



**UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA**

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Heitor Henrique Freire Arns

**Comunicação em Banda Larga MIMO
via Rede Elétrica Aérea de Média e
Alta Tensão com Retorno da Corrente
Através do Solo**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Estadual de Londrina
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Londrina, PR
2017



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

Heitor Henrique Freire Arns

**Comunicação em Banda Larga MIMO
via Rede Elétrica Aérea de Média e
Alta Tensão com Retorno da Corrente
Através do Solo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

Orientador:
Prof. Dr. Taufik Abrão

Londrina, PR
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

Freire Arns, Heitor Henrique.

Comunicação em Banda Larga MIMO via Rede Elétrica Aérea de Média e Alta Tensão com Retorno da Corrente Através do Solo / Heitor Henrique Freire Arns. - Londrina, 2017.
91 f. : il.

Orientador: Taufik Abrão.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Tecnologia e Urbanismo, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Tese. 2. Sistemas de telecomunicação - Tese. 3. Sistemas de comunicação cabeados - Tese. 4. Comunicação pela rede elétrica - Tese. I. Abrão, Taufik. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Tecnologia e Urbanismo. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Heitor Henrique Freire Arns

Comunicação em Banda Larga MIMO via Rede Elétrica Aérea de Média e Alta Tensão com Retorno da Corrente Através do Solo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Taufik Abrão
Depto. de Engenharia Elétrica
Universidade Estadual de Londrina
Orientador

Prof. Dr. Ivan Roberto Santana Casella
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências
Sociais Aplicadas – CECS
Universidade Federal do ABC – UFABC

Prof. Dr. Fabio Renan Durand
Depto. de Engenharia Elétrica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Cornélio Procópio

Prof. Dr. Newton da Silva
Depto. de Engenharia Elétrica
Universidade Estadual de Londrina

Dedido este trabalho à minha amada Beatriz e aos meus familiares, pai, mãe,
irmão e irmã.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me capacitar e guiar meus passos. Agradeço a Beatriz, por me apoiar durante o período do trabalho e aos meus familiares por compreenderem minha ausência.

Resumo

Neste trabalho, estuda-se o uso da infraestrutura de redes elétricas aéreas de média (entre 1 kV e 36,2 kV) e alta tensão (acima de 36,2 kV) para comunicação em banda larga, método conhecido como comunicação via rede elétrica (Power-line Communications) (PLC). Inicialmente exploram-se duas formulações para a modelagem da linha de transmissão de energia elétrica em altas frequências que incluem o possível caminho da corrente pelo solo, de Carson e D'Amore. A seguir são exploradas duas formas de modelar a função de transferência do canal de única entrada e única saída (Single-Input Single-Output) (SISO) para PLC de média e a alta tensão. São usados os modelos por multipercurso, de Zimmermann e Dostert, e por matriz ABCD. Realizam-se simulações comparativas, com intuito de conhecer o efeito das extensões das linhas principais e derivadas da rede na atenuação do canal. Ao final, são elaboradas combinações lineares matriciais para obter um modelo determinístico do canal de múltiplas entradas e múltiplas saídas (Multiple-Input Multiple-Output) (MIMO) para PLC de média ou alta tensão com retorno pelo solo, o qual tem seu desempenho comparado ao canal SISO-PLC.

Palavras-chave: Comunicação via Rede Elétrica. PLC. MIMO. Banda Larga. Média Tensão. Alta Tensão. Aéreo. Retorno pelo Solo. OFDM.

Abstract

In this work, we study the use of the infrastructure of medium-voltage (above 1 kV and below < 36.2 kV) and high-voltage (above 36.2 kV) overhead networks for broadband communication, known as powerline communications (PLC). Two formulations are explored for the modeling of the powerlines at high frequencies, which include the possible path of current through the ground, from Carson and D'Amore. Two ways of modeling the transfer function of the single-input single-output (SISO) for channel of medium and high voltage PLC are explored. Zimmermann and Dostert multipath models and ABCD matrix are used. Comparative simulations are performed in order to know the effect of the lengths of the main and derived lines of the network on channel attenuation. At the end, linear matrix combinations are elaborated to obtain a medium or high voltage multiple-input multiple-output (MIMO) PLC deterministic channel model with ground return, which has its performance compared to the SISO-PLC channel.

Keywords: Powerline Communications. PLC. MIMO. Wideband. Medium Voltage. High Voltage. Overhead. Ground Return. OFDM.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Convenções e Lista de Símbolos

1	Introdução	29
1.1	Motivações	32
1.2	Objetivos, Contribuições e Organização do Trabalho	32
2	Modelos de Linha de Transmissão	33
2.1	Modelagem de Linha de Transmissão com Dois Condutores	36
2.2	Modelagem de Linha de Transmissão com Múltiplos Condutores	37
2.2.1	Parâmetros do Modelo	41
2.2.2	Impedâncias Características	47
2.2.3	Validação dos Resultados	48
2.3	Conclusões	52
3	Modelos de Canal SISO-PLC	55
3.1	Abordagem <i>Top-Down</i>	56
3.1.1	Canal PLC por Multipercurso	56
3.2	Abordagem <i>Bottom-Up</i>	57
3.2.1	Canal PLC por Multipercurso Modificado	58
3.2.2	Canal PLC por Matriz ABCD	63

3.3	Análise de Capacidade	67
3.4	Resultados	69
3.4.1	Canal sem derivações	69
3.4.2	Canal com uma Derivação	71
3.5	Conclusões	78
4	Canal MIMO-PLC	79
4.1	Modelo de Canal MIMO-PLC	80
4.2	Análise de Capacidade	81
4.3	Resultados	82
4.3.1	Canal SISO-PLC	83
4.3.2	Canal MIMO-PLC	85
5	Conclusões	87
5.1	Trabalhos Futuros	88
	Referências	89

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de poste para ancoragem de cabos em redes aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica.	33
2.2	Exemplo de torre para ancoragem de cabos em redes aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica.	34
2.3	Configuração geométrica genérica de linhas aéreas para transmissão de energia elétrica.	34
2.4	Modelo de linhas de transmissão com injeção pela linha superior e retorno pela inferior.	36
2.5	Exemplo de decomposição em modos de propagação.	40
2.6	Configuração geométrica genérica de canal aéreo para transmissão de energia elétrica.	42
2.7	Aplicação do método das imagens.	44
2.8	Configuração geométrica das linhas de transmissão.	48
2.9	Constantes de atenuação do modo comum de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	49
2.10	Constantes de fase do modo comum de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	50
2.11	Constantes de atenuação dos modos diferenciais de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	50
2.12	Impedâncias do sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	50
2.13	Admitâncias do sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	51
2.14	Parte real das impedâncias características das linhas no sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	51

2.15	Parte imaginária das impedâncias características das linhas no sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.	52
3.1	Canal com uma derivação.	59
3.2	Percurso mais direto: ACB.	59
3.3	Percurso com uma passagem pelo ramo.	61
3.4	Percurso com duas passagens pelo ramo.	62
3.5	Rede de duas portas conectada a uma fonte e uma carga.	63
3.6	Circuito com uma ramificação e, conseqüentemente, três redes de duas portas.	65
3.7	Exemplo de uma topologia com ramificação.	65
3.8	Redes de duas portas em cascata: (a) Linhas entre transmissor e ramo. (b) Ramificação. (c) Linhas entre ramo e receptor.	65
3.9	Topologia de um canal sem derivações.	70
3.10	(a) Módulo das funções de transferência do canal sem derivações com comprimento de linha de 1 km. (b) Capacidade do canal. (c) Potências alocadas de acordo com a frequência do subcanal.	72
3.11	(a) Módulo das funções de transferência do canal sem derivações com comprimento de linha de 10 km. (b) Capacidade do canal. (c) Potências alocadas de acordo com a frequência do subcanal.	73
3.12	Topologia de um canal com uma derivação.	74
3.13	Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 10 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d).	75
3.14	Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 50 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d).	76
3.15	Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 100 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d).	77
4.1	Representação de canal PLC MIMO com 3 condutores.	80
4.2	Topologia de um canal brasileiro típico rural, com duas derivações.	83

4.3	Módulo das funções de transferência do canal com características de rede rural brasileira (a) CM. (b) DM1.	84
4.4	Funções de transferência dos múltiplos canais de uma rede elétrica de distribuição, com características da rede rural brasileira dos (a) co-canais e (b) canais cruzados. (c) Capacidade MIMO.	86

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros necessários ao modelo de linhas de transmissão com multicondutores.	42
2.2	Condutividade dos materiais condutores nos cabos.	43
2.3	Permissividade dos materiais isolantes nos cabos.	43
2.4	Condutividade e permissividade de solos.	43
2.5	Parâmetros para simulação do modelo de linhas de transmissão proposto por D'Amore e Sarto.	49
3.1	Parâmetros do modelo por eco em canal com uma derivação de (a) 10 m (b) 50 m (c) 100 m.	74
4.1	Parâmetros obtidos do modelo por multipercurso em canal típico rural.	83

Lista de Abreviaturas

CM modo comum (*Common Mode*)

CSI informação de estado do canal (*Channel State Information*)

DM modo diferencial (*Differential Mode*)

DM1 primeiro modo diferencial (*First Differential Mode*)

MIMO múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple-Input-Multiple-Output*)

MTL linha de transmissão multicondutora (*Multiconductor Transmission Line*)

OFDM multiplexagem por divisão de frequências ortogonais (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*)

PE condutor de proteção aterrado (*Protective Earth*)

PLC comunicação via rede elétrica (*Powerline Communications*)

SISO única entrada e única saída (*Single-Input-Single-Output*)

SNR relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio*)

SVD decomposição por valores singulares (*Singular Value Decomposition*)

Convenções e Lista de Símbolos

Na notação das fórmulas, as seguintes convenções foram utilizadas:

- letras maiúsculas em negrito são matrizes, exemplo: **P**, **H**;
- letras minúsculas em negrito são vetores, exemplo: **x**, **z**;
- letras em itálico são escalares, exemplo: *a*, *β*;
- v_i é o i -ésimo elemento do vetor **v**;
- A_{ij} é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz **A**;
- $\text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_k)$ é uma matriz diagonal com elementos a_1, a_2, \dots, a_k ;
- \mathbf{I}_K é uma matriz identidade de ordem K ;
- $\{\cdot\}^*$ é o operador conjugado complexo;
- $\{\cdot\}^T$ é o operador matriz transposta;
- $\{\cdot\}^H$ é o operador matriz conjugada transposta;
- $\{\cdot\}^{-1}$ é o operador matriz inversa;
- $\Re\{\cdot\}$ é o operador parte real;
- $\Im\{\cdot\}$ é o operador parte imaginária;
- $[x]^+$ é o valor máximo entre x e 0;
- \in significa pertence ao conjunto;

Palavras em itálico são utilizadas para identificar termos de língua inglesa não traduzidos.

Os seguintes símbolos serão utilizados:

símbolo	descrição
a_i	Secção transversal do condutor i
α	Constante de atenuação do modelo de linhas de transmissão.
β	Constante de fase do modelo de linhas de transmissão.
C	Capacitância elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{C}	Matriz de capacitâncias elétricas do sistema multicondutor.
d_{ij}	Distância Euclidiana entre condutor i e o j .
Δ_{ij}	Distância horizontal entre o condutor i e o j .
ϵ_0	Constante de permissividade do vácuo.
ϵ_r	Constante de permissividade relativa.
ϵ_g	Constante de permissividade do solo.
ϵ_w	Constante de permissividade do condutor.
f	Variável de frequência.
G	Condutância elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{G}	Matriz de condutâncias elétricas do sistema multicondutor.
γ	Constante de propagação do modelo de linhas de transmissão.
H	Função de transferência do canal SISO.
\mathbf{H}	Matriz de funções de transferência do canal MIMO.
h_i	Altura do condutor i .
h_{nm}	Função de transferência entre o transmissor n e o receptor m .
I	Corrente elétrica nas linhas de um sistema de dois condutores.
I_0	Função de Bessel modificada, de ordem zero.
I_1	Função de Bessel modificada, de primeira ordem.
\mathbf{I}	Vetor coluna de correntes elétricas nas linhas de um sistema multicondutor.
\mathbf{I}^m	Vetor coluna de correntes elétricas nos modos de propagação de um sistema multicondutor.
k_0	Constante de propagação do campo eletromagnético no ar.

continua...

símbolo	descrição
k_g	Constante de propagação do campo eletromagnético no solo.
k_w	Constante de propagação do campo eletromagnético no cabo.
L	Indutância elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{L}	Matriz de indutâncias elétricas do sistema multicondutor.
λ_i	Auto-valores da matriz de propagação \mathbf{P} .
μ	Limiar de potência no algoritmo <i>water-filling</i> .
μ_0	Constante de permeabilidade do vácuo.
μ_w	Constante de permeabilidade do condutor.
μ_g	Constante de permeabilidade do solo.
Ψ	Matriz de potências alocadas através de algoritmo <i>water-filling</i> .
Ψ_i	Potência elétrica alocada por subcanal no algoritmo <i>water-filling</i> .
\mathbf{P}	Matriz de propagação do sistema multicondutor.
P_t	Potência elétrica total do sinal transmitido.
ω	Frequência angular.
r_{ij}	Coefficiente de reflexão da linha i com a terminação j .
R	Resistência elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{R}	Matriz de resistências elétricas do sistema multicondutor.
R_x	Denominação de receptor.
σ_w	Constante de condutividade do condutor.
σ_g	Constante de condutividade do solo.
t	Variável de tempo.
t_{ij}	Coefficiente de transmissão da linha i com a terminação j .
\mathbf{T}_I	Matriz de transformação modal das correntes elétricas de um sistema multicondutor. Suas colunas são compostas por auto-vetores (\mathbf{v}_i) da matriz transposta de propagação \mathbf{P}^T .
T_x	Denominação de transmissor.

continua...

símbolo	descrição
\mathbf{T}_V	Matriz de transformação modal das tensões elétricas de um sistema multicondutor. Suas colunas são compostas por auto-vetores (\mathbf{v}_i) da matriz de propagação \mathbf{P} .
\mathbf{v}_i	Auto-vetores da matriz de propagação \mathbf{P} .
V	Tensão elétrica entre condutores.
\mathbf{V}	Vetor coluna de tensões elétricas entre condutores num sistema multicondutor.
\mathbf{V}^m	Vetor coluna de tensões elétricas entre os modos de propagação num sistema multicondutor.
Y	Admitância elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{Y}	Matriz de admitâncias elétricas do sistema multicondutor.
\mathbf{Y}_e	Matriz de admitâncias elétricas externas dos condutores do sistema multicondutor.
\mathbf{Y}_g	Matriz de admitâncias elétricas do solo do sistema multicondutor.
Z	Impedância elétrica do sistema de dois condutores.
\mathbf{Z}	Matriz de impedâncias elétricas do sistema multicondutor.
\mathbf{Z}_0	Matriz de impedâncias elétricas características do sistema multicondutor.
Z_C	Impedância elétrica da carga.
\mathbf{Z}_e	Matriz de impedâncias elétricas externas dos condutores do sistema multicondutor.
Z_d	Impedância elétrica da terminação.
Z_F	Impedância elétrica da fonte.
\mathbf{Z}_g	Matriz de impedâncias elétricas do solo do sistema multicondutor.
Z_{L1}	Impedância elétrica da linha (1).
Z_{L2}	Impedância elétrica da linha (2).
Z_{L3}	Impedância elétrica da linha (3).
\mathbf{Z}_{in}	Matriz de impedâncias elétricas internas dos condutores do sistema multicondutor.
ζ_0	Limiar de sinal-ruído de potência imposto aos subcanais no algoritmo <i>water-filling</i> .

continua...

símbolo	descrição
ζ_i	Relação sinal-ruído de potência no subcanal i no algoritmo <i>water-filling</i> .

1 Introdução

A necessidade talvez seja a maior motivação para o desenvolvimento de novas tecnologias. Nesta linha de raciocínio, pode-se explicar o surgimento extensivo de novas técnicas de telecomunicações, pois uma das necessidades humanas modernas é a comunicação.

Com o advento da internet, os sistemas de comunicação obtiveram grandes avanços e isto ainda se mantém. Atualmente, temos sistemas de comunicação sem fio e guiados, normalmente implementados especificamente para um só objetivo. No entanto, com o crescimento do uso desses sistemas, torna-se cada vez mais preocupante a possibilidade de escassez dos recursos físicos usados para tal fim, especialmente de banda espectral eletromagnética e energia. Com o objetivo de melhor utilizar tais recursos, incluindo a infraestrutura já instalada, o estudo de comunicação através de redes criadas inicialmente para a transmissão de energia elétrica tem se tornado uma opção atrativa.

A rede de energia elétrica já altamente difundida e presente em escala nacional pode ser usada, mediante comunicação via rede elétrica (*Powerline Communications*) (PLC), em diversos casos:

- Criação de redes locais: residenciais, comerciais ou industriais. Conhecidas como redes *indoor*, podem ser usados sinais de banda estreita para controle ou medição remotos, como na automação, ou de banda larga, para distribuir o acesso à internet em diversos pontos.
- Difusão de internet para consumidores finais, em ambiente urbano ou rural, através de redes *outdoor* e sinais de banda larga.
- Transmissão de internet entre centros de distribuição deste serviço, através de redes *outdoor* e sinais de banda larga.
- Medição remota de energia elétrica ou outros serviços como abastecimento de água, através de redes *outdoor* e sinais de banda estreita.

Em todos os casos citados, a fim de realizar simulações e análises acerca do PLC, há de se modelar matematicamente o canal a ser usado para a comunicação. Tal canal se diferencia por: ser aéreo, subterrâneo ou embutido em eletrodutos; sua estrutura: número, material e geometria dos cabos; nível de tensão: baixa (até 1 kV), média (entre 1 kV e 36,2 kV) ou alta (acima de 36,2 kV); e a topologia da rede, ou seja, a disposição de cabos e cargas ao longo da rede elétrica.

Ademais, ao modelar o canal PLC, deve-se levar em consideração se os parâmetros serão obtidos à partir do seu ajuste às medidas reais da rede, método conhecido como *top-down*, ou se os parâmetros serão obtidos através das características físicas da rede, método conhecido como *bottom-up*. Além de ser necessário definir se o modelo será estatístico ou determinístico, se o sinal será de banda larga ou estreita e se será explorada a diversidade espacial do canal, quando este possui mais de 2 condutores, formando rede de múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple-Input-Multiple-Output*) (MIMO), ou não, resultando em rede de única entrada e única saída (*Single-Input-Single-Output*) (SISO).

Dentre os casos citados, a rede *indoor* possui maior presença na literatura, operante em baixa tensão, há trabalhos que usam tanto o método *bottom-up* (PAGANI; SCHWAGER, 2016; GALLI; BANWELL, 2006) quanto o *top-down* (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002; PITTOLO; TONELLO, 2017). Havendo ainda, aqueles que exploram a diversidade espacial do canal (LAI; MESSIER, 2012), assim como os que estudam seu desempenho (VAL; CASAJUS-QUIROS; ARRIOLA, 2010; ZHANG; CHENG, 2004).

Apesar de a rede *indoor* possuir modelos altamente difundidos, o foco deste trabalho incidirá em redes *outdoor*, haja vista que em tais sistemas, espera-se que o canal seja mais propício à comunicação, pelo fato de possuírem mais condutores na rede, favorecendo o uso de sistemas MIMO, além de possuir condutores mais espaçados e menores derivações durante o percurso do sinal transmitido.

No entanto, para garantir que essas conjecturas sejam verdadeiras, há de se limitar o estudo aos canais da rede rural, já que em ambientes urbanos é elevado o número de derivações da rede elétrica, sendo cada consumidor uma derivação da rede principal e uma carga ao final da terminação, o que aumenta o efeito multipercurso do canal. Como em ambientes rurais o número de consumidores é consideravelmente menor, o uso de PLC se torna mais benéfico em vista do ambiente urbano. O mesmo raciocínio se aplica aos canais de transmissão de energia elétrica, entre subestações, que quase não possuem derivações.

Em redes aéreas, de média e alta tensão, o estudo do uso do solo como um

retorno da corrente elétrica começou com apenas a ideologia na década de 1880 (HEAVISIDE, 1892a), o que se tornou uma formulação em 1926, através do trabalho de Carson (CARSON, 1926). No entanto, tal modelo só pôde ser usado para sinais de altas frequências, a partir da extensão do trabalho de Carson, que negligenciou o cômputo da admitância do solo. Tais extensões vieram por formulações completas (KIKUCHI, 1956; WAIT, 1972), de difícil implementação, e por soluções aproximadas, como a formulação de (D'AMORE; SARTO, 1997), que realizou aproximações logarítmicas, com intuito de simplificar o trabalho, sem perder generalidade.

Ao longo do tempo, diversos trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de estender tal formulação ao caso de linhas com múltiplos condutores, com o uso da teoria de linha de transmissão multicondutora (*Multiconductor Transmission Line*) (MTL), sem usar o solo como condutor de retorno da corrente (PIPES, 1937; RICE, 1941; HEDMAN, 1965; WEDEPOHL, 1963), e usando o solo como retorno (D'AMORE; SARTO, 1996).

À partir desta teoria, consegue-se modelar a linha de transmissão da rede elétrica, no entanto para se obter um modelo completo há de se modelar o canal, tal qual inclui a topologia da rede elétrica (disposição de cabos e cargas ao longo da linha). Para tanto, há modelo que se vale da característica multipercurso do canal (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002) e há os que decompõem o sistema em finitos subsistemas de duas portas (BANWELL; GALLI, 2001; ATTIA, 2004).

