



Universidade Estadual de Londrina
Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Fator de Potência pelo Método das Áreas

Paulo Sérgio Xavier

Londrina, 17 de novembro de 2006

Universidade Estadual de Londrina

Centro de Tecnologia e Urbanismo
Departamento de Engenharia Elétrica

Fator de Potência pelo Método das Áreas

Discente: Paulo Sérgio Xavier

Orientador: Prof. Dr. Lúcio Dos Reis Barbosa

Dissertação orientada pelo Prof. Dr. Lúcio Dos Reis Barbosa intitulada Método de Análise do Fator de Potência em Instalações Elétricas Senoidais e Não Senoidais e apresentada à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Modalidade: Eletrônica de Potência.

Londrina, 17 de novembro de 2006

Ficha Catalográfica

Xavier, Paulo S.

Fator de Potência Pelo Método das Áreas. Londrina, 2006. 65 p.

Dissertação — Universidade Estadual de Londrina. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Fator de Potência. 2. Método das Áreas. 3. Ondas não Senoidais. 4. Qualidade de Energia. 5. Cargas não Lineares.

I. Universidade Estadual de Londrina. Departamento de Engenharia Elétrica.
II. Método de Análise do Fator de Potência em Instalações Elétricas Senoidais e Não Senoidais.

Paulo Sérgio Xavier

Fator de Potência pelo Método das Áreas

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Lúcio Dos Reis Barbosa
UEL/DEEL
Orientador

Prof. Dr. Lourenço Matias
UFG/EEEC

Profa. Dra. Silvia Galvão de Souza
Cervantes
UEL/DEEL

Londrina, 17 de novembro de 2006

À minha esposa, meu filho e meus pais,
que são a “razão” mais importante da minha vida e a Deus.

Agradecimentos

A todos os colegas de trabalho da Copel que muito contribuíram com as medições de campo em Subestações e Redes e àqueles que participaram indiretamente neste trabalho.

Aos amigos, que fizeram parte do dia-a-dia que só por serem amigos já são especiais.

Aos Prof.s Dr.s da Faculdade de Engenharia Elétrica da UEL e Prof. Dr. Carlos Dias Maciel, pelas contribuições valiosas no decorrer do curso.

Ao Prof. MSc. José Fernando Mangili Júnior que muito contribuiu com artigos de sua tese e apoio incondicional no desenvolvimento e análise dos resultados das medições.

E, finalmente, meu orientador Prof. Dr. Lúcio dos Reis Barbosa que, com paciência e experiência, soube orientar este trabalho e também oferecer um elo de amizade e respeito.

Resumo

O presente trabalho é uma contribuição ao estudo de harmônicas em Sistemas Elétricos de Potência, especificamente no que tange a medição dos consumidores ligados neste sistema.

Pretende-se, assim, propor o uso de uma nova metodologia para o cálculo do fator de potência como o critério mais adequado para utilização na medição dos consumidores, que utilizem ou não cargas não lineares.

O trabalho reapresenta os tradicionais conceitos de potência ativa e reativa na presença de harmônicas, além de discutir a “potência de distorção” com a qual uma representação geométrica pelo triângulo de potência não é cabível.

As situações assumidas para o desenvolvimento do trabalho abordam:

1. tensões e correntes senoidais (conceitos tradicionais) onde a compensação de potência é, quase sempre, realizada através de capacitores.
2. tensões e correntes periódicas distorcidas onde a compensação de potência reativa e da “potência de distorção” pode ser realizada através de filtros sintonizados.
3. tensões e correntes periódicas distorcidas medidas através do fator de potência total.

Desta forma, tenta-se obter um avanço na compreensão do comportamento das potências envolvidas no sistema energético e circuitos elétricos em geral.

Abstract

The present work is a contribution to the study of harmonics in System of Electric of Power, specifically in what it reference to the measurement of on consumers connected to this system

The objective is, thus, to consider the use of new methodology for I calculate it of the power factor as the adjusted criterion more adequate for using in the measurement of the consumers, who use or do not use linear loads.

The work presents not only the traditional concepts of active and reactive power in the presence of harmonics, but also argues about the “power of distortion” with which a geometric representation it is not acceptable.

The assumed situations to the development of the work involve:

1. sinusoidal voltage and current (traditional concepts) where the power compensation is performed, as usually, by capacitors.
2. periodically but not sinusoidal voltages and currents where the compensation of reactive and “distortion power” is performed through sintonized filters.
3. voltages and distorted currents periodically measured through the factor of total power.

It's expected that the conclusions of this work can provide a better understanding of the power behavior involved in power systems and electrical circuits in general.

Sumário

| | |
|---|-------------|
| Lista de Figuras | vi |
| Lista de Tabelas | viii |
| Lista de Abreviaturas e Símbolos | ix |
| 1 Introdução | 1 |
| 2 Potência Elétrica: Uma Revisão Bibliográfica | 4 |
| 2.1 Revisão Bibliográfica | 4 |
| 2.2 Um Pouco Sobre as Normas | 8 |
| 3 Uma Discussão sobre a Potência Instantânea em Sistemas Senoidais | 10 |
| 3.1 Introdução | 10 |
| 3.2 Quadratura entre as Potências Ativa e Reativa | 10 |
| 3.3 Comparação da “Representação Fasorial” com a Representação no Plano Complexo | 14 |
| 3.4 Conclusão | 18 |
| 4 Quadratura entre Potência Ativa e Reativa em Sistemas não Senoidais | 21 |
| 4.1 Introdução | 21 |
| 4.2 Generalização da Expressão da Potência Instantânea | 22 |
| 4.3 Quadratura entre as Parcelas das potências Ativa e Reativa | 25 |
| 4.4 Conclusão | 32 |
| 5 Uma Discussão sobre a “Potência de Distorção” | 33 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5.1 | Introdução | 33 |
| 5.2 | Comportamento da Potência de Distorção | 33 |
| 5.3 | Avaliação da Potência Instantânea Total $p(t)$ | 36 |
| 5.4 | Conclusão | 40 |
| 6 | Proposta de Metodologia para o Cálculo do Fator de Potência | 43 |
| 6.1 | Introdução | 43 |
| 6.2 | Amostras Vetoriais | 43 |
| 6.3 | Cálculo dos Zeros das Funções e Funções de Contorno | 44 |
| 6.4 | Metodologia de Cálculo das Áreas | 45 |
| 6.5 | Análise do Erro do Método | 46 |
| 6.6 | Uso do MatLab no Cálculo das Áreas | 48 |
| 6.7 | Resultados Obtidos | 50 |
| 6.8 | Regulamentação do Setor Elétrico | 51 |
| 6.9 | Conclusão | 52 |
| 7 | Conclusões e Sugestões | 54 |
| 7.1 | Conclusão | 54 |
| 7.2 | Sugestões para Trabalhos Futuros | 55 |
| | Anexo A – Gráficos das tabelas 5.1 a 5.4 | 57 |
| | Anexo B – Simulações e Rotinas do MatLab | 61 |
| | B.1 Cálculo da Área A3 | 63 |
| | Referências | 64 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|---|----|
| 3.1 | a, b: Determinação da quadratura entre as parcelas das potências instantâneas. | 13 |
| 3.2 | Representação da soma das parcelas “pulsantes” da potência. | 14 |
| 3.3 | Representação das potências para $Q > 0, \varphi > 0$ | 14 |
| 3.4 | Representação das potências para $Q < 0, \varphi < 0$ | 15 |
| 3.5 | Representação no plano complexo das potências. | 16 |
| 3.6 | Potências para $\varphi = 0^0$ | 17 |
| 3.7 | Potências para $\varphi = 45^0$ | 18 |
| 3.8 | Potências para $\varphi = 90^0$ | 19 |
| 3.9 | Potências para $\varphi = -45^0$ | 20 |
| 3.10 | Potências para $\varphi = -90^0$ | 20 |
| 4.1 | a, b, c: Visualização das parcelas de potência para cada ordem harmônica; d: Visualização da soma dessas parcelas. | 29 |
| 4.2 | a, b, c, d: Identificação da quadratura entre as parcelas de potência - A'_{nn} e - B_{nn} | 30 |
| 5.1 | Verificação do valor médio de $p'''(t)$ | 35 |
| 5.2 | Busca da quadratura entre $p'''(t)$ e $p''(t)$ | 36 |
| 5.3 | Gráfico das potências representadas na Tabela 5.5(a). | 41 |
| 5.4 | Gráfico das potências representadas na Tabela 5.5(d). | 41 |
| 6.1 | Componentes Harmônicas de Tensão, transformador em vazio. | 44 |
| 6.2 | Componentes Harmônicas de Corrente, transformador em vazio. | 44 |
| 6.3 | Função deslocada para cálculo dos zeros da função. | 46 |
| 6.4 | Forma de onda da Potência instantânea. | 47 |

| | | |
|-----|--|----|
| 6.5 | Curvas do fator de potência teórico e método das áreas. | 47 |
| 6.6 | Curva do erro porcentual entre o fator teórico e método das áreas. | 48 |
| 6.7 | Curvas das amostras da potência Instantânea original (azul) e deslocada (vermelho) para calculo dos zeros. | 49 |
| 6.8 | Simulação teórica das 192 amostras 60, 120 e 180hertz. | 51 |
| 6.9 | Forma de onda resultante do somatório das potências das formas de onda da figura 6.8. | 52 |
| A.1 | Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.1, exibindo as faixas de variação,para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente. | 57 |
| A.2 | Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.2,exibindo as faixas de variação,para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente. | 58 |
| A.3 | Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.3, exibindo as faixas de variação,para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente. | 59 |
| A.4 | Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.4, exibindo as faixas de variação,para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente. | 60 |
| B.1 | Gráfico para uma $TDH\% = 1,41\%$ | 61 |
| B.2 | Gráfico para uma $TDH\% = 5,4\%$ | 62 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Valores de referência das distorções harmônicas totais. | 9 |
| 5.1 | Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 1,41\%$ | 38 |
| 5.2 | Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 2,23\%$ | 39 |
| 5.3 | Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 4,47\%$ | 39 |
| 5.4 | Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 5,39\%$ | 40 |
| 5.5 | Variação da taxa de distorção ($TDH\%$) para potência de distorção ($D = 0$) e defasagens fixas, variando os valores das componentes harmônica de tensão e corrente. | 40 |
| 6.1 | Parte das 192 amostras de tensão e corrente, obtida no ensaio do transformador em vazio. | 45 |
| 6.2 | Fator de Potência da Fundamental pelo Método Teórico e Método proposto das Áreas | 50 |
| 6.3 | Fator de Potência pelo Método Tradicional e Método das Áreas | 50 |

Lista de Abreviaturas e Símbolos

| | |
|--|---|
| Aneel | Agência Nacional de Energia Elétrica |
| c.a. | Corrente Alternada |
| $\cos \varphi$ | Fator de potência (F_p) |
| D^2 | Potência de Distorção, dimensão [VAd] |
| DTT | Distorção Harmônica Total de Tensão, dimensão [%] |
| f | Frequência do sinal [Hz] |
| Hz | Unidade de medida de frequência |
| $i(t)$ | Corrente Instantânea |
| I | Valor Eficaz de Corrente |
| I_{max} | Valores Máximos da Corrente, dimensão [A] senoidais |
| $I = I_{ef.} = \left \vec{I} \right $ | Valor da Magnitude do Fasor de Corrente |
| MARH21 | Equipamento de Medição Fabricado pela RMS Sistemas Eletrônicos - Brasil |
| MatLab | Software para cálculo de funções matemáticas |
| n | “n”=1,2,3,...,50 (ordens harmônicas de tensão e corrente) |
| P | Potência Ativa, dimensão [W] |
| $p'(t)$ | Parcela da Potência Instantânea |
| $p''(t)$ e $p'''(t)$ | Diferentes Parcelas da Potência de Distorção |
| $p_{jk}(t)$ | parcela genérica da potência instantânea correspondente ao “sub-produto” de uma tensão de ordem j por uma corrente de ordem k |
| $p(t)$ | Potência instantânea total |
| PAC | Ponto de Acoplamento Comum |
| PRODIST | Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional |
| Q | Potência Reativa, dimensão [VAr] |
| $ S $ | Potência Aparente, dimensão [VA] |
| TDH_V | Fator de Distorção de Tensão |
| TDH_I | Fator de Distorção de Corrente |
| TIF | Fator de interferência em telefonia |

| | |
|---------------------------|--|
| $v(t)$ | Tensão Instantânea |
| V_n | Tensão Nominal do Barramento |
| V_{max} | Valores Máximos da Tensão, dimensão [V] senoidais |
| V | Valor Eficaz de Tensão |
| $V = V_{ef.} = \vec{V} $ | Valor da Magnitude do Fasor de Tensão |
| $\angle I$ | Valor da Fase do Fasor, o ângulo da função no tempo, em relação à origem do mesmo |
| $\angle V$ | Valor da Fase do Fasor, o ângulo da função no tempo, em relação à origem do mesmo |
| φ | Ângulo da Corrente em relação à referência |
| ωt | Ângulo em radianos |
| δ_n | Ângulo de defasagem da tensão de ordem harmônica “n”, em relação à fundamental |
| φ_n | Ângulo de defasagem da corrente de ordem harmônica “n”, em relação à tensão de mesma ordem harmônica |

1 Introdução

Atualmente, a compensação de reativos em sistemas de energia elétrica é assunto de intensa preocupação tanto por parte das concessionárias como dos consumidores, uma vez que está intimamente ligado à eficiência dos sistemas de transmissão, distribuição e funcionamento dos dispositivos de comando e proteção elétrica, além de influir no valor das tarifas de energia.

Em 1888 foi feita a primeira referência ao fato de que oscilações de potência entre uma fonte e a carga são causadas pelo ângulo entre a tensão e a corrente (EMANUEL, 1990).

Atualmente, engenheiros e profissionais da área aceitam as definições de potência aparente ($|S|$), ativa (P) e reativa (Q) em sistemas com tensões e correntes senoidais sem reservas. Assim os estudos dos comportamentos dos sistemas de energia elétrica e seus dispositivos de comando e proteção são relacionados através do modelo matemático ($S = P + jQ$) (EMANUEL, 1990).

Até hoje, em sistemas de energia elétrica com formas de onda não senoidais, as definições de potência reativa e de distorção têm sido muito criticadas, principalmente no que se refere aos significados físicos. As informações que trazem não são satisfatórias para serem usadas em projetos de compensadores.

Até o momento não existe um consenso na comunidade científica, para definições de aceitação universal de potências em circuitos com forma de onda não senoidais.

Em consequência do uso crescente e massificante de dispositivos de controle não lineares, característica do avançado estágio da eletrônica de potência, os constantes problemas relacionados às formas de onda de tensão e corrente não senoidais são cada vez maiores (SUBJAK; MCQUILKIN, 1990; IEEE, 1993b).

Tendo em vista a inexistência de uma conceituação geral sobre a potência elétrica (interpretação física e geométrica) e conseqüentemente do fator de potência, para condições não senoidais, o desenvolvimento teórico aqui apresentado iniciou-se com o objetivo de obter-se uma formalização matemática para a descrição das potências Ativa, Reativa, Apa-

rente e de Distorção, bem como auxiliar na compreensão de suas características físicas e sua possível interpretação geométrica.

Como objetivo geral o presente trabalho pretende resgatar os questionamentos feitos sobre o real significado de cada um dos termos empregados nas expressões de potência utilizadas para sistemas de energia elétrica, em funcionamento sob características puramente senoidais, quando é utilizada a expressão $S = P + jQ$. Esta expressão encontra-se consolidada quanto ao seu emprego para a determinação dos valores de potência Aparente ($|S|$) de dimensão [VA], Ativa (P) de dimensão [W] e Reativa (Q) de dimensão [VAr], bem como para a determinação do fator de potência ($\cos\varphi = f.p.$), do sistema e/ou circuito, onde $\varphi = \arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$, que determina a eficiência do mesmo (ELGERD, 1971).

Para se estabelecer a relação adequada entre os valores das potências P , Q e $|S|$ optou-se por uma representação gráfica no plano complexo e a correção do fator de potência é feita com base nesta representação, sendo que a eficiência do sistema é tanto melhor quanto mais próximo da unidade for o $\cos\varphi$. Neste caso para a correção do fator de potência utilizam-se capacitores que atuam diretamente sobre a potência reativa (Q), com o sistema e/ou circuito operando sob condições senoidais (MILLER, 1982).

Quando um sistema de energia elétrica opera sob condições não senoidais questiona-se a validade da expressão das potências $|S|^2 = P^2 + Q^2$ e sugere-se uma outra potência a ser avaliada, chamada de distorção (D), através da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$ (FRYZE, 1932). Nesta expressão, tornou-se confusa a avaliação do significado físico de cada componente, bem como a determinação do valor preciso do fator de potência. Neste caso a correção do fator de potência se torna mais complexa, não sendo suficiente a aplicação de capacitores; é necessária a aplicação de filtros sintonizados, em associação, para uma melhor eficiência na minimização dos problemas causados por circuitos operando sob estas condições (SHEPERD; ZAKIKHANI, 1972; SHARON, 1973).

Neste sentido este trabalho foi desenvolvido com o intuito de apresentar uma nova metodologia de análise do fator de potência para cargas lineares e não lineares através de proposições geométricas e matemáticas apresentadas, tornando mais simples e acessível à compreensão dos conceitos de potência aplicados a sistemas de energia elétrica.

No capítulo 2 deste trabalho é feita uma revisão bibliográfica do assunto, resgatando-se o surgimento dos conceitos sobre potência em sistemas e/ou circuitos elétricos e seu desenvolvimento ao longo dos anos, além de se comentar sobre as normas vigentes.

No capítulo 3 discute-se os conceitos de potência instantânea para circuitos senoidais sob um ponto de vista diferente do usual, destacando-se a quadratura entre as parcelas e

sua representação no plano complexo, para estes casos.

No capítulo 4 o enfoque é para sistemas e/ou circuitos operando sob condições não senoidais. Generaliza-se, então, a expressão que representa a potência instantânea e passa-se a analisar o comportamento das parcelas que caracterizam a potência ativa e reativa identificando-se a quadratura entre as mesmas.

Já no capítulo 5, ainda para sistemas não senoidais, a ênfase é dada para a potência de distorção, que decorre das parcelas postergadas na análise da expressão do capítulo 4, onde é discutido o seu significado, o de suas representações matemáticas ou não e avaliando-se o comportamento da potência instantânea total, de maneira análoga ao capítulo 1, verificando seus limites de variação.

Nele também é apresentado o método proposto para cálculo do fator de Potência para ondas distorcidas ou não, onde o foco principal é o uso da energia envolvida no processo de transformação de energia elétrica em trabalho.

Para todo o desenvolvimento deste trabalho foram utilizados os seguintes procedimentos: resolução de equações trigonométricas cuja veracidade foi constatada através da comparação com os resultados obtidos de simulações no *software* MatLab e avaliação do comportamento das potências estudadas, em função das expressões desenvolvidas, através de análise dos gráficos obtidos com a utilização também do MatLab onde foram simulados os programas que continham as respectivas equações, citadas anteriormente.

2 Potência Elétrica: Uma Revisão Bibliográfica

2.1 Revisão Bibliográfica

As primeiras informações sobre os conceitos de potência em circuitos elétricos datam de 1880; especificamente sobre potência reativa iniciam em 1888. As explicações dadas por Stanley e Shallemberger ainda são encontradas em livros textos de engenharia. Após 1888 transcorreram cerca de 40 anos para o pleno reconhecimento da potência reativa e do fator de potência, com a colaboração de Steinmetz, Houston, Kennely, Iliovici, Budeanu, Emde, Knoulton, Fortescue, Krieger, e Schering. Tais estudos baseavam-se, com poucas exceções, em sistemas cujas tensões e/ou correntes eram puramente senoidais (EMANUEL, 1990).

Nesta mesma época e em trabalhos paralelos surgem as primeiras investigações sobre a validade das equações de potência em sistemas senoidais aplicadas a sistemas não senoidais.

C. Budeanu apud S. Fryze, (FRYZE, 1932), calcula a potência aparente ($|S|$) através das séries de Fourier e sustenta uma relação matemática, $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, com a qual ele introduz uma nova grandeza chamada “potência de distorção”, de nomenclatura “ D ” e dimensão “[VAd]”.

Nesta mesma época, entretanto, a preocupação maior por parte dos especialistas e/ou estudiosos do assunto é com a potência reativa e seu significado físico, além da busca de uma formulação adequada para representá-la tanto em circuitos com forma de ondas senoidais quanto para circuitos com forma de ondas não senoidais.

S. Fryze (FRYZE, 1932), em 1932 apresenta uma nova interpretação do problema da definição de potência em ondas não senoidais.

A relação quadrática das potências Aparente, Ativa e Reativa ($|S|^2 = P^2 + Q^2$), se-

dimentada e utilizada até hoje, era motivo de intensa discussão pelos motivos citados acima, e Fryze a utiliza (sob outra nomenclatura) para analisar suas propriedades físicas e matemáticas (inclusive introduz o conceito de ortogonalidade entre as correntes, para os exemplos que utiliza) e analisar o comportamento do fator de potência (já discutido, intensamente, também na época), com possibilidades experimentais de prova.

Para essas demonstrações todas Fryze se vale basicamente de exemplos de circuitos monofásicos constituídos por uma fonte de tensão e/ou corrente (de mesma frequência e em função do tempo) alimentando uma carga desconhecida conectada em série ou paralelo, através de condutores ideais, com essa fonte e instrumentos de medida como voltímetro, amperímetro e wattímetro, onde os mesmos faziam a leitura dos valores eficazes de tensão $\left(U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U(t)^2 dt} \right)$, corrente $\left(I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I(t)^2 dt} \right)$ e valor médio da potência $\left(P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt \right)$, respectivamente.

À partir dessas expressões e conceitos, toda a sua teoria é então desenvolvida concluindo-se dentre outras coisas que a relação quadrática utilizada em sistemas senoidais pode ser mantida para sistemas não senoidais mas que a correção do fator de potência não pode ser efetuado completamente utilizando-se esta expressão (FRYZE, 1932).

Quase 30 anos se passaram, até que na década de 60 novos estudos sobre o assunto voltassem a ser feitos com uma maior intensidade em função das recentes descobertas na área da conversão de energia, incluindo o crescente uso de dispositivos controlados, criando novos aspectos à respeito das considerações sobre o fator de potência.

M. Depenbrock (DEPENBROCK, 1962) em sua tese de PhD, no ano de 1962, sugere uma decomposição vetorial tridimensional para as componentes da potência aparente, argumentando que por meio desta decomposição o problema poderia ser resolvido para se obter um fator de potência ideal.

A. E. Emanuel-Eigeles e M. S. Erlicki (ERLICKI; EMANUEL, 1968), em 1968, descrevem e analisam, através do cálculo integral, uma nova aproximação para as potências reativa e de distorção caracterizadas pelo uso já crescente das cargas não lineares (sistemas retificadores, amplificadores magnéticos, tiristores) e propõem alternativas de correção (neutralização) dessas mesmas potências através da interconexão adequada de elementos não lineares semelhantes.

