



ANTONIO FRANCISCO JUNIOR

**FERRAMENTAS DE ANÁLISE BAYESIANA PARA O OBSERVATÓRIO
DE NEUTRINOS JUNO**

Londrina
2021

ANTONIO FRANCISCO JUNIOR

**FERRAMENTAS DE ANÁLISE BAYESIANA PARA O OBSERVATÓRIO
DE NEUTRINOS JUNO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Pietro Chimenti

Londrina
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de
Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

F819 Francisco Júnior, Antonio.

Ferramentas de análise bayesiana para o observatório de neutrinos JUNO. /Antonio Francisco Júnior. - Londrina, 2021. 71 f. : il.

Orientador: Pietro Chimenti.

Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Física, 2021.
Inclui bibliografia.

1. Detector de Neutrinos - Tese. 2. Usinas Nucleares - Tese. 3. Simulação de Eventos - Tese. I. Chimenti, Pietro. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDU 53

ANTONIO FRANCISCO JUNIOR

**FERRAMENTAS DE ANÁLISE BAYESIANA PARA O OBSERVATÓRIO
DE NEUTRINOS JUNO**

Dissertação de mestrado apresentada ao
Departamento de Física da Universidade Estadual
de Londrina, como requisito parcial para a
obtenção do título de Mestre em Física.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pietro Chimenti - Orientador
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dr. Christiane Frigerio Martíns
Universidade Estadual de Londrina - UEL.

Prof. Dr. Fernando Alves da Silva Universidade
Tecnológica Federal do Paraná -UTFPR.

Londrina, 30 de Julho de 2021.

*Dedico a minha família e minha amada
Elaine.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao Prof. Dr. Pietro Chimenti, onde sem seu auxílio e grande suporte jamais conseguiria. Agradeço a minha família pela iluminação nas horas difíceis. Agradeço a fundação CAPES e a instituição de ensino Universidade Estadual de Londrina.

FRANCISCO JR, Antonio. **Ferramentas de análise bayesiana para o observatório de Neutrinos JUNO.** 2021. 67 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

RESUMO

Há uma pequena abordagem sobre os modelos de decaimentos radioativos, levando a teorização por W. E. Pauli dos Neutrinos, este que tem spin meio e uma pequena massa, essa que é um dos fatores responsáveis pela oscilação de seus graus de liberdade. Para a verificação dessa oscilação foram realizados diversos experimentos. O Super-Kamiokande foi o experimento que comprovou essa oscilação. Vários outros experimentos foram realizados para verificação dos parâmetros responsáveis por esse fenômeno. O experimento JUNO, busca um valor com maior acurácia para os grau de mistura θ_{13} . Como o experimento ainda se encontra em fase de construção, há uma necessidade de demonstração das maneiras que os dados serão analisados, e para isso, neste trabalho foi usado dados da tabela 15.5 de Dekking, et.al, “A Modern Introduction to Probability and Statistics”, com uma análise bayesiana, primeiramente foi aplicado o método de máxima verossimilhança e o método de mínimos quadrados, resultando nos valores de m , o coeficiente angular e b , o coeficiente linear, que são respectivamente para os dados, $m = 57.507 \pm 0.01$ e $b = -1160.50 \pm 0.60$, aplicando os critérios de informações, AIC e DIC, e encontramos os valores em média para os valores para m e b , 57.50684, -1160.50827, 57.51851, -1161.41, respectivamente.

Palavras-chave: detector de neutrinos; usinas nucleares; simulação de eventos.

FRANCISCO JR, Antonio. **Ferramentas de análise bayesiana para o observatório de Neutrinos JUNO.** 2021. 67 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

ABSTRACT

There is a small approach to radioactive decay models, leading to the theorization by W. E. Pauli dos Neutrinos, who has a spin one half and a small mass, which is one of the factors responsible for the oscillation of their degrees of freedom. To verify this oscillation, several experiments were carried out. The Super-Kamiokande was the experiment that proved this oscillation. Several other experiments were carried out to verify the parameters considered by this phenomenon. The JUNO experiment seeks a more accurate value for the degree of mixing θ_{13} . As the experiment is still under construction, there is a need to demonstrate the ways the data will provide, and for this, data from table 15.5 of Dekking, et.al, "A Modern Introduction to Probability and Statistics" was used. ", with a Bayesian analysis, first the maximum likelihood method and the square calculation method were applied, given in the values of m , the slope and b , the linear coefficient, which are respectively for the data, $m = 57,507 \pm 0.01$ and $b = -1160.50 \pm 0.60$, applying the information criteria, AIC and DIC, and we found the average values for the values for m and b , 57.50684 , -1160.50827 , 57.51851 , -1161.41 , respectively.

Key words: neutrino detector; nuclear power plants; event simulation.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 -	Espectro de energia previsto pela teoria do Decaimento Beta.....	13
FIGURA 1.2 -	Espectro de energia do Decaimento Beta medido experimentalmente.....	14
FIGURA 1.3 -	Esquema do surgimento do ve.....	15
FIGURA 1.4 -	Decaimento beta menos em termos de quarks.....	17
FIGURA 2.1 -	Experimento Homestake com a composição do detector a 1478 m abaixo da superfície.[7]	20
FIGURA 2.2 -	Representação do tanque detector GALLEX.[17]	22
FIGURA 2.3 -	Esquema do detector Super-Kamiokande.[13]	23
FIGURA 2.4 -	Diferença entre os neutrinos mûons e neutrinos elétron.[13].....	23
FIGURA 2.5 -	Descrição do detector Borexino.[4]	24
FIGURA 2.6 -	Diagrama do detector SNO.[3]	26
FIGURA 2.7 -	Ilustração do IceCube	27
FIGURA 2.8 -	Esquema do detector KamLand.....	28
FIGURA 2.9 -	Esquema geral do detector Double Chooz.[5].....	29
FIGURA 2.10 -	Esquema do detector MINOS.[2]	30
FIGURA 2.11 -	Descrição do detector NOVA, com ilustração da de uma célula.[19]	31
FIGURA 3.1 -	Design do detector JUNO	33
FIGURA 3.2 -	Especto antineutrino esperado em termos da distância sobre a energia para o experimento JUNO.....	34
FIGURA 4.1 -	Um projétil é disparada em uma área A. Fonte: VUOLO, José Henrique. Fundamentos da teoria de erros. 2º Ed, Pg 15.[24]	45
FIGURA 4.2 -	método de mínimos quadrados. Com os parâmetros, $m = 57.51 \pm 0.01$ e $b = -1160.50 \pm 0.59$	54
FIGURA 4.3 -	Dispersão entre a densidade e da dureza da madeira.....	55
FIGURA 4.4 -	Histograma Residual.....	55
FIGURA 4.5 -	Densidade da Probabilidade Posterior.....	56
FIGURA 4.6 -	Distribuições ao coeficiente linear, ao coeficiente angular que acompanhamos parâmetros, m, b, s	56
FIGURA 4.1 -	Probabilidade de ocorrência dos dados. Onde a parte em	

amarelo repre- senta a maior probabilidade de uma medida estar, enquanto que a parte azul, representa a menor probabilidade dessa medida se encontrar.....	57
FIGURA 4.2 - O traço vermelho representa a medidas realizada. O campo azul, representa a probabilidade dessas medidas se repetirem, graças aos dados virtuais gerados.....	57
FIGURA 4.3 - Densidade da Probabilidade Posterior aplicando o critério de informação BIC.....	58
FIGURA 4.4 - Distribuições ao coeficiente linear, ao coeficiente angular que acompanham os parâmetros, m,b,s, com os critérios de informação BIC.....	58
FIGURA 4.5 - Probabilidade de ocorrência dos dados. Onde a parte em amarelo repre- senta a maior probabilidade de uma medida estar, enquanto que a parte azul, representa a menor probabilidade dessa medida se encontrar, com o critério de informação BIC.....	59
FIGURA 4.6 - Nas duas figuras da coluna da esquerda é comparado novamente a medida realizada representada pelo traço vermelho e o campo azul, representa a probabilidade dessas medidas se repetirem, graças a analise bayesiana. Já a coluna da esquerda é mostrado essa probabilidade juntamente com os critérios de informações. Percebemos que as probabilidades foram melho- radas pelo BIC, mostrando que uma medida antes que se mostrava como um erro, com o ajuste vimos que a medida está dentro da probabilidade esperada.....	60

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 INTRODUÇÃO A FÍSICA DE NEUTRINOS	12
1.1 O PROBLEMA E A SOLUÇÃO DO DECAIMENTO BETA (B).....	13
1.2 NEUTRINO	14
1.3 INTERAÇÃO FRACA	15
1.4 SABORES	15
1.5 PARIDADE.....	15
1.5.1 Interação Violação da Paridade.....	16
1.6 INTERAÇÃO TIPO FERMI	16
1.7 OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS	17
2 TÉCNICAS DE DETECÇÃO	19
2.1 NEUTRINOS SOLARES.....	19
2.2 EXPERIMENTO HOMESTAKE.....	19
2.3 Gallex	21
2.3.1 GNO.....	21
2.4 SUPER KAMIOKANDE.....	22
2.5 BOREXINO.....	24
2.6 OBSERVATÓRIO SUDBURY DE NEUTRINO(SNO)	25
2.7 ICECUBE	26
2.8 KAMLAND.....	27
2.9 DOUBLE CHOOZ	28
2.10 MINOS.....	29
2.11 NOVA.....	30
3 JIANGMEN UNDERGROUND NEUTRINO OBSERVATORY (JUNO)	32
3.1 DETECTOR.....	32
3.2 HIERARQUIA DE MASSA.....	33
3.3 MEDAÇÃO DE PRECISÃO DOS PARÂMETROS DE MISTURA DE NEUTRINOS.....	34
3.4 SINAL E RADIAÇÃO DE FUNDO	35

3.5	OUTROS TIPOS DE NEUTRINOS MEDIDOS PELO JUNO.....	36
3.5.1	Neutrinos de SuperNova.....	36
3.5.2	Neutrino Solares.....	36
3.5.3	Geo-Neutrinos.....	36
4	ANÁLISE BAYESIANA	37
4.1	DADOS BINOMINAIS	38
4.2	DADOS NORMAIS.....	39
4.3	DADOS DE POISSON	40
4.3.1	Regressão de Poisson	41
4.4	CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE. (AIC)	42
4.5	CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE DESVIO. (DIC)	42
4.6	CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO AMPLAMENTE DISPONÍVEL OU WATANABE-AKAIKE.....	43
4.7	CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO BAYESIANO.(BIC).....	43
4.8	VALIDAÇÃO CRUZADA.....	44
4.9	EXEMPLOS.....	44
4.9.1	Exemplo 4.1 - Projeto em um alvo.....	44
4.9.2	Exemplo 4.2 - Teste de Drogas.....	45
4.9.3	Exemplo de um Código de Análise Bayesiana.....	46
CONCLUSÕES		61
REFERENCES.....		66

INTRODUÇÃO

Primeiramente abordamos os decaimentos radioativos, e a maneira como W.E. Pauli solucionou o problema do decaimento beta postulando uma nova partícula com spin meio e inicialmente sem massa, esta que mais tarde se chamaria de Neutrino. Mostrando também como os decaimentos interagem através dos quarks com as interações de Fermi, e graças a essas interações, antes uma partícula que não havia massa passou a ter uma pequena massa teórica e graças a isso se pode teorizar a oscilação de neutrinos.

Para que a oscilação de neutrinos fosse comprovada, foram idealizados inúmeros experimentos, dentre eles, estava o Super-Kamiokande, o experimento que comprovou a oscilação de neutrinos. A partir deste experimento, começou a se buscar os parâmetros que completavam a matriz de mistura, ou seja, os experimentos após a comprovação da oscilação, se busca os graus de mistura dos graus de liberdade dos neutrinos.

O novo experimento para se verificar os parâmetros da matriz de mistura é o Ji-
angmen Underground Neutrino Observatory (JUNO). É um experimento idealizado para se obter a hierarquia de massa entre os neutrinos, com uma variância de 3σ que repre-
senta mais de noventa e nove por cento de probabilidade do valor verdadeiro da medida
estar entre os dados medidos. Sua localização é 53 km dos reatores nucleares Taishan e
Yangjiang. Para que o objetivo da variância seja alcançado é preciso atingir a energia de
 $3\%/\sqrt{E}$. Utilizando um líquido transscintilador, cobrindo setenta e cinco por cento dos
tubos fotomultiplicadores.

Como o JUNO ainda se encontra em fase de construção, ou seja, ainda não foram
realizadas medidas para a análise. Há a necessidade de um modelo teórico dos dados e
de ferramentas para análise desses dados virtuais, através da probabilidade de Bayes e da
análise bayesiana, onde se leva em consideração alguns critérios de informações de erros.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho, uma apresentação das técnicas de detecção
que antecederam o JUNO e uma demonstração de quais serão as ferramentas de análise
bayesiana para o observatório subterrâneo de neutrinos de Jiangmen.

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO A FÍSICA DE NEUTRINOS

A partir do final do século XIX a radioatividade começou a ser estudada por grandes cientistas da época como W.C.Roentgen, A.H.Berquerel, Pierre e Marie Curie e E.Rutherford entre outros. A lei exponencial do decaimento radioativo foi descoberta naquela época. Em particular três tipos de processo foram identificados: os decaimentos tipo Alfa (α), Beta (β) e Gama (γ), cada um com sua partícula característica. As partículas α são constituídas de dois prótons e dois nêutrons, ou seja, são núcleos de Hélio. A radiação α possui um alcance muito curto, logo sua radiação é pouco penetrante, sendo assim ela têm uma maior facilidade em ser blindada. A radiação γ corresponde à emissão de um fóton da onda eletromagnética altamente energético, possuindo alcance longo, ou seja extremamente penetrante. Ocorre quando um núcleo ainda se encontra em um estado excitado e decai para um estado de menor energia. A Radiação Beta (β), são elétrons ou pósitrons (anti-partícula do elétron), dependendo do decaimento de cada núcleo, possui uma penetração superior que as partículas α . Nesse processo tem a característica do número de massa(A) se mantém o mesmo, enquanto o número atômico (Z), ou seja o número de prótons, se modifica ($Z \rightarrow Z \pm 1$). Consequentemente o número de nêutrons no núcleo se modifica também. Como discutido mais adiante, no decaimento β há emissão de um (anti-)neutrino junto com o (elétron) pósitron, mas isso só foi entendido décadas nos meados do século XX.[23] Resumindo temos para os processos α :

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z - 2, A - 4) + \alpha(2, 4), \quad (1.1)$$

para os processos β^+ :

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z - 1, A) + e^+ + \nu_e, \quad (1.2)$$

para os processos β^- :

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1.3)$$

e finalmente para os γ :

$$N(Z, A)^* \rightarrow N(Z, A) + \gamma. \quad (1.4)$$

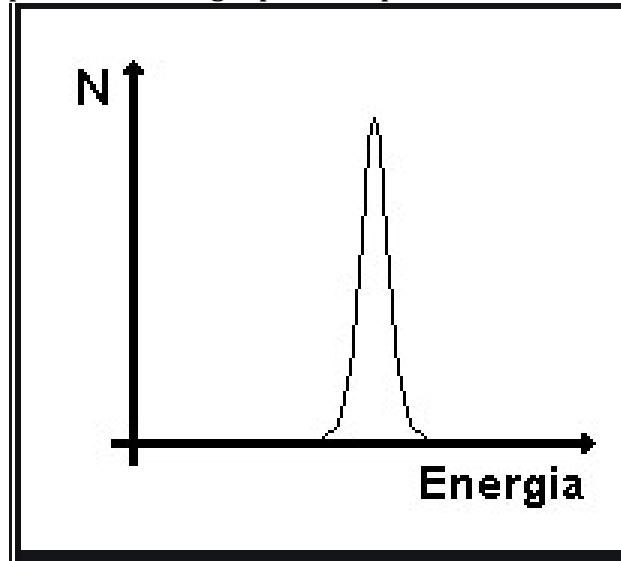
Importante destacar como as leis de conservação da energia, momento e carga elétrica sejam conservadas em cada processo.

1.1 O PROBLEMA E A SOLUÇÃO DO DECAIMENTO BETA (B)

Originalmente a teoria do Decaimento Beta, previa que um átomo pai (A) decairia para um átomo filho (B) e nesse processo seria liberado um elétron (e^-), como em 1.5 (veja pg.15). Como em todo processo de dois corpos, seu espectro de energia deveria ser pontual como é mostrado na figura 1.1.[23]



Figura 1.1: Espectro de energia previsto pela teoria do Decaimento Beta.



Fonte: BLA.

Para encontrar o valor da energia máxima do elétron emitido pelo decaimento, a conservação de energia e do momento linear foi aplicada, encontrando a relação

$$E = \frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2 \frac{m_A}{m_B} e c^2} \quad (1.6)$$

Onde a energia E é fixada. Uma vez que as massas, m_A , (massa do núcleo pai), m_B (massa do núcleo filho) e m_e (massa do elétron), forem especificadas, esta energia seria exatamente o valor no pico do espectro esperado pela teoria do Decaimento Beta (fig. 1.1). No entanto, em 1914, J. Chadwick mediou experimentalmente o valor da energia do Decaimento Beta, seu resultado, figura 1,2, causou um enorme choque na comunidade científica

O espectro encontrado por J. Chadwick, foi continuo sendo característico de um processo de três corpos. No entanto, para a teoria não existia um terceiro componente

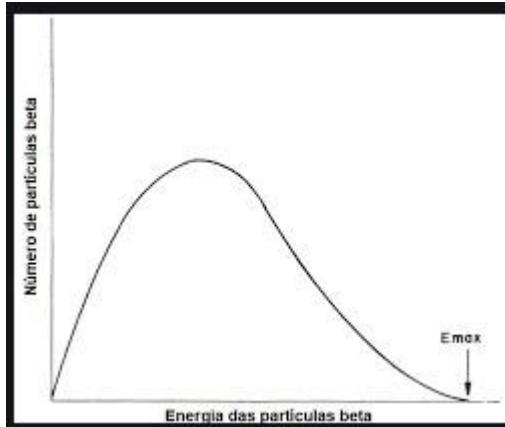


Figura 1.2: Espectro de energia do Decaimento Beta medido experimentalmente.

neste processo, inúmeros cientistas renomados chegaram a postular que a conservação da energia e momento linear não era válida para processos nucleares. Entretanto em 1930 Wolfgang Pauli postulou uma terceira partícula no processo, trazendo assim uma nova luz sobre os resultados que Chadwick produziu. Esta nova partícula ficaria com a metade da energia do elétron, teria uma carga nula e mais tarde se mostrou que este novo corpo respeitaria a estatística de Fermi-Dirac, sendo assim, teria spin 1/2. Juntamente com o átomo filho (B) e o elétron, formariam um sistema de três corpos, o que seria um modelo aceitável para os resultados experimentais. Esta nova partícula foi denominada de neutrino (ν). Em 1934 E. Fermi [22] construiu a representação da reação atual do decaimento (β) equações 1.2 e 1.3. Por sua construção, o neutrino não interagiria com a matéria através de nenhuma força conhecida na época (elétrica e gravitacional), então Fermi desenvolveu matematicamente sua interação, que mais tarde seria conhecida como a interação fraca. Durante anos, as propostas de Fermi e Pauli não tiveram aceitação da comunidade científica, até que houve a descoberta experimental do neutrino por F. Reines e C. Cowan em 1956.

