potencial para o GeoGebra e, a partir delas, os membros partilharam seus repertórios. Tal partilha permitiu e potencializou a negociação de significados. A resolução e a discussão da Tarefa 17 e das questões decorrentes dela, que foram assumidas nas análises, evidenciaram que os membros da CoP-FoPMat negociaram suas reificações relacionadas aos significados produzidos concernentes ao Teorema de Pitágoras e, outros conteúdos envolvidos e também, a respeito do uso das TDIC.

As reificações não se limitaram aos conhecimentos do conteúdo, da tecnologia e do pedagógico, mas envolveram aspectos do ensino e da aprendizagem matemática na utilização das tecnologias digitais, portanto, das conexões (interações) entre estes três conhecimentos. Dessa forma, os membros da comunidade foram mobilizando/constituindo conhecimentos constituintes do *TPACK*, perspectiva assumida no início deste estudo como uma possibilidade para orientar a formação do professor para o uso das TDIC.

O engajamento dos membros da CoP-FoPMat em negociar empreendimentos, partilhar repertórios, reificar conceitos revelou a existência de conhecimentos específicos para utilizar as tecnologias digitais no ensino e que estes conhecimentos se constituem um domínio do conhecimento profissional do professor. Tais conhecimentos, inclusive, podem influenciar a forma como ocorre a integração das tecnologias digitais na prática pedagógica.

A análise do repertório partilhado na CoP-FoPMat ao longo dos encontros permite inferir que o desenvolvimento profissional para a integração das tecnologias digitais envolve a constituição de diferentes conhecimentos consoantes ao *TPACK* e que estes não são integrados rapidamente à prática; são complexos e são constituídos por meio de interações que demandam negociações e tempo. Contudo, nas análises, evidenciou-se que os membros dessa comunidade sinalizaram que ampliaram os significados que foram atribuídos às questões relacionadas aos seus conhecimentos profissionais e ao uso de tecnologias digitais.

A liberdade vivenciada na CoP-FoPMat propiciou que seus membros mobilizassem/constituíssem os conhecimentos constituintes do *TPACK*, uma vez que possibilitou maior autonomia para construir, apresentar e discutir figuras relativas às tarefas; diferentes modos de resolver problemas intrínsecos a suas práticas; a exteriorização de situações vivenciadas na sala de aula, aspectos para os quais geralmente não há espaço nos cursos de formação vigentes, centrados no formador. A liberdade nas ações colaborou para que os participantes redefinissem significados e crenças.

Fazer parte dessa comunidade, realizar intervenções para a formação dos professores e futuros professores, na condição de membro da comunidade e de formadora, foi uma oportunidade para o próprio crescimento profissional. Todavia, coordenar uma comunidade não é uma tarefa simples. As relações sociais existentes entre participantes e suas respectivas crenças a respeito da prática de ensino levam a interações imprevisíveis. Pensar no cultivo da CoP-FoPMat e em manter um ambiente propício à aprendizagem de professores e futuros professores foi um desafio para a formadora, o que suscitou reflexões acerca da própria prática. Em muitas situações, os membros da CoP-FoPMat esperavam uma resposta e, ao invés disso, era necessário uma nova questão que permitisse outras reflexões. Para agir desse modo, estudos a respeito dos conhecimentos profissionais de um professor foram necessários.

A dinâmica assumida nos encontros da CoP-FoPMat propiciou um espaço em que professores e futuros professores tiveram a oportunidade de expor seus conhecimentos e suas experiências pedagógicas. Essa oportunidade leva a reconhecer que a interação entre formação continuada e inicial possibilita reflexões a respeito de diferentes conhecimentos. Na formação continuada, centrada no formador, os professores não costumam ter espaços para

estudos em conjunto com futuros professores e isso também acontece na formação inicial, pois, embora nesse contexto de formação haja contato com a Educação Básica, a partir de estágios ou projetos, as discussões empreendidas entre professores e futuros professores, de modo geral, não são tão frequentes e efetivas para a formação de ambos.

Nesta investigação ficou evidente que a interação entre professores e futuros professores possibilitou a ampliação e (re) significação de seus repertórios de conhecimentos relativos às TDIC e seu uso no ensino. Futuros professores contribuíram, no âmbito da CoP-FoPMat, de forma mais efetiva, apresentando justificativas relacionadas aos conhecimentos tecnológicos e do conteúdo. Por outro lado, os professores tiveram especial importância na socialização de conhecimentos relativos à dinâmica da sala de aula, às aprendizagens dos alunos, à estrutura da escola, às práticas e a fatores concorrentes à e na sala de aula.