Na década de 1970 acentuam-se os trabalhos com W. Sheperd e P. Zakikhani, (SHEPERD; ZAKIKHANI, 1972), e D. Sharon (SHARON, 1973), e conseqüentemente, as críticas às

formulações matemáticas mais antigas e seus significados físicos que, segundo os autores citados acima, não fornecem uma base sólida para a compensação reativa da potência, uma vez que já estava constatado o problema do baixo fator de potência como consequência dos sistemas operando com dispositivos controlados (características não lineares).

Na década de 1980 com vários trabalhos promissores como Kusters e Moore (KUSTERS; MOORE, 1980) que fazem uma análise matemática apurada das equações de potência, através das séries de Fourier, e apresentam um protótipo de um “analisador de corrente ativa/reativa para medida de potência de formas de ondas distorcidas”. Também C. H. Page (PAGE, 1980) e P. Filipiski (FILIPSKI, 1980), na mesma linha de Kusters e Moore, sinalizam com implementações de medidores para as potências reativas distorcidas.

Em 1983, L. S. Czarnecki (CZARNECKI, 1983), que viria a publicar inúmeros trabalhos e se tornar uma das principais fontes de referência sobre o assunto, faz uma análise da “decomposição ortogonal da corrente de fontes senoidais aplicadas à cargas não lineares”, associando as interpretações de Budeanu e Fryze.

No mesmo ano surge a teoria da potência reativa instantânea e potência imaginária instantânea, através de H. Akagi e N. Nabae (AKAGI; NABAE, 1984) que conduz à uma técnica de projeto de compensadores para a potência reativa devida à componente fundamental da tensão e corrente, bem como da potência de distorção. Mas neste caso os significados físicos são de difícil interpretação devido à abordagem algébrica utilizada. Assim, obteve-se um avanço na teoria da potência elétrica nos estados de regime permanente senoidal, e também os regimes transitórios passaram à ser analisados.

Ainda em 1983 o “Working Group on Power Systems Harmonics”, do IEEE (IEEE, 1993b), publica um artigo sobre os muitos fenômenos relacionados às fontes harmônicas e seus efeitos sobre o sistema. Nessa época já eram acentuados os problemas que vinham sendo relatados há cerca de 50 anos, sendo os principais:

- Falha em banco de capacitores devido ao rompimento dielétrico ou sobrecarga de potência reativa;
- Perdas excessivas e aquecimento de máquinas de indução e síncronas;
- Sobre-tensões e correntes excessivas em sistemas devido a ressonâncias;
- Interferência, por indução, em sistemas de telecomunicações;
- Erros em medidores de kWh;

- Interferência de sinais e mau-funcionamento de relés, particularmente de estado-sólido e sistemas controlados por microprocessador;
- Oscilações mecânicas de máquinas de indução e síncronas;
- Etc.

Em 1985 um novo artigo é publicado pelo mesmo grupo e mais alguns colaboradores sobre o mesmo assunto, porém quantificando alguns fatores de distorção (IEEE, 1993a) que são utilizados até o momento, por exemplo:

- fator de distorção de tensão: $TDH_v = \frac{1}{V_1} \left[\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2 \right]^{1/2}$;
- fator de distorção de corrente: $TDH_I = \frac{1}{I_1} \left[\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 \right]^{1/2}$;
- fator de magnitude ou pico: $FM = \frac{1}{V_1} \sum_{n=2}^{\infty} V_n$.

Desde então, muitos outros trabalhos surgem sobre o tema, como por exemplo, M. A. Slonin e J. D. Van Wyk (SLONIM; Van Wyk, 1988), porém, os mais importantes são os de L. S. Czarnecki (CZARNECKI, 1985), com novas investigações. Mas, basicamente, dois modelos principais dominam hoje o acesso às definições e componentes da potência:

- Primeiro é a escola de Budeanu, a qual está sancionada no padrão ANSI/IEEE 100-1977;
- Segundo é a escola de Fryze, a qual influenciou a posição da International Electrical Commission (EMANUEL, 1990).

Recentemente a teoria de Budeanu vem sendo abandonada por não possuir quaisquer atributos que possam ser relacionados aos fenômenos de potência no circuito. Além disto seus valores não provêm informações que possam fornecer subsídios para projetos de circuitos compensadores, e o valor da potência de distorção não fornece qualquer informação sobre a distorção da forma da onda (CZARNECKI, 1987).

A teoria de Fryze, por fornecer maiores subsídios para preencher as lacunas deixadas por Budeanu, se tornou objeto de maior atenção no meio científico (CZARNECKI, 1994).

Com isso, tem-se como maiores expoentes as pesquisas de A. E. Emanuel, L. S. Czarnecki (que discutem os dois modelos básicos citados acima), e H. Akagi; sendo que este

último é o mais consolidado com seu trabalho como ferramenta de controle de reativos, porém, de difícil interpretação.

No Brasil poucos são os trabalhos específicos nesta área, uma vez que a maior preocupação é o estudo do fluxo de carga (em sistemas com ou sem harmônicas), nas principais escolas do país; porém os estudos desenvolvidos por H. E. Watanabe (WATANABE, 1992) e D. L. Milanez (MILANEZ, 1993) devem ser citados.

2.2 Um Pouco Sobre as Normas

A elaboração de uma norma é influenciada por diversos fatores, tais como a configuração particular do sistema elétrico do país, o grau de utilização de sinais de áudio-freqüência para controle do sistema (ripple control), a experiência acumulada pelas concessionárias de energia elétrica, as especificações dos componentes sujeitos à distorções harmônicas, etc... (PIRES, 1991).

Com isso, as normas tendem a ser empíricas, sendo raramente baseadas num estudo detalhado do comportamento do sistema.

A compreensão cada vez maior dos fenômenos que envolvem harmônicas, decorrente de técnicas de medição e análise mais aperfeiçoadas, pode, com o decorrer do tempo e com a obtenção de maior experiência, implicar em modificações das normas e recomendações existentes.

Uma vez que o conversor estático é uma das principais fontes de perturbações harmônicas, as normas geralmente estabelecem procedimentos para a avaliação da potência e do tipo do conversor que pode ser conectado a um ponto de acoplamento comum (PAC). O PAC é o ponto eletricamente mais próximo do consumidor sob análise e no qual outros consumidores estão ou poderão ser conectados.

Na Nova Zelândia e no Brasil, a capacidade de distorção harmônica do PAC, expressa pelo nível de curto-circuito, é distribuída entre os consumidores, de acordo com suas demandas máximas individuais. Em algumas normas, a natureza aleatória das fontes harmônicas é considerada pela introdução de fatores de diversidade, que transformam a potência real de um conversor numa potência efetiva, que é então comparada com os limites estabelecidos na norma.

No Brasil, o procedimento de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST 2006 da Agência Nacional de Energia Elétrica - Aneel (ANEEL,

2006), define que os parâmetros de harmônicas que devem ser observados por todos os agentes envolvidos na Distribuição de Energia Elétrica nas tensões nominais fase-terra inferiores a 138 kV, não pode exceder os limites em qualquer PAC, conforme a tabela 2.1.

Tabela 2.1: Valores de referência das distorções harmônicas totais.

| Tensão Nominal do Barramento | Distorção Harmônica Total de Tensão (DTT) [%] |
|------------------------------|---|
| $V_n \leq 1kV$ | 10 |
| $1kV < V_n \leq 13,8kV$ | 8 |
| $13,8kV < V_n \leq 69kV$ | 6 |
| $69kV < V_n \leq 138kV$ | 3 |

3 Uma Discussão sobre a Potência Instantânea em Sistemas Senoidais

3.1 Introdução

Neste capítulo será dada uma explanação sobre uma possível re-interpretação dos conceitos de potência tradicionais, para sistemas de energia elétrica sujeitos a tensões e correntes senoidais. Analisar-se-á o comportamento da potência instantânea e suas componentes e a quadratura existente entre elas.

3.2 Quadratura entre as Potências Ativa e Reativa

Tradicionalmente em circuitos elétricos de corrente alternada (c.a.) as definições de potência usuais se aplicam aos casos de regime permanente senoidal.

Tendo-se para um circuito monofásico em função do tempo,

$$v(t) = V_{\max.} \text{sen} \omega t \quad (3.1)$$

$$i(t) = I_{\max.} \text{sen}(\omega t - \varphi) \quad (3.2)$$

Sendo:

$V_{\max.}, I_{\max.}$ = valores máximos da tensão [V] e corrente [A] senoidais, respectivamente;

φ = ângulo da corrente em relação à referência (origem dos tempos);

$\omega t = 2\pi ft$, em radianos, com f = frequência do sinal [Hz].

As expressões (3.1) e (3.2) tratam apenas de ondas senoidais de frequência fundamental, $f = 60$ Hertz.

Pode-se constatar que a corrente poderá possuir o mesmo ângulo, estar atrasada, ou adiantada em relação à tensão se a carga possuir característica resistiva, indutiva ou capacitiva. O ângulo pode assumir o valor nulo, ser positivo ou negativo. Assim, o ângulo φ (em radianos) pode assumir teoricamente qualquer valor na faixa:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.3)$$

Nestas condições a potência instantânea será dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (3.4)$$

Cujo desenvolvimento resulta em:

$$p(t) = \left(\frac{V_{max} \cdot I_{max}}{2} \right) \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (3.5)$$

Que também pode ser expressa como:

$$p(t) = V I \cos \varphi - V I \cos(2\omega t - \varphi) \quad (3.6)$$

Sendo:

$$V = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \text{ (valor eficaz de tensão);}$$

$$I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \text{ (valor eficaz de corrente).}$$

Assim, a expressão (3.6) pode ser escrita como:

$$p(t) = V I \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - V I \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (3.7)$$

Esta expressão fornece uma forma de onda senoidal, assimétrica em relação ao eixo dos tempos, com o dobro da frequência da onda de tensão ou corrente, que a originou.

Identificando-se na expressão (3.7) as parcelas:

$$A = V I \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) \quad (3.8)$$

$$B = V I \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (3.9)$$

Então a expressão (3.7) pode ser escrita como:

$$p(t) = A - B \quad (3.10)$$

A forma de onda expressa em (3.7) se decompõe em uma reta paralela ao eixo dos tempos, definida pelo valor médio da potência instantânea, e duas componentes senoidais.

Com referência à expressão (3.10) a componente A pulsa em torno do valor médio da potência instantânea. Esse valor médio é dado por $VI \cos \varphi$ e é tradicionalmente denominado de potência ativa P .

Portanto a parcela A varia entre os valores 0 e $2P$, com o dobro da frequência da rede, nunca ficando negativa. O valor médio desta oscilação é o valor da potência ativa P . A componente B pulsa em torno do eixo dos tempos com o dobro da frequência da rede. Seu valor de pico é dado por $VI \sin \varphi$ que é tradicionalmente chamado de potência reativa Q .

Assim, convencionalmente, define-se:

Potência ativa:

$$P = VI \cos \varphi \quad (3.11)$$

Potência reativa:

$$Q = VI \sin \varphi \quad (3.12)$$

E a expressão (3.7) pode ser escrita como:

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) - Q \text{sen} 2\omega t \quad (3.13)$$

E na sua formulação geral:

$$p(t) = \underbrace{P - P \cos 2\omega t}_A - \underbrace{Q \text{sen} 2\omega t}_B \quad (3.14)$$

Onde pode ser identificada a parcela:

$$A' = P \cos 2\omega t \quad (3.15)$$

E então a expressão (3.10) pode ser escrita como:

$$p(t) = P - A' - B \quad (3.16)$$

ou seja:

$$p(t) = P - \underbrace{P \cos 2\omega t}_{A'} - \underbrace{Q \sin 2\omega t}_B \quad (3.17)$$

Analisando a expressão (3.17) observa-se que a parcela A' está em quadratura com a parcela B . Esta expressão pode ser reescrita simplesmente como:

$$p(t) = P - p'(t) \quad (3.18)$$

onde:

$$p'(t) = A' + B \quad (3.19)$$

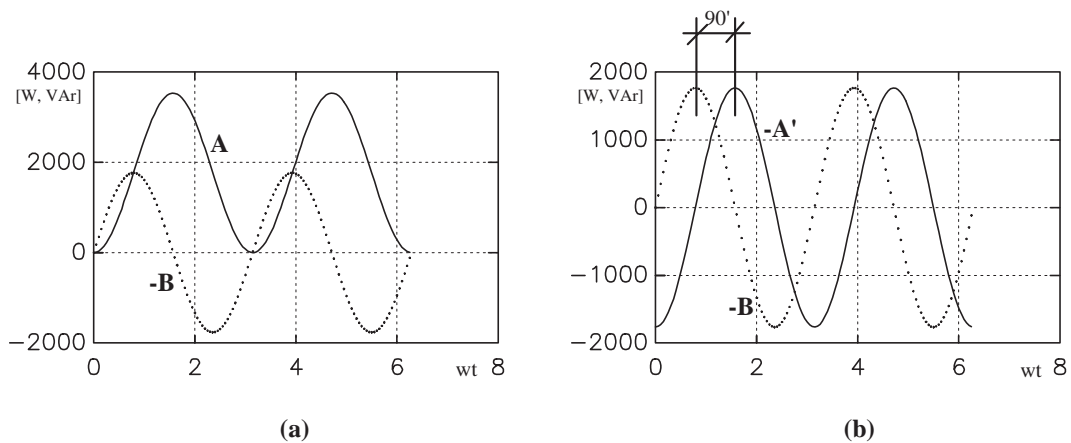


Figura 3.1: a, b: Determinação da quadratura entre as parcelas das potências instantâneas.

A Figura 3.1a fornece o gráfico das parcelas A e $-B$ da expressão (3.10) e a Figura 3.1b fornece apenas as parcelas $-A'$ e $-B$ da expressão (3.16) para uma visualização melhor da quadratura entre estas parcelas. Para a obtenção dos gráficos da Figura 3.1 optou-se por escolher $\varphi = \frac{\pi}{4}$ radianos (45°), o que não tira a generalidade das conclusões que possam ser tiradas.

Feita a soma das parcelas $-A'$ e $-B$ acima, obtém-se o gráfico de $-p'(t)$, representado na Figura 3.2.

A expressão (3.18) mostra que a potência instantânea $p(t)$ é constituída por um valor médio P mais uma parcela senoidal que pode ser visualizada graficamente através da Figura 3.2.

Enfocando-se apenas a parcela $p'(t)$ da expressão (3.18) tem-se que,

$$p'(t) = P \cos 2\omega t + Q \sin 2\omega t \quad (3.20)$$

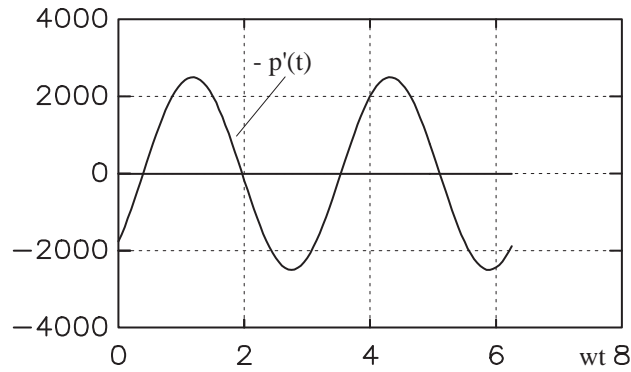


Figura 3.2: Representação da soma das parcelas “pulsantes” da potência.

é a soma de dois termos senoidais de igual frequência ($2f$) resultando, portanto numa única senóide de mesma frequência. Resta saber qual é a amplitude de $p'(t)$ bem como seu ângulo de fase.

3.3 Comparação da “Representação Fasorial” com a Representação no Plano Complexo

Utilizando-se uma “representação fasorial”, similar à representação fasorial adotada normalmente para tensões e correntes e lembrando-se que para uma carga tem-se sempre $P \geq 0$, e fazendo-se $Q > 0$, a Figura 3.3 teria esta representação:

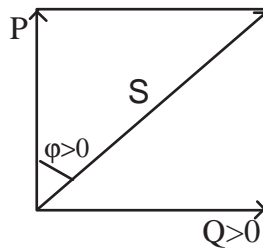


Figura 3.3: Representação das potências para $Q > 0$, $\varphi > 0$.

Para $Q < 0$ circuitos capacitivos, $\varphi < 0$ ter-se-ia a Figura 3.4:

E assim a expressão (3.20) pode ser genericamente escrita:

$$p'(t) = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \text{sen}\left(2\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) \quad (3.21)$$

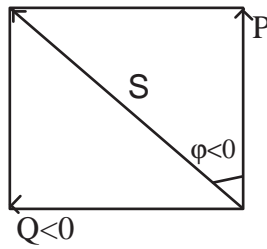


Figura 3.4: Representação das potências para $Q < 0$, $\varphi < 0$.

Neste sentido a expressão (3.14) pode ser reescrita como:

$$p(t) = P - \sqrt{(P^2 + Q^2)} \operatorname{sen}\left(2\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) \quad (3.22)$$

ou,

$$p(t) = P - \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cos(2\omega t - \varphi) \quad (3.23)$$

A expressão (3.23) afirma que a potência instantânea $p(t)$ é dada por um valor médio e constante igual a $(P = VI \cos \varphi)$ mais uma variação senoidal ou cossenoidal de amplitude $\sqrt{(P^2 + Q^2)}$, sendo esta variação dependente do tempo e do ângulo φ que é a defasagem existente entre tensão e corrente no circuito.

Por outro lado, adotando-se a representação fasorial para a tensão e a corrente expressas em (3.1) e (3.2) tem-se:

$$\vec{V} = V \angle 0^\circ \quad (3.24)$$

$$\vec{I} = I \angle -\varphi \quad (3.25)$$

sendo:

$V = V_{\text{ef.}} = |\vec{V}|$: valor da magnitude do fasor de tensão;

$I = I_{\text{ef.}} = |\vec{I}|$: valor da magnitude do fasor de corrente;

$\angle V$: valor da fase do fasor e é igual ao ângulo da função no tempo, em relação à origem do mesmo;

Deste modo conceitua-se a potência complexa \vec{S} e será dada pela expressão:

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I}^* \quad (3.26)$$

ou,

$$\vec{S} = |\vec{S}| \angle \varphi \quad (3.27)$$

sendo:

\vec{I}^* = conjugado da corrente, definido por $I \angle + \varphi$.

Cuja representação no plano complexo é facilmente obtida por:

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I}^* = V \angle 0^\circ \cdot I \angle + \varphi = VI \angle \varphi = VI (\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) \quad (3.28)$$

Então para $\varphi > 0$ e $\varphi < 0$ tem-se a Figura 3.5:

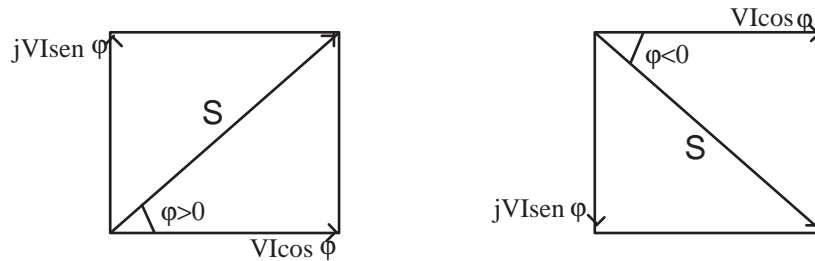


Figura 3.5: Representação no plano complexo das potências.

Verifica-se, assim, que a representação no plano complexo da chamada potência complexa S é análoga à “representação fasorial” da parcela $p'(t)$ da potência instantânea $p(t)$, uma vez que $P = VI \cos \varphi$ e $Q = VI \operatorname{sen} \varphi$.

De todo modo, a chamada potência aparente $|S|$ é numericamente igual à:

$$|S| = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \quad (3.29)$$

ou seja,

$$|S| = \sqrt{(VI \cos \varphi)^2 + (VI \operatorname{sen} \varphi)^2} = VI \quad (3.30)$$

E sua representação pode ser feita tradicionalmente pelo triângulo de potências da figura 3.5.

No entanto, não se pode esquecer que esta potência aparente $|S|$ é apenas a amplitude com que pulsa a potência instantânea em torno do valor médio ($P = VI \cos \varphi$), e que o fator de potência do circuito é:

$$\cos \varphi = \cos \arctan \left(\frac{Q}{P} \right) \quad (3.31)$$

Deste modo a expressão (3.23) pode ser mais compactamente expressa como:

$$p(t) = P - |S| \cos(2\omega t - \varphi) \quad (3.32)$$

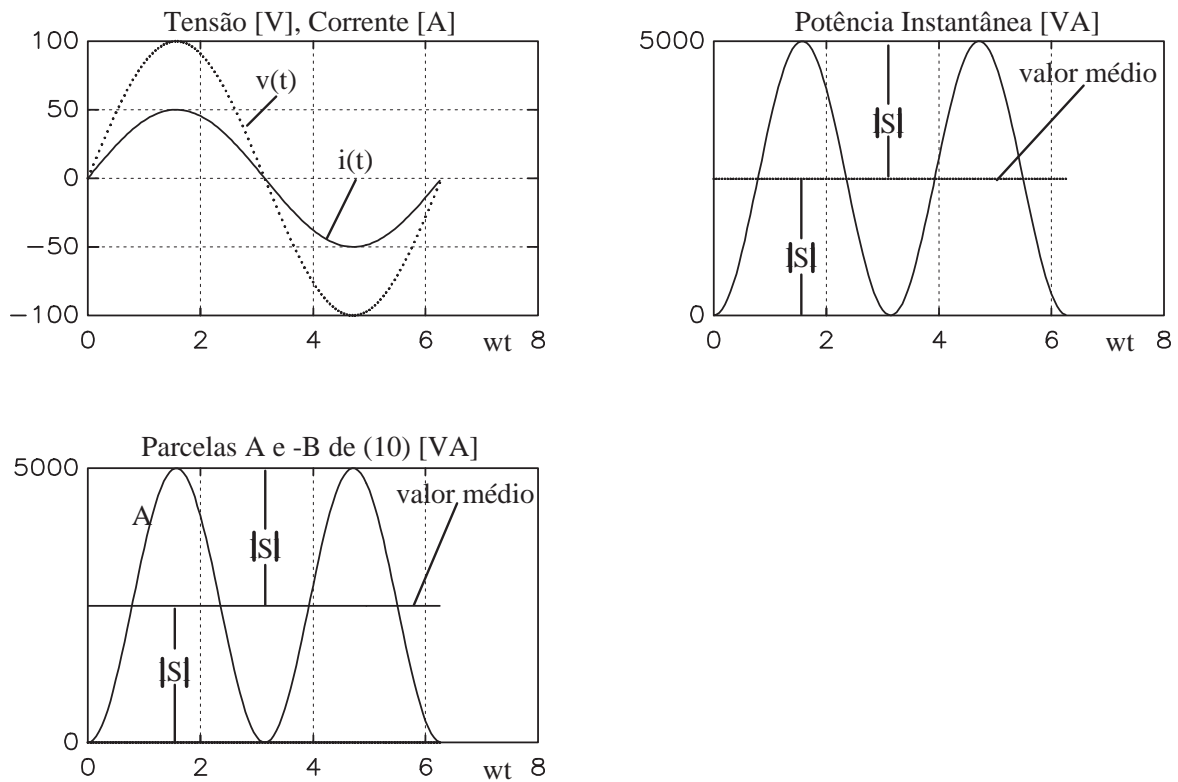


Figura 3.6: Potências para $\varphi = 0^0$.