1.2 NEUTRINO

Quando foi postulado a existência do Neutrino, ele foi introduzido como uma partícula sem massa, e com uma sessão de choque (probabilidade de interação) muito pequena. Como já mencionado o (anti-) neutrino possui spin 1/2, portanto deve respeitar o princípio de exclusão de Pauli. Para que este princípio fundamental seja respeitado não é permitido que nenhum ferme tenha o mesmo grau de liberdade, por consequência a natureza desenvolveu três graus de liberdade (sabores) para o (anti-) neutrino, que são: Elétron, originado do decaimento beta, Múon, originado do decaimento do Múon e Tau, originado da partícula Tau.[23]

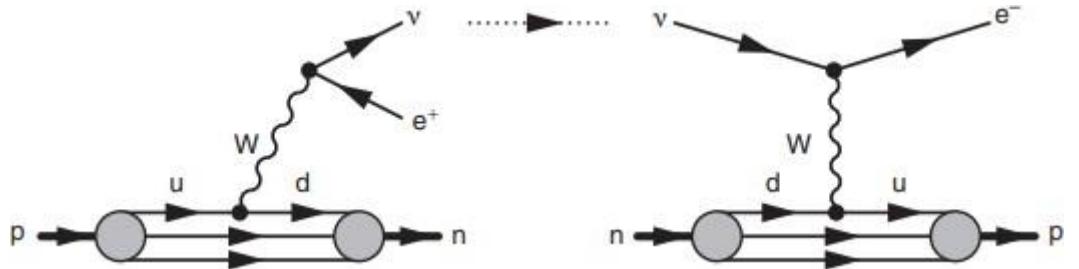


Figura 1.3: Esquema do surgimento do ν_e

1.3 INTERAÇÃO FRACA

As interações fracas, sempre envolvem os bósons vetoriais, neutro Z^0 , que é sua própria anti-partícula e os carregados W^+ , W^- , estes bósons se anulam mutuamente, sendo assim anti-partícula um do outro, suas massas são $80,33\text{GeV}$ e $91,186\text{GeV}$ respectivamente. Eles também podem sofrer interações com os fótons. Essas interações são nominadas por fracas por terem baixas energias, mesmo tendo uma quantidade associada em torno de $a_w = 1/40$ que é três vezes maior que a quantidade associada das interações eletromagnéticas.[23]

1.4 SABORES

Como os neutrinos são neutros, não se espera que eles sejam detectados da mesma maneira que outros léptons carregados. Sua interação é realizada por meio de interações fracas. A diferença dos sabores dos neutrinos se deve a seus respectivos léptons carregados que interagem através do meio. Por exemplo o neutrino do elétron (ν_e) é originado, quando o elétron interage através de uma interação fraca com uma corrente carregada. Conforme esquematizado na figura 1.3.[23][9]

1.5 PARIDADE

A paridade é a inversão espacial da origem x para $-x$. Na mecânica quântica, essa operação é associada a um operador que chamaremos de \hat{P} . Quando se aplica esse operador para uma função, se tem o seguinte comportamento.[8]

$$\hat{P}\psi(x, t) \rightarrow \psi(-x, t) \quad (1.7)$$

O \hat{P} é seu próprio inverso, significando que é unitário, como se mostra a seguir.

$$\hat{P}\hat{P} = I \quad (1.8)$$

\hat{P} também é um operador Hermitiano, que representa um observável físico. E sabendo que se a interação da hamiltoniana de qualquer sistema comuta com o operador de paridade, isso significa que a paridade é conservada no sistema. Neste caso, a função de onda que é auto-estado da hamiltoniana do sistema, também se torna um auto-estado do operador de paridade com o autovalor P.[23]

1.5.1 Interação Violação da Paridade

Levando em consideração a reação $\bar{\pi} \rightarrow \bar{\mu} + \nu_\mu$, percebe-se que as energias envolvidas são maiores em comparação com as massas dos neutrinos, que são muito pequenas. Como o efeito do operador de paridade é reverter os momentos da partícula, onde os spins da partícula são deixados inalterados. Esse efeito também pode ser considerado como uma forma de estado final de um antineutrino, no qual o elemento de corrente carregada é zero. Para substituir as partículas por suas antipartículas, um novo operador é utilizado, o qual chamaremos de operador de conjugação de carga (\hat{C}). Esse novo operador nos fornece também um neutrino que tem seu spin e direção de propagação iguais, e outro neutrino que tem sua direção de propagação e de spin contrários. Na literatura estes neutrinos são denominados neutrino de mão direita e neutrino de mão esquerda, respectivamente.[8] Combinando os efeitos dos operadores de paridade e de conjunção de carga, nos fornece um decaimento fraco envolvendo o neutrino de mão direita. Portanto a falha dessa operação dos operadores é definida como violação CP, que é necessária para explicar o excesso de matéria em relação à antimateria. Como as teorias eletrodinâmica quântica e a cromodinâmica quântica conservam separadamente tanto a paridade, quanto a conjunção de carga, ou seja, transforma partículas em antipartículas invertendo todos os eixos espaciais, a única alternativa para que não haja conservação CP são nas interações fracas, onde essa conversão de partículas em antipartículas falha.[9][8]

1.6 INTERAÇÃO TIPO FERMI

As interações tipo Fermi são essencialmente a maneira como a força fraca interage com os quarks ou anti-quarks, como a figura a seguir demonstra o decaimento beta menos em termos de quarks. Graças a essas interações tipo fraca, há transformações nos campos dos quarks ou como são chamados campos fermiônicos. As interações dos campos fermiônicos, se sobrepõem em único ponto com uma única interação de contato, que é interpretado como um potencial efetivo. Através dessas interações ocorre uma mudança estrutural do quark, fazendo com que novas partículas sejam formadas. As interações do tipo Fermi, também demonstram a natureza íntima das interações, mostrando as trocas de intensidade dos bóson, por exemplo como ocorre com o bóson \bar{W} . Através dessas interações, foi possível a teorização da massa dos neutrinos, comparando a distribuição de energia

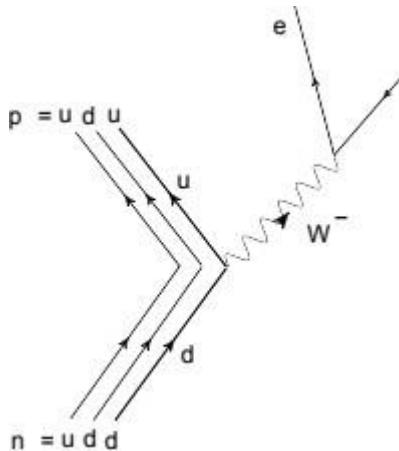


Figura 1.4: Decaimento beta menos em termos de quarks.

de elétrons emitidos pelo decaimento beta menos, conforme a equação abaixo demonstra. Com a teorização da massa dos neutrinos foi possível a realização de experimentos que por fim acabaram evidenciando a oscilação de Neutrinos.[23]

$$n \rightarrow p + e + \nu \quad (1.9)$$

1.7 OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS

Introduzida por Pontecorvo em 1957. o mesmo que reorganizou e modernizou em 1967 com os aspectos criados por Katayama, Matumoto, Tanaka, Yamada, Maki, Nakagawa e Sakata em meados de 1962. Para começar a se entender a oscilação de neutrinos, primeiramente devemos imaginar a partícula como uma onda viajando na direção Z, com sua polarização no eixo X ou Y ou entre esses dois eixos. Consideremos agora essa onda polarizada se propagando circularmente com todos os parâmetros no meio de propagação solucionados (velocidade, índice de propagação). Ondas polarizadas circularmente se propagando na direita e na esquerda no meio de propagação contendo velocidades de propagação diferentes entre elas criando assim uma diferença de fases proporcional a distância de propagação.[9]

Agora consideramos a onda neutrino, com os eixos de propagação sendo os sabores(graus de liberdade) do neutrino. O grau de liberdade inicial de propagação depende da maneira que o neutrino é criado, por exemplo no decaimento do Múon na atmosfera, o sabor resultante é o neutrino mûon, outro exemplo são as reações termonucleares no núcleo solar que produz neutrinos elétron. Tomando a propagação da onda neutrino,

mas tomando no lugar da propagação circular os auto estados de massa e energia, com frequências bem definidas pra estes auto-estados e sabendo todos os parâmetros no meio de propagação, essa onda neutrino se propaga como uma superposição dos três auto estados de massa, mudando suas fases a medida em que a onda se propaga. Por consequência desse fato há uma rotação no espaço dos sabores do ν e ocorrerá a mudança do sabor.[15]

O sabor resultante da propagação é determinado pela diferença de fase, que por sua vez é resultado da diferença da frequência ou da diferença de energia, que é devido a diferença de massa. Como esse fenômeno é oscilatório a probabilidade de mudança de sabor é relacionada por funções oscilatórias da distância que o neutrino percorre, com proporcionalidade a energia média do ν e inversamente proporcional a diferença quadrática das massas dos auto estados de massa. Além dos fatores anteriores a probabilidade de troca de sabor, também é definida pelo coeficiente de mistura que ocorrem na superposição dos auto-estados de massa formando assim os auto-estados de sabor, estes conjuntos de informações de mistura formam uma matriz unitária 3×3 que se denomina matriz de mistura.

Para encontrar todos os componentes necessários desta matriz de mistura, foram desenvolvidos diversos experimentos, o mais ressentido é o JUNO (Jiangmen Underground Neutrino Observatory) onde se tem o objetivo de encontrar um valor mais exato para o ângulo de oscilação. Onde durante o texto serão colocados maiores detalhes.[9]

CAPÍTULO 2

2 TÉCNICAS DE DETECÇÃO

2.1 NEUTRINOS SOLARES

A fusão termonuclear no núcleo solar é responsável pela produção de ν_e com energia em torno de 1 Mev. O fluxo relacionado dessas partículas é capaz de chegar a Terra. Como já mencionado, a seção de choque do neutrino é muito baixa, a maioria dos ν_e não interagem com os átomos no núcleo solar e graças a isso, conseguimos estuda-los e para isso, é necessário grandes detectores para que seja possível a detecção.

2.2 EXPERIMENTO HOMESTAKE.

O experimento Homestake (Radio Químico)[7] foi utilizado para medir a taxa do fluxo de ν_e solares com energia superior a 0,814 MeV. Com uma técnica revolucionária de reação β inversa, sendo a equação utilizada:



O observatório de neutrinos solares Homestake está situado em uma antiga mina de ouro com o mesmo nome, localizado em Dakota do Sul (EUA). A profundidade da mina é de 2500 m. A câmera de observação fica a 1478 m, com 200 m da base do principal acesso à mina. Para que o detector fosse instalado nesse local, foi necessário que o local cumprisse alguns pre-requisitos, como baixa quantidade de urânio e tório e uma parede de rocha sólida.[7]

Para haver estabilidade para o detector, foi adicionado a parede uma cerca de arame, parafusada à rocha. Para que não houvesse danificação ao detector por umidade foi adicionado cinco centímetros de concreto diretamente ao solo.

A figura 2.1[7] ilustra a organização dos detectores na rocha. O detector consiste em um tanque horizontal de aço com extremidades convexas com 6,1 m de diâmetro e 14,6 m de comprimento. Em seu interior foram colocadas 615 toneladas métricas de

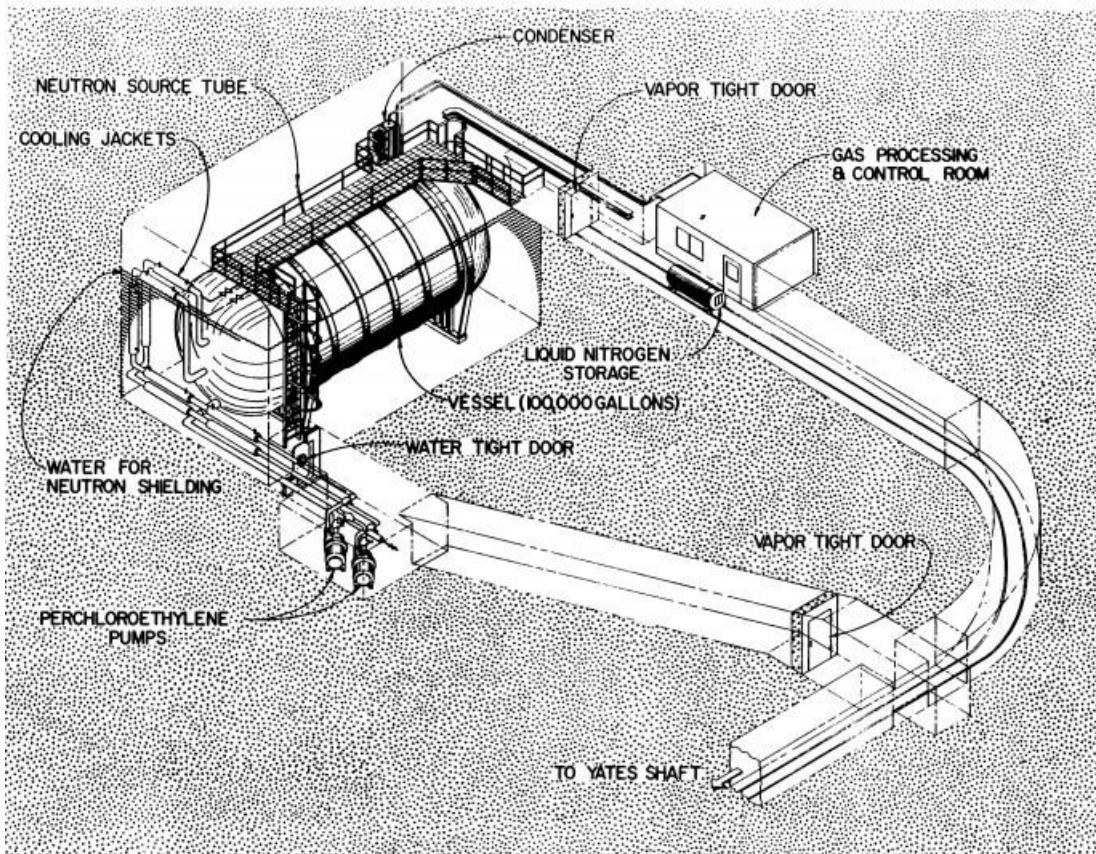


Figura 2.1: Experimento Homestake com a composição do detector a 1478 m abaixo da superfície.[7]

tetracloroetileno (C_2Cl_4). Essa substância preenche noventa e cinco porcento do detector e sendo completado com gás hélio com uma pressão absoluta de 1,5 atm. Para que o detector seja protegido de nêutrons rápidos o tanque é colocado abaixo de uma certa quantidade de água. No meio do recipiente foi colocado um tubo de 5 cm de diâmetro para que seja colocado uma fonte de nêutrons para testes de eficiência no momento da remoção do tanque de ^{37}Ar produzido pela reação $(n.p)$ acompanhada por $(p.n)$. Para que o líquido seja renovado, existem duas bombas de circulação nas extremidades.

O argônio decai via captura eletrônica novamente para cloro, através desse processo um elétron Auger é ejetado e medido. Para não ocorrer uma perda dos átomos de Ar dos átomos de cloro a injeção do gás do hélio ocorria a cada 35 dias. A coleta de volta do hélio, junto com os átomos de argônio, tornava possível saber a quantidade de argônio e consequentemente saber quantas interações de neutrinos com no mínimo 0.814 MeV de energia. Para não haver discrepâncias nos detectores quando se colocava o gás hélio para coletar os átomos de argônio, os tubos foram feitos a prova de vazamentos.[7]

2.3 GALLEX

GALLEX[17] foi um experimento radioquímico para a detecção dos ν_e utilizando a reação beta inversa (2.2). Diferentemente de (2.1) o limiar de energia de detecção é de 233.2 KeV, desta maneira, é possível detectar neutrinos de baixas energias. O período de funcionamento foi de 1991-1997 no Laboratori Nazionali del Gran Sasso(LNGS). O laboratório fica localizado no interior da montanha Gran Sasso, que possui 2.912 metros de altitude. Para a proteção contra os raios cósmicos foi adicionado 3.200 metros cúbicos de água.



O detector do GALLEX se compõe de 101 toneladas da solução tricolereto de gálio -ácido clorídrico (GaCl_3HCl). Por um total de 30,3 toneladas de gálio. Para que não ocorressem divergências nos resultados o experimento possuía dois tanques-alvo quase idênticos (A e B), com 54 metros cúbicos. Para futuras calibrações, o tanque A foi projetado com um tudo de reentrada central para acomodar uma fonte de neutrinos(^{51}Cr).[17]

No começo da exposição uma solução transportadora com 1 mg de Ge estável foi incluída na solução GaCl_3 . Após três semanas de tempo de exposição, a solução alvo é retirada com 1900 metros cúbicos de nitrogênio durante 20 horas. Os átomos de germânio são retirados da solução como cloreto de germânio GeCl_4 . O fluxo do gás então é passado por uma rede de purificadores de água, onde o GeCl_4 é absorvida. No final do processo de retirada, a maioria dos átomos de germânio existentes, se localiza em um volume de cerca de 30 litros no primeiro purificador. Sequencialmente existem algumas colunas para agrupar os átomos de Ge que não foram contidos no primeiro volume. Para o processo ser finalizado, se extrai a solução CCl_4 .

Finalmente o ultimo processo químico é a transformação de GeCl_4 no gás GeH graças ao reagente redutor bohidreto de sódio (NaBH_4). Secando o GeH_4 e deixando livre de todas as impurezas restantes por cromatografia gasosa. O volume do GeH_4 é medido para se saber quanto do material foi produzido pelos processos químicos. Para confirmar a detecção o ${}^{71}\text{Ge}$ decai por captura eletrônica, ejetando um elétron Auger e este elétron é medido, confirmando a interação.

2.3.1 GNO

O projeto GNO (Gallium Neutrino Observatory)[17] substituiu o GALLEX. Sendo o Prof. Enrico Bellotti como porta-voz. Seu objetivo foi medir o fluxo de ν_e a partir da fusão próton-próton, juntamente com a redução das incertezas sistemáticas do primeiro experimento.

As principais diferenças entre os experimentos GNO e GALLEX são:

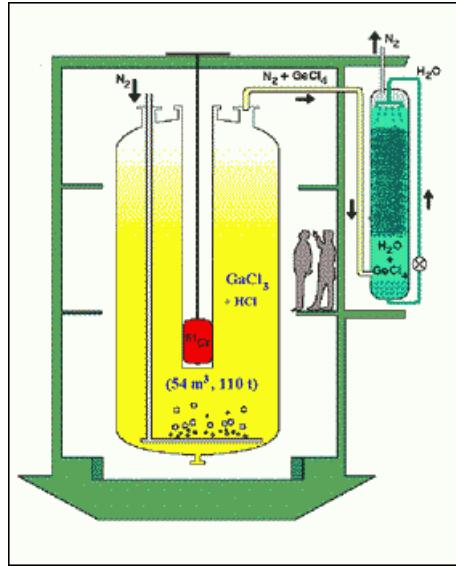


Figura 2.2: Representação do tanque detector GALLEX.[17]

1- O tempo de separação foi reduzido de 12 para 9 horas e de 2500 para 1700 metros cúbicos, essa alteração facilitou a operação, porém a separação do Ge foi menos eficiente.