Da junção de um modelo de linha de transmissão e do modelo de canal, obtiveram-se um modelo completo de canal SISO-PLC com retorno pelo solo (AMIRSHAHI; KAVEHRAD, 2006) e modelos MIMO-PLC usando o condutor de proteção aterrado (*Protective Earth*) (PE) como retorno da corrente, mas não o solo em si (HASHMAT et al., 2012; PINE; CHOE, 2012). Já este trabalho irá trabalhar com o modelo de D'Amore (D'AMORE; SARTO, 1996) para obter a constante de propagação da linha, que modela seu comportamento, e com os modelos do canal por multipercurso (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002) e por redes de duas portas (BANWELL; GALLI, 2001; ATTIA, 2004) para obter as funções de transferência dos modos de propagação do sistema multicondutor. Por fim, tais modos serão compostos para formar um modelo de canal MIMO.

1.1 Motivações

O estudo do canal PLC em redes *outdoor* torna-se interessante pelo fato de tais canais possuírem maior diversidade espacial, por haver maior quantidade de cabos num mesmo circuito.

Transferindo-se o estudo para canais em ambientes rurais, ganha-se maior capacidade de exploração da tecnologia, dado que em tais redes, o número de derivações é menor, fato que causa menos efeito multipercurso e menores atenuações do sinal no canal (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999).

Por fim, o uso do solo como retorno da corrente torna o canal PLC mais atrativo, em vista do aumento da diversidade espacial do sistema e em decorrência dos resultados obtidos em (D'AMORE; SARTO, 1997), tais quais demonstram que a atenuação na faixa de frequência pretendida, entre 10,20 MHz e 100 MHz, é menor para o modos comum, em que a corrente volta pelo solo, que nos modos diferenciais, em que a corrente retorna pelos cabos.

1.2 Objetivos, Contribuições e Organização do Trabalho

O presente trabalho se encarrega de compilar e analisar modelos determinísticos de linhas de transmissão aéreas, com multicondutores (acima de dois), de média ou alta tensão, que incluem o solo como um caminho de retorno para a corrente em sinais de comunicação em banda larga que sejam de simples implementação. No Capítulo 2 são comparados os modelos de Carson (CARSON, 1926) e D'Amore (D'AMORE; SARTO, 1997).

Através do modelo de linha de transmissão adotado, objetiva-se encontrar modelos determinísticos de canais SISO-PLC que possam ser usados em conjunto com a formulação de D'Amore, sendo então apresentados os modelos por multipercurso (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999, 2002) e por matriz ABCD (BANWELL; GALLI, 2001) no Capítulo 3.

Por fim, este trabalho busca ainda contribuir com a formulação do modelo de canal MIMO-PLC, determinístico, que considera o solo como retorno da corrente, como será demonstrado no Capítulo 4, e no Capítulo 5 são feitas conclusões gerais sobre a dissertação e a intenção de trabalhos futuros.

2 Modelos de Linha de Transmissão

Neste capítulo, serão caracterizadas as redes elétricas englobadas no trabalho e estudados dois modelos de linha de transmissão multicondutora (CARSON, 1926; D'AMORE; SARTO, 1997), apresentam-se, ao final, simulações e comparações entre os modelos, destacando suas diferenças e definindo qual será usado ao longo dos outros capítulos.

As redes elétricas brasileiras de média e alta tensão, são em sua grande maioria compostas de condutores aéreos (AZEVEDO, 2010), instalados a mais de 6 metros de altura em relação ao solo. Em média tensão, as redes são normalmente constituídas de três condutores, um para cada fase da rede elétrica, suspensos em postes ou torres ilustrados nas Figuras 2.1 e 2.2, respectivamente. Já as redes em alta tensão são formadas por três fases e de um a três neutros, cada portador composto de um, dois ou quatro condutores.



Figura 2.1: Exemplo de poste para ancoragem de cabos em redes aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica. Fonte: Click Guarulhos.

Na Figura 2.3, é representada uma configuração geométrica genérica para o canal PLC aéreo. A localização dos condutores é determinada através de



Figura 2.2: Exemplo de torre para ancoragem de cabos em redes aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica. Fonte: TreeHugger.

coordenadas cartesianas tridimensionais, sendo y a altura dos condutores, z o espaçamento horizontal entre eles e x o eixo de propagação das linhas.

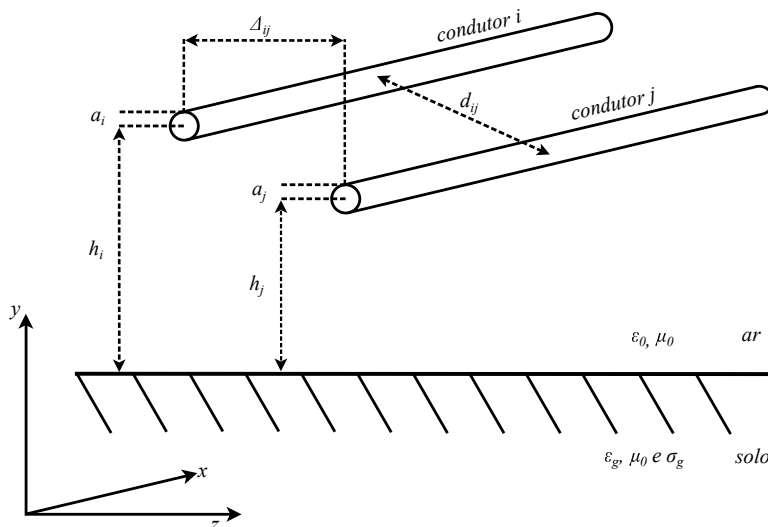


Figura 2.3: Configuração geométrica genérica de linhas aéreas para transmissão de energia elétrica. Fonte: Autoria própria.

Através de quatro propriedades elétricas que surgem nos cabos: a resistência série (R), a auto-indutância (L), a capacitância (C) e condutância (G) paralelas; todas por unidade de comprimento, Heaviside apresenta relações entre tensões e correntes geradas pela excitação elétrica de cabos por fontes externas (HEAVISIDE, 1892b). Ao longo do tempo, diversos trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de estender tal formulação ao caso de linhas com múltiplos condutores

(PIPES, 1937; RICE, 1941; HEDMAN, 1965; WEDEPOHL, 1963), aplicando-se conceitos matriciais. Tais estudos baseiam-se na ideia de que um sistema com $n + 1$ condutores pode ser decomposto em n sistemas de apenas dois condutores.

A excitação de linhas de transmissão pode ser realizada por fontes acopladas aos cabos em dois modos diferentes, entre os cabos ou entre os cabos e o solo, sendo que no primeiro, a corrente é injetada em um cabo e retorna por outro, já no segundo modo, a corrente é injetada por um cabo e retorna pelo solo. Pensando em um sistema MIMO, usar o modo de acoplamento entre cabos significa perder diversidade no sistema, já que um deles serviria apenas para o retorno da corrente. Este trabalho procura incrementar a ordem de diversidade do canal, portanto, será estudada a possibilidade de usar o solo para que a corrente retorne à fonte. Este conceito foi admitido por Heaviside (HEAVISIDE, 1892a), mas obteve formulação satisfatória apenas em 1926, em publicação de Carson (CARSON, 1926).

O modelo de Carson negligencia pontos importantes da propagação de correntes pelo solo, como a dispersão delas no solo e a admitância terrestre. A simplificação dos cálculos resultou em limitações no modelo, sendo considerado inadequado a sinais de alta frequência caso o solo não seja um condutor perfeito. Desta forma, outros trabalhos surgiram com o intuito de modelar linhas de transmissão com retorno pelo solo válidos para sinais de alta frequência, culminando em soluções completas (KIKUCHI, 1956; WAIT, 1972) ou aproximadas (D'AMORE; SARTO, 1997).

Entre as soluções citadas, destaca-se o trabalho de D'Amore, que não só conseguiu resultados motivantes para o uso de retorno pelo solo, como apresentou soluções que não desprezam a admitância do solo, como Carson fez, e a formulação é substancialmente mais simplificada que as de Kikuchi e Wait (AMIRSHAHI; KAVEHRAD, 2006). No entanto, fornece limitações a sinais com comprimento de onda algumas vezes menor do que a altura dos cabos, sendo válido a sinais de até 100 MHz de frequência em alturas em torno dos 10 m. Por considerar o limite de frequência compatível com os objetivos, neste trabalho, será adotado o modelo de D'Amore e Sarto (D'AMORE; SARTO, 1997).

A seguir é apresentada a formulação base da teoria das linhas de transmissão, iniciada por Heaviside. Já na seção 2.2 é apresentada a formulação de D'Amore e Sarto que usa a mesma teoria, mas estendida para sistemas multicondutores através de operações matriciais.

2.1 Modelagem de Linha de Transmissão com Dois Condutores

De acordo com Heaviside, uma linha de transmissão com dois condutores pode ser modelada a partir da sua repartição em porções infinitesimais de comprimento (dx), possuindo resistência (Rdx) e indutância (Ldx) séries, capacitância (Cdx) e condutância (Gdx) paralelas, como visto na Figura 2.4.

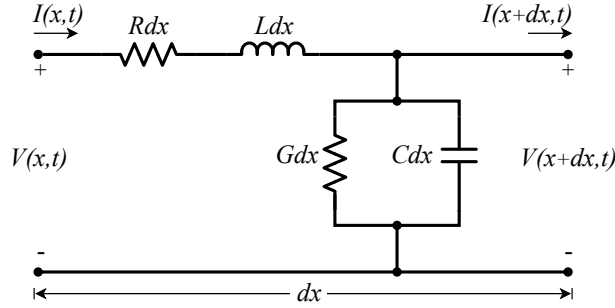


Figura 2.4: Modelo de linhas de transmissão com injeção pela linha superior e retorno pela inferior. Fonte: Autoria própria.

A relação entre tensão e corrente nas linhas de transmissão, no domínio da frequência é dada pelas Equações (2.1) e (2.2) (PAUL, 2008).

$$\frac{dV(x, f)}{dx} = - [R(f) + j\omega L(f)] I(x, f) \quad (2.1)$$

$$\frac{dI(x, f)}{dx} = - [G(f) + j\omega C(f)] V(x, f) \quad (2.2)$$

Tal que $\omega = 2\pi f$.

Note-se que, para o caso real, considera-se que a linha possui perdas ôhmicas (através de R e G) e os parâmetros do modelo de linhas de transmissão são considerados dependentes da frequência.

A fim de simplificar a notação, a partir de aqui os elementos em série do modelo serão chamados de impedância série [$Z(f) = R(f) + j\omega L(f)$] e os elementos em paralelo de admitância transversal [$Y(f) = G(f) + j\omega C(f)$].

Nas equações acima, a tensão depende da corrente e vice-versa. Para desacoplá-las, basta derivá-las mais uma vez em relação à distância de propagação (x), como visto nas Equações (2.3) e (2.4), e substituir as componentes $dI(x, f)/dx$ e $dV(x, f)/dx$ por (2.2) e (2.1), respectivamente, resultando nas equações do

telegrafista, (2.5) e (2.6) (HEAVISIDE, 1892b).

$$\frac{d^2V(x, f)}{dx^2} = -Z(f) \frac{dI(x, f)}{dx} \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2I(x, f)}{dx^2} = -Y(f) \frac{dV(x, f)}{dx} \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2V(x, f)}{dx^2} = Z(f)Y(f)V(x, f) \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2I(x, f)}{dx^2} = Y(f)Z(f)I(x, f) \quad (2.6)$$

Sendo, o quadrado da constante de propagação da linha $[\gamma^2(f)]$ igual a $Z(f)Y(f)$, segundo (PAUL, 2008). Desta forma, modela-se a linha de transmissão com apenas dois condutores através dos quatro elementos propostos por Heaviside, Equação (2.7).

$$\gamma(f) = \sqrt{Z(f)Y(f)} = \sqrt{(R(f) + j\omega L(f))(G(f) + j\omega C(f))} \quad (2.7)$$

Tal que $\gamma(f) = \alpha(f) + j\beta(f)$, sendo α a constante de atenuação da linha e β sua constante de fase.

O estudo das linhas de transmissão de apenas dois condutores é necessário para entender os princípios matemáticos e físicos da formulação de modelos, no entanto, tais linhas representam uma pequena parte dos sistemas elétricos de potência existentes. Para atingir maior gama de estruturas, necessita-se determinar formulações para sistemas com mais de dois condutores, comumente chamados de multicondutores.

2.2 Modelagem de Linha de Transmissão com Múltiplos Condutores

O estudo de Heaviside pode ser estendido para o caso de sistemas com mais de dois condutores. Para tanto, obtém-se os quatro elementos do modelo para

cada um dos condutores em relação ao condutor de referência, arranjando-os em matrizes.

O modelo multicondutor possui, portanto, matriz de impedâncias série ($\mathbf{Z}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$, sendo n o número de cabos condutores do sistema), composta de resistências ($\mathbf{R}(f) \in \mathbb{R}^{n \times n}$) e indutâncias ($\mathbf{L}(f) \in \mathbb{R}^{n \times n}$), definida por:

$$\mathbf{Z}(f) = \mathbf{R}(f) + j\omega\mathbf{L}(f) \quad (2.8)$$

A parte real de $\mathbf{Z}(f)$ se refere à matriz de resistência do sistema, sendo assim, sua diagonal principal é constituída pelas resistências dos cabos mais a do solo e nos elementos restantes há somente a resistência do solo, sendo portanto, uma matriz simétrica em relação a diagonal principal. Já sua parte imaginária se refere às indutâncias do sistema, sendo assim, em sua diagonal principal, há as autoindutâncias dos cabos e no restante dos elementos, as indutâncias mútuas, tal matriz é também simétrica em relação a diagonal principal.

O modelo multicondutor possui ainda matriz de admitâncias transversais entre as linhas ($\mathbf{Y}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$), caracterizadas por capacitâncias ($\mathbf{C}(f) \in \mathbb{R}^{n \times n}$) e condutâncias ($\mathbf{G}(f) \in \mathbb{R}^{n \times n}$):

$$\mathbf{Y}(f) = \mathbf{G}(f) + j\omega\mathbf{C}(f). \quad (2.9)$$

A parte real de $\mathbf{Y}(f)$ se refere à matriz de condutâncias do sistema, possuindo valores positivos na diagonal principal e negativos nos elementos restantes. Já sua parte imaginária se refere às capacitâncias do sistema, também possuindo valores positivos na diagonal principal e negativos nos elementos restantes. Ambas matrizes são simétricas em relação a diagonal principal.

As equações diferenciais e de segunda ordem, que regem as relações de tensões e correntes no modelo são (PAUL, 2008):

$$\frac{d^2\mathbf{V}(x, f)}{dx^2} = \mathbf{P}(f)\mathbf{V}(x, f); \quad \text{e} \quad \frac{d^2\mathbf{I}(x, f)}{dx^2} = \mathbf{P}^T(f)\mathbf{I}(x, f) \quad (2.10)$$

Sendo $\mathbf{P}(f) = \mathbf{Z}(f)\mathbf{Y}(f)$, a matriz de propagação do canal, $\{.\}^T$, o operador transposição matricial, $\mathbf{V}(f) \in \mathbb{C}^{n \times 1}$, o vetor coluna cujos elementos representam as tensões em cada linha, com o solo como referência, e $\mathbf{I}(f) \in \mathbb{C}^{n \times 1}$, o vetor coluna, cujos elementos são as correntes em cada linha.

Para obtenção das constantes de propagação das linhas, as equações acima não podem ser tratadas como as de dois condutores, pois há dependência entre elas. A solução para este problema pode vir da decomposição da matriz de propagação em auto-valores e auto-vetores, de tal forma que, em sistemas com $n+1$ condutores, as equações acima sejam decompostas em $2n$ equações diferentes, uma desacoplada da outra.

Fisicamente falando, é como decompor o sistema multi condutor em sub-sistemas independentes de dois condutores. Cada sub-sistema será denotado como um modo de propagação, podendo haver **modo comum** (*Common Mode*) (**CM**), em que a corrente se propaga por um cabo e retorna pelo solo, e **modo diferencial** (*Differential Mode*) (**DM**), em que a corrente é injetada em um cabo e retorna por outro. Fisicamente falando, é como decompor o sistema multi condutor em sub-sistemas independentes de dois condutores. Cada sub-sistema será denotado como um modo de propagação, podendo haver **CM**, em que a corrente se propaga por um cabo e retorna pelo solo, e **DM**, em que a corrente é injetada em um cabo e retorna por outro.

Para exemplificar, suponha-se que um sistema de 3 condutores seja decomposto em 3 modos de propagação, pois segundo (D'AMORE; SARTO, 1996) há tantos modos quanto condutores num sistema multicondutor. Dos 3 modos, há o comum (CM) e dois diferenciais (DMs), sendo que no primeiro a corrente entra pelo segundo e retorna pelo terceiro condutor e vice-versa, já no segundo isto acontece entre os condutores 1 e 3. Percebe-se na Figura 2.5 a representação deste sistema.

Tal técnica é chamada de análise modal (PAUL, 1996) e é realizada obtendo-se auto-valores $[\lambda_i(f) \in \mathbb{C}]$ e auto-vetores $(\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^{n \times 1})$ que satisfaçam a condição da Equação Característica (2.11) (PAUL, 1996).

$$[\lambda_i(f)\mathbf{I}_n - \mathbf{P}(f)] \mathbf{v}_i = 0 \quad (2.11)$$

Sendo $i = \{1, 2, \dots, n\}$ o índice dos modos de propagação e $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz identidade de ordem $n \times n$.

As relações entre as tensões e correntes nas linhas $[\mathbf{V}(f)$ e $\mathbf{I}(f)]$ e nos modos de propagação $[\mathbf{V}^m(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ e $\mathbf{I}^m(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}]$ são descritas, respectivamente, pelas Equações (2.12) e (2.14) (PAUL, 1996).

$$\mathbf{V}(f) = \mathbf{T}_V(f)\mathbf{V}^m(f); \quad (2.12)$$

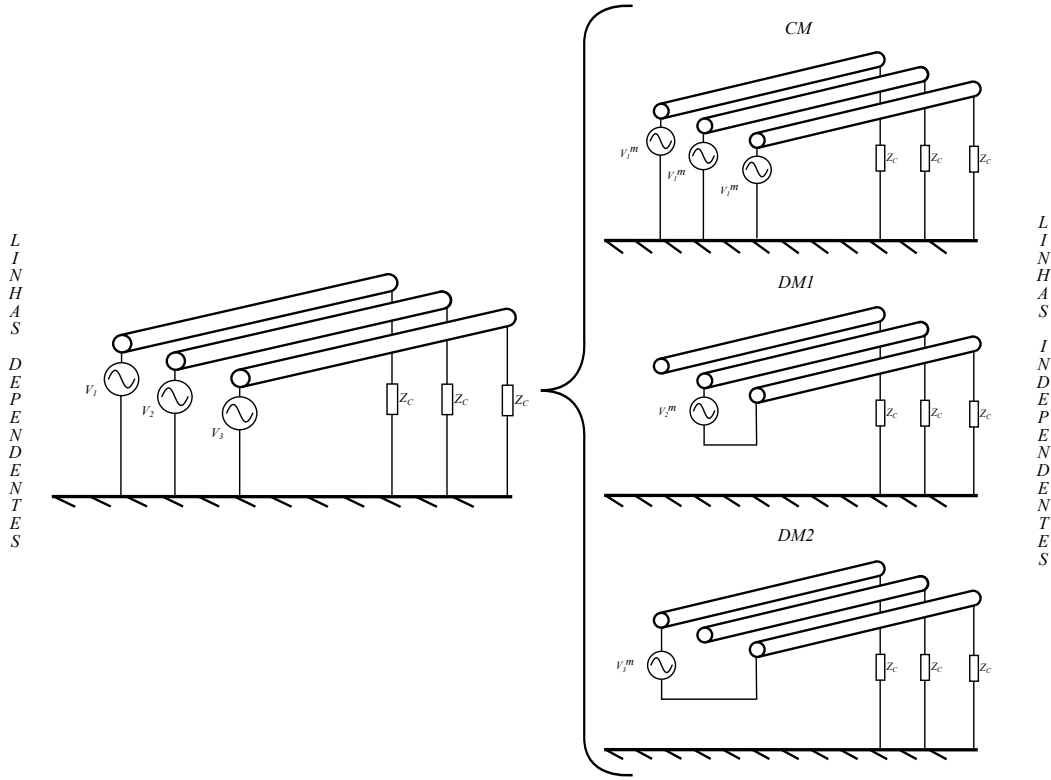


Figura 2.5: Exemplo de decomposição em modos de propagação. Fonte: Autoria própria.

$$\begin{bmatrix} V_1(f) \\ \vdots \\ V_n(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{V_{1,1}}(f)V_1^m(f) + \dots + T_{V_{1,n}}(f)V_n^m(f) \\ \vdots \\ T_{V_{n,1}}(f)V_1^m(f) + \dots + T_{V_{n,n}}(f)V_n^m(f) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Pela Equação (2.13), percebe-se que a tensão em cada linha $[V_i(f)]$ é decomposta em n tensões independentes, referentes aos modos de propagação $[V_i^m(f)]$, que formam combinação linear através dos fatores $[T_{V_{ij}}(f)]$ da matriz de transformação. O mesmo ocorre no desacoplamento das correntes nas linhas $[I_i(f)]$ em correntes independentes $[I_i^m(f)]$, conforme Equações (2.14) e (2.15).

$$\mathbf{I}(f) = \mathbf{T}_I(f)\mathbf{I}^m(f) \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} I_1(f) \\ \vdots \\ I_n(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{I_{1,1}}(f)I_1^m(f) + \dots + T_{I_{1,n}}(f)I_n^m(f) \\ \vdots \\ T_{I_{n,1}}(f)I_1^m(f) + \dots + T_{I_{n,n}}(f)I_n^m(f) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Sendo $\mathbf{V}(f)$ e $\mathbf{I}(f)$ combinações lineares de $\mathbf{V}^m(f)$ e $\mathbf{I}^m(f)$, $\mathbf{T}_V(f)$, a matriz de transformação modal das tensões, que diagonaliza $\mathbf{P}(f)$ e $\mathbf{T}_I(f)$, a matriz

de transformação modal das correntes, que diagonaliza $\mathbf{P}^T(f)$. Note-se que as colunas das matrizes $\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ e $\mathbf{T}_{\mathbf{I}}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ são compostas pelos auto-vetores das matrizes $\mathbf{P}(f)$ e $\mathbf{P}^T(f)$, respectivamente, e que $\mathbf{T}_{\mathbf{I}}(f) = \mathbf{T}_{\mathbf{V}}^{-1}(f)$, Equação (2.16) (PAUL, 1996), de tal forma a validar as relações da Equação (2.17) (PAUL, 1996).

$$\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f) = [\mathbf{v}_1(f), \dots, \mathbf{v}_n(f)] \quad (2.16)$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{V}}^{-1}(f)\mathbf{P}(f)\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f) = \mathbf{T}_{\mathbf{I}}^{-1}(f)\mathbf{P}^T(f)\mathbf{T}_{\mathbf{I}}(f) = \text{diag}\{\lambda_1(f), \dots, \lambda_n(f)\} \quad (2.17)$$

$$\text{Tal que } \text{diag}\{x_1, \dots, x_n\} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & x_n \end{bmatrix}_{n \times n} .$$

Através da linearização da matriz de propagação do sistema, pode-se calcular a constante de propagação $[\gamma_i(f)]$ de cada um dos n modos de propagação através da Equação (2.18) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\gamma_i(f) = \sqrt{\lambda_i(f)} \quad (2.18)$$

No entanto, para obter as constantes de propagação acima descritas, deve-se antes lograr os valores das impedâncias série e admitâncias transversais das linhas.