O engajamento mútuo nos empreendimentos, nos relatos feitos nos diários, nos fóruns, nas discussões do pequeno e do grande grupo deixa nuances de que os professores e futuros professores aprenderam a organizar uma aula com tecnologias digitais e também de que constituíram conhecimentos do *TPACK*, sobretudo, vislumbrando novas expectativas para o uso das TDIC.

Os empreendimentos articulados e os repertórios partilhados na CoP-FoPMat evidenciaram que é necessário um “tipo especial” de tarefa para o trabalho com as tecnologias digitais - tarefas com potencial para construção de figuras que representem objetos matemáticos e que permitam experimentar, conjecturar, investigar, perceber propriedades e que propiciem discussões que colaborem para a generalização e sistematização do conteúdo em foco.

Destaca-se que as tarefas desempenharam um papel importante nas aprendizagens dos membros da CoP-FoPMat uma vez que eles se engajavam na busca de soluções e, em alguns momentos colocaram-se no lugar de seus alunos, ou seja, levantaram questões de como os alunos agiriam diante da tarefa.

Por outro lado, alguns momentos de discussões, de reflexões e de partilha de experiências permitem concluir que uma das dificuldades para integrar as tecnologias digitais em uma aula de matemática é a elaboração/adaptação/escolha de tarefas, pois, embora o professor esteja diante de um currículo ajustado para a tecnologia “lápiz e papel”, tais tarefas devem apresentar aspectos favoráveis a um ambiente com tecnologias digitais, levando em conta as características que essas tecnologias oferecem, como as diferentes linguagens e as diferentes representações do conhecimento. Considera-se que isso não é fácil para o professor resolver sozinho, sem apoio de uma comunidade.

Diante disso, sugere-se, para pesquisas futuras, discussões que envolvam elaboração/adaptação/escolha de tarefas apropriadas para o uso do GeoGebra ou de outra tecnologia digital. Embora o empreendimento de **elaborar tarefas ou planos de aula de conteúdo matemático para a utilização do *software* GeoGebra** não tenha sido objeto de análise, ele revelou aspectos essenciais para a integração das TDIC, como a dificuldade de organizar tarefas e discussões que propiciem a exploração de relações matemáticas visando à aprendizagem do aluno. Sugere-se também a constituição de Comunidades de Práticas para apoiar a integração das TDIC (discutir resultados de práticas pedagógicas).

A prática da CoP-FoPMat revelou que a integração das TDIC para o ensino de matemática requer um espaço de formação que incentive e apoie essa ideia. Conclui-se que estruturas como Comunidades de Práticas são de grande relevância para isso, pela oportunidade de promover interações sociais regularmente, de compartilhar ideias, práticas e principalmente pela liberdade que os membros de uma comunidade têm em negociar e renegociar os empreendimentos e significados, em expor seus problemas, suas crenças e suas expectativas.

Espera-se que os elementos da prática da CoP-FoPMat apresentados neste trabalho se constituam em alvos de reflexões para indicar outras formas de pensar, compreender e promover ambientes de formação continuada e inicial na perspectiva do desenvolvimento profissional, em particular no que tange à integração das TDIC nas práticas pedagógicas e dos conhecimentos do *TPACK*.

Por fim, a trajetória da CoP-FoPMat pode ser reconhecida como uma sugestão para a formação profissional do professor, e o quadro conceitual *TPACK* pode ser assumido em outras experiências para orientar a organização e a gestão de programas de formação com o intuito de promover o desenvolvimento profissional para a integração das TDIC.

REFERÊNCIAS

ARCHAMBAULT, L.; CRIPPEN, K. Examining TPACK among K-12 online distance educators in the United States. **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 9, n.1. 2009, p.71-88.

BALDINI, L. A. F., **Construção do conceito de área e perímetro: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. 2004, 211 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

BALDINI, L. A. F; CIRYNO, M. C. de C.T. Formação de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática ao Utilizar o Software Geogebra. **Actas... La Conferencia Latinoamericana de GeoGebra**. Montevideo, 8 a 10 de novembro de 2012.

BARCELOS, G. T.; BATISITA, S.C.F. Formação de Professores de Matemática: uso Pedagógico das Tecnologias de Informação e Comunicação. **Anais ... X Encontro Nacional de Educação**. BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BELINE, W. **Formação de professores de matemática em comunidades de prática: um estudo sobre identidades**. 2012. 184 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2012.

BICUDO, I. **Os elementos: Euclides**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009. 600 p.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Ed. Porto. 1994. Tradução de: Qualitative research for education.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p.