Para as curvas dos figuras 3.6 a 3.10 foram adotados valores máximos de tensão e corrente iguais a 100 volts e 50 ampères, respectivamente.

A característica do circuito é variada de maneira que o mesmo possa ser resistivo, indutivo ou capacitivo.

Observa-se, então, nas figuras 3.6 a 3.10 que a potência instantânea possui uma faixa de variação determinada pelo produto dado por $V_{ef} \cdot I_{ef}$. (a faixa vale $2V_{ef} \cdot I_{ef}$), independentemente das características do circuito, o que já poderia ser facilmente observado em (3.5) sem a identificação explícita da potência reativa.

Para um circuito com $\varphi = 0^0$, $|S| = P$ e a potência instantânea varia entre os valores 0 e $2P$, ou seja, 0 e $2|S|$, Figura 3.6.

Já para um circuito com $\varphi = \pm 90^0$, $|S| = Q$, $P = 0$ e a potência instantânea varia entre $-Q$ e $+Q$, ou seja, $-|S|$ e $+|S|$, Figura 3.8 e 3.10.

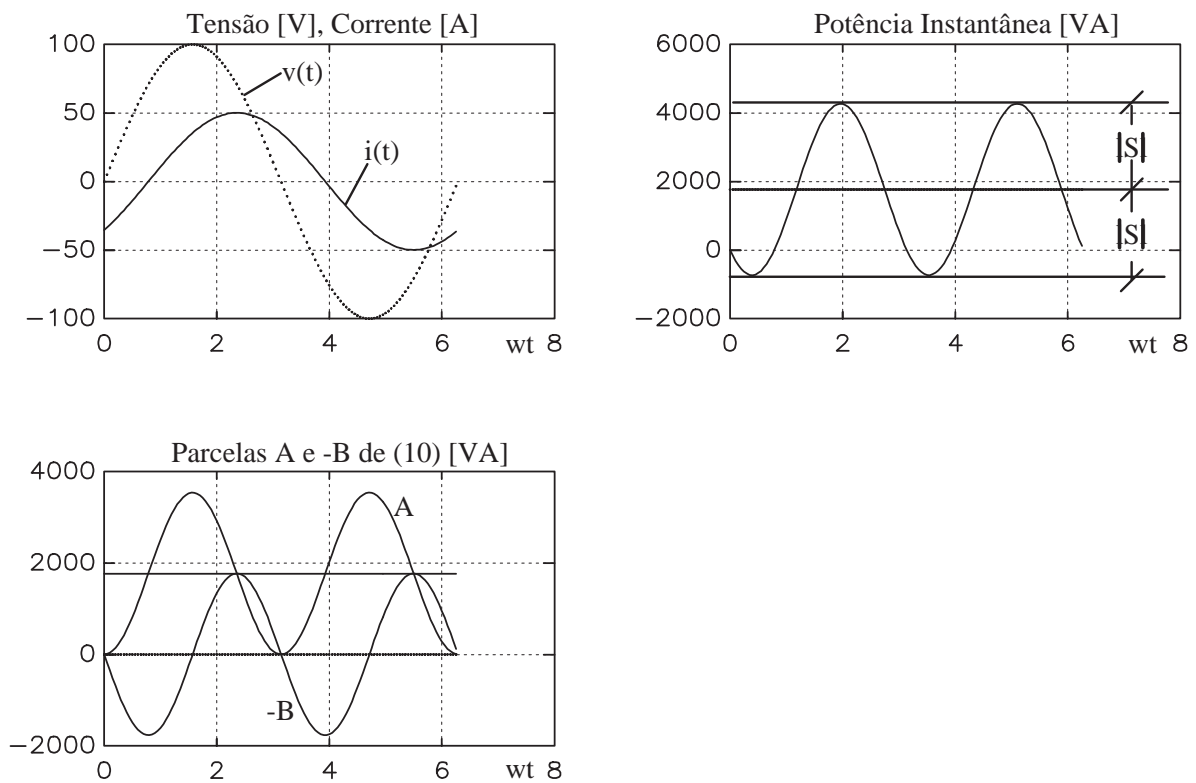


Figura 3.7: Potências para $\varphi = 45^\circ$.

Para um valor genérico de φ , a potência pode variar entre os valores $(P - |S|)$ e $(P + |S|)$ com uma frequência angular 2ω , apresentando o valor médio P .

3.4 Conclusão

Foi apresentado neste capítulo a potência instantânea e o comportamento das parcelas que a compõem, para o caso de tensão e corrente puramente senoidais. Também foi analisada a representação das potências ativa, reativa e aparente através do tradicional triângulo de potências no plano complexo, onde a quadratura entre as potências ativa e reativa é devida à quadratura existente entre duas parcelas senoidais da potência instantânea.

Para circuitos monofásicos sujeitos à tensões e correntes puramente senoidais a adoção da potência aparente, $|S|$, como parâmetro genérico de dimensionamento para instalações e equipamentos sob um certo nível de tensão (valor eficaz) fornece apenas o limite para o valor eficaz da corrente. Por outro lado este valor de potência aparente, em VA, determina a amplitude da faixa de variação da potência instantânea, sendo que o fator de potência ($f.p. = \cos \varphi$), ou seja, a impedância apresentada pelo circuito, é que determina

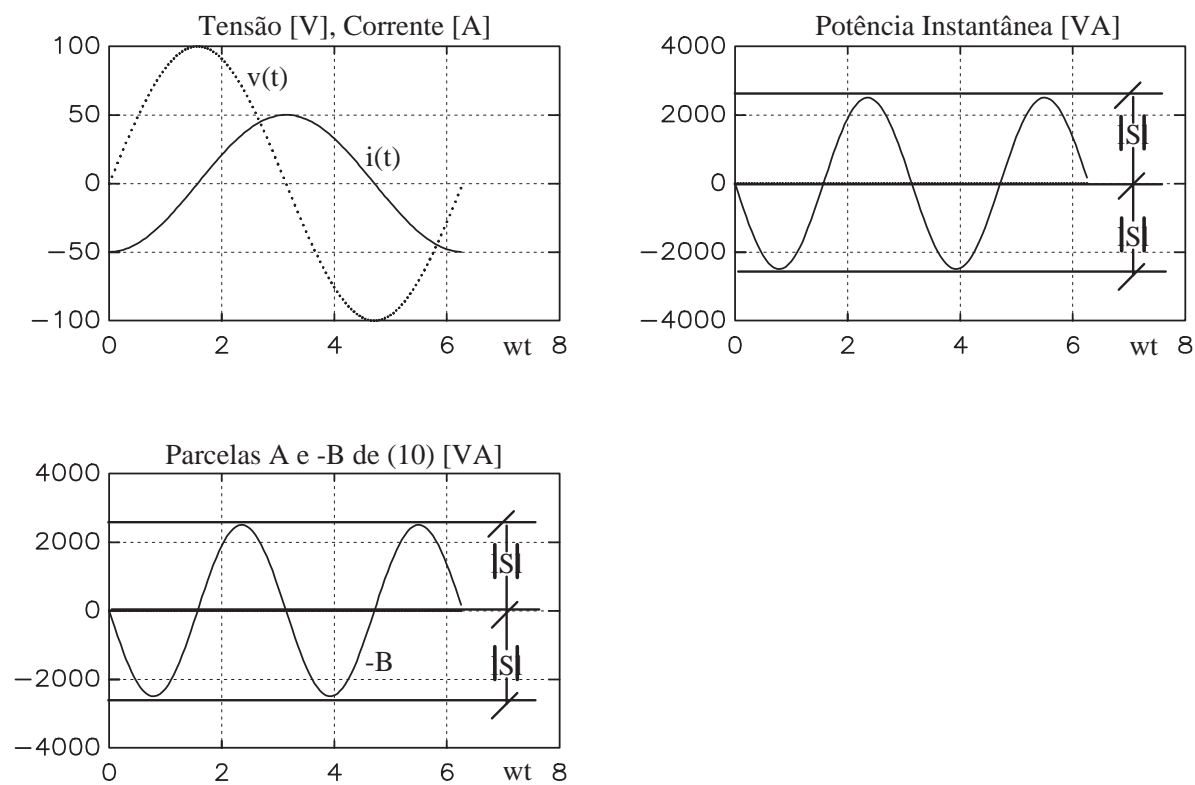


Figura 3.8: Potências para $\varphi = 90^\circ$.

a referência ($P = VI\cos\varphi$) em torno da qual ocorrerá esta variação.

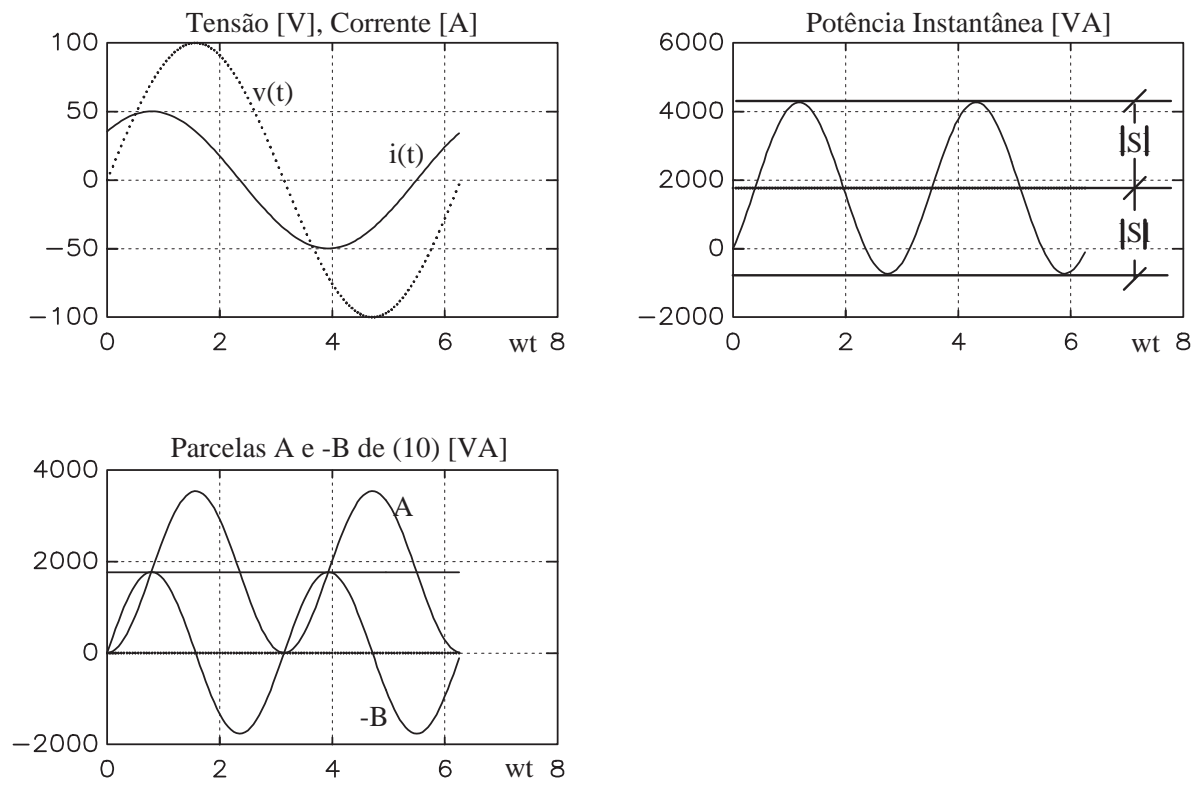


Figura 3.9: Potências para $\varphi = -45^\circ$.

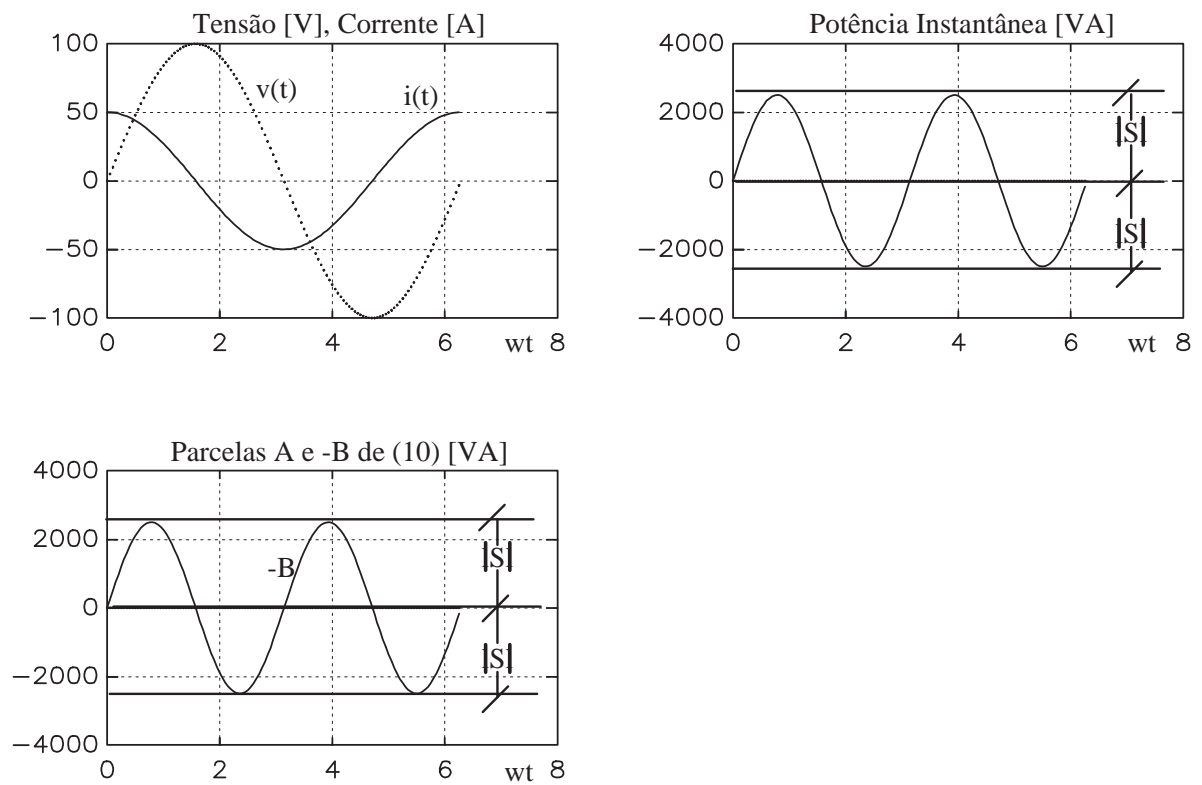


Figura 3.10: Potências para $\varphi = -90^\circ$.

4 Quadratura entre Potência Ativa e Reativa em Sistemas não Senoidais

4.1 Introdução

Como citado no capítulo 2, ainda não se convergiu para uma formulação de aceitação universal à respeito da potência em circuitos não senoidais. No entanto a mais usada é a que estende, com pequenas adaptações, os mesmos conceitos utilizados nos sistemas senoidais tornando as análises e cálculos em torno do assunto algo simples, e além do mais, muito atrativo (MANGILI, 1995).

Esta simplicidade, porém, é a maior deficiência no que diz respeito à comprovação da eficácia dessas formulações, pois não refletem com fidelidade a complexidade da potência em circuitos com formas de onda não senoidais.

Por exemplo, alguns detalhes de comportamento da potência são deixados à margem quando, sob tais condições, se fala de correção do fator de potência.

Expressões consolidadas, tal como $|S|^2 = P^2 + Q^2$, ou discutidas, tal como $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, onde já se constata a introdução do termo “potência de distorção” (D), decorrente das harmônicas de tensão e/ou corrente no circuito não oferecem uma perfeita “visualização” das suas aplicações para uma variedade de diferentes métodos, existentes atualmente, para melhoria do fator de potência.

Por outro lado a potência instantânea, que está vinculada à estas expressões pelo exposto no capítulo 3, permite uma melhor percepção de alguns desses detalhes e/ou fenômenos de comportamento citados.

Para isso o tratamento matemático dado à expressão da potência se dividirá em etapas, a saber: uma considerando apenas as parcelas constituídas por tensões e correntes de mesma ordem harmônica, caracterizando as potências ativa e reativa; outra considerando

as parcelas constituídas por tensões e correntes de ordens harmônicas diferentes entre si, caracterizando a potência de distorção e por fim a soma dessas componentes que fornecerão o comportamento global da potência instantânea.

Pretende-se analisar aqui o comportamento das parcelas da potência instantânea, para o caso onde os sinais de tensão e corrente são distorcidos, caracterizando-se assim um sistema não senoidal, porém, analisando-se apenas as parcelas onde a tensão e corrente tenham a mesma ordem harmônica.

4.2 Generalização da Expressão da Potência Instantânea

Considera-se, agora, um sistema em regime permanente não senoidal onde a tensão e a corrente sejam distorcidas e periódicas, sendo $v(t)$ e $i(t)$ dadas pela soma de várias componentes de ordem “n”, respectivamente, às quais denominam-se componentes harmônicas.

Assim, para um circuito monofásico em função do tempo, tem-se:

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_n(t) \quad (4.1)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_n(t) \quad (4.2)$$

sendo:

$$v_1(t) = V_{1\max} \cdot \text{sen} \omega t \quad (4.3)$$

$$v_2(t) = V_{2\max} \cdot \text{sen}(2\omega t + \delta_2) \quad (4.4)$$

$$v_3(t) = V_{3\max} \cdot \text{sen}(3\omega t + \delta_3) \quad (4.5)$$

$$\vdots \quad (4.6)$$

$$v_n(t) = V_{n\max} \cdot \text{sen}(n\omega t + \delta_n) \quad (4.7)$$

e,

$$i_1(t) = I_{1\max} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi_1) \quad (4.8)$$

$$i_2(t) = I_{2\max} \cdot \text{sen}(2\omega t + \delta_2 - \varphi_2) \quad (4.9)$$

$$i_3(t) = I_{3\max} \cdot \text{sen}(3\omega t + \delta_3 - \varphi_3) \quad (4.10)$$

$$\vdots \quad (4.11)$$

$$i_n(t) = I_{n\max} \cdot \text{sen}(n\omega t + \delta_n - \varphi_n) \quad (4.12)$$

sendo:

$\delta_n = \hat{\text{Ângulo de defasagem da tensão de ordem harmônica "n", em relação à fundamental;}}$

$\varphi_n = \hat{\text{Ângulo de defasagem da corrente de ordem harmônica "n", em relação à tensão de mesma ordem harmônica;}}$

$n\omega t = n \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t$, em radianos, com $f = \text{freqüência do sinal [Hz]}$; normalmente tem-se $n = 1, 2, 3, \dots, 50$ (ordens harmônica de tensão e corrente); as expressões de (4.3) a (4.8) tratam de componentes de sinais distorcidos com freqüência fundamental f .

Como a potência instantânea é dada pela expressão (3.4) e respeitando-se as mesmas considerações feitas para se utilizar esta expressão, no capítulo 3, para este caso tem-se que a potência instantânea passa a ser dada por:

$$p(t) = [v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_n(t)] \cdot [i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_n(t)] \quad (4.13)$$

Cujos produtos das tensões pelas correntes, resulta em:

$$\begin{aligned} p(t) = & v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) + v_3(t)i_3(t) + \dots + v_n(t)i_n(t) + \\ & + v_1(t)i_2(t) + v_1(t)i_3(t) + \dots + v_1(t)i_n(t) + \\ & + v_2(t)i_1(t) + v_2(t)i_3(t) + \dots + v_2(t)i_n(t) + \\ & + v_3(t)i_1(t) + v_3(t)i_2(t) + \dots + v_3(t)i_n(t) + \dots \end{aligned} \quad (4.14)$$

Substituindo as expressões de (4.3) a (4.8) na expressão 4.14 e desenvolvendo, tem-se:

$$\begin{aligned}
p(t) = & \{V_1 I_1 \cos \varphi_1 [1 - \cos 2\omega t] - V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t\} + \\
& + \{V_2 I_2 \cos \varphi_2 [1 - \cos (4\omega t + 2\delta_2)] - V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin (4\omega t + 2\delta_2)\} + \\
& + \{V_3 I_3 \cos \varphi_3 [1 - \cos (6\omega t + 2\delta_3)] - V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin (6\omega t + 2\delta_3)\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_1 I_2 \cos \varphi_2 [\cos (\omega t + \delta_2) - \cos (3\omega t + \delta_2)] + \\ & - V_1 I_2 \sin \varphi_2 [\sin (-\omega t - \delta_2) + \sin (3\omega t + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_1 I_3 \cos \varphi_3 [\cos (2\omega t + \delta_3) - \cos (4\omega t + \delta_3)] + \\ & - V_1 I_3 \sin \varphi_3 [\sin (-2\omega t - \delta_3) + \sin (4\omega t + \delta_3)] \end{aligned} \right\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_2 I_1 \cos \varphi_1 [\cos (\omega t + \delta_2) - \cos (3\omega t + \delta_2)] + \\ & - V_2 I_1 \sin \varphi_1 [\sin (\omega t + \delta_2) + \sin (3\omega t + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_2 I_3 \cos \varphi_3 [\cos (-\omega t + \delta_2 - \delta_3) - \cos (5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] + \\ & - V_2 I_3 \sin \varphi_3 [\sin (-\omega t + \delta_2 - \delta_3) + \sin (5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] \end{aligned} \right\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_3 I_1 \cos \varphi_1 [\cos (2\omega t + \delta_3) - \cos (4\omega t + \delta_3)] + \\ & - V_3 I_1 \sin \varphi_1 [\sin (2\omega t + \delta_3) + \sin (4\omega t + \delta_3)] \end{aligned} \right\} + \\
& + \left\{ \begin{aligned} & V_3 I_2 \cos \varphi_2 [\cos (\omega t + \delta_3 - \delta_2) - \cos (5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] + \\ & - V_3 I_2 \sin \varphi_2 [\sin (\omega t + \delta_3 - \delta_2) + \sin (5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] \end{aligned} \right\} + \dots
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Expressão que pode ser generalizada para:

$$p(t) = \sum_{j,k=1}^n \left\{ \begin{aligned} & V_j I_k \cos \varphi_k [\cos ((j-k)\omega t + \delta_j - \delta_k) - \cos ((j+k)\omega t + \delta_j + \delta_k)] + \\ & - V_j I_k \sin \varphi_k [\sin ((j-k)\omega t + \delta_j - \delta_k) + \sin ((j+k)\omega t + \delta_j + \delta_k)] \end{aligned} \right\} \tag{4.16}$$

Sendo $V_j I_k$, valores de pico.