2 - O erro sistemático foi diminuído calibrando diretamente o contador, sem indução de risco de contaminação. O total de erros ficaram entre 0,8 por cento e 1,4 por cento, diferentemente do GALLEX que ficou entre 3,5 por cento e 4 por cento.

3 - A eletrônica analógica e digital, as fontes de alimentação e o sistema de aquisição de dados foram completamente renovados e reorganizados após a realização da coleta de dados GALLEX.

4 - No projeto GALLEX a seleção dos eventos de 71 Ge foi usada por técnica de tempo de subida, enquanto para o GNO foi feita uma análise de forma de pulso de rede neural.[17]

2.4 SUPER KAMIOKANDE

Localizado na cidade de Kamioka, o Super-Kamiokande[13] é o maior detector por radiação Cherenkov já feito. O detector do Super-Kamiokante se compõe de um tanque de aço inoxidável, com 39 metros de diâmetro e 42 metros de altura, com capacidade de 50.000 toneladas de água (figura 2.3). É sustentado com concreto preenchido entre as pedras da montanha e o aço. Esse procedimento serve para neutralizar a pressão da água quando o tanque está em sua total capacidade. Para se ter acesso ao local onde a água fica armazenada, existem, duas lacunas em sua parte superior, existindo também uma escotilha que facilita o acesso a parte inferior do tanque. A parte interna é feita com aço inoxidável com uma espessura de 55 cm, com um espaçamento de 2,5 metros aproxima-

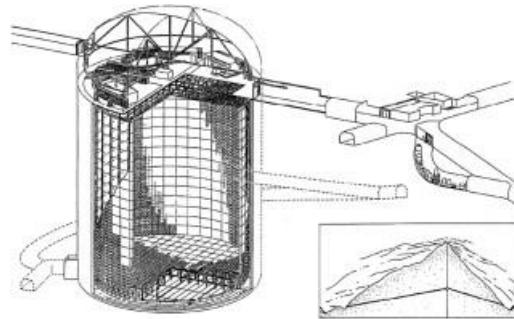


Figura 2.3: Esquema do detector Super-Kamiokande.[13]

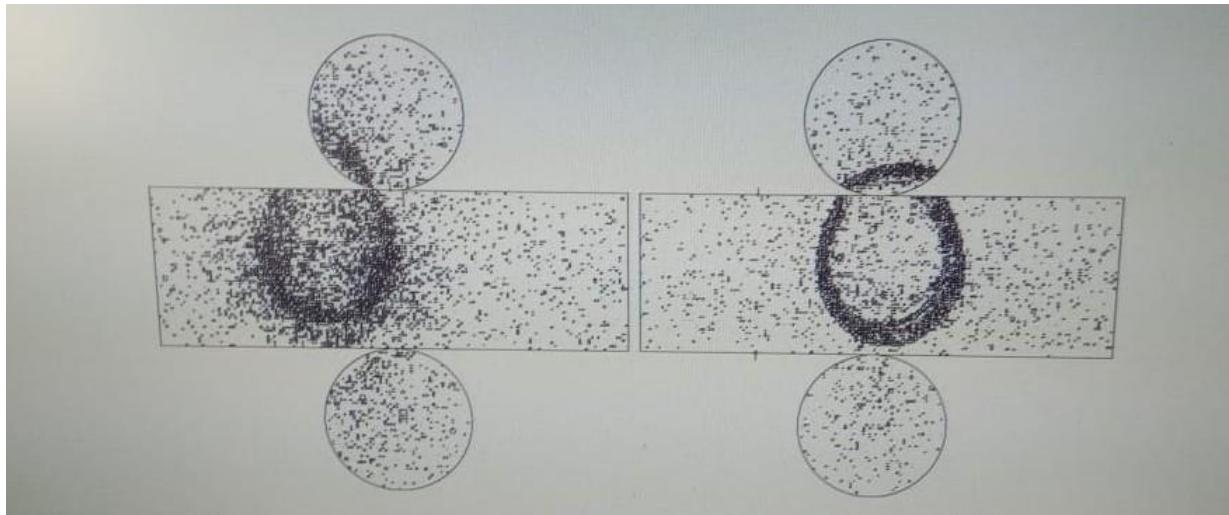


Figura 2.4: Diferença entre os neutrinos mûons e neutrinos elétron.[13]

damente no interior das paredes do tanque, contendo 11.200 tubos fotomultiplicadores de 50 cm de comprimento, distribuídos nas direções horizontal e vertical do recipiente(figura 2.4).

Os fotomultiplicadores usados para a detecção tem capacidade de detecção entre os comprimentos de onda de 360 – 400 nm, operando com uma tensão entre 1700 a 2000 V. A eficiência de coleta de foto-eletróns no primeiro diodo é superior a setenta por cento, seu tempo de percurso é de 2,2 ns. Para que não houvesse detecção de luz externa, cada fotomultiplicador foi revestido com um refletor, impedindo que nenhuma outra radiação luminosa indesejável entrasse pela parte traseira.[13]

As interações de neutrinos são detectadas através da luz Cherenkov, que é emitida por partículas que viajam com uma velocidade superior a da luz em um determinado meio. Como sabemos a velocidade da luz é $V = C$ no vácuo, porém em qualquer meio esse valor é $V = C/n$ onde n é o índice de refração do meio, sendo assim um valor menor do que a velocidade no vácuo. Estes eventos que produzem a luz Cherenkov (azulada) devem contém uma energia mínima de cerca de 4,5 MeV.[13]

Como esse processo não difere os sabores do neutrinos, precisamos saber quais

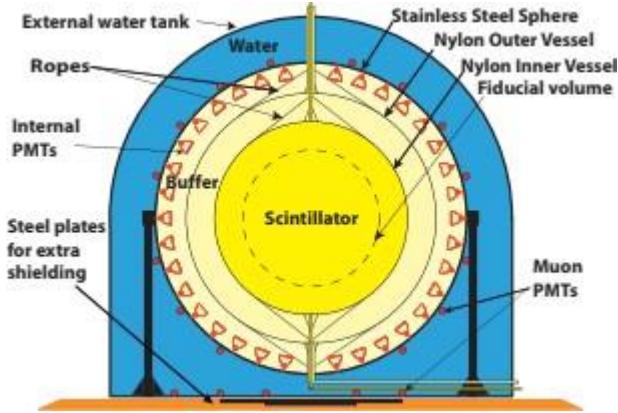


Figura 2.5: Descrição do detector Borexino.[4]

partículas de fato o experimento mede. O objetivo do Super- Kamiokande originalmente é a comprovação da oscilação de neutrinos, para isso precisamos saber que existe uma diferença de massa entre os ν_e e ν_{muon} . O elétron tem uma massa muito menor que o Múon e graças a essa diferença de massa podemos distinguir as partículas pela figura 2.5. Do lado esquerdo podemos ver um círculo desparecido e do lado direito um círculo quase perfeito. Como o elétron é uma partícula leve, seu respectivo ν_e acaba se dispersando com as interações, enquanto o neutrino mûon não se dispersa formando assim um círculo quase perfeito.[13]

2.5 BOREXINO

O detector Borexino[4] usa um líquido cintilador para a medição em tempo real de neutrinos solares com baixa energia. Localizado em Gran Sasso (Itália) numa profundidade de 3800 metros. Tem como objetivo a detecção de neutrinos monocromáticos que surgem através do decaimento por captura eletrônica do ^{7}Be .

A parte interna do detector é feita de aço inoxidável, blindado com uma camada de água para frear partículas carregadas, tanto raios γ vindo do sol, quanto os nêutrons originados dos decaimentos naturais das rochas. E além destas vantagens, é utilizada como uma forma de contar o fluxo de mûons através da luz de Cherenkov, que é detectada com 208 fotomultiplicadores. Esta contagem chega a 4000 mûons cruzando o detector por dia.[4]

A estrutura do detector, serve também como um suporte para 2212 fotomultiplicadores que são colocados uniformemente na superfície do tanque, que como base tem uma estrutura cilíndrica com 18 m e com um topo hemisférico de altura 16,9 m. No interior da esfera existem separações dos volumes do cintilador feitas de náilon, separando-o em três camadas com raios 4,25m, 5,50m e 6,85 m. Os dois primeiros volumes, são preenchidos com uma solução com 5 g de pseudocumeno, 1,2,4-trimetilbenzeno $C_6H_3(CH_3)$, formando

dimetilfthatarde, ($C_6H_4(COOCH_3)_2$). No último espaço também é adicionada a solução de pseudocumeno, 1,2,4-trimetilbenzeno $C_6H_3(CH_3)_3$ e 1,5 g de flúor(2,5-difeniloxazol, $C_{15}H_{11}NO$ como um soluto. Como é mostrado na figura 2.6 [4]

As soluções descritas acima, foram adotadas como o cintilador, que satisfaz todos os requisitos, com alto rendimento de cintilação, alta transparência de luz, e tempo de decaimento rápido, por volta de 3 ns. Esses três requisitos são essenciais para um bom panorama dos eventos β e α . [4]

2.6 OBSERVATÓRIO SUDBURY DE NEUTRINO(SNO)

O SNO[3] está localizado no Vale de Creighton, Mina em Sudbury, Ontário, Canadá, a uma profundidade de 2100 m. Ele foi planejado para medir o fluxo dos neutrinos oriundos do Sol, com o objetivo de estudar as oscilações de neutrinos. A tática utilizada neste experimento, consistia em três reações diferentes: a corrente neutra, corrente carregada e espalhamento elástico, (2.3), (2.4) e (2.5) respectivamente.



Cada reação, interage de uma maneira diferente com o sabor do ν vindo do Sol. Para se obter estas medidas o detector foi desenvolvido consistindo em um volume interno contento 10^6 kg de água formada pelo o primeiro isótopo do hidrogênio o deutério 2H_2O , dentro de um recipiente feito de acrílico transparente de 12 metros de diâmetro, contendo 9456 fotomultiplicadores instalados de forma geodésica em aço inoxidável de 17,8m de diâmetro para detecção da radiação de Cherenkov produzida. Entre a rocha e o detector foram colocados 7×10^6 kg de H_2O para proteger as medidas de radiações de fundo. como mostrado na figura a seguir.[3]

O detector funcionou em três fases distintas, respeitando em cada uma dela uma equação mencionada anteriormente. Na primeira os nêutrons foram capturados pelo deutério e nessa captura um único raio γ de 6,25 MeV foi liberado, resultando em radiações secundárias as interações Compton e produção de pares, com essas reações medidas como luz de Cherenkov. Na segunda fase 2×10^3 kg de $NaCl$ foram colocados com a água pesada. Assim a captura de nêutrons foi mais eficiente pelo cloro, resultando em raios γ de 8.6 MeV. Na fase três, um conjunto de contadores proporcionais de 3He que não interagiam com os nêutrons, para detecção foi adicionada o deutério, formando D_2O , que interage com um próton com energia total de 0,76 MeV, e para que o momento seja conservado as duas partículas viajam em direções opostas. Os contadores observavam

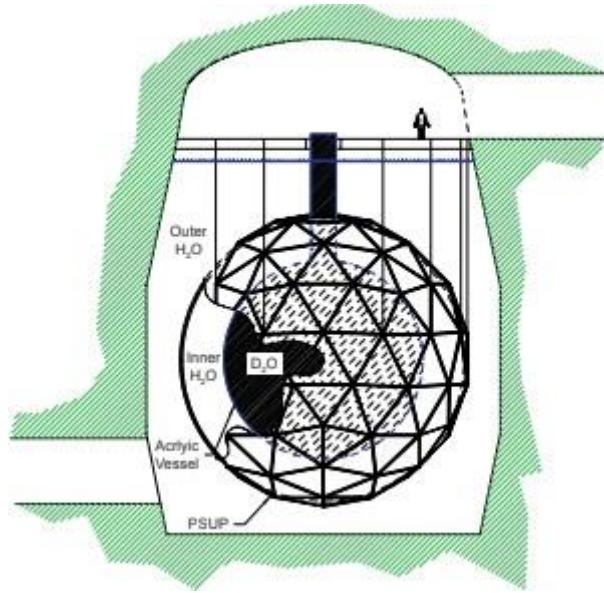


Figura 2.6: Diagrama do detector SNO.[3]

elétrons de ionização em função do tempo, deixando assim o processo mais dinâmico.[3]

2.7 ICECUBE

IceCube[21] é um observatório de neutrinos na Antártica feito com vários quilômetros de puro gelo, com uma profundidade de 2,500 metros. Sua localização é próximo a estação Amundsen-Scott. O detector é o primeiro projetado para detectar neutrinos independentemente de sua fonte de origem.

Para a detecção são utilizados, 5,160 módulos ópticos digitais, associando cada um com um tubo fotomultiplicador de dez polegadas. Eles são presos verticalmente ao longo de um quilômetro cúbico de 1,450 metros a 2,450 metros de profundidade. A estrutura que prende verticalmente os módulos ópticos é um hexagonal. Alguns sensores, são colocados mais compactamente para se reduzir o limite de energia do neutrino que poderia ser detectado. Fazendo para 70 metros de espaçamento se pode encontrar um limiar de energia de 10 GeV, com esse limite se pode estudar o fenômeno de oscilações do neutrino.[21]

A matriz de dados do IceCube se chama IceTop, que contém 81 estações localizadas sobre os strings do IceCube. Para cada estação, são colocados dois tanques equipados com dois ópticos digitais voltados para baixo. O intuito da construção dessa matriz de dados, além de ser o centro de operações, tem a função de detectar chuvas de raios cósmicos primários na faixa de 300 TeV a 1 EeV, medindo a direção de chegadas e o fluxo dos mesmos.

A detecção dos neutrinos, não os mede diretamente, para saber se houve ou não

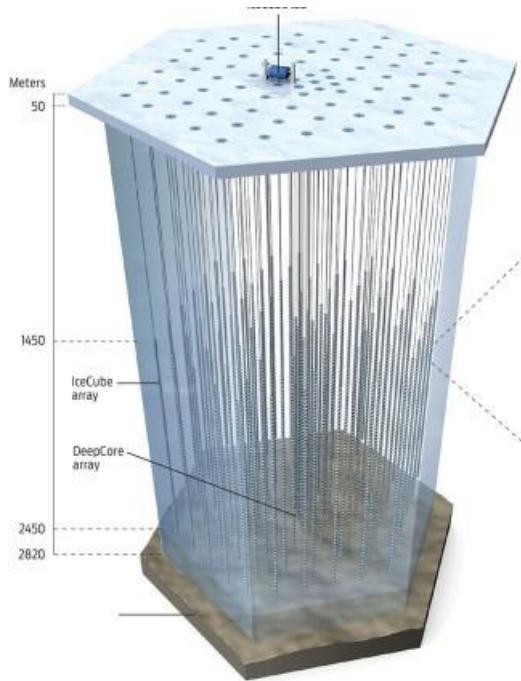


Illustration: Emily Cooper

Figura 2.7: Ilustração do IceCube

interação, observamos se há a radiação de Cherenkov, que é originada pela interação dos neutrinos com o gelo, que produz partículas secundárias eletricamente carregadas que viajam mais rápido do que a velocidade da luz no gelo.[21]

2.8 KAMLAND

Localizado Kamiokande nos alpes japoneses que ficam em Hida, Gifu, Japão, o detector cintilador líquido antineutrino Kamika (KamLAND) é um detector de antineutrinos do sabor elétron. O local foi escolhido por estar rodeado de 53 reatores nucleares, com uma média de distância de 180 quilômetros de cada reator. Com as reações nucleares são produzidos os antineutrinos do elétron durante a decomposição dos radionuclídeos.

O detector consiste de 18 metros de diâmetro em aço inoxidável, revestido de 1,870 tubos fotomultiplicadores. Uma segunda camada interna feita de náilon de 13 metros de diâmetro preenchida de um líquido cintilador composta por mil toneladas métricas, que são as toneladas por metro cúbico, de óleo mineral benzenol e produtos químicos fluorescentes. Para proteção dos fotomultiplicadores, entre eles e a segunda esfera, é colocada uma camada de óleo não cintilante, gerando assim a flutuabilidade da esfera interna, além disso também se utiliza para proteção do líquido cintilador contra radiação de fundo.

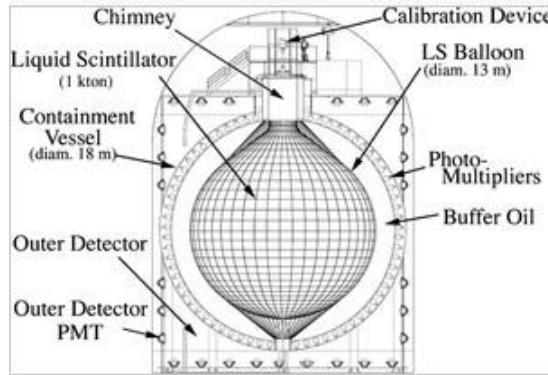


Figura 2.8: Esquema do detector KamLand.

A detecção dos anti neutrinos é gerada através da reação beta inversa.



O limiar de energias dos antineutrinos de 1,8 MeV, causa uma cintilação através do pósitron, nos dando uma estimativa de energia média do fluxo dos antineutrinos.

2.9 DOUBLE CHOOZ

Double Chooz[5] é localizado em Chooz, França. É um experimento de oscilação de neutrinos, com o objetivo em encontrar o ângulo de mistura ϑ_{13} . Para isso são utilizados dois detectores de neutrinos idênticos são colocados no subterrâneo com distâncias de 400 metros e 1,050 m dos reatores nucleares. O primeiro detector que fica a 400 metros, tem como função medir o fluxo de neutrinos com alta probabilidade de interação sem mudança de sabor, juntamente com seu espectro de energia. Já o detector distante busca a detecção da diferença da taxa de eventos dos neutrinos do sabor medidos no primeiro detector e a diferença entre seu espectro de energia comparando ao primeiro detector, com a finalidade de simplificar incertezas associadas ao fluxo de neutrinos e com o espectro de energia e eficiência do detector.[1]

Para haver detecção a seguinte reação é utilizada.