2.2.1 Parâmetros do Modelo

Para modelar canais PLC aéreos de média tensão, considerar-se-á a configuração geométrica genérica apresentada na Figura 2.6, em que há n condutores dispostos acima da superfície terrestre de comprimento infinito, de alturas h_i e secções transversais a_i , sendo $i = \{1, \dots, n\}$ o índice dos condutores. A geometria e o material dos cabos, bem como a composição do solo são modelados matematicamente a partir do uso das constantes, conforme descrito a seguir.

- Condutividade elétrica (σ), informa o quão condutivo um material é em relação ao seu comprimento, os valores dos materiais condutores mais usa-

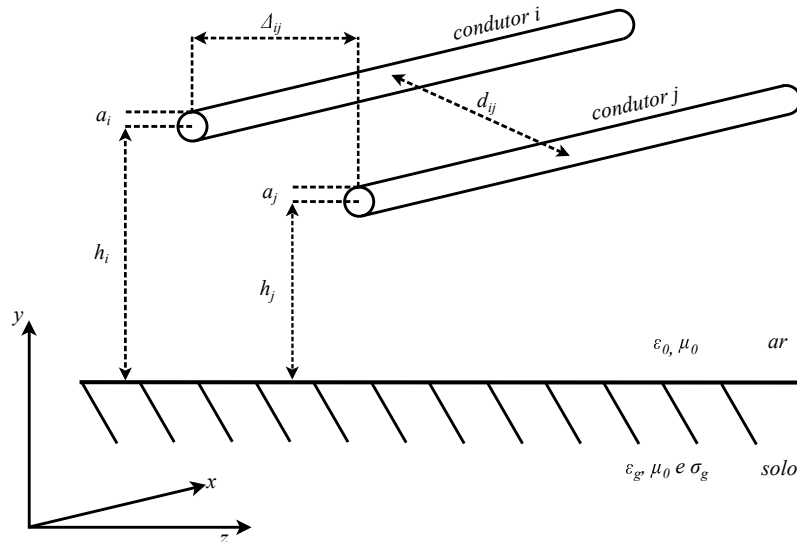


Figura 2.6: Configuração geométrica genérica de canal aéreo para transmissão de energia elétrica. Fonte: Autoria própria.

Tabela 2.1: Parâmetros necessários ao modelo de linhas de transmissão com multicondutores.

Parâmetro	Descrição	Unidade
h_i	Altura do condutor i .	m
d_{ij}	Distância Euclidiana entre condutor i e o j .	m
Δ_{ij}	Distância horizontal entre o condutor i e o j .	m
a_i	Secção transversal do condutor i .	m
ϵ_0	Constante de permissividade do vácuo.	F/m
ϵ_w	Constante de permissividade do condutor.	F/m
ϵ_g	Constante de permissividade do solo.	F/m
μ_0	Constante de permeabilidade do vácuo.	H/m
μ_w	Constante de permeabilidade do condutor.	H/m
μ_g	Constante de permeabilidade do solo.	H/m
σ_w	Constante de condutividade do condutor.	S/m
σ_g	Constante de condutividade do solo.	S/m

dos nos cabos são apresentados na Tabela 2.2. A condutividade de diferentes tipos de solos é sumarizada na Tabela 2.4;

- Permeabilidade magnética (μ), dita o quanto o material é influenciado por um campo magnético externo, sendo que a permeabilidade magnética de ambos cabos e solo são consideradas iguais às do vácuo ($\mu_0=400\pi$ nH/m) (AMIRSHAHI; KAVEHRAD, 2006);
- Permissividade (ϵ), também conhecida como constante dielétrica, representa como o material é influenciado por um campo elétrico externo. Apresentam-se, na Tabela 2.3, valores de permissividade para isolações comuns de cabos, e na Tabela 2.4, valores de permissividade relativa para diferentes tipos de

solos.

Tabela 2.2: Condutividade dos materiais condutores nos cabos. (SZE, 1985)

Material	Condutividade
Alumínio	34,2 MS/m
Cobre	59,6 MS/m

Tabela 2.3: Permissividade dos materiais isolantes nos cabos. (OHRING, 1995)

Material	Permissividade (ϵ)	Permissividade Relativa ($\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$)
Ar (sem isolamento)	8,85 pF/m	1
Policloreto de Vinila (PVC)	30 a 40 pF/m	3,4 a 4,5
Polietileno (PE)	2,35 nF/m	256,5
Polietileno Cruzado (XLPE)	20,35 nF/m	2300
Vácuo	8,85 pF/m	1

Tabela 2.4: Condutividade e permissividade de solos. (STROOBANDT, 2016)

Descrição do Solo	Qualidade do Solo	σ (S/m)	ϵ_r
Urbano, áreas industriais	Muito pobre	0,001	5
Arenoso, seco, plano	Pobre	0,002	10
Solo rochoso	Pobre	0,002	13
Solos de argila pesada	Boa/mediana	0,005	13
Água salgada	Excelente	5	81

O cálculo da matriz de impedâncias série dos sistema é feito através da soma de três componentes, a impedância interna [$\mathbf{Z}_{\text{in}}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$] e externa [$\mathbf{Z}_{\text{e}}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$] dos cabos e a impedância do solo [$\mathbf{Z}_{\text{g}}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$], conforme Equação (2.19) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Z}(f) = \mathbf{Z}_{\text{e}}(f) + \mathbf{Z}_{\text{in}}(f) + \mathbf{Z}_{\text{g}}(f) \quad (2.19)$$

A impedância externa dos cabos depende da permeabilidade do ar, considerada igual à do vácuo (μ_0), e da geometria das linhas de transmissão, conforme Equação (2.20) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Z}_{\text{e}}(f) = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \mathbf{A} \quad (2.20)$$

Sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz de coeficientes que descrevem a geometria das linhas, calculados pela Equação (2.21) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$A_{ij} = \begin{cases} \ln(2h_i/a_i) & , \text{ se } i = j. \\ \ln(D_{ij}/d_{ij}) & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (2.21)$$

Tal que: D_{ij} é a distância Euclidiana entre o condutor i e a imagem do condutor j ; e d_{ij} , a distância Euclidiana entre os condutores i e j . Conforme Figura 2.7 e respectivas Equações (2.22) e (2.23) (MARTINEZ-VELASCO, 2009).

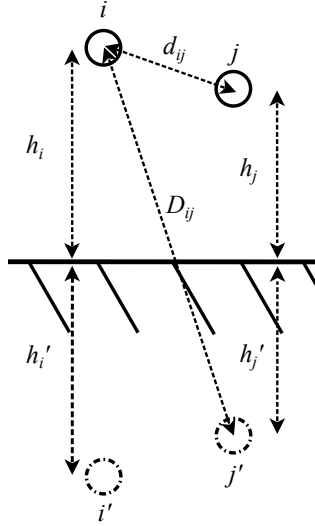


Figura 2.7: Aplicação do método das imagens. Fonte: Autoria própria.

$$D_{ij} = \sqrt{(h_i + h_j)^2 + \Delta_{ij}^2} \quad (2.22)$$

Sendo, Δ_{ij} a distância horizontal entre o cabo i e o j .

$$d_{ij} = \sqrt{(h_i - h_j)^2 + \Delta_{ij}^2}. \quad (2.23)$$

A impedância interna dos cabos é considerada pelo fato de serem condutores não perfeitos e, portanto, há penetração do campo elétrico nos condutores. Seu cálculo é baseado na permeabilidade (μ_w), constante de propagação [$k_w(f)$] e seção transversal (a_i) dos cabos, e implementados com uso de funções modificadas de Bessel, de ordem zero e um, I_0 e I_1 , respectivamente, Equações (2.24) e (2.25) (D'AMORE; SARTO, 1997). Note-se que a constante de propagação do cabo [$k_w(f)$] se difere da constante de propagação da linha [$\gamma(f)$], sendo que a primeira considera apenas o material do cabo, já a segunda contempla a topologia das linhas, sua geometria e o retorno da corrente pelo solo.

$$\mathbf{Z}_{in}(f) = \text{diag}\{Z_{in_1}(f), \dots, Z_{in_i}(f), \dots, Z_{in_n}(f)\} \quad (2.24)$$

$$Z_{in_i}(f) = \frac{\mu_w f I_0(jk_w a_i)}{a_i k_w I_1(jk_w a_i)} \quad (2.25)$$

No caso homogêneo, as constantes de propagação do campo eletromagnético no ar $[k_0(f)]$, nos cabos $[k_w(f)]$ e no solo $[k_g(f)]$ são calculadas, respectivamente, por (2.26), (2.27) e (2.28) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$k_0(f) = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (2.26)$$

$$k_w(f) = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma_w}{\omega \epsilon_0}} \quad (2.27)$$

$$k_g(f) = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_g}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma_g}{\omega \epsilon_0}} \quad (2.28)$$

Sendo ϵ_0 , ϵ_w , ϵ_g , σ_w e σ_g , as constantes de permissividade do vácuo, do condutor, do solo e as constantes de condutividade do condutor e do solo, respectivamente.

A impedância do solo é calculada através da permeabilidade do vácuo (μ_0), permissividade do solo (ϵ_g) e do vácuo (ϵ_0), da condutividade do solo (σ_g) da geometria do sistema e da relação entre as constantes de propagação dos solo e do ar, conforme equações (2.29), (2.30) e (2.31) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Z}_g(f) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \mathbf{F}_{1g}(f) \quad (2.29)$$

$$F_{1g_{ij}}(f) = 0,5 \ln \left(\frac{h_i + h_j + j\Delta_{ij} + \xi_1(f)}{h_i + h_j + j\Delta_{ij}} \right) \quad (2.30)$$

$$\xi_1(f) = \frac{2}{\sqrt{k_0^2(f) - k_g^2(f)}} \quad (2.31)$$

D'Amore e Sarto descrevem a matriz de admitâncias transversais como o inverso da soma das matrizes inversas de admitâncias externas $[\mathbf{Y}_e(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}]$ e admitâncias do solo $[\mathbf{Y}_g(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}]$, conforme Equação (2.32) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Y}(f) = [\mathbf{Y}_e(f)^{-1} + \mathbf{Y}_g(f)^{-1}]^{-1} \quad (2.32)$$

A matriz de admitâncias externas depende da constante de permissividade do vácuo (ϵ_0) e da geometria das linhas, conforme Equação (2.33) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Y}_e(f) = j\omega 2\pi\epsilon_0 \mathbf{A}^{-1} \quad (2.33)$$

Diferentemente de Carson, os autores incluem no cômputo da admitância transversal, a admitância do solo, calculada pela Equação (2.34) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Y}_g(f) = j\omega\epsilon_0\pi \mathbf{F}_{2g}^{-1}(f) \quad (2.34)$$

Sendo que os elementos de $\mathbf{F}_{2g}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ são calculados pelas relações entre alturas dos condutores e constantes de propagação do vácuo (k_0) e do solo (k_g), conforme Equações (2.35), (2.36) e (2.37) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$F_{2g_{ij}}(f) = \xi_2(f) \ln \left(\frac{h_i + h_j + j\Delta_{ij} + \xi_3(f)}{h_i + h_j + j\Delta_{ij}} \right) \quad (2.35)$$

$$\xi_2(f) = \frac{k_0^2(f)}{k_0^2(f) + k_g^2(f)} \quad (2.36)$$

$$\xi_3(f) = \frac{k_0^2(f) + k_g^2(f)}{k_0^2(f) \sqrt{k_0^2(f) - k_g^2(f)}} \quad (2.37)$$

Por fim, obtém-se a matriz de propagação como o produto entre as matrizes de impedâncias série e admitâncias transversais através da Equação (2.38) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{P}(f) = \mathbf{Z}(f)\mathbf{Y}(f) = [\mathbf{Z}_e(f) + \mathbf{Z}_{in}(f) + \mathbf{Z}_g(f)] [\mathbf{Y}_e^{-1}(f) + \mathbf{Y}_g^{-1}(f)]^{-1} \quad (2.38)$$

As constantes de atenuação dos modos de propagação das linhas são obtidas pela raiz dos auto-valores $[\lambda(f)]$ da matriz de propagação $[\mathbf{P}(f)]$, conforme Equação (2.39) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\gamma_i(f) = \sqrt{\lambda_i(f)} \quad (2.39)$$

O trabalho de D'Amore pode ser usado para recriar as equações de Carson, de

maneira muito mais simplificada. Para tanto basta desconsiderar a admitância do solo para o cômputo da admitância transversal no modelo de propagação da onda, resultando na matriz de propagação da Equação (2.40) (AMIRSHAHI; KAVEHRAD, 2006).

$$\mathbf{P}(f) = [\mathbf{Z}_e(f) + \mathbf{Z}_{in}(f) + \mathbf{Z}_g(f)] \mathbf{Y}_e(f) \quad (2.40)$$

A análise desenvolvida nesta seção é válida para a obtenção da matriz de propagação e, conseqüentemente, as constantes dos modos de propagação das linhas do canal PLC multicondutor. No entanto, de acordo com D'Amore e Sarto (D'AMORE; SARTO, 1997), para se calcular as impedâncias características das linhas do canal MIMO-PLC, deve-se reconsiderar as impedâncias e admitâncias, por unidade de comprimento, do solo nas Equações (2.29) e (2.34), respectivamente.

2.2.2 Impedâncias Características

Para calcular corretamente as impedâncias e admitâncias, além das impedâncias características dos modos de propagação, são as necessárias alterações enumeradas a seguir (D'AMORE; SARTO, 1997).

1. A Equação (2.29), da impedância terrestre, torna-se (D'AMORE; SARTO, 1997):

$$\mathbf{Z}_g(f) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \mathbf{F}_{1g}(f) - \frac{1}{j\omega\epsilon_0\pi} \mathbf{F}_{3g}(f) \mathbf{P}^T(f) \quad (2.41)$$

2. A matriz de propagação, $\mathbf{P}(f)$, usada neste caso é a calculada pela formulação anterior, e $\mathbf{F}_{3g}(f)$ descreve a geometria das linhas, cujos elementos são calculados pela Equação (2.42) (D'AMORE; SARTO, 1997);

$$F_{3g_{ij}}(f) = \xi_2(f) \ln \left(\frac{h_i + j\Delta_{ij} + \xi_3(f)}{h_i + j\Delta_{ij}} \right) \quad (2.42)$$

Tal que os elementos de $F_{1g_{ij}}(f)$ são obtidos pela Equação (2.30) (D'AMORE; SARTO, 1997);

3. A admitância do solo, Equação (2.34), também se altera, para:

$$\mathbf{Y}_g(f) = j\omega\epsilon_0\pi [\mathbf{F}_{2g}(f) - \mathbf{F}_{3g}(f)]^{-1} \quad (2.43)$$

Sendo os elementos de $\mathbf{F}_{2g}(f)$ computados pela Equação (2.35) (D'AMORE; SARTO, 1997);

4. Através das alterações acima descritas, calcula-se finalmente a impedância característica $[\mathbf{Z}_0(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}]$ dos condutores, pela relação da Equação (2.44) (D'AMORE; SARTO, 1997).

$$\mathbf{Z}_0(f) = \sqrt{\frac{\mathbf{Z}(f)}{\mathbf{Y}(f)}} \quad (2.44)$$

Após traduzir as equações matemáticas acima para algoritmos computacionais, foram realizadas algumas simulações para validar os resultados obtidos. A maneira mais direta encontrada de se realizar tal validação foi repetir os resultados obtidos pelos autores da formulação. Na seção seguinte são apresentados tais resultados em comparação com os originais e realizadas algumas análises pontuais dos gráficos.

2.2.3 Validação dos Resultados

Alguns parâmetros usados nas simulações de D'Amore e Sarto são apresentados na Figura 2.8, ademais os autores consideraram a condutividade do solo (σ_g) igual a 5 mS/m e a permissividade relativa do mesmo meio (ϵ_g) igual a 5. Os demais parâmetros não foram divulgados pelos autores, portanto serão adotados valores relativos a um tipo de linha utilizada em tais sistemas, com material condutor de alumínio ($\sigma_w=34,2$ MS/m) e sem isolamento ($\epsilon_w=\epsilon_0$). O compilado de parâmetros necessários ao modelo é apresentado na tabela 2.5.

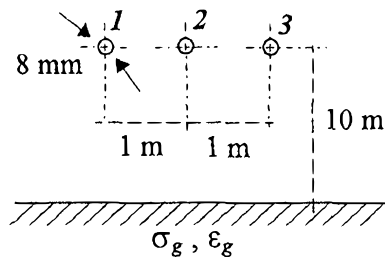


Figura 2.8: Configuração geométrica das linhas de transmissão. Fonte: (D'AMORE; SARTO, 1997)

Os resultados originais das constantes de atenuação do modo comum do sistema multicondutor, simuladas pelas formulações de D'Amore e Sarto e Carson, são representados graficamente pela Figura 2.9.a, do mesmo modo, os resultados obtidos por este autor, reproduzindo os originais, são exibidos na Figura 2.9.b, demonstrando forte semelhança.

Tabela 2.5: Parâmetros para simulação do modelo de linhas de transmissão proposto por D'Amore e Sarto.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
h	10 m	μ_0	400π nH/m
a	4 mm	μ_g	μ_0
Δ	1 m	μ_w	μ_0
n	3	ϵ_0	8,85 pF/m
σ_g	5 mS/m	ϵ_g	$5\epsilon_0$
σ_w	34,2 MS/m	ϵ_w	ϵ_0

Tais gráficos demonstram que até certa frequência, aproximadamente 400 kHz neste caso, ambas as formulações são similares. No entanto, conforme o nível de frequência cresce, os resultados começam a divergir. De acordo com D'Amore e Sarto, essa diferença se deve pela negligência de Carson com relação à admitância do solo. Segundo os autores, o comportamento da onda obtida por sua formulação pode ser explicado pelo fato de que quanto maior a frequência da onda menor sua penetração no solo, fazendo com que cada vez mais ela se concentre na superfície dele, diminuindo as perdas pela dispersão da corrente.

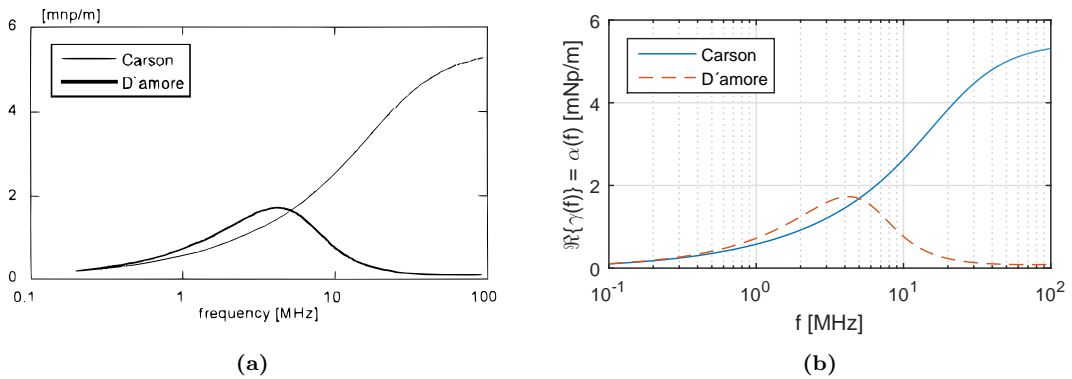


Figura 2.9: Constantes de atenuação do modo comum de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

Na Figura 2.10.a e sua reprodução, Figura 2.10.b, são apresentadas as constantes de fase do sistema multicondutor. Percebe-se neste caso que as formulações de D'Amore e Sarto e de Carson estão em uníssono.

As constantes de atenuação dos outros dois modos do sistema, os DMs, são expostas nas Figuras 2.11. Nesta situação, ambas as formulações são correlatas, mas não idênticas.