Então, pode-se constatar que a potência instantânea, que é um produto da tensão pela corrente em sistemas senoidais, passa a ser em sistemas não senoidais, uma soma de “sub produtos” de componentes harmônicas de tensão pelas componentes harmônicas de corrente.

Comparando-se as expressões (4.14) e (4.15) com as expressões (3.4) e (3.7), respectivamente, identificam-se esses “sub produtos” como sendo “parcelas de potência” compostas pelos sinais de tensão e corrente que possuem ou a mesma ordem harmônica ou ordens harmônicas diferentes.

Então, pode-se escrever a potência como sendo:

$$\begin{aligned}
 p(t) = & \underbrace{p_{11}(t) + p_{22}(t) + p_{33}(t) + \dots + p_{nn}(t)}_{p''(t)} + \\
 & + \underbrace{p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{21}(t) + p_{31}(t) + p_{23}(t) + p_{32}(t) + \dots + p_{jk}(t)}_{p'''(t)}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

sendo que $p_{jk}(t)$ indica uma parcela genérica da potência instantânea correspondente ao “sub-produto” de uma tensão de ordem j por uma corrente de ordem k , sendo: $j = 1, \dots, n$, e $k = 1, \dots, n$ e $j \neq k$.

Verifica-se que a expressão (4.17) atingiria uma proporção muito elevada se fossem considerados os n -ésimos termos para representá-la. Não sendo conveniente explorá-las agora, optou-se por representar apenas as tensões e correntes fundamentais e mais duas ordens harmônicas ($n = 2, 3$), deixando-se de representar os termos de tensão e corrente de ordem harmônica superior a três. A limitação das ordens harmônicas tanto de tensão quanto de corrente foi feita de maneira a facilitar o manuseio das expressões envolvidas.

A restrição no desenvolvimento da expressão (4.17) envolvendo apenas 2 ordens harmônicas não comprometerá as possíveis conclusões, uma vez que para um caso com um número superior de ordens harmônicas ter-se-ia apenas uma extensão da expressão, similar aos termos encontrados utilizando-se apenas as duas primeiras ordens harmônicas (2 e 3).

4.3 **Quadratura entre as Parcelas das potências Ativa e Reativa**

À partir das expressões apresentadas anteriormente é feita uma análise para as parcelas que possuem a mesma ordem harmônica ($j = k$) para tensão e corrente, tal como foi proposto como escopo para este capítulo às quais denominam-se de “parcelas de potência de ordem idêntica” e serão representadas por:

$$p''(t) = p_{11}(t) + p_{22}(t) + p_{33}(t) + \dots + p_{nn}(t) \tag{4.18}$$

Sendo assim, à partir de agora, a análise detém-se apenas ao estudo da parcela identificada como $p''(t)$ na expressão (4.17). Aplicando-se à mesma um tratamento matemático análogo ao dispensado no capítulo 2 às expressões (3.7) a (3.19), procurando-se identificar a “potência ativa e reativa” para esta situação.

A parcela $p'''(t)$ restante, que caracteriza a “potência de distorção”, constituída pelo

produto de tensões pelas correntes de ordens harmônicas diferentes será avaliada logo mais, no capítulo 5.

Portanto,

$$\begin{aligned}
 p''(t) = & [V_1 I_1 \cos \varphi_1 (1 - \cos 2\omega t) - V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t] + \\
 & + [V_2 I_2 \cos \varphi_2 (1 - \cos (4\omega t + 2\delta_2)) - V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin (4\omega t + 2\delta_2)] + \\
 & + [V_3 I_3 \cos \varphi_3 (1 - \cos (6\omega t + 2\delta_3)) - V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin (6\omega t + 2\delta_3)] + \dots
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Na expressão 4.19, tal qual nas expressões (3.8) e (3.9), identificam-se às parcelas:

$$A_{11} = V_1 I_1 \cos \varphi_1 (1 - \cos 2\omega t) \tag{4.20}$$

$$A_{22} = V_2 I_2 \cos \varphi_2 (1 - \cos (4\omega t + 2\delta_2)) \tag{4.21}$$

$$A_{33} = V_3 I_3 \cos \varphi_3 (1 - \cos (6\omega t + 2\delta_3)) \tag{4.22}$$

$$B_{11} = V_1 I_1 \sin \varphi_1 \sin 2\omega t \tag{4.23}$$

$$B_{22} = V_2 I_2 \sin \varphi_2 \sin (4\omega t + 2\delta_2) \tag{4.24}$$

$$B_{33} = V_3 I_3 \sin \varphi_3 \sin (6\omega t + 2\delta_3) \tag{4.25}$$

Então a expressão (4.19) pode ser escrita como:

$$p''(t) = (A_{11} - B_{11}) + (A_{22} - B_{22}) + (A_{33} - B_{33}) + \dots \tag{4.26}$$

Assim como na expressão (3.7) as parcelas que compõem a expressão (4.19) se decompõem em uma reta paralela ao eixo dos tempos, definida pelo valor médio da potência instantânea e duas componentes senoidais, para cada uma das ordens harmônicas, figura 3.1a.

Ainda com relação à expressão (4.19), as componentes A_{nn} pulsam em torno de seus respectivos valores médios P_{nn} . Esses valores médios são dados por $V_n I_n \cos \varphi_n$, os quais podem ser denominados de “parcelas de potência ativa” para tensões e correntes de ordens harmônicas idênticas.

Assim, as parcelas A_{nn} variam entre 0 e $2P_{nn}$, com $2n$ vezes a frequência da rede, nunca ficando negativas, e o valor médio desta oscilação é o valor da “parcela da potência ativa” da ordem harmônica n , P_{nn} .

As componentes B_{nn} pulsam em torno do eixo dos tempos com $2n$ vezes a frequência da rede, e seus valores de pico são dados por $V_n I_n \sin \varphi_n$, os quais seriam denominados de “parcelas de potência reativa”, para tensões e correntes de ordens harmônicas idênticas, Q_{nn} .

Portanto, utilizando as definições de potência para circuitos senoidais, identificam-se:

- Parcelas que compõem a potência ativa para casos não senoidais,

$$P_{11} = V_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (4.27)$$

$$P_{22} = V_2 I_2 \cos \varphi_2 \quad (4.28)$$

$$P_{33} = V_3 I_3 \cos \varphi_3 \quad (4.29)$$

- Parcelas que compõem a potência reativa para casos não senoidais,

$$Q_{11} = V_1 I_1 \sin \varphi_1 \quad (4.30)$$

$$Q_{22} = V_2 I_2 \sin \varphi_2 \quad (4.31)$$

$$Q_{33} = V_3 I_3 \sin \varphi_3 \quad (4.32)$$

E a expressão (4.18) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p(t) = & [P_{11}(1 - \cos 2\omega t) - Q_{11} \sin 2\omega t] \\ & + [P_{22}(1 - \cos (4\omega t + 2\delta_2)) - Q_{22} \sin (4\omega t + 2\delta_2)] + \\ & + [P_{33}(1 - \cos (6\omega t + 2\delta_3)) - Q_{33} \sin (6\omega t + 2\delta_3)] + \dots \end{aligned} \quad (4.33)$$

A expressão 4.33 pode ser reescrita nos moldes da expressão (3.14), e deste modo

tem-se:

$$\begin{aligned}
 p(t) = & \left[\underbrace{P_{11} - \underbrace{P_{11} \cos 2\omega t}_{A'_{11}} - \underbrace{Q_{11} \text{sen} 2\omega t}_{B_{11}}}_{A_{11}} \right] + \\
 & + \left[\underbrace{P_{22} - \underbrace{P_{22} \cos (4\omega t + 2\delta_2)}_{A'_{22}} - \underbrace{Q_{22} \text{sen} (4\omega t + 2\delta_2)}_{B_{22}}}_{A_{22}} \right] + \quad (4.34) \\
 & + \left[\underbrace{P_{33} - \underbrace{P_{33} \cos (6\omega t + 2\delta_3)}_{A'_{33}} - \underbrace{Q_{33} \text{sen} (6\omega t + 2\delta_3)}_{B_{33}}}_{A_{33}} \right] + \dots
 \end{aligned}$$

Onde podem ser identificadas as parcelas:

$$A'_{11} = P_{11} \cos 2\omega t \quad (4.35)$$

$$A'_{22} = P_{22} \cos (4\omega t + 2\delta_2) \quad (4.36)$$

$$A'_{33} = P_{33} \cos (6\omega t + 2\delta_3) \quad (4.37)$$

Então a expressão (4.34) pode ser escrita, como:

$$p''(t) = (P_{11} - A'_{11} - B_{11}) + (P_{22} - A'_{22} - B_{22}) + (P_{33} - A'_{33} - B_{33}) + \dots \quad (4.38)$$

Analisando-se as expressões (4.34) e (4.38) observa-se que a parcela A'_{11} está em quadratura com a parcela B_{11} , A'_{22} está em quadratura com B_{22} , e assim sucessivamente para as parcelas que possuem a mesma ordem harmônica.

Daí a expressão (4.34) pode ser escrita como:

$$p''(t) = (P_{11} - p''_{11}(t)) + (P_{22} - p''_{22}(t)) + (P_{33} - p''_{33}(t)) + \dots \quad (4.39)$$

sendo:

$$p''_{11}(t) = A'_{11} + B_{11} \quad (4.40)$$

$$p''_{22}(t) = A'_{22} + B_{22} \quad (4.41)$$

$$p''_{33}(t) = A'_{33} + B_{33} \quad (4.42)$$

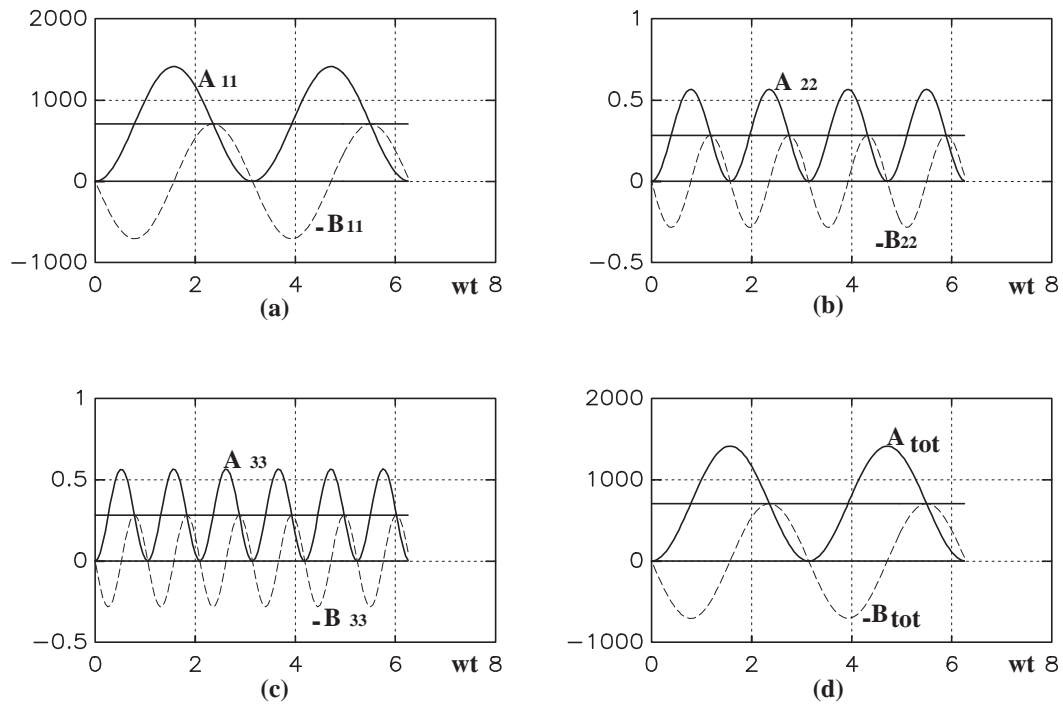


Figura 4.1: a, b, c: Visualização das parcelas de potência para cada ordem harmônica; d: Visualização da soma dessas parcelas.

Para as figuras anteriores foram adotados valores para as componentes harmônicas de tensão $V_1 = 100$ V, $V_2 = 2$ V e $V_3 = 2$ V, para as componentes harmônicas de corrente $I_1 = 10$ A, $I_2 = 0,2$ A e $I_3 = 0,2$ A e seus respectivos ângulos $\delta_1 = 0^\circ$, $\delta_2 = 0^\circ$, $\delta_3 = 0^\circ$ e $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 45^\circ$.

A Figura 4.1a, b, c fornece os gráficos das parcelas que compõem a expressão (4.26) e a Figura 4.2a, b, c fornece as parcelas da expressão (4.38), a menos dos valores constantes P_{11} , P_{22} , P_{33} , identificados por $-A'_{nn}$ e $-B_{nn}$.

A Figura 4.1d e 4.2d fornecem as somas das parcelas sendo caracterizadas respectivamente pelas equações (4.20) e (4.23), sendo identificadas respectivamente como A_{tot} e B_{tot} .

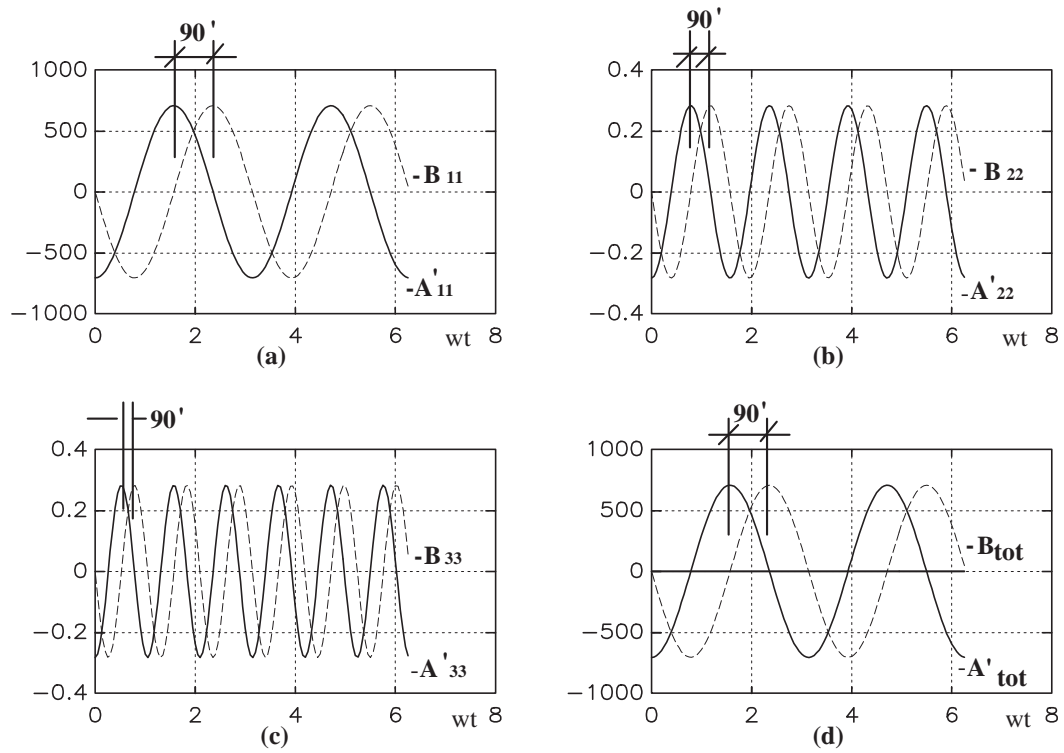


Figura 4.2: a, b, c, d: Identificação da quadratura entre as parcelas de potência $-A'_{nn}$ e $-B_{nn}$.

Deste modo tem-se que,

$$A_{\text{tot}} = A_{11} + A_{22} + A_{33} + \dots \quad (4.43)$$

onde é possível verificar a potência ativa (potência média) como sendo a soma dos termos $P_{11} + P_{22} + P_{33} + \dots + P_{nn}$; portanto:

$$P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots + V_n I_n \cos \varphi_n \quad (4.44)$$

ou seja:

$$P = \sum_{n=1}^N P_{nn} \quad (4.45)$$

onde N é a maior ordem harmônica presente;

e,

$$B_{\text{tot}} = B_{11} + B_{22} + B_{33} + \dots \quad (4.46)$$

onde normalmente se identifica a potência reativa como sendo a soma dos termos

$Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + \dots Q_{nn}$, portanto:

$$Q = V_1 I_1 \text{sen} \varphi_1 + V_2 I_2 \text{sen} \varphi_2 + V_3 I_3 \text{sen} \varphi_3 + \dots + V_n I_n \text{sen} \varphi_n \quad (4.47)$$

ou seja:

$$Q = \sum_{n=1}^N Q_{nn} \quad (4.48)$$

No entanto vale ressaltar que:

1. A potência média é de fato igual à somatória de todas as parcelas P_{nn} , ou seja, a potência ativa é igual à $\sum_{n=1}^N P_{nn}$.
2. $Q = \sum_{n=1}^N Q_{nn}$ é uma aproximação que implica em se assumir o pior caso para as somatórias das parcelas B_{nn} , onde todas elas seriam coincidentes no valor máximo, à despeito de cada parcela B_{nn} envolver diferentes frequências.
3. Constata-se que a somatória das parcelas $(A_{nn} - B_{nn})$ da expressão (4.26) resultará numa forma de onda muito semelhante à parcela $(A_{11} - B_{11})$, ou seja, a parcela oriunda do produto da tensão pela corrente fundamental. Isto se deve aos limites das distorções harmônicas totais de tensão e corrente impostas aos sistemas em operação. Assim a quadratura existente entre as parcelas $A_{11} - B_{11}$, ou melhor entre $(A_{11} - P_{11})$ e B_{11} é revelada na parcela da potência instantânea devido ao somatório dos produtos das componentes de tensão e corrente de ordem harmônica idêntica, conforme constatado na Figura 4.2d.
4. As parcelas P_{nn} e Q_{nn} de mesma ordem harmônica podem ser representadas em quadratura, porém para diferentes ordens harmônicas tem-se diferentes frequências nas parcelas $A'_{nn} - B_{nn}$ e assim assumir a quadratura das chamadas potências ativa $\sum_{n=1}^N P_{nn}$ e reativa $\sum_{n=1}^N Q_{nn}$ é uma aproximação, além da possibilidade de existir defasagens para cada parcela $(A_{nn} - B_{nn})$ de diferentes ordens.

No entanto, esta aproximação é razoável desde que se garanta baixos níveis de distorção isoladamente para a tensão e a corrente.

4.4 Conclusão

Neste capítulo foi analisada apenas a parcela da potência instantânea devido ao somatório dos produtos das componentes de tensão e corrente de mesma ordem harmônica.

Portanto, frente à expressão total da potência instantânea generalizada por (4.34) a análise feita neste capítulo se restringe apenas à verificação da coerência na representação em quadratura das potências ativa e reativa.

Uma constatação importante é o fato de que a soma parcial das parcelas de potência dada pela expressão (4.26) se assemelhará à forma de onda expressa pelo produto das tensões e correntes fundamentais, para as situações reais de operação onde os fatores de distorção de tensão e corrente não excedem os limites estabelecidos, ou seja, a parcela predominante será a de tensões e correntes fundamentais.

Deste modo a representação em quadratura das potências ativa e reativa para o caso de tensões e correntes com conteúdo harmônico é razoável e aceitável, desde que os níveis de distorção total da tensão e/ou da corrente não comprometam a predominância da componente fundamental.

Isso leva à crer que na expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, difundida no meio científico, para os casos não senoidais, a quadratura da “potência de distorção” D com P e Q poderia ser demonstrada de maneira análoga à desenvolvida neste capítulo, ratificando então o uso do “tetraedro de potências” sugerido por alguns autores (EMANUEL, 1990; DEPENDROCK, 1962; WATANABE, 1992) e pela expressão acima.

5 Uma Discussão sobre a “Potência de Distorção”

5.1 Introdução

Como visto no capítulo anterior, a potência instantânea em sistemas não senoidais deve ser definida em função da composição de várias parcelas constituídas pelas tensões e correntes que as caracterizam. Foram estudadas no capítulo anterior as parcelas que envolvem as harmônicas da mesma ordem na composição desta potência. Agora será dada ênfase às parcelas formadas pelos sub-produtos de tensões por correntes de ordens harmônicas diferentes entre si, postergadas no capítulo anterior, para verificar a quadratura entre os termos da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, especialmente de D em relação aos demais termos (MANGILI, 1995).

Pretende-se, então, fechar a análise do assunto em questão utilizando-se, o sinal total da potência instantânea com componentes das mesmas ordens harmônicas e ordens harmônicas diferentes dada por (4.15), para investigação global do comportamento da mesma.

5.2 Comportamento da Potência de Distorção

Partindo-se das considerações feitas ao se desenvolver as expressões (4.1) a (4.13), no capítulo 4, e lembrando que o produto das componentes harmônicas de tensão pelas componentes harmônicas de corrente resultou na expressão (4.17); é feita, agora, uma análise para as parcelas que possuem ordens harmônicas diferentes ($j \neq k$) para tensão e corrente às quais denominam-se “parcelas de ordens diferentes”.

Assim, da expressão (4.17) tem-se:

$$p'''(t) = p_{12}(t) + p_{13}(t) + p_{21}(t) + p_{31}(t) + p_{23}(t) + p_{32}(t) + \dots + p_{jk}(t) \quad (5.1)$$

A análise, então, detém-se ao estudo desta parcela $p'''(t)$ que caracteriza a “potência de distorção” como será visto no decorrer do capítulo.

Então:

$$\begin{aligned}
p'''(t) = & + \left\{ V_1 I_2 \cos \varphi_2 [\cos (\omega t + \delta_2) - \cos (3\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. -V_1 I_2 \sin \varphi_2 [\sin (-\omega t - \delta_2) + \sin (3\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_1 I_3 \cos \varphi_3 [\cos (2\omega t + \delta_3) - \cos (4\omega t + \delta_3)] + \right. \\
& \left. -V_1 I_3 \sin \varphi_3 [\sin (-2\omega t - \delta_3) + \sin (4\omega t + \delta_3)] \right\} + \\
& + \left\{ V_2 I_1 \cos \varphi_1 [\cos (\omega t + \delta_2) - \cos (3\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. -V_2 I_1 \sin \varphi_1 [\sin (\omega t + \delta_2) + \sin (3\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_2 I_3 \cos \varphi_3 [\cos (-\omega t + \delta_2 - \delta_3) - \cos (5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] + \right. \\
& \left. -V_2 I_3 \sin \varphi_3 [\sin (-\omega t + \delta_2 - \delta_3) + \sin (5\omega t + \delta_2 + \delta_3)] \right\} + \\
& + \left\{ V_3 I_1 \cos \varphi_1 [\cos (2\omega t + \delta_3) - \cos (4\omega t + \delta_2)] + \right. \\
& \left. -V_3 I_1 \sin \varphi_1 [\sin (2\omega t + \delta_3) + \sin (4\omega t + \delta_2)] \right\} + \\
& + \left\{ V_3 I_2 \cos \varphi_2 [\cos (\omega t + \delta_3 - \delta_2) - \cos (5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] + \right. \\
& \left. -V_3 I_2 \sin \varphi_2 [\sin (\omega t + \delta_3 - \delta_2) + \sin (5\omega t + \delta_3 + \delta_2)] \right\} + \dots
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Nota-se que a expressão, apesar de não possuir os termos de ordem harmônica idêntica e ter sido “truncado” na ordem harmônica 3 ($n = 3$), pelos mesmos motivos justificados em (4.17), a mesma ainda possui uma proporção elevada.