O pósitron ao se aniquilar com um elétron emite dois fótons de 511 KeV cada. O nêutron é absorvido por gadolínio(Gd), que é o líquido cintilador, dando origem a raios γ com uma energia total de 8 MeV. Conforme a equação a baixo.[1]



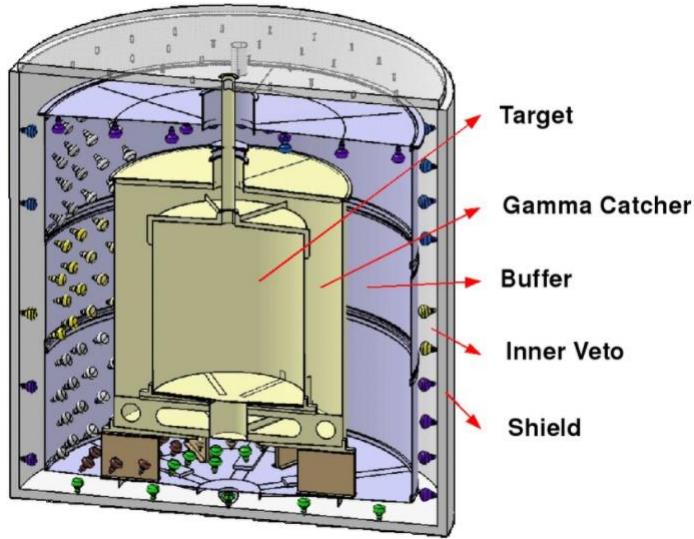


Figura 2.9: Esquema geral do detector Double Chooz.[5]

O detector é formado de um alvo sensível aos neutrinos, um segundo que é o contador de raios γ , com 390 matrizes de fotomultiplicadores para detecção dos fótons com origem na aniquilação elétron pósitron e contagens da radiação γ . Para impedir que mísseis cósmicos interferissem na detecção uma camada de água foi colocada envolta do detector que contém o líquido cintilador com um volume de 10.3 m^3 .

2.10 MINOS

O experimento MINOS[2] é constituído por dois detectores, o primeiro é localizado no FERMILAB que fica situado em Batavia, próximo a Chicago no estado de Illinois(EUA), o segundo fica há 735 km de distância.

O detector MINOS é um calorímetro de ferro magnetizado com 5,4 K toneladas, com um cintilador como alvo. Este cintilador é feito de um plano de aço de 8 metros de diâmetro, com uma polegada de espessura, seguido por 242 planos idênticos. Esses planos são energizados independentemente por um campo magnético de 1.5 T. Os planos do cintilador são compostos por 192 faixas de 4 cm de largura e 8m de comprimento. A orientação das faixas dos planos do cintilador se altera em $\pm 90^\circ$. Para que o comprimento de onda seja facilmente detectado, as duas extremidades de cada faixa são acopladas por barras transparentes e com tubos fotomultiplicadores.[2]

$$\nu + X \rightarrow \nu + X' \quad (2.9)$$

A cintilação é regida pela equação 2.9, onde X e X' são hadrons. O detector que fica a 1.04 km do alvo de grafite, tem como função medir o espectro de energia dos neutrinos antes da oscilação. O segundo detector está localizado no Laboratório Subterrâneo do

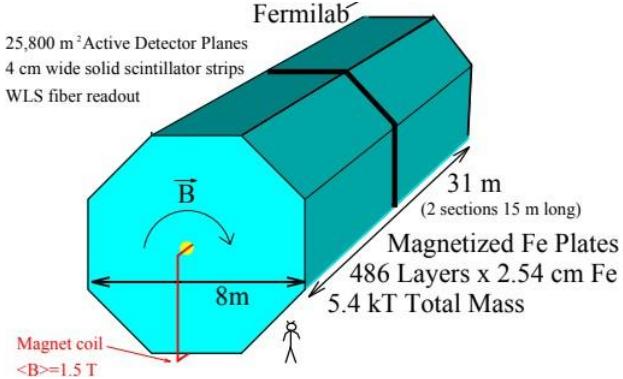


Figura 2.10: Esquema do detector MINOS.[2]

Soudan, no norte de Minnesota, 735 km do alvo, tem como objetivo medir o espectro de energia do neutrino que chegam até ele. Comparando os dois espectros se pode dizer que houve oscilação de neutrinos, também pode-se dizer qual foi o traço das partículas.[2][12]

2.11 NOVA

O experimento NOVA[19] é o substituto do experimento MINOS. Também localizado no FERMLAB e com um segundo detector localizado no norte de Minnesota a 810 km de distância. Os objetivos do experimento NOVA eram:

Medição precisa para neutrinos e antineutrinos do ângulo de mistura ϑ_{23} .
Medição precisa para neutrinos e antineutrinos da divisão de massa associada Δm_{23} .

Verificar algumas restrições nas fases de violação CP δ .

Verificar a hierarquia das massas dos sabores dos neutrinos.

Para que os objetivos acima fossem alcançados, o experimento NOVA contava com detectores de calorímetro de rastreamento altamente segmentados e ativos. Os detectores eram colocados em um rede de células de PVC com seção transversal de (6cm) x (4cm) , preenchidas com um líquido cintilador e com uma largura de 15,6 m no Detector maior e com 4,1 m no detector menor. As luzes produzidas pelas cintilações são coletadas e transportadas para o final da célula através de uma fibra ótica.[19]

O maior detector contém 928 camadas e em cada uma dessas camadas se tem 384 células com 360.000 canais de leitura. Já no detector menor existem 206 camadas com 96 células, com pilhas que são feitas com placas de aço e intercalados com camadas padrões do detector, ficando com o tamanho igual ao alcance de mísseis.[19]

Cada hadron é diferenciado pela sua deposição de energia por unidade de caminho, os mísseis são diferenciados pela sua longa e reta faixa de deposição de energia por unidade de caminho. [19]

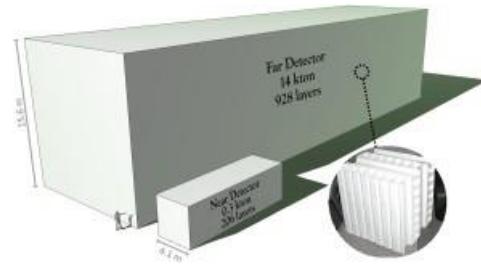


Figura 2.11: Descrição do detector NOVA, com ilustração da de uma célula.[19]

CAPÍTULO 3

3 JIANGMEN UNDERGROUND NEUTRINO OBSERVATORY (JUNO)

O Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO)[25] é um experimento idealizado para se obter a hierarquia de massa entre os neutrinos, com uma variância de 3σ que representa uma precisão de mais de noventa e nove por cento para o valor verdadeiro da medida. Sua localização é 53 km dos reatores nucleares Taishan e Yangjiang. Para que o objetivo da variância seja alcançado e para atingir a energia de $3\%/\sqrt{E}$, se utiliza um transscintilador líquido, cobrindo setenta e cinco por cento dos tubos fotomultiplicadores.

3.1 DETECTOR

O detector[18] é esférico com um alvo central de 20 kton de transscintilador líquido, que é um composto orgânico com moléculas com anéis de benzeno que podem ser excitador por partículas ionizantes. Sua formação é Linear Alquil Benzeno como solvente, dopado com 2,5-difeniloxazol (PPO 2,5 g / l) como soluto primário, e 1,4-Bis (2-metilestiril) benzeno (bis-MSB 3 mg / l) como deslocador de comprimento de onda. Este líquido por sua vez está dentro de uma esfera de acrílico com um diâmetro de 35,4m, sendo formada por 265 peças de painéis esféricos de 120 mm de espessura. O detector é envolto por uma treliça de aço inoxidável com um diâmetro de 40,1m, que sustentará a estrutura e fornece de apoio para os tubos foto-multiplicadores imersos em piscina de água de alta pureza. Esta piscina de água cilíndrica contém 43,5m tanto de diâmetro quanto de altura. Para se reduzir a radiação de fundo, as condições de radiação do fundo serem baixas são vitais para o sucesso do experimento JUNO. Para um líquido cintilador, a concentração de impurezas radioativas dentro de sua mistura deve resultar em uma baixa atividade, sendo do mesmo nível ou menos do que dos eventos dos neutrinos de interesse. A piscina contém 40 kton de água ultra-pura, fornecendo assim proteção da radioatividade natural da rocha circundante. Com isso, os múons que percorrerem este

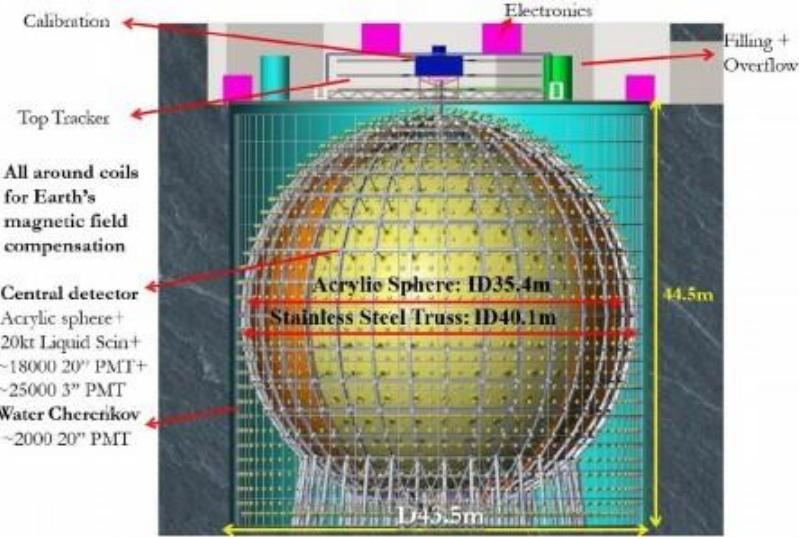


Figura 3.1: Design do detector JUNO

meio, irão produzir a luz de Cherenkov, sendo possível verificar sua trajetória com 2.400 tubos foto-multiplicadores, juntamente com um detector cintilador plástico de área igual a $2,6 \times 2,6$ centímetros quadrados, cobrindo cerca de sessenta por cento da superfície da água super pura. Para as medidas dos antineutrinos serem feitas, foram colocados 18.000 tubos fotomultiplicadores de 20 polegadas e outros 25 mil tubos fotomultiplicadores de 3 polegadas entre as suas lacunas. Para que o campo magnético terrestre não interfira nos dados, bobinas eletromagnéticas são colocadas em duas direções, garantindo assim a proteção. Espera-se que com sejam coletados 100.000 eventos de antineutrinos durante seis anos de medidas.[18]

3.2 HIERARQUIA DE MASSA.

A hierarquia de massa[25] representa a ordem das massas de neutrinos existindo dois tipos de hierarquias, a normal(NH) onde $m_{\nu 1} < m_{\nu 2} < m_{\nu 3}$ e a invertida(IH): $m_{\nu 3} < m_{\nu 1} < m_{\nu 2}$.

As linhas da figura 3.2 representam situações distintas. A linha tracejada representa o espectro não oscilado, a sólida preta por sua vez é o espectro após a oscilação, enquanto as linhas solidas azuis e vermelhas representam as oscilações para a hierarquia de massa normal e para a hierarquia de massa invertida respectivamente.

Analizando o espectro de antineutrinos do reator, percebemos que a oscilação principal $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x$ é estimulada pelos termos solares. No topo destas pequenas oscilações é visível as rápidas oscilações conduzidas pela atmosférica. O padrão muda para as hierarquias normal e invertida. Para a sensibilidade seja avaliada é usada uma função χ^2 definida por:

$$\Delta\chi^2 = |(\Delta\chi^2)_{min}(NH) - (\Delta\chi^2)_{min}(IH)| \quad (3.1)$$

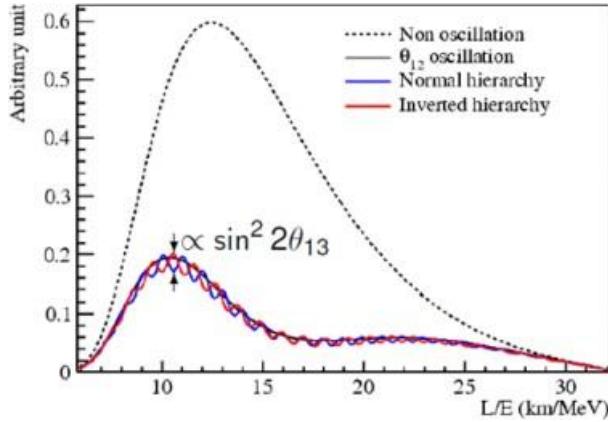


Figura 3.2: Espectro antineutrino esperado em termos da distância sobre a energia para o experimento JUNO.

A sensibilidade final da hierarquia de massa é reduzida quando a energia é degradada, por este motivo o experimento busca uma energia de $3\%/\sqrt{E(M\text{ eV})}$. E o mesmo princípio vale para a linha de base com a distância de 53 km, controlando bem a diferença de distâncias entre o detector e os núcleos do reator.[25]

Tomando que as medidas que o JUNO realiza não contem restrições nas variações de massa (Δm^2_{31}) ou Δm^2_{32} , ou considerando que que essas restrições são da ordem

de $\Delta m^2_{\mu\mu}$ esta restrição tem como resultado uma melhor sensibilidade na hierarquia de massa. Para cem mil eventos medidos de decaimento beta inverso e para a energia de $3\%/\sqrt{E(M\text{ eV})}$, espera-se que as medidas do experimento JUNO tenham uma sensibilidade $\Delta\chi^2 > 9$ para qualquer medição de hierarquia de massa. Com essa precisão na sensibilidade se pode alcançar o valor da massa dos neutrinos com uma variância de $3-4\sigma$, que representa mais de noventa e nove por cento de probabilidade do valor verdadeiro da medida estar entre os dados medidos.

3.3 MEDIÇÃO DE PRECISÃO DOS PARÂMETROS DE MISTURA DE NEUTRINOS.

Os parâmetros mais importantes para auxiliar no entendimento do espectro de energia do experimento JUNO[20] são : ϑ_{13} , ϑ_{12} , Δm^2_{12} e a combinação linear de Δm^2_{31} e Δm^2_{32} que chamaremos de Δm^2_{ee} . Além da inovação que já foi discutida acima, o experimento JUNO também é inovador na forma de observar o padrão de oscilações, onde estás irão conter duas frequências de oscilação independentes, sendo múltiplos dos ciclos de oscilação, como é visto na figura 3.2.[25]

Como já foi mencionado, este experimento permite uma análise da sensibilidade mais detalhada e em consequência se obtém-se novos parâmetros de oscilação com uma

precisão jamais vista antes[20], sendo estas novas formas de orientação Δm_{12}^2 e $\sin \vartheta_{12}$ e Δm_{ee}^2 . Após análises de sensibilidades detalhadas, pode-se dizer que o experimento JUNO é capaz de medir Δm_{12}^2 e $\sin \vartheta_{12}$ e Δm_{ee}^2 com uma precisão de 0,67%, 0,59%, 0,44%, respectivamente.

3.4 SINAL E RADIAÇÃO DE FUNDO

Os antineutrinos de elétron originados pelas usinas nucleares de Taishan e Yangjiang, serão detectados pelo decaimento beta inverso, como a seguir.



A identificação da interação é notando a diferença entre os sinais que a ionização fornece com uma energia de 2,2 MeV e a que a aniquilação do pósitron fornece que está entre 1 – 10 Mev. A energia total que o pósitron deposita no líquido cintilador é de 1.022 KeV, que é a soma de sua energia cinética, juntamente com a energia total de duas aniquilações gamas. Esta energia reflete a energia dos anti-neutrinos, surgindo assim o sinal através da perda de energia e consequentemente aniquilação do pósitron. O atraso do sinal surge do nêutron sendo capturado pelo hidrogênio no líquido cintilador, emitindo assim o fóton de 2,2 MeV, com uma diferença de aproximadamente $\Delta t = 200\mu\text{s}$.[25][20]

A radiação do fundo, geralmente é originada pela radioatividade natural dos materiais que circulam o detector, geralmente U-238, Th-232 e muito raramente K-40. Esta radiação pode prejudicar na detecção, pois não permite que o sinal desejado possa ser encontrado rapidamente. Existe outro tipo de radiação de fundo, que chamamos de radiação de fundo correlacionada, ela é na maior parte formada por isótopos cosmogênicos, como exemplo o Li-9, que é produzido por mûons ao interagir com o detector. Para descartar essa radiação é necessário uma boa reconstrução do mûon, já que o volume de interação dessa partícula será aplicado ao redor de sua trilha por 1,2 s. Também existe a interação de nêutrons rápidos que são produzidos pelas interações dos mûons nas rochas que circundam o local de medição. Eles também tem a possibilidade de interagir com o detector e causar uma falsificação na leitura. Para blindar os nêutrons se deve usar uma proteção passiva, assim como é utilizada para a proteção contra os prótons.[20]

Depois de colocar toda a proteção possível para eliminar a maioria da radiação do fundo, e esperando que a potência total seja de 36 GW, se estima que sessenta eventos diários de interação de anti-neutrinos sejam detectados com uma estimativa de 3,8 eventos de radiação de fundo.[20]

3.5 OUTROS TIPOS DE NEUTRINOS MEDIDOS PELO JUNO.

Por motivos já mencionados na sessão 3.3, há um interesse em medir neutrinos com diversas origens para se obter uma maior precisão em seus fluxos e em seus valores verdadeiros.

3.6 NEUTRINOS DE SUPERNOVA.

Quando uma Supernova explode, ela emite neutrinos. Como o experimento JUNO contém o maior detector de líquido cintilador da nova geração do mundo, uma altíssima estatística, uma boa resolução de energia e diferenciação dos sabores de neutrinos se espera registrar cinco mil eventos de neutrinos com origem de supernovas, mil eventos de espalhamentos elásticos entre neutrino-próton envolvendo todos os sabores e mais trezentos eventos de espalhamento do sabor neutrino elétron.[25]

3.6.1 Neutrino Solares.

Graças a ótima resolução energética de JUNO, é possível obter melhores resultados do que experimentos anteriores. Se pode contribuir para medições de neutrinos originados de Be-7 e descartar neutrinos do ponto final do espectro de energia do carbono quatorze. O maior desafio nesta medição é a diferenciação entre o sinal de interesse e a radiação de fundo, principalmente a radiação intrínseca do líquido cintilador e suas interações com os mísions em carbono doze, que tem origem pelos isótopos de meia vida longa, por exemplo o carbono 10 e onze.[25]

3.6.2 Geo-Neutrinos.

Devido ao tamanho grandioso do experimento JUNO, será possível a detecção de cerca de quatrocentos eventos de geo-neutrinos por ano, estes eventos serão a luz para questões abertas como a contribuição radiogênica para o fluxo de calor terrestre, entendendo assim a evolução térmica da Terra. E melhorar as medidas do fluxo de geo-neutrinos das séries radioativas do urânio e do tório.[25]

CAPÍTULO 4

4 ANÁLISE BAYESIANA

Basicamente a estatística se trata de modelos probabilísticos para análise de dados, porém existem dois principais caminhos para esses modelos. A primeira é a probabilidade clássica, onde é necessário a ocorrência de um número muito grande de eventos para se determinar um padrão aceitável de quando o evento irá ocorrer novamente e a estatística Bayesiana[16]. Esta por sua vez, não necessita de um número grande de eventos para que se possa determinar a probabilidade do mesmo evento ocorrer. Ela usa as probabilidades anteriores para descrever o estado atual, incorporando também informações originadas de dados experimentais, resultando assim em uma probabilidade posterior para representar o estado de conhecimento após a combinação das probabilidades anteriores dos dados. Também se deve ter em mente que as incertezas e as informações usadas por meio do uso das distribuições de probabilidade e suas conclusões são guiadas pelas leis que formam a teoria da probabilidade. A definição da probabilidade condicionada de dois conjuntos de eventos A e B é:

$$Pr(A | B) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(B)} \quad (4.1)$$

Definimos $A \cap B$ como a interseção de A e B. Sendo os eventos que ocorrem tanto no conjunto A, quanto no conjunto de eventos B. Seja A^c o complemento de A, definido como todos os resultados dos eventos que não fazem parte do conjunto de eventos A.[6][16] O teorema de Bayes permite o cálculo de $Pr(A|B)$ a partir de $Pr(B|A)$, $Pr(B|A^c)$ e $Pr(A)$:

$$Pr(B | A) = \frac{Pr(A | B) \times Pr(B)}{Pr(A)} \quad (4.2)$$

Usando o teorema da probabilidade total este pode ser escrito na forma:

$$Pr(A | B) = \frac{Pr(B | A).Pr(A)}{Pr(B | A).Pr(A) + Pr(B | A^c).Pr(A^c)} \quad (4.3)$$

A equação 4.2 é diretamente deduzida do numerador da equação 4.1 $Pr(A \cap B)$ que é

$Pr(B|A).Pr(A)$ e a partir da definição da probabilidade condicional que é :

$$Pr(B) = Pr(A \cap B) = Pr(B \cap A) + Pr(A^c \cap B) = Pr(B|A).Pr(A) + Pr(B|A^c).Pr(A^c) \quad (4.4)$$

[16]

4.1 DADOS BINOMINAIS

Imaginemos que existe uma empresa fabricante de peças para automóveis, essa empresa consegue produzir 2.430 peças em uma semana. Agora imaginemos que apenas 2.211 peças foram enviadas para a comercialização. Nessa situação podemos nos perguntar qual é a probabilidade de produção de uma peça defeituosa, o responsável pelo setor imagina que essa probabilidade é de 5% a 15%. Assumindo que o processo de produção tenha um grande impacto nas peças defeituosas, que chamaremos de ϑ e, também assumimos que todas as 2.430 peças são independentes umas das outras. Para encontrar o número de peças com defeito y , devemos usar uma distribuição binomial.[6]

$$y \mid \vartheta \sim Bin(2430, \vartheta) \quad (4.5)$$

Esta distribuição é que chamamos de amostral.