Já os parâmetros do sistema multicondutor simulado são ilustrados nas Figuras 2.12 e 2.13, representando respectivamente alguns elementos das matrizes de impedâncias série e admitâncias paralelas, respectivamente. Os autores pontuam

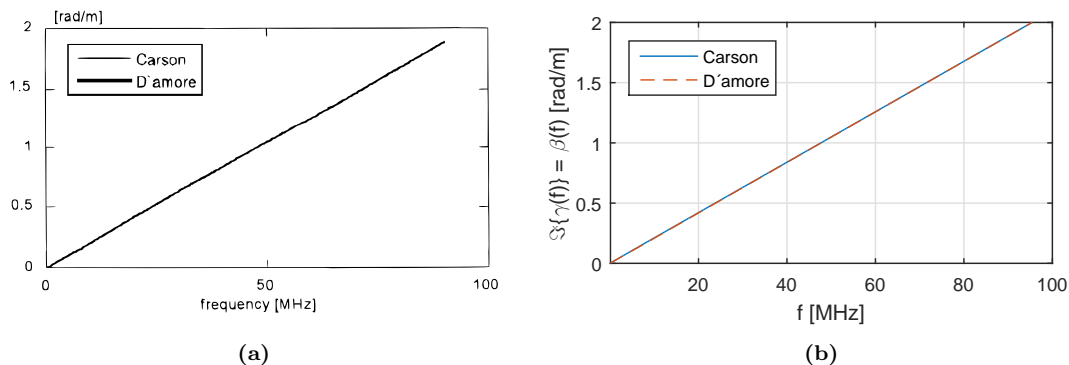


Figura 2.10: Constantes de fase do modo comum de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

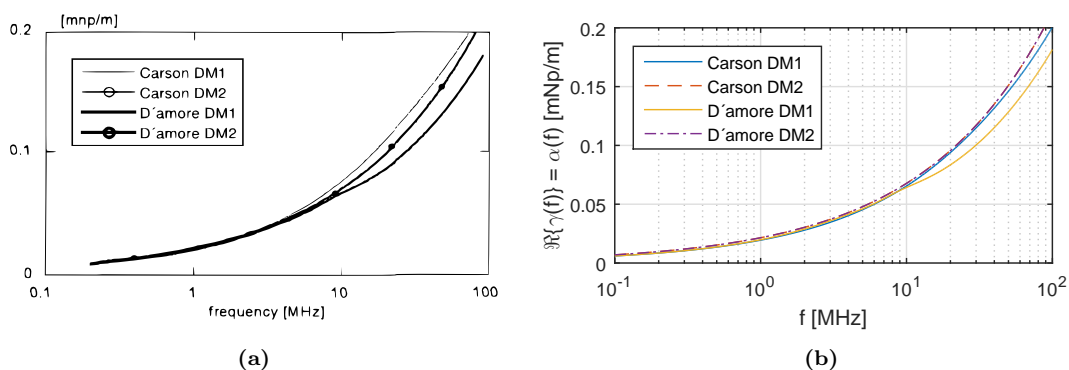


Figura 2.11: Constantes de atenuação dos modos diferenciais de propagação, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

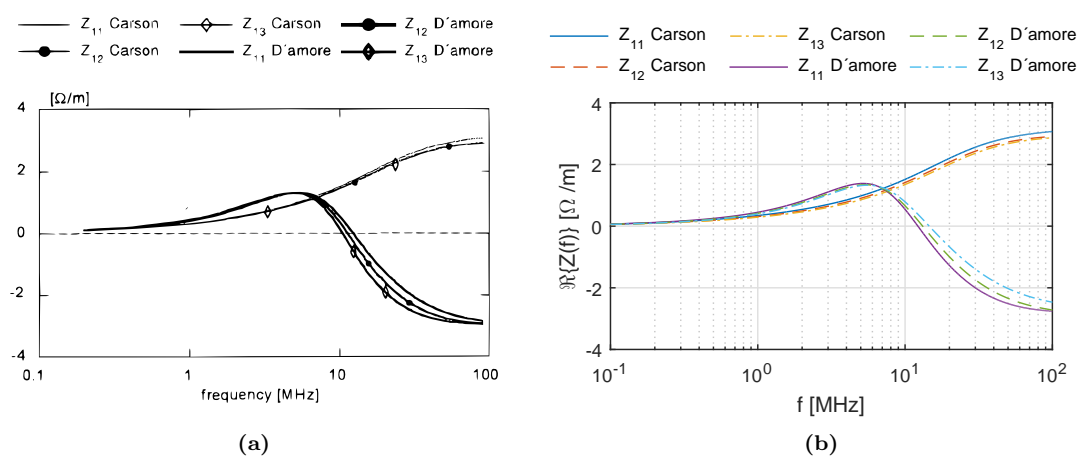


Figura 2.12: Impedâncias do sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

que em momento algum o sistema terá ação ativa, mesmo que os valores negativos de impedância série possam dar tal impressão. Este comportamento pode ser comprovado pelos gráficos das constantes de atenuação, que não apresentam valores abaixo de zero.

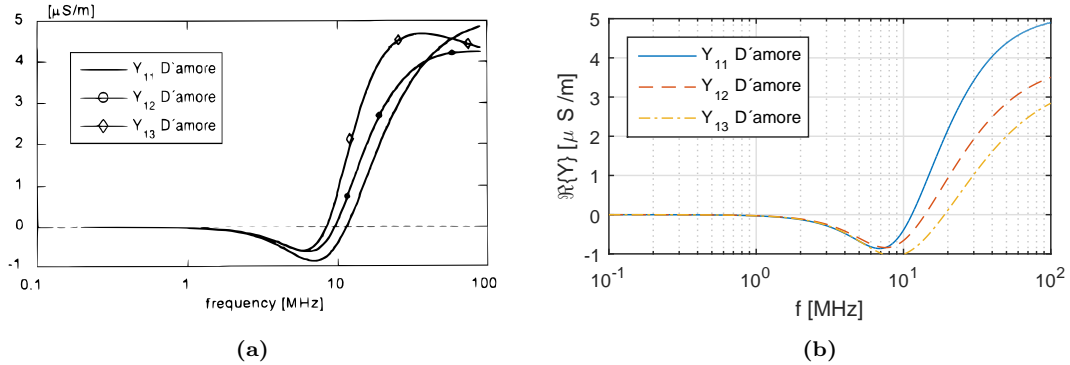


Figura 2.13: Admitâncias do sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

Por fim, é importante verificar o comportamento das impedâncias características das linhas. Nas Figuras 2.14 e 2.15 apresentam-se as partes real e imaginária, respectivamente, da impedância característica da primeira linha do sistema multicondutor. Nelas, pode-se verificar que, de acordo com a formulação de D'Amore, a linha apresenta conduta capacitiva até certa frequência, neste caso em aproximadamente 10 MHz, e indutiva após ela. Ademais, os autores classificam o comportamento da onda na crista como uma ressonância entre a corrente e o solo.

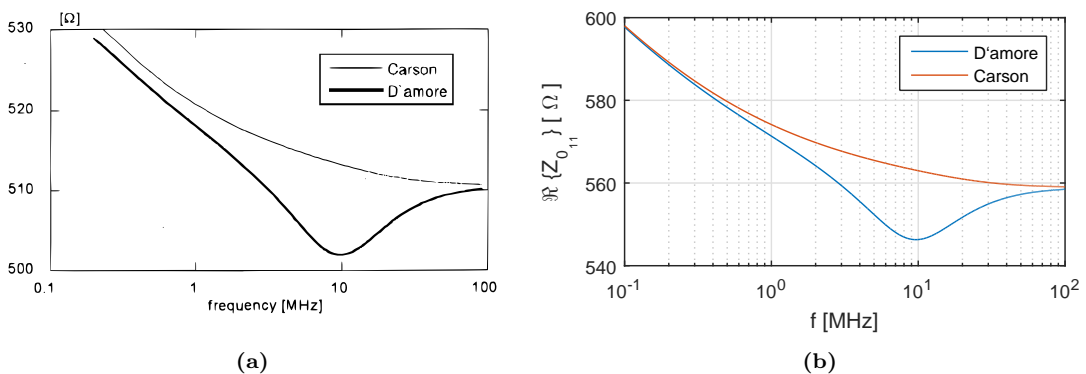


Figura 2.14: Parte real das impedâncias características das linhas no sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore. Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

É válido pontuar que os parâmetros utilizados por D'Amore e Sarto para as simulações não foram totalmente divulgados. O fato de poder haver divergências entre os valores utilizados por eles e por este autor, pode explicar algumas di-

ferências no comportamento das admitâncias da Figura 2.13 e nos valores das impedâncias características das Figuras 2.14 e 2.15.

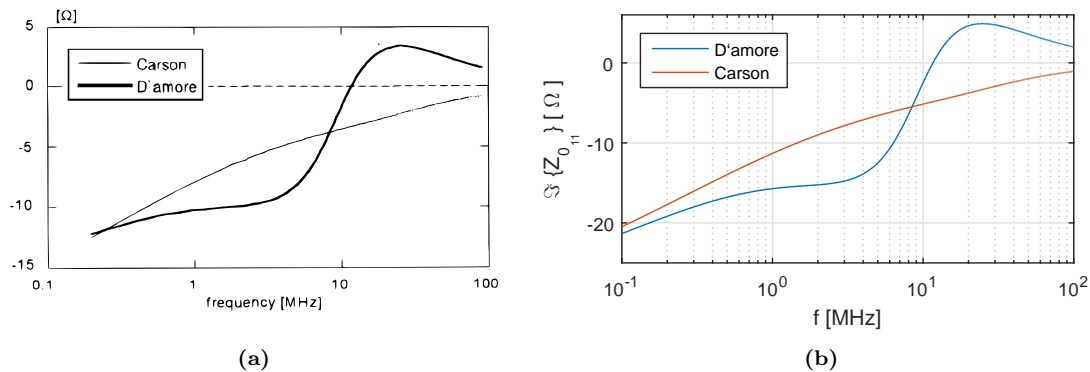


Figura 2.15: Parte imaginária das impedâncias características das linhas no sistema multicondutor, simuladas pela formulação de Carson e D'Amore.

Fontes: (a) (D'AMORE; SARTO, 1997); (b) Autoria própria.

2.3 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentadas formulações matriciais para obtenção da constante de propagação e impedâncias características de um sistema MTL, de Carson (CARSON, 1926) e de D'Amore (D'AMORE; SARTO, 1997). Através destas formulações foi simulada uma linha de transmissão a fim de validar o algoritmo criado pelo autor, comparando-o com os resultados de (D'AMORE; SARTO, 1997). Tal simulação mostrou grande convergência entre os resultados deste trabalho e o de Damore, apresentando algumas poucas diferenças nas admitâncias e impedâncias características, o que pode ser explicado pela eventual diferença nos parâmetros usados, haja vista que no trabalho de D'Amore são omitidas informações.

Ademais, os resultados da simulação do modelo de D'Amore foram comparados com os do modelo de Carson, resultando em uma diferença expressiva entre as atenuações encontradas em altas frequências, como era de se esperar, pois o trabalho de Carson não é apropriado para sinais nessa faixa. Sendo assim, ao restante do trabalho, a formulação de D'Amore será adotada.

Tendo determinado um modelo das linhas de transmissão, incluso as constantes de propagação dos modos e suas respectivas impedâncias características, resta obter formulação para o modelo de canal, considerando as distâncias dos ramos de linhas e as reflexões causadas pelos descasamentos de impedância entre ramos e cargas. No próximo capítulo serão apresentadas duas formulações distintas para

o modelo do canal a partir do modelo de linhas de D'Amore e Sarto, apresentado neste capítulo.

3 Modelos de Canal SISO-PLC

Os modelos de linhas de transmissão descritos no capítulo anterior são usados para determinar uma formulação matemática dos comportamentos das linhas num sistema PLC, determinando atenuações e desvios de fase da onda propagada, além de descrever as impedâncias características das linhas. No entanto, para simular comunicações no ambiente escolhido, é necessário incluir outros parâmetros no modelo, como as derivações das linhas, que causam descasamentos de impedâncias no percurso, gerando múltiplas réplicas do sinal enviado através de múltiplos caminhos entre o transmissor e o receptor.

Neste capítulo serão estudados modelos que incluem tais variáveis, a fim de levantar a função de transferência do canal, que descreve a relação entre o sinal recebido e o enviado. Num primeiro momento serão demonstrados dois modelos de canal SISO-PLC, válidos para redes de apenas um condutor, além do solo. Estes modelos serão usados para determinar as funções de transferência de cada modo de propagação do sistema, que se comportam como canais SISO, virtuais e independentes. Todavia, tal modelo não descreve a realidade em uma rede PLC, pois não há como acoplar comunicadores que se utilizem destes canais virtuais.

Para que o modelo matemático do canal possa ser usado para simular comunicações válidas, deve-se determinar os canais reais do sistema, o que é feito na seção 4, em que os canais virtuais SISO são combinados para obter os canais reais de todas as linhas do sistema, representando um canal MIMO.

A seguir, serão descritos alguns modelos de redes de energia elétrica aplicáveis ao canal de comunicação PLC de SISO-PLC, usando-se apenas dois condutores para transmissão e recepção do sinal. Os modelos a serem descritos são usados para calcular a função de transferência dos sub-sistemas virtuais de dois condutores do sistema multi condutor, que são os modos de propagação descritos na Seção 2.2. Tal passo é necessário para que possamos encontrar o canal MIMO-PLC, como será visto na Seção 4, pois os modos de propagação são considerados sistemas de apenas dois condutores e, portanto cada canal virtual pode ser modelado como um sistema SISO.

Ao simular-se um canal, deve-se definir primeiramente qual abordagem seguir: a partir de medidas ou a partir da configuração física do canal. Na literatura, define-se tais abordagens como *top-down* e *bottom-up*, respectivamente.

3.1 Abordagem *Top-Down*

O tratamento *top-down* é realizado decompondo-se e ajustando-se as variáveis que afetam o canal, através da realização de medidas. Com este procedimento, o principal trabalho para canal PLC data de 2002 (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002), sendo denominado modelo de canal PLC por multipercurso, o qual apresenta parâmetros da função de transferência no domínio da frequência a serem ajustados para emular um canal descrito a partir de medidas elétricas reais.

3.1.1 Canal PLC por Multipercurso

A função de transferência do modelo de canal por multipercurso é caracterizada pela soma de N sinais percorrendo percursos distintos, conforme Equação (3.1) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i(f) A(f, d_i) e^{-j2\pi f \tau_i} \quad (3.1)$$

Sendo $g_i(f)$ uma constante de ponderação atrelada a cada percurso do canal, de índice $i = \{1, \dots, N\}$, que pode ser calculada através dos índices de reflexão em cada nó ao longo do caminho, visto mais a frente; $A(f, d_i)$ é a atenuação sofrida pelo sinal naquele percurso, dependente da frequência e da distância do caminho i . A exponencial modela o desvio de fase do canal, caracterizado pelo atraso que o sinal sofre naquele determinado caminho, denominado atraso temporal (τ_i), o qual pode ser obtido pela razão entre a distância a ser percorrida pelo sinal no percurso (d_i) e a velocidade de propagação da onda no canal (v_p), Equação (3.2) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$\tau_i = \frac{d_i}{v_p} \quad (3.2)$$

Note-se que v_p depende da constante dielétrica do material isolante utilizado (ϵ_r) e da velocidade da luz (c_0), Equação (3.3) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$v_p = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.3)$$

A porção de atenuação na função de transferência, segundo Zimmermann, pode ser decomposta em quatro parâmetros, Equação (3.4) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$A(f, d_i) = e^{-(a_0 + a_1 f^k) d_i} \quad (3.4)$$

Assim, a formulação de Zimmermann considera quatro parâmetros gerais: a_0 , a_1 , k e v_p , sendo os três primeiros, relativos à porção de atenuação e o último à porção de atraso; e dois parâmetros que precisam ser determinados em cada percurso: g_i e d_i , resultando na equação final proposta pelo autor, Equação (3.5) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i(f) e^{-(a_0 + a_1 f^k) d_i} e^{-j2\pi f d_i / v_p} \quad (3.5)$$

Os resultados de Zimmermann e Dostert serão usados neste trabalho, mas de maneira modificada. Portanto, o estudo original desse canal não será detalhado, mas pode ser observado em publicações dos autores (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999, 2002).

3.2 Abordagem *Bottom-Up*

A abordagem *bottom-up* trata de construir um sistema a partir da composição de sub-sistemas em cascata. Pode-se assemelhá-la a uma pirâmide, que é construída de baixo para cima. A estrutura vai se formando pelo arranjo de elementos até atingir um ponto final, o topo.

Em PLC, esse método é usado para compor o canal através de suas características físicas: topologia da rede, material dos cabos, acoplamento, composição do solo, etc; o resultado final padrão é a função de transferência do canal.

Na subseção a seguir será demonstrada a modificação da formulação de Zimmermann e Dostert, apresentada na Subseção 3.1.1, com intuito de torná-lo um modelo *bottom-up*. Ademais, há duas metodologias clássicas dignas de serem citadas que, por natureza, possuem topologia *bottom-up*: modelo por matriz ABCD e modelo por matriz de espalhamento, ou *matrix-S* (*scattering matrix*) (MENG et al., 2004). Ambas se baseiam no modelo de redes de duas portas dispostas em

cascata, e, por serem similares, apenas a primeira formulação será adotada neste trabalho, tal qual é demonstrada na Subseção 3.2.2.

3.2.1 Canal PLC por Multipercurso Modificado

O canal por multipercurso, desenvolvido por Zimmermann (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002), é baseado na abordagem *top-down*; no entanto, caso a constante de propagação do canal já tenha sido determinada, o processo pode ser muito mais simples, dado que os parâmetros de atenuação e atraso das linhas de transmissão já são descritos pela sua constante de propagação, Equações (3.6) e (3.7) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002).

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i(f) e^{-(a_0 + a_1 f^k) d_i} e^{-j2\pi f d_i / v_p} = \sum_{i=1}^N g_i(f) e^{-\alpha(f) d_i} e^{-j\beta(f) d_i} \quad (3.6)$$

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i(f) e^{-\gamma(f) d_i} \quad (3.7)$$

Desta forma, a modelagem do canal depende de vários sinais que percorrem a rede e se somam, no domínio da frequência, ao chegar no receptor. Tais sinais são caracterizados pela constante de propagação do canal, $\gamma(f)$, pela distância percorrida pela onda, d_i , e pela constante de ponderação do percurso percorrido, $g_i(f)$.

Em um canal com derivações com descasamento de impedâncias, há infinitos caminhos que um sinal pode percorrer desde a fonte até o receptor. Vê-se na Figura 3.1 um canal genérico em que é injetada uma corrente no ponto A para ser recebida no ponto B. Como há uma derivação no nó C, parte da corrente será refletida de volta para a fonte, dado o descasamento de impedância entre a terminação C e a linha (1), outra parte do sinal propagar-se-á até a terminação D e a outra parte propagar-se-á até o receptor. No entanto, essa corrente que escoou pela linha (3) irá atingir a terminação D e parte será absorvida e outra refletida. Desta corrente que refletiu, ao chegar de volta ao ponto C, parte irá para o receptor e parte será refletida novamente.

Este processo repete-se indefinidas vezes, formando assim infinitas correntes chegando no receptor, até que as perdas Ohmicas introduzidas em cada percurso tornem desprezíveis a energia da maioria das réplicas do sinal. Assim, a cada reflexão o sinal é atenuado e quanto maior for a distância percorrida maiores

serão as perdas por efeito Joule, sendo assim, haverá poucos sinais com energia suficiente para serem considerados pelo receptor. Define-se portanto, um número finito de percursos a ser considerado no canal. Neste trabalho o algoritmo desenvolvido considera todos os percursos que possuem mais de 1% da energia do percurso direto e que passem no máximo duas vezes pela mesma derivação. Visto que abaixo deste valor, o percurso possui pouca influência na atenuação/desvio de fase do canal.

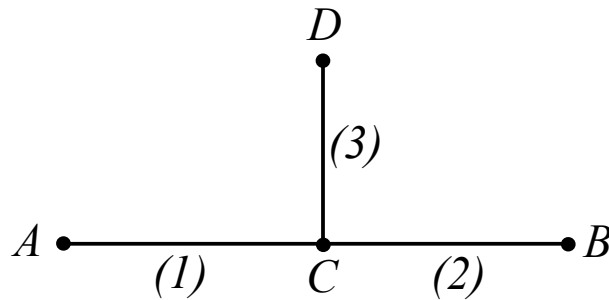


Figura 3.1: Canal com uma derivação. Fonte: Autoria própria.

O cálculo dos fatores de ponderação em cada percurso é realizado através da multiplicação dos fatores de reflexão e transmissão encontrados ao longo do caminho (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999). Para facilitar o entendimento deste cômputo, considere o circuito com uma derivação da Figura 3.1. Por simplicidade de análise, mas sem perda de generalidade, serão levados em conta apenas 3 percursos dominantes no canal: $A \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ e $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$. Analisa-se percurso por percurso:

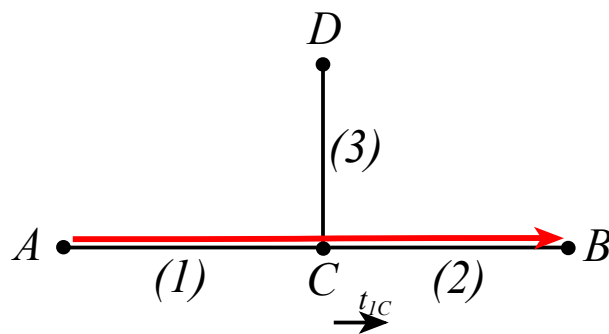


Figura 3.2: Percurso mais direto: ACB. Fonte: Autoria própria.