Observa-se que, também, as parcelas senoidais e cossenoidais resultantes de cada sub produto de tensão pela corrente, neste caso, porém não é conveniente separar tais parcelas como feito nos capítulos anteriores, pois nelas não se identificam características semelhantes às verificadas nas expressões (4.20) a (4.23), entre suas parcelas senoidais e cossenoidais.

Portanto a mesma será tratada como um todo (soma de todas suas parcelas) para a verificação de suas propriedades.

Desta maneira é possível constatar que a expressão possui um valor médio nulo para qualquer valor de tensão, corrente e seus respectivos ângulos de referência (defasagens), que pode ser visto na Figura 5.1.

Para tal representação foram utilizados os mesmos valores das simulações da Figura 4.1.

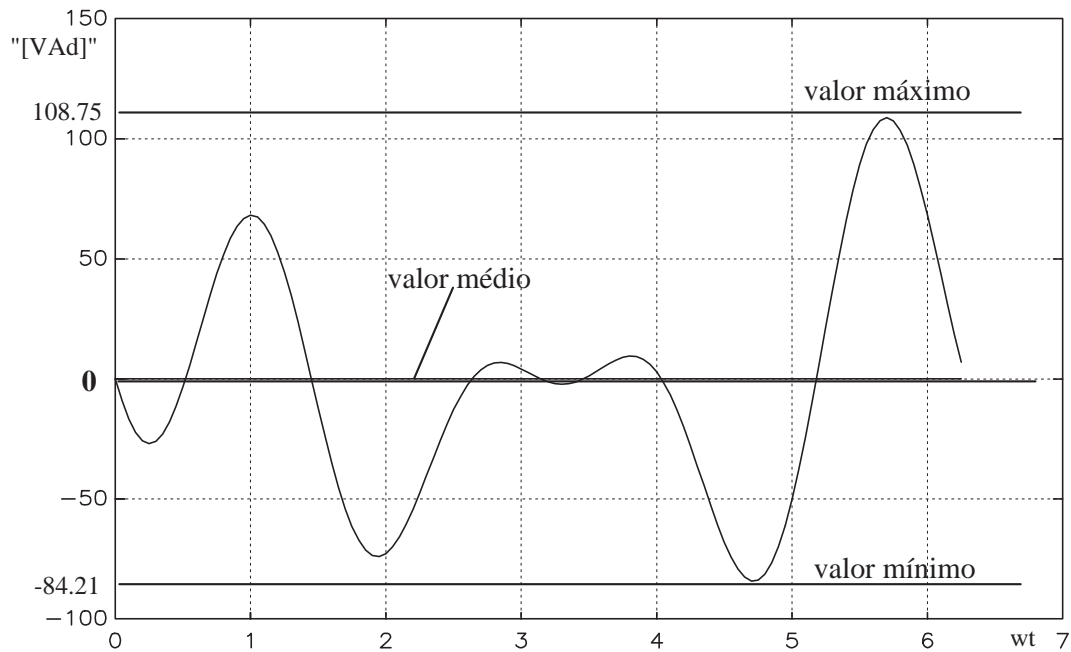


Figura 5.1: Verificação do valor médio de $p'''(t)$.

Busca-se então, após a constatação de seu valor médio nulo (como era esperado), a possibilidade de identificar-se uma quadratura entre os termos apresentados em (5.2) e os apresentados em (4.45) e (4.46), através da simulação gráfica apresentada na Figura 5.2.

Tanto para a Figura 5.1 quanto para a 5.2, os valores da tensão e corrente são os mesmos utilizados para simular os gráficos das Figuras 4.1 e 4.2.

Através dos gráficos apresentados na Figura 5.2 verifica-se a impossibilidade de identificação da quadratura entre os termos em questão, tal como vinha sendo feita no decorrer dos capítulos anteriores.

Até então todas as proposições em torno da quadratura existente entre as potências ativa e reativa para os casos senoidais e não senoidais se confirmaram. Apenas quando é introduzido o termo correspondente à “potência de distorção” (D), identificado por (5.2), tal fato não pode ser observado, através das simulações efetuadas.

Portanto a validade da expressão utilizada para calcular numericamente o valor da potência ativa, reativa e de “distorção”, dada por:

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (5.3)$$

à qual sugere sua decomposição vetorial num “tetraedro de potências”, torna-se questionável.

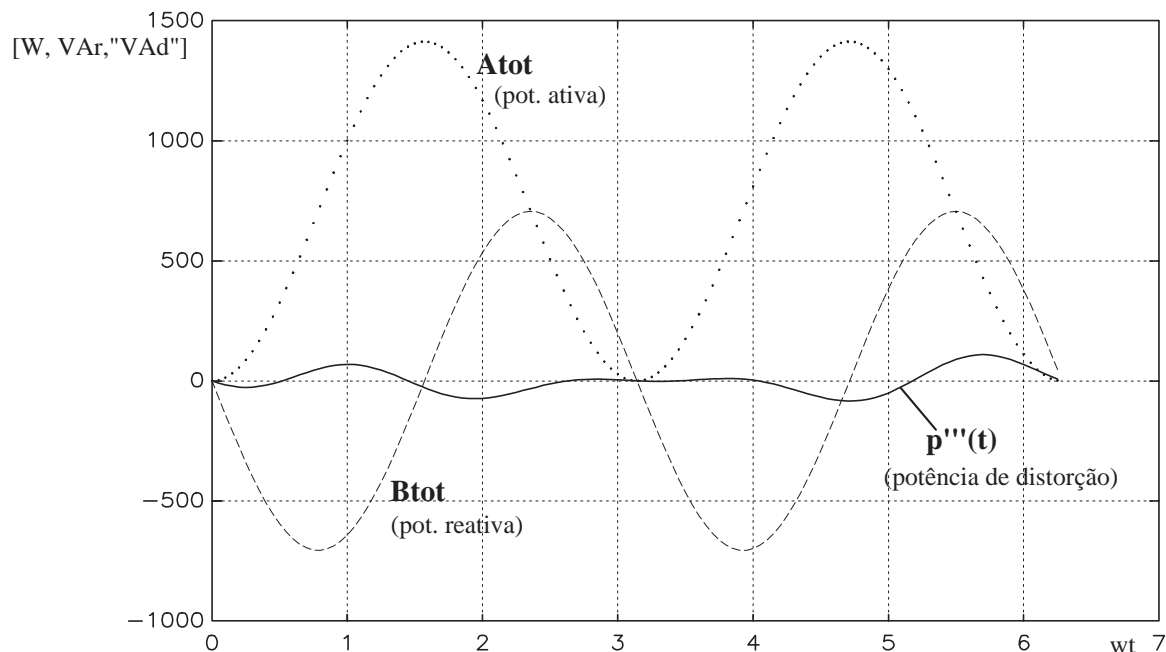


Figura 5.2: Busca da quadratura entre $p'''(t)$ e $p''(t)$.

5.3 Avaliação da Potência Instantânea Total $p(t)$

Por outro lado, poderia ainda justificar-se a utilização da expressão (5.3) se as condições de amplitude da faixa de variação da potência instantânea fosse verificada.

Portanto, para que seja feita à análise com este teor lança-se mão dos valores eficazes de componentes harmônicas de tensão, corrente e seus respectivos ângulos de referência e defasagem para se calcular os valores do módulo da potência aparente, potências ativa, reativa e de distorção por meio de (5.3).

Não obstante, esses valores adotados para tensão, corrente e seus respectivos ângulos, são utilizados para simular os gráficos da potência instantânea dada por (4.15) e (4.16), onde são verificados o valor máximo, médio, mínimo e conseqüentemente a amplitude da faixa de variação dessa potência, para cada caso, que são confrontados com os valores calculados através de (5.3).

Serão avaliadas, também as taxas de distorção harmônica para cada um dos casos citados como forma de garantir que a análise abrange casos onde se respeitarão os valores limites estabelecidos por norma e casos onde não se respeitarão esses valores.

Essa taxa de distorção, já citada no capítulo 1, é dada pela expressão:

$$\text{TDH}_v = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2} \quad (5.4)$$

para o caso de distorção harmônica de tensão.

Assim escolheu-se os valores eficazes das componentes harmônicas de tensão e corrente que permitissem, para cada análise, taxas distintas de distorção harmônica de tensão variando de um pequeno valor ($TDH = 1,4\%$) até um valor ($TDH = 5 < 39\%$) que extrapolasse o limite máximo de 5% estabelecido por norma em função da variação desses valores.

Esses valores das componentes de tensão e corrente, para qualquer $TDH\%$, foram adotados de maneira que o valor da potência aparente ficasse em torno de 1000 VA $|S| = 1000 \text{ VA}$, com pequenas diferenças apenas de aproximação numérica.

Também foram adotados, teoricamente, valores para os ângulos de referência das componentes harmônicas de tensão, os quais foram mantidos constantes para todos os casos, e os valores para os ângulos de defasagem das componentes harmônicas de corrente de maneira à propiciar a apreciação das potências calculadas, para efeito de comparação com a potência instantânea simulada.

Esses valores, acima citados, e os valores obtidos através das simulações de $p(t)$ se encontram nas Tabelas 5.1 a 5.4.

Os valores calculados e representados nas colunas (1), (3) e (5) das tabelas foram efetuados sob as seguintes formulações matemáticas:

- coluna (1):

$$V_{\text{ef.}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2} \quad (5.5)$$

que determina o valor eficaz da tensão para o sistema;

- coluna (2):

$$I_{\text{ef.}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad (5.6)$$

que determina o valor eficaz da corrente para o sistema; sendo:

V_n e I_n valores eficazes de cada componente harmônica de tensão e corrente respec-

tivamente;

$$|S| = V_{ef} \cdot I_{ef} \quad (5.7)$$

que determina o valor da potência aparente (VA) do sistema;

- coluna (3):

P , determina o valor da potência ativa, dada pela expressão (4.45);

Q , determina o valor da potência reativa, dada por (4.48);

$$D^2 = |S|^2 - P^2 - Q^2 \quad (5.8)$$

que determina o valor do módulo da “potência de distorção”, de unidade [“VAd”].

- coluna (5):

Faixa de Variação da potência instantânea; que é determinada pela soma dos valores mínimo e máximo da potência instantânea $p(t)$ obtidos nas simulações gráficas da equação em questão, e que constam no Anexo A.

Tabela 5.1: Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 1,41\%$

| (1) VALORES ADOTADOS | (2) DEFASAGENS [graus] | | (3) POTÊNCIAS CALCULADAS | (4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | | (5) FAIXA DE VARIÇÃO |
|-------------------------|---------------------------|-------------|-----------------------------|--|-------|--------|----------------------------|
| | tensão | corrente | | MÍNIMO | MÉDIO | MÁXIMO | |
| Tensão (eficaz) [V]: | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,03$ [W] | | | | |
| $V 1=99,98$ | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,03$ [VAr] | -290,9 | 705,3 | 1763,7 | 2054,6 (a) |
| $V 2=1$ | $\delta 3=180$ | $\phi 3=45$ | D=14,0 [VAd] | | | | |
| $V 3=1$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=60$ | $P=499,9$ [W] | | | | |
| Corrente (ef.) [A]: | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=865,8$ [VAr] | -503,4 | 498,8 | 1536,1 | 2039,6 (b) |
| $I 1=9,99$ | $\delta 3=180$ | $\phi 3=30$ | D=19,9 [VAd] | | | | |
| $I 2=0,1$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=30$ | $P=865,8$ [W] | | | | |
| $I 3=0,1$ | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=499,9$ [VAr] | -128,5 | 863,6 | 1932,6 | 2061,2 (c) |
| | $\delta 3=180$ | $\phi 3=60$ | D=20,8 [VAd] | | | | |
| $V_{EF}=100$ [V] | $\delta 1=0$ | $\phi 1=0$ | $P=999,8$ [W] | | | | |
| $I_{EF}=10$ [A] | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=0$ | $Q=0$ [VAr] | 0,0 | 997,2 | 2079,2 | 2079,2 (d) |
| $ S =1000$ [VA] | $\delta 3=180$ | $\phi 3=0$ | D=19,9 [VAd] | | | | |

Constata-se das tabelas apresentadas a coerência entre os valores médios das potências instantâneas simuladas (coluna (4)) e os valores calculados (coluna (3)), para cada caso.

A faixa de variação da potência instantânea, sob condições não senoidais, que pensava-se poder ter o mesmo comportamento apresentado para condições senoidais (analisado no capítulo 3) não se verifica, ou seja, o limite imposto por $|S|$ para a faixa de variação da potência instantânea, em torno do valor médio da potência instantânea dado por P ,

Tabela 5.2: Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 2,23\%$

| (1) VALORES ADOTADOS | (2) DEFASAGENS [graus] tensão corrente | | (3) POTÊNCIAS CALCULADAS | (4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | | (5) FAIXA DE VARIAÇÃO |
|---------------------------|---|-------------|-----------------------------|--|-------|--------|-----------------------------|
| | MÍNIMO | MÉDIO | | MÁXIMO | | | |
| Tensão (eficaz) [V]: | $\delta_1=0$ | $\phi_1=45$ | P=707,1 [W] | | | | |
| V1=99,96 | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=707,1 [VAr] | -289,69 | 705,3 | 1822,5 | 2112,2 (a) |
| V2=2 | $\delta_3=180$ | $\phi_3=45$ | D=4,3 [VAd] | | | | |
| V3=2 | $\delta_1=0$ | $\phi_1=60$ | P=500,2 [W] | | | | |
| Corrente (ef.) [A]: | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=865,8 [VAr] | -507,11 | 499,0 | 1576,2 | 2083,3 (b) |
| I1=9,996 | $\delta_3=180$ | $\phi_3=30$ | D=11,6 [VAd] | | | | |
| I2=0,2 | $\delta_1=0$ | $\phi_1=30$ | P=865,8 [W] | | | | |
| I3=0,2 | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=500,2 [VAr] | -125,5 | 863,6 | 2002,1 | 2127,6 (c) |
| | $\delta_3=180$ | $\phi_3=60$ | D=12,5 [VAd] | | | | |
| V _{EF.} =100 [V] | $\delta_1=0$ | $\phi_1=0$ | P=1000 [W] | | | | |
| I _{EF.} =10 [A] | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=0$ | Q=0 [VAr] | 0,0 | 997,3 | 2160,4 | 2160,4 (d) |
| $ S =1000$ [VA] | $\delta_3=180$ | $\phi_3=0$ | D=0 [VAd] | | | | |

Tabela 5.3: Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 4,47\%$

| (1) VALORES ADOTADOS | (2) DEFASAGENS [graus] tensão corrente | | (3) POTÊNCIAS CALCULADAS | (4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | | (5) FAIXA DE VARIAÇÃO |
|---------------------------|---|-------------|-----------------------------|--|-------|--------|-----------------------------|
| | MÍNIMO | MÉDIO | | MÁXIMO | | | |
| Tensão (eficaz) [V]: | $\delta_1=0$ | $\phi_1=45$ | P=707,11 [W] | | | | |
| V1=99,9 | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=707,11 [VAr] | -295,9 | 705,4 | 1889,1 | 2185,0 (a) |
| V2=4 | $\delta_3=180$ | $\phi_3=45$ | D=0 [VAd] | | | | |
| V3=2 | $\delta_1=0$ | $\phi_1=60$ | P=500,4 [W] | | | | |
| Corrente (ef.) [A]: | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=865,62 [VAr] | -517,1 | 499,4 | 1633,5 | 2150,1 (b) |
| I1=9,99 | $\delta_3=180$ | $\phi_3=30$ | D=16,6 [VAd] | | | | |
| I2=0,4 | $\delta_1=0$ | $\phi_1=30$ | P=865,6 [W] | | | | |
| I3=0,2 | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=45$ | Q=500,5 [VAr] | -127,1 | 863,5 | 2074,4 | 2201,5 (c) |
| | $\delta_3=180$ | $\phi_3=60$ | D=14,6 [VAd] | | | | |
| V _{EF.} =100 [V] | $\delta_1=0$ | $\phi_1=0$ | P=1000 [W] | | | | |
| I _{EF.} =10 [A] | $\delta_2=-90$ | $\phi_2=0$ | Q=0 [VAr] | 0,01 | 997,3 | 2241,6 | 2241,6 (d) |
| $ S =1000$ [VA] | $\delta_3=180$ | $\phi_3=0$ | D=0 [VAd] | | | | |

para os casos senoidais é extrapolado, na maioria das vezes, para os casos não senoidais, independentemente do valor da taxa de distorção considerada.

Observa-se, porém, que a faixa de variação se torna tanto maior quanto mais alta for a taxa de distorção harmônica de tensão, para os casos utilizados nas simulações acima.

Outra constatação é quanto à potência de distorção que pode assumir valores maiores ou menores independentemente da taxa de distorção demonstrando que as causas para aumento ou diminuição do valor da potência de distorção estão mais vinculadas aos valores das componentes harmônicas de tensão, corrente e principalmente dos seus respectivos ângulos, do que com a taxa de distorção harmônica, a exemplo da Tabela 5.5 e figuras

Tabela 5.4: Valores para uma taxa de distorção harmônica - $TDH = 5,39\%$

| (1) VALORES ADOTADOS | (2) DEFASAGENS | | (3) POTÊNCIAS CALCULADAS | (4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | | (5) FAIXA DE VARIAÇÃO |
|-------------------------|----------------|-------------|-----------------------------|--|-------|--------|-----------------------------|
| | [graus] | | | MÍNIMO | MÉDIO | MÁXIMO | |
| | tensão | corrente | | | | | |
| Tensão (eficaz) [V]: | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,03$ [W] | | | | |
| $V 1=99,85$ | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,03$ [VAr] | -289,6 | 705,5 | 1922,6 | 2285,6 (a) |
| $V 2=5$ | $\delta 3=180$ | $\phi 3=45$ | D=13,98 [Vad] | | | | |
| $V 3=2$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=60$ | $P=500,61$ [W] | | | | |
| Corrente (ef.) [A]: | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=865,39$ [VAr] | -552,7 | 499,6 | 1662,0 | 2214,8 (b) |
| $I 1=9,985$ | $\delta 3=180$ | $\phi 3=30$ | D=21,8 [Vad] | | | | |
| $I 2=0,5$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=30$ | $P=865,4$ [W] | | | | |
| $I 3=0,2$ | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=45$ | $Q=500,5$ [Var] | -127,5 | 863,4 | 2110,3 | 2237,8 (c) |
| | $\delta 3=180$ | $\phi 3=60$ | D=21,83 [Vad] | | | | |
| $V_{EF}=100$ [V] | $\delta 1=0$ | $\phi 1=0$ | $P=999,9$ [W] | | | | |
| $I_{EF}=10$ [A] | $\delta 2=-90$ | $\phi 2=0$ | $Q=0$ [VAr] | 0,0 | 997,4 | 2282,5 | 2282,5 (d) |
| $ S =1000$ [VA] | $\delta 3=180$ | $\phi 3=0$ | D=14,0 [Vad] | | | | |

Tabela 5.5: Variação da taxa de distorção ($TDH\%$) para potência de distorção ($D = 0$) e defasagens fixas, variando os valores das componentes harmônica de tensão e corrente.

| (1) VALORES ADOTADOS para $ S =1000$ [VA] | | (2) DEFASAGENS | | (3) POTÊNCIAS CALCULADAS | (4) POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | | (5) FAIXA DE VARIAÇÃO | (6) TDH(%) |
|--|--------------|----------------|-------------|-----------------------------|--|-------|--------|-----------------------------|---------------|
| Tensão [V] | Corrente [A] | [graus] | | | MÍNIMO | MÉDIO | MÁXIMO | | |
| | | tensão | corrente | | | | | | |
| $V 1=99,9$ | $I 1=9,99$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,1$ [VA] | | | | | |
| $V 2=1,0$ | $I 2=0,1$ | $\delta 2=0$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,1$ [VAr] | -301,7 | 705,5 | 1698,3 | 2000,0 | |
| $V 3=1,0$ | $I 3=0,1$ | $\delta 3=0$ | $\phi 3=45$ | D=0 [VAd] | | | | 1,41 (a) | |
| $V 1=99,9$ | $I 1=9,99$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,1$ [VA] | | | | | |
| $V 2=1,5$ | $I 2=0,15$ | $\delta 2=0$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,1$ [VAr] | -302,3 | 705,4 | 1698,0 | 2000,3 | |
| $V 3=1,5$ | $I 3=0,15$ | $\delta 3=0$ | $\phi 3=45$ | D=0 [VAd] | | | | 2,12 (b) | |
| $V 1=99,9$ | $I 1=9,99$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,2$ [VA] | | | | | |
| $V 2=2,5$ | $I 2=0,25$ | $\delta 2=0$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,2$ [VAr] | -309,4 | 705,6 | 1694,7 | 2004,1 | |
| $V 3=2,5$ | $I 3=0,25$ | $\delta 3=0$ | $\phi 3=45$ | D=0 [VAd] | | | | 3,53 (c) | |
| $V 1=98,9$ | $I 1=9,89$ | $\delta 1=0$ | $\phi 1=45$ | $P=707,2$ [VA] | | | | | |
| $V 2=10$ | $I 2=1,0$ | $\delta 2=0$ | $\phi 2=45$ | $Q=707,2$ [VAr] | -400,7 | 705,4 | 1852,4 | 2253,1 | |
| $V 3=10$ | $I 3=1,0$ | $\delta 3=0$ | $\phi 3=45$ | D=0 [VAd] | | | | 14,2 (d) | |

5.3 e 5.4.

5.4 Conclusão

Como foi constatado, não é possível identificar a quadratura entre os termos que caracterizam a potência ativa (P) e reativa (Q), dado por (4.18), e o termo que caracteriza a potência de distorção (D), dada por (5.1). Além do mais, a forma de onda apresentada pela potência de distorção, de valor médio nulo, não possui um comportamento com característica senoidal ou cossenoidal distinta, o que dificulta e/ou impossibilita tal identificação pelo método de visualização gráfica.