BOWERS J. S.; STEPHENS, B. Using technology to explore mathematical relationships: a framework for orienting mathematics courses for prospective teachers. **J. Math Teacher Educ**, 2011. p. 285-304.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Resolução CNE/CP N° 1, de 18 de Fevereiro de 2002. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1_2.pdf>. Acesso em: 15/05/2013.

CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática**. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CÂNDIDO. S. L. Uma Experiência Sobre o Ensino e a Aprendizagem de Funções. **Educação**

Matemática em Revista, n .8, ano 7, 2000, p. 47-56.

COUTINHO, C. P. TPACK: Em Busca de um Referencial Teórico para a Formação de Professores em Tecnologia Educativa. **Revista Paidéi@**. UNIMES VIRTUAL, Vol.2, n. 4, Jul. 2011. Disponível em: <<http://revistapaideia.unimesvirtual.com.br>>. Acesso em 05/12/2012.

CYRINO, M. C. de C. T.; BALDINI, L. A. F. Software GeoGebra na Formação de Professores de Matemática – uma visão a partir de dissertações e teses. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v 1, n. 1, p. 42-61, jul-dez. 2012.

CYRINO, M. C. de C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de Negociação de Significados sobre Pensamento Algébrico em uma Comunidade de Prática de Formação Inicial de Professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, v.16(3), p. 373-401, 2011.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, Irinéa de Lourdes; SALVI, Rosana Figueiredo. **Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática: perfil de pesquisas**. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

CYRINO, M. C. de C. T. Formação de Professores que Ensinam Matemática em Comunidades de Prática. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. 2013, Montevideo, Uruguay: **Actas... del VII CIBEM**, 2013. p. 5195-5188.

CYRINO, M. C. de C.T. **As várias formas de conhecimento e o perfil do professor de Matemática na ótica do futuro professor**. 2003, 256 f. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria a prática**. 15ª. Ed. Campinas – SP: Papirus, 2007.

DAY, C. **Desenvolvimento profissional de professores. Os desafios da aprendizagem permanente**, Porto: Porto Editora, 2001. 351 p.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. 2003. 368 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003.

FERREIRA, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 149-166.

FIORENTINI, D. **Formação de professores de Matemática**: Explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003. 248 p.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. 224 p.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; PINTO, R. A. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. **Quadrante**. 1999, n. 8, p. 33–59.

FREITAS, M.T. M. et al. O Desafio de ser Professor de Matemática hoje no Brasil. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. 224 p.

GARCIA, C. M. **Formação de professores para uma mudança educativa**. Trad. Isabel Narciso. Porto: Porto Editora. 1999, p. 273.

GOOS, M.; BENNISON, A. Building Learning Communities to Support Beginning Teachers' Use of Technology. **Conference of the Australian Association for Research in Education Brisbane**, p. 1-5, dez. 2002.

GOULART, M. B. **A Formação de Formadores e a Integração do Computador na Licenciatura de Matemática**. 2009. 802 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GOULART, M. B., SOARES, M. T. C.; SCHERER S. A formação de formadores e a integração do computador na licenciatura de matemática. **BOLETIM GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 57– 69, jan-jun. 2012.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. **Anais ... IV Congresso Ribie**, Brasília, 1998.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. **Anais ... VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. Belo Horizonte, p.1-14, nov. 1996.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. Trad. LEITE, Silvana C. 8 ed. São Paulo: Cortez. 2010.

KALEFF, A. M.; REI, D. M.; GARCIA, S. dos S. **Quebra-cabeças Geométricos e Formas Planas**. 2ª ed. Niterói: EdUFF, 1999. 82 p.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

KRAINER, K. Mathematics Teacher Education: A practical field and an Emerging Field of Research. In **Workshop: Professional Development of Mathematics Teachers: Research and Practice from an International Perspective**. Oberwolfach, Alemanha, 2007.

LARROSA BONDIA, J. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Trad. João Wanderley Geraldi. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, Nº 9, Jan/Fev/Mar/Abr de 2002, p. 20-28.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LIMA, C. N. M. F.; NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v.25, n.02, p.241-266, 2009.

LIMA, E. L. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MARCELO, C. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro, **Sisifo, Revista de Ciências da Educação**, 08, jan/abril, 2009. p. 7-22. Disponível em: <<http://sisifo.fpce.ul.pt>>. Acesso em: 14/04/2013.

MISHRA, P.; KOELHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v.108, n. 6, p. 1017– 1054, jun. 2006.

MISHRA, P.; KOELHLER, M. J. What is technological Pedagogical content knowledge? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 9, n. 1, p. 60 – 70, 2009. Disponível em: <<http://www.aace.org/pubs/CITE/>>. Acesso em: 14/ 04/ 2013.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999, 195p.