- Percurso $A \rightarrow C \rightarrow B$: O primeiro caminho, representado na Figura 3.2, é o mais direto possível, passando apenas pelo nó C. Ao chegar nesta derivação, o sinal é refletido e apenas uma parte é transmitida ao receptor. O valor destas porções é calculado através do coeficiente de reflexão, que nada mais é do que uma relação entre a impedância na terminação e a impedância da linha, calculada pela Equação (3.8) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999).

$$r(f) = \frac{Z_T(f) - Z_0(f)}{Z_T(f) + Z_0(f)} \quad (3.8)$$

Sendo Z_0 a impedância da linha e Z_T a impedância da terminação no ponto de reflexão, dada, neste caso, pela impedância equivalente entre as linhas (2) e (3), Equação (3.9).

$$Z_T(f) = Z_{L3}(f) || Z_{L2}(f) = \frac{Z_{L3}(f) \cdot Z_{L2}(f)}{Z_{L3}(f) + Z_{L2}(f)} \quad (3.9)$$

O coeficiente de reflexão entre o nó C e a linha (1) é calculado pela substituição de (3.9) em (3.8), resultando em (3.10), considerando-se que a impedância característica $[Z_0(f)]$ da linha (1) é igual a $[Z_{L1}(f)]$, da linha (2) é igual a $[Z_{L2}(f)]$ e da linha (3) é igual a $[Z_{L3}(f)]$.

$$r_{1C}(f) = \frac{Z_{L3}(f) || Z_{L2}(f) - Z_{L1}(f)}{Z_{L3}(f) || Z_{L2}(f) + Z_{L1}(f)} \quad (3.10)$$

Tal coeficiente é um número complexo e terá, em módulo, valores iguais ou menores que 1, $|r(f)| \leq 1$, representando a porcentagem do sinal que é refletido de volta para o ponto A. Caso as impedâncias estejam totalmente casadas, ou seja, $Z_T(f) = Z_0(f)$, o coeficiente será nulo e todo sinal que chegar na terminação passará ao outro lado. Caso $Z_T(f) \ll Z_0(f)$ ou $Z_T(f) \gg Z_0(f)$, o valor do módulo do coeficiente será unitário e todo o sinal que chegar na terminação será absorvido por ela.

A porção que interessa no entanto, não é a refletida e sim a que chega ao receptor. Portanto, neste caso deve-se encontrar o coeficiente de transmissão no nó visto pela linha (1), $t_{1C}(f)$, que nada mais é do que a porcentagem do sinal que consegue transpassar o nó e é dado pela relação da Equação (3.11) (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999).

$$t_{1C}(f) = 1 - |r_{1C}(f)| \quad (3.11)$$

O fator de ponderação, da Equação (3.7), neste percurso será igual ao de transmissão do nó C, pois ele só passa por essa terminação, Equação (3.12).

$$g_1(f) = t_{1C}(f) \quad (3.12)$$

A distância que o sinal percorre por este caminho é a soma dos comprimentos da linha (1) com a linha (2).

$$d_1 = l_1 + l_2 \quad (3.13)$$

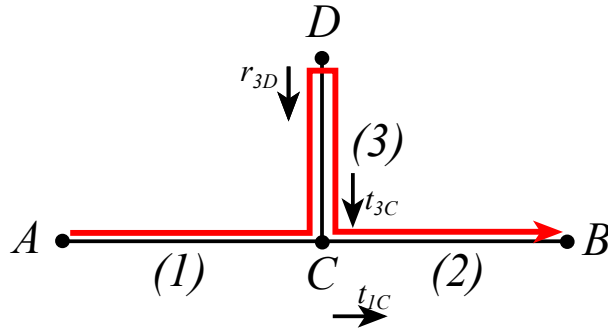


Figura 3.3: Percurso com uma passagem pelo ramo. Fonte: Autoria própria.

- Percurso $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$: Neste percurso, representado na Figura 3.3, o sinal também passa pelo nó C, portanto é necessário considerar a porcentagem que transpassa o nó $[t_{1C}(f)]$. A parte do sinal que não for refletida no nó C vai até a terminação D e volta para o nó C antes de chegar ao receptor. Neste caso, deve-se considerar a porcentagem que foi refletida pelo nó D e não a que o transpassou, portanto considera-se também o fator de reflexão entre o nó e a linha $[r_{3D}(f)]$, Equação (3.14).

$$r_{3D}(f) = \frac{Z_D(f) - Z_0(f)}{Z_D(f) + Z_0(f)} \quad (3.14)$$

Sendo $Z_D(f)$, a impedância na terminação D.

Do sinal que chegou ao nó D, somente $r_{3D}(f) \times 100$ [%] voltará ao nó C. Ao chegar em C, uma porção ainda é refletida de volta a D. Portanto, deve-se calcular qual parte do sinal foi transmitido ao receptor passando pelo nó C, através do fator de transmissão entre o nó C e a linha (3), $t_{3C}(f)$, Equação (3.15).

$$t_{3C}(f) = 1 - |r_{3C}(f)| \quad (3.15)$$

$$r_{3C}(f) = \frac{Z_{L1}(f) || Z_{L2}(f) - Z_{L3}(f)}{Z_{L1}(f) || Z_{L2}(f) + Z_{L3}(f)} \quad (3.16)$$

O fator de ponderação deste percurso é dado pelo produto de todas as partes que foram transmitidas ou refletidas ao longo do caminho, Equação (3.17).

$$g_2(f) = t_{1C}(f) \cdot r_{3D}(f) \cdot t_{3C}(f) \quad (3.17)$$

A distância que o sinal percorre por este caminho é a soma dos comprimentos da linha (1) com a linha (2) e mais duas vezes o comprimento da linha ramificada, Equação (3.18).

$$d_2 = l_1 + l_2 + 2l_3 \quad (3.18)$$

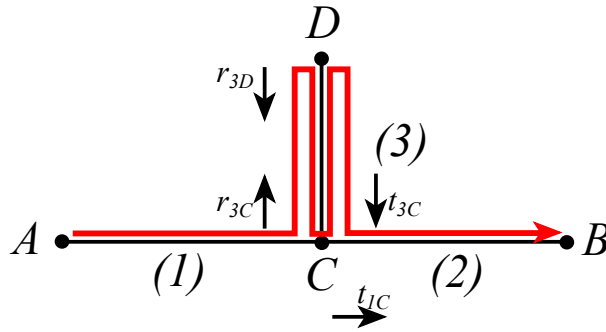


Figura 3.4: Percurso com duas passagens pelo ramo. Fonte: Autoria própria.

- Percurso $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$: O percurso mais longo dos que foram considerados aqui, representado na Figura 3.4, passa duas vezes pelo ramo, refletindo nos nós D e C até conseguir passar por C e chegar em B. Fazendo o caminho completo: tem-se a parte do sinal que transpassa o nó C [$t_{1C}(f)$], é refletida em D [$r_{3D}(f)$], volta para C e é refletida para D [$r_{3C}(f)$], é refletida novamente em D [$r_{3D}(f)$] e somente após passar pelo nó C [$t_{3C}(f)$] chega em B. Resultando no fator de ponderação da Equação (3.19).

$$g_3(f) = t_{1C}(f) \cdot r_{3D}(f) \cdot r_{3C}(f) \cdot r_{3D}(f) \cdot t_{3C}(f) \quad (3.19)$$

Finalmente, a distância que o sinal percorre por este caminho é a soma dos comprimentos de cada linha percorrida, Equação (3.20).

$$d_3 = l_1 + l_3 + l_3 + l_3 + l_3 + l_2 = l_1 + l_2 + 4l_3 \quad (3.20)$$

Portanto, além das constantes de propagação das linhas de transmissão, traçar o canal através do modelo por multipercurso depende apenas de mais duas variáveis, $g_i(f)$ e d_i , que são calculadas através da metodologia apresentada nesta seção.

3.2.2 Canal PLC por Matriz ABCD

Toda rede de linhas de transmissão pode ser descrita pela junção de várias redes de duas portas. Desacoplando tais redes, pode-se calcular a influência individual de cada uma e depois juntá-las para formar o sistema final.

Dado um circuito como o da Figura 3.5, havendo um transmissor e um receptor, respectivamente denominados fonte e carga, acoplados a um canal, sua função de transferência é dada pela relação entre a tensão de saída do canal, U_2 , pela tensão da fonte, U_F , que é descrita na Equação (3.21) (BANWELL; GALLI, 2001).

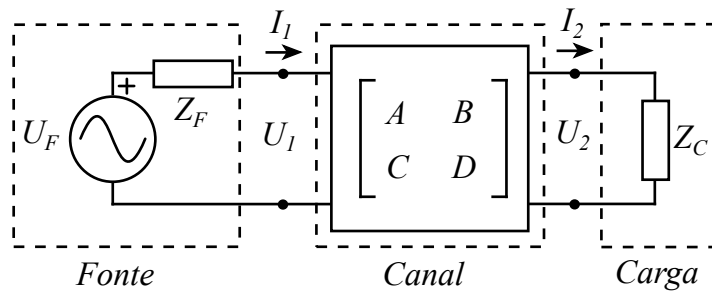


Figura 3.5: Rede de duas portas conectada a uma fonte e uma carga. Fonte: Autoria própria.

$$H(f) = \frac{U_2(f)}{U_F(f)} = \frac{Z_C(f)}{A(f, l)Z_C(f) + B(f, l) + C(f, l)Z_C(f)Z_F(f) + D(f, l)Z_F(f)} \quad (3.21)$$

As impedâncias $Z_F(f)$ e $Z_C(f)$, da fonte e da carga respectivamente, são determinadas pelo acoplamento entre transmissor, receptor e linhas. Os elementos A, B, C e D dependem da característica topológica do canal PLC. Assim, caso a rede seja parte da linha principal de transmissão do sinal, o cálculo da matriz de canal é baseado somente nos condutores constituintes da linha de transmissão, sendo descrito pela Equação (3.22) (ATTIA, 2004).

$$\Phi(f, l) = \begin{bmatrix} A(f, l) & B(f, l) \\ C(f, l) & D(f, l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh[\gamma(f)l] & Z_0(f) \sinh[\gamma(f)l] \\ \frac{1}{Z_0(f)} \sinh[\gamma(f)l] & \cosh[\gamma(f)l] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Sendo $\gamma(f)$ a constante de propagação do canal, $Z_0(f)$ a impedância característica da linha e, l o comprimento dela.

No entanto, caso seja uma derivação da linha principal, aqui chamada de ramo, o cálculo da matriz ABCD deve incluir a impedância da terminação do

ramo, Equação (3.23) (BANWELL; GALLI, 2001).

$$\Phi(f, d_{ramo}) = \begin{bmatrix} A(f, d_{ramo}) & B(f, d_{ramo}) \\ C(f, d_{ramo}) & D(f, d_{ramo}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{eq}(f, d_{ramo})} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Sendo, $Z_{eq}(f)$ a impedância equivalente do ramo, dada pela Equação (3.24) (ATTIA, 2004). Tal que $Z_{ramo}(f)$ denota a impedância na terminação da derivação e d_{ramo} , o comprimento do ramo derivado.

$$Z_{eq}(f, d_{ramo}) = Z_0(f) \frac{Z_{ramo}(f) + Z_0(f) \tanh(\gamma d_{ramo})}{Z_0(f) + Z_{ramo}(f) \tanh(\gamma(f) d_{ramo})} \quad (3.24)$$

As perdas e distorções impostas pela derivação no sinal transmitido são caracterizadas pela constante de propagação da linha $[\gamma(f)]$.

A fim de usar tal canal em casos reais, é necessário modelá-lo para redes com diversos ramos. Para tanto, pode-se trabalhá-lo como múltiplas redes de duas portas em cascata (ATTIA, 2004). No exemplo da Figura 3.6, aloca-se uma fonte transmissora em um canal com uma derivação localizada a uma distância d_1 da fonte e d_2 da terminação no receptor. Neste caso, há três redes distintas de duas portas: entre os pontos $U_1(f)$ e $U_{ramo}(f)$ há uma rede formada apenas pela linha principal, assim como entre os pontos $U_{ramo}(f)$ e $U_2(f)$, formando assim duas redes distintas de duas portas. A terceira rede é a do ramo em que a terminação caracterizada por uma carga $Z_{ramo}(f, d_{ramo})$ está acoplada ao sistema através das linhas de comprimento d_{ramo} . Em cada trecho da linha de transmissão, identificado por uma terminação-derivação ou terminação-terminação encontra-se uma matriz ABCD, que será chamada de $\Phi_i(f, l)$, sendo i seu índice, tal que $i = \{1, 2, \dots, N_{redes}\}$. Finalmente, multiplica-se todo $\Phi_i(f, l)$ do sistema para encontrar a matriz ABCD completa, capaz de caracterizar o canal PLC completo (BANWELL; GALLI, 2001):

$$\Phi(f) = \begin{bmatrix} A(f) & B(f) \\ C(f) & D(f) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{N_{redes}} \Phi_i(f, l) \quad (3.25)$$

Para exemplificar o uso de matrizes ABCD na modelagem de uma linha de transmissão SISO-PLC, considera-se uma topologia com uma ramificação, sendo que o ramo dista de 80 m do transmissor e 100 m do receptor, tendo linhas de 20 m de comprimento, Figura 3.7. Assumindo que a impedância característica dos cabos seja igual a $Z_0(f) = 50 \Omega$ e, por simplicidade, para que a impedância

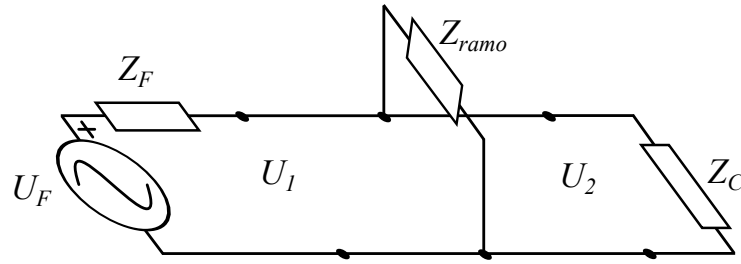


Figura 3.6: Circuito com uma ramificação e, conseqüentemente, três redes de duas portas. Fonte: Autoria própria.

da fonte e da carga estejam casadas com a da linha, seus valores serão admitidos iguais a $Z_0(f)$.

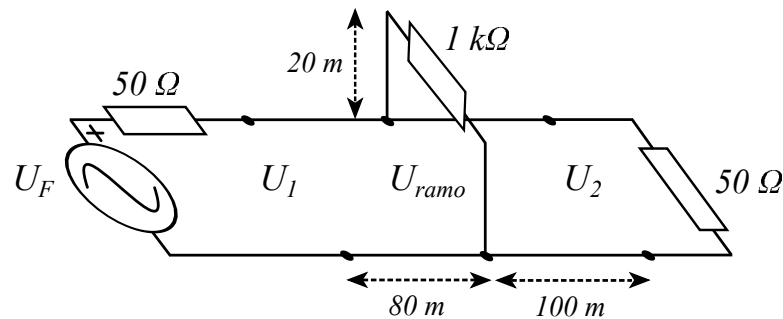


Figura 3.7: Exemplo de uma topologia com ramificação. Fonte: Autoria própria.

Nesta topologia, pode-se enxergar três sub-redes de duas portas distintas: as linhas entre o transmissor e o ramo, o ramo, e as linhas entre o ramo e o receptor, como pode ser visto nas imagens da Figura 3.8.

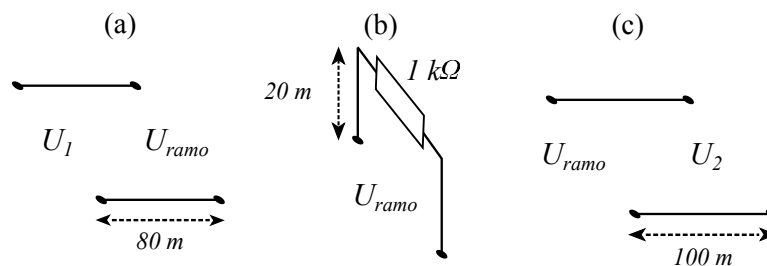


Figura 3.8: Redes de duas portas em cascata: (a) Linhas entre transmissor e ramo. (b) Ramificação. (c) Linhas entre ramo e receptor. Fonte: Autoria própria.

Como apresentado anteriormente, para cada sub-rede de duas portas é calculada uma matriz $\Phi_i(f)$, sendo que em sub-redes compostas apenas por linhas, a matriz é calculada pela Equação (3.22), e em sub-redes com linhas e terminação com cargas a matriz é imediatamente calculada pela Equação (3.23). Portanto, o cálculo da matriz da primeira sub-rede é demonstrado pela Equação (3.26), podendo ser usada a constante de propagação $[\gamma(f)]$ definida no Capítulo 2.

$$\begin{aligned}\Phi_1(f, l) &= \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_0(f) \sinh(\gamma(f)l) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma(f)l) & \cosh(\gamma(f)l) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cosh(80\gamma(f)) & 50 \sinh(80\gamma(f)) \\ \frac{1}{50} \sinh(80\gamma(f)) & \cosh(80\gamma(f)) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Enquanto que a matriz da segunda sub-rede é calculada pela Equação (3.23), demonstrada na Equação (3.27).

$$\Phi_2(f, d_{ramo}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{eqramo}(f, d_{ramo})} & 1 \end{bmatrix}\quad (3.27)$$

Sendo a impedância equivalente do ramo computada pela Equação (3.24) e demonstrada na Equação (3.28).

$$\begin{aligned}Z_{eqramo}(f, l) &= Z_0(f) \frac{Z_{ramo}(f) + Z_0(f) \tanh(\gamma(f)d_{ramo})}{Z_0(f) + Z_{ramo}(f) \tanh(\gamma(f)d_{ramo})} \\ &= 50 \frac{1000 + 50 \tanh(20\gamma(f))}{50 + 1000 \tanh(20\gamma(f))}\end{aligned}\quad (3.28)$$

Por fim, a matriz da terceira sub-rede é calculada da mesma maneira que da primeira, demonstrada na Equação (3.29).

$$\begin{aligned}\Phi_3(f, l) &= \begin{bmatrix} \cosh(\gamma(f)l) & Z_0(f) \sinh(\gamma(f)l) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma(f)l) & \cosh(\gamma(f)l) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cosh(100\gamma(f)) & 50 \sinh(100\gamma(f)) \\ \frac{1}{50} \sinh(100\gamma(f)) & \cosh(100\gamma(f)) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.29)$$

Finalmente, a matriz ABCD é obtida pelo produtório das matrizes $\Phi_i(f, l)$, Equação (3.25), ou seja, as sub-redes são colocadas em cascata para formar o caminho total entre o transmissor e o receptor, demonstrada nas Equações (3.30) e (3.31).

$$\begin{bmatrix} A(f) & B(f) \\ C(f) & D(f) \end{bmatrix} = \Phi_1(f, l) \cdot \Phi_2(f, l) \cdot \Phi_3(f, l)\quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A(f) & B(f) \\ C(f) & D(f) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cosh(80\gamma(f)) & 50 \sinh(80\gamma(f)) \\ \frac{1}{50} \sinh(80\gamma(f)) & \cosh(80\gamma(f)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{\text{eqramo}}(f, d_{\text{ramo}})} & 1 \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \cosh(100\gamma(f)) & 50 \sinh(100\gamma(f)) \\ \frac{1}{50} \sinh(100\gamma(f)) & \cosh(100\gamma(f)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Enquanto que a função de transferência do canal, no domínio da frequência, é dada pelas relações da Equação (3.21) e demonstrada nas Equações (3.32) e (3.33).

$$H(f) = \frac{U_2(f)}{U_F(f)} = \frac{Z_C(f)}{A(f, l)Z_C(f) + B(f, l) + C(f, l)Z_C(f)Z_F(f) + D(f, l)Z_F(f)} \quad (3.32)$$

$$H(f) = \frac{50}{50A(f, l) + B(f, l) + 2500C(f, l) + 50D(f, l)} \quad (3.33)$$

Portanto, uma rede elétrica de transmissão pode ser dividida em pequenas sub-redes, modeladas pelas Equações (3.22), (3.23) e (3.24), que colocadas em cascata, Equação (3.25), fornecem dados suficientes para levantamento do modelo do canal através de sua função de transferência, Equação (3.21).

Após considerar e apresentar os dois modelos de canal usados neste trabalho, serão demonstrados e discutidos alguns resultados numéricos das simulações na próxima seção.

3.3 Análise de Capacidade

Para efeitos de comparação, todos os canais simulados neste trabalho serão considerados seletivos em frequência. Desta forma, o cálculo de capacidade será realizado dividindo-se o comprimento espectral do canal em subcanais de largura de banda igual a B , de tal maneira a garantir que a atenuação em cada subcanal seja considerada plana. A capacidade para canais com desvanecimento, seletivos em frequência e invariantes no tempo é obtida resolvendo-se o problema de alocação de potência da Equação 3.34 (GOLDSMITH, 2005).

$$C = \max_{P_j: \sum_j P_j \leq Pt} \sum_j B \log_2 \left(1 + \frac{|H_j|^2 P_j}{N_0 B} \right) \quad (3.34)$$

Sendo H_j a atenuação do subcanal j , N_0 a densidade espectral unilateral de potência do ruído, em W/Hz e P_j a potência, em Watts, alocada para o subcanal j , de modo a respeitar a restrição de potência aplicada no canal, $\sum_j P_j \leq Pt$, sendo Pt a potência total do sinal. A otimização da alocação da potência aplicada nos subcanais é obtida pela Equação 3.35 (GOLDSMITH, 2005).

$$\frac{P_j}{Pt} = \begin{cases} \frac{1}{\zeta_0} - \frac{1}{\zeta_j}, & \text{se } \zeta_j \geq \zeta_0, \\ 0, & \text{se } \zeta_j < \zeta_0. \end{cases} \quad (3.35)$$

Sendo ζ_j a relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio*) (SNR) de potência no subcanal j , igual a $(|H_j|^2 Pt)/(N_0 B)$, e ζ_0 o limite de SNR imposto aos subcanais, calculada através da Equação (3.36), que é obtida substituindo-se (3.35) na condição de restrição da Equação (3.34), considerando-se a alocação de toda a potência disponível (Pt).

A alocação de potência ótima, acima descrita, baseia-se no conceito de *water-filling* (GOLDSMITH, 2005), de modo que os subcanais com menores atenuações são favorecidos em relação aos outros e subcanais que não satisfaçam o limite de SNR imposto, $\zeta_j < \zeta_0$, sejam desprezados na alocação.

$$\sum_j \left(\frac{1}{\zeta_0} - \frac{1}{\zeta_j} \right) = 1 \quad (3.36)$$

O algoritmo desenvolvido para o cômputo das capacidades dos canais PLC de média e alta tensão rurais obtidos neste trabalho é baseado na estratégia *water-filling*. Na seção subse- quente, será visto que em canais PLC-SISO com distribuição ótima de potência via algoritmo *water-filling*, taxas de transmissão da ordem de centenas de Mbits/s são factíveis de serem obtidas, considerando uma banda total usada para transmitir informação pelo canal PLC da ordem de dezenas de MHz e igual a soma das bandas dos subcanais. Ademais, adota-se que banda total selecionada é contígua e sempre posicionada na parte superior do espectro disponível.