A proporção defeituosa ϑ , não é conhecida. Para encontrá-la devemos usar a probabilidade que o responsável pela produção acredita que seja das peças defeituosas. $Pr(\vartheta \leq 0, 05) = 0, 025$ e $Pr(\vartheta \leq 0, 15) = 0, 025$. Essas declarações não determinam completamente a distribuição de probabilidade para ϑ , se restringirmos a distribuição de probabilidade em ϑ para cair em uma classe conveniente. Dentro dessa classe, essas duas declarações determinam a distribuição de probabilidade completa para ϑ . Essas distribuições são denominadas de distribuições beta e podemos escrever.

$$\vartheta \sim Beta(12.05, 116.06) \quad (4.6)$$

Escolhemos os números 12,05 e 116,06 para que a distribuição fique de acordo com a probabilidade de peças defeituosas. Isto é o que chamamos de distribuição anterior (prior distribution).

A análise bayesiana usa o resultado do Teorema de Bayes[6] para combinar os dados com a distribuição anterior para atualizar a distribuição de probabilidade das peças defeituosas ϑ . Esta nova distribuição de probabilidade é a chamada de distribuição posterior, que descreve o conhecimento sobre ϑ e é a principal ferramenta na análise estatística Bayesiana. Podemos escrever-la matematicamente como:

$$\vartheta \mid y \sim Beta(y + a, n - y + b) \quad (4.7)$$

Para o problema da fabricação de peças defeituosas, a distribuição posterior é Beta (219 + 12,05, 2430 - 219 + 116,060 com mediana 0,0902 e com um intervalo de probabilidade de (0,0795, 0,1017).

4.2 DADOS NORMAIS.

Para a fabricação de dutos de encanamentos, há a necessidade de se ter uma liga mais resistente a vários fatores, como corrosão e a pressão. Para que estes equipamentos tenham estas propriedades, ocorrem a adição de alguns metais, como cobre, estanho, chumbo, níquel, ferro e zinco. Para que haja uma maior resistência a pressão que o ambiente realiza sobre o duto, é adicionado zinco em uma faixa entre 4% a 6%. Como existem diferentes pontos de fusão entre os materiais adicionados, certas quantidades de algum material é dissipado no final do processo de aquecimento. Para que não haja perda de resistência, a massa de zinco é medida espectrométricamente momentos antes da liga metálica nos moldes. Pelos padrões, normalmente uma quantidade de 4,4% de zinco é adicionado à liga para corrigir a perda por fusão.^[6]

Para se obter a quantidade de zinco necessária, os fabricantes de dutos de encanamentos analisam as ligas metálicas, supondo que analisem n amostras independentes uma da outra, então temos, y_i seja a porcentagem de zinco e $i = 1, n$, então nós assumimos que esses dados se comportam de uma forma gaussiana, com média de μ e variância σ^2

$$y_1, \dots, y_n | \mu, \sigma^2 \sim^{iid} N(\mu, \sigma^2) \quad (4.8)$$

Os índices iid na relação acima, indica que as observações são independentes entre si e distribuídas de forma idêntica. Para realizar uma análise bayesiana, há necessidade identificar uma distribuição anterior para sabermos quem é μ e σ^2 . Supondo que o percentual de médio de zinco esteja entre 4,5% e 5%, com centrado em 4,7% e exigindo que a distribuição tenha um valor esperado de $E(\mu) = 4,75$ e $Pr(4,5 < \mu < 5) = 0,95$. Para dados normais, a distribuição anterior em μ também é uma distribuição normal, para que os dados acima sejam validados, então precisamos fazer.

$$\mu \sim N(4,75, 0,0163) \quad (4.9)$$

Não temos boas informações sobre a variância σ^2 , então podemos usar a distribuição anterior, para a variância que é independente de μ . Podemos ver a distribuição anterior como sendo uma base comum entre os dados, para modular as informações.

Para μ , se tem uma média encontrada por simulações computacionais de $\bar{\mu} = 4,69\%$, então temos, $Pr(\mu \leq 4,69 | y_1, \dots, y_{12}) = 0,5$. Para a variância σ , a média é $\bar{\sigma} = 0,64\%$. Tento uma probabilidade de 0,025 de ser menor que 4,49 ou maior que 4,90. Particularmente, $Pr(4,49 < \mu < 4,90 | y_1, \dots, y_{12}) = 0,95$. Para σ corresponde ao intervalo

de probabilidade de 95% é entre 0,44% e 1,03%.[\[6\]](#)

Para se tornar mais interessante, devemos encontrar a probabilidade de que o zinco é adicionado ao metal no momento da fundição. Sendo que y_{13} o índice para um lote novo. Se deseja saber se $y_{13} \leq 4,4$. Então temos:

$$y_{13} | \mu, \sigma \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (4.10)$$

Independente dos dados anteriores ($\mu \text{ e } \sigma$), temos um novo parâmetro que prende nosso interesse, que é a probabilidade relativa $Pr(y_{13} \leq 4,4 | y_1, \dots, y_{12})$. Para simulações de computador a probabilidade de adicionar zinco é 0,33, tendo um intervalo de probabilidade de 95% para $Pr(y_{13} \leq 4,4 | \mu, \sigma)$ de (0,20, 0,45). Com a análise destes dados, podemos fazer várias suposições tanto para distribuição amostral, quanto para a anterior.

4.3 DADOS DE POISSON

A distribuição de Poisson[\[6\]](#) fornece um modelo para números de eventos que ocorrem aleatoriamente para um período de tempo bem definido. Vamos supor que um grupo de caçadores de 38 caçadores vão para um safári na África do Sul com objetivo de caçar gazelas para fins comerciais, algumas semanas antes que a temporada de chuvas chegue ao local. Então podemos dizer que $n = 38$ e y_i o número de gazelas mortas pelo i -ésimo caçador em um determinado dia.

$$y_1, \dots, y_n | \vartheta \sim \text{Pois}(\vartheta) \quad (4.11)$$

Onde tomamos ϑ como a taxa de eliminação. Vamos analisar um dia aleatório de caça para cada caçador, que também é escolhido aleatoriamente. Definimos também uma distribuição anterior como gama(Γ), fornecendo informações anteriores sobre o número médio diário de mortes ϑ . Um especialista de caça contratado para estimar a caçada, acredita que os caçadores normalmente abatem uma gazela a cada dois dias e, fornece uma “melhor estimativa” para ϑ de 0,5 gazelas, que vamos considerar a distribuição anterior. Este mesmo especialista tem a convicção de 95% de que o número médio de gazelas abatidas, não passa de duas. Então podemos escrever:

$$\vartheta \sim \Gamma(a, b) \quad (4.12)$$

Resolvendo as equações simultâneas, temos:

$$Pr(\vartheta \leq 0,5 | a, b) = 0,50, Pr(\vartheta \leq 2 | a, b) = 0,95 \quad (4.13)$$

Para a e b, temos a = 1,11 e b = 1,61. Assim nosso anterior é:

$$\vartheta \sim \Gamma(1, 11, 1, 61) \quad (4.14)$$

Neste modelo, a probabilidade posterior para ϑ pode ser encontrada matematicamente, fazendo.

$$\vartheta | y_1, \dots, y_n \sim \Gamma\left(\sum_{i=1}^n y_i + a, n + b\right) \quad (4.15)$$

No caso dos caçadores, $n = 38$, $\sum_{i=1}^n y_i = 10$, com a = 1,11 e b = 1,61 e nós obtemos.

$$\vartheta | y_1, \dots, y_{38} \sim \Gamma(10 + 1, 11, 38 + 1, 61) \quad (4.16)$$

$$\vartheta | y_1, \dots, y_{38} \sim \Gamma(11, 11, 39, 61). \quad (4.17)$$

Enquanto a taxa média de morte das gazelas diária anterior era de $0,497 = 0,5$ por dia, com um intervalo de probabilidade de 95% (0,024, 2,433), a taxa média de morte diária posterior é de 0,272 gazelas por dia com um intervalo de probabilidade de 95% (0,140, 0,468). Sendo assim, após a incorporação dos dados, com a probabilidade de 0,95, o número médio de gazelas abatidas por dia fica entre 0,14 e 0,47, ou uma gazela abatida por 2 a 7 dias.

A probabilidade posterior foca mais em valores menores de ϑ do que a probabilidade anterior. Os dados apontam um número médio de mortes menor do que a melhor estimativa do especialista em caça. O intervalo de probabilidade posterior de 95% para ϑ não contém 0,5, sendo assim, poderíamos rejeitar o valor de 0,5. A probabilidade anterior abrange um leque de valores possíveis para ϑ que estão aproximadamente centrados em 0,5 e com um intervalo de probabilidade posterior de 95%, estando dentro dos 95% da probabilidade anterior. Se o intervalo de probabilidade posterior estivesse muito discrepante do intervalo anterior, as evidências dessa discrepância, os dados e o especialista, indicariam dois cenários muito diferentes em relação à taxa diária de abates de gazelas. Um ponto forte do paradigma bayesiano é que ele fornece uma reunião para a comparação e resumo de dados atuais.[\[6\]](#)

4.3.1 Regressão de Poisson

Para situações onde os dados de contagem não possuem limites superiores claros, existem modelos de regressão, iremos ver especificamente o modelo de regressão de Poisson[\[6\]](#). Iremos considerar mais especificamente o modelo com uma estrutura linear. Uma distribuição de Poisson ou uma mistura de distribuições de Poisson.

O modelo básico da regressão de Poisson é :

$$y_i | \lambda_i \sim^{ind} Pois(\lambda_i) \log(\lambda_i) = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} \quad (4.18)$$

Onde $i = 1, \dots, n$ e y_i é um modelo log-linear.

4.4 CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE. (AIC)

Na literatura estatística sobre precisão preditiva, a inferência para ϑ se resume por uma estimativa pontual α , que é a máxima estimativa da probabilidade. A precisão preditiva que não consta dentro da amostra é definida por $elpd = elpd = E_f(\log p(z|\alpha(y)))$, onde y e z são completamente aleatórios. [14]

Se k for o número de parâmetros estimados do modelo, podemos fazer uma correção em um caminho mais simples na distribuição normal assintótica. Nesse limite, substituímos k da densidade preditiva logarítmica dada a uma estimativa de máxima verossimilhança é uma correção para o ajuste dos parâmetros k , que aumentará a precisão preditiva, no caso:

$$\widehat{elpd}_{AIC} = \log P(y|\alpha_{mle}) - k \quad (4.19)$$

Faz sentido ajustar o desvio para os parâmetros que foram ajustados, porém, esses ajustes não são bons para modelos não lineares.

4.5 CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE DESVIO. (DIC)

Critério de Informação de Desvio [14] é uma versão bayesiana do critério de informação de Akaike usando a equação 4.30, fazendo assim duas alterações, substituindo a estimativa de máxima verossimilhança α , pela média posterior $\alpha_{Bayes} = E(\vartheta|y)$ e substituindo k por uma correção de polarização baseada em dados. A nova medida de precisão preditiva é:

$$\widehat{elpd}_{CID} = \log P(y|\alpha_{Bayes}) - P_{CID} \quad (4.20)$$

Onde P_{CID} é definido por:

$$P_{CID} = 2(\log P(y|\alpha_{Bayes}) - E[post](\log P(y|\vartheta))) \quad (4.21)$$

Onde a expectativa no segundo termo é uma média de ϑ sobre sua distribuição posterior.

4.6 CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO AMPLAMENTE DISPONÍVEL OU WATANABE-AKAIKE

Critério de informação amplamente disponível[14] é uma abordagem totalmente bayesiana, que é utilizada para estimar a expectativa fora das medidas que foram analisadas. Ela começa com a densidade preditiva posterior ponto a ponto e em seguida, adiciona uma correção para o número efetivo de parâmetros a serem ajustados para o sobreajuste.

Dois ajustes foram propostos na literatura, eles são baseados em pontos de cálculos e são vistos como aproximações. A primeira abordagem, é uma diferença semelhante à usada para construir P_{DIC}

$$P_{WAIC1} = 2 \sum_{i=1}^N (Log(E_{post}P(y_i | \vartheta)) - E_{post}(\log p(y_i | \vartheta))) \quad (4.22)$$

A outra medida usa a variação de termos individuais no log da densidade preditiva, somados sobre os pontos n de dados.

$$P_{WAIC2} = \sum_{i=1}^N var_{post}(\log p(y_i | \vartheta)) \quad (4.23)$$

Essa expressão é semelhante a fórmula para P_{DIC} , sendo bem estável porque calcula a variação separadamente para cada ponto de dados e depois somas, as somas resultam em estabilidade.

4.7 CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO BAYESIANO.(BIC)

Existe também o critério de informação Bayesiano[14], que ajuda o número de parâmetros ajustados com uma penalidade que aumenta com a amostra. A equação que rege o CIB é:

$$BIC = -2\log p(y | \alpha) + k\log n \quad (4.24)$$

Que para grandes conjuntos de dados dá um peso maior por parâmetro em comparação com os outros critérios de informações vistos anteriormente, favorecendo assim, modelos mais simples. CIB exerce uma diferença entre os outros critérios considerados, por não ser motivado por uma estimativa de ajuste preditivo, mas com o objetivo de aproximar a probabilidade marginal de densidade dos dados, p (y), sob o modelo, que pode ser usado para estimar a posterior relativa probabilidades em um cenário de comparação de modelo discreto.[14]

4.8 VALIDAÇÃO CRUZADA.

Para modelos que predizem algo, por exemplo, imagine que existe um modelo com um ou mais parâmetros desconhecidos, com um conjunto de dados nos quais esse modelo poderá ser ajustado. Esse processo será ajustado e será otimizado com os parâmetros do modelo, juntamente com os dados gerados da melhor forma possível. Para se ter certeza desses dados gerados, se pega o modelo com dados verdadeiros e o aplica juntamente com os dados gerados. Normalmente há uma diferença entre os dados teóricos e os experimentais, para saber a dimensão dessa diferença se usa a validação cruzada[14], que pode ser representado como:

$$A_{cf} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i) \quad (4.25)$$

Onde N é o número de dados de validação e y_i os dados e \hat{y}_i a média desses dados. Agora, suponhamos que escolhemos uma medida de ajuste y_1 e usamos a validação cruzada para produzir uma estimativa dessa medida, esperando de um modelo para um conjunto de dados independente retirado do conjunto de dados gerados. Se seguirmos essa validação para os outros y_{n-1} dados, os valores resultantes irão variar, fazendo assim com que a validação cruzada seja um pouco menor que o conjunto de dados medidos.[14]

4.9 EXEMPLOS.

Para um melhor entendimento entre a probabilidade Bayesiana e a probabilidade clássica, iremos observar alguns exemplos. Primeiramente iremos abordar um exemplo da probabilidade clássica e logo após, exemplos da probabilidade Bayesiana.

4.9.1 Exemplo 4.1 - Projetil em um alvo.

Um pequeno projétil pequeno é disparado contra uma área A, na qual existe um alvo S, conforme a figura 4.1. Qual é a probabilidade de acerto do alvo S se o projétil foi aleatoriamente jogado na área A.[24] A probabilidade de acerto pode ser calculada identificada resultados igualmente prováveis. Para isso, devemos dividir a área A em diversos quadrados de área Δs . O número de quadrados na área A é aproximadamente:

$$m \cong \frac{A}{\Delta s} \quad (4.26)$$

Podemos interpretar m sendo o número de possíveis eventos. Como o acerto pra cada quadrado é igualmente provável, a probabilidade pode se dar por:

$$p \cong \frac{1}{m} \cong \frac{\Delta s}{A} \quad (4.27)$$

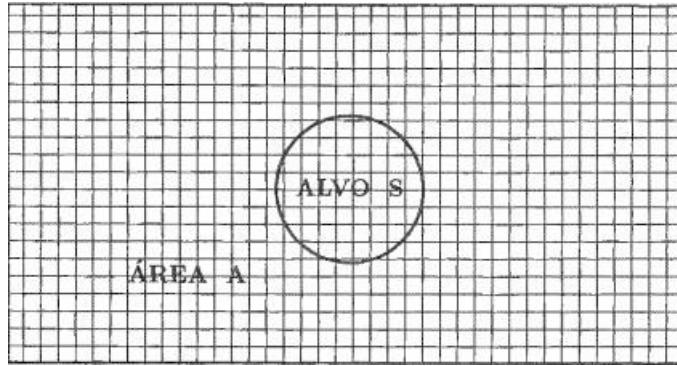


Figura 4.1: Um projétil é disparada em uma área A. Fonte: VUOLO, José Henrique. Fundamentos da teoria de erros. 2º Ed, Pg 15.[24]

Como a probabilidade de acerto no alvo menor s é equiprovável, ela é a soma das probabilidades de acerto dos n quadrados contidos no alvo s. Para encontrarmos o número de quadrados na área s podemos dizer que:

$$n \cong \frac{S}{\Delta s} \quad (4.28)$$

Tornando-se assim:

$$P \cong np \cong \frac{S}{A} \quad (4.29)$$

Devido a impossibilidade de determinar exatamente os números os eventos m e o número de quadrados n na borda do alvo s, a probabilidade é aproximada.