NAGY, M. C. **Trajetórias de Aprendizagem de Professoras que Ensinam Matemática em uma Comunidade de Prática**. 2013. 197 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

NÓVOA, A. Profissão: docente. **Revista Educação**, São Paulo, ano 13, n. 154, p. 6-9, fev. 2010. Entrevista concedida a Paulo de Camargo.

OLIVEIRA, H. M., CYRINO, M. C. de C. T. A formação inicial de professores de matemática em Portugal e no Brasil: narrativas de Vulnerabilidade e Agência. **Revista Interacções** n. 18, 2011, p. 104-130.

OLIVEIRA, L. M. C. P. de. **Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional**. 2014. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

OLIVEIRA, R. G. de. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) em educação escolar: um diagnóstico a partir da formação inicial de professores de matemática. **Revista Nucleus**, n.2, v.9, 2012, p. 351-362.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Ensino Médio. **Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio para a Rede Pública Estadual de Ensino**. Curitiba: SEED/DEM, 2006.

PERKINS, D. N. **Knowledge as design**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1986. 231 p.

PONTE, J.P. O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática. In **Revista Educação e Matemática**, n. 31, p. 9-12 e 20, 1994.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In **Actas do ProfMat 98**, Lisboa: APM. p. 27-44, 1998.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS; J.M. O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas, SP: Mercado de Letras, p.159-192, 2003.

PURIFICAÇÃO, I.; SOARES, M. T. C. Cabri-Géomètre e Teoria de Van Hiele: Possibilidades de Avanços na Construção de Conceito de Quadriláteros. **Revista do Departamento de Teoria e Prática da Educação**, V. 4, n. 8, p. 73-91, Jun. 2001.

RICOY, M. C.; COUTO, M. J. V.S. As tecnologias da informação e comunicação como recursos no Ensino Secundário: **Revista Lusófona de Educação**, v.14, p.145-156, 2009.

ROCHA M. L.; AGUIAR, K. F. Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises. **Psicologia: Ciência e Profissão**. Brasília, vol.23, n.4. 2003.

ROCHA, M. R. da. **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações**. 2013. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.

ROSA, E. Mania de Pitágoras. **Revista do Professor de Matemática**, n. 1, 1º semestre de 1983, p. 14-17.

SANTOS, M. P. **Encontros e esperas com os Ardinas de Cabo Verde: aprendizagem e participação numa prática social**. 2004. Tese (Doutorado em Educação – Didáctica da Matemática). Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, Departamento de Educação, Lisboa, 2004.

SHULMAN, L. Those Who Understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research**. Washington, v. 12, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge an Teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. v. 51, n.1, p. 1- 22, fev. 1987.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática Revista da Associação dos Professores de Matemática**. n. 105, p. 22-28, dez. 2009.

VAILLANT, D.; MARCELO, C. **Ensinando a Ensinar: as quatro etapas para uma aprendizagem**. Curitiba: Ed. UTFPR, 2012, 242 p.

VALENTE, J. A. **Apropriação da Tecnologia na Escola: desafios e perspectivas**. 6º fórum internacional de educação região metropolitana de Campinas, 2011. Disponível em http://www.6forummc.org.br/files/programacao/Jose_Armando_Valente.pdf. Acesso em: 30/01/2014.

VALENTE, J. A. Integração currículo e tecnologias – a passagem do lápis e Papel para o currículo da era digital. **Anais ... XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 718a 21 de Julho de 2013.

WENGER, E. **Communities of practice: learning, meaning and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; MCDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. **Cultivating communities of practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

WENGER, E. **Communities of Practice: a few frequently asked questions**. 2009. Disponível em: < <http://www.ewenger.com/theory>>. Acesso em 20/02/2012.

WENGER, E. C.; SNYDER, W. M. Comunidades de prática: a fronteira organizacional. In: **Aprendizagem organizacional**. Tradução de: Cássia Maria Nasser. Harvard Business Review. Rio de Janeiro: Campus, p. 9-26, 2001. Tradução de: Organizational Learning.

WILSON, P. S. Teacher Education: a conduit to the classroom. In: HEID, M. Kathleen e BLUME, Glendon W. (orgs). **Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: cases, and Perspectives**. vol. 2. Pennsylvania State University, 2008.

WILSON, P. S. **Thoughts about Professional Development**. University of Georgia, DRAFT: Mathematics Education Perspective, 2006.

OBRAS CONSULTADAS

LLINARES, S. (1996). **Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función**. In J. P. da Ponte, C. Monteiro, M.