3.4 Resultados

As simulações computacionais, objetivando avaliar o modelo de canal SISO-PLC aéreo de média tensão, serão realizadas usando as duas formulações discutidas neste capítulo: a de Zimmermann, também denominada modelagem por multipercurso modificada e o modelo por matriz ABCD.

A constante de propagação é calculada pela formulação de D'Amore e os parâmetros da linha de transmissão de energia são os mesmos adotados nas simulações da seção 2.2.3, em um canal com 3 condutores aéreos, situados a 10 m acima do solo.

Na modelagem por multipercurso, o algoritmo desenvolvido para calcular os fatores de ponderação e as distâncias nos percursos leva em consideração todos os possíveis caminhos que passam, no máximo, duas vezes em cada ramo e que possuam energia superior a 1% da energia do percurso direto.

Serão realizados testes de topologia em relação à atenuação e à capacidade do canal, verificando quais pontos dessa influenciam nestas.

Num sistema trifásico, há três componentes discretas das correntes: o modo comum (CM) e dois modos diferenciais (DM1 e DM2). No entanto, o segundo modo diferencial será desprezado nos gráficos por ter comportamento de propagação extremamente semelhante ao primeiro. Por isso, os gráficos apresentarão apenas a componente de modo comum e uma de modo diferencial.

Para o cômputo das capacidades, são considerados, para todos os casos, 512 subcanais, nível de ruído branco, cuja densidade espectral de potência é adotada igual a -105 dBm/Hz, conforme usado em (AMIRSHAHI; KAVEHRAD, 2006), e potência do sinal transmitido: $P_t = \{1, 5, 10\}$ dBm. As funções de transferência usadas no cálculo das capacidades serão obtidas pelo modelo de matriz ABCD.

3.4.1 Canal sem derivações

A primeira topologia a ser analisada via simulação computacional não possui derivações na sua linha principal, análogo ao canal direto, com linha de visada, em um sistema de comunicação sem fio.

O comportamento do canal SISO-PLC é comparado considerando-se duas distâncias diferentes entre o transmissor e receptor, 1 km e 10 km.

Adicionalmente, considera-se que as impedâncias da fonte injetora e da carga

receptora estão casadas com a impedância da linha. Sendo assim, não há reflexão nos pontos de transmissão e recepção do sinal e, portanto, os fatores de transmissão na fonte e no receptor são unitários, $t_T = 1$ e $t_R = 1$, respectivamente.

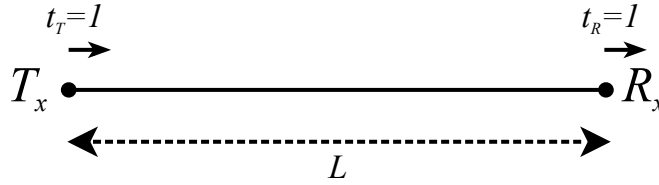


Figura 3.9: Topologia de um canal sem derivações. Fonte: Autoria própria.

Os resultados dos parâmetros de canal das funções de transferência, do modelo por multipercursos modificado, com extensões de 1 km e 10 km, são apresentadas nas Equações (3.37) e (3.38).

$$H(f) = e^{-\gamma(f)10^3} \quad (3.37)$$

$$H(f) = e^{-\gamma(f)10^4} \quad (3.38)$$

O resultado das funções de transferência dos modos CM e DM1 são apresentados nas Figuras 3.10.a e 3.11.a, para os canais com 1 km e 10 km de comprimento, respectivamente. Através dos gráficos, percebe-se que a atenuação do canal está diretamente ligada ao comprimento da sua linha principal e tal relação se apresenta de forma linear, com coeficiente angular unitário, já que, se multiplicada a distância por 10, a atenuação também aumentará em 10 vezes.

Nas Figuras 3.10.b e 3.11.b, são apresentadas as capacidades dos canais com relação à largura de banda usada. Os gráficos demonstram, primeiramente, que com o aumento da distância da linha principal há decréscimo da capacidade do canal, como era de se esperar. Ademais, percebe-se que os modos comuns são ligeiramente mais capazes que os diferenciais quando usadas bandas de até 70 MHz, isto ocorre pelo fato de os modos comuns possuírem menor atenuação na faixa de 25 MHz a 100 MHz. Como o algoritmo faz uso das bandas superiores do canal, nas larguras de banda de até 70 MHz, a parte mais atenuada do CM fica de fora do cálculo, fazendo com que os limites de taxa de transmissão nestas faixas sejam maiores que nos modos diferenciais, inverso do que ocorre nas bandas acima de 80 MHz.

Por fim, as Figuras 3.10.c e 3.11.c apresentam as alocações de potência em

cada frequência do espectro, no caso em que $P_t = 10$ dBm. O gráfico de P_j do canal com 1 km de extensão demonstra claramente como nas bandas inferiores do canal, onde $f < 20$ MHz, são alocadas menos potência. Isto ocorre pelo fato de, nestas faixas, o canal possuir maior atenuação. É importante notar que a distribuição de potências para o canal virtual primeiro modo diferencial (*First Differential Mode*) (DM1) é praticamente constante, visto que tal canal é plano.

Já no gráfico de potências alocadas para o canal com 10 km de extensão, pode-se perceber que houve desprezo de uma faixa espectral do canal, onde $597 \text{ kHz} \leq f \leq 14,1 \text{ MHz}$, deixando-se de alocar potência para os subcanais situados nela. Tal situação ocorre pelo fato de as SNRs dos subcanais no modo CM serem menores que o limite mínimo, ζ_0 , conforme estabelecido pela otimização da alocação de potências via *water-filling*. Fato que influencia diretamente a capacidade do canal, como demonstrado na Figura 3.11.b De fato, nas configurações de canais com larguras de banda superiores a 80 MHz, i.e., para os casos de canais CM definidos por $[10; 100]$ MHz ou $[0; 100]$ MHz, o ganho de capacidade é diminuído expressivamente, consequência da baixa SNR apresentada pelos subcanais na faixa de 0 a 15 MHz.

3.4.2 Canal com uma Derivação

A fim de conhecer os efeitos do comprimento das linhas ramificadas, comparam-se três canais de 1 km com derivação no meio da linha principal, ou seja, a 500 m do transmissor (T_x) e do receptor (R_x), com comprimentos de derivação $L_{\text{ramo}} = 10$ m, 50 m e 100 m, Figura 3.12.

A Tabela 3.1 apresenta os resultados dos parâmetros calculados para os canais, simulados a partir da modelagem por eco, a modelagem por matriz ABCD apresenta elementos diferentes para cada ponto da frequência, portanto não será possível apresentar os resultados dos parâmetros calculados, se não graficamente. Os resultados das funções de transferência do canal, do modelo por eco (modificado), com derivações de 10 m, 50 m e 100 m, respectivamente, são apresentados nas equações (3.39), (3.40) e (3.41).

$$H(f) = 0,6667e^{-\gamma(f)1000} + 0,4444e^{-\gamma(f)1020} - 0,1481e^{-\gamma(f)1040} \quad (3.39)$$

$$H(f) = 0,6667e^{-\gamma(f)1000} + 0,4444e^{-\gamma(f)1100} - 0,1481e^{-\gamma(f)1200} \quad (3.40)$$

$$H(f) = 0,6667e^{-\gamma(f)1000} + 0,4444e^{-\gamma(f)1200} - 0,1481e^{-\gamma(f)1400} \quad (3.41)$$

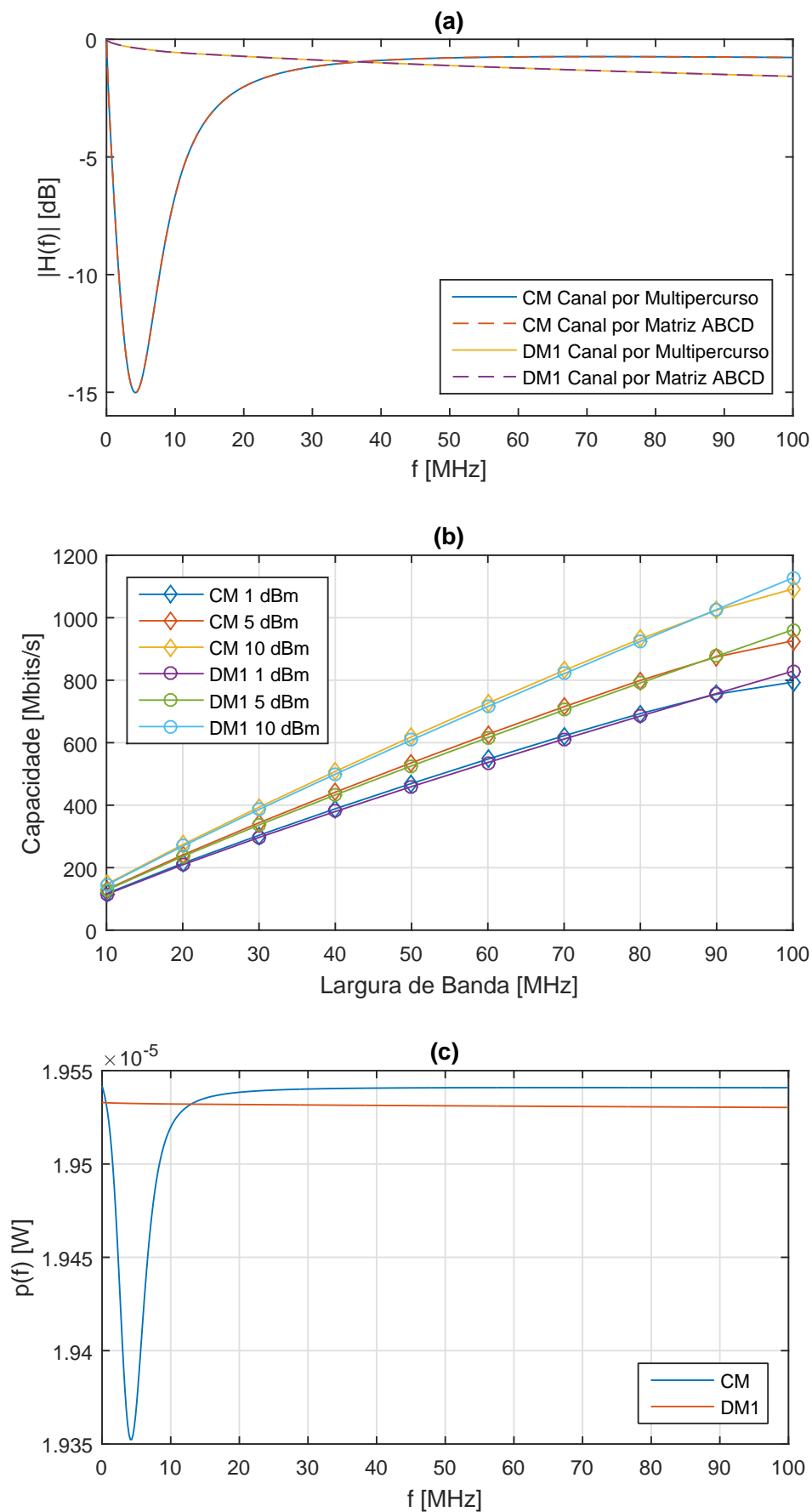


Figura 3.10: (a) Módulo das funções de transferência do canal sem derivações com comprimento de linha de 1 km. (b) Capacidade do canal. (c) Potências alocadas de acordo com a frequência do subcanal. Fonte: Autoria própria.

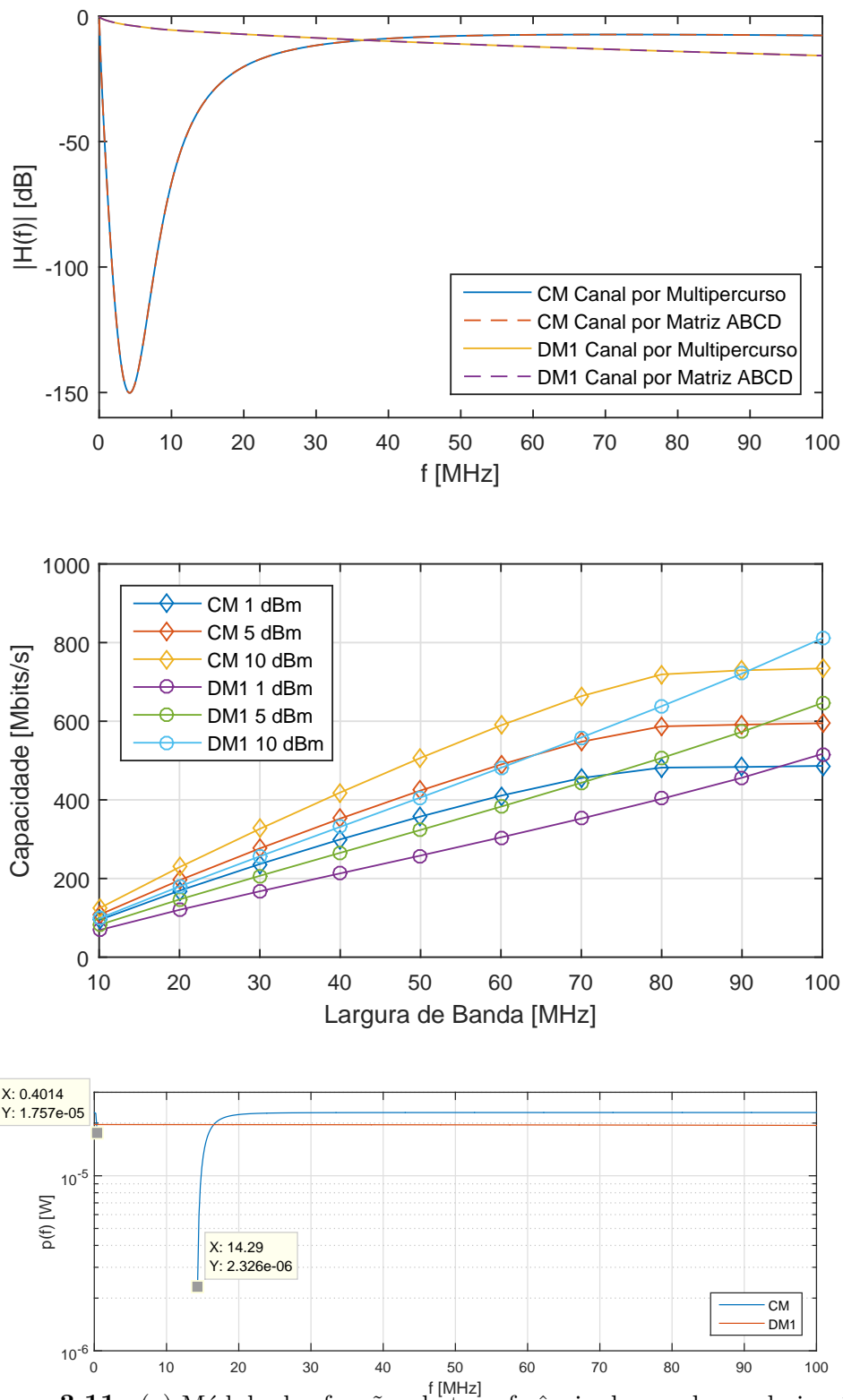


Figura 3.11: (a) Módulo das funções de transferência do canal sem derivações com comprimento de linha de 10 km. (b) Capacidade do canal. (c) Potências alocadas de acordo com a frequência do subcanal. Fonte: Autoria própria.

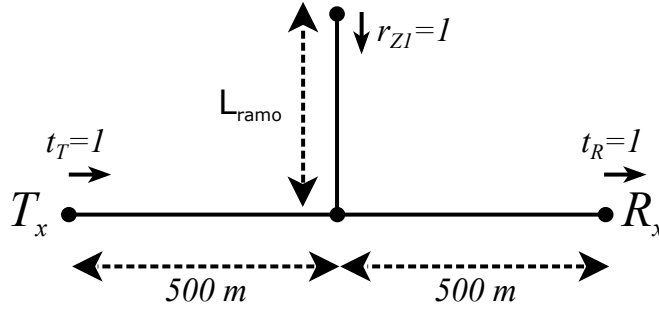


Figura 3.12: Topologia de um canal com uma derivação. Fonte: Autoria própria.

Tabela 3.1: Parâmetros do modelo por eco em canal com uma derivação de (a) 10 m (b) 50 m (c) 100 m.

(a)			(b)			(c)		
i	\bar{g}_i	$d_i[m]$	i	\bar{g}_i	$d_i[m]$	i	\bar{g}_i	$d_i[m]$
1	0,6667	1000	1	0,6667	1000	1	0,6667	1000
2	0,4444	1020	2	0,4444	1100	2	0,4444	1200
3	-0,1481	1040	3	-0,1481	1200	3	-0,1481	1400

Os resultados das funções de transferência das Equações (3.39), (3.40) e (3.41), em módulo, são apresentados, respectivamente, no gráficos (a) e (b) das Figuras 3.13, 3.14 e 3.15. Através deles, percebe-se que o comprimento de uma derivação do canal influencia diretamente o número de desvanecimentos abruptos, observa-se que o número de vales no ganho do terceiro canal é aproximadamente duas vezes maior que no segundo, que é praticamente cinco vezes maior que no primeiro.

Já nos gráficos (c) de tais figuras, em que são demonstradas as capacidades de cada canal, tanto no CM quanto no DM1, é perceptível a semelhança entre os resultados dos três canais, mesmo que, como citado, o número de desvanecimentos abruptos do terceiro canal seja maior que do segundo, que é muito maior que no primeiro. Esse evento pode ser explicado pelo fato de que a otimização de alocação de potências diminuiu substancialmente o efeito multipercurso destes canais, restando assim uma atenuação média muito próxima entre os eles e portanto, capacidades também aproximadas.

A atribuição das potências aplicadas a cada um dos 128 subcanais são apresentadas nas Figuras 3.13.d, 3.14.d e 3.15.d. Note-se que os 128 subcanais podem ser identificados pelas respectivas frequências centrais, i.e., cada subcanal ocupa a largura de banda de $B_{ch} = \frac{100}{128} = 781,25$ kHz. Nestes sub-canais percebe-se que há tantos vales de potência alocada quanto desvanescimentos profundos no ganho do canal, chegando em alguns casos a ter subcanais j desprezados pela alocação de potência, tal que $P_j=0$.

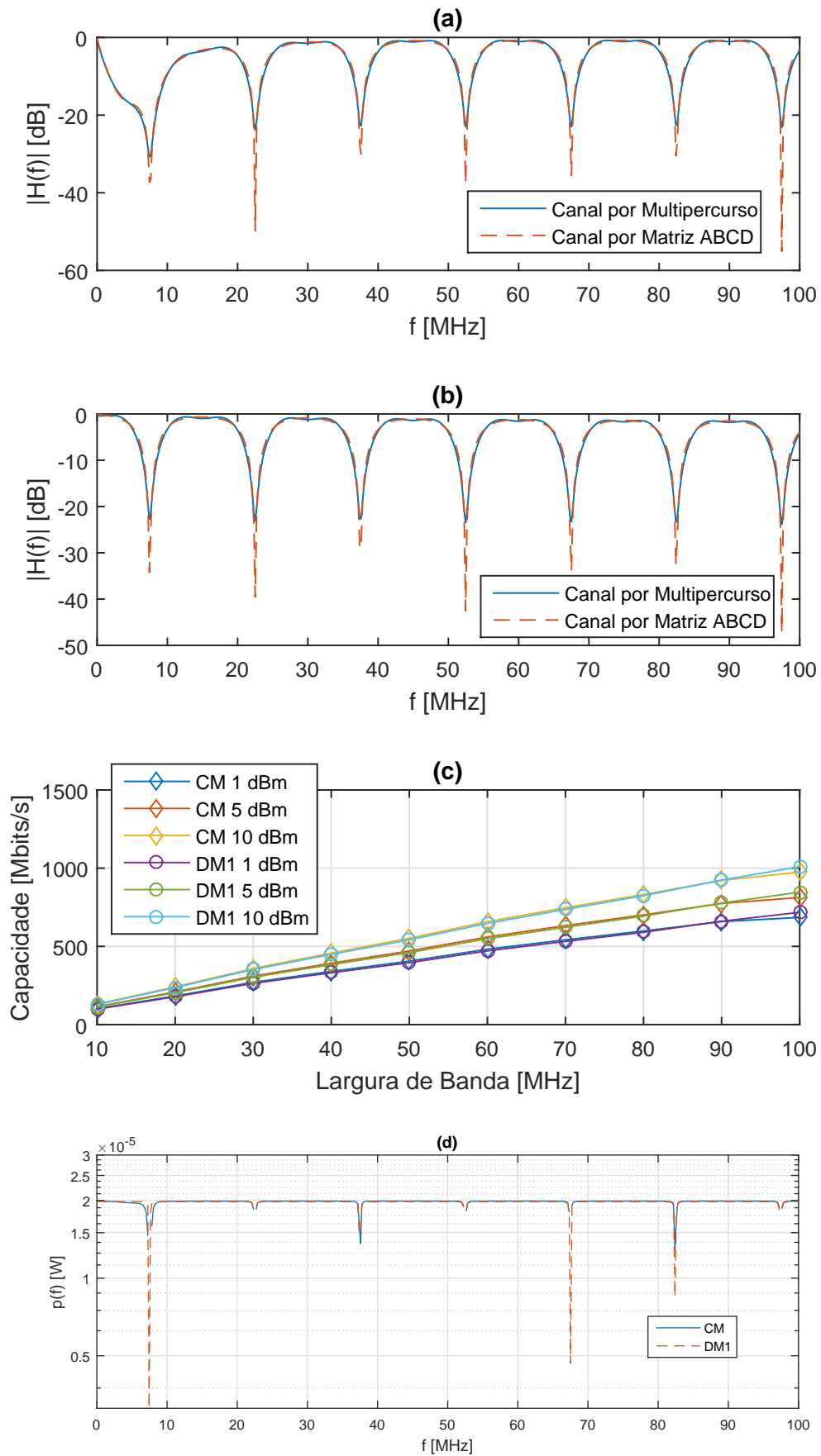


Figura 3.13: Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 10 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d). Fonte: Autoria própria.