4.9.2 Exemplo 4.2 - Teste de Drogas.

Queremos encontrar a probabilidade de alguém que use drogas, uma vez que o teste foi positivo. Deixe D indicar um usuário de drogas e C indicar alguém que não usa drogas. Seja + indicar alguém que teve o teste positivo para um medicamento e - indica alguém que teve o teste negativo para um medicamento. O predomínio geral do uso de drogas na população é $Pr(D) = 0,01$, portanto, nesta população, o uso de drogas é relativamente raro. A sensibilidade do teste de drogas é $Pr(+|D) = 0,98$. Indicando assim que o teste é bom para identificar as pessoas que usam drogas. As particularidades do teste de drogas é $Pr(-|C) = 0,95$, que é o quanto bom o teste é na identificação correta de não usuários. Pelo Teorema de Bayes, equação 4.2 a probabilidade é:[6]

$$Pr(D|+) = \frac{Pr(+|D).Pr(D)}{Pr(+|D).Pr(D) + Pr(+|C).Pr(C)} \quad (4.30)$$

$$Pr(D|+) = \frac{0,98 \times 0,01}{0,98 \times 0,01 + (1 - 0,95) \times (1 - 0,01)} \quad (4.31)$$

$$Pr(D|+) = \frac{0,98 \times 0,01}{0,98 \times 0,01 + (0,05) \times (0,99)} \quad (4.32)$$

$$Pr(D|+) = \frac{0,0098}{0,098 + (0,0495)} = 0,165 \quad (4.33)$$

Mesmo o teste dando positivo para uso de drogas, há 83% de chance ($1 - 0,165$), de que a pessoa não use drogas. A probabilidade esmagadora é que um resultado de teste positivo é incorreta. Esse resultado é impulsionado pela probabilidade inicial muito baixa de uso de drogas, portanto, mesmo após a incorporação do teste positivo, a probabilidade permanece baixa. Após o teste ser positivo, a probabilidade de uso de drogas é 16 vezes maior do que antes do teste, porém ainda é relativamente baixa. Ilustrando assim, a dificuldade de rastrear um grande número de pessoas, a maioria delas provavelmente não são usuárias de drogas. A maioria dos testes positivos serão falsos positivos. Por outro lado, se a pessoa foi testada e o comportamento do seu teste indicava 50% de chance de uso de drogas, então devemos fazer o seguinte cálculo :

$$Pr(D|+) = \frac{0,98 \times 0,5}{0,98 \times 0,5 + (0,05) \times (0,5)} \quad (4.34)$$

$$Pr(D|+) = \frac{0,98}{0,98 + 0,05} \quad (4.35)$$

$$Pr(D|+) = 0,95 \quad (4.36)$$

Mostrando assim, que é muito provável que a pessoa seja uma usuária de drogas.[\[6\]](#)

4.9.3 Exemplo de um código de análise bayesiana

A seguir é apresentado um código de análise bayesiana, com os dados retirados da tabela 15.5 de Dekking, et.al, "A Modern Introduction to Probability and Statistics[\[10\]](#). Para realização do código, foi a linguagem Phyton foi utilizada.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import emcee
from scipy.optimize import minimize
import arviz as az
import argparse

ap = argparse.ArgumentParser()
ap.add_argument("-r", "--random_seed", type=int, default=20210614, dest="help="seed of random numbers",)
```

```
ap.add_argument("-N", "--num_samples", type=int, default=10000, dest='N0'
               help="numbers of sample for MCMC")
ap.add_argument('-p', '--plot', type=bool, default=True, dest='Plot')
args = vars(ap.parse_args())

plt.style.use('Styles/Paper.mplstyle')

NSAMPLES = args['N0']
np.random.seed(args['R0'])
plot = args['Plot']

Data = np.array([
    [24.7, 484],
    [24.8, 427],
    [27.3, 413],
    [28.4, 517],
    [28.4, 549],
    [29.0, 648],
    [30.3, 587],
    [32.7, 704],
    [35.6, 979],
    [38.5, 914],
    [38.8, 1070],
    [39.3, 1020],
    [39.4, 1210],
    [39.9, 989],
    [40.3, 1160],
    [40.6, 1010],
    [40.7, 1100],
    [40.7, 1130],
    [42.9, 1270],
    [45.8, 1180],
    [46.9, 1400],
    [48.2, 1760],
    [51.5, 1710],
    [51.5, 2010],
    [53.4, 1880],
    [56.0, 1980],
    [56.5, 1820],
```

```

[57.3,2020],
[57.6,1980],
[59.2,2310],
[59.8,1940],
[66.0,3260],
[67.4,2700],
[68.8,2890],
[69.1,2740],
[69.1,3140]])
print("Data: ", Data)

```

Definindo os dados nas matrizes. Sendo o a última, a matriz de erros.

```

Data_x = Data[:, 0]
Data_y = Data[:, 1]
Data_yerr = np.array(len(Data_y)*[1]) # just silly errors for LSF
A = np.vander(Data_x, 2)
C = np.diag(Data_yerr * Data_yerr)
ATA = np.dot(A.T, A / (Data_yerr ** 2)[:, None])
cov = np.linalg.inv(ATA)
w = np.linalg.solve(ATA, np.dot(A.T, Data_y / Data_yerr ** 2))
m_ls = w[0]
b_ls = w[1]

```

Realizando o método de mínimos quadrados[11].

```

print("Least-squares estimates:")
print("m = {0:.3f} {1:.3f}".format(w[0], np.sqrt(cov[0, 0])))
print("b = {0:.3f} {1:.3f}".format(w[1], np.sqrt(cov[1, 1])))

if plot:
    x_min = min(Data_x)
    x_max = max(Data_x)
    x_0 = np.linspace(x_min, x_max, num=500)
    fig, axs = plt.subplots(2)
    fig.suptitle('Fitting wood hardness')
    axs[0].scatter(Data_x, Data_y, label="name of data")
    axs[0].plot(x_0, (m_ls*x_0+b_ls))
    axs[0].set_title("Wood Hardness Vs Density")
    axs[0].set_ylabel("Hardness [a.u.]")
    axs[1].set_xlabel("Density [a.u.]")
    axs[1].scatter(Data_x, Data_y-(m_ls*Data_x+b_ls), label="name of data")

```

```

axs[1].set_ylabel("residuals [a.u.]")
axs[0].grid(True)
axs[1].grid(True)
axs[0].legend()
axs[1].legend()
plt.show()
plt.hist(Data_y-(m_ls*Data_x+b_ls))
plt.show()

```

Agora fazendo a parte de análise bayesiana. Necessitando de três parâmetros que iremos usar m , b e σ , e o erro ainda não conhecemos.

```

def log_likelihood(theta, x, y):
    m, b, sigma = theta      # we need 3 parameters! The error is unkno
    model         = m * x + b
    return -0.5 * np.sum((y - model) ** 2 / (sigma ** 2)) - len(x) * np.log(
        MAX_M = 1000
MAX_B = 10000
MAX_S = 1000

def log_prior(theta):
    m, b, sigma = theta
    if -1.*MAX_M < m < MAX_M and -1.*MAX_B < b < MAX_B and 0. < sigma < M
        return 0.0
    return -np.inf

ppc = np.zeros(len(Data_x)+2) # blobs: prior, ll, posterior predictive c
simulated data

def log_probability(theta, x, y):
    lp = log_prior(theta)
    if not np.isfinite(lp):
        return -np.inf, ppc
    # now calculate random samples
    for i in range(len(Data_x)):
        ppc[i+2] = theta[0] * Data_x[i] + theta[1] + np.random.normal(0.,
    ll = log_likelihood(theta, x, y)
    ppc[0] = lp

```

```
ppc[1] = ll
return lp + ll, ppc
```

Encontrando a probabilidade máxima.

```
nll = lambda *args : -log_likelihood(*args)
initial = np.array([50, -1000, 20]) # initial values from least squared
sol_ML_linear = minimize(nll, initial, args=(Data_x, Data_y))
print("solution max. likelihood: ", sol_ML_linear)
```

Fazendo agora a distribuição simples bayesiana.

```
pos = sol_ML_linear.x + 1e-4 * np.random.randn(32, 3)
nwalkers, ndim = pos.shape
sampler = emcee.EnsembleSampler(nwalkers, ndim, log_probability, args=(Data_x, Data_y))
sampler.run_mcmc(pos, NSAMPLES, progress=True);
flat_samples = sampler.get_chain(discard=100, thin=15, flat=True)
blobs = sampler.get_blobs(discard=100, thin=15, flat=True)
inds = np.random.randint(len(flat_samples), size=100)

if plot :
    var_names = ['m', 'b', 's']
    emcee_data = az.from_emcee(sampler, var_names=var_names, blob_names=blob_names)
    az.plot_posterior(emcee_data, var_names=var_names[:])
    plt.show()
```

Fazendo o gráfico da trilha.

```
az.plot_trace(emcee_data, var_names=var_names)
plt.show()
```

```
az.plot_pair(emcee_data, var_names=var_names, kind='kde', marginal=True)
```

```
plt.show()
```

```
print(flat_samples)
print(blobs)
print(blobs[0,:])
print(blobs[:,0]) # this is the ppd of the first data

inds = np.random.randint(len(flat_samples), size=100)
for ind in inds:
    sample = flat_samples[ind]
    loc_m = sample[0]
```

```

loc_b = sample[1]
plt.plot(x_0, loc_m * x_0 + loc_b, "C1", alpha=0.1)

plt.scatter(Data_x, Data_y)
plt.legend(fontsize=14)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y");
plt.show()

for i in range(len(Data_x)):
    plt.hist(blobs[:, i+2], bins=20) # i+2: the first two blobs are
    plt.axvline(Data_y[i], color='r')

```

Agora o ajuste com o erro fracionário.

MAX_S_FE = 1.

```

def log_likelihood_fe(theta, x, y):
    m, b, sigma_fe = theta           # we need 3 parameters! The error is un
    model           = m * x + b
    return -0.5 * np.sum((y - model) ** 2 / (sigma_fe * y) ** 2) - np.sum(np

def log_prior_fe(theta):
    m, b, sigma_fe = theta
    if -1.*MAX_M < m < MAX_M and -1.*MAX_B < b < MAX_B and 0. < sigma_fe
        return 0.0
    return -np.inf

def log_probability_fe(theta, x, y):
    lp = log_prior_fe(theta)
    if not np.isfinite(lp):
        return -np.inf, ppc

```

Agora calculando as amostras aleatórias.

```

for i in range(len(Data_x)):
    ppc[i+2] = theta[0] * Data_x[i] + theta[1] + np.random.normal(0.,
    ll = log_likelihood_fe(theta, x, y)
    ppc[0] = lp
    ppc[1] = ll
    return lp + ll, ppc

```

Primeiramente, teremos que encontrar a probabilidade máxima e após deveremos otimizar a importação e minimizar a probabilidade máxima a partir de `scipy.optimize` e encontrar dados virtuais das medidas realizadas.

```

nll_fe = lambda *args: -log_likelihood_fe(*args)
initial = np.array([50, -874, 0.1]) # initial values from least squared
sol_ML_linear_fe = minimize(nll_fe, initial, args=(Data_x, Data_y))
print("solution max. likelihood second model: ", sol_ML_linear_fe)

Agora amostra de distribuição bayesiana.

pos = sol_ML_linear_fe.x + 1e-4 * np.random.randn(32, 3)
nwalkers, ndim = pos.shape
sampler_fe = emcee.EnsembleSampler(nwalkers, ndim, log_probability_fe, args=(Data_x, Data_y))
sampler_fe.run_mcmc(pos, NSAMPLES, progress=True);
flat_samples_fe = sampler_fe.get_chain(discard=100, thin=15, flat=True)
blobs_fe = sampler_fe.get_blobs(discard=100, thin=15, flat=True)
inds_fe = np.random.randint(len(flat_samples_fe), size=100)

if plot :
    var_names = ['m', 'b', 's_fe']
    emcee_data_fe = az.from_emcee(sampler_fe, var_names=var_names, blob_name='blobs_fe')
    az.plot_posterior(emcee_data_fe, var_names=var_names[:])
    az.plot_trace(emcee_data_fe, var_names=var_names)
    az.plot_pair(emcee_data_fe, var_names=var_names, kind='kde', marginalize=True)
    print(flat_samples_fe)

    inds = np.random.randint(len(flat_samples_fe), size=100)
    for ind in inds:
        sample_fe = flat_samples_fe[ind]
        loc_m = sample_fe[0]
        loc_b = sample_fe[1]
        plt.plot(x_0, loc_m * x_0 + loc_b, "C1", alpha=0.1)
        plt.scatter(Data_x, Data_y)

    plt.legend(fontsize=14)
    plt.xlabel("x")
    plt.ylabel("y");
    plt.show()

for i in range(len(Data_x)):
    plt.hist(blobs_fe[:, i+2], bins=20 )

```

```

plt.axvline(Data_y[i], color='r')
plt.show()

```

Agora nós comparamos os modelos de critério de informação, sendo o primeiro o AIC, em seguida o DIC.

```

print("-----")
print("First model:")
print("ML estimate:", sol_ML_linear.x)
print("K = 3")
print("AIC = -2*p(d|t)+2*k = ", -2.*(log_likelihood(sol_ML_linear.x, Data_x))
print("Second model:")
print("ML estimate:", sol_ML_linear_fe.x)
print("K = 3")
print("AIC = -2*p(d|t)+2*k = ", -2.*(log_likelihood_fe(sol_ML_linear_fe.x, Data_x))