MAIA, L. S.; LOUREIRO, C. **Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?** (pp. 47-82). Secção de Educação Matemática. SPCE: Lisboa.

MISHRA, P.; KOELHLER, M. J.. Introducing Technological Pedagogical Content Knowledge. **The Handbook of Technological Pedagogical Content for Educators**. AACTE Eds. and Lawrence Erlbaum Associates, 2008. 336 p.

PEREZ, G. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. p. 263- 282.

SILVA, A. **Aprendizagem e Comunidades de Prática**. Universidade Aberta, 2008. Disponível em: www.bocc.ubi.pt. Acesso em 21/06/2014.

WENGER, E. **Communities of practice and social learning systems**. *Organization*, 2000: 7(2), 225-46.

WENGER, E. Communities of Practice. Stewarding knowledge. In: DESPRES, C.; CHAUVEL, D. (Eds.). **Knowledge horizons: the present and the promise of knowledge management**. p. 205-225. Boston: Butterworth-Heinemann: 2000. p. 205-224.

WENGER, Etienne **Communities of practice. A brief introduction**. 2006. Disponível em: < <http://www.ewenger.com/theory/>>. Acesso em: 14/09/2012.

APÊNDICE 1

CARTA DE CESSÃO DE DIREITOS

Arapongas _____ de _____ de 2012

Eu _____ Carteira de Indentidade RG
No. _____ e CPF _____, braisleiro (a),
residente à Rua _____, no. _____,
na cidade de _____, Estado _____, declaro para os
devidos fins que autorizo **Loreni Aparecida Ferreira Baldini** e sua orientadora **Márcia
Cristina de Costa Trindade Cyrino** a utilizar parcial ou integralmente, na tese de doutorado
e em publicações, congressos e eventos da área a transcrição de minhas falas captadas em
áudio, bem como minha produção escrita apresentada nas resoluções das tarefas, no diário e
no fórum de socialização, dos encontros do Grupo de Estudo GeoGebra, realizado a partir de
03/05/2012, no qual participei, para fins de pesquisa junto ao Programa de Pós-graduação em
Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL - Universidade Estadual de Londrina –
PR, respeitando o direito de privacidade, conforme normas e éticas.

APÊNDICE 2

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

GEPEFPOPEM – Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática

Prezados (as) professores (as)

Solicitamos sua colaboração no sentido de responder este questionário que tem como objetivo obter algumas informações a respeito de cada um de vocês e quanto ao uso das TIC - Tecnologias da Informação e Comunicação.

Agradecemos sua disponibilidade, pois suas respostas serão essenciais para o processo de pesquisa.

Nome _____

Professor: () Efetivo () Substituto () outro

Idade: _____ anos

Sexo: () Feminino () Masculino

Nível/Área de atuação:

() Ensino Fundamental – 1º ao 5º ano

() Ensino Fundamental – 6º ao 9º ano

() Ensino Médio

() Ensino superior

() Outro cargo _____

Disciplina(s) que leciona:

Data de ingresso na profissão:

____/____/____

Carga horária:

() 20 horas

() 40 horas

() Dedicção exclusiva

1) **Qual o seu curso de formação inicial:** _____

2) **Há quanto tempo você se formou:**

() Menos de um ano

() De 1 a 5 anos

() De 5 a 10 anos

() Mais de 10 anos

3) **Qual a sua formação posterior à Graduação:**

Especialização: () concluído () em andamento.

Se concluído especifique a área: _____

Mestrado; () concluído () em andamento

Se concluído especifique a área: _____

PDE: () concluído () em andamento

() Nenhuma

4) **Você tem computador em sua casa?**

() Sim () Não

5) **Você tem acesso à Internet em sua casa?**

Sim não

6) Você tem e-mail?

Sim Não

7) **Onde você mais usa o computador?**

Em casa No colégio

8) **Onde você mais acessa a Internet?**

Em casa No colégio

9) **Com que frequência usa o computador?**

Diariamente

3 vezes por semana

1 vez por semana

Quinzenalmente

Mensalmente

Raramente

Nunca

10) **Com que frequência usa a internet?**

Diariamente

3 vezes por semana

1 vez por semana

Quinzenalmente

Mensalmente

Raramente

Nunca

11) **Há quanto tempo usa o computador?** _____

12) **Há quanto tempo usa a internet?** _____

13) **Que uso(s) faz da internet?**

Pesquisa em *sites* de busca

Consulta *sites* da área educacional

Envia de e-mails

Lê e/ou recebe e-mails.