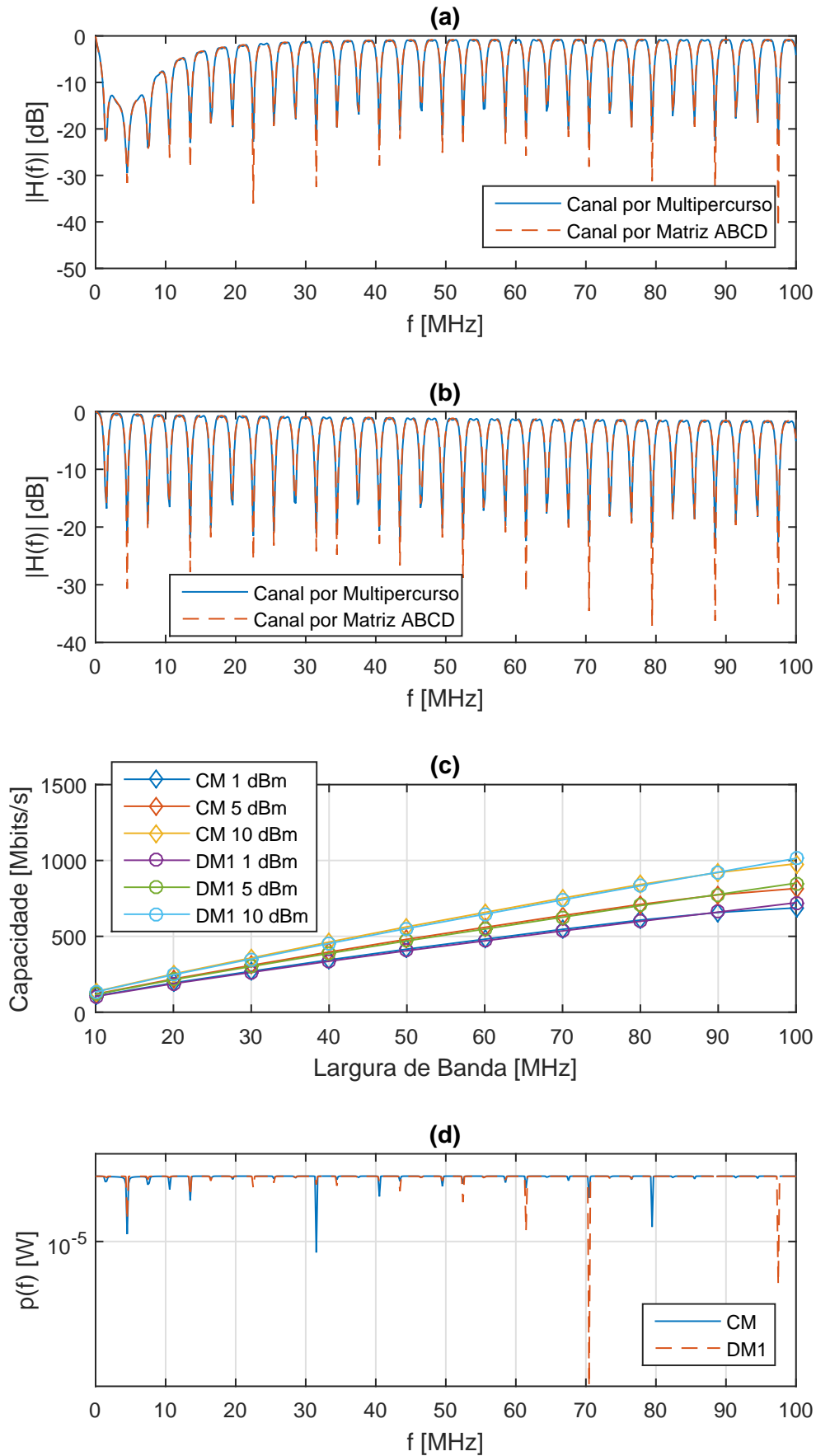


Figura 3.14: Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 50 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d). Fonte: Autoria própria.

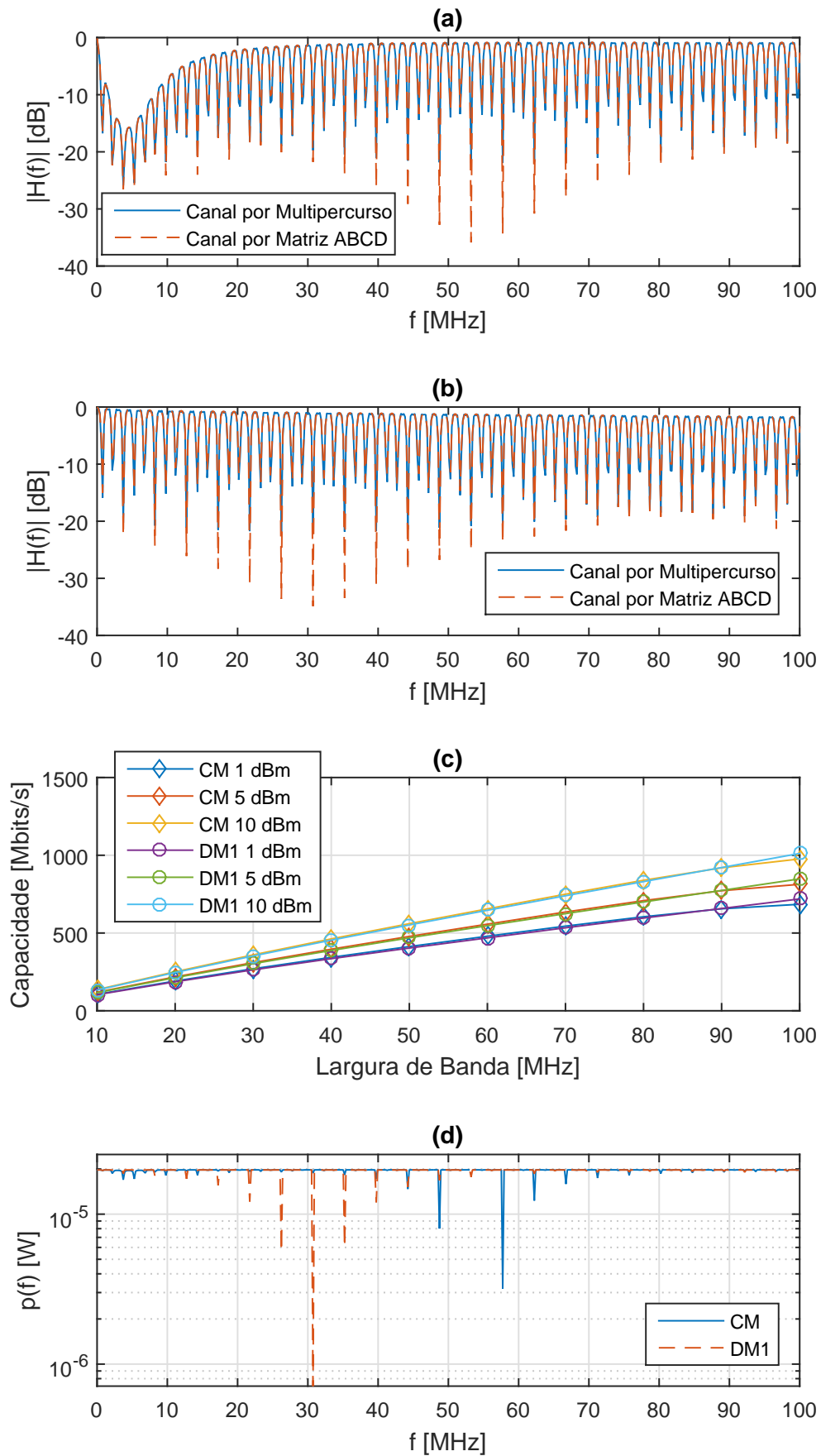


Figura 3.15: Módulo das funções de transferência do canal com uma derivação de 100 m de comprimento: (a) CM. (b) DM1. Capacidades do canal (c). Potências alocadas (d). Fonte: Autoria própria.

3.5 Conclusões

Neste capítulo foram apresentadas duas formulações para canais SISO-PLC através de topologia *bottom-up*, tal qual se parte de dados físicos do canal para desenvolver seu modelo matemático. A primeira denota a modificação de um canal PLC clássico, apresentado por Zimmermann e Dostert em 1999 (ZIMMERMANN; DOSTERT, 1999) e publicado novamente em 2002 (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002). Conhecido como modelo por multipercurso, o trabalho, originalmente de topologia *top-down*, passou a se comportar como um modelo *bottom-up* à partir das modificações realizadas. Já a segunda formulação baseia-se na determinação de vários circuitos de duas portas dispostos em cascata, sendo modeladas por matrizes e, por isso, é conhecido como modelo por matriz ABCD (ATTIA, 2004).

Ambos modelos foram usados para simular os canais virtuais, obtidos pela decomposição linear apresentada no Capítulo 2 e independentes entre si, a fim de comparar o modo comum, que usa o solo como retorno da corrente, e os modos diferenciais, que não fazem uso do solo como um condutor. Através de tais comparações, percebeu-se que o modo comum possui desempenho muito parecido com os modos diferenciais, por vezes até superior, mostrando que o solo deve ser melhor explorado como um condutor de sinais em altas frequências, visto que pode aumentar a ordem de diversidade de um sistema PLC.

Ademais, foram feitos dois testes nos canais para determinar a influência do comprimento das linhas principal e ramificadas na atenuação do canal e consequente desempenho. O primeiro parâmetro provou influenciar diretamente a atenuação do canal, como era de se esperar, pois quanto mais extensa a linha de transmissão PLC, maiores serão as perdas por efeito Joule. Já o segundo parâmetro estudado provou influenciar o número de vales no ganho do canal PLC, dado que, conforme aumentou-se o comprimento do ramal, o número de vales cresceu na mesma proporção.

No capítulo a seguir, será formulado o canal MIMO-PLC, com base na combinação linear dos canais virtuais descritos neste capítulo.

4 Canal MIMO-PLC

Os modelos dos canais considerados até o momento possuem via única, nos quais são considerados o envio do sinal por apenas um dos condutores. No entanto, com intuito de aumentar a confiabilidade e/ou a taxa de transmissão do sistema, pode-se usar a topologia da estrutura para transmitir sinais em mais de um canal, denominada estrutura PLC com MIMO. Sistemas de comunicação MIMO são capazes de explorar eficientemente diferentes tipos de diversidade, principalmente a combinação da diversidade espaço-tempo e possivelmente frequência, oferecendo melhorias substanciais de desempenho e capacidade.

Este conceito vale para todos sistemas que possam ser divididos em mais de um canal. No entanto, para sistematizar a análise, nesta seção serão consideradas topologias com três condutores acima do solo. Desta maneira, pode-se injetar três sinais diferentes ou iguais em cada um dos condutores e usar o solo como retorno.

Sistemas de transmissão trifásicos, configuram um canal PLC MIMO 3×3 . Assim, um canal MIMO-PLC típico pode ser caracterizado por uma matriz de canal $\mathbf{H}(\mathbf{f})$ de dimensão 3×3 , podendo ser descrita no domínio do tempo ou frequência. Genericamente, um sistema MIMO-PLC é caracterizado por M emissores de sinal e N receptores de sinal. A respectiva matriz de canal $\mathbf{H}(f)$ pode ser escrita pela Equação 4.1.

$$\mathbf{H}(f) = \begin{bmatrix} h_{11}(f) & h_{12}(f) & \dots & h_{1M}(f) \\ h_{21}(f) & h_{22}(f) & \dots & h_{2M}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1}(f) & h_{N2}(f) & \dots & h_{NM}(f) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Tal que $h_{nm}(f)$ é o coeficiente complexo de transferência de canal entre o m -ésimo emissor e o n -ésimo receptor na frequência f . Canais de transmissão representados por h_{nm} , com $m = n$ (elementos diagonais) referem-se à propagação do sinal do transmissor ao receptor conectado a mesma linha, denominados co-canais; enquanto os elementos adjacentes com $n \neq m$, representam as propagações do

sinal entre a linha n e a m são denominados canais cruzados, conforme ilustrado na Figura 4.1. Note-se que em canais MIMO-PLC a distinção entre co-canais e canais cruzados é importante, dado que na implementação de redes de comunicação MIMO-PLC sempre haverá um link direto entre o emissor e o receptor, diferentemente do que ocorre comumente em redes MIMO sem fio.

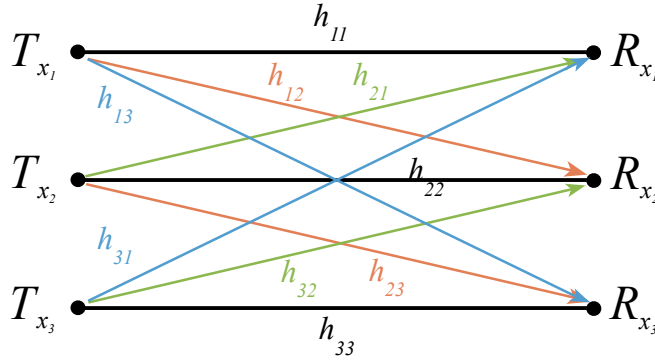


Figura 4.1: Representação de canal PLC MIMO com 3 condutores. Fonte: Autoria própria.

4.1 Modelo de Canal MIMO-PLC

Para computar a matriz MIMO do canal PLC, deve-se obter a relação entre a tensão no ponto de injeção do sinal e o ponto de recepção. Até então, foram obtidas tais relações apenas para os modos de propagação e não diretamente para os valores de tensões nas linhas. Neste momento é desfeita a transformação modal (descrita na Seção 2.2, Equação (2.12)) considerando a relação da Equação (4.2).

$$\mathbf{V}(f) = \mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f)\mathbf{V}^m(f)^m \quad (4.2)$$

Sendo $\mathbf{V}(f) \in \mathbb{C}^{n \times 1}$, referente aos valores de tensões nas linhas, e $\mathbf{V}^m(f) \in \mathbb{C}^{n \times 1}$, referente aos valores de tensões dos modos de propagação, $\{\cdot\}^{-1}$ é o operador matriz inversa e $\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f)$ é a matriz cujas colunas são auto-vetores da matriz de propagação do canal ($\mathbf{P}(f)$, Equação (2.38)), veja relação na Equação (2.17). Ademais, leva-se em conta as expressões das funções de transferência do canal:

$$H^m = \frac{V^m(x + \Delta x, f)}{V^m(x, f)} \quad (4.3)$$

$$H = \frac{V(x + \Delta x, f)}{V(x, f)} \quad (4.4)$$

As quais podem ser representadas na forma matricial:

$$\mathbf{H}^m = [\mathbf{V}^m(x + \Delta x, f)] [\mathbf{V}^m(x, f)]^{-1} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{H}(f) = [\mathbf{V}(x + \Delta x, f)] [\mathbf{V}(x, f)]^{-1} \quad (4.6)$$

Sendo $\mathbf{H}^m(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$, a matriz diagonal composta pelas funções de transferência dos modos de propagação do sistema: $\mathbf{H}^m(f) = \text{diag}\{H_1^m(f), \dots, H_n^m(f)\}$, de forma que $H_1^m(f)$ se refere ao modo comum de propagação e o restante aos possíveis modos diferenciais. Já $\mathbf{H}(f) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ é a matriz formada pelas funções de transferência entre as linhas da rede elétrica, no mesmo formato da matriz $\mathbf{H}(f)$ MIMO apresentada na Equação (4.1). Substituindo a Equação (4.2) em (4.6), obtém-se a Equação (4.7), que pode ser simplificada para a 4.8.

$$\mathbf{H}(f) = [\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f)\mathbf{V}^m(x + \Delta x, f)] [\mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f)\mathbf{V}^m(x, f)]^{-1} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{H}(f) = \mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f) [\mathbf{V}^m(x + \Delta x, f)] [\mathbf{V}^m(x, f)]^{-1} \mathbf{T}_{\mathbf{V}}^{-1}(f) \quad (4.8)$$

Substituindo-se a Equação (4.5) na (4.8), encontra-se a transformação da matriz de funções de transferências dos modos propagação $[\mathbf{H}^m(f)]$ para a matriz de funções de transferências das linhas $[\mathbf{H}(f)]$, Equação (4.9).

$$\mathbf{H}(f) = \mathbf{T}_{\mathbf{V}}(f)\mathbf{H}^m(f)\mathbf{T}_{\mathbf{V}}^{-1}(f) \quad (4.9)$$

Desta forma, as funções de transferência MIMO do canal PLC são determinadas à partir da combinação linear, através da composição por auto-valores/auto-vetores, das funções de transferência dos canais virtuais e independentes entre si apresentados no Capítulo 3.

A seguir, formula-se a capacidade para o canal MIMO-PLC.

4.2 Análise de Capacidade

A fim de avaliar o ganho de capacidade no canal MIMO em relação aos canais SISO, o algoritmo de alocação de potências, por simplicidade, mas sem perda de generalidade, considera apenas a diversidade espacial do canal, desprezando-se a seletividade em frequência dos canais SISO. O cálculo da capacidade do canal, nas condições dipostas, é realizado através da decomposição do canal MIMO em modos de propagação independentes entre si. Para tanto, pode-se lançar mão da decomposição por valores singulares (*Singular Value Decomposition*) (SVD), de

tal forma que $\mathbf{H}_{M \times N} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, onde \mathbf{U} e \mathbf{V} são matrizes de ordem $M \times M$ e $N \times N$, respectivamente. Já a matriz $\mathbf{\Sigma}$ possui ordem $M \times N$ e sua diagonal é composta pelos valores singulares, linearmente independentes, de \mathbf{H} , *i.e.*: $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{R_H}, 0, \dots, 0)$. A matriz \mathbf{H} possui R_H valores singulares, sendo R_H o *rank* da matriz, definido por $R_H \leq \min(M, N)$.

Dado que a informação de estado do canal (*Channel State Information*) (CSI) é conhecida no transmissor, a capacidade do canal MIMO-PLC alcançável pelos modos de propagação, a partir da alocação otimizada de potência via algoritmo *water-filling*, é obtida pela Equação (4.10) (CHO et al., 2010).

$$C = \max_{\mathbf{Q}(\mathbf{H}): \text{Tr}(\mathbf{Q}(\mathbf{H}))=P_t} \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_N + \frac{SNR}{M} \mathbf{H}\mathbf{Q}(\mathbf{H})\mathbf{H}^H \right) \right] \quad (4.10)$$

Sendo \mathbf{I}_N , a matriz identidade de ordem $N \times N$, $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ a matriz de covariância do canal MIMO, de ordem $M \times M$, responsável pela alocação de potência entre os canais SISO. É obtida de maneira a maximizar a potência alocada, de tal forma que $\text{Tr}(\mathbf{Q}(\mathbf{H})) = P_t$, sendo P_t , a potência total do sinal enviado. Tal problema de otimização é resolvido pela Equação (4.11) (GOLDSMITH et al., 2003).

$$\Psi_i = \left(\mu - \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^+, \quad 1 \leq i \leq R_H \quad (4.11)$$

Onde Ψ_i é a potência alocada para cada modo de propagação e μ é o nível *water-filling*, escolhido para respeitar a condição: $\sum_{i=1}^{R_H} \Psi_i = P_t$.

Por fim, a matriz de covariância do canal MIMO é obtida por: $\mathbf{Q}(\mathbf{H}) = \mathbf{V}\mathbf{\Psi}\mathbf{V}^H$, onde a matriz $\mathbf{\Psi}$, de ordem $M \times M$ é definida como:

$$\mathbf{\Psi} = \text{diag}(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{R_H}, 0, \dots, 0)$$

A seguir serão realizadas simulações do canal MIMO e sua respectiva capacidade para comparação de desempenho do sistema MIMO em relação ao SISO.

4.3 Resultados

Para análise de desempenho e caracterização de canais com maior apelo e interesse prático, recorrer-se-á a topologias de linhas de transmissão elétrica com características típicas de uma rede rural brasileira aérea de média tensão.

Considera-se portanto, condutores de alumínio, sem isolamento, espaçados entre

si, a altura de 10 m. A rede é composta por uma linha principal de 10 km e duas derivações de 50 m, localizadas a 2 km e 7 km do transmissor, como pode ser visto na Figura 4.2.

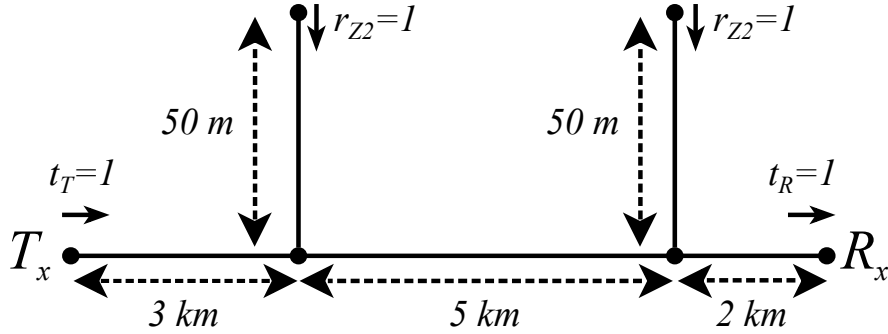


Figura 4.2: Topologia de um canal brasileiro típico rural, com duas derivações.
Fonte: Autoria própria.