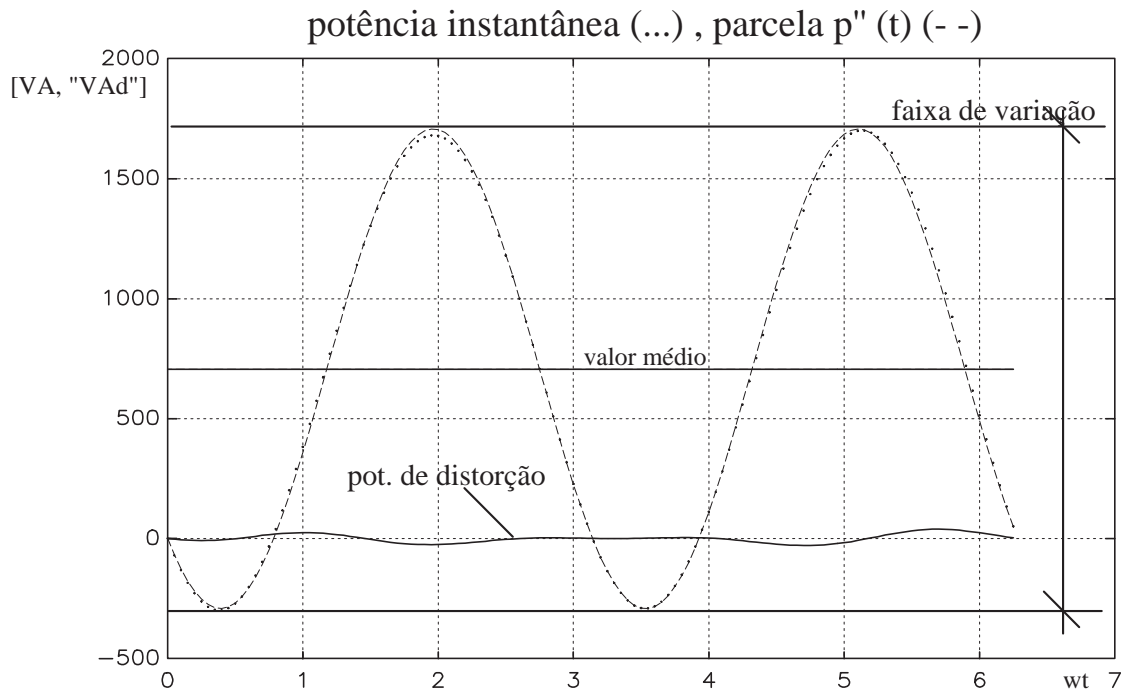


Figura 5.3: Gráfico das potências representadas na Tabela 5.5(a).

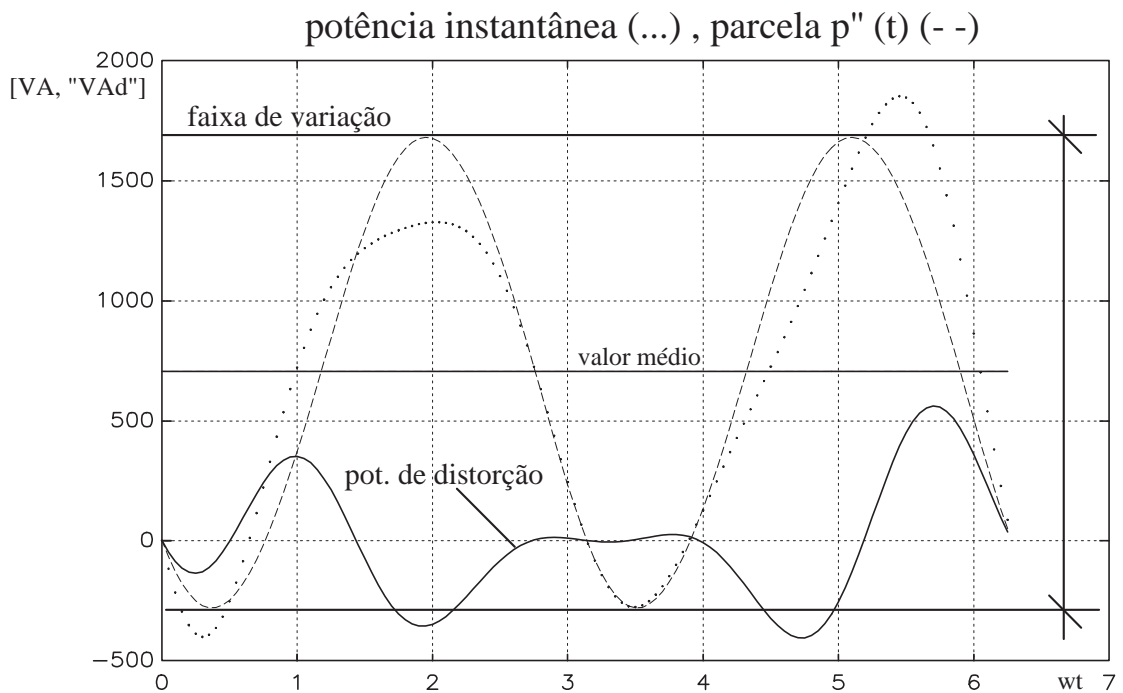


Figura 5.4: Gráfico das potências representadas na Tabela 5.5(d).

Não obstante, ao se analisar as Tabelas 5.1 a 5.5 nota-se que a taxa de distorção harmônica de tensão e a potência de distorção não possuem uma relação direta entre elas, pois, verificam-se casos em que a taxa de distorção é alta e a potência de distorção

(calculada através de (4.46)) é baixa e vice-versa, e casos em que a taxa de distorção é alta e a potência também, ou onde a taxa de distorção é baixa e a potência de distorção também é baixa; ou analisando-se a Tabela 5.5 que apresenta valores para a potência de distorção igual à zero ($D = 0$) e taxas de distorção diferentes de zero ($TDH \neq 0$).

Observa-se através dos exemplos utilizados, neste capítulo, que a faixa de variação da potência instantânea não respeita as condições constatadas para os casos senoidais visto no capítulo 3, onde tal faixa de variação é bem definida, com exceção dos casos para $D = 0$, $TDH = 3,5\%$ (no máximo) e ângulos de defasagem entre componentes harmônicas de tensão e corrente de 45° .

Neste exemplo, que está inserido na Tabela 5.5(b e c) ainda é possível observar que o limite da faixa de variação ($2V_{ef}I_{ef}$) ainda é respeitado.

Os limites dessa faixa de variação da potência foram quase sempre extrapolados devido aos valores adotados como exemplo, o que não descarta a possibilidade de haver casos que em função da variação dos ângulos de tensão e corrente podem estar dentro da faixa de variação citada, como o exemplo citado anteriormente, porém sem qualquer regra bem definida.

6 Proposta de Metodologia para o Cálculo do Fator de Potência

6.1 Introdução

Neste capítulo pretende-se apresentar a metodologia de cálculo do fator de potência pelo método das áreas e os resultados obtidos com as medições no campo e simulações, visando obter a comprovação da metodologia proposta.

6.2 Amostras Vetoriais

As amostras dos valores instantâneos de tensão e de corrente foram obtidas em ensaio de campo em transformador 13.2kV e 120/240 volts operando em vazio, sendo que o equipamento utilizado é o MARH21, fabricado pela RMS Sistemas Eletrônicos - Brasil, 192 amostras por ciclo (monofásico), classe 0, 5%, homologado pela Aneel - Agência Nacional de Energia Elétrica.

Utilizando uma taxa de 192 amostras por ciclo, em circuito monofásico, amostradas vetorialmente de forma digital para obtenção de maior precisão no cálculo da curva da potência instantânea. A Figura 6.1 apresenta a forma de onda de tensão com os respectivos valores percentuais de harmônicas e ângulos.

A figura 6.2 apresenta a forma de onda de corrente com os respectivos valores percentuais de harmônicas e os ângulos.

As amostras foram separadas em vetores de tensão, corrente e seus respectivos ângulos, os dados amostrados foram exportados para o software MATLAB, gerando a Figura 6.7 através da equação (4.15).

Com os valores de tensão e corrente lidas no ciclo amostrado conforme tabela 6.1 e utilizando as rotinas de cálculo previamente definidas no MATLAB para calcular a curva de contorno das amostras do ciclo, foram obtidas as curvas de potência instantânea.

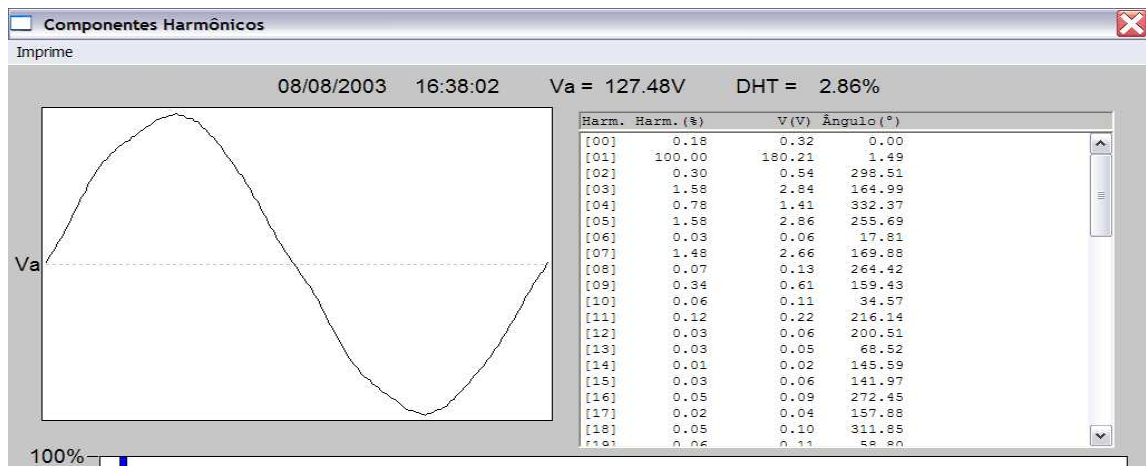


Figura 6.1: Componentes Harmônicas de Tensão, transformador em vazio.

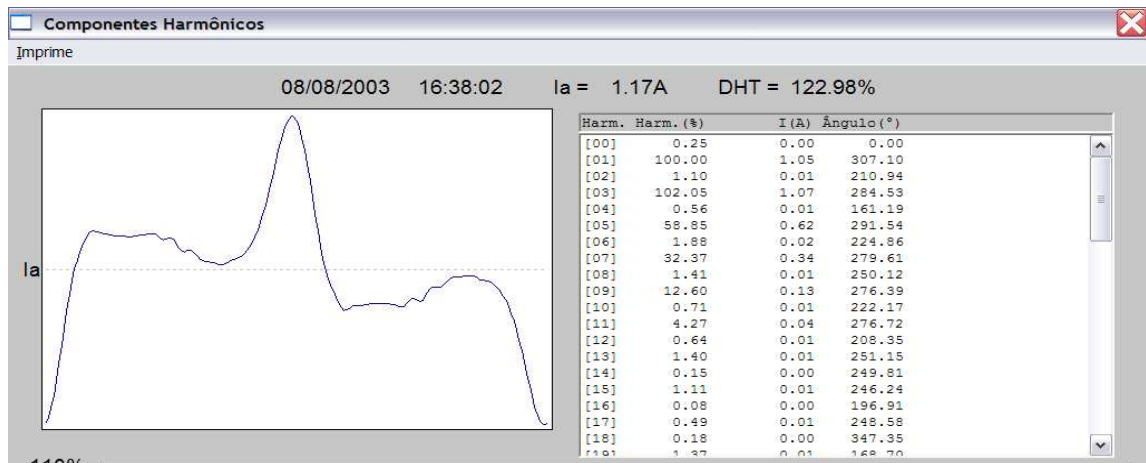


Figura 6.2: Componentes Harmônicas de Corrente, transformador em vazio.

A tabela 6.1, mostra somente 20 amostras para apresentação do formato das amostras, porém na simulação das curvas para cálculo do fator de potência foram utilizadas as 192 amostras.

6.3 Cálculo dos Zeros das Funções e Funções de Contorno

Para obter-se a curva de contorno que representa a potência instantânea ou seja, representa as amostras, foi utilizado o MATLAB, nele a opção utilizada foi a regressão polinomial de ordem 33 e é ela que dá o grau de aderência a função.

Tabela 6.1: Parte das 192 amostras de tensão e corrente, obtida no ensaio do transformador em vazio.

| Amostras | Va rms V inst. (V) | 127 volts I inst.(A) | Amostras | Va rms V inst. (V) | 127 volts I inst.(A) |
|----------|-----------------------|-------------------------|----------|-----------------------|-------------------------|
| 1 | 2,496 | -3,0022 | 11 | 59,072 | -0,2034 |
| 2 | 7,488 | -2,8964 | 12 | 65,728 | 0,0163 |
| 3 | 12,064 | -2,7174 | 13 | 71,552 | 0,1871 |
| 4 | 17,056 | -2,4733 | 14 | 79,04 | 0,3336 |
| 5 | 23,296 | -2,1804 | 15 | 84,032 | 0,4638 |
| 6 | 28,704 | -1,8387 | 16 | 89,44 | 0,5858 |
| 7 | 33,28 | -1,4889 | 17 | 97,76 | 0,6834 |
| 8 | 39,936 | -1,139 | 18 | 101,92 | 0,7566 |
| 9 | 46,176 | -0,8055 | 19 | 108,16 | 0,7729 |
| 10 | 52 | -0,4882 | 20 | 112,736 | 0,7566 |

Para o cálculo dos zeros da função, foi subtraída da curva da potência instantânea a potência média, nos pontos onde a curva deslocada resultante intercepta o eixo “x”, tem-se os limites de integração da função, conforme mostram as Figuras 6.3 e 6.7.

As áreas correspondentes às energias transferidas da rede à carga e a energia devolvida pela carga, foram calculadas utilizando os zeros da função no eixo dos tempos e o cálculo da intersecção entre a reta da potência ativa e a curva de contorno da amostra.

6.4 Metodologia de Cálculo das Áreas

O método proposto para calcular o fator de potência, pode ser utilizado tanto para forma de onda puramente senoidal como para não senoidais. O método das áreas por trabalhar com as energias utilizadas e trocadas entre a carga monofásica e a rede elétrica, ao longo do tempo, se apresenta como forma confiável de cálculo, levando em consideração toda a energia trocada.

A forma de cálculo está expressa na equação (6.1), sendo que A1 representa a parcela negativa da energia reativa abaixo do eixo “x”, esta é a energia trocada entre a carga monofásica e a rede elétrica, sem gerar trabalho, portanto utilizando os cabos sem geração de trabalho.

Já A2 é a área que representa a parcela da energia ativa fornecida a carga, a qual é transformada em trabalho, conforme Figura 6.4 e finalmente A3 é a área que representa a parcela da energia reativa que está somada a energia instantânea total solicitada pela

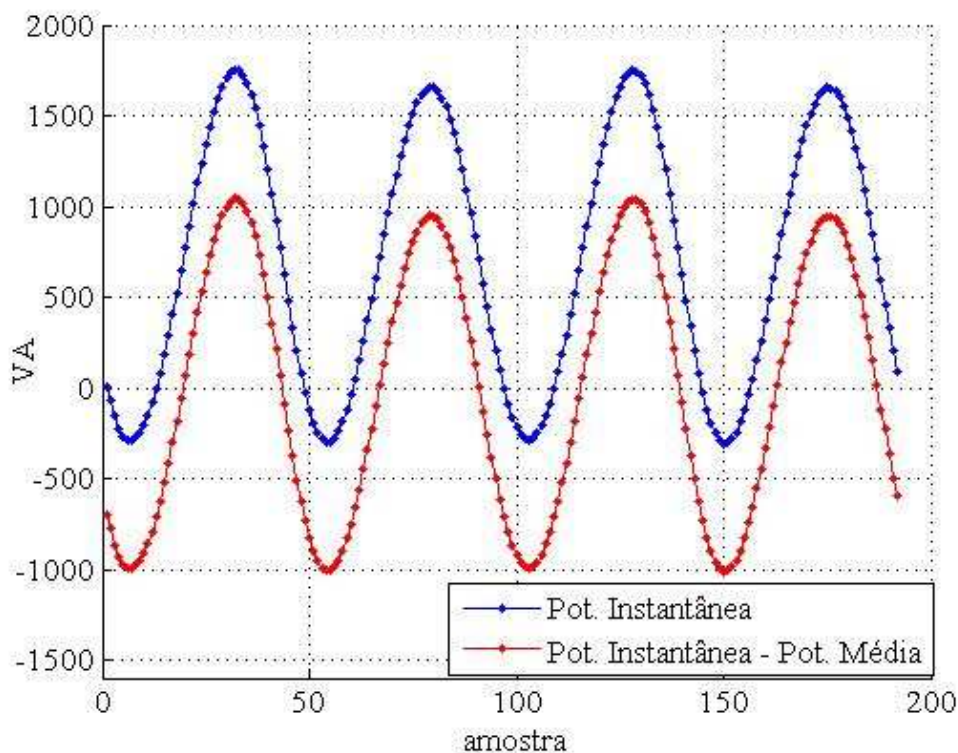


Figura 6.3: Função deslocada para cálculo dos zeros da função.

carga, neste caso não linear, calculada conforme rotina do MatLab no Anexo B.

$$F_p = \frac{(A_2 + (A_1))}{(A_2 - (A_1) + A_3)} \quad (6.1)$$

sendo:

F_p = Fator Potência.

A_1 = Parcela negativa da energia reativa.

A_2 = Parcela da energia ativa fornecida a carga.

A_3 = Parcela da energia reativa.

6.5 Análise do Erro do Método

A Figura 6.5 apresenta a curva do fator de potência teórico, obtido através do cálculo direto do cosseno do ângulo em graus e do fator de potência calculado pelo método das áreas.

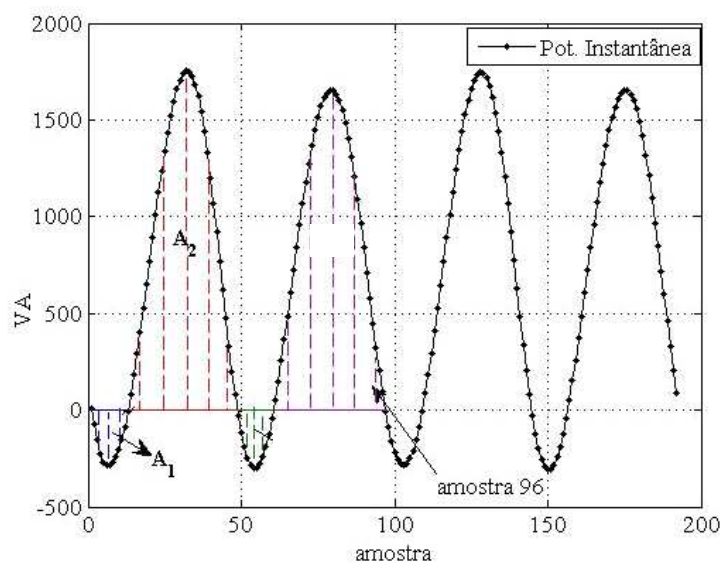


Figura 6.4: Forma de onda da Potência instantânea.

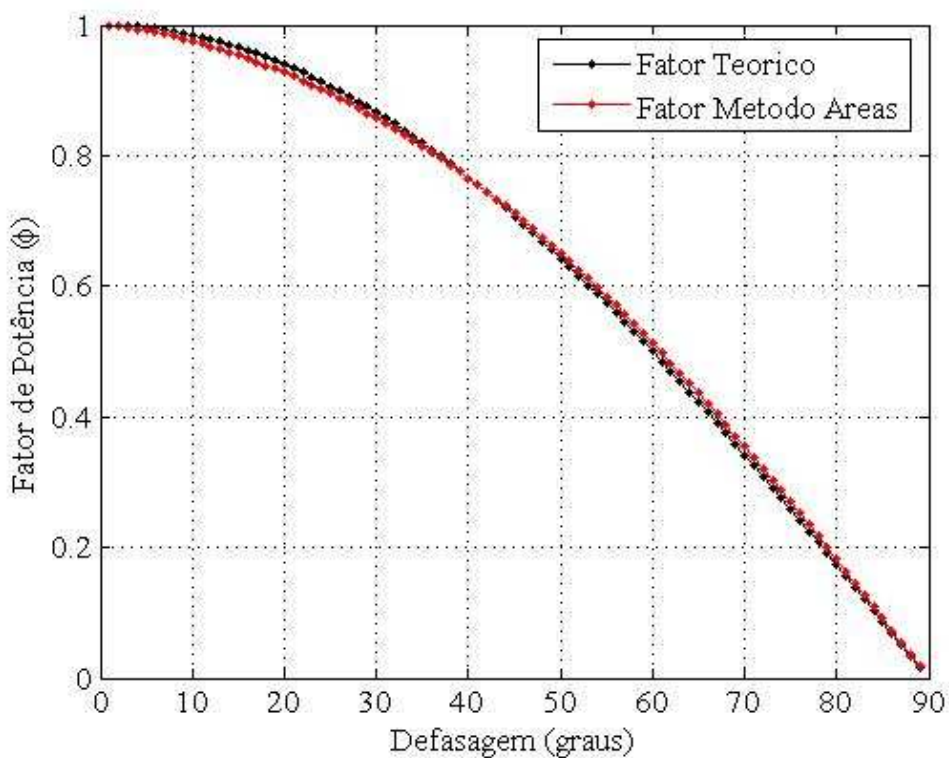


Figura 6.5: Curvas do fator de potência teórico e método das áreas.

A curva do fator potência teórico utilizando o cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão a corrente, apresenta resultados que permitem concluir que o método funciona e tem alto grau de aderência para os ângulos de 0 a 90 graus, com erro máximo de 1,3%,

conforme Figura 6.6. Ainda na análise da Figura 6.6 pode-se perceber que o ponto de maior exatidão está em 40 graus, neste ponto o erro entre o valor teórico e o valor calculado pelo método das áreas é praticamente nulo.