Consulta *sites* de notícia, jornalísticos

Acessa *sites* de entretenimento

Ouve música em *sites*

Utiliza recursos de interação on-line (MSN, Skype, lista de discussão, chat, Orkut)

Acessa blogs

Realiza atividades para o trabalho docente

Nenhum

Outros. Especifique: _____

14) **Utiliza o computador/internet com os alunos em sua disciplina?**

Sim

Não. (Caso marque esta opção, vá diretamente para a questão 17)

15) **Com que frequência?**

- Toda semana
- Uma vez por mês
- Uma vez a cada dois meses

16) **Que uso faz do computador/internet em relação à sua disciplina?**

- Utiliza jogos
- Orienta pesquisas na internet
- Utiliza o programas oferecidos (Word, excel, power point ...)
- Faz uso de recursos que promovem interação virtual (e-mails, MSN, Orkut, Skype)
- Software educativos
- Outros. Especificar: _____

17) **Você já conhecia o software GeoGebra? Fez alguma formação com relação a ele? Comente sua resposta.**

18) **Você considera importante para a aprendizagem de Matemática a utilização de Tecnologias Informacionais e Comunicacionais? Justifique!**

19) **Escreva o(s) motivo(s) pelo(s) qual(is) você resolveu frequentar esse grupo de estudos:**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

GEPEPFOPEM – Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática

Prezados Estudantes!

Solicitamos sua colaboração no sentido de responder este questionário que tem como objetivo obter algumas informações a respeito de cada um de vocês e quanto ao uso das TIC - Tecnologias da Informação e Comunicação.

Agradecemos sua disponibilidade, pois suas respostas serão essenciais para o processo de pesquisa.

Nome: _____

Data de nascimento: _____ fone: _____

E-mail: _____

1) Você trabalha?

() Sim () Não

Se sim ...

Qual sua função atualmente? _____

Há quanto tempo? _____

Qual sua carga horária semanal de trabalho? _____

2) Você já atua, ou atuou, como professor(a)?

() sim () Não

Se sim...

Em que nível de escolaridade? _____

Há quanto tempo _____

Qual sua carga horária semanal de professor (a)? _____

Trabalha em mais de uma escola: () sim () não

Se sim, escreva o nome das escolas a seguir: _____

3) Quanto a sua escolaridade:

Você cursou a Educação Básica – () rede pública () rede privada

Já conclui outra graduação? – () Sim () Não

Se sim...

Qual curso? _____ Em que ano se formou? _____

Você fez ou faz alguma especialização? () sim () não

Se sim, qual? _____

4) Você tem computador em sua casa?

() Sim () Não

5) Você tem acesso à Internet em sua casa?

() Sim () não

6) Você tem e-mail?

() Sim () Não

7) Onde você mais usa o computador?

() Em casa () outro

8) Onde você mais acessa a Internet?

() Em casa () outro

9) Com que frequência usa o computador?

- Diariamente
- 3 vezes por semana
- 1 vez por semana
- Quinzenalmente
- Mensalmente
- Raramente
- Nunca

10) Com que frequência usa a internet?

- Diariamente
- 3 vezes por semana
- 1 vez por semana
- Quinzenalmente
- Mensalmente
- Raramente
- Nunca

11) Há quanto tempo usa o computador? _____

12) Há quanto tempo usa a internet? _____

13) Que uso(s) faz da internet?

- Pesquisa em *sites* de busca
- Consulta *sites* da área educacional
- Envia de e-mails
- Lê e/ou recebe e-mails.
- Consulta *sites* de notícia, jornalísticos
- Acessa *sites* de entretenimento
- Ouve música em *sites*
- Utiliza recursos de interação on-line (MSN, Skype, lista de discussão, chat, Orkut)
- Acessa blogs
- Realiza atividades para o trabalho docente
- Nenhum
- Outros. Especifique: _____

14) Você já conhecia o software GeoGebra? Fez alguma formação com relação a ele?
Comente

15)Algun professor(a) na sua graduação utiliza ou utilizou ferramentas da informática no ensino de algum conteúdo? Comente.

16) Você considera importante para a aprendizagem de Matemática a utilização de Tecnologias Informacionais e Comunicacionais?
Justifique!

17) Escreva o(s) motivo(s) pelo(s) qual(is) você resolveu frequentar esse grupo de estudos:

ANEXO A

Investigando propriedades geométricas⁸⁰**TAREFA 3**

- Construa um triângulo ABC
- Obtenha os pontos médios M e N dos lados AB e AC
- Crie o segmento MN. A seguir meça os segmentos MN e BC.
- Movimente um dos pontos A, B ou C.
- Investigue a razão MN/BC
- O que você observou, é uma propriedade geométrica que pode ser provada. Enuncie com suas palavras esta propriedade:

- Justifique essa propriedade.