print("-----")
print("samples model 1:")
print(flat_samples)
print("blobs model 1:")
print(blobs)
mean_values = np.mean(flat_samples, axis = 0)
mean_blobs = np.mean(blobs, axis = 0)
ll_bayes = log_likelihood(mean_values, Data_x, Data_y)
print("mean parameters:", mean_values)
print("ll_bayes model 1:", ll_bayes)
print("mean ll model 1:", mean_blobs[1])
elpdDIC_1 = ll_bayes - 2*(ll_bayes-mean_blobs[1])
elpdDIC_2 = ll_bayes - 2*np.var(blobs, axis = 0)[1]
print("Mean params model 1:", 2*(ll_bayes-mean_blobs[1]), 2*np.var(blobs,
print("model 1 DIC:")
print(-2.*elpdDIC_1, -2.*elpdDIC_2)
print("-----")
print("samples model 2:")
print(flat_samples_fe)
print("blobs model 2:")
print(blobs_fe)
mean_values_fe = np.mean(flat_samples_fe, axis = 0)
mean_blobs_fe = np.mean(blobs_fe, axis=0 )
ll_bayes_fe = log_likelihood_fe(mean_values_fe, Data_x, Data_y)

```

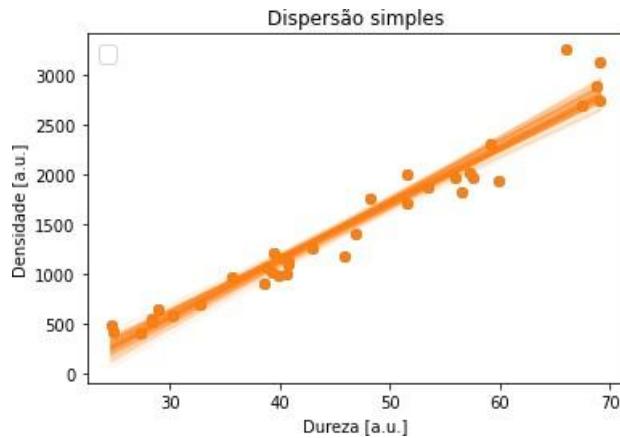


Figura 4.2: método de mínimos quadrados. Com os parâmetros, $m = 57.51 \pm 0.01$ e $b = -1160.50 \pm 0.59$

Definindo os dados nas matrizes. Sendo \mathbf{a} a última, a matriz de erros.

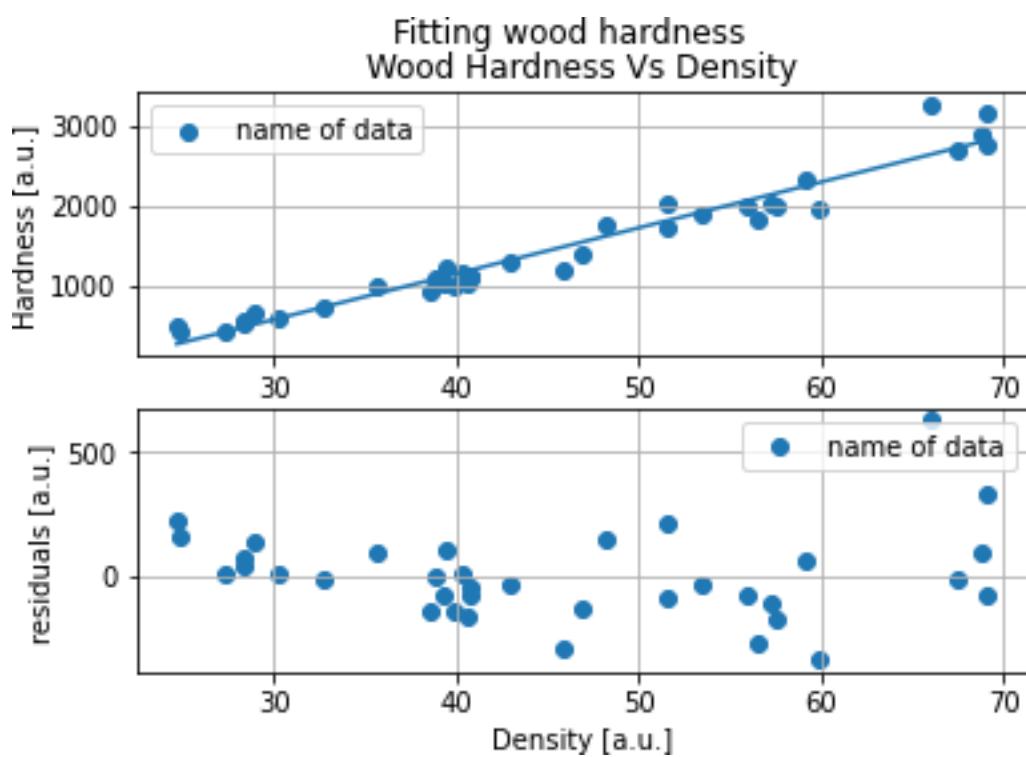


Figura 4.3: Dispersão entre a densidade e da dureza da madeira.

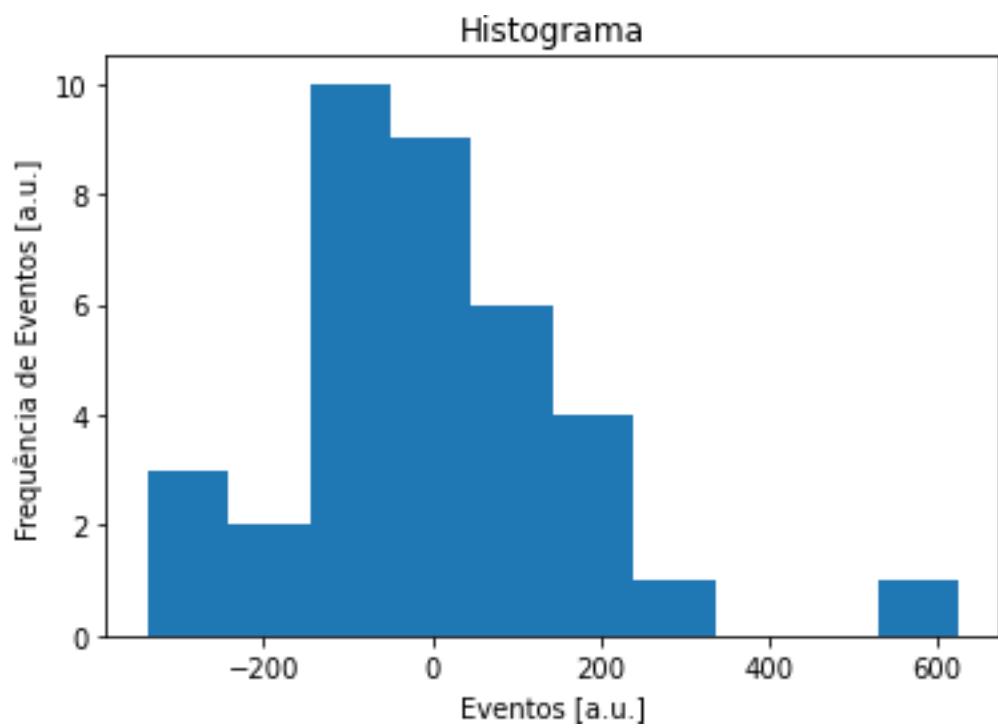


Figura 4.4: Histograma Residual

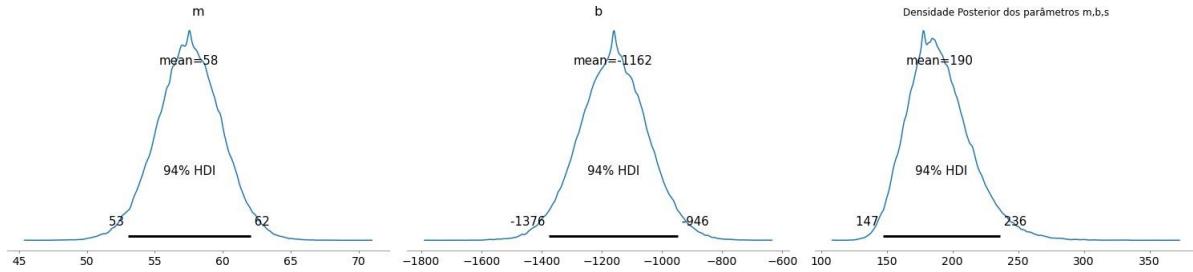


Figura 4.5: Densidade da Probabilidade Posterior.

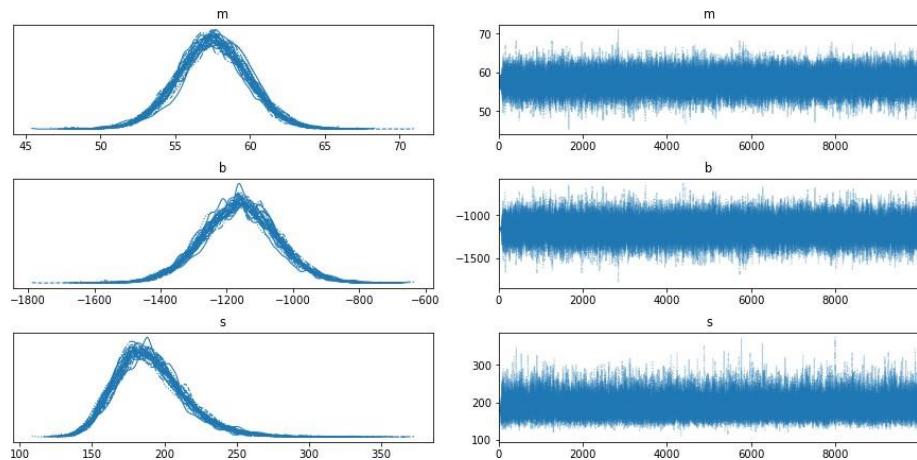


Figura 4.6: Distribuições ao coeficiente linear, ao coeficiente angular que acompanham os parâmetros, m,b,s.

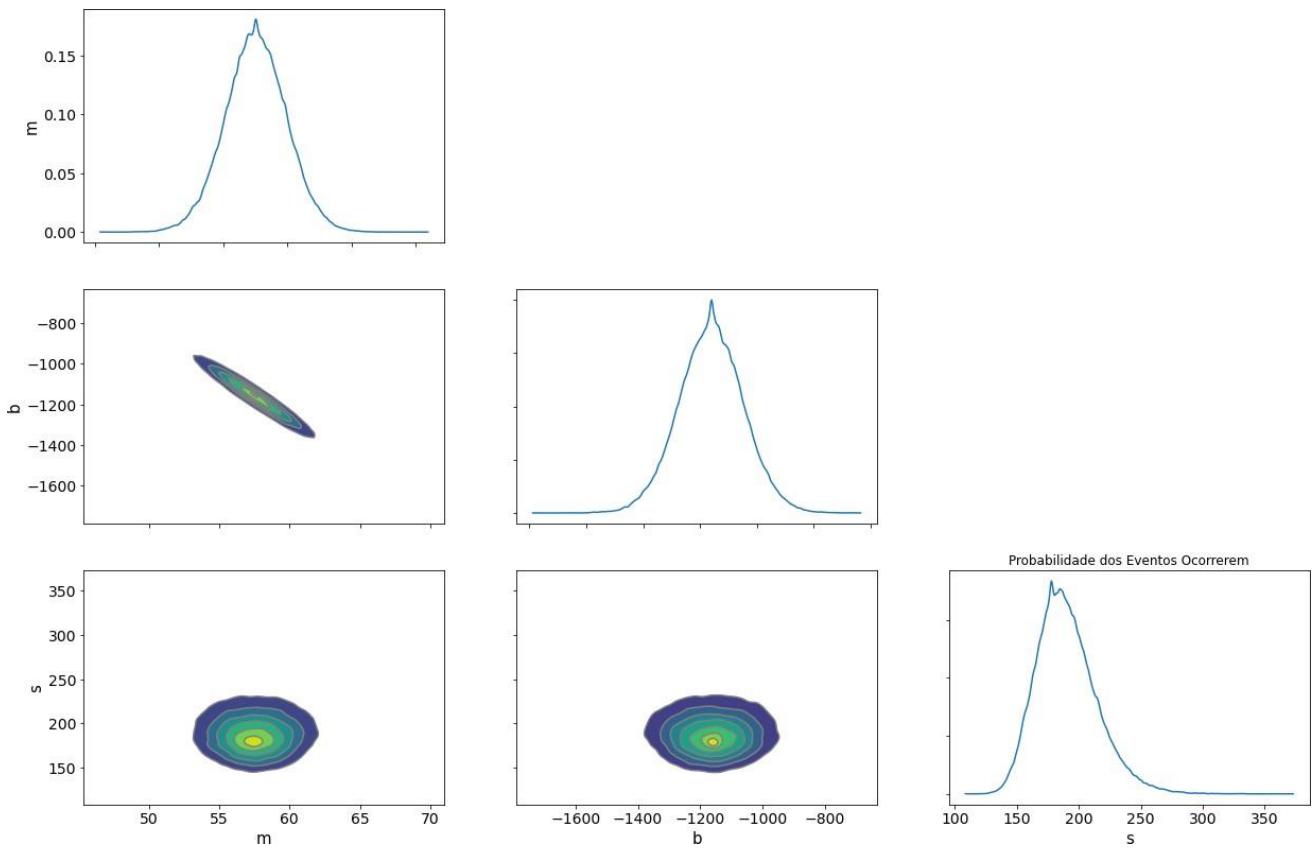


Figura 4.7: Probabilidade de ocorrência dos dados. Onde a parte em amarelo representa a maior probabilidade de uma medida estar, enquanto que a parte azul, representa a menor probabilidade dessa medida se encontrar.

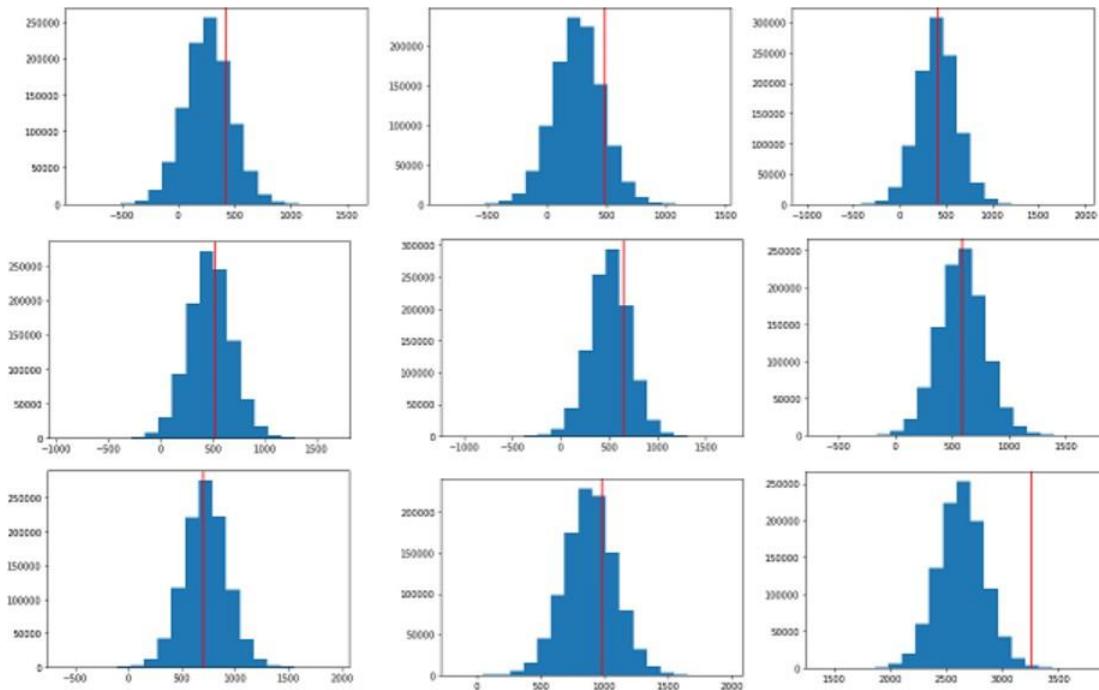


Figura 4.8: O traço vermelho representa a medidas realizada. O campo azul, representa a probabilidade dessas medidas se repetirem, graças aos dados virtuais gerados.

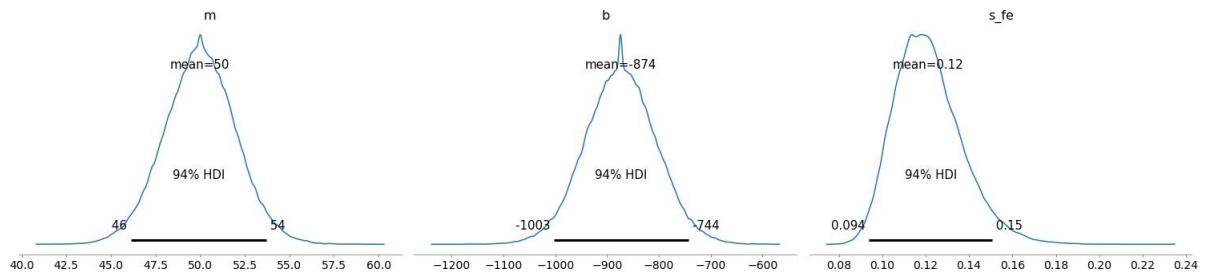


Figura 4.9: Densidade da Probabilidade Posterior aplicando o critério de informação BIC.

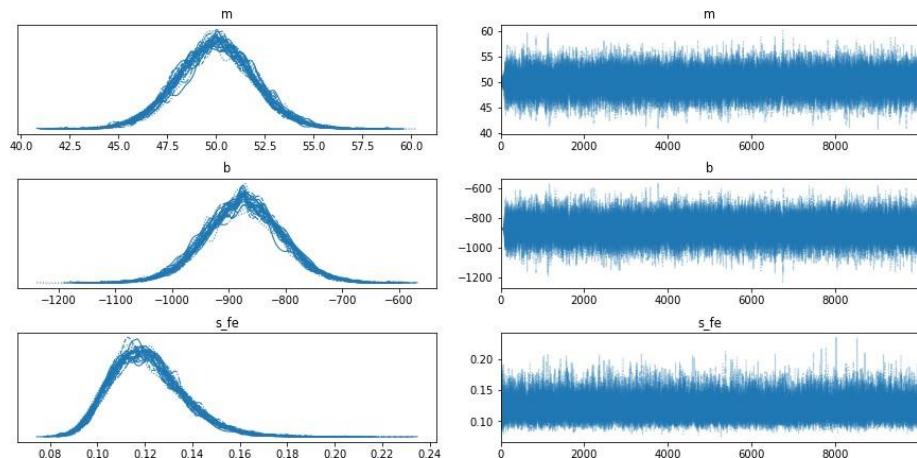


Figura 4.10: Distribuições ao coeficiente linear, ao coeficiente angular que acompanham os parâmetros, m, b, s , com os critérios de informação BIC.

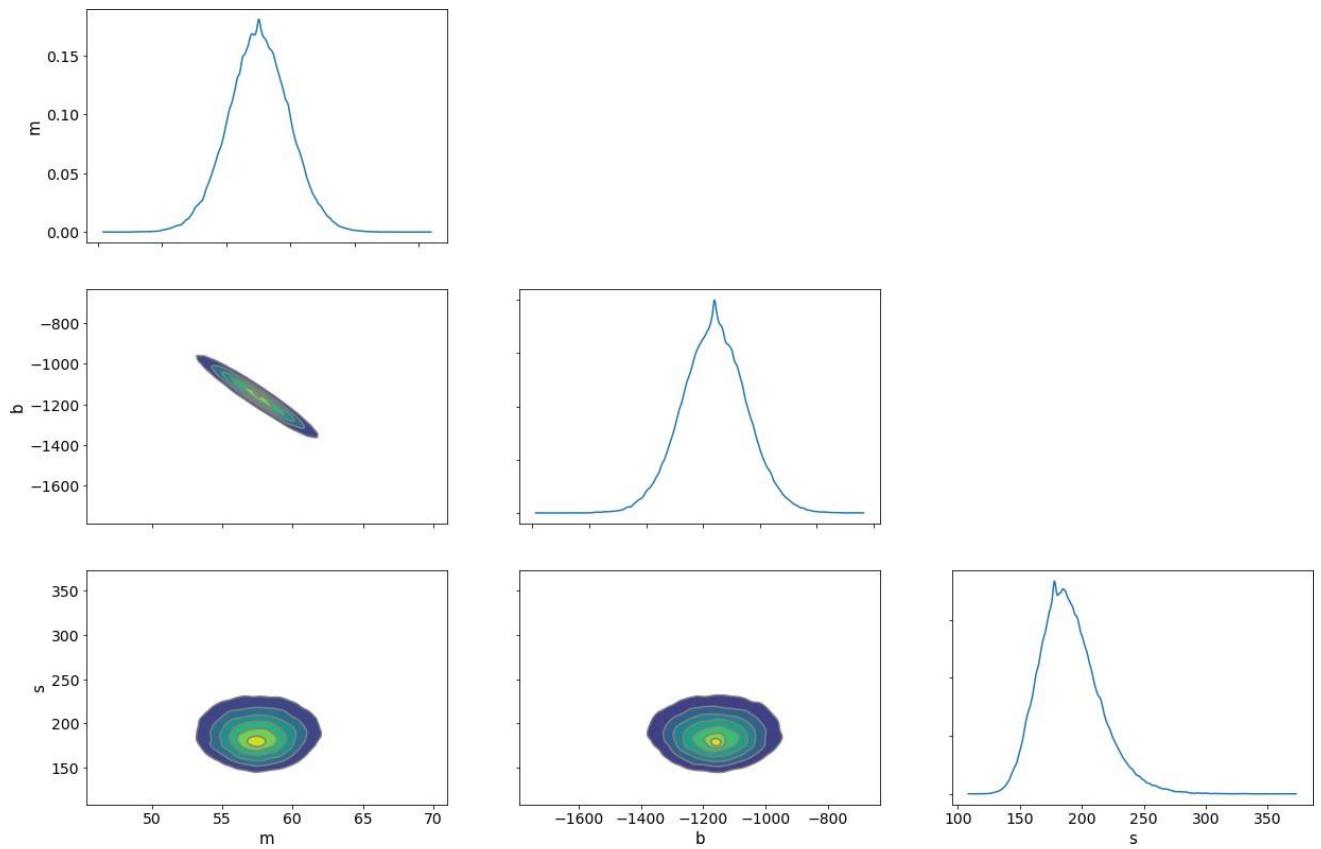


Figura 4.11: Probabilidade de ocorrência dos dados. Onde a parte em amarelo representa a maior probabilidade de uma medida estar, enquanto que a parte azul, representa a menor probabilidade dessa medida se encontrar, com o critério de informação BIC.

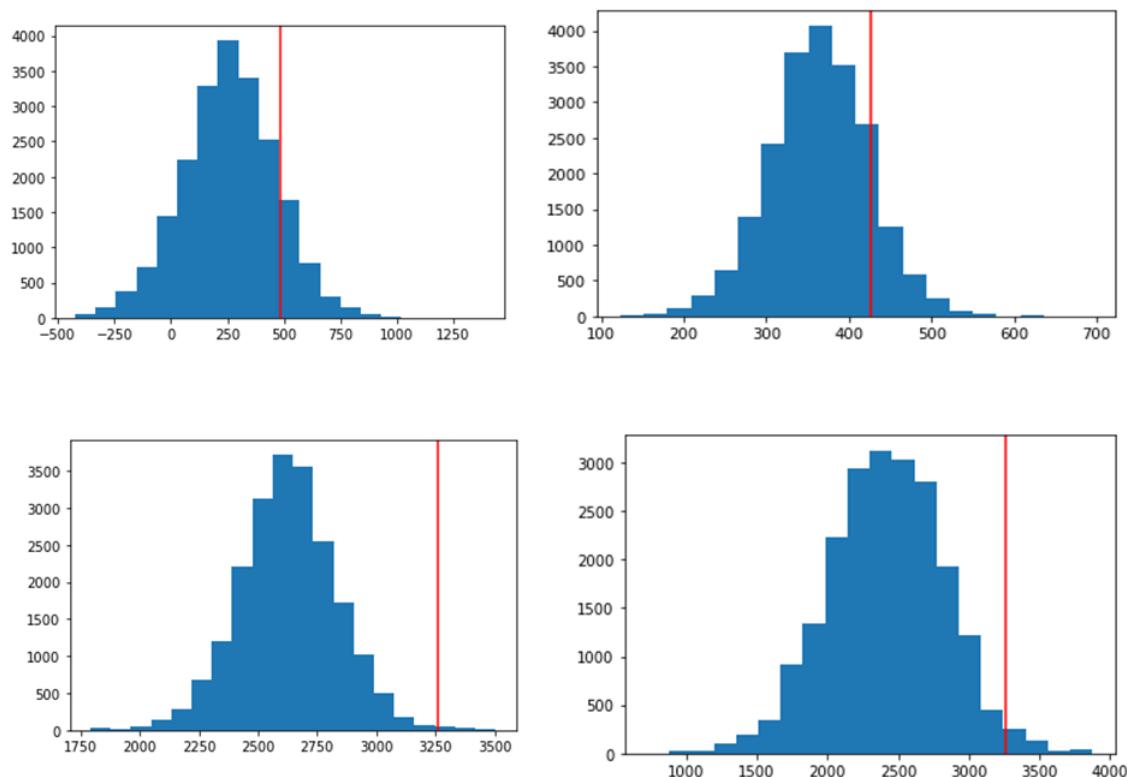


Figura 4.12: Nas duas figuras da coluna da esquerda é comparado novamente a medida realizada representada pelo traço vermelho e o campo azul, representa a probabilidade dessas medidas se repetirem, graças a analise bayesiana. Já a coluna da esquerda é mostrado essa probabilidade juntamente com os critérios de informações. Percebemos que as probabilidades foram melhoradas pelo BIC, mostrando que uma medida antes que se mostrava como um erro, com o ajuste vimos que a medida está dentro da probabilidade esperada.

CONCLUSÕES

Neste trabalho, visou-se o estudo teórico das ferramentas necessárias para a análise de dados do observatório subterrâneo de Neutrinos de Jiangmen (JUNO), buscou-se o entendimento da projeção do espectro de oscilação de Neutrinos, que este experimento projeta, para a hierarquia de massa normal e invertida. Procurou-se entender como as projeções teóricas de dados funcionam através da probabilidade de Bayes e a análise bayesiana, vendo por fim, os critérios de informações, que nos dão menores erros originados pelas medidas.

Para isso, começamos uma introdução a física de Neutrinos, buscando o entendimento de todos os decaimentos radioativos. As partículas alpha, que nada mais são que núcleos de hélio. O decaimento gama que é um decaimento secundário que ocorre diretamente no núcleo dos átomos que ainda estão em um estado fora do fundamento. Por fim, foi mostrado o decaimento beta, que são elétrons ou positrons, sendo isso determinado pelo tipo do núcleo a decair, porém este decaimento ocorria uma descontinuidade da teoria e dos dados observados, para que resolver isso Pauli teorizou uma partícula com spin meio, com a secção de choque muito pequena e inicialmente sem massa. Esta partícula mais tarde denominada de Neutrino, divide a energia com o elétron (beta menos), neste caso a partícula que o acompanha é o anti-neutrino ou com o positron, que é acompanhado com o neutrino. Esse decaimento é regido pela interação fraca que tem como é regida pelos bósons, neutro (Z^0) que é sua própria anti-partícula, e os bósons carregados (W^+, W^-). Como os neutrinos são férmons, eles devem respeitar o princípio de exclusão de Pauli e para que esse princípio fosse respeitado, surgem mais graus de liberdade, ou sabores. Estes que são, elétron, mûon e tau, cada sabor é originado através do tipo de partícula que decai e origina o neutrino. Como partícula subatômica, o neutrino respeita o operador de paridade que nada mais é do que o operador que nos mostra a orientação espacial. Além da paridade, existe o operador de carga, que mostra o tipo de carga que cada sub-partícula possui, esse novo operador nos fornece também um neutrino que tem seu spin e direção de propagação iguais, e outro neutrino que tem sua direção de propagação e de spin contrários. Na literatura estes neutrinos são denominados neutrino de mão direita e neutrino de mão esquerda. Juntamente com o operador de paridade, se forma algo que se denomina de conservação CP, que governa a transformação de partículas em anti-partículas. Entretanto, através de experimentos, notou-se que as interações fracas

não respeitam a conservação CP e isso explicaria o motivo do universo não ser exatamente equilibrado entre partículas e anti-partículas. Para se entender perfeitamente como as interações fracas interagem com os quarks ou anti-quarks, devemos abordar essas interações como interações do tipo Fermi, que são responsáveis pelas transformações nos campos dos quarks ou como são chamados campos fermiônicos que se sobrepõem em único ponto com uma única interação de contato, que é interpretado como um potencial efetivo. Através dessas interações ocorre uma mudança estrutural do quark, fazendo com que novas partículas sejam formadas. Graças a interação tipo Fermi, foi possível teorizar a existência de massa dos neutrinos e consequentemente da oscilação de neutrinos, que foi teorizada na metade do século XX. Essa oscilação é responsável pela mudança na massa dos sabores dos neutrinos, essencialmente, mudando seu auto vetor. O sabor resultante da propagação é determinado pela diferença de fase, que por sua vez é resultado da diferença da frequência ou da diferença de energia, que é devido a diferença de massa. Como esse fenômeno é oscilatório a probabilidade de mudança de sabor é relacionada por funções oscilatórias da distância que o neutrino percorre, com proporcionalidade a energia média do neutrino e inversamente proporcional a diferença quadrática das massas dos auto estados de massa.

Para haver a determinação da oscilação dos neutrinos, houveram diversos experimentos, com diversas técnicas de detecção. O primeiro foi o experimento Homestake, que é um experimento radio químico e buscava neutrinos com energia superior de 0,814 MeV, utilizou -se a reação beta inversa com cloro, produzindo argônio que por sua vez decai via captura eletrônica novamente para cloro, através desse processo um elétron Auger é ejetado e medido. O próximo experimento foi o Gallex, que também utilizava uma reação beta inversa, porém buscava neutrinos com um limiar de energia menor do que o experimento anterior. O experimento mais importante já realizado nesse campo foi o Super Kamiokande, onde ocorreu a comprovação da oscilação de neutrinos, mostrando a imagem do percursos dos neutrinos com sabores do elétron e dos mûons. Logo após foi realizado o experimento Borexino, que utiliza um líquido cintilador para a medição em tempo real de neutrinos solares com baixa energia, utilizando foto-multiplicadores para detecção.

O Observatório Sudbury de Neutrino(SNO) foi planejado para medir o fluxo dos neutrinos oriundos do Sol, com o objetivo de estudar as oscilações de neutrinos. A tática utilizada neste experimento, consistia em três reações diferentes: a corrente neutra, corrente carregada e espalhamento elástico como mostrado nas equações 2.3, 2.4 e 2.5. Cada reação, interage de uma maneira diferente com o sabor do neutrino vindo do Sol.

O primeiro detector projetado para detectar neutrinos gigaton, independentemente de onde é sua fonte de origem foi o IceCube. A detecção dos neutrinos, não os mede diretamente, para saber se houve ou não interação, observamos se há a radiação de Cherenkov, que é originada pela interação dos neutrinos com o gelo, que produz partículas secundárias eletricamente carregadas que viajam mais rápido do que a velocidade da luz no gelo.

O KamLAND é um detector de líquido cintilador anti-neutrino do sabor elétron. A detecção dos anti neutrinos é gerada através da reação beta inversa pela equação 2.6. O limiar de energias dos anti-neutrinos de 1,8 MeV, causa uma cintilação através do pósitron, nos dando uma estimativa de energia média do fluxo dos anti-neutrinos.

Para se medir o ângulo de mistura ϑ_{13} o experimento Doble Chooz foi idealizado, com a equação 2.7 guiando a maneira como a interação é encontrada. O primeiro detector busca a detecção da diferença da taxa de eventos dos neutrinos do sabor medidos no primeiro detector e a diferença entre seu espectro de energia comparando ao primeiro detector, com a finalidade de simplificar incertezas associadas ao fluxo de neutrinos e com o espectro de energia e eficiência do detector.

O detector MINOS é um calorímetro de ferro magnetizado. Para que o comprimento de onda seja facilmente detectado, duas extremidades de cada faixa são acopladas por barras transparentes e com tubos foto-multiplicadores. Guiados pela equação 2.9. O experimento NOVA é o substituto do experimento MINOS, os objetivos do NOVA eram a medição precisa para neutrinos e anti-neutrinos do ângulo de mistura ϑ_{23} . Medição precisa para neutrinos e anti-neutrinos da divisão de massa associada Δm_{23} . Verificar algumas restrições nas fases de violação CP δ e a verificar a hierarquia das massas dos sabores dos neutrinos.

O Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO) é um experimento idealizado para se obter a hierarquia de massa entre os neutrinos, com uma variância de 3σ que representa uma precisão de mais de noventa e nove por cento para o valor verdadeiro da medida. Para que o objetivo da variância seja alcançado e para atingir a energia de $3\%/\sqrt{E}$.

O detector é esférico com um alvo central de 20 kton de transscintilador líquido, que é um composto orgânico com moléculas com anéis de benzeno que podem ser excitador por partículas ionizantes. Este líquido por sua vez está dentro de uma esfera de acrílico com um diâmetro de 35,4m, sendo formada por 265 peças de painéis esféricos de 120 mm de espessura. A piscina contém 40 kton de água ultra-pura, fornecendo assim proteção da radioatividade natural da rocha circundante. Com isso, os múons que percorrerem este meio, irão produzir a luz de Cherenkov, sendo possível verificar sua trajetória com 2.400 tubos foto-multiplicadores. Espera-se que com sejam coletados 100.000 eventos de anti-neutrinos durante seis anos de medidas.

A hierarquia de massa representa a ordem das massas de neutrinos existindo dois tipos de hierarquias, a normal(NH) onde $m_{\nu 1} < m_{\nu 2} < m_{\nu 3}$ e a invertida(IH): $m_{\nu 3} < m_{\nu 1} < m_{\nu 2}$. A figura 3.2, representa o espectro do anti-neutrino, e as oscilações de anti-neutrinos, devemos notar que a linha vermelha representa a hierarquia invertida de massa de oscilação, lembrando que a oscilação é função da variação da massas ao quadrado das massas dos sabores dos neutrinos. A linha azul, mostra a oscilação com a hierarquia normal de massa e a linha pontilhada, é a projeção da não oscilação. Os parâmetros mais

importantes para auxiliar no entendimento do espectro de energia do experimento JUNO são : ϑ_{13} , ϑ_{12} , Δm^2_{12} e a combinação linear de Δm^2_{31} e Δm^2_{32} , que chamaremos de Δm^2_{ee} .

A sensibilidade das oscilações como mostrado em 3.1, é uma função das hierarquias de massas normal e invertidas e das sensibilidades dessas oscilações. Esperando que essa sensibilidade esteja entre $3 - 4\sigma$, que representa mais de noventa e nove por cento de probabilidade do valor verdadeiro da medida estar entre os dados medidos.

Em resumo, este experimento permite uma análise da sensibilidade mais detalhada e em consequência se obtém novos parâmetros de oscilação com uma precisão jamais vista antes, sendo estas novas formas de orientação Δm^2_{12} e $\sin \vartheta_{12}$ e Δm^2_{ee} . Após análises de sensibilidades detalhadas, pode-se dizer que o experimento JUNO é capaz de medir Δm^2_{12} e $\sin \vartheta_{12}$ e Δm^2_{ee} com uma precisão de 0,67%, 0,59%, 0,44%, respectivamente.

A detecção vem a partir dos anti-neutrinos dos elétrons que são originados pelas usinas nucleares, que é regida pela equação 3.2. A identificação da interação é notando a diferença entre os sinais que a ionização fornece com uma energia de 2,2 MeV. Esta energia reflete a energia dos anti-neutrinos, surgindo assim o sinal através da perda de energia e consequentemente aniquilação do pósitron. O atraso do sinal surge do nêutron sendo capturado pelo hidrogênio no líquido cintilador, emitindo assim o fóton de 2,2 MeV, com uma diferença de aproximadamente $\Delta t = 200\mu s$.

Para se ter a projeção correta da interação dos neutrinos, se usa a probabilidade de Bayes, que é uma probabilidade ponderada, que nos fornece a probabilidade de um neutrino ser detectado, sendo esta interação a de um neutrino. Para isso se leva em consideração as probabilidades anteriores e dos eventos que podem ocorrer e também se leva em conta os dados fora dos conjuntos das medidas, como mostrado na equação 4.3. Dentro da análise bayesiana, existem três conjuntos de dados, os dados binominais, que contém dois parâmetros e com uma probabilidade grande de se obter estes dados. Também existem os dados de Poisson, sendo o modelo de probabilidade que representa os decaimentos radioativos, já que estes ocorrem com uma probabilidade baixa e não há muitos eventos que denominamos como sucessos. O último conjunto de dados que é considerado, são os dados Normais, estes também possuem uma baixa probabilidade de ocorrência, porém é o modelo que representa eventos com um grande número de sucessos.

Para se ter uma análise Bayesiana completa, foi realizado com código na linguagem computacional Phyton, de análise para a densidade, juntamente com sua dureza da madeira de uma árvore australiana. Foi utilizado o método da verossimilhança e dos mínimos quadrados, antes da análise bayesiana que foi realizada por meio de uma simulação no código apresentado. Foram encontrados os gráficos de dispersão dos parâmetros (figura 4.3), onde podemos notar a relação entre a densidade da madeira, juntamente com a sua dureza. Logo em seguida foi encontrado o histograma dos dados (figura 4.4), mostrando a frequência que os dados se repetem. Logo em seguida foi encontrado o gráfico de ajuste dos mínimos quadrados(figura 4.2), este que forneceu os parâmetros $m = 57.507 \pm 0.01$ e

$b = -1160.50 \pm 0.60$, mostrando os ajustes dos erros, juntamente com os critérios de informação, que são resultados da análise bayesiana, reduzindo assim os erros, ponderando cada um com seus critérios específicos, onde os valores médios dos parâmetros foram ajustados, pelos critérios de informações, AIC, $m = 57.50684$ e $b = -1160.50827$ e DIC, $m = 57.51851$ e $b = -1161.41$. Outros gráficos foram gerados, sendo o primeiro gráfico da densidade da probabilidade posterior das medidas, com as medias dos erros (figura 4.5). Logo em seguida se faz uma projeção para distribuições ao coeficiente linear, ao coeficiente angular que acompanham os parâmetros, m, b, s . (figura 4.6), sendo o lado esquerdo são as distribuições marginais para cada os parâmetros de interesse que são m, b, s , já o lado direito são vetores de amostra produzidos pelo procedimento de amostragem do método de Monte Carlo. Então, usando estes distribuições marginais, para plotar um gráfico das probabilidades de ocorrência (Figura 4.7). Onde a parte em amarelo representa a maior probabilidade de uma medida estar, enquanto que a parte azul, representa a menor probabilidade dessa medida se encontrar. Por fim, queremos encontrar as probabilidades de uma mesma medida ser refeita com as mesmas condições, como mostrado na figura 4.8, onde um conjunto de projeções são colocadas lado a lado, O traço vermelho representa a medidas realizada. O campo azul, representa a probabilidade dessas medidas se repetirem, graças aos dados virtuais gerados. Algo interessante de se notar é a última figura, onde a medida está parcialmente fora da probabilidade da medida ocorrer. A partir da figura 4.9 a figura 4.11 mostramos os mesmos gráficos com os critérios de informações. A figura 4.11 percebemos que as probabilidades foram melhoradas pelo BIC, mostrando que uma medida antes que se mostrava como um erro, com o ajuste vimos que a medida está dentro da probabilidade esperada.

Perante todo o exposto, conclui-se que os objetivos do trabalho em discutir as ferramentas de análise bayesiana para o observatório de Neutrinos JUNO foram alcançados, oportunizando-se a construção de conhecimentos básicos para um futuro aprofundamento no assunto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABE, Y., AND ET AL. Improved measurements of the neutrino mixing angle θ_{13} with the double chooz detector. *SISSA by Springer* (2014).
- [2] ADAMSON, P. The minos detectors technical design report. *The MINOS Collaboration 1* (1998).
- [3] AHARMIM, B., AND ET AL. Combined analysis of all three phases of solar neutrino data from the sudbury neutrino observatory. *PHYSICAL REVIEW C*, 88 (2011).
- [4] ALIMONTI, G., AND ET AL. The borexino detector at the laboratori nazionali del gran sasso. *Nucl.Instrum A600*, 37 (2008), 568–593.
- [5] ARDELLIER, F., AND ET AL. Double chooz: A search for the neutrino mixing angle θ_{13} . *High Energy Physics - Experiment 4* (2006).
- [6] CHRISTENSEN, R., AND ET AL. *Bayesian Ideas and Data Analysis: An Introduction for Scientists and Statisticians*, vol. 2^a. CHAPMAN HALL/CRC Texts in Statistical Science Series, 2011.
- [7] CLEVELAND, B. T., AND ET AL. Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. *THE ASTROPHYSICAL JOURNAL volume*, 406 (1998), 505–526.
- [8] DA COSTA, R. N. A. Violação de CP em oscilações de neutrinos. Master's thesis, UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas, 2 2014.
- [9] DE AQUINO, V. M. *OSCILAÇÕES ENTRE TRÊS SABORES DE NEUTRINOS*. PhD thesis, UNICAMP, Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 8 1995.
- [10] DEKKING, F., AND ET AL. *A Modern Introduction to Probability and Statistics*. Springer-Verlag London Limited, 2005.
- [11] DOBSON, A. J. *AN INTRODUCTION TO GENERALIZED LINEAR MODELS SECOND EDITION*, vol. 2^a. A CRC Press Company Boca Raton London New York Washington, D.C., 2002.

- [12] EVANS, J. The minos experiment: results and prospects. *The MINOS Collaboration 1* (2013).
- [13] FUKUDA, S., FUKUDA, Y., HAYAKAWA, T., AND ET AL. The super-kamiokande detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research 501*, 45 (2003), 418–462.
- [14] GELMAN, A., AND ET AL. *Bayesian Data Analysis*, vol. 3º. Taylor Francis Group, 2014.
- [15] GOMES, G. B. *Limites para Parâmetros de Descoerência Quântica em Oscilação de Neutrinos*. PhD thesis, UNICAMP, Campinas, 2018.
- [16] HAMMING, R. W. *THE ART OF PROBABILITY FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS*. Taylor Francis Group, an informa business, 2018.
- [17] KIRSTEN, T. A. Retrospect of gallex/gno. *IOPSCIENCE* (2008).
- [18] LOMBARDI, P. Juno detector: Design and construction. *Istituto Nazionale di Fisica Nucleare* (2019), 10.
- [19] PATTERSON, R. B. The nova experiment: status and outlook. *Nuclear Physics B*, 7 (2012), 7.
- [20] PERROT, F. Status and physics potential of the juno experiment. *Université de Bordeaux, Gradignan, France* (2019), 6.
- [21] R.ABBASI, AND ET AL. The design and performance of icecube deepcore. *Astroparticle Physics 35* (2012), 615–624.
- [22] RAJASEKARAN, G. Fermi and the theory of weak interactions. *Resonance (Indian Academy of Sciences, Bangalore)* 19, 21 (2014), 18–44.
- [23] VELTMAN, M. *Facts and Mysteries in Elementary Particule Physics*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., KGaA, Weinheim, 2003.
- [24] VUOLO, J. H. *Fundamentos da teoria de erros*. EDIGARD BLUCHER LTDA, 1996.
- [25] XU, J. The juno double calorimetry system. *Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences* (2019), 5.