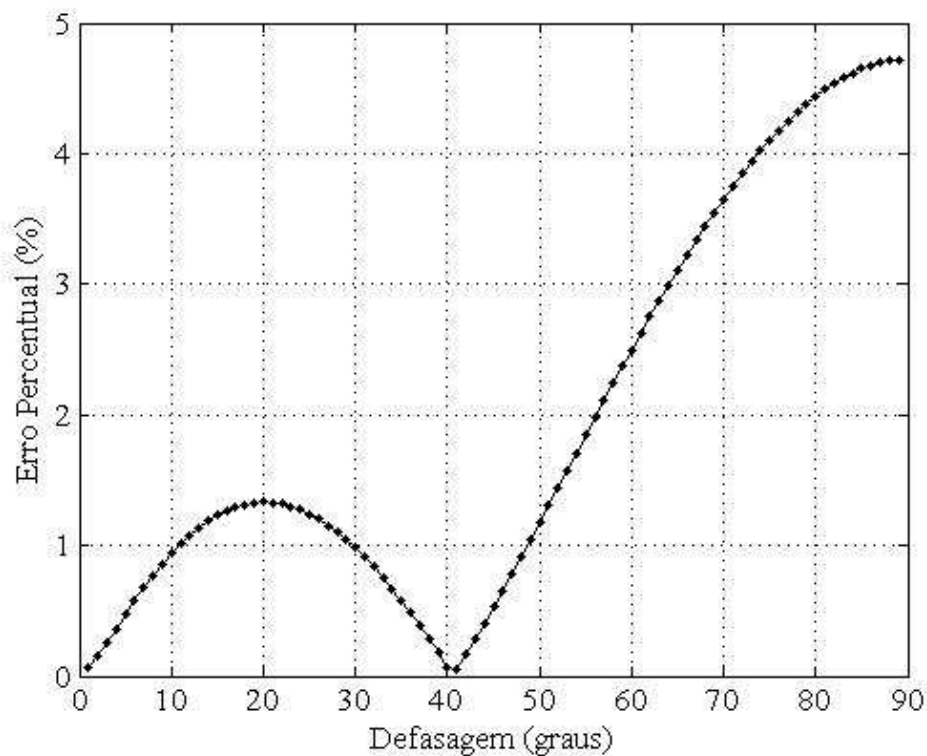


Figura 6.6: Curva do erro porcentual entre o fator teórico e método das áreas.

O erro é devido à curva de contorno estabelecida pelo software MATLAB com base nas amostras vetoriais medidas em campo, este erro pode ser minimizado quanto mais aderente for a curva de contorno das amostras, porém para o caso estudado os valores atendem bem a exatidão, já que o erro dos medidores está em torno de $\pm 0,5\%$, conforme Figura 6.6.

6.6 Uso do MatLab no Cálculo das Áreas

Os valores obtidos no campo foram utilizados para inúmeras simulações as quais originaram a fórmula proposta.

As simulações no software MATLAB objetivando a verificação da validade da fórmula proposta, foram realizadas inúmeras vezes até atingir valores compatíveis com os percentuais aceitáveis para a classe de exatidão dos instrumentos.

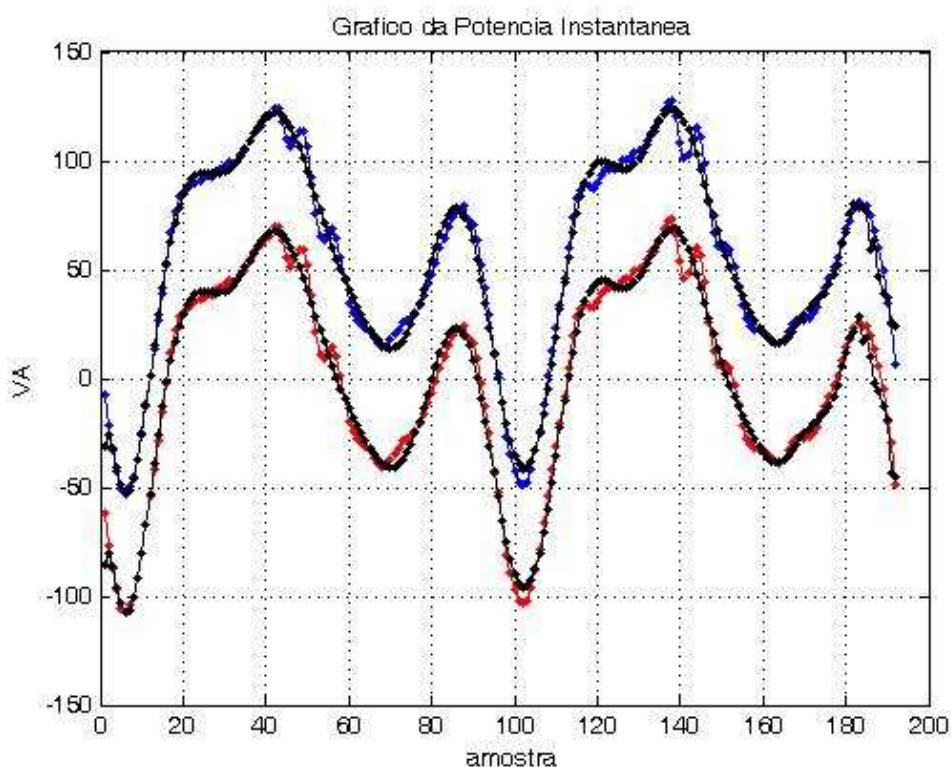


Figura 6.7: Curvas das amostras da potência Instantânea original (azul) e deslocada (vermelho) para cálculo dos zeros.

Iniciando por uma forma de onda puramente senoidal, os valores teóricos obtidos foram calculados utilizando o ângulo de atraso entre tensão e corrente. Os valores para o cálculo estão na tabela 6.2 e os resultados obtidos foram apresentados nas Figuras 6.5 (Curvas do fator de potência teórico e método das áreas) e 6.6 (Curva do erro porcentual entre o fator teórico e método das áreas).

A tabela 6.2 foi elaborada com base nos ângulos convencionais, os quais foram calculados utilizando regras trigonométricas dando origem ao “Fator de potência teórico”, já os valores utilizados para o cálculo pelo método das áreas foram gerados com base em 192 amostras na frequência de 60 hertz, as quais foram utilizadas para compor a curva de contorno, sendo as áreas calculadas através da equação (6.1).

Foram realizadas outras simulações utilizando um número de amostras $\gg 192$ (> 1900 para ser mais preciso) para verificação da precisão do método. Nestes casos, os valores obtidos para o fator de potência via método das áreas foram os mesmos apresentados na tabela 6.2, evidenciando que a taxa de amostragem do equipamento MARH21 já é suficiente para a utilização do método das áreas.

Através da análise dos valores obtidos é possível concluir a aplicabilidade do método

das Áreas para utilização no cálculo do Fator Potência.

Tabela 6.2: Fator de Potência da Fundamental pelo Método Teórico e Método proposto das Áreas

| Fundamental | Tensão (V) | Corrente(A) | Fp teórico | Fp Método Áreas |
|-------------|------------|-------------|------------|-----------------|
| 0 graus | 100 | 10 | 1 | 1 |
| 30 graus | 100 | 10 | 0,86603 | 0,8575 |
| 45 graus | 100 | 10 | 0,70711 | 0,7107 |
| 60 graus | 100 | 10 | 0,5 | 0,5122 |
| 90 graus | 100 | 10 | 0 | 0,00071 |

6.7 Resultados Obtidos

A Figura 6.8, mostra a simulação feita com 3 formas de onda, a primeira de frequência fundamental “60 Hz”, a segunda “120 Hz” e a terceira harmônica “180 Hz”, utilizando os valores que estão na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Fator de Potência pelo Método Tradicional e Método das Áreas

| Amostras | Fundamental | 2 ^a Harmônica | 3 ^a Harmônica | Tradicional | Áreas |
|------------|-------------|--------------------------|--------------------------|-------------|--------|
| V pico (V) | 100 | 20 volts | 2,0 volts | - | - |
| I pico (A) | 10 | 2 | 0,2 | - | - |
| Ângulo | 0° | 0° | 0° | - | - |
| Ângulo | 30° | 45° | 45° | - | - |
| V (V) | 70,71 | 14,14 | 1,4142 | 72,124 | - |
| I (A) | 7,07 | 1,4142 | 0,1414 | 7,2124 | - |
| P (W) | 433 | 14,14 | 0,1414 | 447,29 | - |
| S (VA) | 500 | 20 | 0,2 | 520,2 | - |
| Fator Pot. | 0,866 | 0,707 | 0,707 | 0,8598 | 0,8572 |

As formas de onda foram obtidas através de simulação no MATLAB, considerando cada uma das 192 amostras. Após calcular a parcela da energia ativa, reativa e aparente de cada forma de onda, elas foram somadas para determinação do fator potência.

Em seguida foram calculadas as energias de cada amostra e somadas dando origem à curva de energia mostrada da Figura 6.9, a qual foi calculada pelo método das áreas e os resultados apresentados na tabela 6.3.

Na tabela 6.3, pode-se observar que comparando os valores “tradicional” e o obtido pelo “método das áreas” a diferença ocorre somente na terceira casa após a vírgula, demonstrando a aplicabilidade do método proposto para o cálculo do fator de potência pelo método das áreas.

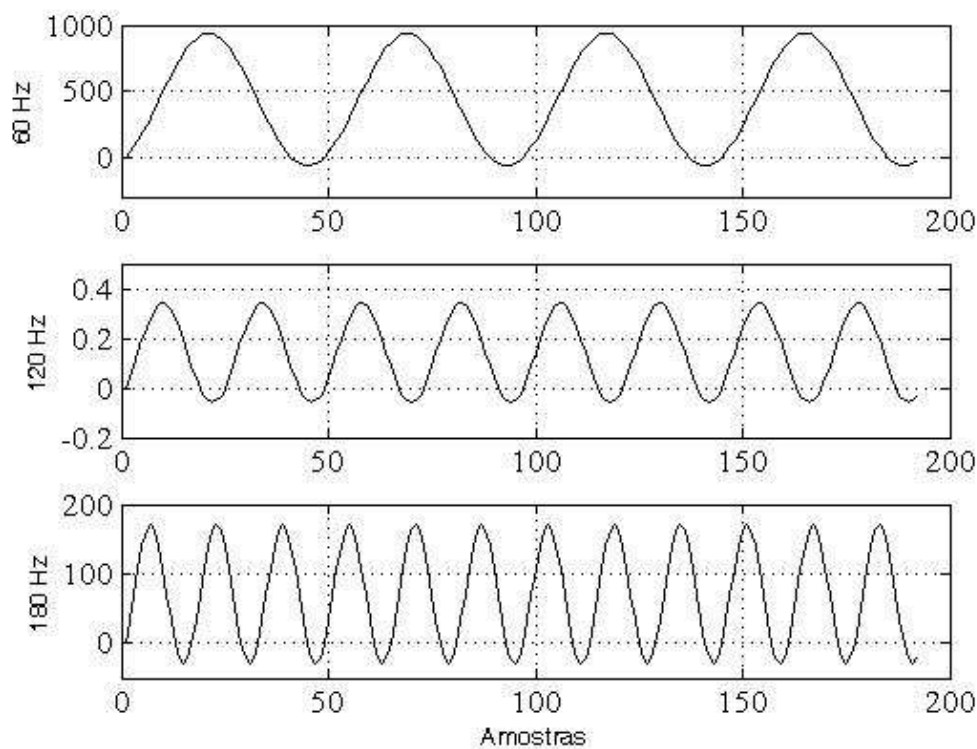


Figura 6.8: Simulação teórica das 192 amostras 60, 120 e 180hertz.

Somando todos os valores e calculando o fator de potência pelo cosseno ϕ e o método das áreas e comparando os valores encontrados pode-se verificar que a diferença é de 0,30%, conforme mostrado na tabela 6.3.

6.8 Regulamentação do Setor Elétrico

As normas da Aneel que regulamentam o setor elétrico não estabelecem obrigatoriedade ou proibição do uso de harmônicas no cálculo do fator de potência, desta forma o uso das harmônicas para o cálculo do fator potência pode ser livremente utilizado, porém nem todas as concessionárias do setor elétrico se utilizam deste recurso.

As Concessionárias de Energia Elétrica que não consideram as harmônicas no cálculo do fator de potência, acabam sendo penalizadas, pois os ativos do sistema elétrico não são remunerados pela energia consumida pelas cargas não lineares, elas sobrecarregam as linhas, transformadores, capacitores e ainda dificultam a atuação dos religadores.

Como os consumidores não pagam por esta sobrecarga e não existe obrigação legal que obrigue melhorias em suas instalações elétricas internas, através de filtros sintonizados

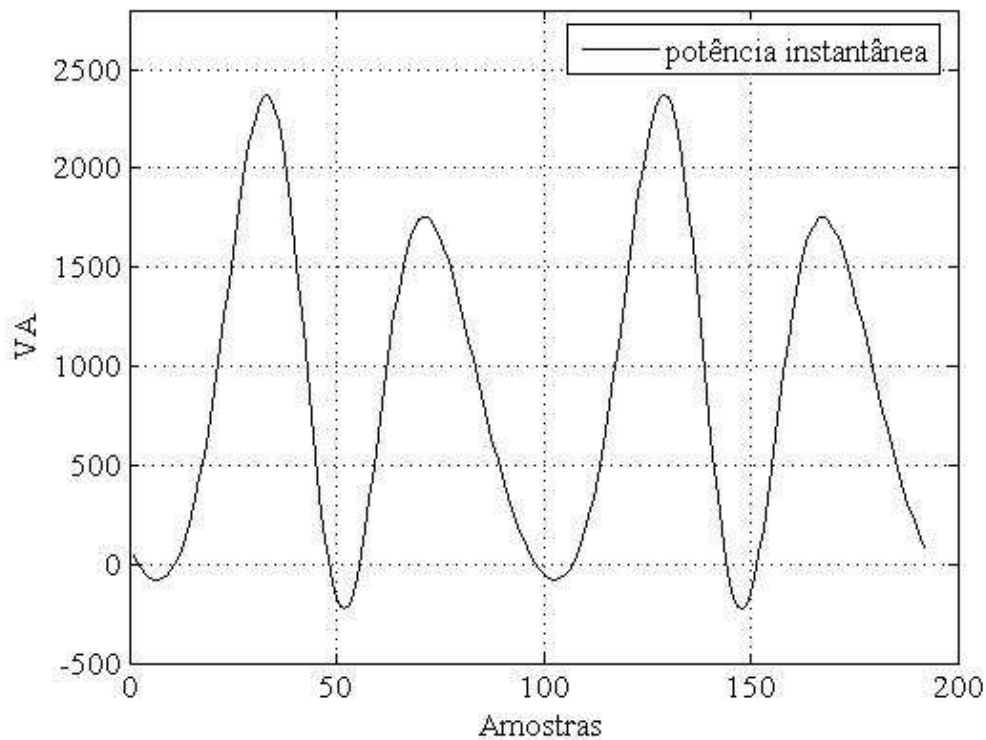


Figura 6.9: Forma de onda resultante do somatório das potências das formas de onda da figura 6.8.

ou dinâmicos para as harmônicas produzidas por suas cargas não lineares, elas acabam transferindo estas obrigações as Concessionárias de Energia Elétrica que ficam com o ônus de reforçar o sistema elétrico.

6.9 Conclusão

A metodologia proposta para o cálculo do Fator de Potência, visa contribuir com uma forma simplificada de cálculo. Ela se baseia na energia utilizada pelo consumidor, portanto ele paga exatamente por aquilo que utilizou.

O método leva em consideração todas as harmônicas que compõem a forma de onda, pois elas estão contidas nas informações da energia utilizada pelo consumidor.

A metodologia também pode ser utilizada para calcular o fator de potência utilizando os mesmos medidores utilizados pelas concessionárias, pois a energia medida, pode ser calculada pelo programa de faturamento, desde que os seus atributos para medição de onda distorcida estejam habilitados.

Desta forma os medidores que já estão instalados e que atendam estas condições poderiam ser utilizados, sem a necessidade de investimentos adicionais na troca de tecnologia ou seja utilizando somente a metodologia apresentada.

7 Conclusões e Sugestões

7.1 Conclusão

Neste trabalho resgatou-se a evolução dos estudos sobre a potência em circuitos e/ou sistemas de energia elétrica, seja operando sob condições senoidais ou não. Com isso permitiu-se ter noção do quanto antiga é a preocupação com uma formulação adequada para as diversas formas de se avaliar e interpretar a potência nesses sistemas e ao mesmo tempo tão polêmica, especialmente quando se trata da sua avaliação quando um sistema opera sob condições não senoidais. Além do mais, foi possível identificar as duas vertentes que serviram de base para os desenvolvimentos sobre o assunto.

Foi possível constatar-se a quadratura entre as potências ativas (P) e reativa (Q) para um circuito monofásico operando sob condições senoidais sob um outro ponto de vista, diferente do usual. Nestes casos também se detectou a constância da amplitude da faixa de variação da potência instantânea, independente do valor do fator de potência.

Para os circuitos operando sob condições não senoidais constatou-se que a quadratura entre os termos referentes às potências ativa e reativa, válida para os casos senoidais se estende para os casos não senoidais (confirmando as proposições de Fryze, op. cit. (FRYZE, 1932)), porém a potência ativa agora, passa a ser dada pela somatória de subprodutos das componentes harmônicas de tensão pela corrente conforme a expressão (4.44), o mesmo acontecendo com a potência reativa dada pela expressão (4.47), com a ressalva desta última tratar-se de uma aproximação aceitável para os casos de distorções não comprometedoras.

Além do mais deve-se considerar outra parcela devida à injeção de harmônicas no sistema, chamada de potência de distorção (D), sugerida na literatura e um dos principais enfoques deste trabalho, porém não se consegue verificar sua quadratura com as potências ativa e reativa a ponto de justificar a utilização da expressão $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$ nem tampouco sua representação gráfica através de um tetraedro. Assim, sua avaliação permanece duvidosa e deste modo a compensação desta potência de distorção não se torna

simples como a compensação da potência reativa em circuitos puramente senoidais.

Uma constatação importante é o fato de que as formulações utilizadas para determinação das taxas de distorção harmônica e determinação do valor da potência de distorção não se inter-relacionam uma vez que é possível obter-se um valor de $D = 0$ para uma $TDH = 5\%$, por exemplo, bastando manipular-se os valores atribuídos às componentes harmônicas e seus ângulos de defasagem.

Ressalta-se, porém, a importância de se prever uma “reserva de potência aparente” em dimensionamentos de equipamentos e instalações sujeitos a distorções harmônicas uma vez que os mesmos, operando sob características nominais podem ser expostos às constantes variações da potência, que extrapolam os limites impostos pelo valor da potência instalada desses equipamentos, ao longo do tempo, estando sujeitos, portanto, à fadiga elétrica e conseqüentemente à redução de sua vida útil. Essa reserva de potência aparente deve ser de, no mínimo, dez por cento (10%), o que garantirá uma segurança maior em termos operacionais desses equipamentos e/ou dispositivos do(s) sistema(s) ao(s) qual(is) o(s) mesmos estão vinculados.

E finalmente o método das Áreas vem confirmar através dos valores obtidos que o grau de exatidão é bastante aceitável diante dos erros dos medidores comerciais utilizados pelas Concessionárias de Energia Elétrica.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- A construção de um equipamento capaz de medir e registrar no mínimo 192 amostras por ciclo e calcular a Potência Instantânea o que, possibilitará avaliar o Fator de Potência, tendo como base a Energia efetivamente utilizada pelo consumidor tornando o Método do Fator de Potência das Áreas o mais adequado e justo desta relação entre o consumidor e a concessionária, diferente do que trata a resolução da Aneel sobre o assunto e que prevê medição a cada hora.

A sugestão aqui deixada é que o Fator de Potência pelo método das Áreas deva ser avaliado através da expressão 6.1:

Tal sugestão se justifica face aos casos simulados no Apêndice II, onde constam dois casos para um fator de potência tradicional de 0,92. No primeiro caso o fator de distorção é de 1,4% para tensão e corrente e o fator de potência avaliado segundo esta sugestão é de 0,89 e pelo Método das Áreas é de 0,90603. Já no segundo caso o fator de distorção é de 5,4% e o fator de potência avaliado é de apenas 0,82 e pelo

Método das Áreas é de 0,89865.

Vale ressaltar que para sinais de tensão e de corrente puramente senoidais tal instrumento indicaria o mesmo valor dado pela relação entre a potência reativa e o produto da tensão eficaz pela corrente eficaz.

A construção deste instrumento utilizando o Método das Áreas possibilitará também a detecção de PAC's com altos níveis de taxa de distorção ou mesmo de equipamentos causadores de distúrbios harmônicos, possibilitando, também, um redimensionamento da carga total a ser conectada nestes pontos, bem como a detecção da necessidade da instalação de filtros, no sentido de se evitar problemas causados pelas distorções harmônicas.