- Qual a relação entre o Triângulo ABC e o ANM? _____

- Meça os ângulos dos triângulos ABC e ANM e compare _____

- Qual a relação entre a área dos triângulos ABC e ANM? E entre os seus perímetros? Explique.

TAREFA 4

- Construa um triângulo ABC.
- Construa as medianas AM, BN e CP.
- O que é uma mediana? _____
- Obter o ponto G que é intersecção das medianas. Como este ponto é chamado? _____
- Movimente um dos pontos A, B ou C.
- Investigue a razão AG/GM e a razão AM/GM
- Meça AG, GM e AM
- Enuncie com suas palavras a propriedade geométrica

- Explique/justifique estas razões.

⁸⁰ Adaptado de VINCENZO, Bongiovani, CAMPOS. Tânia M.M. ALMOULOU, Saddo. **Descobrimo o Cabri-Géomètre: caderno de atividades.** São Paulo: FTD, 1997.

TAREFA 5

- a) Construa um triângulo ABC.
- b) Construa as alturas AH, BR e CS.
- c) Obter o ponto O encontro das alturas do triângulo. Como este ponto é chamado? _____
- d) Movimente um dos pontos A, B ou C.
- e) Classifique os triângulos quanto aos ângulos considerando à posição do ponto O.
- f) Enuncie com suas palavras a propriedade geométrica

Tarefa 6

- a) Construa um triângulo ABC.
- b) Construa as bissetrizes AH, BR e CS.
- c) O que é uma bissetriz? _____
- d) Obter o ponto I encontro das bissetrizes. Como este ponto é chamado? _____
- e) Construa uma reta perpendicular ao lado AB passando por I.
- f) Crie a instreseção T da reta perpendicular com o lado AB.
- g) Construa uma circunferência com o centro passando em I passando por T.
- h) Construa os pontos S e P, interseção da circunferência com os lado AC e BC.
- j) Movimente um dos pontos A, B ou C e observe a circunferência.
- i) Enuncie com suas palavras a propriedade geométrica.

TAREFA 7

- a) Construa um triângulo ABC.
- b) Construa as mediatrizes AH, BR e CS.
- c) O que é uma mediatriz? _____
- d) Obter o ponto H encontro das mediatrizes. Como este ponto é chamado? _____
- e) Trace uma circunferência com centro em H, passando por A.
- f) Movimente um dos pontos A, B ou C.
- g) Classifique os triângulos considerando à posição do ponto H.
- h) Enuncie com suas palavras a propriedade geométrica

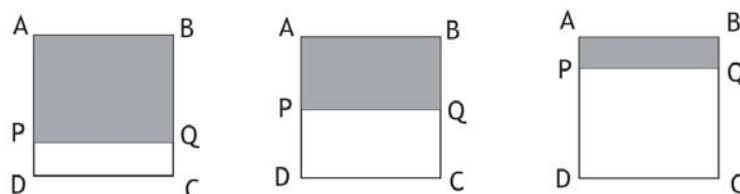
TAREFA 9⁸¹

O quadrado ABCD tem o lado de 10 cm. O ponto P se move de D para A, de modo que PQ se conserva paralelo a AB.

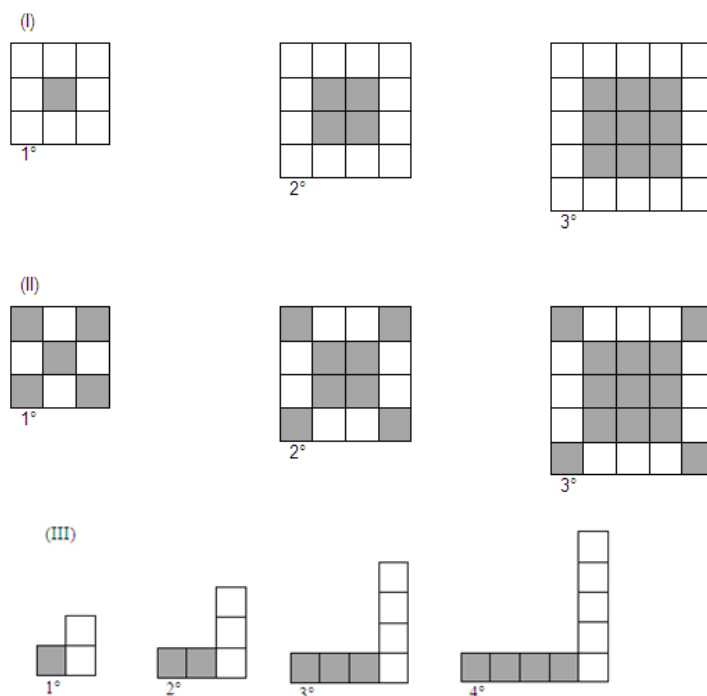
- a) Calcule a área da figura sombreada para $x=1; 2; 3; 4; 5; 6$ em cm e arrume os dados obtidos numa tabela do tipo ($x = PD$)

x	Área do PQAB
1	
2	
3	

- a) Quanto pode medir o lado de medida x da figura sombreada?
 b) Represente essa dependência na tabela, num gráfico cartesiano.