Assume-se que as impedâncias da fonte (T_X) e da carga (R_X) estão casadas com as do cabo ($t_T(f) = t_R(f) = 1$), não havendo portanto reflexões nos pontos de acoplamento. Além de considerar que a impedância nas terminações das derivações é muito maior que as dos cabos, resultando em reflexões totais ($r_{Z1}(f) = r_{Z2}(f) = 1$).

4.3.1 Canal SISO-PLC

Os parâmetros obtidos para o cômputo da função de transferência, de acordo com o modelo por multipercurso são apresentados na Tabela 4.1 e a respectiva função na Equação (4.12).

Tabela 4.1: Parâmetros obtidos do modelo por multipercurso em canal típico rural.

i	\bar{g}_i	d_i [km]	i	\bar{g}_i	d_i [km]
1	0,3750	10	5	-0,0703	10,2
2	0,2813	10,1	6	-0,0527	10,3
3	0,2813	10,1	7	-0,0703	10,2
4	0,2109	10,2	8	-0,0527	10,3

$$\begin{aligned}
 H(f) = & 0,3750e^{-\gamma(f)10000} + 0,2813e^{-\gamma(f)10100} + 0,2813e^{-\gamma(f)10100} \\
 & + 0,2109e^{-\gamma(f)10200} - 0,0703e^{-\gamma(f)10200} - 0,0527e^{-\gamma(f)10300} \\
 & - 0,0703e^{-\gamma(f)10300} - 0,0527e^{-\gamma(f)10300}
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Foram simulados os canais do modo comum e de um dos modos diferenciais. O módulo da função de transferência em função da frequência é apresentado na

Figura 4.3.a para o modo comum e 4.3.b para um dos modos diferenciais.

Como era de se esperar, até certa frequência os modos diferenciais de propagação apresentam menores atenuações, no entanto, para a faixa de frequência de interesse para PLC banda-larga, ocorre mudança apreciável, sendo o modo comum menos atenuado que os diferenciais na faixa $f \in [30; 100]$ MHz.

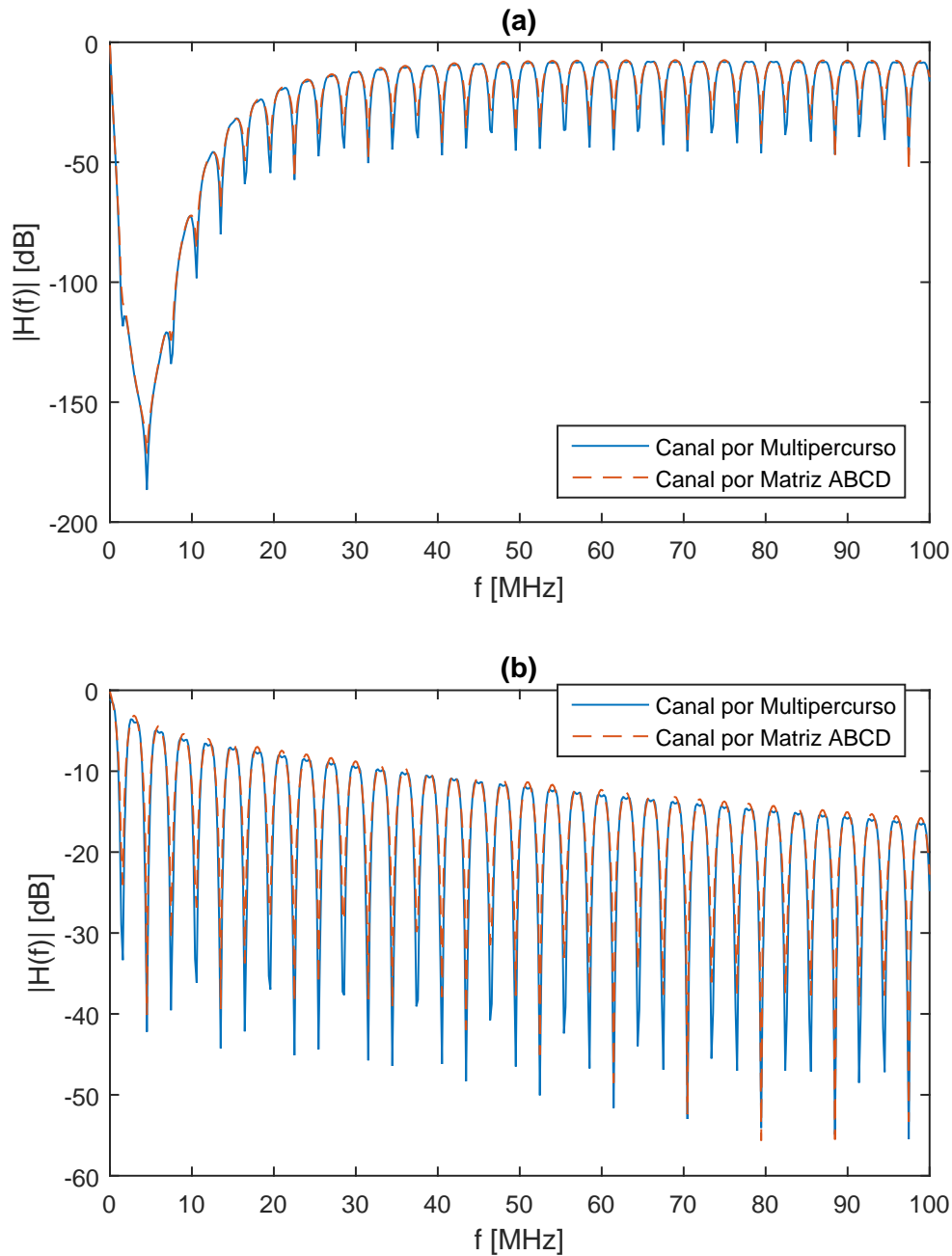


Figura 4.3: Módulo das funções de transferência do canal com características de rede rural brasileira (a) CM. (b) DM1. Fonte: Autoria própria.

4.3.2 Canal MIMO-PLC

Combinando as funções de transferência dos modos de propagação do sistema apresentado na subseção anterior e sua matriz de transformação $[\mathbf{T}_{\mathbf{v}}(f)]$, calculada através da formulação da Seção 2.2, determina-se a matriz $\mathbf{H}(f)$ MIMO pela Equação (4.9).

Obtém-se 9 possíveis canais de transmissão de dados, dado que se trata de um sistema com 3 condutores e retorno das correntes pelo solo. O resultado da simulação é apresentado na Figura 4.4. Nela, percebe-se o quanto os co-canais ($h_{ij}, i = j$) possuem resposta semelhante, dado que são condutores iguais e de topologia similar, o mesmo ocorre com os canais cruzados ($h_{ij}, i \neq j$).

Ao final, calcula-se a capacidade do canal MIMO através da formulação da Seção 4.2. O resultado é apresentado na Figura 4.4.c. Para o seu cômputo, é levado em conta o número de condutores usados na transmissão (Nt) e na recepção (Nr) do sinal. Consideram-se, portanto, três casos: $Nt = Nr=1$ (SISO), $Nt = Nr=2$ (MIMO) e $Nt = Nr=3$ (MIMO). Pelo gráfico, percebe-se que, ao explorar a diversidade espacial do sistema MIMO, há ganho de capacidade de quase duas vezes.

A capacidade do canal MIMO pode ainda ser aprimorada sem que haja alteração do número de condutores ou da potência aplicada. Isso pode ser feito alocando-se a potência não só para distribuí-la entre os condutores, mas também para alocá-la de maneira ótima nos subcanais dos canais SISO, como é feito na análise de capacidade da Seção 3.3.

Essa técnica é chamada de *water-filling* em duas dimensões, dado que a potência é alocada de forma ótima tanto espacialmente quanto em frequência (JIANG; SHEN; ZHOU, 2010). Tal formulação não será usada neste trabalho, pois o objetivo do cômputo da capacidade é apenas verificar o ganho de capacidade em relação ao incremento de condutores. Pelo mesmo motivo, o resultado da capacidade não é dado pela taxa de transmissão (bits/s), mas sim pela capacidade normalizada, em bits/s/Hz, pois a comparação com as capacidades apresentadas pelos modos de propagação da Seção 3.3 se torna injusta.

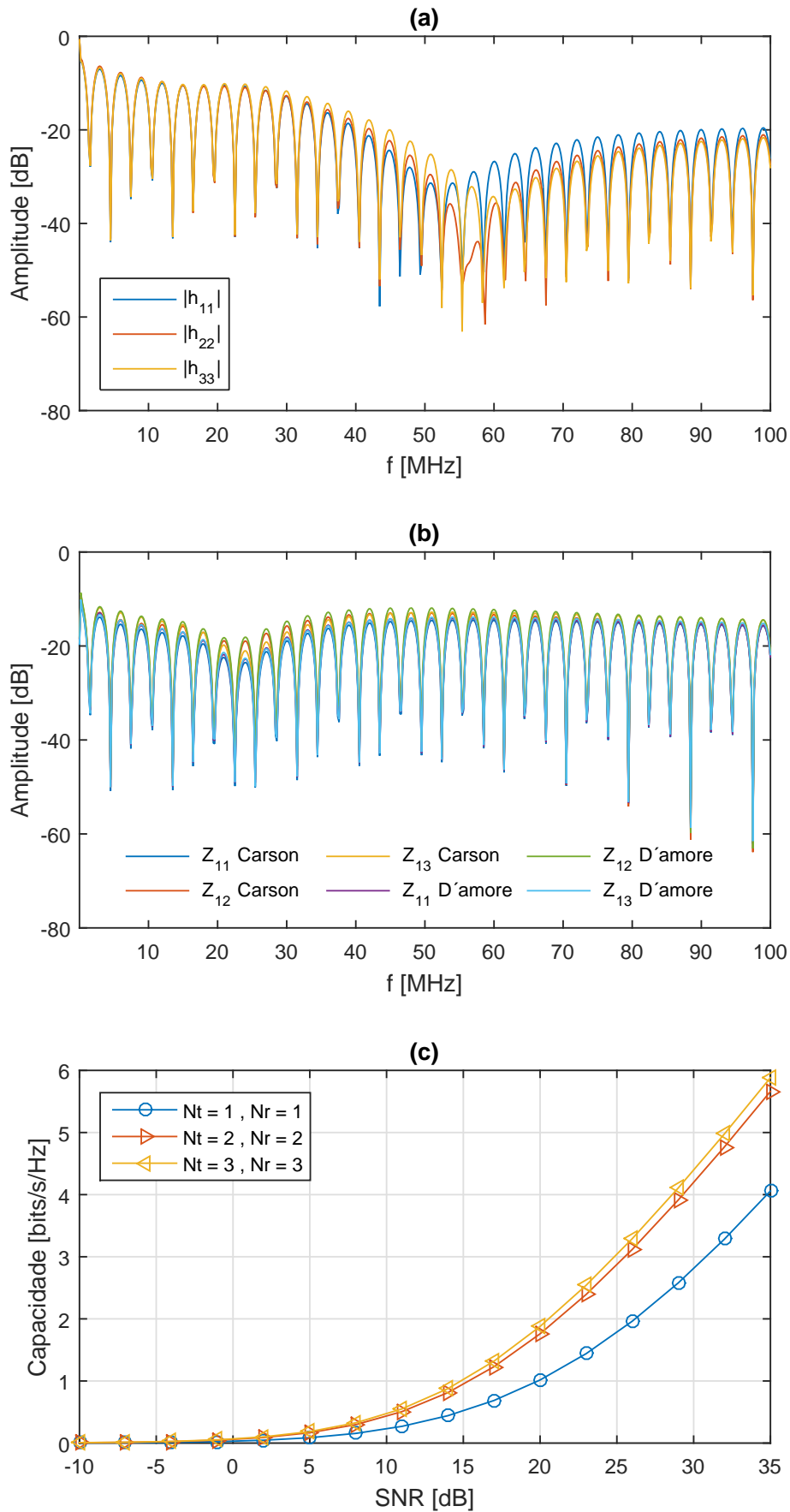


Figura 4.4: Funções de transferência dos múltiplos canais de uma rede elétrica de distribuição, com características da rede rural brasileira, com 3 condutores acima do solo. (a) Co-canais. (b) Canais Cruzados. (c) Capacidade MIMO. Fonte: Autoria própria.

5 Conclusões

O presente trabalho apresentou formulações matemáticas de simples implementação para canais (PLC), multicondutores, de redes aéreas, de média e alta tensão e usando o solo como retorno da corrente injetada.

Os resultados do Capítulo 2 demonstram que a linha de transmissão pode ser menos atenuada ao usar o solo como retorno da corrente em vez de usar os cabos para tal fim, o que é válido para a faixa de frequência pretendida para comunicação, entre 10, 20 MHz e 100 MHz.

No Capítulo 3 foram apresentados dois modelos de canal SISO que podem ser usados em conjunto com a formulação apresentada no Capítulo 2, de tal maneira a obter canais que usam o solo para retorno da corrente. Em tal capítulo, pôde-se perceber que a distância da linha principal da rede elétrica influencia direta e linearmente, com coeficiente angular unitário, a atenuação do canal PLC. O mesmo ocorre com o comprimento das ramificações da linha em relação ao número de vales existentes na função de transferência do canal PLC.

Nesse capítulo ainda foram estudadas as capacidades dos canais virtuais de um sistema PLC multicondutor. Percebeu-se que a rede possui grande capacidade a ser explorada, dado que, como demonstrado, em uma linha de 10 km pode-se obter taxas de transmissão na ordem de 700 Mbits/s, o que pode ser incrementado ao combinar os canais virtuais para formar um canal MIMO-PLC.

Por fim, no Capítulo 4 foram feitas operações matriciais a fim de obter o modelo do canal MIMO-PLC através da combinação dos canais virtuais do Capítulo 3 e através de comparação de capacidade, percebeu-se que explorando-se a diversidade espacial do canal, pode-se obter ganhos de quase duas vezes a capacidade do canal.

5.1 Trabalhos Futuros

Há diversos aspectos dos modelos de canal aqui estudados que precisam ser aprimorados. Para torná-los mais realista, seria necessário incorporar ao modelo o estudo de equipamentos que compõem a rede elétrica e podem influenciar diretamente o desempenho do canal, como transformadores, chaves, protetores, reguladores de tensão e outros. Ademais, deve-se estudar o efeito do acoplamento dos transmissores e receptores na rede elétrica, dado que neste trabalho tais acoplamentos foram considerados perfeitos, possuindo coeficientes de transmissão unitários, o que é substancialmente comum na literatura, mas que pode ser aperfeiçoado.

Outro aspecto que deve ser melhor explorado é em relação a mobilidade do canal. Por mais que neste trabalho os canais foram considerados estáticos, um estudo estatístico deveria ser realizado para definir de vez a relação das mudanças de carga das terminações com relação às reflexões causadas por elas e com qual velocidade isso acontece.

Quanto ao desempenho é interessante obter a máxima capacidade dos canais MIMO através da alocação de potência tanto nos condutores, explorando-se a diversidade espacial, quanto nas sub-bandas dos canais SISO, explorando-se sua diversidade espectral.

Finalmente, com relação aos sistemas de comunicações é necessário desenvolver e testar seu desempenho através de técnicas bem difundidas na literatura, como multiplexagem por divisão de frequências ortogonais (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) (OFDM)-MIMO e sistemas multiusuário.

Referências

AMIRSHAHI, P.; KAVEHRAD, M. High-frequency characteristics of overhead multiconductor power lines for broadband communications. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, v. 24, n. 7, p. 1292–1303, Julho 2006. ISSN 0733-8716.

ATTIA, J. *Electronics and Circuit Analysis Using MATLAB, Second Edition*. Taylor & Francis, 2004. (MATLAB Series). ISBN 9780849318924. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=UHr1XPtIRxIC>>.

AZEVEDO, F. A. d. *Otimização De Rede De Distribuição De Energia Elétrica Subterrânea Reticulada Através De Algoritmos Genéticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2010.

BANWELL, T.; GALLI, S. A new approach to the modeling of the transfer function of the power line channel. p. 4–6, 2001.

CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. *Bell System Technical Journal, The*, v. 5, n. 4, p. 539–554, Outubro 1926. ISSN 0005-8580.

CHO, Y.; KIM, J.; YANG, W.; KANG, C. *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. Wiley, 2010. ISBN 9780470825624. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=6HwAoeuMr3kC>>.

D'AMORE, M.; SARTO, M. A new formulation of lossy ground return parameters for transient analysis of multiconductor dissipative lines. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 1, p. 303–314, Janeiro 1997. ISSN 0885-8977.

D'AMORE, M.; SARTO, M. S. Simulation models of a dissipative transmission line above a lossy ground for a wide-frequency range. ii. multiconductor configuration. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 38, n. 2, p. 139–149, Maio 1996. ISSN 0018-9375.

GALLI, S.; BANWELL, T. C. A deterministic frequency-domain model for the indoor power line transfer function. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 24, n. 7, p. 1304–1316, July 2006. ISSN 0733-8716.

GOLDSMITH, A. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005. ISBN 9780521837163. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=n-3ZZ9i0s-cC>>.

GOLDSMITH, A.; JAFAR, S. A.; JINDAL, N.; VISHWANATH, S. Capacity limits of mimo channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 21, n. 5, p. 684–702, Junho 2003. ISSN 0733-8716.

- HASHMAT, R.; PAGANI, P.; CHONAVEL, T.; ZEDDAM, A. A time-domain model of background noise for in-home mimo plc networks. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 27, n. 4, p. 2082–2089, Outubro 2012. ISSN 0885-8977.
- HEAVISIDE, O. *The Earth as a Return Conductor*. Macmillan and Company, 1892. 190-195 p. Disponível em: <<https://books.google.com.cy/books?id=IKV-AAAAMAAJ>>.
- HEAVISIDE, O. *On induction between parallel wires*. Macmillan and Company, 1892. 116-141 p. Disponível em: <<https://books.google.com.cy/books?id=IKV-AAAAMAAJ>>.
- HEDMAN, D. E. Propagation on overhead transmission lines ii-earth-conduction effects and practical results. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 84, n. 3, p. 205–211, Março 1965. ISSN 0018-9510.
- JIANG, Y.; SHEN, M.; ZHOU, Y. Two-dimensional water-filling power allocation algorithm for mimo-ofdm systems. *Science China Information Sciences*, v. 53, n. 6, p. 1242–1250, 2010. ISSN 1869-1919. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11432-010-0088-7>>.
- KIKUCHI, H. Wave propagation along an infinite wire above ground at high frequencies. *Proc. Electrotech. Jour*, v. 2, p. 73–78, 1956.
- LAI, S. W.; MESSIER, G. G. Using the wireless and plc channels for diversity. *IEEE Transactions on Communications*, v. 60, n. 12, p. 3865–3875, Dezembro 2012. ISSN 0090-6778.
- MARTINEZ-VELASCO, J. *Power System Transients: Parameter Determination*. CRC Press, 2009. ISBN 9781420065305. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=BsI9MuwNEwcC>>.
- MENG, H.; CHEN, S.; GUAN, Y.; LAW, C.; SO, P.; GUNAWAN, E.; LIE, T. Modeling of transfer characteristics for the broadband power line communication channel. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 19, n. 3, p. 1057–1064, Julho 2004. ISSN 0885-8977.
- OHRING, M. *Engineering Materials Science*. Academic Press, 1995. (Engineering Materials Science, v. 1). ISBN 9780125249959. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=G36o9PM8aLIC>>.
- PAGANI, P.; SCHWAGER, A. A statistical model of the in-home mimo plc channel based on european field measurements. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 34, n. 7, p. 2033–2044, July 2016. ISSN 0733-8716.
- PAUL, C. *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. Wiley, 2008. (Wiley - IEEE). ISBN 9780470131541. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=uO5HiV6V8bkC>>.
- PAUL, C. R. Decoupling the multiconductor transmission line equations. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 44, n. 8, p. 1429–1440, Agosto 1996. ISSN 0018-9480.
- PINE, N.; CHOE, S. Modified multipath model for broadband mimo power line communications. p. 292–297, Março 2012. ISSN PENDING.

- PIPES, L. A. X. matrix theory of multiconductor transmission lines. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, v. 24, n. 159, p. 97–113, 1937. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/14786443708561894>>.
- PITTOLO, A.; TONELLO, A. M. A synthetic statistical mimo plc channel model applied to an in-home scenario. *IEEE Transactions on Communications*, v. 65, n. 6, p. 2543–2553, June 2017. ISSN 0090-6778.
- RICE, S. O. Steady state solutions of transmission line equations. *The Bell System Technical Journal*, v. 20, n. 2, p. 131–178, Abril 1941. ISSN 0005-8580.
- STROOBANDT, S. World atlas of ground conductivity. Dezembro 2016. Disponível em: <<http://hamwaves.com/ground/en/>>.
- SZE, S. *Semiconductor devices, physics and technology*. Wiley, 1985. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=gb0QAQAAMAAJ>>.
- VAL, I.; CASAJUS-QUIROS, F. J.; ARRIOLA, A. Performance analysis of asynchronous multicarrier code division multiple access against direct sequence code division multiple access and long polyphase sequences for uplink powerline communication systems with impulsive noise. *IET Communications*, v. 4, n. 5, p. 606–617, 03 2010. ISSN 1751-8628.
- WAIT, J. R. Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface. *Radio Science*, v. 7, n. 6, p. 675–679, 1972. ISSN 1944-799X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/RS007i006p00675>>.
- WEDEPOHL, L. M. Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, v. 110, n. 12, p. 2200–2212, Dezembro 1963. ISSN 0020-3270.
- ZHANG, Y.; CHENG, S. A novel multicarrier signal transmission system over multipath channel of low-voltage power line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 4, p. 1668–1672, Outubro 2004. ISSN 0885-8977.
- ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. A multi-path signal propagation model for the power line channel in the high frequency range. *Proc. 3rd Int. Symp. Powerline Communications and its Applications*, p. 14–21, 1999.
- ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. A multipath model for the powerline channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 50, n. 4, p. 553–559, Apr 2002. ISSN 0090-6778.