Anexo A – Gráficos das tabelas 5.1 a 5.4

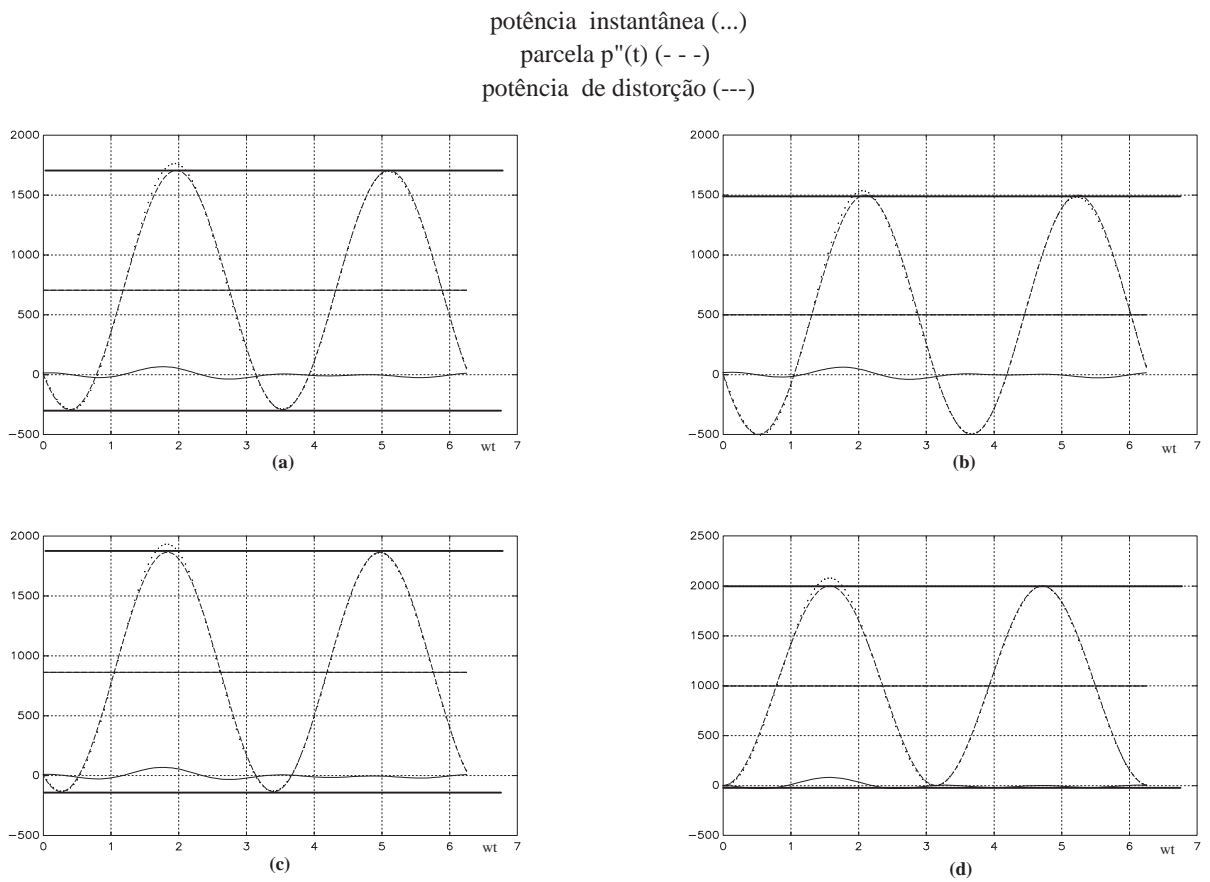


Figura A.1: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.1, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

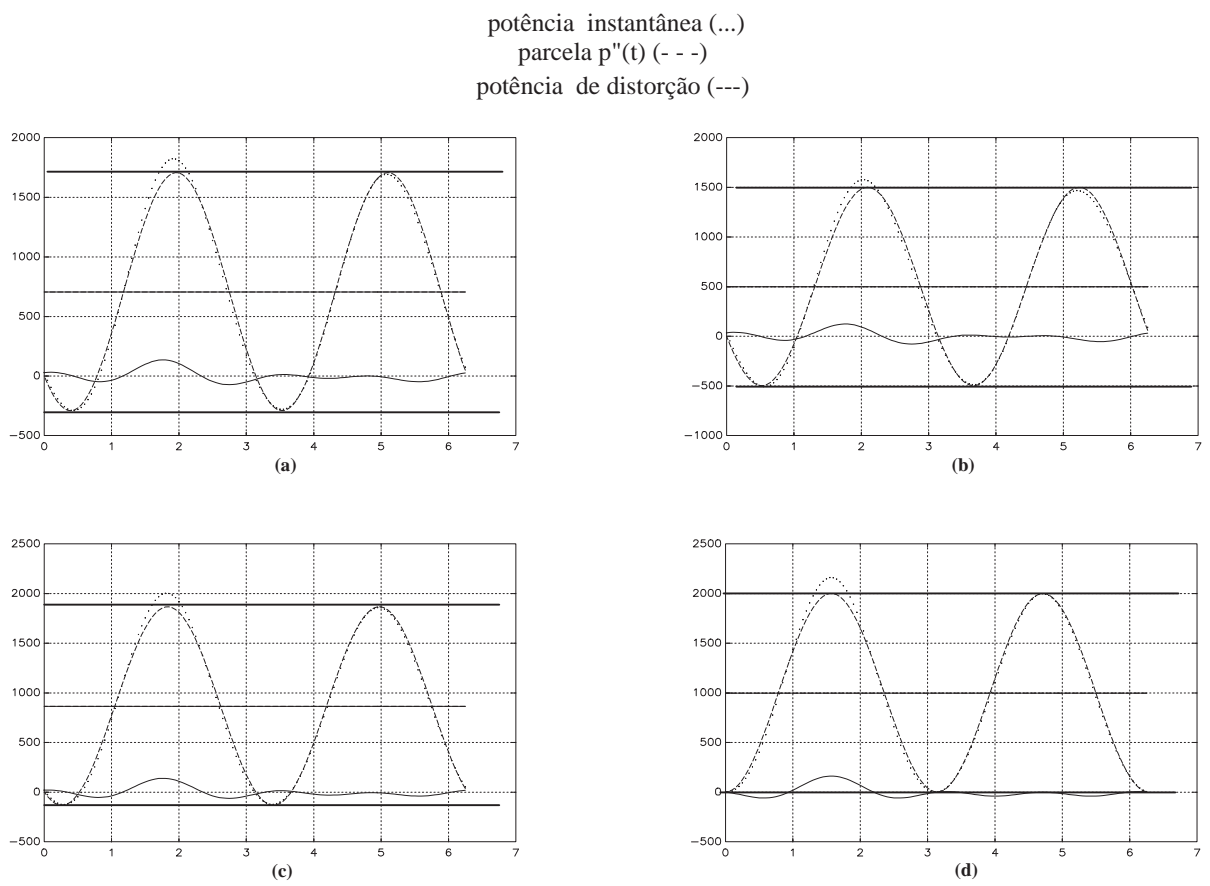


Figura A.2: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.2, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

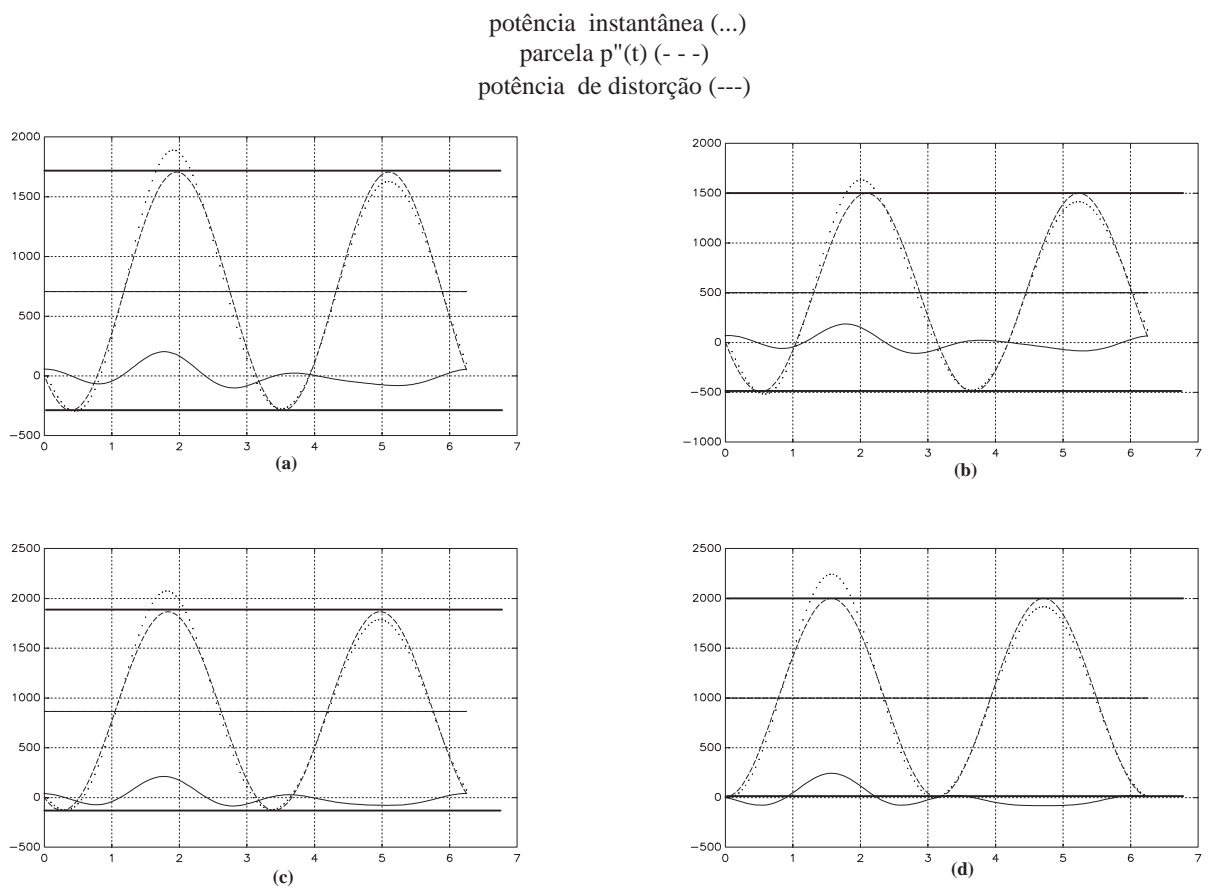


Figura A.3: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.3, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

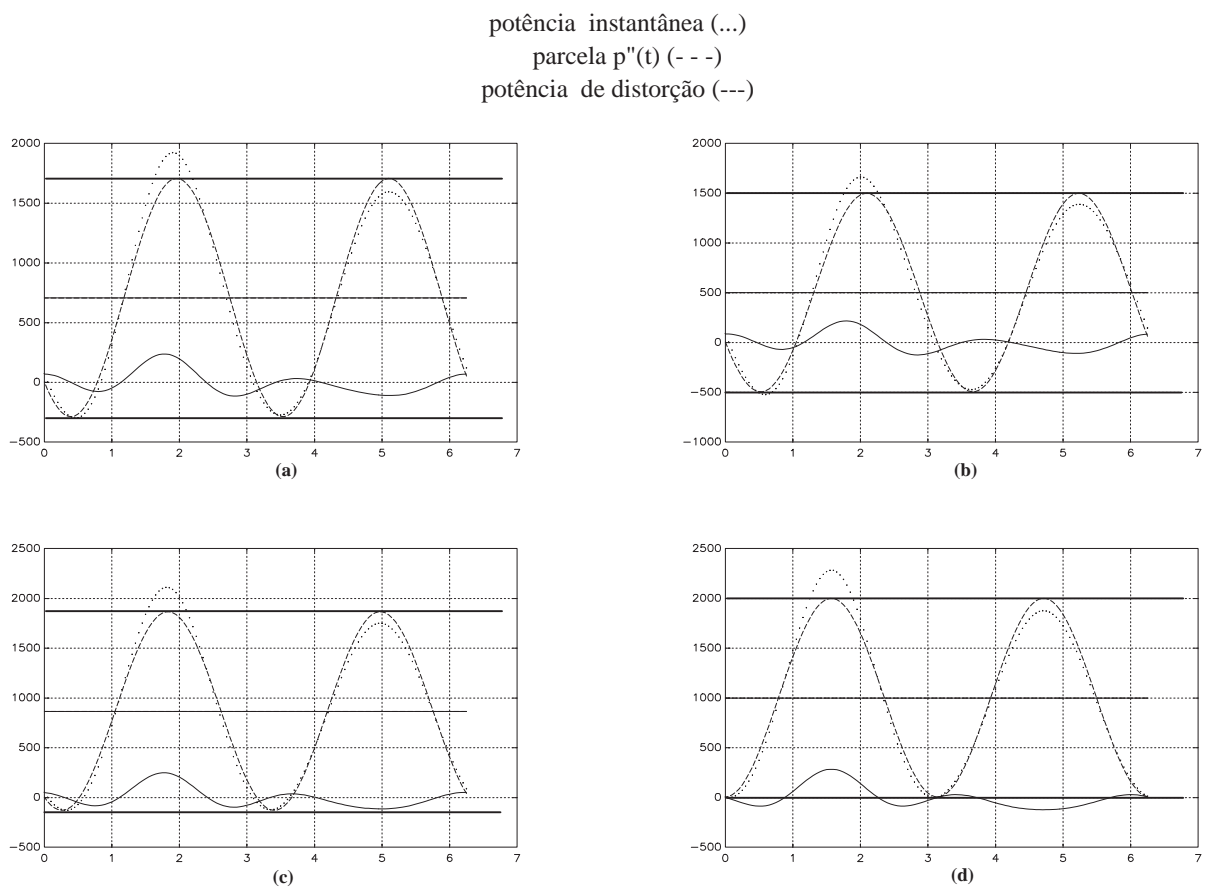


Figura A.4: Gráficos correspondentes aos valores da Tabela 5.4, exibindo as faixas de variação, para cada um dos casos, delimitada pela potência aparente.

Anexo B – Simulações e Rotinas do MatLab

| VALORES ADOTADOS | | | | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|--------|---------------------------------|--------|---------------|
| Tensão (eficaz) [V]: | | Corrente (ef.) [A]: | | V _{EF.} = 100 [V] | | |
| V ₁ = 99,98 | | I ₁ = 9,99 | | I _{EF.} = 10 [A] | | |
| V ₂ = 1 | | I ₂ = 0,1 | | S = 1000 [VA] | | |
| V ₃ = 1 | | I ₃ = 0,1 | | | | |
| DEFASAGENS[GRAUS] | | POTÊNCIAS | | POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | FAIXA DE |
| tensão | corrente | CALCULADAS | MÍNIMO | MÉDIO | MÁXIMO | VARIAÇÃO |
| δ = 0 | φ ₁ = 22,8 | P = 921,6 [W] | | | | |
| δ = -90 | φ ₂ = 45 | Q = 387,52 [VAr] | -74,1 | 919,2 | 1991 | 2065,1 |
| δ = 180 | φ ₃ = 60 | D = 20,2 [Vad] | | | | |

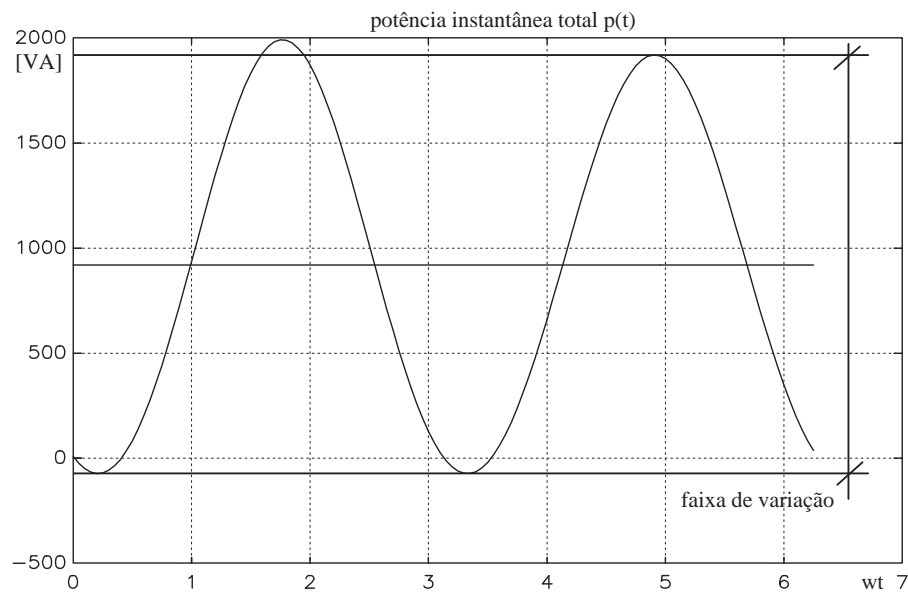


Figura B.1: Gráfico para uma $TDH\% = 1,41\%$.

$$\text{fator de potência tradicional: } \cos \varphi = \frac{P}{|S|} = 0,922$$

$$\text{fator de potência proposto: } f.p.\text{méd.} = \frac{\sum_{i=1}^M f.p_i}{M} = 0,89$$

$$\text{Fator de potência método das áreas} = 0,90603$$

| VALORES ADOTADOS | | | | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|--------|---------------------------------|--------|------------------|
| Tensão (eficaz) [V]: | | Corrente (ef.) [A]: | | V _{EF.} = 100 [V] | | |
| V ₁ = 99,85 | | I ₁ = 9,98 | | I _{EF.} = 10 [A] | | |
| V ₂ = 5 | | I ₂ = 0,5 | | S = 1000 [VA] | | |
| V ₃ = 2 | | I ₃ = 0,2 | | | | |
| DEFASAGENS[GRAUS] | | POTÊNCIAS | | POTÊNCIA INSTANTÂNEA (SIMULADA) | | |
| tensão | Corrente | CALCULADAS | MÍNIMO | MÉDIO | MÁXIMO | FAIXA DE VARIÇÃO |
| δ = 0 | φ ₁ = 22,8 | P = 922,41 [W] | | | | |
| δ = -90 | φ ₂ = 45 | Q = 385,25 [VAr] | -70,4 | 920,1 | 2173,5 | 2243,9 |
| δ = 180 | φ ₃ = 60 | D = 27,2 [VAd] | | | | |

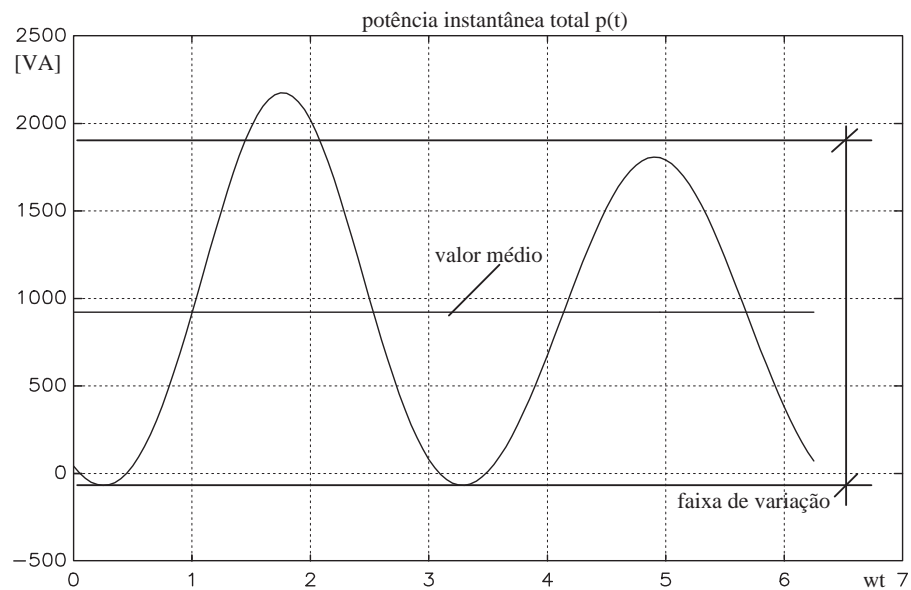


Figura B.2: Gráfico para uma TDH% = 5,4%.

fator de potência tradicional: $\cos \varphi = \frac{P}{|S|} = 0,92$

fator de potência proposto: $f.p.mé\ dio = \frac{\sum_{i=1}^M f.p_i}{M} = 0,82$

Fator de potência método das áreas = 0,89865

B.1 Cálculo da Área A3

```
function [Fator_def,Fator_area] = acha_fator(VInst_IInst,fase,qtd)
%PROJ7 - PROGRAMA PARA CALCULO DAS AREAS SOB OS GRAFICOS DE POTENCIA

ordem = 33;
% fator_aprox = input('Número de amostras a serem desconsideradas: ');
fator_aprox = 0;

[P,Q,p_t_P_Q] = p_3(VInst_IInst,qtd);
P = sum(P,1);
Q = sum(Q,1);
p_t_P_Q = sum(p_t_P_Q,1);

auxQ = [1:size(Q,2)];
pQ = polyfit(auxQ,Q,33);
fQ = polyval(pQ,auxQ);
% figure(1)
% plot(auxQ,fQ,'k.-')
% grid on;

acha_zeros_fitQ = sort(real(roots(pQ)));
[pos,val] = find(acha_zeros_fitQ > 0 & acha_zeros_fitQ < size(Q,2));

zeros_aproxQ = acha_zeros_fitQ(pos);
f_teste_raizesQ = polyval(pQ,zeros_aproxQ);
[pos,val] = find(abs(f_teste_raizesQ) < 1);

zeros_verdadeirosQ = zeros_aproxQ(pos);

aux5 = [zeros_verdadeirosQ(1) zeros_verdadeirosQ(2)];
for ty = 1 : length(aux5)-1,
    x = aux5(ty):.002:aux5(ty+1);
    y = polyval(pQ,x);
    Area5(ty) = trapz(x,y);
end
```

Referências

- AKAGI, H.; NABAE, N. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 20, n. 3, June 1984.
- ANEEL. *Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional*. Brasil: Agência Nacional de Energia Elétrica - PRODIST, Março 2006.
- CZARNECKI, L. S. An orthogonal decomposition of the current of non-sinusoidal voltage sources applied to non-linear loads. *Circuit Theory and Applications*, v. 11, p. 235–239, 1983.
- CZARNECKI, L. S. Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 34, n. 3, p. 399–404, September 1985.
- CZARNECKI, L. S. What is wrong with the budeanu concept of reactive and distortion power and why should be abandoned. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 36, n. 3, p. 834–837, September 1987.
- CZARNECKI, L. S. On some deficiencies of fryze’s approach to describing power properties of systems under nonsinusoidal conditions. In: *IEEE ICHPS VI*. Bologna: [s.n.], 1994. p. 360–364.
- DEPENBROCK, M. *Investigations of the voltage and power conditions at converters without energy storage*. Tese (Doutorado) — Translated extract of the Phd. Thesis, Cap. 3, 1962.
- ELGERD, O. I. *Electric energy systems theory: an a introduction*. New York: McGraw - Hill, 1971.
- EMANUEL, A. E. Powers in nonsinusoidal situations: a review of definitions and physical meaning. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 3, p. 1377–1389, July 1990.
- ERLICKI, M. S.; EMANUEL, A. E. News aspects of power factor improvement part i - theoretical basis. *IEEE Transactions on Industry and General Applications*, v. 4, n. 4, July 1968.
- FILIPSKI, P. A new approach to reactive current and reactive power measurement in nonsinusoidal systems. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, v. 29, n. 4, December 1980.
- FRYZE, S. Wirk, blind - und scheinleistung in elektrischen stromkreisen mit nichtsinusformigen verlauf von strom und spannung. *E. T. Z.*, v. 53, p. 596–599 and 625–627 and 700–702, June 1932.

- IEEE. The effects of power systems harmonics on power systems equipment and loads. *Working Group on Power Systems Harmonics. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, n. 9, p. 2555–2563, September 1993.
- IEEE. Power systems harmonics: An overview. *Working Group on Power Systems Harmonics. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 8, August 1993.
- KUSTERS, N. L.; MOORE, W. J. M. On the definition of reactive power under non-sinusoidal situations. v. 99, n. 5, September 1980.
- MANGILI, J. F. J. *Comportamento da Potência Elétrica Instantânea sob Condições Senoidais e Distorcidas*. Dissertação (Mestrado) — Unicamp, Campinas, 1995.
- MILANEZ, D. L. *A potência complexa instantânea aplicada às máquinas elétricas trifásicas*. Tese (Doutorado) — Unicamp, Campinas, 1993.
- MILLER, T. J. E. *Reactive power control in electric systems*. New York: John Wiley and Sons, 1982.
- PAGE, C. H. Reactive power in nonsinusoidal situations. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, v. 29, n. 4, December 1980.
- PIRES, F. A. C. *Uma contribuição ao estudo de harmônicas em sistemas elétricos de potência*. Tese (Doutorado) — Unicamp, Campinas, 1991.
- SHARON, D. Improvement in nonlinear systems. *IEE Proceedings*, v. 120, n. 6, p. 704–706, June 1973.
- SHEPERD, W.; ZAKIKHANI, P. Suggest definition of power for nonsinusoidal system. *IEE Proceedings*, v. 119, n. 9, p. 1361–1362, June 1972.
- SLONIM, M. A.; Van Wyk, J. D. Power components in a system with sinusoidal and nonsinusoidal voltages and currents. *IEE Proceedings*, v. 135, n. 2, March 1988.
- SUBJAK, J. S.; MCQUILKIN, J. S. Harmonics - causes, effects measurements and analysis: an update. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 26, n. 6, November 1990.
- WATANABE, H. E. New concepts of instantaneous active and reactive powers in electrical systems with general loads. *IEEE Winter Meeting*, 1992.