**TAREFA 10⁸²**

Como calcular a quantidade de quadradinhos brancos da n -ésima figura? (organize uma tabela para auxiliar).



⁸¹ Cândido (2000).

⁸² Cândido (2000)

TAREFA 14: Movimento de Retas

i) Considere a função $y = a \cdot x$

- Construa um seletor $0 < a \leq 10$
- Insira no campo de entrada $a \cdot x$
- Obtenha o gráfico da função para diferentes valores de "a".
- O que ocorre quando o "a" aumenta? E quando diminui?
- Modifique o valor do seletor para $-10 \leq a < 0$
- Obtenha o gráfico da função para diferentes valores de "a".
- O que ocorre quando o "a" aumenta? E quando diminui?
- Qual o significado do parâmetro "a" nos gráficos obtidos?

ii) Considere a função $y = a \cdot x + b$

- Construa um seletor "a".
- Insira no campo de entrada $a \cdot x + b$
- Obtenha o gráfico da função para diferentes valores de "a" e de "b".
- Qual o significado do parâmetro "b" nos gráficos obtidos?

iii) Seja $f(x) = ax + b$ e $g(x) = 2x + 4$. Construa retas e obtenha os valores de a e b para que os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ sejam

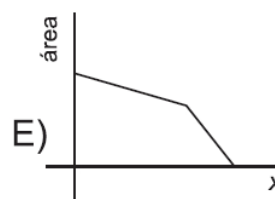
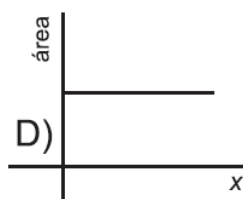
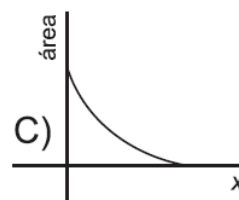
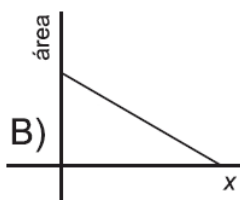
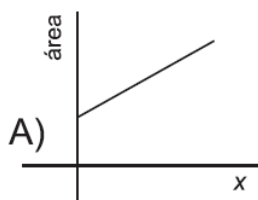
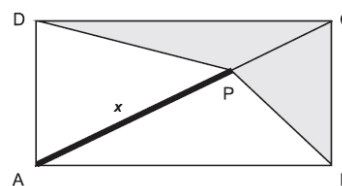
- simétricos em relação ao eixo OX;
- simétricos em relação ao eixo OY;
- paralelos;
- unindo as intersecções das retas que polígono se obtém? Qual sua área?

ANEXO B

Tarefas 11 e 12 propostas por Jorge e 13 por Aline.

TAREFA 11⁸³

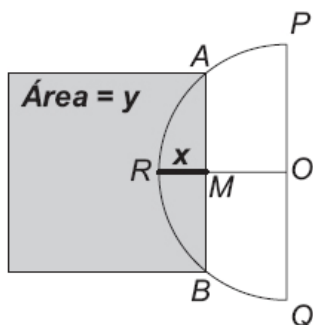
Qual dos gráficos abaixo descreve a variação da área do polígono BCDP em função da distância $x = AP$?



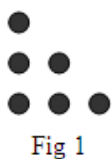
⁸³ http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n3-2007.pdf

TAREFA 12⁸⁴

O Semicírculo da figura tem centro O e diâmetro $PQ=2$ cm. O raio OR é perpendicular a PQ . Por um ponto qualquer M de OR traça-se a corda AB perpendicular a OR . Sejam x o comprimento RM , em cm, e y a área do quadrado de lado AB , em cm^2 . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre x e y ?

**TAREFA 13**

As figuras abaixo seguem um padrão. Observe:



- Quantos pontos têm a próxima figura da seqüência? E a seguinte?
- Quantos pontos têm a figura 20? E a 100?
- Qual é o padrão de formação da seqüência? Escreva-o com uma fórmula.
- Qual é a ordem da figura que tem 726 pontos?

⁸⁴ http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n3-2009.pdf